School of Economics and Commercial Law
GÖTEBORG UNIVERSITY

Effektivisering av portföljer med volatilitetslänkade derivatinstrument

Seminariearbete C -nivå i
Industriell och finansiell ekonomi

Handelshögskolan vid Göteborgs Universitet
höstterminen 2008

Handledare:
Anders Axvärn

Författare:	Födelseårtal:
Erik Lindecrantz	1985
Karl Nilsson	1984

SAMMANFATTNING

Traditionellt sett har finansiella kriser och krascher på aktiemarknaden sammanfallit med volatilitetschocker med extrema volatilitetsnivåer på aktiemarknader. Volatilitet har inte bara i samband med kriser utan även generellt sett visat sig vara negativt korrelerat med aktieavkastningar. Då de flesta tillgångsklasser är positivt korrelerade med varandra uppkommer naturligt då frågan om huruvida man kan utnyttja denna negativa korrelation för att diversifiera en redan diversifierad portfölj.

I denna rapport studeras hur man genom att i en institutionell investerares diversifierade portfölj kan förbättra avkastningen och risken genom att introducera dels variansswapar men även säljoptioner i portföljen.

Slutsatserna från studien visar att säljoptioner och variansswapar i mindre proportioner kan användas för att minska risken i den diversifierade portföljen. Medan en ökande mängd säljoptioner konsekvent minskar risken för portföljen så finns det en gräns för när variansswaparna inte längre minskar risken utan tvärtom gör portföljen mer riskabel. Samtidigt som man kan minska risken för portföljen mer med hjälp utav säljoptioner minskar även avkastningen för portföljen avsevärt. Genom att introducera variansswapar i portföljen kan man inte minska risken lika effektivt som med hjälp av säljoptionerna. Däremot kan man med hjälp utav en begränsad mängd variansswapar inte bara minska risken utan även öka den förväntade avkastningen för portföljen. Sammanfattningsvis kan man konstatera att variansswapar i en begränsad mängd har en klart diversifierande effekt på portföljen men att denna snabbt avtar då man ökar exponeringen.

Innehållsförteckning

BEGREPPSFÖRKLARINGAR

Deltahedging – En optionsstrategi som reducerar risken risken associerad med prisrörelser i en underliggande tillgång. Exempelvis kan en köpoption deltahedgas genom att sälja den underliggande tillgången.

Straddle – En investeringsstrategi där investeraren samtidigt köper både en köp- och en säljoption med samma lösenpris och löptid. Eftersom både optionerna är positivt korrelerade med volatilitet i den underliggande tillgången tillämpas ibland denna strategi för att få exponering mot volatilitet.

Strangle – En investeringsstrategi där investeraren samtidigt köper både en köp- och en säljoption med samma löptid men olika lösenpris. Precis som för straddlen så innebär strategin positiv exponering mot volatilitet.

Variansswap – Ett OTC-derivat som används för att spekulera eller hedga risker associerade med volatiliteten (eller variansen) för en underliggande tillgång. En position i swapen innebär att man på slutdagen betalar den realiserade volatiliteten medan den andra positionen betalar en från början överenskommen nivå.

KAPITEL 1 – INTRODUKTION

I denna del av rapporten introduceras läsaren för studien. Introduktionen innehåller en presentation av bakgrunden till ämnet samt problemformulering och syftet med studien. Vidare presenteras och diskuteras även de avgränsningar som har gjorts och rapportens disposition.

1.1 Bakgrund

Enligt Economist (2008) har institutionella investerare så som pensionsfonder, försäkringsbolag med flera de senaste åren allokerat en allt större del av sina förvaltade tillgångar i alternativa investeringsstrategier som exempelvis hedgefonder, private equity och finansiella derivat. Syftet med att inte bara investera i traditionella tillgångsklasser, som aktier och obligationer, är för att diversifiera sin portfölj och på så viss förbättra kvoten mellan avkastning och risk. Den senaste tidens turbulens på de finansiella marknaderna ser enligt Financial Times webbplats också ut att ha accelererat amerikanska pensionsfonders omallokering från aktier till alternativa investeringar. Dessutom har privatbanker rapporterat att en allt större del av deras klienters portföljer är investerade i private equity och andra typer av alternativa investeringar enligt Financial Times' webbplats.

Även om avkastningen från vissa alternativa investeringar teoretiskt sett är okorrelerade med avkastningen från aktie- och obligationsmarknaden så har den senaste turbulensen på de finansiella marknaderna gjort att inte bara dessa traditionella tillgångsklasser har fallit utan även dessa alternativa. Exempelvis finns det marknadsneutrala hedgefonder som teoretiskt sett inte borde påverkas av den finansiella krisen på grund av att exponeringen mot ospecifik marknadsrisk är 0. Dock har det visat sig att även dessa i vissa fall har påverkats negativt av krisen. En av huvudanledningarna till detta är att alla värdepapper ökade i värde på grund av samma faktorer innan den finansiella krisen; låga räntor och en hög global tillväxt. Detta uppmuntrade investerare att kraftigt belåna sina investeringar för att öka den förväntade avkastningen. När kreditmarknaderna plötsligt frös tvingades många investerare att sälja alla sina tillgångsklasser samtidigt, vilket enligt Economist (2008) förklarar hur även de teoretiskt sett diversifierade investeringarna fallit kraftigt under 2008.

1.2 Problemdiskussion och problemformulering

Fram till och med 3 november 2008 hade enligt Marketwatch's webbplats i år 16.2 trillioner dollar utraderats på de globala aktiemarknaderna och det är inte svårt att se hur viktigt det är för institutionella förvaltare att kunna skydda sina portföljer mot denna typ av katastrofal marknadsutveckling. Detta kan delvis göras med hjälp av kapitalgaranterade konvexa avkastningar i form av aktieindexobligationer som i Martellini et al. (2005). Här visade man hur man genom att konstruera en struktur med en obligationsdel och en köpoption med exponering mot aktiemarknaden kunde minska risken för en portfölj avsevärt. Om man studerar finansiella kriser historiskt kan man oftast i samband med dessa observera volatilitetschocker med extrema volatilitetsnivåer på aktiemarknaden. Exempelvis handlades på CBOE (Chicago Board Options

Exchange) 1-månaders implicit volatilitet på S&P 500 index[1] till ett genomsnitt på 60.5% under oktober 2008, Bloomberg. Detta kan jämföras med en långsiktig genomsnittsnivå på 25.7%.[2] Då volatilitet tenderar att återgå till sitt långsiktiga medel[3] är det svårt att se volatilitet som en långsiktig investering. Med avseende på avkastning finns det således ingen som helst anledning för en investerare att investera i volatilitet. Investerare söker dock inte bara hög avkastning utan försöker också alltid att skapa så väldiversifierade portföljer som möjligt för att se till att man inte har för hög exponering mot enstaka risker. Även om en investerare till exempel hittat en aktie som ser exceptionellt bra ut bör denna överväga hur stor del av portföljen som bör allokeras till detta bolag. Trots att portföljen vid en första anblick kan se attraktiv ut med 100 % exponering mot denna aktie så kommer portföljen vara utsatt för en hög så kallad specifik risk. Ett exempel på specifik risk är att ett företags VD avgår, detta drabbar enbart företaget men inte marknaden i övrigt. På motsvarande sätt är styrräntan en ospecifik risk då den i princip påverkar alla företag, oavsett bransch, storlek etc. Genom att investera i olika tillgångsklasser, olika branscher i en aktieportfölj och så vidare kan man minimera den specifika risken för en portfölj. Teoretiskt sett kan man om man har en perfekt diversifierad portfölj helt undvika den specifika risken och bara utsätta sig för den ospecifika risken. En investerare kan minska risken i sin portfölj genom att investera i tillgångar som inte är fullständigt korrelerade, det vill säga har en korrelationskoefficient som är mindre än 1. Framför allt kan man genom att hitta tillgångar som är negativt korrelerade avsevärt minska risken för portföljen. Att de är negativt korrelerade innebär att då den ena tillgången genererar en avkastning som är lägre än dess förväntade så kommer den andra tillgången sannolikt att generera en avkastning som är högre än dess förväntade. På detta sätt minskar den totala risken för portföljen trots att man kan upprätthålla samma förväntade avkastningsnivå.

I Martellini et al. (2005) visades hur kvoten mellan avkastning och risk i en institutionell investerares diversifierade portfölj signifikant kan förbättras genom att introducera strukturerade produkter med kapitalgaranti. Slutsatserna från studien visar att ovanstående kvot generellt sett kan förbättras genom att introducera icke-linjära avkastningar och då framför allt konvexa sådana i en portfölj. Som nämndes ovan baserades studien på aktieindexobligationer som har en obligationsdel vilken säkerställer att det investerade kapitalet återfås efter strukturens löptid. Samtidigt investeras skillnaden mellan nuvärdet och det framtida värdet för obligationen i köpoptioner. Dessa konvexa avkastningar skyddar investeraren från negativ avkastning samtidigt som det ger investeraren deltagande i en potentiell uppgång på marknaden. Anledningen till att man kunde förbättra kvoten mellan avkastning och risk var inte på grund av förbättrad avkastning utan istället genom att risken för portföljen kunde minskas genom diversifieringen mot de strukturerade produkterna som inte var perfekt korrelerade med övriga portföljen. Det fokus på institutionella investerare i studien är intressant då dessa äger en betydande del av alla aktier och obligationer och spelar en allt viktigare roll på dagens finansiella marknader.

1 Mätt genom VIX-indexet

2 Från 1 Januari 2004 till 31 Oktober 2008

3 Se Appendix 1

Då volatilitet är negativt korrelerat med avkastning på aktiemarknaden är det intressant att utvärdera hur kvoten mellan avkastning och risk för en redan diversifierad portfölj kan förbättras genom ytterligare diversifiering mot volatilitetsexponerade finansiella instrument. Teoretiskt sett bör kvoten mellan avkastning och risk förbättras då man inkluderar volatilitetsexponering i en aktieportfölj på grund av dess negativa korrelation med aktiemarknaden. Även om avkastningen för portföljen sannolikt inte kommer att förbättras avsevärt bör risken för portföljen kunna sänkas.

Enligt Mougeot (2005) är variansswapen[4] det mest handlade volatilitetsinstrumentet på OTC-marknaden och det möjliggör för investeraren att få direkt exponering mot volatilitet till skillnad från om man till exempel handlar med straddles. Av denna anledning anses variansswapen vara det finansiella instrument som är bäst lämpat för att uppnå volatilitetsexponering i denna studie. För att kunna göra en jämförande studie kommer även säljoptionen att inkluderas i studien. Att just säljoptionen väljs som jämförande objekt är på grund av att det är det enklaste finansiella derivatet med en avkastningsprofil som är konvex med avseende på underliggande och samtidigt är negativt korrelerat med aktiemarknaden. Ovanstående kan brytas ner i följande problemformulering:

- *Vad blir effekten på avkastningen och risken för en aktie- och obligationsportfölj[5] när man lägger till olika proportioner med variansswapar respektive säljoptioner?*

1.3 Syfte

Syftet med denna studie är att avgöra huruvida avkastningen och risken för en diversifierad portfölj med aktier och obligationer kan förbättras genom att separat introducera variansswapar och säljoptioner i mängden av möjliga tillgångar man kan investera i. Vidare ämnar studien att avgöra hur stor del av en aktie- och obligationsportfölj som optimalt bör allokeras till dessa instrument.

1.4 Avgränsningar

För att kunna besvara frågeställningen ovan måste studien begränsa sig till en eller flera finansiella marknader. Denna studie kommer att genomföras på de finansiella marknaderna i USA. Anledningen till att studien begränsar sig till dessa finansiella marknader är på grund av den mängd data som finns tillgänglig. Vidare finns det få aktiemarknader där det finns ett officiellt publicerat volatilitetsindex vilket är nödvändigt för studien bland annat vid prissättningen av de finansiella derivaten. Bland de volatilitetsindex som publiceras anses det amerikanska VIX vara mest transparant och även det som ligger till grund för de största handlade volymerna på finansiella marknader globalt sett. I Europa publiceras ett antal volatilitetsindex såsom VSTOXX och DVIXS men då beräkningsgrunderna inte är lika transparanta som de för VIX och handel

4 Se kapitel 2.4

5 Notera att obligation genomgående i denna uppsats hänvisar till statsobligationer med en längre löptid

relaterad till indexen är blygsam i jämförelse med handeln i instrument länkade till VIX anses detta vara ett betydligt trovärdigare alternativ. Studien kommer följaktligen anta att investeraren[6] enbart kan investera i aktier på de amerikanska börserna, amerikanska statsobligationer samt finansiella derivat på amerikanska värdepapper. Då explicita formler för prissättning av variansswapar och säljoptioner existerar kan resultaten högst troligen kunna generaliseras och gälla på andra utvecklade finansiella marknader så som de europeiska. Det bör även nämnas att i denna studie har ingen hänsyn till transaktionskostnader, administrationskostnader med mera tagits. Dessa är väldigt svåra att uppskatta och ta med inom ramarna för denna typ av rapport och inkluderas därför inte. Detta får till effekt att slutsatser som dras på det teoretiska planet eventuellt inte kommer vara lika applicerbara i praktiken.

6 Genomgående i resten av rapporten kommer ordet investerare mer specifikt hänvisa till institutionella investerare.

KAPITEL 2 – TEORETISK REFERENSRAM

Följande kapitel redogör för den teoretiska referensram som använts vid genomförandet av uppsatsen. Inledningsvis kommer modern portföljteori samt riskmått att presenteras medan resterande del av kapitlet beskriver prissättningsmodeller för de finansiella derivat som är relevanta i studien.

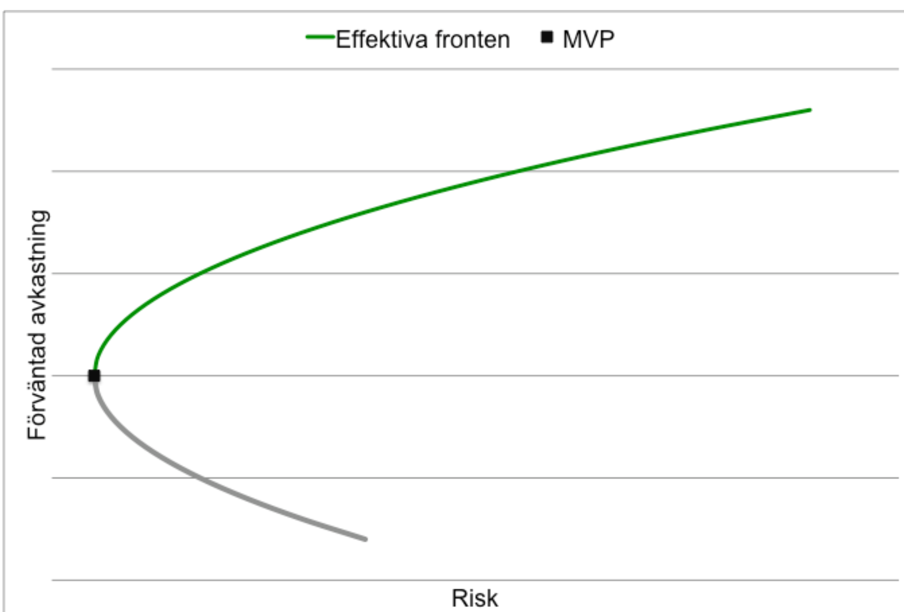
2.1 Modern portföljteori

Modern portföljteori beskriver hur rationella investerare kommer använda diversifiering för att optimera sina portföljer och hur olika tillgångar skall prissättas, (Bodie et al 2005).

Modellen antar att investerare är riskaversa vilket innebär att de föredrar den minst riskabla investeringen om två investeringar har samma förväntade avkastning. Således kommer investerare bara att acceptera ytterligare risk om de får en högre förväntad avkastning. I modellen mäts risk med hjälp av volatilitet medans avkastning mäts genom marknadens förväntan av framtida värde. Detta är i linje med både hypotesen om effektiva marknader och Black-Scholes modellen, (Bodie et al 2005).

Genom att skapa en portfölj med tillgångar som inte är perfekt korrelerade kan en investerare minska portföljrisken utan att minska den förväntade avkastningen. Detta kan uppnås genom att man diversifierar bort delar av den specifika risk som finns i portföljen. Om alla tillgångar i portföljen har en korrelation på 1 kommer all risk utgöras av så kallad ospecifik risk och portföljrisken kommer helt enkelt bli en viktad kombination av de individuella riskerna, (Bodie et al 2005).

Genom att plotta alla möjliga tillgångskombinationer för en portfölj i ett risk-avkastningsdiagram kan man härleda den så kallade effektiva fronten, se figur 2.1 nedan.



Figur 2.1. Effektiva fronten och minsta-varians portföljen. Källa: Bodie et al 2005

Den effektiva fronten utgörs av den del av grafen som ligger ovanför den punkt som definierar den minsta-varians portföljen (MVP). Fronten representerar de portföljer som ger högst förväntad avkastning för en given risknivå. Punkter som ligger ovanför den effektiva fronten går inte att uppnå utan att belåna portföljen och få hävstångseffekt på avkastningen. Ingen rationell investerare kommer att ha en portfölj som befinner sig nedanför den effektiva fronten då denne kan få en högre förväntad avkastning för samma risk genom att omallokera sin portfölj och hamna på den effektiva fronten, (Bodie et al 2005).

2.2 Riskmått – VaR och CVaR

När man använder sig av riskmåttet value-at-risk är syftet enligt Hull (2006) att man skall kunna göra följande typ av påstående:

Vi är α procent säkra på att vi inte kommer att förlora mer än X dollar de närmaste N dagarna.

Variabeln X är VaR för portföljen och är en funktion av två parametrar: tidshorisonten och konfidensnivån, α procent. Detta är förlustnivån som vi är α procent säkra på att vi inte överskrider nästkommande N dagarna. Den matematiska definitionen av VaR är följande:

$$\int_{-\infty}^{VaR_\alpha} f_x(x) * dx = 1 - \alpha$$

där $f_x(x)$ är sannolikhetsfördelningen för portföljavkastningarna X för en given tidsperiod och på konfidensnivån α, (Artnzer et al. 1999). Fördelen med VaR är att det är ett enkelt riskmått som sammanfattar alla risker för en portfölj i ett mått. Till skillnad från det vanligt förekommande måttet standardavvikelse fokuserar VaR på den vänstra svansen i fördelningen vilket är den typen av risk som oftast är intressant att kvantifiera för en investerare. VaR måttet har dock fått mycket kritik framför allt för att det bara svarar på frågan vad sannolikheten att en viss förlustnivå överskrids. Det säger ingenting om den förväntade förlustnivån om VaR-nivån överskrids. Artnzer et al. (1999) hävdar därför att CVaR är ett bättre riskmått då det mäter den förväntade förlustnivån då en specifik förlustnivå överskrids. Istället för som VaR svara på frågan "Hur illa kan det gå?" svarar CVaR på frågan "Om det går illa, hur mycket kan vi förvänta oss att förlora?". Definitionen för CVaR är:

$$CVaR_\alpha = E\left[x \middle| x \le VaR_\alpha\right]$$

Nackdelen med både VaR och CVaR är att de, till skillnad från exempelvis variansmåttet, inte direkt kan beräknas utifrån historisk data. Det vanligaste och enklaste sättet att skatta VaR och CvaR enligt Goorbergh och Vlaar (1999) är istället genom historiska simuleringar. Huvudantagandet är att framtida prisutveckling kommer att ha samma sannolikhetsfördelning som den historiska prisutvecklingen. Fördelen med denna metod är att man kan ta hänsyn till de feta svansar som visat sig förekomma i historiska avkastningar. [7] Enligt Hull (2006) är Monte Carlo simulering en bra typ av historisk simulering där man kan man skapa en empirisk fördelning som är baserad på historisk data. Genom att generera tillräckligt många scenarion för portföljutvecklingen kan man skapa en sannolikhetsfördelning för den framtida portföljutvecklingen. VaR eller CVaR kan därefter beräknas med hjälp av den percentil från den empiriska fördelningen som överensstämmer med konfidensnivån, (Hull 2006).

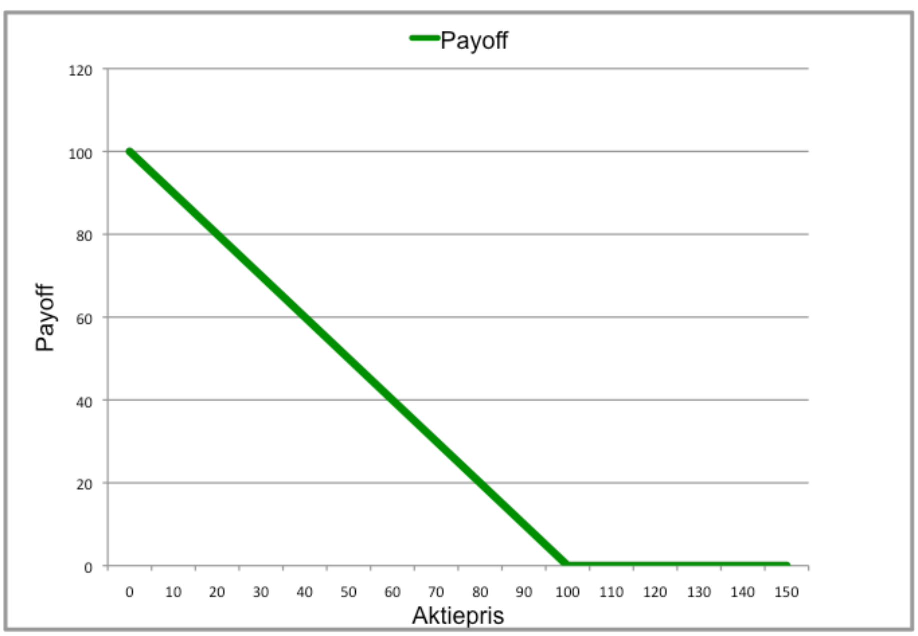
2.3 Black-Scholes modellen

I följande kapitel presenteras Black-Scholesmodellen som är den vanligast förekommande prissättningsmodellen för optioner både inom akademin och inom den finansiella industrin. Trots dess utbredda användande har modellen fått utstå en del kritik och i slutet av detta kapitel kommer den vanligast förekommande kritiken att presenteras.

2.3.1 Modellen

Ett finansiellt derivat är ett värdepapper vars avkastning är definierad i termer av andra underliggande värdepapper. Ett av de vanligaste exemplen på derivat är aktieoptionen. Det finns många olika typer av aktieoptioner men två vanliga exempel är europeiska köp- och säljoptioner.

En europeisk köpoption ger innehavaren rätten men inte skyldigheten att köpa den underliggande aktien till ett förutbestämt pris K, det så kallade lösenpriset, på slutdagen. På motsvarande viss ger en säljoption innehavaren rätten men inte skyldigheten att sälja den underliggande aktien till priset K på slutdagen. I figur 2.2 nedan presenteras avkastningen för en säljoption med lösenpris $100 som funktion av aktiepriset på slutdagen, (Hull 2006):



Figur 2.2. Avkastningen på slutdagen för en säljoption med lösenpris $100 som funktion av aktiepriset.

7 Se kapitel 2.3.2

1997 fick Robert Merton och Myron Scholes Nobelpriset i ekonomi för deras revolutionerande forskning kring prissättning av aktieoptioner. Prissättningsmodellen som kallas Black-Scholes modellen ger explicita formler för beräkning av både priset på en köp- och en säljoption. När modellen härleds i Hull (2006) gäller följande antaganden:

- den procentuella skillnaden i aktiepris under en kort tidsperiod är normalfördelade
- priset för den underliggande aktien följer geometrisk Brownsk rörelse
- blankning av aktier är tillåtet
- inga transaktionskostnader eller skatter förekommer
- alla värdepapper är perfekt delbara
- den underliggande aktien ger ingen utdelning under optionens livslängd
- risk-fritt arbitrage förekommer ej
- värdepappershandel är kontinuerlig
- den risk-fria avkastningen är konstant och densamma för alla löptider

Givet ovanstående antaganden visar Black-Scholes modellen att det risk-neutrala priset för en köpoption vid tiden t är:

$$c(t,S_t,K,T)=S_t\Phi(d_1)-Ke^{-r\tau}\Phi(d_2)$$

där

$$d_1=\frac{\ln\frac{S_t}{K}+(r+\frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d_2=\frac{\ln\frac{S_t}{K}+(r-\frac{\sigma^2}{2})\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

σ = den årliga standardavvikelsen för aktieavkastningen
r = den risk-fria avkastningen
K = lösenpris
τ = optionens kvarvarande livslängd, dvs tiden mellan t och slutdagen T
S_t=aktiepriset vid tiden t

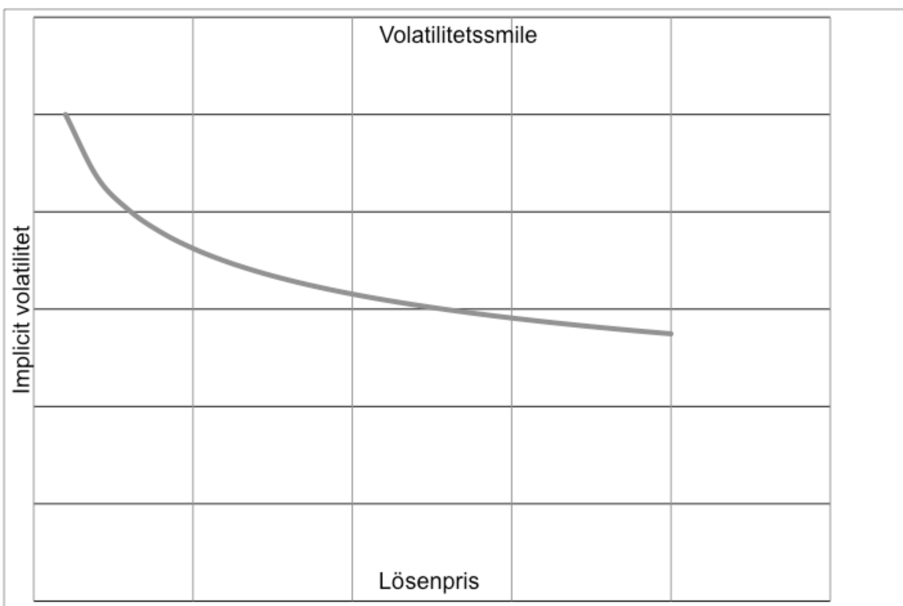
Med samma benämning som ovan definieras priset på motsvarande säljoption enligt följande:

$$p(t,S_t,K,T)=Ke^{-r\tau}\Phi(-d_2)-S_t\Phi(d_1)$$

Alla parametrar i Black-Scholes modellen kan observeras direkt förutom volatiliteten för aktieavkastningar. Volatiliteten kan skattas från historiska tidsserier men ofta arbetar marknadsaktörer med det som kallas implicit volatilitet, dvs den volatilitet som kan härledas ur optionspriser som observeras på marknaden. Exempelvis kan man beräkna den implicita volatiliteten för aktivt handlade optioner och därefter genom interpolation skatta den implicita volatiliteten för mindre aktivt handlade optioner, (Hull 2006).

2.3.2 Kritik mot Black-Scholes modellen

Ett av antagandena bakom Black-Scholes modellen är att volatiliteten är konstant och densamma för alla lösenpris och löptider. Många[8] hävdar att detta är huvudanledningen till att Black-Scholes modellen misslyckas med att prissätta optioner exakt, det vill säga i enlighet med marknaden. Rubinstein (1994) visade att fram till och med 1986 lyckades Black-Scholes modellen bra med att prissätta optioner i enlighet med marknaden. Under samma period prissattes även optioner med olika lösenpris med samma implicita volatilitet. Efter kraschen på aktiemarknaden oktober 1987 har dock implicita volatilitetsnivåer visat sig vara mer och mer beroende av lösenpriset för optionerna. Detta fenomen brukar ofta åskadliggöras med det så kallade volatilitetssmilet som visar att den implicita volatilitetsnivån för optioner med lågt lösenpris är betydligt högre än den för optioner med högt lösenpris. I figur 2.3a och 2.3b nedan åskådliggörs volatilitetssmilet och den sannolikhetsfördelning för aktieavakastningar som kan härledas utifrån detsamma:

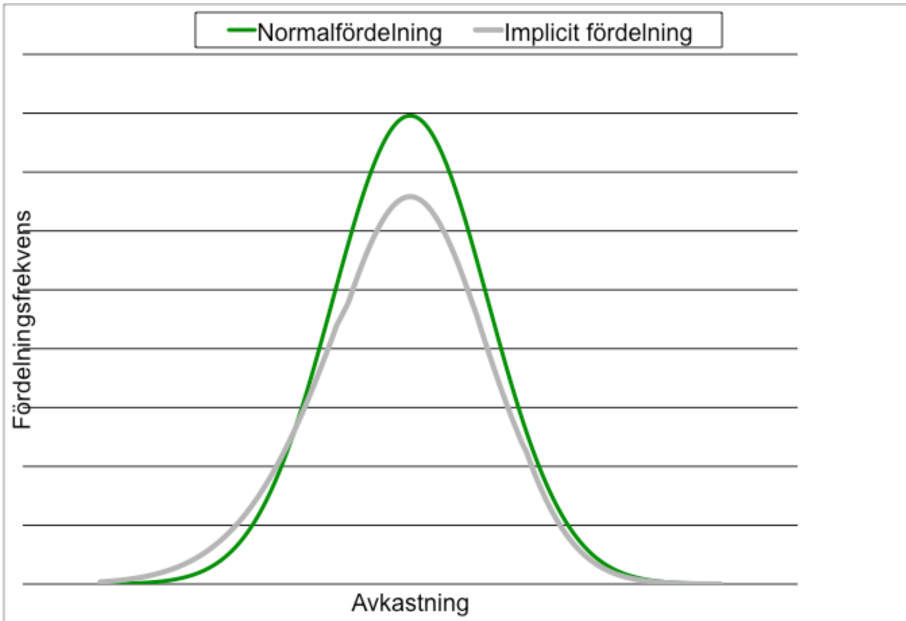


Figur 2.3a. Volatilitetssmilet grafiskt åskådliggjort. Källa: Hull 2006

Den implicita fördelningen visar att i förhållande till marknadens förväntningar så underskattas frekvensen för katastrofala utfall på grund av normalfördelningsantagandet. Den implicita fördelning som marknadsaktörer använder ligger mer i linje med den fördelning som har

8 Se bland annat Rubinstein (1985), Rubinstein (1994) samt Hull och White (1987)

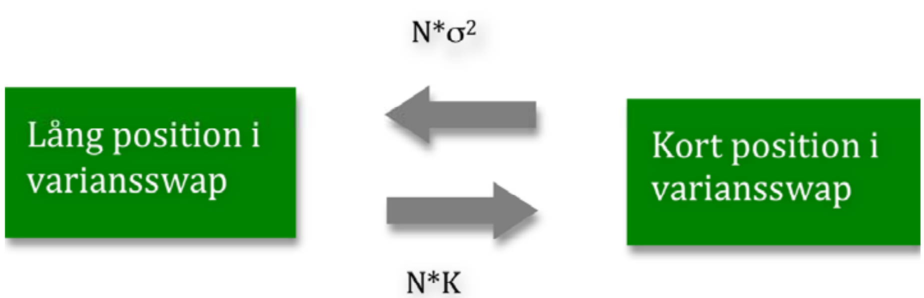
observerats i historiska avkastningar. En förklaring till att den vänstra svansen i fördelningen är fetare ligger i att när ett företags aktievärde minskar ökar samtidigt den relativa belåningen vilket gör att det blir mer riskabelt att inneha aktier i företaget vilket därmed gör att volatiliteten ökar. Detta argument visar att man kan förvänta sig att volatiliteten för aktien bör vara en minskande funktion av dess pris (Hull 2000).



Figur 2.3b. Implicit avkastningsfördelning i enlighet med volatilitetssmilet. Källa: Hull 2006

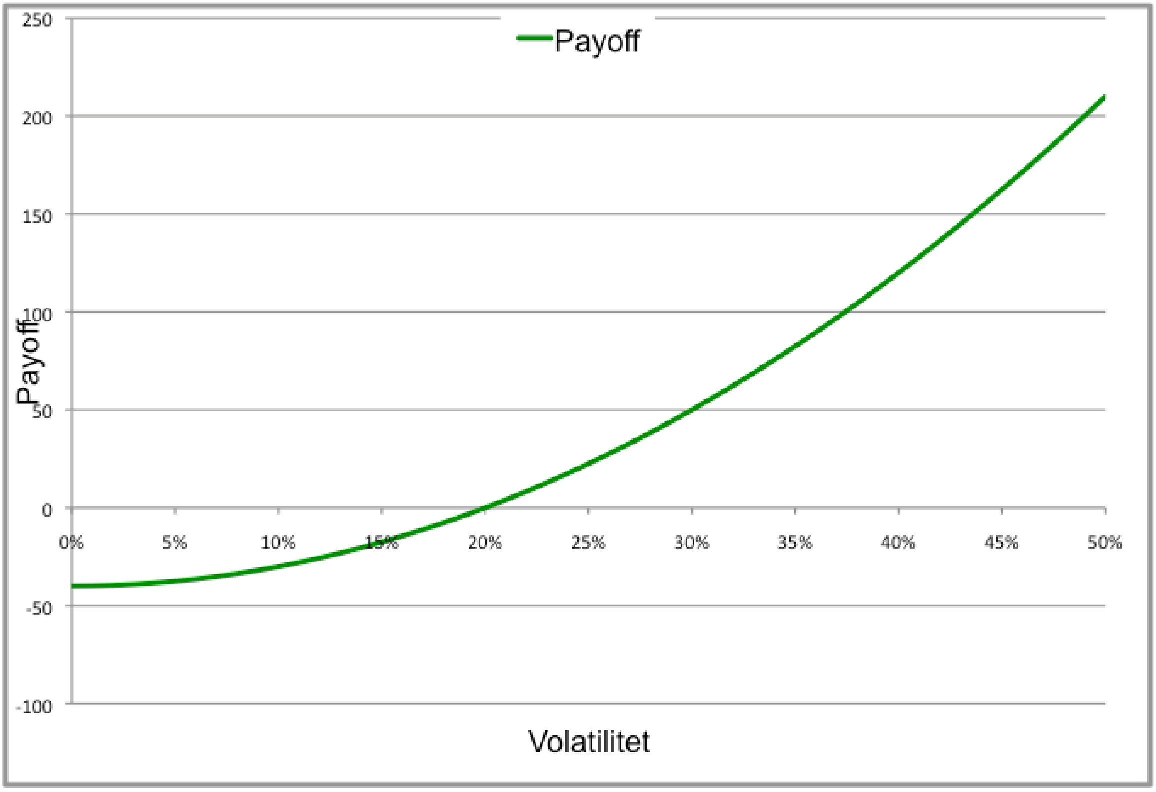
2.4 Variansswapar

Under 1990-talet dök variansswapen upp för att underlätta för investerare att få en ren volatilitetsexponering. Tidigare hade man enligt Mougeot (2005) varit tvungen att antingen köpa straddles/strangles eller att delta-hedga optioner för att få denna exponering. Variansswapen handlas på OTC-marknaden och är ett terminskontrakt som på slutdagen betalar skillnaden mellan den realiserade variansen (σ^2) för ett underliggande värdepapper och det överenskomna lösenpriset (K) multiplicerat med ett underliggande värde (N):



Figur 2.4. Betalningsflödena på slutdagen för en variansswap. Källa: Mougeot 2005

I figur 2.5 nedan presenteras avkastningen på slutdagen för en lång position i en variansswap med $K=0,2^2$ och N=$ 1000 som funktion av realiserad volatilitet:



Figur 2.5. Avkastningen på slutdagen för en variansswap med lösenpris $K=0,2^2$ och N=$1000 som funktion av realiserad volatilitet. Källa: Mougeot 2005

Per definition är lösenpriset för en variansswap den förväntade framtida realiserade variansen vilket kan approximeras med implicita volatilitetsnivåer från optionsmarknaden. Genom att sätta lösenpris till den förväntade framtida realiserade variansen kommer enligt Demeterfi et al. (1999) en variansswap alltid att vara gratis att ingå då den förväntade avkastningen för både den långa och korta positionen är noll.

KAPITEL 3 – METOD

I denna del av rapporten presenteras och diskuteras det vetenskapliga angreppsätt och den metodologi som använts för att uppfylla syftet. Inledningsvis kommer den övergripande metod som använts att presenteras. Därefter kommer den mer detaljerade och operationella metoden att presenteras. Avslutningsvis kommer en metoddiskussion att presenteras där studiens trovärdighet adresseras.

3.1 Övergripande metod – tillvägagångssätt

För att utvärdera effekten av att introducera variansswapar och säljoptioner i mängden möjliga värdepapper en investerare kan investera i skulle man kunna testa det direkt på historisk data såsom tidsserier. Av olika anledningar kommer detta inte att vara fallet i denna studie utan data kommer att utgöras av simuleringar baserade på historisk data istället. Den främsta anledningen till detta är på grund av att CVaR har valts som riskmått vilket inte möjliggör direkt skattning av riskmåttet från en enstaka historisk tidsserie. Istället krävs som nämndes i kapitel 2.2 att riskmåttet skattas utifrån en mängd simuleringar baserade på historisk data.

Efter att ha genererat de historiska simuleringarna som utgör data för studien kommer effekten på den effektiva fronten då de två derivaten introduceras att utvärderas. I figur 3.1 nedan presenteras en schematisk bild över den övergripande metoden.

Figur 3.1. Schematisk bild av den övergripande metoden.

3.2 Operationell metod – studiens genomförande

Syftet med detta kapitel är att utförligt beskriva de metoder som använts för studiens genomförande. Inledningsvis kommer en detaljerad beskrivning av hur de olika marknadsscenarion har genererats med hjälp utav simuleringen att presenteras medan den andra delen av kapitlet beskriver de metoder som använts för att utvärdera de olika portföljerna.

3.2.1 Monte Carlo Simulering

Som nämndes i kapitel 2.3.2 har avkastningen på värdepapper historiskt sett visat sig ha feta svansar och således kommer modellen som används för att simulera prisutvecklingen ta hänsyn till detta. Många studier[9] har även visat att avkastningen på obligationer och aktier historiskt sett tenderar att återgå till en långsiktig medelnivå även om de temporärt kan röra sig ifrån denna medelnivå. Följaktligen kommer simuleringsmodellen även att ta hänsyn till detta mönster. Enligt Bin (2007) blir volatiliteten för aktieprisers stokastiska natur viktigare att ta hänsyn till då man prissätter derivat som är känsliga för volatilitetsrisk såsom variansswapar. På grund av

9 Se bland annat Fama och French (1988), Poterba och Summers (1988), Barberis (2000), Wachter (2002) samt Munk, Sorensen, och Nygaart (2004)

variansswapens centrala roll i denna studie anses det inte rimligt att anta en konstant volatilitet utan volatiliteten i simuleringsmodellen kommer också den att följa en stokastisk process. Mer specifikt kommer simuleringen att bygga på följande korrelerade stokastiska differentialekvationer[10]:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^S \qquad \text{(ekvation 3.1)}$$

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma_r dW_t^B \qquad \text{(ekvation 3.2)}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V \sqrt{V_t}\, dW_t^V \qquad \text{(ekvation 3.3)}$$

$$dW_t^V dW_t^S = \rho_{VS} dt \qquad \text{(ekvation 3.4)}$$

$$dW_t^B dW_t^S = \rho_{BS} dt \qquad \text{(ekvation 3.5)}$$

där

S_t	= aktiepriset vid tiden t	
μ_t	= förväntade avkastningen för aktier vid tiden t	
V_t	= variansen för de logaritmerade aktieavkastningarna vid tiden t	
W_t^x	= korrelerade Brownianska rörelser	
a	= meanreversion parameter för korta räntan	(0,150)
b	= långsiktiga genomsnittsnivån för den korta räntan	(0,040)
σ_r	= standardavvikelsen för den korta räntan	(0,015)
κ	= meanreversion parameter för variansen	(5,000)
θ	= långsiktiga genomsnittsnivån för variansen	(0,045)
σ_V	= standardavvikelsen för variansen	(0,480)
ρ_{VS}	= korrelationen mellan aktiepriset och variansen	(-0,77)
ρ_{BS}	= korrelationen mellan aktiepriset och den korta räntan	(-0,25)

På grund av denna studies begränsade tidsramar och då tidigare studier använt samma metodik kommer inte parametrarna att skattas utan istället kommer parametrar som använts i tidigare studier att användas. Mer specifikt kommer de parametrar som användes i Martellini et al. (2005) och presenteras inom respektive parenteser ovan att användas.

Baserat på de avgränsningar som presenterades i kapitel 1.4 bör det nämnas att samtliga av dessa parametrar har skattats utifrån historisk data från de finansiella marknaderna i USA. [11]

10 För mer information om Heston- och Vasicekmodellen hänvisas läsaren till Appendix 1 och Appendix 2.

11 För mer information om hur parametrarna skattats hänvisas läsaren till Ait-Sahalia och Kimmel (2004), Munk, Sorensen, och Nygaart (2004) samt Brennan och Xia (2002)

För att generera simuleringarna för de givna modellerna och parametrarna kommer processerna ovan diskretiseras. Det finns huvudsakligen två metoder för att tidsdiskretisera stokastiska differentialekvationer. I denna studie kommer Milsteins schema[12] att föredras och användas framför Eulers. För det första är konvergenshastigheten för Milsteins schema högre men enligt Martellini et al. (2005) kan framför allt negativa värden för variansen uppstå då man tidsdiskretiserar den stokastiska volatilitetsmodellen (se ekvation 3.3 ovan) utifrån Eulers schema. Då volatiliteten i period t+1 är beroende av roten ur variansen från period t kollapsar modellen matematiskt så fort variansen antar ett negativt värde.

Varje simulering av aktiepriset (se ekvation 3.1), den korta räntan (se ekvation 3.2) och volatiliteten (se ekvation 3.3) kommer att göras för en period på 10 år. Diskretiseringen kommer att göras på daglig basis där man precis som i Hull (2006) antagit att det är 252 handelsdagar per år. Följaktligen kommer varje simulering för de tre variablerna innefatta 2520 tidsdiskreta värden per variabel. I enlighet med simuleringsmodellen i Martellini et al. (2005) kommer denna procedur att upprepas 2500 gånger för att generera en datamängd som är tillräckligt stor för att genomföra statistisk inferens på. Med andra ord kommer populationen att utgöras av 2500 individuella simuleringar och empiriska tidsserier för den korta räntan, aktiepriset och volatiliteten. Med hjälp av denna datamängd kan därefter utvecklingen för obligationspriset, variansswapen och säljoptionen för varje simulering härledas med de explicita formler som presenteras i Appendix 2 samt i kapitel 2.4 och 2.3.1 respektive.

3.2.2 Utvärdering av portföljerna

Efter att datamängden med de tre variablerna har genererats kommer utvecklingen för de olika portföljerna att utvärderas. För att utnyttja den negativa korrelationen mellan aktiemarknaden och variansswapspositionen kommer denna position att rullas på 3-månaders basis. På samma sätt kommer även löptiden för säljoptionerna att vara 3 månader. Man kan då förvänta sig att de 3-månaders perioder som aktiemarknaden faller generellt kommer att innebära att både variansswapen och säljoptionen genererar positiva avkastningar. På samma sätt kommer motsatsen att gälla då aktiemarknaden stiger. Vad gäller lösenpriserna kommer den för säljoptionen att sättas till 97% av aktiepriset då optionen köps och på motsvarande vis till den implicita variansnivån från den stokastiska volatilitetsmodellen för variansswapen då denna position ingås. Vad gäller lösenpris för säljoptionen har två faktorer beaktats. Dels vill man inte sätta lösenpriset för högt då detta kommer att leda till ett högre optionspris vilket minskar den mängd aktieexponering man kan täcka med optionerna för en given hedgingkostnad. Samtidigt vill man inte sätta det för lågt då prissättningen i Black-Scholes modellen blir mindre konsekvent med observerade marknadspriser. Effekten av det så kallade volatilitetssmilet som diskuterades i kapitel 2.3.2 är mindre ju närmare lösenpriset ligger aktiepriset då man köper optionen. Eftersom simuleringen inte tar hänsyn till volatilitetssmilet har därför lösenpriset sats så nära aktiepriset som ansetts vara rimligt.

---

12 För mer infomatiom om Milsteins schema och dess fördelar jämfört med Eulers schema hänvisas läsaren till Giles (2006) där en genomgående beskrivning görs av de båda metoderna.

För att göra simuleringarna mindre statiska och mer konsekventa med en tänkt verklig portfölj kommer portföljen omallokeras i samband med att nya derivatpositioner ingås så att exponeringen mot de olika tillgångsklasserna är ungefär de samma under hela 10-årsperioden. Om till exempel aktiemarknaden faller kraftigt i början av 10-årsperioden kommer aktieexponeringen bli mycket lägre i slutet av 10-årsperioden. Detta undviks genom att efter varje 3-månadersperiod omallokera portföljen så att exponeringen är den samma som då portföljen ursprungligen införskaffades. Både aktiepriset, obligationspriser samt portföljvärdet kommer att antas vara \$ 100 vid tiden t=0. De tre portföljer som kommer att jämföras är den traditionella portföljen med 50% aktier och 50% obligationer (portfölj A), portföljen med variansswapar samt 50% aktier och 50% obligationer (portfölj B) och portföljen med 50% obligationer samt 50% aktieexponering i form av både aktier och säljoptioner (portfölj C). Att portföljen med variansswapar kan ha 50% aktieexponering beror på att variansswaparna är gratis att ingå och således inte binder upp något kapital.[13] På samma sätt kommer den direkta aktieexponeringen i portföljen med säljoptioner att vara mindre än 50% då delar av den total aktieexponeringen kommer att utgöras av säljoptioner som binder kapital i enlighet med Black-Scholes modellen. Nedan presenteras de antal obligationer, aktier, variansswapar samt säljoptioner som respektive portfölj kommer att inneha initialt och direkt efter en omallokering. För en mer ingående beskrivning av hur portföljvärdet beräknats vid olika tidpunkter hänvisas läsaren till Appendix 3.

<u>Portfölj A och portfölj B:</u>

$$\# aktier_t = \frac{port_t}{2} / S_t \qquad \text{(ekvation 3.6)}$$

$$\# obligationer_t = \frac{port_t}{2} / B_t \qquad \text{(ekvation 3.7)}$$

där

$port_t$ = portföljens värde vid tiden t

B_t = obligationspriset vid tiden t

<u>Portfölj C:</u>

$$\# aktier_t = \frac{port_t}{2} / (y * BS_t + S_t), \qquad \text{(ekvation 3.8)}$$

$$\# säljoptioner_t = \# aktier_t * y \qquad \text{(ekvation 3.9)}$$

13 När man ingår derivatkontrakt på OTC-marknaden krävs enligt Hull (2006) att man sätter in en så kallad *initial margin* hos sin broker för att minska kreditrisken. Vad gäller variansswapar krävs ofta en *initial margin* på runt 20% av underliggande värde för hedgefonder och liknande aktörer. För institutionella investerare krävs dock ingen *initial margin* och således antas kapitalbindningen för variansswapen i denna studien vara 0.

$$\#obligationer_t = \frac{port_t}{2} / B_t \qquad \text{(ekvation 3.10)}$$

där

y = hur stor del av aktieexponeringen som är täckt av säljoptionen

BS_t = Black-Scholes priset för en säljoptionen vid tiden t

För att jämföra de olika portföljerna och härleda de effektiva fronterna givet olika proportioner av derivatexponering (definierat som x för portfölj B och y för portfölj C) måste den förväntade avkastningen och risken beräknas för respektive portfölj. Genomsnittsavkastningen kommer för vare portfölj att beräknas med hjälp av följande formel:

$$E[R] = \frac{1}{2500} \sum_{i=1}^{2500} \frac{port_{T,i}}{100} - 1 \qquad \text{(ekvation 3.11)}$$

där

$port_{T,i}$ = portföljvärdet vid t=10 för simulering nummer i

10 olika varianter av portfölj B och portfölj C, med olika värden på x och y, kommer att beräknas för varje simulering. I portfölj B kommer variansswapexponeringen (x) att utgöra mellan 1-10 % av aktieexponeringen medans motsvarande intervall för portfölj C med säljoptioner är 10-100% (y). Anledningen till att just dessa nivåer på x och y har valts är på grund av rekommendation från en marknadsaktör på OTC-marknaden som krävt anonymitet.

I denna studie har CVaR valts som riskmått. Den främsta anledningen till detta är på grund av att det är mer konsekvent med det fokus som institutionella investerare lägger på extrem riskkontroll. Genom att använda CvaR som riskmått istället för det traditionella riskmåttet varians tar man även hänsyn till de feta svansar som observerats i sannolikhetsfördelningen för avkastningen på värdepapper. Olszewski (2005) visade också att portföljoptimering med CVaR som riskmått genererade effektivare porföljer bland hedgefonder än traditionell portföljoptimering med varians som riskmått. Enligt Rockafellar och Uryasev (2000) leder optimering under VaR, CVaR och varians som riskmått till identiska lösningar om avkastningar är normalfördelade. Då fördelningen blir fetare i svansarna bör dock fokus läggas på riskmått som tar hänsyn till detta. Även om VaR också tar hänsyn till de feta svansarna föredras CVaR då det enligt Martellini et al. (2005) är mer konsekvent med institutionella investerares preferenser. Huvudanledningen till detta är för att CVaR tar hänsyn till storleken på förlusterna då VaR-nivån överskrids. Till skillnad från CVaR säger inte VaR-måttet någonting om hur fördelningen eller de förväntade förlusterna ser ut i den vänstra svansen. CVaR kommer att beräknas på 95% konfidensnivå delvis på grund av att denna konfidensnivå användes i Martellini et al. (2005) men även då detta är en vanlig konfidensnivå som används internt bland marknadsaktörer. Nedan beskrivs den formel som använts för att beräkna CVaR för respektive portfölj:

$$CVaR_{95\%} = \frac{\frac{1}{125}\sum_{i=1}^{125} port_{T,i:2500}}{100} - 100\% \qquad \text{(ekvation 3.12)}$$

där

$port_{T,i:2500}$ = portföljvärdet efter vid t=10 år för det i:te lägsta simuleringsvärdet

För att kunna analysera effekten av de olika proportionerna av variansswapar och säljoptioner som använts i portföljerna kommer den effektiva fronten att härledas med hjälp av de avkastnings och riskkombinationer som simulerats fram för varje portfölj och proportion av derivat (värden på x och y). Därefter kommer den effektiva fronten för de två portföljerna med derivat kunna jämföras dels med varandra men framförallt med portfölj A, det vill säga den ursprungliga portföljen med enbart aktier och obligationer.

3.3 Metoddiskussion

Den viktigaste frågeställningen som författarna har ställts inför efter att den övergripande metoden fastställdes är hur effekten av att introducera de två derivaten bör utvärderas. Antingen kan effekten testas direkt baserat på historisk data såsom tidsserier eller som blev fallet i denna studie, på simuleringar baserade på historisk data. Anledningen till detta är på grund av det riskmått som valt. För att kunna skatta ett värde på CVaR räcker det inte med en enstaka tidsserie utan det krävs att man skapar en fördelning av tänkta tidsserier som i detta fall skapades med hjälp utav Monte Carlo simuleringar. Ett alternativ till detta hade kunnat vara att använda sig utav standardavvikelse som riskmått varvid en enstaka tidsserie hade kunnat användas. I industrin används dock nästan uteslutande CVaR och VaR som riskmått framför standardavvikelse på grund av dess fokus på extrem riskkontroll. Vidare tar CVaR hänsyn till de feta svansar som observerats i historiska avkastningar och har genererat effektivare portföljer än standardavvikelse vid portföljoptimeringar. På grund av riskmåttets centrala roll i denna studie har det CVaR valts trots att det innebär att studien måste baseras på simulerade värden vilket kan medföra potentiella trovärdighetsproblem. Att använda standardavvikelse hade medfört stora problem vad gäller studiens validitet då detta riskmått inte tillämpas bland institutionella investerare som spelar en central roll i studien. Uppsatsens trovärdighet ökar dock av att en liknande metod använts tidigare i Martellini et al. (2005). I den studien tillämpades en identisk simuleringsmodell vilken baserades på välrenommerade akademiska källor. Då tidigare studier har använt samma modell på grund av samma resonemang kring riskmått anses den metod som valts mest lämpad för att besvara denna studies frågeställning och uppfylla syftet på ett trovärdigt sätt.

En annan viktig frågeställning som bör diskuteras är huruvida metoden tar hänsyn till effekten av volatilitetssmilet som presenterades i kapitel 2.3.2. Att använda sig av en simuleringsmodell som inkorporerar volatilitetssmilet anses vara för komplext och tidskrävande inom ramarna för denna uppsats. Detsamma gäller användandet av någon av de utvecklingar av Black-Scholes modellen som tar hänsyn till volatilitetssmilet. Således uppstår en potentiell brist i studiens trovärdighet. För att minimera effekten av volatilitetssmilet och dess påverkan på studiens trovärdighet har dock lösenpriset vid prissättning av säljoptionen satts så nära aktiepriset som möjligt. Det anses vara det bästa sättet att inom ramarna för denna studie ta hänsyn till volatilitetssmilet påverkan.

KAPITEL 4 – RESULTAT OCH ANALYS

I denna del av rapporten presenteras och analyseras resultatet av studien. Initialt kommer resultatet från simuleringarna av portfölj A utan finansiella derivat att presenteras. Därefter presenteras resultatet för portfölj B med variansswapar och portfölj C med säljoptioner.

4.1 Resultat för portfölj A

Baserat på den simuleringsmodell som presenterades i kapitel 3 har en mängd scenarion genererats för de 21 olika portföljerna. Mer specifikt har 2500 scenarion för en 10-årsperiod (t=10) genererats för dels portfölj A som inte involverade några finansiella derivat samt för portfölj B och portfölj C som respektive innehöll variansswapar och säljoptioner. Vad gäller portfölj B och portfölj C har scenarion för 10 olika varianter genererats baserat på olika exponering mot de respektive derivaten. Precis som nämndes i kapitel 3.2.2 har exponeringen mot variansswapar (x) i portfölj B varierat mellan 1-10% utav aktieexponeringen. På samma sätt har den del av aktieexponeringen som varit täckt av säljoptioner (y) i portfölj C varierat mellan 10-100%. I tabell 4.1 nedan presenteras den genomsnittliga avkastning och risk som de 2500 simuleringarna gett för portfölj A.

Portfölj, t=10	171,37
95% CVaR, t=10	-19,98%
Avkastning/risk	3,57

Tabell 4.1. Avkastnings- och riskkaraktäristik för portfölj A.

I enlighet med tabell 4.1 ovan så är det genomsnittliga värdet för portfölj A efter 10 år 171,37. Då startvärdet för portföljen var 100 innebär detta att portföljen med 50% obligationer och 50% aktier i genomsnitt genererade 71,37% avkastning över 10-årsperioden som simulerades. Vad gäller risken för denna portfölj har den i simuleringsmodellen skattats till ett CVaR-värde på -19,98% på 95% konfidensnivå och för en 10-årsperiod. Detta kan tolkas som att den genomsnittliga avkastningen för portföljen i de 5% sämsta fallen över en 10-årsperiod är -19,98%. Eftersom 2500 simuleringar genererades innebär det följaktligen att portföljen i de 125 sämsta simuleringarna i genomsnitt var värd cirka 80 dollar efter 10 år. För att kunna göra jämförelser mellan porföljer som har olika risk presenteras kvoten mellan avkastning och risk. För portfölj A är denna kvot 3,57 som ses i tabell 4.1 ovan. Detta innebär att man för varje procent risk i form av CVaR man tar på sig kommer den förväntade avkastningen att vara 3,57% för 10-årsperioden.

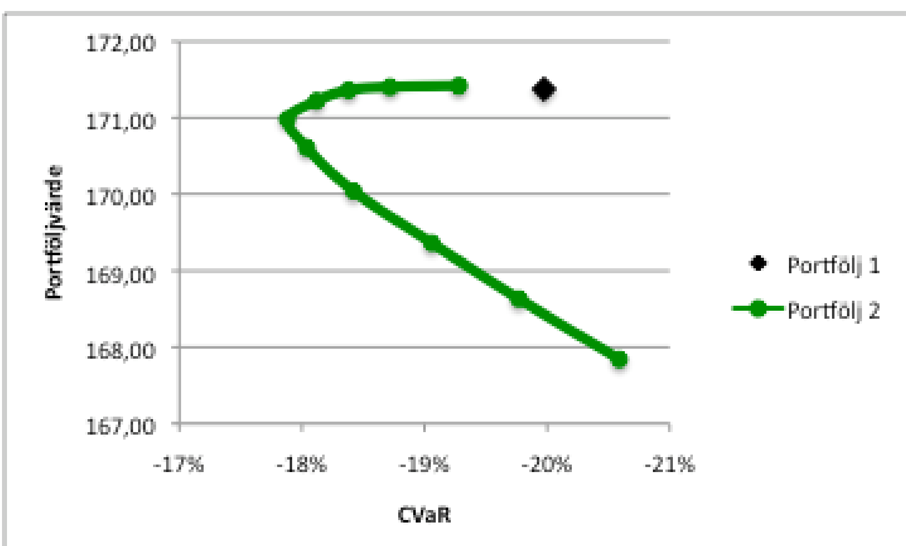
4.2 Resultat för portfölj B

Genom att lägga till olika proportioner av variansswapar i portfölj A kommer både den förväntade avkastningen och risken att förändras. I tabell 4.2 nedan presenteras den genomsnittliga avkastning och risk (precis som ovan för 10-årsperioden där t=10) som genererats med hjälp av simuleringarna för de 10 portföljer som innehåller variansswapar.

x	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
Portfölj, t=10	171,42	171,40	171,36	171,22	170,98	170,61	170,04	169,36	168,63	167,84
95% CVaR, t=10	-19,28%	-18,72%	-18,38%	-18,12%	-17,88%	-18,04%	-18,42%	-19,06%	-19,77%	-20,59%
Avkastning/risk	3,70	3,81	3,88	3,93	3,97	3,91	3,80	3,64	3,47	3,29

Tabell 4.2. Avkastnings- och riskkaraktäristik för portfölj B med olika exponering mot variansswapar (x).

Värdena i tabellen kan tolkas på samma sätt som ovan. Man kan se att redan vid 1% exponering mot variansswapar förbättras både den genomsnittliga avkastningen som i detta fall är 71,42% och risken som med samma mått som ovan minskar till -19,28%. Man ser dock att den genomsnittliga avkastningen avtar och redan vid en variansswapexponering på 3% så är den genomsnittliga avkastningen högre för portfölj A. Samtidigt minskar risken för portfölj B då man ökar variansswapexponeringen till 5% för att därefter öka om lägger till ytterligare exponering. Det krävs dock en variansswapexponering på 10% för att risken i portfölj B skall vara högre än risken för portfölj A. Medan portfölj B med 10% exponering är direkt sämre än portfölj A med både sämre genomsnittliga avkastning och högre risk så gäller motsatsen för de portföljer med 1% respektive 2% exponering. För övriga portföljer däremellan gäller att både den genomsnittliga avkastningen och risken är lägre. Med undantag för portföljerna med 9% och 10% exponering gäller dock att avkastning/risk-kvoten är bättre än för portfölj A. Man kan således konstatera att man får en viss diversifierande effekt på aktie och obligationsportföljen genom att lägga till en viss grad av exponering mot variansswapar. Samtidigt kan man konstatera att exponeringen i ett avkastnings/risk-perspektiv blir för stor efterhand och att man därför inte bör ha en överdrivet stor exponering mot variansswapen i sin aktie och obligationsportfölj. I figur 4.3 nedan presenteras avkastnings- och riskkaraktäristiken för portfölj A samt de 10 varianterna av portfölj B. Man ser tydligt i grafen hur man initialt får en diversifierande effekt som snabbt avtar då exponeringen mot variansswapen blir för stor.



Figur 4.3. Avkastnings och riskkombinationer för portfölj B med olika exponering mot variansswapar (x).

Om man vill optimera avkastning/risk-kvoten bör man enligt tabell 4.2 ha en variansswapexponering på motsvarande 5% utav aktieexponeringen. Genom att göra detta kan man förbättra avkastning/risk-kvoten från 3,57 till 3,97. Även om detta ser ut att vara ett enkelt sätt man kan konstruera en bättre portfölj på bör man notera att det inte rör sig om några extraordinära effekter och även att man i detta fall bortser från transaktionskostnader, administrationskostnader med mera som gör att det i slutändan kanske inte gör denna portfölj så mycket mera attraktiv.

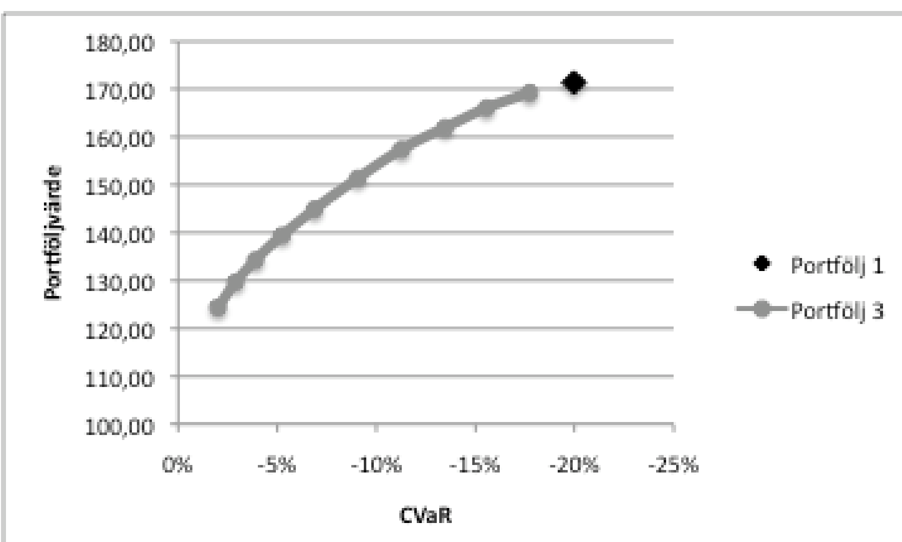
4.2 Resultat för portfölj C

Avslutningsvis kommer nu resultaten för portfölj C med säljoptionsexponering att presenteras. Även här simulerades värden för 10 olika varianter av portföljen med säljoptionsexponering (y) som täckte mellan 10% och 100% av aktieexponeringen. I tabell 4.4 nedan presenteras avkastnings- och riskkaraktäristiken för de 10 olika varianterna (återigen för 10-årsperioden där t=10).

y	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	100%
Portfölj, t=10	169,24	166,11	161,97	157,42	151,38	144,89	139,43	134,25	129,67	124,38
95% CVaR, t=10	-17,73%	-15,56%	-13,48%	-11,27%	-9,06%	-6,89%	-5,24%	-3,91%	-2,90%	-2,01%
Avkastning/risk	3,91	4,25	4,60	5,09	5,67	6,52	7,52	8,76	10,22	12,11

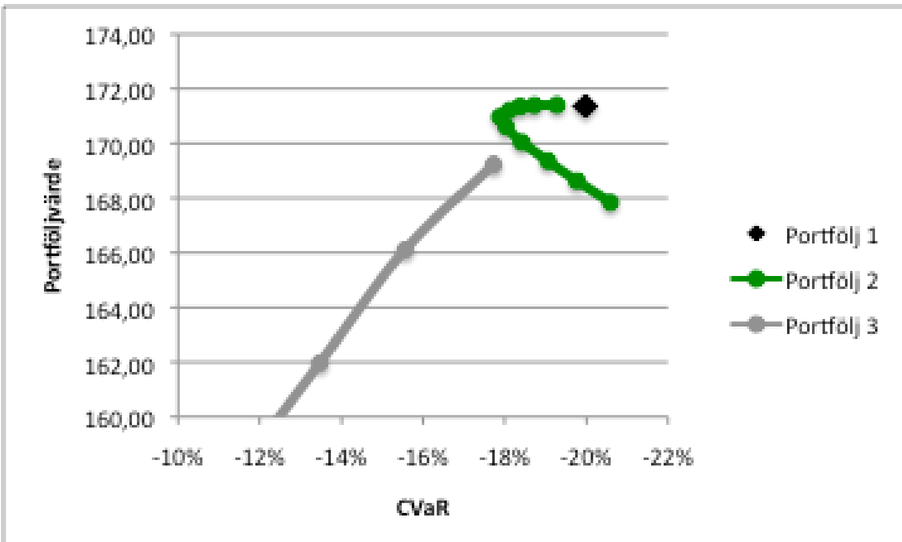
Tabell 4.4. Avkastnings- och riskkaraktäristik för portfölj C med olika exponering mot säljoptioner (y).

Man kan direkt se att både den genomsnittliga avkastningen och risken för samtliga portföljer understiger den avkastning och risk som presenterades för portfölj A ovan. Samtidigt kan man även notera att både den genomsnittliga avkastningen och risken minskar då man ökar den del av aktieexponeringen som är täckt av säljoptioner vilket inte är speciellt förvånande. Man kan dock även notera att avkastnings/risk-kvoten förbättras avsevärt då man stegvis ökar antalet säljoptioner i portföljen. I figur 4.5 nedan ser man tydligt hur både avkastningen och risken avtar då andelen aktier som är täckta av säljoptioner (y) ökar.



Figur 4.5. Avkastnings och riskkombinationer för portfölj C med olika exponering mot säljoptioner (y).

Mönstret i figur 4.5 skiljer sig tydligt från det mönster som presenterades för variansswaparna. Till skillnad från då man introducerade variansswapar i ökande proportioner i portfölj A så får men då man introducerar säljoptioner i portföljen en konsekvent minskande risk. Man kan även notera att risken för den mest riskabla varianten av portfölj C (y=10%) är mindre än risken för den minst riskabla varianten av portfölj C (x=5%). Samtidigt minskar den genomsnittliga avkastningen mycket snabbare för portfölj C än för portfölj B. För de varianter av portfölj B som har 8% eller mindre variansswapexponering är den genomsnittliga avkastningen högre än för samtliga varianter av portfölj C. I figur 4.6 nedan presenteras avkastnings och riskkombinationer för delar av portföljerna 1-3 och man ser tydligt det mönster som beskrevs ovan.



Figur 4.6. Avkastnings och riskkombinationer för delar av portföljerna 1-3.

KAPITEL 5 – SLUTSATSER

Huvudfrågeställningen i denna studie har varit vad effekten på en diversifierad aktie- och obligationsportfölj blir då man lägger till olika proportioner med variansswapar och säljoptioner.

- *Vad blir effekten på avkastningen och risken för en aktie- och obligationsportfölj när man lägger till olika proportioner med variansswapar respektive säljoptioner?*

Till att börja med kan man konstatera att både säljoptioner och variansswapar i rätt proportioner kan minska risken för den diversifierade portföljen. Redan genom att täcka aktieexponeringen med 10 % säljoptioner eller 1% variansswapar minskar portföljrisken mätt som CVaR. Man kan också notera att risken konsekvent minskar för portföljen då man med hjälp av säljoptioner täcker ytterligare delar av aktieexponeringen ända upp till 100 %. Från ett CVaR på nästan -20 % för aktie- och obligationsportföljen kan man genom att täcka hela aktieexponeringen med säljoptioner få ner CVaR till cirka -2 %. Detta innebär att man i de 5% värsta scenariona för denna portfölj i genomsnitt kan räkna med att gå nästan break-even på sin investering.

Även om man kan minska portföljrisken med variansswapar är effekten inte i närheten densamma som den man får genom säljoptionerna. Dessutom minskar risken bara upp till en variansswapexponering på 5 %. Därefter ökar risken för portföljen igen för att vid en exponering på 10 % vara högre än för aktie- och obligationsportföljen. Om man bara har för avsikt att minska risken för sin portfölj bör man således i första hand använda sig utav säljoptioner och i andra hand bör man täcka sin aktieexponering med 5 % variansswapar.

Den kraftigt minskade risken för portföljerna med säljoptioner i kommer dock inte gratis utan på bekostnad av en betydligt lägre avkastning. Förhållandet mellan avkastning och risk för de 10 portföljerna med säljoptioner i är näst intill linjärt och man kan notera att då man täcker hela sin aktieexponering med säljoptioner kommer den genomsnittliga avkastningen minska från cirka 71 % till 24 %. På motsvarande sätt kan man notera att portföljerna med variansswapar har en betydligt högre genomsnittlig avkastning än portföljerna med säljoptioner i. En intressant slutsats är att då man introducerar små mängder (motsvarande upp till 2% av aktieexponeringen) variansswapar i aktie- och obligationsportföljen kommer inte bara risken minska utan man får även en högre genomsnittliga avkastning för dessa portföljer. Om man därefter fortsätter öka exponeringen upp till 5 % kommer risken som nämndes ovan att minska samtidigt som den genomsnittliga avkastningen också den minskar. Om man skulle öka exponeringen ytterligare kommer den genomsnittliga avkastningen att minska samtidigt som risken ökar.

För att sammanfatta kan man säga att den investerare som huvudsakligen har för avsikt att minska risken i sin portfölj bör täcka en betydande mängd av sin aktieexponering med säljoptioner. Detta kommer dock ske på bekostnad av en betydligt lägre förväntad avkastning för investerare. Om investeraren å andra sidan är nöjd med risknivån i sin portfölj bör denne täcka en betydande del av sin aktieexponering med variansswapar då detta har en tydligt diversifierande effekt på aktie- och obligationsportföljen. Investeraren bör dock undvika att ha en för hög exponering mot variansswapar då den diversifierande effekten efterhand försvinner. Det är dock viktigt att man beaktar de avgränsningar som gjorts i denna studie i samband med slutsatserna. Till att börja med kan nämnas att det resultat och de slutsatser som kan dras utifrån det sannolikt inte hade skiljt sig avsevärt om motsvarande studie hade genomförts på någon annan utvecklade finansiell marknad. Således bör man teoretiskt sätt inte bara på de amerikanska finansiella marknaderna bygga en effektivare portfölj genom att introducera variansswapar utan även på exempelvis europeiska eller vissa utvecklade asiatiska marknader. Det är dock viktigt att fundera över vilken tillämpbarhet som strategin har i verkligheten. I avgränsningarna nämndes att ingen hänsyn har tagits till transaktionskostnader, administrationskostnader med mera. Trots den tydligt diversifierande effekten man kan få genom att introducera en begränsad mängd variansswapar i en aktie- och obligationsportfölj bör det därför ifrågasättas huruvida denna positiva effekt kvarstår efter att hänsyn tagits till ovanstående kostnader och andra marknadsbrister.

REFERENSER

Ait-Sahalia, Y., Kimmel, R. 2004: **Maximum Likelihood Estimation of Stochastic Volatility Models**, *Working Paper*, Princeton University.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. 1999: *Coherent measures of risk,* Math Finance, pp. 203-228.

Barberis, N. 2000: **Investing for the Long Run when Returns are Predictable**, *Journal of Finance*, 55:1, pp. 225-264.

Bodie, Kane, Marcus, 2005: *Investments*, 6th edition, McGraw-Hill, NewYork.

Brennan, M.J., Xia, Y. 2002: **Dynamic Asset Allocation under Inflation**, *Journal of Finance*, 57, pp. 1201-1238.

Chen, B. 2007: **Calibration of the Heston Model with Application in Derivative Pricing and Hedging**, *Working paper*.

Demeterfi, K., Derman, E., Kamal, M., Zou, J. 1999: *More Than You Ever Wanted To Know About Volatility Swaps*, Quantitative Strategies Research Notes, Goldman Sachs.

Economist, 2008: **Buttonwood│All bets are off**, *The Economist*, 20081101, Vol. 389, Issue 8604.

Fama, E., French, K. 1988: **Dividend Yields and Expected Stock Returns**, *Journal of Financial Economics*.

Financial Times webplats[1] – "*Change from equities to alternatives in search of shelter*" http://www.ft.com/cms/s/366db9ca-917b-11dd-b5cd-0000779fd18c,Authorised=false.html?_i_location=http%3A%2F%2Fwww.ft.com%2Fcms%2Fs%2F0%2F366db9ca-917b-11dd-b5cd-0000779fd18c.html&_i_referer=http%3A%2F%2Fsearch.ft.com%2Fsearch%3FqueryText%3Dalternative%2Binvestments%26x%3D0%26y%3D0%26aje%3Dtrue%26dse%3D%26dsz%3D , 8 November 2008.

Financial Times webplats[2] – "*Alternative investment offers diversification*" http://search.ft.com/iai?referer=http%3A%2F%2Fsearch.ft.com%2Fsearch%3FqueryText%3Dalternative%2Binvestments%26x%3D0%26y%3D0%26aje%3Dtrue%26dse%3D%26dsz%3D&queryText=alternative+investments&y=0&location=http%3A%2F%2Fsearch.ft.com%2FftArticle%3FqueryText%3Dalternative%2Binvestments%26y%3D0%26aje%3Dtrue%26x%3D0%26id%3D071201000379%26ct%3D0&aje=true&ct=0&id=071201000379&x=0, 8 November 2008.

Giles, Michael, 2006: **Improved multilevel Monte Carlo convergence using the Milstein scheme**, *Working paper*.

Goorbergh, Vlaar 1999: *Value-at-Risk Analysis of Stock Returns Historical Simulation*, Variance Techniques or Tail Index Estimation?

Heston, S. 1993: *A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility, with Applications to Bond and Currency Options*, Review of Financial Studies, 6, pp. 327-343.

Hull, J.C. 2006: *Options, Futures, and Other Derivatives*, 6th edition, Pearson Prentice Hall, New Jersey.

Hull, J., White, A. 1987: **The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatility**, *Journal of Finance*, 42, pp. 281-300.

Marketwatch's webplats – "*World Equity Markets Suffer Worst-Ever Month; October Loss Estimated at $5.8 Trillion*" http://www.marketwatch.com/news/story/World-Equity-Markets-Suffer-Worst/story.aspx?guid=%7B5164E45D-9CAB-477F-80F1-8B01BD2D60FB%7D, 8 November 2008.

Martellini, L., Simsek, K., Goltz, F. 2005: *Structured Forms of Investment Strategies in Institutional Investors' Portfolios - Benefits of Dynamic Asset Allocation Through Buy-and-Hold Investment in Derivatives*, Edhec Risk and Asset Management Research Centre.

Mougeot, N. 2005: *Volatility Investing Handbook*, BNP Paribas Equities & Derivatives Research, Paris.

Munk, C., Sorensen, C., Nygaart, T. 2004: **Dynamic Asset Allocation under Mean-reverting Returns, Stochastic Interest Rates and Inflation Uncertainty**, *International Review of Economics & Finance*, 13, 2, pp. 141-166.

Olszewski, Y. 2005: **Building a Better Fund of Hedge Funds: A Fractal and α - Stable Distribution Approach**, *Working Paper*, Draft #4.

Poterba, S., Summers, L. 1988: **Mean Reversion in Stock Returns: Evidence and Implications**, *Journal of Financial Economics*.

Rockafellar, R.T., Uryasev, S. 2000: **Optimization of Conditional Value-At-Risk**, *The Journal of Risk*, 2, 3, pp. 21-41.

Rubinstein, M. 1985: **Non-Parametric Tests of Alternative Option Pricing Models Using all Reported Trades and Quotes on the 30 Most Active CBOE Option Classes from August 23, 1976 Trough August 31, 1978**, *Journal of Finance*, 40, pp 455-480.

Rubinstein, M. 1994: **Implied Binomial Trees**, *Journal of Finance*, 49, pp. 771-818.

Wachter, J.A. 2002: **Portfolio and Consumption Decisions under Mean Reverting Returns: An Exact Solution for Complete Markets**, *Journal of Financial Economics*.

Vasicek, O. 1977: **An Equilibrium Characterization of the Term Structure**, *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177-188.

Zhu, J. A. 2008: **Simple and Exact Simulation Approach to Heston Model**, *Working paper*.

APPENDIX 1 - HESTONMODELLEN

För att förklara de observationer som presenterades i kapitel 2.3.2 föreslog Heston (1993) nedanstående stokastiska volatilitetsmodell där negativ korrelation föreligger mellan aktieavkastning och dess volatilitet. Enligt Zhu (2008) är Hestons modell den mest framgångsrika när det kommer till att fånga effekten av volatilitetssmilet och fylla gapet från Black-Scholes antagande om konstant volatilitet.

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu_t dt + \sqrt{V_t}\, dW_t^S \qquad \text{(ekvation A1.1)}$$

$$dV_t = \kappa(\theta - V_t)dt + \sigma_V \sqrt{V_t}\, dW_t^V \qquad \text{(ekvation A1.2)}$$

$$dW_t^V dW_t^S = \rho_{VS} dt \qquad \text{(ekvation A1.3)}$$

I modellen är dW_t en vanlig Wienerprocess och V_t är variansen för aktieavkastningarna vid tiden t och S_t är aktiepriset vid tiden t. μ_t är aktieprisprocessens driftparameter som avgör hur mycket den förväntade avkastnigen för aktien är vid tiden t. Parametern θ är den lånsiktiga genomsnittsnivån för variansen medan κ är den så kallade ”mean reversion” parametern som bestämmer hur snabbt variansen återgår till sitt långsiktiga medel. Om variansen är högre än sitt långsiktiga medel kommer modellens drift bli negativt och vice versa. σ_V är standardavvikelsen för variansnivån. I Hestons (1993) modell fångas den negativa korrelationen mellan aktieavkastning och dess volatilitet med hjälp av ekvation A1.3 ovan där korrelationsparametern är negativ.

Antar man som i Martellini et al. (2005) att marknadspriset för aktie- och obligationsrisk är konstant kommer den förväntade överavkastningen för aktieindexet vara en process som återgår till sitt medel då det är en linjär funktion av volatilitetsprocessen som antas återgå till sitt medel:

$$\mu_t = r_t + \sqrt{V_t}\left(\lambda_s - \frac{1-e^{a(T-t)}}{a}\sigma_r \rho \lambda_B\right) \qquad \text{(ekvation A1.4)}$$

λ_S	= riskpremien för aktierisk	(0,3430)
λ_B	= riskpremien för ränterisk	(-0,207)
ρ	= korrelationen mellan drifttermen och aktieavkastningen	(-0,770)

Precis som i kapitel 3.2.1 hänvisar siffrorna inom parantes till de skattningar som använts i denna studie och som är i enlighet med Martellini et al. (2005).

APPENDIX 2 - VASICEKMODELLEN

En av de första stokastiska modellerna för den korta räntan utvecklades av Vasicek (1977). Modellen antar att den korta räntan följer nedanstående stokastiska process:

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma_r dW_t^B \qquad \text{(ekvation A2.1)}$$

I modellen är dW_t en vanlig Wienerprocess och r_t är räntenivån vid tiden t. Parametern b är den långsiktiga genomsnittsnivån för den korta räntan medan a är den så kallade ”mean reversion” parametern som bestämmer hur snabbt räntan återgår till sitt långsiktiga medel. Om räntan är högre än sitt långsiktiga medel kommer modellens drift bli negativt och vice versa. σ_r är standardavvikelsen för den korta räntenivån. Nackdelen med Vasiceks modell är att den korta räntan enligt Hull (2006) kan bli negativ. Med en tillräckligt hög mean reversion parameter är detta dock inte speciellt sannolikt. Vasicek (1977) specficerade även i sin modell en explicit formel för beräkning av priset för en noll-kupongare med löptiden T vid tiden t:

$$B_t = e^{\left(-m(t,T) + \frac{1}{2}v(t,T)\right)} \qquad \text{(ekvation A2.2)}$$

$$m(t,T) = \beta(T - t) + (r_t - \beta)\frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \qquad \text{(ekvation A2.3)}$$

$$v(t,T) = \frac{\sigma_r^2}{2a^3}(1 - e^{-a(T-t)})^2 + \frac{\sigma_r^2}{a^2}\left((T - t) - \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a}\right) \qquad \text{(ekvation A2.4)}$$

där

$$\beta = b - \frac{\sigma_r \lambda_B}{a} \qquad \text{(ekvation A2.5)}$$

APPENDIX 3 – BERÄKNING AV PORTFÖLJVÄRDEN

Vid tidpunkten t beräknas de respektive portföljvärdena enligt nedanstående formler:

Portfölj A:

$$port_t = \#\,aktier_{t-63} * S_t + \#\,obligationer_{t-63} * B_t$$

Portfölj B:

$$port_t = \#\,aktier_{t-63} * S_t + x * \#\,aktier_{t-63} * S_{t-63} * (V_{real,t} - V_{t-63}) + \#\,obligationer_{t-63} * B_t$$

där

$$V_{real,t} = \frac{252}{63} \sum_{i=t-63}^{t} (\ln(\frac{S_i}{S_{i-1}}))^2$$

x = hur stor del av aktieexponeringen som är täckt av variansswapen

Portfölj C:

$$port_t = \#\,aktier_{t-63} * S_t + y * \#\,aktier_{t-63} * (\max(0; 0{,}97 * S_{t-63} - S_t)) + \#\,obligationer_{t-63} * B_t$$

Anledningen till att man vid beräkningen av portföljvärdet vid tiden t använder sig av antalet värdepapper av respektive sort vid tiden t-63 är på grund av att omallokeringar sker var tredje månad vilket motsvarar 63 handelsdagar i modellen.