GÖTEBORGS UNIVERSITET

Göteborgs Universitet
Institutionen för Pedagogik och Didaktik
Box 300
SE 405 30 Göteborg

Hur ser den skriftliga kommunikationen mellan lärare och studerande ut vid distansundervisning i matematik för kommunal vuxenutbildning?

Författare: Jöran Petersson
Handledare: Madeleine Löwing
Fördjupningsarbete: 15 högskolepoäng
Göteborg: termin ht07

Kurs PE4100-nätkurs

Abstract

Titel:	Hur ser den skriftliga kommunikationen mellan lärare och studerande ut vid distansundervisning i matematik för kommunal vuxenutbildning?
Författare:	Jöran Petersson
Sidantal:	47
Typ av arbete:	C-uppsats (15 hp)
Handledare:	Madeleine Löwing
Examinator:	Ilse Hakvoort

Syfte

Studiens syfte är att, ur ett matematikdidaktiskt perspektiv, beskriva form och innehåll i kommunikationen mellan lärare och studerande vid distansundervisning i kommunal vuxenutbildning, gymnasiekurserna matematik B, C, D och E. Avsikten är att öka förståelsen för de distansstuderandes frågor i matematik. Denna undersökning avgränsar sig till den skriftliga kommunikationen i ett gemensamt frågeforum för de studerande i respektive kurs. Således berörs inte heller examinationen.

Resultat

En cykel i kommunikationen innehåller vanligen två drag med formen ”studerandens fråga – lärarens svar”. Det är därmed oftast de studerande som tar initiativet i kommunikationen. Dessa cykler är ibland reglerande men oftast didaktiska och då ibland följda av en tackfras från den studerande. Att en stor del av cyklerna är två drag långa kan tolkas som att den studerande anstränger sig att göra frågan så precis att man inte behöver fråga om och att motsvarande gäller lärarsvaren. Kursen i Matematik B skiljer sig från kurserna Matematik C, D och E genom att sakna frågor om miniräknare men ha högre andel frågor om datorproblem, examination och att söka studiekompisar via kursforum. En trolig förklaring är att de studerande i kursen Matematik B har kortare vana av att studera matematik och därför söker extra handledning direkt från läraren.

De studerande och lärarna verkar dela en förståelseinriktad syn på lärande då majoriteten av studerandefrågorna och lärarsvaren är just förståelseinriktade och handlar om matematik. Bakom de matematiska frågorna ligger ofta ett begrepp som är nytt, men inte nödvändigtvis avancerat, för den studerande eller algebraiskt tunga problem såsom ekvationslösning och faktorisering.

När de studerandes frågor kategoriseras enligt Niss och Höjgaard Jensens beskrivning av matematiska kompetenser, så hamnar de studerandes frågor ofta i kategorin ”att språka och använda matematiska redskap”. Denna innehåller kompetenserna om representation, symbol och formalism samt om hjälpmedel. Däremot är det få frågor som kategoriseras som modellering och problemlösning. Tänkbara tolkningar av detta är att tillämpningarna kan vara lätta i betydelsen att de följer typexempel eller att de studerande har blivit goda problemlösare genom tidigare skolgång.

Nyckelord

Matematik, Didaktik, Vuxenutbildning, Distansundervisning, Kommunikation.

Innehållsförteckning

Inledning

Distansstudier riktar sig särskilt till dem som av skilda anledningar, såsom arbetstider, barnpassning och avstånd, inte kan delta i närutbildning. Därmed är distansstudier ett viktigt komplement till närstudier. I närutbildning möter man fysiskt, åtminstone under lektionstid, lärare och kurskamrater. Då har man också möjlighet att ansikte mot ansikte föra en dialog med lärare och kurskamrater. Man tar del av andras frågor och svar, vilket kan fungera som en språngbräda för det egna lärandet. Detta kan delvis organiseras även i distansstudier i form av en elektronisk anslagstavla, ett kursforum, dit studerande och lärare skickar sina frågor och svar. En nackdel jämfört med ett klassrum i närundervisning är att de studerande får vänta på svaren i allt mellan några minuter och någon dag. Å andra sidan är en viktig fördel att skrivna frågor och svar finns kvar och kan läsas långt efter att de formulerades. Hur är det då att studera matematik på distans? Finns det några karakteristiska problem eller svårigheter som de, som anordnar distansundervisning, särskilt bör beakta? En litteratursökning visar att ganska få arbeten handlar om distansstudier i matematik för svenska förhållanden. Detta bekräftas av Gustafsson (1998), som konstaterade att svensk forskning om vuxnas lärande var sällsynt. Sedan detta konstaterades, dvs. 1998, har formen för distansstudier ytterligare förändrats i och med Internet. Det finns därför ett behov av att komplettera denna lucka genom att empiriskt dokumentera och beskriva distansutbildning i matematik. Författaren till detta arbete har själv distansundervisat i matematik på komvux och även distansstuderat bland annat högskolematematik och vill på detta sätt dokumentera skillnader och likheter i distansundervisning och närundervisning för matematikstuderande i vuxenutbildningen.

De aspekter som främst skiljer sig åt mellan NU (närundervisning) och DU (distansundervisning) är att:

(i) Lärarna håller inte några traditionella lektioner och måste vara ständigt beredda på att svara på alla sorters frågor i gymnasiets alla kurser. Istället är det läroboken och det Internetbaserade kurssystemet som ger lektionernas struktur.

(ii) Den studerande är i fysisk mening ensam i sitt klassrum och är därför utelämnad åt att förlita sig på sin egen studiemetodik och studiedisciplin. Därför är den studerandes syn på lärande intressant.

(iii) Den studerande har ingen att genast få svar från. Svarstiden på frågor via e-post och telefon är längre än vid handuppräckning i närundervisning. Därför är lärarens läsanvisningar och den studerandes egen läsförståelse av matematisk text central. Å andra sidan är lärarna tillgängliga hela arbetsveckan, vilket inte är fallet i närundervisning.

Detta arbete riktar sig till lärare i matematik och andra som kan ha glädje av att läsa det. Läsaren förväntas därför känna till – eller inte ha ont av – diverse matematisk terminologi. Fokus ligger på kommunikationen i elektroniska frågeforum i de undersökta kurserna: Vilken form har denna kommunikation och vilket är dess matematiska innehåll?

Not: För att underlätta för läsaren att hitta tabeller och figurer, har dessa fått en gemensam numrering.

Teoretisk bakgrund

Översikt

Litteraturstudien ger en introduktion till hur några forskare beskriver kommunikationens form och innehåll vid undervisning. Litteraturstudien beskriver även matematiska kompetenser och taxonomier som verktyg för att beskriva och bedöma det matematiska innehållet i undervisning och examination. Några allmändidaktiska och studiesociala aspekter på distansundervisning i matematik diskuteras.

Forskningsontologisk ansats

Denna undersökning utgår från lärande som en social konstruktion. Social konstruktivism betonar att lärandet sker i samspel med andra, såväl direkt i dialog som indirekt genom att läsa en bok som någon har skrivit. Björkqvist (1993) reder ut vad detta betyder för undervisning i allmänhet och vad det får för konsekvenser för matematikundervisningen.

Björkqvist (s 8) skriver om konstruktivismen att dess idéer inte är helt enhetliga, men hänvisar till följande gemensamma grundhypoteser från Wheatly (1991):

1. Kunskap erhålls inte passivt ur omgivningen utan konstrueras aktivt av subjektet.
2. Att tillägna sig kunskap är en adaptiv process, vilken organiserar en persons erfarenhetsvärld.
3. Denna process innebär inte att upptäcka en på förhand existerande värld, som är oberoende av och utanför subjektet.

Svag och enkel konstruktivism omfattar punkt ett. Radikal konstruktivism omfattar även punkterna två och tre ovan. Björkqvist (1993) försöker ringa in de olika grenarnas syn på kunskap och undervisning:

Ismens syn på	Kunskap	Undervisning
Icke konstruktivist	Objektiv, dvs. personoberoende.	Avlägsna feluppfattningar, upptäcka.
Svag konstruktivist	Objektiv eller personlig.	Påverka eleven mot verkligheten, upptäcka, skapa begrepp.
Radikal konstruktivist	Endast personlig kunskap är kunskap.	Skapa begrepp.

Figur 1. Varianter av konstruktivism och dessas syn på kunskap och undervisning.

Björkqvist ger en tolkning av konstruktivismens syn på undervisning:

> Undervisning är ett speciellt slag av kommunikation, vars effekt inte kan förutsägas i detalj, men vari på erfarenhet utvalda budskap skapar en hög sannolikhet för konstruktion av ett visst slag av kunskap (s 9).

Undervisning innebär därmed att läraren med hjälp av exempelvis pedagogiska konflikter konfronterar de studerandes världsbild i följande riktning:

- Korrespondens med verkligheten: Jämför kvalitativt de subjektiva föreställningarna med de objektiva.

- Konvergens mot verkligheten: Minska kvalitativt diskrepansen mellan subjektiv och objektiv världsbild.
- Koherens: Avsaknad av motsägelser i den subjektiva världsbilden.

Det förutsätter en asymmetrisk relation mellan lärare och studerande och att läraren har god kunskap om hur studerande, såväl individer som studerande i allmänhet, brukar uppfatta exempelvis ett visst matematiskt begrepp. Björkqvist (1993, s 10) frågar sig dock om detta är praktiskt möjligt då det kräver tid och en orealiserbar närhet mellan lärare och studerande. Konstruktivismens konsekvenser för matematikundervisningen blir därmed att denna ska vara varierad och konkret med målen att abstrahera och uppmuntra den studerande till reflektion och kreativitet (Björkqvist, 1993, ss 14).
I betoningen på pedagogiska konflikter anas släktskapet mellan konstruktivism (social) och kognitiv inlärningsteori (individuell). I den förra växer förståelsen fram i dialog och samspel och i den senare bygger lärande på individens ackommodation och assimilation. Ackommodation innebär att den lärande bildar nya tankestrukturer och assimilation att den lärande införlivar nya intryck i sina redan existerande tankestrukturer (Egidius, 2006, *ackommodation, assimilation*).

I konstruktivismens anda kan läsarens begreppsuppfattning utmanas – en pedagogisk konflikt – genom att begreppen ackommodation och assimilation tillämpas i andra sammanhang: Medan Piaget's inlärningsteori användes på individens tänkande, så använde vetenskapsteoretikern Thomas Kuhn begreppen ackommodation och assimilation på hela forskartraditioner i det som kallas paradigmteori. Ackommodation: När Newton presenterade sin mekanik, blev det en ny tankestruktur för astronomi och fysik. Assimilation: Ett stort antal fysikaliska fenomen kunde ett efter ett beskrivas med Newtons mekanik. För att införliva ljusets rörelse i denna infördes "Etern". Ackommodation igen: Einstein inför en ny tankestruktur genom att generalisera gravitationen och gör samtidigt etern överflödig. Dialektiken är Platons motsvarighet till kognitiv inlärningsteori. Dialektiken användes som en metod för att med pedagogiska konflikter – tes och antites – ytterligare klargöra begrepp och resonemang – syntes (NE, dialektik). Syntesen är därmed en ackommodation. Med en sådan tolkning fanns viktiga idéer i socialkonstruktivismen långt före dess moderna version.

Gymnasiets kursmål och betygskriterier i matematik ligger i linje med socialkonstruktivismen och betonar kommunikation, begrepp och problemlösning (Skolverket, 1994a, 1994b). Därmed är socialkonstruktivismen lämplig som perspektiv för att undersöka distansundervisning i matematik i komvux.

Definitioner av begrepp

Egidius (2006), definierar vuxenutbildning som "utbildning för personer som lämnat ungdomsskolan och som inte bedriver studier i högskolan". Han definierar distansutbildning på följande sätt.

> "Sätt att organisera undervisning eller utbildning bestående i att interaktionen mellan lärare och elev inte sker i samma lokal utan via medier som telefon, brev, fax, video, ljudband, dock ofta kompletterad av sammankomster någon gång per månad eller termin." (Egidius, 2006, *vuxenutbildning*).

Denna definition måste kompletteras med att motsvarande kommunikation även sker via Internet.

Enligt (NE, folkhögskola), började vuxenutbildningen i Sverige i form av folkhögskolor för bondeklassen. Syftet var att ge kunskap om demokrati och bildning i samhällskunskap och naturvetenskap. Skolformen var internat och de tre första grundades 1868. I början på 1900-talet startade även folkrörelserna folkhögskolor. Industrialiseringen vid 1900-talets början krävde arbetare och tjänstemän med teknisk kompetens. Detta behov kunde tillgodoses just genom att distansstudier per korrespondens etablerades (NE, vuxenutbildning). Den kommunala vuxenutbildningen grundades 1968 i syfte att tillfredsställa de vuxnas behov av formell kompetens. Hermods (numera Liber Hermods) är Sveriges äldsta skola för distansutbildning och grundade 1898 (NE, Hermods). (NE, Distansundervisning) skriver att:

> ”Distansundervisning har visat sig vara en effektiv undervisningsform på både skol- och universitetsnivå och i yrkesutbildning. Den befordrar de studerandes självständighet, såtillvida som de tränas att på egen hand genomföra studieuppgifter, och den kan även utveckla reell studieautonomi om den baseras på en mångsidig kursuppbyggnad.”

En litteratursökning i Libris databas på något av sökorden Matematikundervisning, Matematik, Matematikdidaktik tillsammans med något av orden IKT, Distansundervisning, distans, distansutbildning ger endast ett fåtal träffar. Det är en rimlig gissning att distansstudier i matematik för svenska förhållanden är ganska outforskat, vilket även Gustafsson och Mouwitz (2002, s 4) konstaterar. Den som vill undersöka hur lärare och studerande kommunicerar vid distansundervisning i matematik blir därmed främst hänvisad till allmän litteratur om undervisning i matematik, vilket även gäller litteraturgenomgången i detta arbete.

Kommunikationen i matematikundervisningen

Kilborn (2007) refererar i *Nämnaren* till ett examensarbete av Alfredsson och Hvenfelt. I detta arbete undersöker Alfredsson och Hvenfelt kommunikationen i klassrummet. Kommunikationen liknas vid en stafett där ett drag är det som en person säger tills nästa person fortsätter samtalet. Kilborn redovisar en tabell där data är kommunikation i klassrum åk 4 från PUMP-projektet (insamlat 1974) och Löwings avhandling (insamlat 2000). I denna tabell innehåller endast 9 % av dragen fler än fem ord 2000 jämfört med 19 % för år 1974. Det var endast en minoritet av dragen som hade matematiskt innehåll.

Löwing (2004) undersöker i sin avhandling den muntliga kommunikationen och dess struktur i grundskolans skolår 4-9. Hon transkriberar kommunikation och markerar varje drag (replik) med tidpunkt, avsändare och mottagare. I sin analys använder Löwing vanligen tre bokstäver för att karakterisera kommunikationens form. Bokstav 1 kan vara G (genomgång) eller H (handledande). Skillnaden mellan dessa kan tolkas som att genomgång sker på lärarens initiativ medan handledning sker på elevens initiativ. Bokstav 2 kan vara A (alla) eller I (individ). Bokstav 3 kan vara D (didaktiskt), R (reglerande) eller S (socialt). Didaktiskt avser att kommunikationen är knuten till matematikinnehållet medan reglerande avser samtal om arbetsformen för ämnet. Den kommunikation som varken berör ämnet eller arbetsformen klassades som social. Exemplet nedan visar hur en kodad transkribering kan se ut:

Tid	**Kodning av avsändare och mottagare**	**Dialogen**	**Kodning av innehåll**
03.20	L-> F12 (Lärare till flicka på plats 12)	Rita…!	HID

Figur 2. Exempel på Löwings instrument för observationer (Löwing, s 148ff).

Kodningen i exemplet ovan står för att en flicka (på en plats i klassrummet kodad med koordinaterna 12) får individuell didaktisk handledning. Dvs. en elev får personlig hjälp i ämnet. Kommunikationen hos de lärare som Löwing studerar, fördelar sig enligt tabellen nedan.

Tabell 3. Kommunikationens form i klassrummet enligt Löwing (2004, s 164ff).

Åk	Reglerande drag	Didaktiska drag
4	418	97
6	444	234
7	57	737
8a	311	414
8b	149	303
8/9	130	261

De drag som Löwing citerar visar också att dragen vanligen består av en enda mening, som ofta är kort. De cykler (serier av replikskiften), som citeras i Löwings avhandling visar sig vara av blandad längd. Ibland är kommunikationen endast en fråga och ett svar. Ibland pågår ordväxlingen i flera drag med två eller flera deltagare. Löwing noterar några brister i kommunikationen mellan lärare och elever:

Läraren i åk 7 använde en annan förklaringsmodell än elevernas lärobok (s 174f). Läroboken beskriver procenträkning som att ”multiplicera med decimalformen” medan läraren modellen ”beräkna 1 % av”. I bråkräkning gick läroboken vägen om avrundade decimaltal medan läraren förordade ren bråkräkning. De olika budskapen från läraren och läroboken leder till problem i undervisningen då de kräver olika förkunskaper.

Läraren i åk 8a använde en laboration ur läroboken för att introducera cirkelskivans area. Då flera elever saknade linjaler och fungerande passare tog det lång tid innan eleverna hade kommit igång med laborationen. Detta ledde till oro i klassrummet och att mycket av den muntliga kommunikationen kom att vara reglerande och handla om laborationens material och instruktioner.

Läraren i 8b använde ca 70 % av de undervisande dragen på tre elever. Kommunikationen blev därmed ojämnt fördelad och gav långa väntetider för övriga, som lämnades att försöka hjälpa varandra.

Läraren i åk 9 försökte använda laborationer i rymdgeometri. Hon hade dock inte förklarat syftet och flera elever saknade lämpliga förkunskaper och motivation för laborationen. Trots elevernas ointresse följde hon upp samtliga närvarande med kunskapskontrollerande frågor.

Det finns få studier om matematikundervisning i gymnasiet och komvux och endast en äldre studie, Lundgren (1981), undersöker klassrummets kommunikation. Lundgren undersöker den muntliga kommunikationens struktur vid undervisning om derivata i gymnasiet motsvarande naturvetenskapligt program. Data hämtar han från 57 lektioner i åtta klasser under en termin (Lundgren, s 147f). Som jämförelse visar Lundgren motsvarande data från andra studier av undervisning i ekonomi i high school i New York samt svenska elever i åk 4 och åk 5. Lundgren använder kategorierna strukturerande, lockande, svarande, reagerande och hjälp för att analysera kommunikationens form. Lundgrens kategori *strukturerande* motsvarar det som Löwing kallar *reglerande*, dvs. styr formen för lärandet. Lockande avser att läraren lockar de studerande till eftertanke och gensvar. Lundgren definierar struktur och lockande som *initierande* drag, vilka följs av *svarande* drag. Reagerande avser drag som hör ihop med de tre första kategorierna, men inte nödvändigtvis initierades av dem. Kategorin *hjälp* avser individuell handledning. I Lundgrens undersökta svenska gymnasieklasser dominerar eleverna endast i kategorin svarande drag. I övrigt är det läraren som står för minst en kvalificerad majoritet av dragen i alla kategorier inklusive kategorin hjälp. Det är slående att detta mönster verkar vara oberoende av skolform (amerikansk high school) och årskurs. Lundgren (s 150) noterar att cyklerna (en serie av drag) till ca 90 % börjar med ett strukturerande eller lockande drag, dvs. på lärarens initiativ. Lundgren diskuterar dock inte det faktiska matematiska innehållet.

Att beskriva studerandes färdigheter i matematik

Detta avsnitt redovisar först hur två forskargrupper beskriver färdigheter i matematik i termer av ”matematisk kompetens”. Sedan ges en kortfattad beskrivning av några taxonomier. Medan kompetenser beskriver innehållet i den studerandes färdighet, så beskriver taxonomier djupet i färdigheten.

Matematiska kompetenser

Kilpatrick, Swafford, och Findell (2001) beskriver fem matematiska kompetenser. De betonar utmaningen för pedagoger att alla dessa kompetenser måste utvecklas hos de studerande (s 133). Kompetenserna är:

- Begreppsförståelse av begrepp, operationer och relationer.
- Procedurförmåga, att följa utföra procedurer noga, effektivt och flexibelt.
- Strategisk kompetens. Att kunna formulera, representera och lösa matematiska problem.
- Adaptivt resonemang. Att kunna tänka logiskt, reflektera, förklara och rättfärdiggöra.
- Produktiv disposition. Att ha vanan att se matematik som användbar och värd besväret samt sätta flit högt.

Begreppsförståelse

Kilpatrick et al anger att en indikator för begreppsförståelse är att kunna växla representation (s 119). Det betyder att begreppsförståelse är mer än öar av fragmenterad kunskap. Det är att se sammanhang mellan olika begrepp och det möjliggör rekonstruktion av glömd kunskap. Exempel: Den som vet att heltalsmultiplikation kan representeras som upprepad addition kan rekonstruera att $3 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 = 12$ medan den som endast förlitar sig på tabellkunskaper inte kan rekonstruera detta. Andra fördelar med begreppsförståelse är att då man kan se djupare likheter, så blir det färre nya saker att lära sig (s 120). Författarna talar om kunskapskluster. Ett exempel på det är tallinjen. Den synliggör reella tal, åskådliggör aritmetik och kopplar ihop aritmetik och geometri. Sammantaget är begreppsförståelse en god investering eftersom det betalar sig i många avseenden för den studerande. Kilpatrick et al (s 123) påpekar också att om en elev har lärt sig fel från början, kan det vara svårt för eleven att ta till sig en ny korrekt uppfattning. Därför är det angeläget för både lärare och elev att ge respektive få rätt förståelse redan första gången.

Procedurförmåga

Procedurförmåga är att veta när och hur procedurer ska användas och att använda dem på ett effektivt, tillförlitligt och flexibelt sätt (s 121). Exempelvis ska man kunna aritmetik både i huvudet och på papper. Ett experiment i femte klass visade att de, som först undervisades i algoritm (för att beräkna area och omkrets) och sedan i förståelse, klarade sig sämre än dem som endast fick förståelseinriktad undervisning. Förståelse och procedur stöder därför varandra (s 122). God tillförlitlighet i algoritmer utan förståelse kan leda till att eleverna stelnar till i tänkandet och blir ovilliga i att engagera sig i förståelsefördjupande verksamhet. Kilpatrick et al betonar att de studerande behöver hjälpas till förståelse. Studerande behöver dock flyt i procedurer för att arbetet med beräkningar inte ska ta all deras uppmärksamhet och på så sätt hindra dem från att se samband och därmed inte utveckla förståelse.

Strategisk kompetens
Strategisk kompetens avser att kunna formulera (matematisera) problem, representera dem och lösa dem (s 124). Detta kräver att de studerande bygger mentala representationer snarare än söker efter siffror (s.k. number grabbing). Det senare innebär att de studerande söker reda på tal och ord som knyter an till ett visst räknesätt. I experiment har man studerat ögonrörelser hos problemlösare (s 125). De som fokuserade på numeriska värden lyckades sämre är de som fokuserade nyckelord motsvarande variabler i problemet.

Adaptivt resonemang
Denna kompetens beskrivs som att tänka logiskt kring förhållandet mellan begrepp och situationer. Enligt Kilpatrick et al (s 130) tyder forskning på att tre villkor måste vara uppfyllda för att studerande ska visa adaptivt resonemang:

- Tillräcklig kunskap behövs.
- Frågan är begriplig och motiverande.
- Kontexten är bekant och känns komfortabel.

Förmåga till resonemang visar sig i att kunna rättfärdiggöra sina matematiska resonemang och slutsatser och göra detta i flera olika situationer, s.k. strukturutmanande problem.

Produktiv disposition
Med produktiv disposition menar Kilpatrick et al att se matematiken både som nyttig och värd mödan. Det förutsätter flera tillfällen av att se att uthållighet lönar sig och att skapa mening och uppleva belöningen för det. Självförtroendet växer med framgången. Elever som ser sin matematiska förmåga som statisk, undviker utmaningar och utvecklas därför sämre. En sådan inställning blir en självuppfyllande profetia. En aspekt av detta är att i USA ses framgång i matematik oftare som resultatet av begåvning än i Östasien. Där betonas framgång oftare som resultatet av hårt arbete (s 132).

Niss och Höjgaard Jensen (2002) ger en alternativ definition av matematisk kompetens. Det är att kunna, förstå, använda och ta ställning i matematiska frågor i flertal sammanhang där matematik ingår eller kan komma att ingå (s 43). Niss och Höjgaard Jensen (s 44) delar in matematisk kompetens i två grupper med sammanlagt åtta olika aspekter enligt figuren nedan.

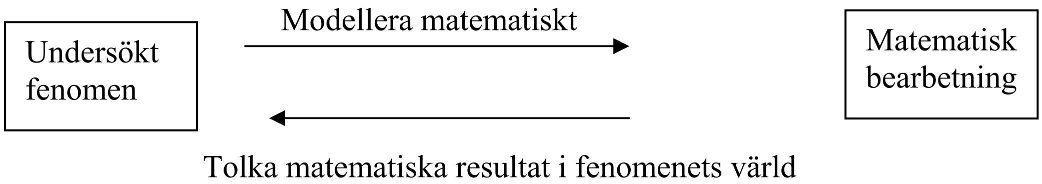
Att fråga och svara *i, med* och *om* matematik.	**Att språka och använda redskap i matematik.**
Tankegångskompetens	Representationskompetens
Problembehandlingskompetens	Symbol- och formalismkompetens
Modelleringskompetens	Kommunikationskompetens
Resonemangskompetens	Hjälpmedelskompetens

Figur 4. Två grupperingar av de åtta matematiska kompetenserna.

Att kunna fråga och svara i matematik
Tankegångskompetens är att vara klar över vilka frågor som är karakteristiska för matematik – att själv kunna ställa frågorna och ha blick för vilka svar som förväntas (s 47). Den innefattar också en skrivning som liknar det svenska betygskriteriet (G) ”eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis” Skolverket. (1994b).

Problembehandlingskompetens är att kunna ställa upp, avgränsa både öppna och slutna frågor samt att kunna lösa färdigformulerade frågor (s 49).

Modelleringskompetens är att kunna analysera grunden för och egenskaperna hos en modell samt dess giltighetsområde (s 52). I denna kompetens ingår att strukturera, matematiskt formulera, behandla och validera modellen samt tolka resultatet av den matematiska bearbetningen.



Figur 5. Algebraisk cykel (Bergsten, Häggström, Lindberg, 1997, s 15).

Den algebraiska cykeln ovan, är ett sätt att illustrera modelleringskompetens. I den algebraiska cykeln ingår att formulera ett fenomen matematiskt, lösa motsvarande matematiska problem och tolka lösningen. I det svenska gymnasiets mål och betygskriterier återfinns detta som att kunna formulera ett problem och tolka resultatet (Skolverket, 1994b).

Resonemangskompetens är att kunna följa och bedöma ett matematiskt resonemang (Niss och Höjgaard Jensen, 2002, s 54). Det innebär att kunna följa en kedja av påståenden och veta vad ett bevis är. Denna skrivning liknar gymnasiets betygskriterium (G) ”eleven skiljer gissningar … från bevis” (Skolverket, 1994b). Förutom tillämpningar i bevis, så handlar denna kompetens också om att övertyga sig eller andra om att en matematisk modell faktiskt är giltig.

Att kunna hantera matematikens språk och redskap
Representationskompetens är att kunna förstå (tolka och skilja på) samt använda sig av flera matematiska representationer (Niss och Höjgaard Jensen, 2002, s 56). Representationerna kan vara algebraiska, visuella, geometriska, grafiska, tabeller, diagram men också konkret material, exempelvis cuisenairestavar[*]. Kompetensen handlar även om att förstå de inbördes relationerna mellan representationerna och deras styrka och svagheter samt att översätta mellan dem (s 57). I det svenska gymnasiets mål och betygskriterier (G) återfinns ord som ”eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner” eller ”åskådliggör” (Skolverket, 1994b).

Symbol- och formalismkompetens är att kunna avkoda och översätta mellan matematiskt och naturligt språk (Niss och Höjgaard Jensen, 2002, s 58). Det handlar om att kunna behandla och betjäna sig av symboliska uttryck. Medan representationskompetens mer fokuserar symbolernas semantik, så fokuserar denna kompetens på symbolernas syntax. I det svenska

[*] *Cuisenairestavar* är en uppsättning färgstavar, som används främst i grundskolans tidiga matematikundervisning.

gymnasiets mål och betygskriterier återfinns ord såsom ”utför beräkningar” (G), ”säkerhet beträffande beräkningar” (VG) och ” korrekt matematiskt språk” (MVG) (Skolverket, 1994b).

Kommunikationskompetens är att kunna förstå matematisk text och tal samt att kunna uttrycka sig i tal och skrift (s 60). Det handlar om att sätta sig in i andras matematiska tänkande. I det svenska gymnasiets mål och betygskriterier (G) återfinns ord såsom ”utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck” (Skolverket, 1994b).

Hjälpmedelskompetens är att känna till existensen av, kunna använda sig av och känna till begränsningarna hos relevanta redskap för matematisk aktivitet (s 62). Konkret handlar det om redskap för mätningar och beräkningar. Exempel på mätredskap är linjal, passare, gradskivor. Exempel räknehjälpmedel är normalfördelningspapper och tabeller, mekaniska räknare såsom kulram och räknesticka och elektroniska såsom hårdvara och mjukvara för numerisk eller symbolisk behandling och grafiskt representation.

Ytterligare aspekter på matematiska kompetenser

Niss och Höjgaard Jensen (s 63) nämner också att kompetenserna har en undersökande sida respektive produktiva sida. Kompetenserna kan också grupperas efter intuition och kreativitet. Intuition ingår i kompetenserna tankegång, resonemang, problembehandling och representation. Kreativitet ingår i alla produktiva sidor av kompetenserna (s 64).

Niss och Höjgaard Jensen (s 65) definierar även tre dimensioner hos kompetenserna, nämligen täckningsgrad, aktionsradie och teknisk nivå.

- Täckningsgrad avser i vilken grad och med vilken självständighet en kompetens aspekt kan aktiveras i en viss situation.
- Aktionsradie är det spektrum av sammanhang, som kompetenserna kan aktiveras i. Kan exempelvis problemlösning göras i både aritmetik, geometri och sannolikhetslära?
- Teknisk nivå anger hur avancerade begrepp och metoder som personen kan aktivera i kompetensen.

Taxonomier

Taxonomi är ett generellt begrepp för att klassificera observationer och det finns ett antal taxonomier att välja mellan (Egidius, 2006, *taxonomi*). Figuren nedan ger några exempel på taxonomier, vanligen uppkallade efter sin upphovsman.

Olika taxonomier	Olika genre; Ytlig förståelse → djup förståelse					
Langer	Diffus organisation	Partiell organisation	Hög organisation			
Van Hiele	Igenkänning	Analys	Abstraktion	Deduktion	Stringens	
Bloom	Fakta	Färdighet	Tillämpning	Analys	Syntes	Bedömning
SOLO	Prestrukturell	Unistrukturell	Multistrukturell	Relationell	Utvidgad abstrakt	

Figur 6. Didaktiska genrer/taxonomier

Österholm (2006, s 56) använder i sin avhandling Langers taxonomi för att mäta spontana associationer i ett samtal med studerande som nyss har läst en text. Van Hiele-nivåer är utvecklade särskilt för matematik och används bland annat i geometriundervisning (Hedrén, 1992, s 28). Skolverket använder Blooms taxonomi i betygskriterierna (Skolverket, 1994b). Vernersson (1999, s 83) använder SOLO-taxonomin i samhällskunskap. SOLO står för *Structure of Observed Learning Outcome*. SOLO-taxonomin är inte helt naturlig att tillämpa på matematiska begrepp, även om den skulle kunna användas för matematisk problemlösning. För en närmare beskrivning av taxonomierna ovan hänvisas till nämnd litteratur.

Studerandes och lärares tänkande

Anna Löthman (1992) beskriver i sin doktorsavhandling hur såväl lärare som studerande i grundskola och komvux tänker under lektionen. Hon följer traditionen *teacher thinking* där en inriktning, bland flera, är att undersöka lärares interaktiva tankar och beslut (s 22). Hon studerar detta med metoden stimulated recall. Det innebär att lektionen filmas och efteråt får deltagarna berätta om sina grunder för handlandet (s 23). För att kunna jämföra komvux med grundskolan, väljer Löthman ett avsnitt som finns i båda dessa skolformer, nämligen procent, vilket ingår i åk 7-9 och dåvarande Etapp 1 i komvux. Ytterligare ett motiv för att välja just avsnittet om procent är att det är lätt att knyta an till de studerandes vardagsliv. Det visade sig att de vuxna studerandena hade hjälp av sin erfarenhet av procentbegreppet (s 130). Löthman ställer också krav på innehållet i avsnittets övningar: De ska vara flerstegsövningar med alternativa lösningsmetoder och kunna leda till diskussion, analys och värdering. Jämför med Egidius definition (Egidius, 2006, *Blooms taxonomi*). För att förstå svårighetsgraden i läroböckernas övningar, studerade Löthman gamla standardprov och vilka lösningsfrekvenser olika typer av uppgifter hade (s 66). Löthman samlade in data både före, under och efter lektionerna. Före lektionen ger Löthman en lärarenkät. Lektionerna videofilmas och eleverna får därefter svara på en enkät. Efter lektionen användes stimulated recall med elever enskilt eller i grupp samt med lärarna.

Perspektiven från aktörerna lärare, studerande och läroplan sammanställs i en tabell med aktörerna på rader och komvux/GrH i kolumner. Läroplanerna för både grundskolan och komvux betonar förståelseinriktad undervisning. Eleverna i GrH uppfattade dock den som procedurinriktad i motsats till läraren. Löthman (s 94) observerar exempelvis att i högstadiet ville eleverna räkna många övningar och var mindre intresserade av diskussion jämfört med komvux. I Komvux får Löthman ett omvänt resultat; läraren var procedurinriktad och eleverna processinriktade (s 133). Löthman konstaterar också att lärare och högstadieelever ibland har lika syn på vad lärande innebär. För högstadieeleverna innebär lärande främst att studera nya delar av ämnet, men inte att träna bort vissa vanliga fel eller att få en fördjupad förståelse (s 136). Avhandlingens huvudresultat är att studerande och lärare ibland har olika syn på vad lärande är – procedur kontra förståelse.

Distansstuderandes praktiska och sociala studiesituation

Allmändidaktiska problem

Ett examensarbete av Siggemo och Esberg (2006) studerar ramfaktorer[1] för distansundervisning. Siggemo och Esberg undersöker allmändidaktiska aspekter på distans- och fjärrundervisning, men diskuterar inte elevernas matematiska frågor. I en fallstudie undersöker de hur tekniska hjälpmedel används, fungerar och upplevs av lärare och elever som stöd för fjärrundervisning i grundskolan. Fjärrundervisning innebär att en pedagogisk handledare är tillsammans med distanseleverna hela skoldagen (s 9). Det finns flera motiv för att ha en handledare hos eleverna: Dels finns det regler att elever i grundskolan inte får

[1] Dahllöf, U. (1967). *Skoldifferentiering och undervisningsförlopp*. (Göteborg Studies In Educational Sciences 2) Stockholm: Almqvist & Wiksell.

lämnas utan tillsyn, vilket uppfylls med en handledare på plats. Dels ska handledaren se till att tekniken i fjärrundervisningen fungerar. Handledaren ska också vara en pedagogisk assistent mellan lärare och elever. Siggemo och Esberg (s 16) skriver att läraren i matematik inte var nöjd med fjärrundervisningens upplägg. Enligt läraren är eleverna mestadels tysta under videoföreläsningen. De skriver heller inga frågor eller läser den information som skrivs ut. Läraren försökte styra upp detta med inlämningsuppgifter, vilket gav en extra arbetsbörda för läraren. Ytterligare en aspekt är lärarens svårighet att följa hur eleverna angriper problem och hur eleverna kan förklara sina lösningar (s30).

Studieavbrott

Lärandet delas ibland upp efter primärt och sekundärt lärande (Säljö, 2000). I det primära lärandet sker lärandet i direkt anslutning till det sammanhang som kunskapen ska användas i, exempelvis på en arbetsplats. Det sekundära lärandet, däremot, sker i ett annat sammanhang än där kunskaperna används, exempelvis i skolan. Därmed blir det sekundära lärandet ofta dekontextualiserat. Distansstudier sker därtill ofta socialt isolerade jämfört med studier i klassrum. Enligt Andersson (2006) är detta är en riskfaktor för avbrott.

Andersson intervjuar fem studerande i ett examensarbete om riskfaktorer för avhopp vid distansundervisning i matematik. För att de studerande ska fullfölja en komvuxkurs i matematik är det enligt Anderssons erfarenhet (s 24) viktigt att de studerande har en tydlig målbild för sina studier, exempelvis högre betyg eller behörighet till fortsatta studier. Anderssons undersökning (s 22) pekar också på att de studerandes arbetssätt är att följa läroboken och ta hjälp av lösta exempel. Således är den pedagogiska variationen liten liksom reflektioner över sitt eget lärande. De fem intervjuade saknar didaktisk diskussion ibland och Andersson hänvisar till andra undersökningar, som pekar på vikten av social integration för att förhindra avhopp.

Matematikutbildningen för vuxna

Gustafsson och Mouwitz (2002) diskuterar främst matematikdidaktikens sociologiska sida: Vem ska studera matematik? Vilken matematik? Varför ska någon studera matematik? Vilka egenskaper ska lärandemiljön ha? De skriver (s 21) att IKT medger en långtgående anpassning till individens livssituation, men varnar också för att individens pedagogiska miljö kan bli eftersatt, exempelvis genom att enskilt arbete och lärobok dominerar alltför starkt. Författarna ger centrala roller dels åt dialogen mellan lärare och studerande och dels åt diskussion och reflektion, både reellt och virtuellt.

Studiens syfte

Studiens syfte är följande:

- Att beskriva den skriftliga kommunikationen mellan lärare och studerande i distansundervisning i gymnasiets kurser i matematik B, C, D och E.

Att undersöka skriftlig matematisk kommunikation motiveras också av läroplanen: Att kunna kommunicera matematiska tankar såväl muntligt som skriftligt är ett krav i alla de tre godkända stegen i gymnasiet kurser i matematik (Skolverkets, 1994b). Undervisningen måste därmed ge tillfälle att träna de studerande bland annat i skriftlig kommunikation.

Kommunikationen måste därför analyseras och problematiseras, särskilt avseende kognitiva aspekter på varför didaktiska frågor ställs, dvs. särskilt om en kognitiv konflikt anas hos den studerande. Härmed måste såväl de studerandes frågor som lärarnas svar på dessa beröras. Här görs en avgränsning: Kommunikation vid examinationstillfället räknas inte in. Även examinationen är visserligen ett undervisningstillfälle, men då examination är ett eget omfattande kunskapsområde, så ryms det inte inom denna undersökning.

Kommunikationens form ska beskrivas. Kommunikationens form kan preciseras till dels hur ofta lärare respektive studerande tar initiativ till kommunikation och dels hur mycket av kommunikationen som handlar om att lära sig matematik respektive undervisningens organisation samt övriga frågor.

Avsikten är att svaret på dessa frågor ska ge ökad förståelse för de matematikdidaktiska frågor, som distansstuderande har och att ge återkoppling till utbildningsanordnare om det är några särskilda aspekter av distansutbildningen, som man bör bearbeta för att bättre möta de distansstuderandes behov.

Metod

Metodval: På vilket sätt ska data samlas in?

För att nå studiens syfte behövs uppgifter om det matematikdidaktiska innehållet i kommunikationen mellan lärare och studerande. En vanlig metod för att studera den muntliga kommunikationen mellan lärare och elev i klassrum vid närundervisning är att sitta med och observera samt att göra video- eller ljudupptagning (Kilborn, 2007, Lundgren 1981, Löwing 2004). Motsvarande vid distansundervisning är att titta in det ”elektroniska klassrum” som är vanligt hos anordnare av distansutbildning – ett forum där deltagarna kan skriva själva och kan läsa allas frågor och svar. Data som samlas in på detta sätt blir primärdata i meningen att de är den faktiska kommunikationen så som den ser ut.

Ett alternativ eller komplement kunde ha varit intervjuer. Intervjuer innebär i detta sammanhang att samla in sekundärdata då intervjuerna inte är den kommunikation, som sker i den faktiska undervisningen. Det finns ytterligare argument för att inte använda intervjuer: Eftersom de studerande genomförde kurserna hösten 2006 och data samlades in våren 2007, är det vanskligt att intervjua kursdeltagarna om deras frågor. De kan nämligen ha glömt såväl att som varför de ställde en viss fråga. Dessutom har kursdeltagarna en annan förståelse av begreppet än när de ställde frågan – de kan ha såväl glömt som förkovrat sig i ämnet genom arbete eller vidarestudier. Intervjuer riskerar därför att utvärdera deltagarnas sysselsättning vid intervjutillfället snarare än att förstå kommunikationen under kurstiden. Intervjuer bedöms därför inte vara tillförlitliga i detta sammanhang, då de innebär en andrahandskälla jämfört med den kommunikation som faktiskt skedde.

Urval: Vilka data ska samlas in?

Kriterier för skolan för att få vara med i undersökningen är följande:

(i) Skolan ger gymnasiekurserna matematik B, C, D och E som distansutbildning.

(ii) Dessa kurser har ett konferenssystem (elektroniskt klassrum/kursforum), där både lärare och elever kan kommunicera med varandra.

Avgränsningen till kurserna Matematik B, C, D och E motiveras med att här torde finnas flera källor till pedagogiska konflikter då många, för den studerande, nya begrepp och metoder, exempelvis algebra, funktioner och tillämpningar på gränsvärden, införs i dessa kurser. Matematik A uteslöts av just dessa skäl – kursens begrepp är i regel kända sedan grundskolan.

En sökning på Internet ger ett antal kommunala och privata anordnare av distansutbildning som uppfyller kriterierna ovan. Flera kommuner ger distansundervisning i form av flexibelt lärande. Det finns även ett nationellt centrum för flexibelt lärande (www.cfl.se). Några exempel på friskolor, som ger distansundervisning, är Infokomp, Jensen, Liber Hermods, Miroi och NTI-skolan. På förfrågan informerar skolorna om sin utbildning på telefon och på Internet och det visar sig att flertalet skolor har ett liknande upplägg för kurserna i matematik B, C, D och E, nämligen att de studerande och lärare har kontakt dels genom telefon och dels genom e-post och ett konferenssystem. Eftersom skolorna liknar varandra, väljs en ut genom ett s.k. bekvämlighetsurval.

Den undersökta skolan

Distansundervisningen som undersöks i detta arbete, har följande yttre organisation:

- Den studerande söker en kurs och kommunen anvisar en skola med kommunens uppdrag att ge kursen.
- Den studerande får, av skolan, information om kursens upplägg och köper själv lärobok. Den undersökta skolan rekommenderar kursböckerna Matematik 3000 Komvux (Björk et al 2000, 2001). Den studerande får tillgång till en hemsida som fungerar som ett konferenssystem. Här finns också simuleringar av centrala begrepp och typexempel samt självtester för examination, närvarokontroll och egenvärdering.
- Kommunikation: För kommunikation mellan lärare och studerande används främst telefon, personlig e-post och ett elektroniskt konferenssystem. Mindre vanligt är videokonferens (exempelvis Skype och Live Messenger), fax och att de studerande besöker sina lärare personligen.
- Examinationsförfarande: För att kvalificera sig till slutprovet, ska den studerande dels svara på ett antal självrättande frågor, s.k. avsnittsdiagnoser, via Internet och dels skicka in handskrivna examinationsuppgifter under kursen. De senare sänds ibland som fax eller skannade via e-post. Hemkommunen bestämmer om den studerande ska göra slutprovet övervakat eller hemma. I det senare fallet följs slutprovet upp av en muntlig examination via telefon.

Siggemo och Esberg (2006) beskrev problemet att hålla eleverna aktiva och att läraren inte kan se elevernas lösningar. Den undersökta skolan angriper detta problem genom att i examinationen ha återkommande regelbundna s.k. avsnittsdiagnoser och en skriftlig inlämningsuppgift. Avsnittsdiagnoserna är flervalsfrågor, som görs över Internet. De examinerar både begreppsförståelse och problemlösning och tvingar den studerande att gå igenom varje moment i kurserna. Redovisningsuppgifterna ger läraren möjlighet att innan slutprovet ge den studerande återkoppling på hur man bör redovisa matematiskt resonemang skriftligt och försäkra sig om att centrala begrepp är korrekt uppfattade. Även Andersson (2006, s 20) noterar att de studerande upplever skriftligt redovisade ”veckouppgifter” positivt och som en morot för att studera kontinuerligt.

Konferenssystemet

Den studerande får tillgång till ett konferenssystem med tre huvudforum och ett (punkt fyra) system för e-post.

1. Informationsforum: I detta forum har de studerande endast läsrätt. Här kan de läsa lärarnas instruktioner för kursen såsom en planering att följa och inlämningsuppgifter att skicka in.
2. Examinationsforum: I detta forum har de studerande endast skrivrätt. Hit skickar de sina inlämningsuppgifter för examination, men de kan läsa varken sina egna eller andras inlämningsuppgifter.
3. Undervisningsforum: I detta forum kan de studerande både skriva och läsa. De kan skriva egna meddelanden till lärare och andra kursdeltagare för att fråga om hjälp. De kan också läsa allas meddelanden till detta forum. Detta forum är i sin tur uppdelat i underavdelningar enligt lärobokens avsnitt.
4. Personlig e-post: Varje lärare och studerande har även en personlig brevlåda för e-post i konferenssystemet. Denna brevlåda är inte uppdelad på kurs och om en studerande eller lärare deltar i flera kurser, så blandas e-posten från kurserna. Därtill använder lärare och studerande ofta sin personliga e-postadress utanför kurssystemet.

Konferenssystemets tredje punkt ovan, motsvarar det virtuella forum, som Gustafsson och Mouwitz (2002) efterlyser för att studerande och lärare ska kunna diskutera och reflektera matematik. Det är i detta undervisningsforum, som kommunikationen undersöks. Att välja data endast ur undervisningsforum – det kursforum som alla kan läsa och skriva i – är en begränsning. Att välja bort telefonsamtal och personliga brevlådor har dock en rimlig förklaring: Det är lätt att snabbt få tag i stora mängder data i konferenssystemets forum. Att spela in och transkribera telefonsamtal mellan lärare och studerande tar mycket tid. Att leta i deltagarnas personliga brevlådor inom kurssystemet väcker dels etiska frågor om integritet och då är det troligt att färre vill delta i studien. Dessutom är e-posten inte sorterad efter kurs, varför det skulle vara ett omfattande arbete att reda ut vilken e-post som hör till vilken kurs. Detsamma gäller den e-post som skickas till och från lärarnas personliga e- brevlådor utanför kurssystemet.

Datainsamlingens praktiska förfarande och bortfall av data

De studerande genomförde kurserna hösten 2006. Efter kursernas slut våren 2007 fick kursdeltagarna upplysningar om och en förfrågan om att delta i studien. Av 81 kursdeltagare svarade 5 nej och ytterligare 3 kunde inte nås. I undersökningen ingår därför 73 studerande och skolans samtliga lärare i kurserna.
Det är meningslöst att ange antalet lärare per kurs då lärarna arbetar i kursarbetslag som till stor del, men inte helt, överlappar andra kursarbetslag. Dessutom arbetar lärarna i olika omfattning med distansundervisningen. Att ange antalet lärare på skolan skulle också kunna ge ledtrådar till vilken skola, som har undersökts. Därför anges inte antalet lärare med hänsyn till lärarnas och därmed även de studerandes konfidentialitet.
Därefter samlades data in genom att IT-ansvarig gav mig tillgänglighet till kurserna i efterhand. Varje inlägg ur alla forum kopierades in på en egen rad i en Excelfil. Varje inlägg får ett radnummer, förses med uppgift om inläggets meddelanderubrik, kurs (MaB, MaC, MaD respektive MaE), kursavsnitt, datum, uppgift om vilket radnummer inlägget svarar på (i förekommande fall), roll (lärare eller studerande) samt en identifiering så att det går att skilja på kursdeltagarna. Med hjälp av filterfunktionen i Excel är det lätt att ur data välja ut en delmängd med önskade egenskaper hos kommunikationen.
Om all insamlad text klistras in i ett Word-dokument med 12 punkter teckenstorlek, så motsvarar det drygt 30 tätskrivna A4. I detta ingår inte de bilagor i form av filer, vilka lärarna ibland skickar med som svar på de studerandes frågor om hur man löser en viss övning i boken. Dessa bilagor har alltså inte tagits med i undersökningen och betraktas som bortfall i data, då de innehåller både beräkningar och förklaringar av övningar. Det finns också möjlighet att i inläggen skriva formler med en särskild editor. Dessa formler gick inte att kopiera automatiskt utan har utelämnats eller vid behov fyllts i manuellt efteråt. Även detta hör till bortfall.

Analysinstrument: Hur ska data undersökas?

Att kategorisera data

För att undersöka kommunikationen avseende innehåll och form införs ett antal kategorier för detta. Innehållskategorin för varje inlägg noteras i en kolumn i Excelfilen med data och formkategorin noteras i en annan kolumn. Med filterfunktionen i Excel går det snabbt att dels kvantitativt sammanställa hur kommunikationens form fördelar sig och dels välja ut en särskild innehållskategori för en kvalitativ diskussion.
Lundgren (1981) beskriver en närundervisning där läraren till stor del tar initiativet. Så är inte fallet i den undersökta distansundervisningen: De studerande frågar och läraren svarar. Alltså

bör data inte kategoriseras enligt lärarens strategi att leda kommunikationen i undervisningen såsom Lundgren gör. Istället väljs innehållskategorierna utifrån ämnet för de studerandes frågor enligt figuren nedan.

Innehållskategorier: Kommunikationens innehåll	
Miniräknare	Miniräknare, hur och när de används och vad som behövs.
Matematik	Matematiska frågor.
Examination	Examination under kursen (avsnittsdiagnoser, inlämningsuppgift) och slutexaminationen (skriftligt prov och telefonsamtal).
Studerandekontakt	Studerandekontakt – studerande som söker studiekamrater.
Datorproblem	Frågor om hur datorn används i matematiken, i studierna etc.

Figur 7. Definitioner för kategorisering av kommunikationens innehåll.

Löwings använder tre formkategorier, tolkade enligt figuren nedan, för att kategorisera efter hur kommunikationen fördelar sig på ämnet, formerna för lärandet respektive övrig kommunikation. Dessa passar väl för att beskriva insamlade data.

Formkategorier: Kommunikationens form	
Didaktisk	Undervisningens ämnesinnehåll är huvudtema.
Reglerande	Målen och formerna för lärandet är huvudtema.
Social	Artighetsfraser och kontaktskapande är huvudtema.

Figur 8. Definitioner för kategorisering av kommunikationens form.

Löwing beskriver dock en närundervisning där kommunikationen omväxlande sker på lärarens villkor (genomgång) och på individens villkor (handledning). En sådan uppdelning passar dock inte för distansundervisning enligt följande resonemang: Genomgång kan tydligare definieras som att första draget i en cykel av drag sker på lärarens initiativ medan i handledningen är det den studerande som gör första draget. Med denna definition blir det onödigt att införa formkategorier för genomgång och handledning då dessa följer av vem som tar initiativet. I kursens undervisningsforum sker nästan all kommunikation på de studerandes initiativ, samtidigt kan alla ses som mottagare då alla inlägg är samtidigt tillgängliga. Därmed är det sällan meningsfullt att peka ut en individ som mottagare (handledning) eller kategorisera vad som är genomgång respektive handledning.

Att tolka data

Efter vilka principer ska det matematikdidaktiska innehållet i kommunikationen tolkas? Det forum som undersöks är ett forum för frågor om det man *inte* vet eller fullt begriper. Därtill är frågorna vanligen strikt avgränsade till sitt exempelvis ”jag behöver hjälp med att förstå komplement”. Hur ska denna kommunikation analyseras och vilka verktyg passar? I detta arbete används matematisk kompetensbeskrivning enligt Niss och Höjgaard Jensen (2002) samt Kilpatrick et al (2001), beskrivet under rubriken *Matematiska kompetenser* tidigare i denna rapport.

De matematiska kompetenserna enligt Kilpatrick et al (2001) är ett sätt att beskriva den kunskap, som de studerande frågar om. Den strategiska kompetensen att kunna representera och lösa matematiska problem förutsätter dock att kunna utföra procedurer, förstå begrepp och att reflektera och tänka logiskt, vilket ingår i kompetenserna begreppsförståelse, procedurförmåga och adaptivt resonemang. Det betyder att kompetenserna delvis överlappar varandra. Detta gäller även Niss och Höjgaard Jensen (2002), vilka skriver att de åtta matematiska kompetenserna överlappar varandra delvis allihop och gränserna mellan dem är inte strikta (s 46). Det är därmed inte rimligt att strikt kategorisera innehållet i en kommunikation till en enda kompetens. En lösning är att då ta upp alla relevanta aspekter för diskussion. Fördelen med att kategorisera enligt Niss och Höjgaard Jensens åtta matematiska kompetenserna är att det är en forskningsbaserad modell och att den, enligt litteraturgenomgången ovan, går att överföra till skolverkets mål (skolverket, 1994a).

Varför är inte taxonomier lämpliga för att tolka data? Taxonomier används för att bedöma nivån i kunskapen och kräver vanligen de två rollerna examinator och examinand. Examinatorns roll är att bestämma frågorna så att de täcker ett område brett nog att vara underlag för en bedömning av kunskapen. För ett elektroniskt frågeforum i distansundervisning är dessa förutsättningar inte uppfyllda: Rollerna är omvända då de studerande ställer frågor och dessa frågor är ofta strikt avgränsade till exempelvis ett enda begrepp.

Validitet, reliabilitet och generaliserbarhet: Fungerar metoden?

Tillförlitligheten i en undersökning beror både på vilka data som samlas in och med vilka verktyg de analyseras. Data och analysinstrument diskuteras i denna ordning.

Är data användbara?

Styrkor

- Skolverket skriver styrdokumenten. Därför är kursernas mål och innehåll oberoende av utbildningsanordnaren och åtminstone innehållsfrågorna torde vara i huvudsak detsamma för olika skolor.
- Skolorna liknar varandra i avseendet att flertalet använder ett gemensamt kursforum, personlig e-post samt telefon som huvudsakliga kommunikationsverktyg.
- Brett urval av studerande. De studerande i den valda skolan kommer från hela Sverige.
- Litet bortfall bland deltagare: 73 av 81 studerande deltar.
- Lång tid. Data samlas under en hel termin (augusti – december 2006).
- Deltagande studerande och lärare i undersökningen tillfrågades först efter kursernas slut och har således inte på förhand kunnat formulera frågor och svar så att undersökningen påverkas.

Svagheter

- Det kan ibland vara godtyckligt om en fråga skickas till kursens gemensamma frågeforum eller ställs till läraren personligen via e-post eller telefon. Detta är en störande faktor för vilka data som faktiskt samlas in.
- Olika utbildningsanordnare har olika läromedel i form av lärobok, förklarande och undersökande datoranimeringar etc. vilket troligen påverkar de studerandes frågor och lärares svar på ett ej kartlagt sätt.
- Avgränsningen till frågor till kursens frågeforum: Det är möjligt att de studerande ställer antingen vissa typer av frågor eller använder annorlunda formulering i personlig e-post. Detta bör följas upp i framtida undersökningar.
- De filer, som lärarna bifogar i svaren, har inte tagits med.

På grund av skolverkets styrdokument torde läromedlen och kursernas matematiska innehåll vara likartat i olika skolor. Detta tillsammans med en stor mängd data och litet bortfall styrker pålitligheten och giltigheten i innehållet för den matematikdidaktiska analysen. Däremot torde det vara möjligt att utforma kursforum och kursinformationen på olika sätt så att fördelningen inom formkategorierna varierar mellan olika utbildningsanordnare. Likaså är det troligt att en utbildningsanordnare som är lätt tillgänglig på telefon får ta många snabba frågor om studiernas organisation (reglerande drag) på telefon. Dvs. den reglerande kommunikationen kan styras över till andra forum än ett gemensamt kursforum. Det är därför inte troligt att fördelningen i formkategorierna kan generaliseras till en utbildningsanordnare som organiserar kurserna på ett annorlunda sätt än huvudfåran av skolor gör.

Är analysinstrumentet användbart?

Styrkor

- Kategorierna för kommunikationens innehåll och form är hämtade från vetenskapliga publikationer.
- Tolkningen av kommunikationens matematikdidaktiska innehåll står och faller inte med det valda instrumentet.

Svagheter

- Ibland kan ett drag i kommunikationen placeras in i flera kategorier. Då krävs en bedömning av vilken kategori som är mest relevant.
- Det matematikdidaktiska innehållet i kommunikationen är beroende av läroplanen avseende dels styrdokumenten för kursernas matematiska innehåll och dels läroplanens pedagogiska synsätt.
- Det är tänkbart att olika studeranden med olika personlighet eller självdistans använder personlig e-post respektive allmänt frågeforum olika mycket.

Punkt två i analysinstrumentets styrkor avser att med ett annat val av instrument, så torde slutsatserna ha blivit likartade, fast klädda i en annan terminologi. Att innehållet i kommunikationen är beroende av läroplanen ska förstås som att slutsatserna från denna undersökning inte utan vidare kan generaliseras till en annan kurs eller till en annan pedagogisk inriktning. Med en läroplan i behaviorismens anda är det troligt att det förekommer fler frågor om typexempel. Den nuvarande läroplanen, lpf94, hämtar drag från pragmatisk teori genom att betona problemlösning och från socialkonstruktivistisk teori genom att betona begrepp. Då vissa människor kan föredra personlig kommunikation medan andra gärna skriver i allmänt läsbara frågeforum, så kan det tänkas att en del typer av frågor inte kommer med. Detta bortfall är okänt och därför är det okänt hur det påverkar undersökningens resultat.

Forskningsetiska överväganden: Är metoden etiskt lämplig?

Vetenskapsrådet (1990) har antagit fyra etiska principer för humanistisk och samhällsvetenskaplig forskning. Här diskuteras dessa etiska aspekter på undersökningen. Den kommunikation som förekommer mellan lärare och studenter består av telefonsamtal, personlig e-post, e-post till de frågeforum som alla kan läsa samt enstaka fysiska samtal. Av dessa är e-posten till frågeforum etiskt minst problematisk, eftersom de studerande är medvetna om att den sparas och kan läsas av alla berörda i kursen under ett par månader framöver, även efter att de själva har slutat. Att undersöka kursens gemensamma frågeforum innebär därmed minst intrång i den personliga integriteten. Denna studie intresserar sig inte heller för vilken utbildningsanordnare som ger kursen och ej heller för genus, ålder och studieort för dem, som deltog i kursen. Av intresse är endast vilken kurs de studerande läste och hur de kommunicerade i kursens elektroniska frågeforum. Således uppfylls det forskningsetiska kriteriet om *konfidentialitet*. Då denna kommunikation är öppen för alla deltagare, så bedöms den inte som känslig uppgift. Deltagarna tilltalar ibland varandra och läraren med namn, vilka dock har tagits bort. Därför ställdes frågan om deltagande i studien omvänt: De studerande fick till sin privata e-post (dvs. utanför kurssystemet) eller telefon upplysningar om undersökningen, dess syfte och en fråga om de *inte* ville delta i undersökningen. Därmed uppfylls *nyttjandekravet* och *informationskravet* i forskningsetiken. De som inte ville delta skulle svara medan övriga inte behövde göra någonting. De tillfrågade fick ca 3 veckor på sig att tacka nej. Av 81 tillfrågade svarade 5 nej och ytterligare 3 kunde inte nås. Totalt 73 personer kan därför anses ha gett *samtycke*. Rektor och lärare på skolan har också informerats och samtyckt.

Resultat

Kommunikationen beskriven efter kurser och innehållskategorier

Då frågor om matematik är den största innehållskategorin, så redovisas den uppdelad på respektive kurs. Resultatet per kurs redovisas som deltagarstatistik, tabell över kommunikationens fördelning i formkategori och innehållskategori (se figur 7 och 8) samt ett större antal citat av typiska frågor och svar av studerande och lärare. Det kan tyckas vara utfyllnad att ta med flera sidor citat i en rapport, men samtidigt är särskilt de studerandes frågor intressant läsning i sig för en matematiklärare. Det motiverar citatens omfattning. Utdragen och beskrivningarna nedan försöker ge en heltäckande sammanfattning i matematikdidaktiskt avseende och tar med upprepningar endast då de bedöms intressanta. Övriga innehållskategorier är mindre och redovisas inte separat för varje kurs.

Vanligen förkortas kursernas namn så att exempelvis gymnasiets matematik B skrivs MaB. I tabellhuvuden används förkortningar av innehållskategoriernas namn (enligt figur 7, i metodkapitlet, tidigare i denna rapport) för att få plats på bredden. Följande förkortningar används: MI = miniräknare, MA = matematik, EX = examination, ST = studerandekontakt samt DA = datorproblem. Eftersom några studeranden läser flera kurser, ser antalet deltagare, enligt tabellerna nedan, ut att vara fler än de 73 personer som deltog i studien.
När kommunikationens form enligt figur 8 kommenteras, används vanligen förkortningarna D, R och S för didaktisk, reglerande och social form. Exempelvis en serie drag didaktisk – didaktisk – reglerande förkortas alltså som DDR. Citaten ur kommunikationen inleds med ”E” för studerande och ”L” för lärande samt dragets nummer i insamlade data.

Matematik B

Till kursen i MaB anmälde sig 490 deltagare, varav 47 deltagare skriver inlägg i kursens forum. I distansundervisning är det vanligt att antagna till en kurs inte påbörjar kursen eller avbryter inom kort utan betyg. Det hade krävt tillgång till utbildningsanordnarens betygsdatabas och en stor arbetsinsats för att undersöka hur många av de antagna som faktiskt fullföljde kursen med eller utan godkänt betyg. Detta gäller alla de undersökta kurserna. De studerandes och lärarnas kommunikation fördelar sig per kategori enligt tabellen nedan.

Tabell 9. Studerandes och lärares drag i MaB per innehållskategori.

MaB (140 elevdrag):	**MI**	**MA**	**EX**	**ST**	**DA**	**Total**
Didaktisk	0%	55%	2%	0%	0%	57%
Reglerande	0%	5%	22%	3%	4%	34%
Social	0%	3%	1%	5%	0%	9%
Total **47 studeranden deltar**	0%	64%	24%	8%	4%	100%
MaB (121 lärardrag):						
Didaktisk	0%	56%	2%	0%	0%	59%
Reglerande	0%	7%	25%	1%	4%	36%
Social	0%	3%	0%	2%	0%	5%
Total	0%	66%	27%	2%	4%	100%

På grund av avrundningar ser summan ibland ut att inte stämma.

Notera i tabellen ovan att ingen frågar om miniräknare, det är endast föga kommunikation om studerandekontakt och datorproblem och att betoningen ligger på didaktiska frågor i matematik och reglerande frågor om examination. Detta analyseras i kapitlet ”Diskussion”. Fördelningen av kommunikationen fördelar sig i stort sett lika för lärare och studerande i de olika kategorierna.

Skolverket (1994a) delar upp det matematiska innehållet i kursen MaB i geometri, statistik, algebra och funktionslära. I kursen MaB är frågorna fördelade över kursens alla moment, med ungefär lika många på kapitlen om geometri, kvadratiska modeller och sannolikhetslära. Däremot ställs ca dubbelt så många frågor om räta linjen som i de övriga kapitlen.

I algebra och funktionslära, särskilt räta linjer, undrar de studerande om de flesta begreppen i avsnittet: Koordinatsystem, värdetabeller, riktningskoefficient, intervall, parallell, definitionsmängd, grafisk och algebraisk lösning av linjära ekvationer, olikheter och ekvationssystem.

Begrepp	**Drag**
Rita kända funktioner (främst räta linjer)	330 – 333, 349 – 354, 358 – 359, 374 – 375, 382 – 383
Beräkna riktningskoefficient	346 – 347, 397 – 398
Ställa upp och lösa ekvationssystem	334 – 337
Definitions- och värdemängd	366, 376 – 377, 380 – 381, 387 – 388, 399 – 400.
Värdetabeller och grafer	324 – 325,
Allmän form	389 – 390
Intervall	401 – 402
Hantera olikhetstecken	340 – 341
Linje med lutning = 0	342 – 343
Ligger punkten på linjen?	344 – 345
Parallella linjer	394 – 396
Lämpliga multiplikatorer i additionsmetoden	378 – 379

Figur 10. Några begrepp, som de studerande frågar om i MaB samt antalet drag och cykler.

Här följer några exempel på citat ur kursens frågeforum. I en övning ska man konstruera ett ekvationssystem med en given lösning. Den studerande har en idé, men är osäker om det är korrekt uppfattat. Den didaktiska dialogen (DD) blir följande:

> *E(drag 338): Förstår inte hur man tänker här. Ska man rita upp punkten där de skär varandra och sedan på måfå dra 2 linjer och utgå från det eller hur är det tänkt "baklänges"?*
>
> *L(drag 339): Ja, faktiskt så.*

Att göra värdetabeller och rita grafer:

E(drag 324) Hej jag förstår inte riktigt hur jag ska räkna ut en grafisk lösning! De tre punkterna som man ska sätta i värdetabellen, väljs de ut slumpvis? Sätter man bara in dem i grafen sedan eller måste man göra någon uträkning?

(Dragen 350-352 lärare-elev-lärare utelämnas i följande konversation i sex didaktiska drag)
E(drag 349): Hur prickar man in detta? Var sitter -x? ...

E(drag 353): Nej, jag menar hur man prickar in just detta! -x+3, vart hamnar den?

L(drag 354): y= -x+3 m-värdet är 3, alltså skär linjen y-axeln vid +3. En punkt är (0,3) k-värdet är - alltså -1. Då blir det "nedförsbacke", du går ett steg neråt och ett åt höger från 3 på y-axeln. Alltså hamnar nästa punkt vid (1,2).

Begreppet riktningskoefficient algebraiskt och grafiskt i följande didaktiska kommunikation:

E(Drag 358): Hej! Jag har lite problem angående k-värden. Jag förstår hur jag får fram siffrorna genom ett diagram och genom linjerna men har problem med att räkna ut k-värdet sen. Finns det någon regel för hur man ställer upp talet? Ska t ex alltid y-siffran (talet) stå överst och delas med det undre (x-siffran/talet) eller ska man alltid ställa det högsta talet först eller hur tänker man? Hur ska t ex ett tal som (-1, 2) och (5, -4) ställas upp, bara som ett exempel? ska –1:an och 5:an t ex stå högst upp eller vilken regel gäller? Hoppas ngn förstår vad jag menar och tack på förhand! :)

E(drag 389): Hej hej! Jag kommer inte alls överens med räta linjens ekvation i allmän form... Jag kan inte riktigt förstå vad det är de vill att jag ska göra...

L(drag 390): Hej! k är lutningen och m var linjen skär y-axeln. k-värdet hittar du framför x och m är konstanttermen. y=kx+m. y= 4x - 5 k=4, m= -5. y= -4x -5 k= -4, m= -5. y= -5 -4x som ovan. y= -4x + 5 k= -4, m=5. y= 5 - 4x som ovan. Du kan direkt pricka in m-värdet på y-axeln. Sedan kan du pricka in nästa punkt med hjälp av lutningen. Är det positivt k-värde, då blir det uppförbacke om man läser från vänster till höger. Är det negativt k-värde då blir det nedförsbacke. Om k är heltal: Du går ett antal steg uppåt eller nedåt (k-värdet talar om hur många steg och uppåt om k var pos, neråt om k var neg) och sedan åt höger. T ex om k är -4 då går du fyra steg nedåt och ett åt höger. Om k är bråk: Du går ett antal steg uppåt eller nedåt (täljaren i k-värdet talar om hur många steg och uppåt om k var pos , neråt om k var neg) och sedan åt höger så många steg som det står i nämnaren. T ex om k=-3/4 då går du nedåt tre steg och sedan fyra steg åt höger.

Begreppen värdemängd och definitionsmängd upplevs som svåra i följande didaktiska fråga:

E(drag 380): Jag fattar ingenting. Jag har precis börjat funktioner. Jag förstår verkligen ingenting av vad funktionens värde- respektive definitionsmängd är. Jag har läst i boken och kollat på vad andra har frågat er om detta men jag fattar faktiskt ingenting. Skulle vara glad över ännu en förklaring från er.

Läraren svarar drag 380 med en kort beskrivning och hänvisar till ett utförligare didaktiskt svar, som skrevs tidigare i drag 388:

> *L (drag 388): Först ett konkret exempel: Lönen under en vecka beror på hur mycket vi har arbetat. Vi arbetar ju minst 0h och högst 7*24=168h, vilket kanske är möjligt om man har bakjour och får sova men måste kunna vara till hands med kort varsel. (Inte ens Gud arbetar dock mer är 168h/vecka!) Om vi tjänar 95kr/h så blir lönen 95*x där x är antalet arbetade timmar. Nu till den matematiska terminologin: Definitionsmängd: Det är de x-värden, som vi tillåter. Eftersom arbetstiden är mellan 0 och 168 h, så är definitionsmängden 0≤x≤168. Detta intervall är tillåtna x-värden. Exempelvis är x=175h förbjudet. Värdemängd: När man stoppar in x-värdena i funktionen, får man ett antal y-värden. Alla dessa värden tillsammans kallas värdemängden. Med funktionen y=95x får man att värdemängden är* [UNDERFÖRSTÅTT: INTERVALLET] *[0, 15 960]. Har man en krångligare funktion eller krångligare definitionsmängd, behöver det inte vara ett sammanhängande intervall som här, utan kan vara i princip "hur konstigt som helst".*

I momentet om kvadratiska funktioner i MaB anas genom de studerandes formulering en viss frustration. Det gäller lösningsförfarandet för andragradsekvationer i allmänhet, men också begreppen gradtal och polynom i följande didaktiska dialog.

> *E(drag 422): Jag förstår inte denna fråga. Läser och läser men det klarnar inte...*
>
> *L(drag 423): Polynom får endast ha heltalsexponenter. Det får inte finns negativa tal eller bråk som exponent i en polynom. Gradtal är den högsta exponenten.*

Också begreppet symmetrilinje frustrerar. Exemplen nedan klassificeras som DDS samt DD.

> *E(drag 437): matte är numera supersvårt :-(även om jag börjar förstå mer och mer så kvarstår frågan, hur räknar jag ut vertex?? Fattar inte, förklaring till hur jag ska tänka behövs*
>
> *L(drag 438): Det är nog det "konstigaste" avsnittet i matte B. Du är inte ensam om att tycka det är oklart. Saken är den att i matte B tas inte det enklaste sättet upp, det kommer först i matte C. Principen (i matte B) är att du ska hitta två x-värden, som ger samma y-värde. Då har du vertex x-koordinat mittemellan dessa två x-värden. I grafen innebär det att du ska hitta två punkter på samma höjd (y-värdena är desamma). Då är andragradskurvan symmetrisk i förhållande till dessa punkter som var på samma höjd. Vertex hamnar mitt emellan dessa två punkter. Om kurvan har nollpunkter (skär x-axeln), då har du det lite lättare, för då kan du hitta två x-värden som ger samma y-värde, nämligen där y är noll. Sätt ekvationen=0 så får du x-värdena när du löser ekvationen. Vertex x-koordinat ligger mittemellan nollställena. Om kurvan aldrig skär x-axeln då blir det knepigare. I boken på s.95 har de faktoriserat för att se var man kan hitta två x-värden som ger samma y-värde, nämligen y-värdet -8. Den ekvationen kan aldrig bli noll så man måste hitta två x-värden som ger samma y.*

E(drag 439): Tack, då ska det kanske klarna lite..... :-)

E(drag 427): Jag fattar inte hur $y=x^2 + 14x + 48$, kan få symmetrilinjens ekvation $x= -7$??? Kan någon förklara?

L(drag 405): Jag fick en fråga om symmetrilinjer. Den är av allmänt intresse. Symmetrilinje: Tittar du på kurvan x^2 så ser du att den är symmetrisk kring $x=0$ (y-axeln). Det beror helt enkelt på att $(-x)*(-x)=+x*x$, dvs minustecknen tar ut varandra. På motsvarande sätt har alla andragradsfunktioner en symmetrilinje kring sitt minimum. Om funktionen har två rötter ligger denna precis mitt emellan rötterna. Man kan tänka såhär: Funktionen är en summa av en konstant c, en förstagradsterm och en andragradsterm. Grafen av konstanten c är alltid symmetrisk, dvs. $y(-x)=y(+x)$. Det gäller även andragradstermen. Således är det förstagradstermen som bestämmer symmetrilinjen. Varför blir symmetrilinjen där den blir? Jo, utveckla uttrycket: [KVADRATKOMPLETTERAR UTTYCK]. *Man ser att vänsterledet har symmetrilinjen vid $x=-d$ eftersom $(x+d)$ byter tecken då. I högerledet har koefficienten för x-termen blivit "2d". Jämfört med symmetrilinjen är denna koefficient dubbelt så stor och har fel tecken. Alltså måste man byta tecken och halvera för att få tillbaka symmetrilinjen.*

I avsnittet om sannoliketslära frågar de studerande om komplement och träddiagram. Utöver dessa begrepp så ställer sannolikhetslärans speciella betydelse av orden ”kasta” och ”få” till det för en studerande i följande konversation av typen DDDDS:

E(drag 305): Jag förstår absolut inte denna fråga! Kastar man 2 mynt åt skogen, så får man ingen krona, kastar man dem till den som ska fånga dem får man mynt, vad är det för mynt som kastas? kronor? 50-öringar? Begriper inte frågan, tycker den är konstig! Hoppas på hjälp att förstå!

L(drag 306): Att kasta mynt i sannolikhetslära betyder samma sak som att kasta tärningar. Man kastar dem på bordet/golvet och ser efter vilken sida som kommer upp (det är ointressant om det är 1 Euro eller en svensk 5-krona). Hjälper dig detta ett steg framåt?

E(drag 307): Nej, det gör det faktiskt inte, jag förstår bara inte! Det står att man kastar 2 mynt, vad är sannolikheten för 0 krona? Då är det plötsligt en krona som kastas? Om man inte kastar bort den så kan man ju inte få 0 krona? Om man kastar 2 mynt, vad är sannolikheten för 1 krona? Då måste man ju kasta bort ett mynt? Jag förstår inte!

E(drag 308, en annan studerande svarar): Jag tror de syftar på krona vs klave inte 1 svensk krona (det är en krona på ena sidan av myntet och en klave på andra sidan) Hjälpte det?

E(drag 309): OJ! Vad dum jag är!! Där satt den! Tack!!!

Matematik C

Till kursen i MaC anmälde sig 329 deltagare, varav 26 deltagare skriver inlägg i kursens forum. De studerandes och lärarnas kommunikation per kategori fördelar sig enligt följande tabell.

Tabell 11. Studerandes och lärares drag i MaC per innehållskategori.

MaC (65 elevdrag):	**MI**	**MA**	**EX**	**ST**	**DA**	**Total**
Didaktisk Reglerande Social	8% 2% 0%	74% 5% 5%	0% 6% 0%	0% 0% 0%	0% 0% 0%	85% 11% 5%
Total **26 studeranden deltar**	9%	85%	6%	0%	0%	100%
MaC (57 lärardrag):						
Didaktisk Reglerande Social	11% 2% 0%	81% 2% 0%	0% 5% 0%	0% 0% 0%	0% 0% 0%	91% 9% 0%
Total	12%	82%	5%	0%	0%	100%

På grund av avrundningar ser summan ibland ut att inte stämma.

Notera i tabellen ovan att ingen frågar om studerandekontakt och datorproblem och att betoningen ligger på didaktiska frågor i matematik. Några didaktiska frågor om miniräknare och reglerande frågor om examination förekommer. I kapitlet ”Diskussion” diskuteras detta i jämförelse med andra kurser. Fördelningen av kommunikationen fördelar sig i stort sett lika för lärare och studerande i de olika kategorierna.

Innehållet i kursen MaC är i stora drag differentialkalkyl med tillämpningar och tillhörande algebra och funktionslära (Skolverket, 1994a). I kursen MaC är frågorna fördelade över kursens hela innehåll, med tyngden på algebra, som också är lärobokens största avsnitt. I läroplanens kursmål omfattar momentet algebra polynom, rationella funktioner, potenser och logaritmer. Det är om just detta som många av de studerandes frågor handlar. I avsnitten om förändringshastigheter, derivator och kurvor märks bland annat fel i parenteser. Avsnittet talföljder är litet både i läroboken och i antalet frågor från de studerande, som vanligen frågar om hjälp med övningar i läroboken och i mindre grad begrepp om talföljder.

Skolverkets kursmål avspeglar sig i att några centrala begreppsliga frågor också är vanliga frågor från de studerande:

Förenkling. En student frågar en sak och några veckor senare ställer en annan student en liknande fråga. DDS-dialogen i dragen 86-88 dateras 2006-10-04/05 och de didaktiska dragen 47-48 dateras 2006-12-07.

> *E(drag 86): Hur löser man uppgift 1228 i boken? Jag förstår varken a eller b uppgiften.*
>
> *L(drag 87): Att bryta ut handlar om att hitta gemensamma faktorer i termerna. Jag visar här lite omständligt (fullständigt faktoriserat) hur det kan gå till 1228a: Faktorer i 4h är: 2 och 2 och h. Faktorer i h^2 är: h och h. Gemensam faktor är h. Det finns (minst) en i varje. Bryt ut den: 4h+h^2 = h*(4 + h).*

*Notera att det som står inuti parentesen är de "överblivna" faktorerna 2*2=4 och h. Förkorta sedan h*(4 + h)/h=(4+h). 1228b på samma sätt: Faktorerna i den första termen är 2, x, och h. Faktorerna i den andra termen är h och h. Gemensam faktor är h. Bryt ut den: h * (2*x + h) Förkorta h*(2x+h)/h = (2x+h) Hjälper dig detta på vägen?*

E(Drag 88): Nu förstår jag precis. Tack så mycket

E(Drag 47): Jag skulle vilja ha en förklaring på det här med förenkling. Det vill bara inte gå in, hur och varför man gör i de olika stegen. Te x tal 1245b och 1246 b-d

*L(Drag 48): Det är inte lätt att beskriva vad förenkling innebär. Är x^2-2x+1 enklare än (x-1)^2 ? Däremot när det gäller bråk, är det enklare. grundprincipen är: Faktorisera och förkorta så långt det går. Orden "bryta ut" kan något omständligt beskrivas såhär: Sätt en parentes runt ett uttryck. Multiplicera med något utanför parentesen och dividera med samma sak innanför parentesen. Ett exempel: k*x+k inom parentes: (kx+k). Multiplicera med k utanför och dividera med k innanför: [FORMEL]. Förkorta sedan med k innanför: k(x+1). Fråga mer om du inte är nöjd med beskrivningen.*

Lösa ekvationer. En student frågar en sak och några veckor senare ställer en annan student en liknande didaktisk fråga. Dragen 89-90, dateras 2006-10-02 och dragen 68-69 dateras 2006-10-30.

E(drag 89): Jag hittar ingen vettig lösning så jag kan lära mig räkna ut de talen. Exempel: 5x^2-15x=0 Hur gör jag? eller: x(x-8)=0 Boken ger mig ingen bra förklaring... Om någon kan hjälpa mig, vore det jättesnällt!

L(drag 90): Har du läst om det som boken kallar "nollproduktmetoden" kap 1.1? Maila igen om du inte förstår!

E(drag 68): Har fastnat lite på tal 1523 b. Jag kommer fram till att x(x-2)=0 men hur går jag vidare? I facit står att x=2. Hur ska man tänka? Tacksam för hjälp på traven.

*L(drag 69): Nollproduktmetoden: en faktor * annan faktor = noll betyder att antingen en faktor = 0 eller andra faktorn = 0. Dvs faktorn x=0 eller faktorn x-2 = 0. Det ger två lösningar.*

Potenslagar (DDS)

E(drag 78): Hur räknar man ut uppgift 1415 c och d???

L(drag 79):skriv om 0,4 som ett bråk och räkna som i uppgift 1415 a) och b)

E(drag 80): Nu fattar jag! Tack!

Intervall och medellutning (DD)

E(drag 111): Hittar ingen bra förklaring någonstans till hur man läser ett intervall? Hur tolkar man t.ex.? Måste ha missat det... Hur löser man t.ex. frågan "Vilken medellutning har kurvan i intervallet?

L(drag 112): Grafiskt kan man rita ett intervall som en sammanhållen del av tallinjen. Matematisk notation för intervall är: Intervallet [1; 2] kan också skrivas [FORMEL]. Det kallas "slutet" eftersom ändpunkterna 1 och 2 får vara med och "begränsat" eftersom det har ändlig längd. Intervallet [1; 2) notera parenteserna, kan också skrivas [FORMEL]. Det kallas "halvöppet" eftersom ändpunkten 1 får vara med men inte ändpunkten 2. och "begränsat" eftersom det har ändlig längd. Nu till den egentliga frågan: Medellutningen är kvoten (f(b) - f(a))/(b - a). Således får man för f(x)=4x-x^2 beräkna f(2)=4 och f(1)=3 och sätta in i formeln: (4 - 1)/(2-1)=3.

Användning av teckentabell i avsnittet om derivator är en stående fråga. Exemplen nedan på didaktisk kommunikation sorteras med det äldsta först:

E(drag 138): Hur räknar man ut maxi- och minimipunkt? Jag kan göra det i räknaren men hur gör jag det för hand? Bokens förklaringar förstår jag inte.

L(drag 139): Det här är en mycket viktig fråga med 3 svar.
1) Använd funktionen själv, dvs. rita ut grafen och zooma in var det finns extrempunkter och terrasspunkter. - Fördelar: Enkelt och kräver inte särskilt mycket förkunskaper. - Nackdelar: Man får inte exakta värden. I vilket intervall ska man rita funktionen - det finns ju funktioner som är elaka nog att ha extrempunkter utanför ritfönstret eller små lokala krökar som inte syns i för grov zoomning.
2) Använd förstaderivatan, dvs gör teckenstudium. Det betyder att man (a) löser ekvationen y'(x)=0 och (b) studerar teckenskiftet runt nollställena, vilket bestämmer om det är max, min eller terrass. - Fördelar: Man har i regel mycket god kontroll på var nollställena finns. Metoden för teckenstudium är någorlunda lätt att lära sig. - Nackdelar: Man måste lära sig MaC, dvs att derivera och göra teckenstudium. (Se boken).
3) Använd andraderivatan. Beräkna tecknet på y''(a) för a=derivatans nollställe. Om y''(a)<0 så är det maximum annars minimum. (Jämför kurvorna -x^2 och +x^2 och deras andraderivator). - Fördel: Enkel att använda, det är bara att derivera igen och stoppa in a. - Nackdel: Om y''(a)=0 vet man dock inte om det är max, min eller terrass. Då får man göra teckenstudium istället. (Vill du ha ett mer precist svar får du ställa en mer precis fråga).

E(drag 136): I teckentabellen står det "max" 81, och "min" -175. Hur har de fått fram de två talen?

E(drag 132): Förstår inte hur jag ska skissa grafen utan hjälpmedel.
[”HJÄLPMEDEL” AVSER GRAFRITANDE MINIRÄKNARE].

Matematik D

Till kursen i MaD anmälde sig 133 deltagare, varav 17 deltagare skriver inlägg i kursens forum. De studerandes och lärarnas kommunikation per kategori fördelar sig enligt tabell 12 nedan. Notera i tabell 12 att ingen frågar om studerandekontakt och datorproblem medan matematik och miniräknare dominerar. Av de studerandes frågor är en fjärdedel vardera reglerande och social och dubbelt så mycket didaktisk kommunikation. Lärarnas svar fördelar sig som de studerandes så när som på att social kommunikation saknas (dvs. 1/3 reglerande och dubbelt så mycket didaktisk kommunikation). Notera andelen matematisk reglerande kommunikation.

Tabell 12. Studerandes och lärares drag i MaD per innehållskategori.

MaD (36 elevdrag):	**MI**	**MA**	**EX**	**ST**	**DA**	**Total**
Didaktisk Reglerande Social	14% 0% 6%	34% 14% 20%	0% 11% 0%	0% 0% 0%	0% 0% 0%	49% 26% 26%
Total **17 studeranden deltar**	20%	69%	11%	0%	0%	100%
MaD (23 lärardrag):						
Didaktisk Reglerande Social	17% 0% 0%	48% 9% 0%	0% 22% 0%	0% 4% 0%	0% 0% 0%	65% 35% 0%
Total	17%	57%	22%	4%	0%	100%

På grund av avrundningar ser summan ibland ut att inte stämma.

Skolverket (1994a) sammanfattar det matematiska innehållet i kursen MaD med trigonometri, differentialkalkyl och integralkalkyl. Särskilt trigonometrin väcker frågor: I kursen MaD handlar de studerandes frågor nästan uteslutande om avsnittet trigonometri. En reglerande fråga är om man måste kunna alla satser utantill eller om man alltid kan förlita sig på en formelsamling. Dialogen i fulltext är följande:

> *E(drag 183): undrar om man måste ha alla satser i huvudet eller kan man alltid kolla de upp i boken eller någon formelsamling?*
>
> *L(drag 184): Det är en viktig fråga som du ställer. Skolverkets betygskriterier säger bland annat följande: G: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt. MVG: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis. Ska man kunna resonera / bevisa även muntligt, så måste man nog oavsett betyg kunna utantill vad det är för påstående som ska resoneras kring eller bevisas. Matematik har stora likheter med vanliga språk. Man kan resonera såhär: Jag kan inte ett språk bara därför att jag har med mig en parlör och en liten grammatik. Däremot kanske jag kan nödtorftigt göra mig förstådd i enkla sammanhang. Man måste alltså lära sig en hel del utantill för att få användbara kunskaper. Läs gärna mitt mail "använd alltid enhetscirkeln" under nästa kapitel. Med hjälp av den får man ett användbart verktyg att hänga upp sin kunskap på eftersom så många satser blir geometriskt påtagliga och ofta nästan självklara. När man inser sammanhanget mellan dessa satser och enhetscirkeln, ser man att åtminstone allt som har med enhetscirkeln är högst rimligt att kunna utantill eller kunna resonera sig fram till med endast enhetscirkeln om hjälp.*

De båda dragen klassas som reglerande då de handlar om villkoren för studier i matematik. Av de didaktiska dragen är åtta om övningar i boken och tre om självrättande diagnoser samt en fråga om vad som menas med exakta svar. I en serie drag DDSD (drag 191-194) exemplifierar läraren exakta svar och eleven tackar varefter läraren kompletterar en tvetydighet i sitt svar. I en fråga om bokens övningar undrar den studerande vad som menas med att ”härleda”. Dialogen blir dragen DDS (drag 180-182), där läraren svarar med en bifogad fil, varefter den studerande tackar och svarar att ” *Ja, att härleda verkar vara detsamma som att visa att HL=VL. Tack så mycket för den utförliga anvisningen!*”. Även de övriga didaktiska frågorna handlar till större delen om härledningar och hur man skriver exakta svar. Ibland korrigerar de studerande dock sig själva, vilket exemplifieras av följande DS-monolog:

> *E(drag 189): Har blivit smått förvirrad nu? Men Cos(45 grader) står i formelsamlingen att det blir (roten ur 2)/2 och i svaret (roten ur1/2).*
>
> *E(drag 190): Det var inget, såg felet :)*

Eftersom avsnittsdiagnoserna är en del av examinationen, har lärarna uppdraget att inte ge explicita anvisningar utan endast ledtrådar, främst genom personlig kommunikation. På en fråga i kursens forum svarar därför läraren på följande sätt:

> *L(drag 187): Jag får inte hjälpa dig för mycket men kontrollera om du valt rätt vinkel. Då vägen svänger 72 grader blir vinkeln mellan sträckorna ej 72 grader.*

Matematik E

Till kursen i MaE anmälde sig 115 deltagare, varav 3 deltagare skriver 12 inlägg i kursens forum. Motsvarande statistik för MaD visar att andelen kommunicerande per antagen är högst i MaD medan antalet drag per antalet kommunicerande är lägst i MaD. Det omvända gäller, enligt för MaE. Det betyder att i kursen MaE skriver få studerande ofta och i MaD skriver flera studerande, men sällan.

Tabell 13. Studerandes och lärares drag i MaE per innehållskategori.

MaE (12 elevdrag)	**MI**	**MA**	**EX**	**ST**	**DA**	**Total**
Didaktisk Reglerande Social	0% 8% 8%	50% 0% 25%	0% 8% 0%	0% 0% 0%	0% 0% 0%	50% 17% 33%
Total **3 studeranden deltar**	17%	75%	8%	0%	0%	100%
MaE (12 lärardrag):						
Didaktisk Reglerande Social	0% 8% 0%	75% 0% 8%	0% 8% 0%	0% 0% 0%	0% 0% 0%	75% 17% 8%
Total	8%	83%	8%	0%	0%	100%

På grund av avrundningar ser summan ibland ut att inte stämma.

De studerandes och lärarnas kommunikation per kategori fördelar sig enligt tabell 13. Notera att kommunikation om studerandekontakt och datorproblem saknas medan didaktiska frågor i matematik dominerar och att kommunikationen om miniräknare är reglerande Den reglerande kommunikationen fördelar sig lika för lärare och studerande medan lärarna använder färre sociala drag än de studerande.

Skolverket (1994a) sammanfattar det matematiska innehållet i kursen MaE med komplexa tal samt fördjupad differential- och integralkalkyl.
I kursen MaE frågar de studerande om bokens övningar och en diagnos. Tre frågor handlar om avsnittet komplexa tal och de övriga tre om bokens övriga avsnitt (derivator, integraler och differentialekvationer). I en fråga om komplexa tal och en om differentialekvationer tror sig en studerande ha hittat tryckfel, vilket bekräftas av läraren (drag 9 och 23, vilka ej redovisas här).

Miniräknare

Kommunikationen i innehållskategorin miniräknare handlar främst om miniräknarens funktion och kan kategoriseras som didaktiskt: MaB – inga frågor. MaC – hur man beräknar potenser med decimala exponenter och hur diverse specialfunktioner som numerisk derivering och skärning med koordinataxlar beräknas. MaD – hur man växlar mellan olika vinkelmått. En begreppslig fråga är dock hur man beräknar andraderivator och antiderivator och hur man kan programmera det på miniräknare (dragen 206-207). Läraren ger exempel på hur numerisk andraderivata härleds ur förstaderivatan som en dubbel differenskvot och ger principen för hur man programmerar algebraisk integrering av polynom (som en lista). MaE – en reglerande fråga om miniräknare är om man behöver en grafritande miniräknare för att klara slutexaminationen. Läraren svarar att en sådan kan laddas ned från Internet.

Examination

I tre DD-drag (didaktisk fråga – svar) undrar några studerande i MaB över resultatet på avsnittsdiagnoser. I övrigt innehåller frågorna i innehållskategorin examination nästan enbart reglerande drag av olika längd fördelade på alla kurserna MaB, C, D och E. Det är undringar om organisation och tidplan för de olika examinerande momenten (självrättande avsnittsdiagnoser, redovisningsuppgift och slutprov med uppföljande telefonsamtal).

Studerandekontakt

Innehållskategorin om studerandekontakt avgränsar sig till MaD och MaB. I MaD informerar en lärare om var i kursens forum man ställer frågor. I MaB är det ett återkommande tema om sammanlagt tio drag att hitta studiekompisar som kan hjälpa varandra via MSN och liknande. En annan serie om fem reglerande drag är en fortsättning på ett didaktiskt drag. En studerande frågar om komplementhändelse och får telefonhjälp. En annan elev undrar om den första vill dela med sig av förklaringen, vilket den första personen avböjer.

Datorfrågor

Innehållskategorin om datorfrågor förekommer endast i MaB och handlar om dels om problem med Internet och webbläsare samt om hur man hittar och använder de olika delarna av kursens elektroniska forum.

Kommunikationen beskriven efter formkategorier

Kommunikationen innehåller drygt 17 000 ord. Här inräknas en matematisk formel som ett ord. Däremot räknas inte den text med som skickas som bilagor. Bilagorna skickas nästan uteslutande från lärarna till de studerande och innehåller lösningar och förklaringar av bokens övningar. Lärares och studerandes kommunikation mättes för respektive formkategori som antalet ord, drag och kvoten mellan dessa beräknades enligt tabellen nedan:

Tabell 14. Kommunikationen per formkategori och roll.

Formkategori	Antal ord		Antal drag		Ord/drag	
	Lärare	Studerande	Lärare	Studerande	Lärare	Studerande
Didaktisk	8 022	5 336	145	162	55	33
Reglerande	1 573	1 517	61	59	26	26
Socialt	81	618	7	32	12	19

Antalet drag per studerande som deltar i kommunikationen, fördelar sig mycket ojämnt. Några deltar med ett enstaka drag medan en studerande i MaB bidrar med 32 drag. Det är därför mindre intressant att beräkna medelvärden i stil med att antalet elevdrag grovt räknat är tre gånger antalet aktivt deltagande elever.

Lundgren (1981, s 147) definierar en cykel som en sammanhängande grupp drag. Cyklernas längd för de olika formkategorierna fördelar sig enligt tabellen nedan.

Tabell 15. Antal drag i kommunikationen efter formkategori.

Cykelns längd	1	2	>2 (inkl. blandade* drag)	Summa cykler
Didaktisk	14	95	27	136
Reglerande	5	33	6	44
Social	1	0	2	3
Övriga	0	12	8	20
Summa	20	140	43	203

*) Blandade drag avser att åtminstone de två första hör till formkategorin.

Kommunikationen fördelar sig på 466 drag och 203 cykler. I genomsnitt blir längden 2,3 drag per cykel. I alla didaktiska drag med längd 1 (D), tar lärarna initiativet. Dessa kan sägas ha karaktären av genomgång eftersom lärarna först tar initiativet utan att de studerande har ställt någon explicit fråga. Av alla dragföljder är DD (didaktisk fråga – didaktiskt svar) vanligast. Bland dragföljder längre än 2 är formen DDS (fråga – svar – tack) vanligast med 12 stycken. Dragen DD(S) är med ett undantag på de studerandes initiativ.

Av de fem reglerande dragen (R), tar lärarna initiativ till tre. Det är information om tryckfel samt information om hur kursens forum fungerar. I övriga reglerande drag (RR och längre kombinationer) tar de studerande initiativen och frågar om studiernas organisation (examination, datorproblem och diverse andra påpekanden). En reglerande fråga följs sällan av ett tack.

Diskussion

Analysera kommunikationen efter formkategorier

Didaktisk kommunikation

De rent didaktiska dragen ligger runt 50 % av kommunikationen i kurserna MaB, D och E och högre för MaC. Däremot fördelar de sig olika på innehållskategorierna. I MaC och D handlar en del av de didaktiska frågorna om hur man använder miniräknaren medan de i MaB och E är nästan uteslutande matematiska. Innehållskategorin matematik i tabellerna 9 och 11-13 står för runt 70 % av kommunikationen för alla kurser, utom MaC, som ligger högre. Det förklaras av att MaC har få sociala och reglerande drag i kommunikationen.

I den undersökta distansundervisningen har lärarna endast enstaka genomgångar, dvs. de förklarar något utan en föregående fråga i kursens forum. I övrigt är det främst de studerande som tar initiativet.
I detta avseende skiljer sig den undersökta distansundervisningen markant från den närundervisning, som Lundgren (1981) undersökte. I Lundgrens undersökning tog mestadels läraren initiativet medan här tar de studerande initiativen till merparten av kommunikationen. En trolig orsak till att de studerande dominerar som frågeställare är att det i distansundervisning är vanligt att tydligt skilja lärarens roll som examinator och undervisare. Den kontinuerliga kunskapskontrollen genom självrättande diagnoser sker i ett annat forum medan det undersökta forumet inte har någon formellt examinerande roll. En annan trolig förklaring är att de studerande startar vid olika tillfällen och studerar i olika takt, vilket innebär en långt driven hastighetsindividualisering. Sådan individualisering skulle även i närundervisning göra det svårt att tala till hela gruppen på en gång. Det är inte nödvändigt med hastighetsindividualisering vid distansundervisning, men det är en vanlig form för att göra kursen tillgänglig för fler och går ibland under namnet *flexibelt lärande*.

Kommunikationen i distansundervisning är mestadels två drag lång men, enligt tabell 15, några meningar lång i medeltal. En svepande förklaring är att den språkliga kulturen i e-post, där man inte ser mottagarens respons exempelvis i ansiktsuttryck, är att uttrycka sig tillräckligt precist för att undvika missförstånd. En mer precis förklaring är att omständigheterna kräver det: De studerande skriver e-post och läraren svarar med en tidsfördröjning om nedåt några minuter dagtid till dagen efter kvällstid och helger. Under sådana förhållanden måste kommunikationen vara så precis att man får önskat svar vid första försöket – de studerande har ju en på förhand bestämd tidsram att hålla sig till för kursen. En effektiv kommunikation ska i så fall ha längden två didaktiska drag av typen fråga – svar av samma formkategori. Eftersom människor är sociala, kan man därtill förvänta sig artighetsfraser här och där, särskilt av dem som får svar på frågorna. Att kombinationen DD(S) och RR(S) (sammanlagt 33 sådana cykler) är vanliga bekräftas av data i tabell 15 och av att fördelningen av att de studerandes och lärarnas drag i respektive tabellerna 9, 11-13 liknar varandra undantaget sociala drag.
Att distansundervisning till stor del sker via skriftlig kommunikation skiljer den från närundervisningen, där kommunikationen till stor del är muntlig. Den närundervisning, som Kilborn (2007) och Löwing (2004) har studerat, är en talspråkskultur och kommunikationen är ofta utdragen i flera korta drag, ibland bestående av enstaka ord. Detta är naturligt då lärare och elever kan få omedelbar respons på ett drag. Distansundervisning är däremot en skriftspråkskultur med tidsfördröjning i svaren. Skillnaden i talad och skriven kommunikation kan förklaras som en ramfaktor i respektive undervisningsform – tanken med

distansundervisning är att inte behöva resa till klassrummet när läraren är där utan istället kommunicera med läraren oavsett om läraren är i klassrummet eller ej, vilket kräver skriftlig kommunikation.

Reglerande kommunikation

I de reglerande dragen i kurserna MaC, D och E saknas innehållskategorierna studerandekontakt och datorproblem medan innehållskategorin miniräknare saknas i MaB. Mycket av de reglerande dragen i MaB handlar om examination, vilket skiljer ut denna kurs från MaC, D och E. En trolig förklaring är att studerande i kurserna MaC, D och E har större studievana i just matematik och därför vet hur den allmänna kursinformationen i konferenssystemets informationsforum ska tolkas. Utmärkande för MaD är den jämförelsevis höga andelen reglerande kommunikation om matematik. Det illustreras med dialogen 183-184 där en studerande undrar vad man ska kunna utantill respektive kan slå upp i formelsamling. Den troliga förklaringen är att läroböcker i MaD ofta har en rik flora av trigonometriska formler. Flertalet av dessa kan visserligen direkt härledas ur några centrala satser, men för nybörjaren kan antalet formler förefalla överväldigande.

Av totalt 203 cykler (serier av drag) är 44 reglerande, enligt tabell 15. Det kan tolkas som att flertalet studerande är på det klara med lärandets spelregler i denna studieform. Det är naturligt att kommunikationen innehåller reglerande drag, då man i en pedagogisk kommunikation kan förvänta sig en diskussion om målen och formerna för lärandet. Om den reglerande kommunikationen vore omfattande, skulle det tyda på att spelreglerna för lärandets mål och form är oklara eller att de studerande inte vill följa dem.

Kommunikationen i denna studie klassas till ungefär två tredjedelar som didaktisk och resten som reglerande eller social. Det är ungefär samma fördelning som i de klassrum som Löwing studerade. Trots att det finns ett särskilt informationsforum för kursernas mål, form och examination, behöver de studerande ändå läsanvisningar till var de hittar och hur de ska förstå denna information samt kompletterande information om exempelvis miniräknare under proven.

Social kommunikation

De sociala dragen i MaD och E har till stor del karaktären av ”tack för hjälpen”, medan detta är ovanligare i MaB och C. Särskilt i MaB sparas artighetsfraserna istället till kontakten med medstuderande. Den höga andelen sociala drag i MaE förklaras visserligen av att en av de tre aktiva deltagarna är artig och står för de sociala dragen. Samma mönster återkommer dock i MaD där sju av de tretton aktiva deltagarna använder artighetsfraser, främst som tack för förklaringar av matematiska frågor. Det finns för övrigt en trend att de sociala dragen i samband med frågor om matematik liksom även om miniräknare ökar med kursens nivå. En tänkbar förklaring är att de som studerar kurser på högre nivå har större vana av matematik och studier i matematik och därmed en viss självdistans till studier i matematik och att man då kan kosta på sig en artighetsfras. En annan tänkbar förklaring är att antalet deltagare avtar med nivån på kursen och att det därför finns ”mer utrymme” att skriva: Det forum som de studerande i de lägre kurserna ser, är därmed fullt av meddelanden. Därför inskränker deltagarna sin kommunikation till det nödvändigaste, för att inte fylla på med onödiga meddelanden. I de högre kurserna, däremot, ser det ”tomt” ut, vilket gör att det finns plats för sociala fraser utan att det blir svåröverskådligt att hitta bland alla meddelanderubriker. Det är samma fenomen som att personer i en stor grupp inte yttrar sig inför gruppen lika ofta som i en mindre grupp.

Den sociala kommunikationen är endast en mindre del av all kommunikation. En naturlig förklaring till detta är att kursdeltagarna inte känner varandra, och om de gör det, så sker den sociala kommunikationen troligen utanför kursens elektroniska forum. Det kan formuleras som att den sociala kommunikationen här inte är spontan (utan känd orsak), utan är en verkan av en tjänst från en lärare eller kurskamrat.

Analysera kommunikationen efter innehållskategorier

Miniräknare

Till skillnad från kurserna MaC, D och E, saknar kursen MaB, enligt tabell 9, frågor i innehållskategorin miniräknare. Uppenbarligen skapar miniräknarna inga problem för de studerande i MaB. Skolverkets kursmål för MaA uttrycker explicit att eleven skall lära sig hantera grafritande räknare (skolverket, 1994a). Kanske är dessa förmodade förkunskaper förklaringen att de studerande inte har frågor om miniräknaren. Författarens egen erfarenhet från klassrummet är att studerande i matematik sällan har problem att mata in funktioner i grafritare. Däremot är det oväntat att inga frågar om problem med att zooma, vilket brukar uppstå när funktionen hamnar utanför bildskärmen. I kursmålen för MaB heter det ”grafritande hjälpmedel” i stället för ”grafritande räknare”. Detta öppnar möjligheten att använda även exempelvis kalkylprogrammet Excel för datorer. En gissning är dock att endast få studerande använder dator som grafritande hjälpmedel, och då endast sällan.
I kursen MaE frågar de studerande hur miniräknare får användas i examinationen. Detta skiljer dem från de studerande i MaCD, vilka i didaktiska frågor undrar hur miniräknare används. Denna skillnad är naturlig då studerande i MaE redan har vana av att använda miniräknare sedan tidigare studier. I linje med kursinnehållet handlar frågorna i MaC om grafritning och numerisk derivering och i MaD om trigonometriska frågor. Dessa frågor kan beskrivas med det som Niss och Höjgaard Jensen kallar hjälpmedelskompetens. Att frågorna om miniräknare främst hamnar i MaC och D och inte MaB och E kan tolkas som att extremvärdesproblem och trigonometri är nya moment för de studerande och att de behöver hjälp att komma igång.

Examination

Enligt tabellerna 9, 11-13 är kommunikationen om examination reglerande så när som på enstaka fall i MaB. Den stora skillnaden ligger dock i andelen reglerande drag, som i MaB är drygt dubbelt så stor jämfört med de övriga kurserna MaC, D och E. Karaktären på dessa frågor och lärarnas svar avslöjar att de som frågar har glömt eller inte läst kursens anvisningar. En trolig tolkning av detta är att de som studerar MaC, D och E har större läsvana, jämfört med deltagarna i MaB, genom att ha studerat på komvux eller studieförberedande program på gymnasiet. Det kan förstås som att läsvanan gör att de studerande i de högre kurserna MaC, D och E först läser anvisningar och sedan frågar medan de studerande i MaB vill ha grundade frågor. Först när man har en grundad fråga, så söker man ett svar där det är enklast att hitta, nämligen genom en direkt fråga till läraren.

Studerandekontakt

Tabellerna 9, 11-13 visar att kommunikationen om studerandekontakt är unik för MaB. Det är möjligt att de som frågar efter studiekompisar saknar lätt tillgängliga sådana. Två personer motiverar att ”det fastnar mer om man kan prata, och diskutera” och andra instämmer. En annan anger som orsak att ”lärarna är frånvarande kvällar och helger”. I ett didaktiskt drag (425) hänvisar en studerande till hjälp från personliga vänner som hjälper. Att fråga vänner betyder att ta ett steg mot det som kallas primärt lärande (Säljö, 2000). Den studerande kanske observerar en bekant som löser problemet och därmed traderar det som ett hantverk till den lärande. Detta gör lärandet i högre grad kontextualiserat än ensamma bokliga studier. Här finns dock en risk, nämligen att den som hjälper ger en förklaring på nivån ”att göra” snarare än ”att förstå”.

Datorproblem

Även datorproblem är unikt för MaB. Hälften av gångerna beror det på tekniska problem och hälften av gångerna på att de studerande inte har följt anvisningarna i kursinformationen. Detta stöder tanken att deltagarna i MaB är mindre studievana än deltagarna i kurserna MaCDE och således skulle vara hjälpta av mer lättillgänglig information.

Matematik

Nytt stoff och algebraiskt intensiva moment diskuteras mest

Ett mönster i den matematiska kommunikationen är att de studerande frågar om främst nya områden och algebraiskt intensiva områden. Frågorna i kursen matematik E handlar till hälften om komplexa tal trots att avsnittets omfång är ganska litet. I MaE är differentialkalkyl redan känt sedan MaC om än tillämpningarna i form av rotationskroppar är nya liksom metoderna för att lösa differentialekvationer. Rotationskroppar bygger på integraler från MaD samt geometri och koordinatsystem från grundskolan och MaA. Differentialekvationer som begrepp är känt sedan MaC om än i enkla former och skolverkets mål för kursen nöjer sig med formuleringen att ”kunna *ange* exakta lösningar” (Skolverket, 1994b, förf. kursivering). Komplexa tal kan ses som talpar i ett koordinatsystem, vilket inte är nytt för de studerande. Däremot är räknelagarna nya liksom den polära representationen på exponentialform.

I MaD dominerar avsnittet ”trigonometri och formler” med 22 av de 25 dragen från studerande medan avsnittet ”trigonometri och derivator” står för övriga tre. Avsnittet ”derivator och integraler” har en fråga om miniräknare men ingen fråga om matematik. Trigonometri tas ibland upp i MaA om de studerande behöver det för studier i fysik eller ellära. För övriga studerande torde det vara nytt. De studerande frågar om både trigonometriska identiteter (exempelvis drag 189-190) och metamatematiska frågor om vad bevis och härledning är (exempelvis drag 183-184), vilket jag återkommer till senare. Avsnittet trigonometri innehåller både nytt stoff i form av begrepp och satser och många algebriska övningar av typen ”visa att”. Det är värt att notera att integraler inte verkar vålla några bekymmer. Förklaringen torde vara att samma som i MaE – att differentialkalkylen är till sin natur känd sedan MaC och att reglerna för hur en integral och derivata beräknas är tydligare än för hur en ekvation löses. I lösningen av särskilt trigonometriska ekvationer är problemlösaren själv utelämnad till att välja ut en av flera möjliga omskrivningar och att kanske bara en av de möjliga omskrivningarna är lämplig för ekvationens lösning. Det betyder att lärobokens övningar i differentialkalkyl har i högre grad en manipulativ karaktär än lärobokens övningar i ekvationslösning. De senare kräver mer av förmågan att välja lämplig representation för problemet.

I MaC dominerar avsnittet ”algebra och funktioner”, vilket innehåller dels nyheten logaritmer och dels det algebraiskt tunga momentet om rationella funktioner. Momentet logaritmer har dock endast en fråga. Däremot finns det flera frågor om potenslagar och deras algebra (exempelvis drag 78-80). De studerande har i tidigare kurser mött potenser genom grundpotensform och exempelvis tar MaA 3000 (Björk et al, 1999) upp enklare potensekvationer, åtminstone om de har räknat de svårare övningarna i läromedlen. Frågorna handlar ofta om att faktorisera och förenkla (exempelvis drag 86-88 och 47-48) liksom nollproduktmetoden (drag 68-69, 89-90). I momentet extremvärdessökning har några studerande problem med hur en teckentabell konstrueras och används (drag 138-139, 136, 132). En teckentabell bygger på en god förståelse av begreppet intervall, algebraisk förståelse

av att faktorisera och bestämma tecken i intervallen samt sambandet mellan derivatans tecken och funktionens lutning i olika intervall.
I MaB har de studerande redan i grundskolan och MaA stött på linjära uttryck, sannolikhetslära och geometri, om än i enklare former. I MaB är alla avsnitten någorlunda väl representerade om än avsnittet ”funktioner och linjära modeller” dominerar. Kursen MaB har ryktet om sig att vara intensiv då den är kort (50 gymnasiepoäng) och samtidigt kräver mycket av algebraiskt resonemang och abstrakta begrepp såsom ekvationssystem och utfallsrum.

Villkoren för studier i matematik
En studerande i MaD undrar i drag 183 om vad man måste kunna i huvudet. I frågan antyds flera problem:

- Det är mycket att lära sig.
- Behöver man kunna det utantill?
- Vilka hjälpmedel är tillåtna?
- Finns det genvägar till dessa kunskaper?

Den studerande verkar ta för givet att kunskapen behövs, men undrar om det finns alternativa former, som inte kräver så hårt arbete. Den studerande tycks utgå från att man ska kunna matematiken utantill men tvivlar i en pedagogisk konflikt inför det stora antalet satser. Läraren svarar i drag 184 att viss utantillkunskap behövs och motiverar genom att hänvisa till skolverkets betygskriterier och en liknelse om att språkkunskaper kräver att man kan både grammatik och glosor för att göra sig förstådd. Läraren bekräftar alltså att det är mycket som ska läras utantill men att enhetscirkeln erbjuder ett sätt att resonera sig fram till satserna utan att kunna dem utantill. Att kunna matematiska satser utantill faller under Niss och Höjgaard Jensens (2002) kategori ”Att språka och använda redskap i matematik” då representation och kommunikation förutsätter ett objekt i form av ett begrepp eller en sats att kommunicera och representera och därmed utantillkunskaper. Läraren erbjuder den studerande att vidga sin kompetens med enhetscirkeln som grafisk representation och därefter använda sin resonemangskompetens för att nå fram till flertalet av satserna.

Svaret på frågan i drag 183 är besläktat med några andra metamatematiska frågor i MaD. I dragen 180-182 (DDS) och 191-194 (DDSD) undrar två studerande vad som menas med exakta svar respektive att härleda. Deras fråga handlar om spelreglerna i matematik, vilket i Niss och Höjgaard Jensens (2002) klassificering blir tankegångskompetens. De som frågar har nått en matematisk mognad där de inser nödvändigheten av att förstå vilka frågor som är karakteristiska för matematik, exempelvis att härleda och svara exakt.

Ytterligare ett exempel på representationskompetens är monologen i drag 189-190 där en studerande inser att $\sqrt{2}/2 = \sqrt{1/2}$.

Algebraiska operationer
I MaC är det vanligt att de studerande frågar om att förenkla, bryta ut och liknande. Dragen 68-69 och 89-90 visar att det inte räcker att kunna faktorisera för att kunna lösa bokens övningar. Man måste förstå vad den faktoriserade formen säger. I exemplet $x(x - 2)=0$ är det kanske uppenbart att faktorn x är en rot. Den andra faktorn är dock dold i en differens $x-2$ av två termer. I aritmetiken är ju en differens resultatet av en subtraktion av termer medan en faktor hör till en multiplikation, vilket gör begreppen onaturliga att koppla ihop. Det kan vara en förklaring till att ekvationen ställer till problem trots att läroböckerna i både MaB och MaC

tar upp dess lösning under namnet ”nollproduktmetoden” (Björk, Brolin, Munther, 2000, s 105 resp. 2001, s 20).

Teckentabell

I drag 139 svarar läraren på en återkommande fråga – hur man matematiskt hanterar extremvärdesproblem. Just denna studerande har förstått hur man löser ett extremvärdesproblem med miniräknare, men har genom bokens övningar nått en proximal utvecklingszon då den studerande inser att det finns ytterligare en nivå i lösningens kvalitet, men behöver hjälp att förstå denna nivå. Lärarens svar är ganska kompakt, vilket kan förklaras av att det är en komplettering av lärobokens framställning. Däremot har det vad som saknas i läroboken, nämligen en jämförelse mellan olika metoders fördelar och nackdelar.

Falska vänner

Falska vänner syftar på ord som ser ungefär likadana ut i två språk, men har olika betydelse. Exempel är ordet ”rolig” på danska och svenska eller ”datum” på engelska och svenska. Även i matematiken finns falska vänner: Volym och skala har inget med musik att göra och dimension har inget med storlek att göra. Snitt och union är andra exempel liksom följande ordvits: ”om det finns ett integrationsverk – varför finns det inget deriveringsverk?” Mer subtilt är att orden ”kasta” och ”få” har en helt annan betydelse i sannolikhetslära än i vardagens svenska, vilket en studerande i drag 305-309 lär sig. En lärare måste därför vara beredd på oväntade tolkningar. I sannolikhetsläran betyder begreppen ”kasta” inte att slänga i soporna och att ”få” betyder inte att man får ”lön”. Det går inte att ta fel på lättnaden när den studerande till slut förstår begreppen. Hade den studerande endast skrivit ”förstår inte hur man bestämmer sannolikheten för att få en krona om man kastar två mynt”, så hade läraren troligen inte kunnat ge lika träffsäker hjälp. Just genom att den studerande formulerar sig mustigt, blir det – avsiktligt eller inte – extra tydligt vari missbegreppet ligger. Dialogen blir ett exempel på hur den studerande, i konstruktivismens anda, tydligt delar med sig av sin begreppsuppfattning, så att läraren, tillsammans med ytterligare en studerande, kan hjälpa den studerande till en korrekt förståelse.

Inversa problem

I skolverkets beskrivning av MaB ingår att lösa linjära ekvationssystem. Ett inverst problem till att lösa ekvationssystem är att givet en lösning finna ett motsvarande ekvationssystem. Ett syfte med att ställa både ett problem och dess invers är att den studerande inte ska fastna vid ”en enda lösningsväg”. Det är också en träning i att självständigt formulera problem och är ett steg i den algebraiska cykeln (Bergsten et al, 1997, s 15).

Den algebraiska cykeln uttrycker att ett problem först ges en matematisk dräkt (formuleras), sedan löses matematiskt och därefter tolkas tillbaka till den ursprungliga situationen. I drag 338 beskriver en studerande lösningen till ett inverst problem, men vill ha en bekräftelse på detta. Den studerande verkar ha hamnat i en pedagogisk konflikt: Kan man verkligen ställa sådana baklängesfrågor? Således har problemställaren nått sitt syfte att vidga läsarens perspektiv med andra steg i den algebraiska cykeln.

Att växla mellan språklig, grafisk, numerisk och algebraisk representation

En studerande har i drag 324 kommit fram till att man kan välja punkterna slumpvis när man ska rita en graf, men vågar inte tro på sin slutsats. Liksom i det inversa problemet ovan handlar det om att göra ett gotyckligt val, vilket gör det till ett öppet problem. Tanken i öppna problem är att ställa problemlösaren i en situation där det inte alltid finns fasta regler att falla tillbaka på. Problemlösaren både tränas och tvingas till att ta självständiga initiativ.

Problemet att rita grafer kan också bero på saknad begreppsförståelse. Konversationen i raderna 349-354 börjar med att den studerande ställer en otydlig fråga och därför inte får önskad hjälp och påpekar detta och preciserar frågan. Läraren visar hur man gör en värdetabell och ber den studerande att pricka in dessa i en graf. Den studerande är fortfarande inte nöjd med förklaringen och en annan lärare ger ett handfast svar med en startkoordinat och att nästa punkt hamnar ett steg framåt och ett steg ned. Konversationen visar på vikten av att möta den studerande i dennas utvecklingszon. Draget 354 kan därför inte tolkas som att läraren ger ett procedurinriktat svar utan istället ett svar som motsvarar den studerandes förståelse.

I drag 389 undrar en studerande om räta linjens ekvation på allmän form $ax+by=c$. Läraren gör misstaget att i drag 390 istället svara med formen $y=kx+m$. Den studerande verkar dock nöjd med svaret och frågar inte vidare. En studerande berör samma tema i drag 358. Den studerande visar viss matematisk mognad genom att på egen hand ha ringat in problemet till om Δy ska stå uppe eller nere och vilken ordning termerna ska ha i differensen. Även i drag 358 verkar den studerande söka förståelse snarare än procedur. Därför kan man inte heller här tala om någon motsättning mellan synen på lärande hos lärare och studerande vilken Löthman (1992) har observerat.

På frågor om definitionsmängd och värdemängd (exempelvis drag 380) använder läraren i drag 388 ett antal olika representationer för att konkretisera begreppet. Läraren konkretiserar fysiskt med arbetsvecka och lön och beskriver det numeriskt. Därefter kommer abstraktionen i form av de båda begreppen. Det hade varit ännu tydligare om läraren hade skrivit ordet ”intervall” före beteckningen *[0, 15 960]* och gärna även använt olikheten $0kr \le x \le 15\,960kr$ och påpekat att dessa är synonyma beteckningar.

Alla dessa frågor kan placeras i den kategori, som Niss och Höjgaard Jensen kallar representationskompetens. I kapitlet om räta linjer, olikheter och ekvationssystem finns det rikliga möjligheter att byta representation. Det kan börja med en fysisk skidåkare som representeras med några numeriska mellantider, vt-graf eller algebraiskt som formeln $s=vt$. Övningarna om räta linjer kan hämtas från ett brett spektrum av tillämpningar och det finns rika möjligheter till att ställa frågor, som kräver flera representationsformer. Det gör att övningarna blir mycket varierade, vilket kan förklara att så många frågor ställs just i avsnittet ”linjära modeller”.

Dragen 437-439, 427 och 405 handlar om symmetrilinjer och vertex. Grafiskt är det ganska uppenbart vad som menas med vändpunkt och symmetrilinje för en andragradskurva. Därför kan även dessa frågor karakteriseras som representationskompetens. Att byta från en grafisk representation till en (exakt) numerisk representation kräver algebraiska mellanled. Det är alltså upp till tre representationer inblandade. Detta kan förklara att de studerande använder en bekymrad ton och att en lärare i drag 438 bekräftar att det är svårt. I drag 438 antyder läraren att man väljer ett y-värde som förekommer två gånger, exempelvis noll om rötter finns. Annars får man faktorisera. Läraren kunde ha valt ett ännu enklare exempel, nämligen att kurvan $y = ax^2 + bx + c$ alltid antar värdet c två gånger. Ekvationen $c = ax^2 + bx + c$ är lätt att lösa och har lösningarna $x = 0$ och $x = -b/a$. Även den andra läraren missar detta i drag 405 och motiverar med att den konstanta respektive kvadratiska delen är jämna funktioner och att förskjutningen därför beror av x-koefficienten och kvadratkompletterar för att finna symmetrilinjen. Fördelen med denna förklaring är att den visar varför alla andragradskurvor har samma utseende, vilket dock ej nämns i drag 405. Nackdelen är att algebraisk kvadratkomplettering ofta anses svårt. Författarens erfarenhet från klassrum visar dock att en geometrisk kvadratkomplettering måhända tar lite längre tid för eleverna men att de å andra sidan gör betydligt färre fel. Förklaringen till skillnaden i geometrisk och algebraisk representation av kvadratkomplettering torde vara att algebran i sig själv är abstrakt och därför ”meningslös” i betydelsen att eleverna manipulerar utan att fullt förstå betydelsen i vad de gör och därför inte märker när det blir fel. En geometrisk manipulering ger däremot en synlig återkoppling där man kan avgöra om operationen är möjlig att genomföra eller inte. Det blir också mer uppenbart vad målet med manipuleringen är – nämligen att komplettera en geometrisk figur till en kvadrat. Konkretionen gör det alltså mer uppenbart vad som är rätt och fel och att hålla målet i sikte. Detta betyder att en lämplig representation ställer lägre krav på täckningsgraden hos symbol- och formalismkompetensen.

Matematisk formalism

Ett antal frågor handlar om att lösa andragradsekvationer. Vanligen har de studerande svårt för att hantera tecken och rotutdragning korrekt i lösningsformeln. Alldeles säkert kan de som frågar byta tecken och dra roten ur sedan långt tidigare. En förklaring kan istället vara att de som frågar inte har tecknens räckvidd klart för sig. Avser teckenbytet i $-p/2 \pm \sqrt{p^2/4-q}$ endast *p/2* eller även resten av uttrycket? Hur långt sträcker sig rottecknet? För att skriva detta exempel i en miniräknare krävs kunskaper om parentesernas funktion och räckvidd, vilket är vanliga felkällor. Dessa svårigheter torde hamna i Niss och Höjgaard Jensens kategori symbol- och formalismkompetens.

Det är troligt att även frågan om polynom i drag 422-423 kan placeras i denna kategori. Den studerande har helt enkelt inte noterat definitionen av polynom – det är inte vilka exponenter som helst som tillåts. Det är således viktigt att som studerande vara uppmärksam på detaljer och som lärare att göra den studerande uppmärksam på dessa.

Slutsatser

Sammanfattningsvis är kommunikationens form oftast ”didaktisk fråga – lärarsvar, ibland följt av ett tack” samt ”reglerande fråga – lärarsvar”. Formen på lärarnas drag ser i stort sett likadana ut som de studerandes. Det som skiljer är att lärarna endast sällan använder sociala drag.

Initiativet ligger alltså hos den studerande och detta initiativ används främst för matematiska frågor. Dessa matematiska frågor handlar främst de kunskapsområden, som är nya för de studerande eller algebraiskt tunga. Det finns procedurinriktade frågor och svar i stil med ”hur gör man här?” men majoriteten av dragen hos både lärare och studerande är inriktade på förståelse enligt denna undersökning. Många frågor från studerande handlar direkt eller indirekt om ett matematiskt begrepp och lärarna är vanligen angelägna om att reda ut begreppet. Det förefaller alltså vara samsyn mellan studerande och lärare på kunskap som förståelse. Löthman (1992) nämner att lärare och studerande kan ha olika syn på studier. I den undersökta distansundervisningen saknas däremot underlag för en sådan motsättning.

Deltagarna i MaB har en större andel frågor om datorproblem och examination. En trolig förklaring är att de har mindre studievana än deltagarna i kurserna MaC, D och E. Deltagarna i MaB skulle således vara hjälpta av mer lättillgänglig information om såväl examination som hanteringen av kursens forum.

En notering är att de studerandes frågor ofta hamnar i kolumnen ”att språka och använda matematiska redskap” i Niss och Höjgaard Jensens matris (figur 4). De studerandes frågor hamnar ofta i kompetenserna om representation, symbol- och formalism samt om hjälpmedel. Genom att skriva ned sina frågor har deltagarna även visat och fått träning i kommunikationskompetens. Däremot är det få frågor som klassificeras som modellering och problemlösning. Tänkbara tolkningar av detta är att tillämpningarna kan vara lätta i betydelsen att de följer typexempel eller att de studerande har blivit goda problemlösare genom tidigare skolgång.

Då ramarna mellan närundervisning och distansundervisning skiljer sig åt, kan man även vänta att undervisningen i dessa former ser olika ut. Medan Lundgrens (1981) gymnasielärare i närundervisning undervisar genom att ställa frågor, så undervisar distanslärarna genom att svara på frågor. Detta kan förklaras med att distanslärarnas frågor kan sägas ske i den fortlöpande examinationen genom de självrättande diagnoserna. Då de studerande följer kurserna i olika takt och vid olika tid är det inte rimligt att ställa frågor till studenterna som grupp i det undersökta forumet. Ramarna för distansundervisningen gör alltså att initiativet i högre grad ligger hos den studerande. Formen för kommunikationen i den undersökta distansundervisningen skiljer sig därmed från Lundgrens lärare, men liknar dock Löwings (2004) genom att de studerande ställer frågor, mestadels matematiska, och att läraren svarar med förklaringar. Kommunikationen i denna form av distansundervisning kan ses som parallell, då samtliga studerande oavsett studietakt och studietid har tillgång till all kommunikation. I ett fysiskt klassrum, däremot, kan kommunikationen ses som främst seriell eftersom bara en åt gången har ordet.

Förslag till fortsatt forskning

Denna undersökning avgränsar sig till skriftlig kommunikation och de studerandes frågor. En naturlig fortsättning är att studera lärarnas personliga korrespondens med de studerande via e-post, telefon och videokonferens för att i ytterligare perspektiv kunna beskriva hur en dialog i distansundervisning kan se ut avseende studerandefrågans innehåll och hur den studerandes förståelse utvecklas. På en informell fråga till lärarna svarar de att det matematikdidaktiska innehållet inte skiljer sig nämnvärt mellan det studerade forumet och personlig e-post respektive telefonsamtal. Att det förhåller sig så återstår att undersöka i eventuellt kommande undersökningar. Utöver undervisningens kommunikation, förtjänar även examinationens kommunikation vid distansundervisning ett eget studium.

I distansundervisning är det naturligt att på ett systematiskt sätt utnyttja datoranimeringar för att beskriva matematiska tankar. Hur hjälper dessa de studerande till förståelse? Denna fråga är dock gemensam med klassrumsundervisning då studerande i närundervisningen både i och utanför klassrummet har tillgång till datoranimeringar via Internet om läraren, klasskamrater eller de själva letar reda på dem.

Den kanske mest intressanta frågan vore att utifrån de studerandes frågor undersöka deras matematiska begreppsuppfattning och hur lärarna hjälper de studerande till en förbättrad begreppsuppfattning. Hjälper lärarnas förklaringar de studerande på ett effektivt sätt i betydelsen att de studerande inte behöver fråga om och att de får en matematiskt acceptabel förståelse av begreppen? Vad säger matematikdidaktisk forskning om studerandes problem när de möter ett visst nytt begrepp och hur kan lärarna bäst svara på frågor om detta?

Referenser

Andersson, J. (2006). *Gymnasiematematik på distans: Varför så många avbryter sina distansstudier i matematik?* (C-uppsats). Växjö universitet, Matematiska och systemtekniska institutionen.

Bergsten, C., Häggström, J. & Lindberg, L. (1997) *Algebra för alla*. Göteborg: NCM.

Björck, L.-E., Borg, K., Brolin, H., Ekstig, K., Heikne, H. & Larsson, K. (1999). *Matematik 3000 Kurs A grundbok*. Stockholm: Natur och kultur.

Björck, L.-E., Brolin, H. & Munther, R. (2000). *Matematik 3000 Komvux Kurs B*. Stockholm: Natur och kultur.

Björck, L.-E., Brolin, H. & Munther, R. (2001). *Matematik 3000 Komvux Kurs C*. Stockholm: Natur och kultur.

Björkqvist, O. (1993). Social konstruktivism som grund för matematik undervisning. *Nordisk matematikkdidaktikk 1*(1), 8-17.

Egidius, H. (2006). *Termlexikon i pedagogik, skola och utbildning*. Lund: Studentlitteratur.

Gustafsson, L. (1998). *En matematik i folkbildningens tjänst : rapport från ett lokalt utvecklingsarbete i matematik 1995-1997*. Göteborg: Göteborgs folkhögskola.

Gustafsson, L. & Mouwitz, L. (2002). *Vuxna och matematik – ett livsviktigt ämne*. (NCM rapport 2002:3). Göteborg: NCM.

Hedrén, R. (1992). Van Hiele-nivåer och deras betydelse för geometriundervisningen. I Emanuelsson, G., Johansson, B., Ryding, R. (Red) (1992). *Geometri och statistik* (s27-36). Lund: Studentlitteratur.

Kilborn, W. (2007). Kommunikationens betydelse. I *Nämnaren* 34(1), 3-7.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (Ed) (2001). *Adding it up*. Washington, DC: National Academy Press.

Lundgren, U. P. (1981). *Model analysis of pedagogical processes*. Lund: Liberläromedel.

Löthman, A. (1992). *Om matematikundervisning - innehåll, innebörd och tillämpning: en explorativ studie av matematikundervisning inom kommunal vuxenutbildning och på grundskolans högstadium belyst ur elev- och lärarperspektiv*. Stockholm: Almqvist & Wiksell.

Löwing, M. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning – en studie av kommunikationen mellan lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar.* Göteborg Studies in Educational Sciences 208. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.

NE (2000). *Nationalencyklopedin*. Höganäs: Bokförlaget Bra Böcker AB.

Niss, M., & Höjgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklaering. Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Köpenhamn: Uddannelseministeriet. Hämtat 2007-04-26 från: http://pub.uvm.dk/2002/kom/hel.pdf.

Siggemo, E.-L. & Esberg, E. (2006). *Studera på distans: är det ett likvärdigt alternativ?* (examensarbete). Umeå universitet: Institutionen för Matematik och matematisk statistik.

Skolverket. (1994a). *Gymnasiets strävansmål för matematik*. Hämtat 2007-04-26 från: http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=8&skolform=21&id=MA&extraId=

Skolverket. (1994b). *Gymnasiets betygskriterier i matematik*. Hämtat 2007-04-26 från: http://www3.skolverket.se/ki03/front.aspx?sprak=SV&ar=0607&infotyp=5&skolform=21&id=3209&extraId=

Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken*. Stockholm: Prisma.

Vernersson, F. (1999). *Undervisa om samhället.* Lund: Studentlitteratur.

Vetenskapsrådet (1990). *Forskningsetiska principer*. Hämtat 2007-04-26 från: http://www.vr.se/download/18.668745410b37070528800029/HS%5B1%5D.pdf
Wheatly, G. (1991). Constructivist perspectives on science and mathematics learning. *Science Education*, *75*(1), 9-21.
Österholm, M. (2006). *Kognitiva och metakognitiva perspektiv på läsförståelse inom matematik. (*Linköping studies in science and technology. Dissertations No. 1057). Linköping: Linköping University.