



GÖTEBORGS UNIVERSITET

SYMBOLSPRÅK INOM DEN GRUNDLÄGGANDE MATEMATIKEN

Elevers uppfattning om symboler och begrepp inom två av matematikens räknesätt – addition och subtraktion.

Natasha Andrewska

Examensarbete: 15 hp
Kurs: PDGX61 Examensarbete i pedagogik och didaktik
Nivå: Grundnivå
Termin/år: VT 2008
Handledare: Madeleine Löwing
Examinator: Bertil Gustavsson

Abstract

Titel: SYMBOLSPRÅK INOM DEN GRUNDLÄGGANDE
MATEMATIKEN
Elevers uppfattning om symboler
och begrepp inom två av matematikens räknesätt.

Arbetets art: PEF – Programmet
C-uppsats 15 p

Författare: Natasha Andrewska

Handledare: Madeleine Löwing

Syfte

Mitt syfte är att studera elevers, i år 3 och 4, uppfattning om symboler och begrepp, inom räknesätten addition och subtraktion. Jag vill framförallt ta reda på hur eleverna tolkar symbolerna +, - och =. Till min hjälp använde jag mig av diagnostiska prov.

Metod

Jag valde en liten landsortsskola på Västkusten, studien omfattade 16 elever i år 3 och 4. De 16 eleverna delades in i 2 grupper, med 8 elever i vardera gruppen. Den ena gruppen bestod av elever med matematiksvårigheter och den andra gruppen bestod av elever som inte hade några matematiksvårigheter. Denna bedömning gjordes av lärarna. Enligt min undersökning visade det sig att det endast var tre elever som hade matematiksvårigheter.

En kvalitativ metod användes, resultatet är dock delvis kvantitativt redovisat. I studien har jag använt mig av några översiktsdiagnoser, som är utarbetade av Löwing (2007) och representerar olika aspekter av addition och subtraktion samt egna matematiska uppgifter som kartlägger elevernas arbete med addition, subtraktion och "likhetstecknet".

Resultat

Resultatet visar att det finns brister i det matematiska språket hos eleverna med matematiksvårigheter. Eleverna visar osäkerhet kring begrepp och uttryck och har svårigheter att tolka en del symboler och de räknesätt, som är knutna till dem. En av eleverna, som ingår i undersökningen, har någon form av stödundervisning. Elever från båda grupperna i studien har svårt att språkligt uttrycka sig och beskriva med egna ord vad matematik innebär. Med hjälp av följdfrågor kunde eleverna, både med och utan svårigheter, beskriva vad matematik innebär.

Skillnaderna var inte så stora mellan de två grupperna. Eleverna med matematiksvårigheter hade svårare att koppla matematiken till vardagen och var mer osäkra på begreppen och att tolka en del symboler, medan elever utan matematiksvårigheter kunde direkt koppla matematiken till vardagen och hade mer logiskt resonemang och förstod bättre vad matematik är och var mer säkra på begreppen och symbolerna.

Förord

Det blev en betydlig längre resa än vad jag har tänkt mig från början. Ämnet ”Symbolspråk inom den grundläggande matematiken” var mer spännande och aktuellt än vad jag trodde från början och insåg vilka frågeställningar som råder inom lärandet på skolan, som jag undersökte.

Eftersom ett sådant här arbete också innebär en träning i forskandets hantverk, känner jag mig nöjd med allt jag lärt mig under resans gång.

Utan hjälp på olika sätt hade min resa blivit mer arbetsam och betydligt mindre meningsfull.

Därför skulle jag vilja tacka alla som på ett eller annat sätt hjälpt mig under tiden jag arbetade med min uppsats.

Ett stort tack skulle jag vilja rikta till Madeleine Löwing, som var min handledare under tiden jag arbetade med min uppsats och som tålmodigt guidat mig fram och hjälpt mig att komma vidare med mitt arbete.

Bertil Gustavsson; tack för ditt varma mottagande när jag för första gången kom till Göteborgs universitet och att du sedan dess alltid har hjälpt mig att förstå och ditt visade intresse.

Ett tack skulle jag vilja rikta till Ewa Berglund, rektor på Montessoriskolan i Falkenberg, som trodde utan ha tvivlat på min kapacitet, utan också har brytt sig om mig som människa.

Mina studentkamrater, Sara, Maria, Andreas m.fl, tack för att ni gjorde studietiden till en rolig period i mitt liv.

Sist men inte minst vill jag tacka alla elever i år 3 och 4 som ställde upp och lät sig intervjuas och som dagligen hjälper mig att reflektera över lärandets villkor.

Falkenberg den 19 augusti 2008-08-12

Natasha Andrewska

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

Abstract

Förord.....	2
1. Inledning.....	5
2. Syfte och frågeställningar	6
3. Bakgrund.....	7
3.1 Matematiken är en viktig del i människans liv och kultur.....	7
3.2 Matematik som språk och kommunikationsmedel.....	8
3.3 Elevens förmåga att förstå och föra logiska resonemang.....	9
3.4 Att lära sig tolka, jämföra och värdera problemlösning.....	11
3.5 Konkretisering av matematik.....	12
4. Tidigare forskning.....	13
4.1 Vad säger forskningen om elever med matematiksvårigheter?.....	13
4.2 Skolmatematiken och språket.....	13
4.3 Några metodiska konsekvenser.....	14
4.4 Begreppsbildning.....	14
4.5 Språket i den grundläggande aritmetikundervisningen.....	15
4.6 Hur undervisar man elever med matematiksvårigheter?.....	15
5. Metod.....	17
5.1 Undersökningens design.....	17
5.2 Urval av elever.....	18
5.3 Bortfall.....	18
5.4 Etiska övervägande.....	18
5.5 Utförande av elevintervjuerna.....	19
5.6 Validitet och reliabilitet	20
6.0 Resultat av Diagnos AG 4 i år 3 och	21
6.1 Analys av resultatet av Diagnos AG 4 i år 3 och 4.....	22
6.2 Resultat av Diagnos AG 5 i år 3 och 4	22
6.3 Analys av resultatet av Diagnos AG 5 i år 3 och 4.....	22
6.4 Sammanfattning av resultaten från diagnoserna AG 4 och AG 5.....	23
6.5 Elevintervjuer.....	24
6.6 Sammanfattning av elevintervjuerna	28
6.7 Egna matematiska uppgifter.....	29
6.8 Analys och sammanfattning av svaren från egna matematiska uppgifter.....	31
7. Diskussion	32
8. Referenslista	37

Bilaga 1 Intervjufrågor till eleverna.

Bilaga 2 Frågor till mina egna matematiska uppgifter.

Bilaga 3 Diagnos AG 4

Bilaga 4 Diagnos AG 5

Bilaga 5 Beskrivning av Diagnos AG 4

Bilaga 6 Beskrivning av Diagnos AG 5

1. Inledning

Under denna tid, som jag skriver denna uppsats, arbetar jag som lärarvikarie och undervisar bland annat i matematik. Jag har blivit medveten om att en del elever har problem med att i ord beskriva den matematik de arbetar med i skolan. Många elever har ett fattigt matematikspråk. Detta gjorde att jag ville göra en studie inom ämnet matematik. Jag ville undersöka elevers, i år 3 och 4, uppfattning om symboler och begrepp inom räknesätten addition och subtraktion.

I mitt dagliga arbete upplever jag att många elever har svårt för att ta med sig det de redan lärt sig och använda sin kunskap i en ny situation. Utöver det märkte jag också en oförmåga i att beskriva hur de skulle lösa olika problem och hur de sedan löste dem.

För att se vad eleverna har svårigheter med gjorde jag en jämförelse mellan å ena sidan den gruppen med enligt klassläraren matematiksvårigheter och å andra sidan den gruppen utan matematiksvårigheter.

Jag tyckte att det då skulle vara lättare att få syn på generella svårigheter och vad eleverna kan behöva hjälp med. I mycket av den litteratur jag har läst återkommer ständigt tesen om att språk och matematik hör ihop.

Många ledande lärare som delar med sig av sina iakttagelser inom matematiken, bland andra Malmer & Adler (1996) menar att elever med läs- och skrivsvårigheter även visar brister inom matematiken.

Elever med matematiksvårigheter kan ha läs- och skrivsvårigheter. Språk och matematikinläring går hand i hand.

Laborativ matematik har alltid funnits, men idag talas om konkret matematik till glädje för alla. Den konkreta förståelsen i matematik är betydelsefull, speciellt för de svaga eleverna som tycker att det är svårt med matematik för att kunna gå vidare till det abstrakta. Det är viktigt att arbeta med konkret material så att matematiken är ”synlig”. De kan se med egna ögon och känna åskådningsmaterialet. Det blir roligt och lätt att förstå matematik, när den leks in med alla sinnen.

Genom studier av referenslitteratur, rapporter och artiklar i tidskriften ”Nämnamnaren” fann jag många intressanta idéer. Utifrån dessa studier tänkte jag på hur matematikundervisningen kan förbättras och hur vi ska hjälpa våra elever med matematiksvårigheter. Kanske kommer jag att kunna ge förslag på aktiviteter, laborationer och förändringar, som kan göra att fler elever får uppleva matematiken som ett positivt och meningsfullt ämne.

2. Syfte och frågeställningar

Mitt syfte är att studera om det finns något samband mellan elevers kunskaper i olika tankeformer och syn på matematiken. Vilka tankeformer använder elever utan matematiksvårigheter och elever med matematiksvårigheter. Jag ville framförallt ta reda på hur eleverna tolkar symbolerna +, -, =, och elevernas uppfattning om sin egen kunskap i matematik och om de kan koppla ämnet till enkla vardagssituationer.

2.1 Förtydligande av frågeställningarna

- Hur tolkar eleverna symbolernas innebörd i utvalda matematiska uppgifter och kan de lösa dessa uppgifter?
- Se om eleverna behärskar innehållet inom räknesätten addition och subtraktion och likhetstecknet inom talområdet 20 – 99, med och utan tiotalsövergångar.
- Kan eleverna i år 3 och 4 förklara vad matematik är och koppla den till vardagen?
- Känner eleverna till några andra räknesätt än addition och subtraktion?
- Kan eleverna förklara vad likhetstecknet symboliserar och när använder man det?

3. Bakgrund

3.1 Matematiken är en viktig del i människors liv och kultur

Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande. Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle (Skolverket, 2000, s 26).

Enligt kursplanen finns matematik inom alla ämnesområden i skolan och är dessutom ett av skolans viktigaste ämnen. Matematiken tränar vår förmåga att lösa logiska problem och har stor betydelse för samhällsutvecklingen. Det ligger i samhällets intresse att så många så möjligt blir väl utbildade inom matematikens område. Det är mycket viktigt att få eleverna att förstå att matematik är en stor del av livet och samtidigt ge dem redskap att förstå och hantera ämnet. (Skolverket, 2000)

Enligt Skolverket (2000) skall utbildningen i matematik ge eleven möjlighet att uppleva glädje, att kunna förstå och kunna lösa problem.

Allt det här ska ske i meningsfulla och relevanta situationer och genom aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på problem. ”Om skolmatematiken ska ge mening, måste man undersöka vad eleverna tycker är meningsfullt.” Matematiken kan anses vara en viktig faktor i människors liv och kultur. Den skall ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva glädje i att kunna förstå och lösa problem. Allt det här ska ske i meningsfulla och relevanta situationer och genom aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på problem.

Sambandet mellan kultur, språk och matematik är intimt: Hur fungerar det när barnet kommer till skolan, vilket språk har barnet med sig och vilket språk använder vi där, som möter dessa förkunskaper och individuella behov?

Det här är en intressant fråga, eftersom eleverna kommer till skolan med så olika förutsättningar, stimulans och förväntningar. Det är inte förrän i skolan som barnet upptäcker att det kan eller inte kan. Det är kanske där som eleven för första gången misslyckas, när hon/han ställs inför frågor och problem som det förväntas kunna hantera på ett ”skolmässigt” sätt. För många elever kan det vara avgörande för den fortsatta förståelsen inom matematiken att man uppmuntras att använda sina egna uttrycksformer och sitt eget språk som bas för den fortsatta inläringen. Skolans matematikundervisning skall möta och utveckla barnens uppfattningar om vad matematik är, och vad kan det användas till och hur man lär. Detta resonemang delas också av Ahlberg (1995) om vikten av att man inom skolans väggar måste *”tala matematik, anknyta till verkligheten, arbeta laborativt, börja med det konkreta och lära sig utveckla sitt tänkande”*.

3.2 Matematik som språk och kommunikationsmedel

Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjlighet till att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. (Skolverket, 2000, s 26).

I kursplanen kan man också läsa att matematikämnet ska ge eleven möjlighet att kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer. Det betyder att ämnet måste förankras i elevens värld och i sådant de kan känna igen sig. För många elever kan det vara avgörande för den fortsatta förståelsen inom matematiken att de får använda sina egna uttrycksformer och sitt eget språk som bas i den fortsatta inläringen.

Sterner & Lundblad (2002) skriver i sin NCM – rapport 2002:2 *”Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik”* att undervisningen bör vara utformad så att många uttrycksformer är tillåtna och att även fantasi och kreativitet uppmuntras inom ämnet.

Vygotskij (1998) menar att förhållandet mellan tanke och ord är en levande process, där ordens betydelse för eleverna varierar vartefter eleverna utvecklas. Om man översätter detta till matematik så ger diskussioner i ämnet tankar, som föder nya tankar och därmed utvecklar elevens matematiska tänkande och hjälper till att generalisera och förstå. Enligt Vygotskij utvecklas språket i ett aktivt socialt samspel. Genom att synliggöra sina tankar och ta del av andras tankar utvecklas vidare förståelse för olika uppgifter, även i matematiken. Om eleverna kommer i kontakt med sina egna tankar och klär dem i ord, kan vi få syn på vad de vet och hur de vet det.

Detta är viktigt för att kunna erbjuda rätt hjälp och en varierande och stimulerande undervisning, där man hjälper eleverna att tolka vad det är de försöker säga. Ibland kan det svåra för eleverna vara att sätta ord på vad de menar och då kan det vara av avgörande betydelse att man får hjälp med att förstå. Att vi som lärare har ett medvetet språkbruk stimulerar och utmanar eleven till nya tankar.

Ahlberg (1995) skriver att det matematiska symbolspråket skiljer sig från det naturliga språket genom att det är uppbyggt efter logikens lagar.

För att eleverna ska bli bekanta med det skriftliga matematiska symbolspråket och förknippa det med sitt vardagliga språk måste de reflektera över vad som uttrycks och hur det uttrycks i ett framställt matematiskt symbolspråk.

Man talar ibland om matematik som ett språk som kan beskriva situationer med olika kontext på ett och samma sätt. Detta matematiska språk är bemängt med symboler och har eget lexikon där orden får en specifik, precis betydelse, som ibland avviker från den i vardagsspråkets bruk, t.ex, faktor, produkt osv.

Det matematiska språket har sin egen grammatik, som kan vara en svaghet vid inläring redan i den inledande undervisningen. (Unenge, Sandhal, Wyndhamn, 1994, s 92). Vidare anser samma forskare att det är viktigt att eleverna lär sig den matematiska grammatiken och den korrekta matematiska terminologin för att kunna läsa och skriva på ett korrekt matematiskt språk.

Löwing (2006) skriver att det är viktigt för varje lärare i matematik att successivt utveckla elevernas språk och därmed göra det möjligt att kommunicera och hantera även lite mer formell matematik. Vidare anser hon att bristen på ett fullt motsvarigt språk kan vara en bidragande orsak till den kris som finns i dagens matematikundervisning. Vidare menar samma forskare att det är betydelsefullt för att en elev skall kunna bygga upp en språklig kompetens krävs det att eleven talar med någon, som talar detta språk.

Sterner G. och Ahlberg i Nämnaren Tema 4 (2008), funderade som lärare, över hur det kom sig att barn som hade svårigheter att tillägna sig skriftspråket också hade svårt med matematikinläringen. Med tiden upptäckte hon i sina studier om matematikdidaktik att språk- och matematikinläring går hand i hand. Både i förskolan och i skolan bör eleverna lösa problem från sin vardag med de redskap de behärskar bäst, genom sitt eget talade språk och genom att rita bilder, som de sedan samtalar om. Eleverna utvecklar då en förståelse för matematik. Sterner anser, att man ska akta sig för att införa matematiska symboler för tidigt, utan att eleven samtidigt ges möjlighet att utveckla sin förståelse.

Berggren & Lindroth (2004) skriver att arbeta med det matematiska språket är betydelsefullt för alla elever och helt nödvändigt för elever med läs och skrivsvårigheter. Att medvetandegöra det matematiska språket för eleverna är en av våra viktigaste uppgifter som matematiklärare.

3.3 Elevens förmåga att förstå och föra logiska resonemang

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven utvecklar sin förmåga att förstå, föra och använda logiska resonemang, dra slutsatser och generalisera samt muntligt och skriftligt förklara och argumentera för sitt tänkande. (Skolverket, 2000, s 26).

Språket kan sätta stopp för eleverna när de löser problem och just därför måste vi ge stort utrymme för språkträning, genom att t.ex. tala matematikspråk i undervisningen.

”Att låta eleverna få tala matematik och tillämpa sina kunskaper praktiskt ger oss lärare ett utomordentligt tillfälle att ta reda på om eleverna har förstått det de arbetar med” (Pettersson, 1990, s 170).

Små barn använder sig av grundläggande logiska operationer inom matematik. Barns logik kan inte jämföras med en vuxens logik. Detta är ett resonemang som även Engström (1998) delar och menar att barns logik genomgår olika förändringar, passerar olika faser och utvecklas.

Ett barn utvecklar en förståelse och kan lätt räkna ut $6 + 2 = 8$ oavsett om det bor i Sverige eller bland slummen i Mexico. Däremot kan olika omständigheter, sociala och kulturella, vara avgörande för hur mycket denna kunskap växer fram eller om den stannar upp.

Språkläraren och psykologen Seja Wellros undersökning (beskriven av Löwing & Kilborn, 2008, s 19) har funnit i sina studier, att när elever inte förstår ett ord, så gissar de. Detta gäller naturligtvis även lärare. När man kommunicerar på ett annat språk, blir det lätt tröttsamt att avkoda på det språket. Att upptäcka de språkliga strategierna i ett andra språk är en belastning för kognitionen. För den som behärskar kulturen är det inte så.

Kultur lär oss mönster av olika slag. Den visar oss regelbundenhet som är möjliga att förutse och använda oss av vårt eget handlande. Den förvandlar komplicerade handlingsmönster till vanor och rutiner, och den erbjuder oss färdiga tankemönster". (Wellros, 1998, s. 15, citerad i Löwing & Kilborn 2008, s. 19)

För en elev eller en lärare med invandrarbakgrund är det svårt att själv upptäcka ovannämnda problem.

Löwing & Kilborn (2008) skriver i sin bok hur det är att förstå eller undervisa i matematik, när man är invandrad elev eller lärare, "*språk, kultur och matematik-undervisning*" handlar om hur det är att förstå och förklara matematiska problem, när man har flera kulturer runt sig. Författarna menar att kulturen och vardagsspråket är det som är svårast att lära sig. Vidare skriver författarna att matematikspråket är betydligt mer internationellt men det kan vara ett problem, när man inte behärskar svenska variationer.

En undersökning av Engström & Magne (2003) bland elever i år 3-6 pekar på att det finns stora skillnader mellan elever och att det finns stora brister av grundläggande karaktär.

Lärarna i Magne's undersökning hävdar att bristerna beror på elevers språksvårigheter som en av orsakerna till svaga resultat. Andra orsaker var koncentrationssvårigheter och elevers olika mognadsnivåer. Men bristerna kan också vara av en annan orsak som Sterner och Lundblad skriver i sin NCM-rapport (2002). De menar att eleven löser uppgiften på basis av vad den läst och hur den har tolkat texten.

Sterner och Lundblad (2002) menar att elever med t.ex, dyslexi, kan uttrycka sig muntligt, men kan ha svårigheter att överföra kunskapen till symboler.

För dessa elever och elever med språksvårigheter kan lek med tal och laborativt material vara att rekommendera. Eleven får då sätta egna ord på vad den gör och binder så samman språket med handlingen. Genom att eleverna möter olika typer av problem, som anknyter till deras vardag, för att de ska se att matematiska problem är en del av vardagen. Om eleverna får rita och skriva i meningsfulla sammanhang, förbinder de sitt vardagsspråk med det matematiska symbolspråket. Språket och tanken utvecklar varandra.

3.4 Att lära sig tolka och jämföra problemlösningar

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleven utvecklar förmåga att formulera, gestalta och lösa problem med hjälp av matematik, samt tolka, jämföra och värdera lösningarna i förhållande till den ursprungliga problemsituationen” (Skolverket, 2000, s 26).

Problemlösningen har alltid varit central i matematiken. I vardagen möter eleven olika problem, som kan lösas på ett kreativt sätt i direkt anslutning till konkreta situationer utan att man måste gå in i matematikens symbolspråk eller andra uttrycksformer.

Men det finns andra problem som inte går att lösa så enkelt utan måste tolkas och lösas med hjälp av matematiska begrepp och metoder. Viktigt för eleverna är att de behärskar denna förmåga att kunna skapa en balans mellan det kreativa problemlösandet och tolkning av olika matematiska begrepp, metoder och uttrycksformer.

Lärarna i de tidiga åldrarna använder ett mer kreativt arbetssätt och talar mer matematik med eleverna så att de kan lösa ett matematiskt problem utan att kunna formulera detta i ett matematiskt symbolspråk.

”Det syns inte på papper när begreppen bildas i ett barns huvud” (Sahlin, 1997, s. 28).

En del lärare vittnar om att de känner en press från de högre stadierna att införa formella lösningsmetoder. Men om man skyndar på eleverna och hoppar över en del av det laborativa och informella arbetet, som är förankrat i elevernas verklighet, gör man många elever en otjänst.

Eleverna lär sig mekaniskt vilket kommer till uttryck i svårigheter förr eller senare. På uppdrag av Skolverket gjorde Birgitta Sahlin en inventering och sammanställning av en rad forskningsprojekt och fann att många lärare än idag är fast i gamla värderingar om att eleverna ska prestera och visa synliga resultat i matematikundervisningen. Dessa lärare är oroliga att inte hinna med det man anser att eleverna ska kunna när man lämnar dem vidare om man låter dem laborera med informella lösningsmetoder menar Sahlin (1997)

Tankar, språk och begrepp utvecklas i samspel med andra. Löwing (2006) betonar Vygotskijs teorier om att samspelet mellan människor är av avgörande betydelse för begreppsbildning och detta möjliggörs i undervisningen genom att eleverna får tillfälle att samtala om sina problemlösningsförsök och ta del av sina kamraters problemlösningsmetoder. För oss pedagoger är det viktigt att skapa utrymme för gemensamma problemlösningar.

Löwing (2006) anser att målet med matematikundervisningen är att eleven skall behärska ett antal centrala matematiska begrepp. Dessa begrepp ska sedan på ett naturligt och flexibelt sätt användas i olika situationer. Det är oerhört viktigt att begreppen, som erbjuds eleverna, skall vara utvecklingsbara, annars hindras eleverna till ett fortsatt lärande.

3.5 Konkretisering av matematik

...en abstrakt och generell vetenskap för problemlösning och metodutveckling.
...Matematiken är abstrakt; den har frigjort sig från det konkreta ursprunget hos problemen, vilket är en förutsättning för att den skall kunna vara generell, dvs, tillämpas i en mångfald situationer,... (citerat av Löwing, 2006, s.116)

Löwing (2006) anser att matematik inte handlar om att lösa enstaka problem, utan om att kunna se det generella i de problem man löser. Det är inte tillräckligt för eleverna att upptäcka att $2 \text{ kulor} + 4 \text{ kulor} = 6 \text{ kulor}$, utan att de kan abstrahera detta och förstå att $2 + 4 = 6$ är en generellt giltig operation som gäller även om man adderar minuter, centimeter, meter eller liter. Målet är att konkretiseringen skall leda till abstraktion och förståelse av den matematik som konkretiserats (Löwing, 2006, s 116).

Vidare anser samma forskare att matematik handlar om att på alla nivåer kunna abstrahera. När man har gjort det har man skaffat sig en bra bild och ett effektivt språk, som kan användas till snabbt och effektivt lösa nya matematiska problem. Att räkna på fingrarna kan vara ett bra hjälpmedel för att förklara grundläggande addition och subtraktion av talen upp till 10.

Löwing (2006) skriver i sin bok att den primära idén med att konkretisera undervisningen är att göra kommunikationen så bra som möjligt och därmed inläringen. Detta skall bidra till att ge förståelse och till att bygga upp ny kunskap utgående från de erfarenheter man redan har.

4. Tidigare forskning

Bell (2006) menar att forskare som intar ett kvalitativt perspektiv är intresserade av att ta reda på hur människor upplever sin omvärld. För att få en uppfattning och förståelse för hur lärare arbetar med elever med matematiksvårigheter användes tidigare forskning och litteratur.

4.1 Vad säger forskningen om elever med matematiksvårigheter?

Alla blir bra i matematik

Elever med läs- och skrivsvårigheter kan ha problem med att tolka texten i en matematisk uppgift. Det är dock inte så att samtliga av dessa elever har problem inom alla områden. Oavsett mängden problemområden kan varje elev bli bra i matematik.

All or most dyslexics have mathematical difficulties of some kind, but these can be overcome to varying degrees and in some cases dyslexics can become extremely successful mathematicians.

(Miles & Miles 1992, citerat i Berggren & Lindroth, 2004, s.72)

Enligt Malmer (1999) anses en elev ha matematiksvårigheter då han eller hon inte uppnår de mål som står skrivna i skolans styrdokument. Tyvärr är det vanligt att anpassad specialundervisning i matematik måste fortsätta under lång tid.

Författarna Brekke & Rosens forskningsresultat (beskriven av Malmer, 1999) visar att undervisning och inläring pekar på, att det är bättre att arbeta grundligt med ett fåtal väl valda uppgifter än att lösa en mängd rutinuppgifter, om man vill utveckla matematiska begrepp.

4.2 Skolmatematiken och språket

Kilborn (2002) anser att när barn bygger upp ett matematiskt vetande utifrån sina erfarenheter, då är det viktigt att använda sitt eget språk.

Med hjälp av det språket skaffar de ny kunskap. Men allt eftersom man fördjupar sig i matematikens värld, krävs det allt större exakthet i språkterminologin, då räcker inte vardagsspråket till.

Det är viktigt att läraren själv behärskar ett korrekt matematikspråk. Efterhand som eleverna är mogna för det och har behov av det, införs de korrekta termerna i skolarbetet.

4.3 Några metodiska konsekvenser

En lärare som undervisar i matematik bör ha ett klart mål för sin verksamhet. De tankeformer man låter eleverna bygga upp skall inte bara fungera för stunden utan skall vara utvecklingsbara på längre sikt. Detta är viktigt under de första åren. Som lärare måste man vara noga med:

- hur man *konkretiserar* en tanke,
- *vad* man låter eleverna färdighetsträna och
- *hur eleverna tänker* när de färdighetstränar. (Kilborn 2002, s. 32)

4.4 Begreppsbildning

Författaren Malmers (1999) uppfattning är att en stor del av matematiken handlar om att tillgodogöra sig matematiska begrepp. Ett begrepp är en kombination av ord, ordförståelse och erfarenheter.

Hon betonar vikten av att ha erfarenheter i kombination med språklig förmåga för att tillgodogöra sig nya begrepp. Malmer har delat upp inläring av nya begrepp i sex nivåer:

1. Tänka – tala
 2. Göra – prova
 3. Synliggöra
 4. Förstå –formulera
 5. Tillämpa
 6. Kommuniera
- (Berggren & Lindroth 2004, s. 70-72)

Enligt Malmer måste inläring av nya begrepp alltid börja på den första nivån, så att alla elever förstå de nya begreppen. Den andra nivån innebär utförande; man laborerar med konkret material. På den tredje nivån ska man synliggöra representationsformer med hjälp av bilder, figurer, mönster, kartor, diagram mm. På nivå fyra övergår man till ett mer abstrakt symbolspråk där man använder matematiska uttryck, ekvationer, algebra och formler. Den femte nivån berör när och hur den nya kunskapen kan användas och den sista nivån handlar om att förklara, beskriva, reflektera, och argumentera mm.

Vidare anser Malmer att det är många lärare som av tidsbrist, väljer att introducera nya begrepp på nivå fyra, med ett abstrakt symbolspråk. Detta kan ställa till problem då många elever kan sakna nödvändiga förutsättningar för att förstå det abstrakta symbolspråket. (beskriven av Berggren & Lindroth, 2004, s. 70)

4.5 Språket i den grundläggande aritmetikundervisningen

När man i skolan introducerar nya ord är det viktigt att eleverna lär sig deras betydelse. "Lika med" är ett begrepp som ofta missuppfattas. Eftersom det till en början brukar användas för att beskriva uppgifter som $3 + 4 = _$, så tolkar många elever tecknet som "det blir". Av den anledningen får de senare problem med uppgifter som $8 = 3 + _$ och med ekvationer.

Andra problem dyker upp i samband med "minustecknet".

Vi använder samma tecken för två olika saker, för negativt tal såsom $(- 6)$ och för operationer som i $8 - 6$.

Många elever uppfattar subtraktionstecknet enbart som "ta bort".

Detta innebär att de försöker lösa uppgifter som $18 - 17$ genom att räkna bakåt i 17 steg istället för att söka differensen genom att räkna uppåt från 17.

(Löwing, 2006 s. 150).

I en forskningsrapport, som har skrivits av Carpenter och Moser (enligt Löwing, 2006 s. 150) visar det sig att eleverna under de första åren i skolan blev sämre på att förstå begreppet subtraktion. En förklaring till detta är att det finns tre olika tolkningar av operationen subtraktion, som t.ex. "ta bort," "lägga till" och "jämföra." De här tre betydelseerna uppfattades av de flesta eleverna redan vid skolstarten. Efter en tid i skolan hade eleverna lärt sig att subtraktion betyder ta bort.

4.6 Hur undervisar man elever med matematiksvårigheter?

Magne (1998) talar om elever med inlärningsproblem i matematik, om hur problemen har uppkommit, vad man kan göra för att utreda problemen, hur läraren handleder eleven och hur de lär eller inte lär. Samma forskare påpekar att en av grundtankarna i skollagen är att skolan skall stödja eleverna och att varje elev bör få ut så mycket som möjligt av sin skolgång.

Adler (2001) anser att matematiksvårigheter är kopplade till att eleven uppvisar generella problem med lärandet, d.v.s. inte bara inom matematik. All inläring tar då oftast lite längre tid än normalt. Inläringen för elever med allmänna matematiksvårigheter kan underlättas genom ett långsammare arbetstempo och eventuellt med hjälp av förenklat undervisningsmaterial.

Ahlberg (2001) skriver "för elever som hamnar i matematiksvårigheter, ska man göra matematiken mer spännande genom att anknyta den till elevens intresse av olika slag." Det är viktigt att uppgifterna är anpassade efter elevens egen erfarenhetsvärld, så man får ett eget förtroende och förmåga att gå vidare.

Men det är inte säkert att en sådan inriktning av undervisning bidrar till en förändring av elevens situation, eftersom orsakerna till att elever får matematiksvårigheter är mångskiftande.

Vidare anser Ahlberg att det finns olika undervisningsmetoder, som leder fram till att alla elever får lust att lära. Vår lust och förmåga att lära oss skilda saker varierar. En del elever visar stort intresse och tycker att matematik är spännande. De fångas av innehållet, inspireras av nya uppgifter och upplever utmaningarna som stimulerande. Andra elever tappas intresset och lär sig inte matematik i den utsträckning som förväntas av dem och då hamnar dessa elever i svårigheter.

Malmer (1992) betonar vikten av att komma till rätta med elevers svårigheter i matematik och att det ofta är tidskrävande, vilket innebär att anpassad specialundervisning i matematik måste fortsätta under lång tid. Dagens lärare bör ändra undervisningens utformning mot ökat laborativt arbete, större elevengagemang och undersökande aktiviteter som ett naturligt inslag i arbetet.

Malmer & Adler (1996) anser att lärarna bör komma bort ifrån ett linjärt synsätt, att elever med matematiksvårigheter skall undervisas på en lägre nivå och med enklare uppgifter. Det gäller både för föräldrar och lärare att vara uppmärksamma på tidiga tecken, om eleven har ett behov av stöd i sin undervisning. Tidig diagnos gör det möjligt att sätta in förebyggande åtgärder. En erfaren lärare gör kontinuerliga elevobservationer och diagnoser och upptäcker de elever, som behöver hjälp i ett tidigt skede. Det här medför att läraren kan gå in med åtgärder innan problemen blir för stora.

5. Metod

5.1 Undersökningens design

Jag kommer att använda en kvalitativ *hermeneutisk* metod. Jag vill förstå elevernas uppfattningar och föreställningar kring begreppet matematik och tolka de uttalanden jag får genom intervjuerna.

Ordet "*Hermeneutik*" betyder utläggningskonst eller förklaringskonst. Man kan säga att hermeneutik betyder att tolka, översätta, förtydliga, klargöra och utsäga. *Hermeneutik* är således en tolkningslära, som baserar sig på vissa grundläggande antaganden eller föreställningar, som utgör ryggraden i en analysmetod. I all tolkning och förståelse är delarna beroende av helheten och omvänt (Gilje & Grimen, 1992). Undersökningen utgår från en hermeneutisk anda eftersom känslor, tankar och subjektiva uppfattningar inte kan observeras utan tolkas.

Den kvalitativa metoden passade bäst för min undersökning eftersom *"huvuduppgiften för det kvalitativa synsättet är att tolka och förstå de resultat som framkommer, inte att generalisera, förklara och förutsäga"* (Stukát, 2004). Den kvalitativa metoden valdes för att få så uttömmande svar som möjligt, då den kvantitativa metoden med enkäter kunde leda till korta och innehållslösa svar (Kvale, 1997)

Jag ställde till största delen öppna frågor om *"vad matematik är och när i vardagen förutom i skolan använder de matematik"*? Vidare ställde jag frågan om vilka räknesätt kan de och om de kan förklara vad likhetstecknet symboliserar och när man använder det"? Jag ville att eleverna själva skulle berätta så mycket som möjligt om deras tankar. Se bilaga 1.

Stukát (2005) menar att om man vill ta reda på den intervjuades uppfattning och erfarenhet är det en nackdel att ha färdiga svarsalternativ och allt för ledande frågor. Mitt syfte med intervjufrågorna är att kartlägga elevernas förståelse för ämnet matematik och den nytta de har av matematikkunskaper i vardagen.

För att inte frångå det kvalitativa perspektivet valde jag att göra djupintervjuer med eleverna. Jag är intresserad av de synsätt som riktar intresset mot individen och såsom Backman (1998) menar, visar hur individer upplever, tolkar och strukturerar en omgivande verklighet i relation till sina tidigare kunskaper och erfarenheter – hur livet och omvärlden får mening.

Ett annat instrument jag använt mig av är skriftliga diagnoser som är utarbetade av Madeleine Löwing. Se beskrivningen i bilaga 5 och 6 som visar olika aspekter på addition och subtraktion och i vilken utsträckning eleverna i båda grupperna lyckats abstrahera matematikinnehållet, som beskrivs i kursplanen i

matematik. Målet är att eleverna skall behärska dessa uppgifter på ett sådant sätt att alla uppgifterna blir rätta inom ett begränsat tidsintervall. Med hjälp av de här uppgifterna kan man avgöra om eleverna kan tolka uppgifterna, om de har flyt i sitt räknande och om de använder sig av funktionella strategier för att lösa uppgifterna.

Diagnoserna var tidsbegränsade, 4 – 5 minuter för elever som behärskar de här uppgifterna.

Elever, som använder betydligt längre tid och t.ex. räknar på fingrarna, saknar sannolikt kunskaper inom det här området.

Med detta analysverktyg kan jag se vilka begrepp och färdigheter som eleverna behärskar eller inte behärskar. Fördelen med att använda skriftliga diagnoser är att jag skall kunna bilda mig en uppfattning om de olika elevernas kunskaper och kunskapsbrister. Däremot är det svårt att förklara med hjälp av enbart skriftliga diagnoser var orsakerna till deras kunskapsbrister ligger. En enkel metod för detta är att lyssna på eleverna då de löser en eller flera uppgifter och förklarar hur de har tänkt.

Med en diagnos, en intervjuundersökning och andra egna matematiska uppgifter, skulle dessa tre metoder komplettera varandra och en form av triangulering uppstå.

Med metodtriangulering kan forskaren belysa problem från olika håll och tränga djupare in i problemet. (Stukát, 2005)

Uppföljningen är ett viktigt underlag för att se om det bara är enstaka elever, som gjort fel på en uppgifts typ eller det är flera elever. Detta kan ha stor betydelse för planering och genomförande av uppföljningen på individnivå eller gruppnivå i framtiden.

Diagnoserna följdes upp med egna matematiska uppgifter, med syfte att se hur båda grupperna elever tänker, vilka tankeformer de använder.

Mina egna matematikuppgifter däremot var inte tidsbegränsade. Då förde jag en dialog med eleverna, där det framkom vilka tankeformer de använder och eventuellt om de använde fingrarna till hjälp.

För intervjufrågor respektive matematikuppgifter samt översiktsdiagnoser, se bilaga 1, 2, 3, 4, 5 och 6.

5.2 Urval av elever

Totalt ingick 16 elever från år 3 och 4, i studien. Bland dessa 16 elever fanns det representanter från båda könen (10 pojkar och 6 flickor). Eleverna delades in i två grupper; en med matematiksvårigheter och en utan matematiksvårigheter.

Gruppindelningen gjordes av berörda lärare som bedömde vilken grupp varje elev skulle tillhöra. Jag ansåg att lärarna var nyckelpersoner som kände till eleverna på ett sådant sätt att de var de mest lämpade att göra elevurvalet. Jag kontaktade även föräldrarna och fick deras godkännande innan intervjusekvenserna påbörjades.

5.3 Bortfall

Inget bortfall förekom.

5.4 Etiska överväganden

Eleverna i studien är anonyma och har fått fingerade namn och därför går det inte att avslöja elevernas identitet. Eleverna har fått fingerade namn för att få så stor ”*konfidentialitet*” som möjligt. ”Konfidentialitet är ett löfte att man inte ska kunna identifieras eller beskrivas på sådant sätt att man kan identifieras” (Kvale, 1997).

De inspelade samtalen vid intervjuerna har efter bearbetningen raderats.

5.5 Utförande av elevintervjuerna

Klasslärarna förberedde eleverna en vecka innan intervjun genom att fråga dem om de ville bli intervjuade.

Till eleverna valde jag ut ett antal frågor, skriftliga diagnoser och som jag följde upp med några egna matematiska uppgifter, som var kopplade till diagnoserna och som innefattade olika räknesätt, matematiska begrepp och symboler för att se vilka tankeoperationer och svar eleverna hade kring dessa frågor och uppgifter.

Jag valde att intervjua och spela in eleverna på band av olika anledningar. Eleverna kunde ha svårt att uttrycka sig skriftligt, speciellt om sådana frågor som kräver eftertanke. Att skriva ner allt eleverna sa, kunde ta för lång tid med många pauser, vilket skulle leda till att eleverna blev trötta och inte orkade fullfölja intervjun. Följdfrågorna ställdes spontant och i direkt anslutning till det eleverna svarade. När man använder sig av kvalitativ intervju är det viktigt att samtala med personerna.

Innan intervjuerna påbörjades talade jag om för eleverna vad jag hade för syfte med intervjuerna och varför jag valde att spela in dem på band.

Lärarna fick bestämma en lämplig tid för eleverna. Tidsåtgång för varje elev beräknades till 30 – 40 minuter.

Denna uppskattning visade sig stämma ganska bra. I genomsnitt tog varje intervju 30 minuter. Intervjuerna skedde i ett enskilt rum för att eleverna skulle få lugn och ro att svara på frågorna.

Direkt efter det att respektive intervju var avslutad påbörjades bearbetningen av intervjuerna. Intervjuerna skrevs ut och relevanta svar för frågeställningarna valdes ut. Kvale (1997) menar att hur mycket som skrivs ut och i vilken form beror på materialets natur och syfte med undersökningen samt tillgång till tid. Intervjusvaren skrevs ut ordagrant men endast specifika citat från lärarna finns i undersökningen för att förstärka bilden av de tillfrågades svar.

5.6 Validitet och reliabilitet

Validiteten brukar anges som en benämning på hur bra ett instrument mäter det man avser att mäta (Stukát, 2005). Stukát menar vidare att validiteten är svårfångad och mångtydig men ändå grundläggande för undersökningens värde.

Undersökningen har utförts på ett tillförlitligt sätt, vilket betyder att den har god reliabilitet. Med reliabilitet menas hur pålitliga mätningarna är. Hög reliabilitet betyder att oberoende mätningar ska ge ungefär identiska resultat. Reliabiliteten kan naturligtvis också påverkas av hur pass ledande frågorna är formulerade. Kvale (1997) tar upp att reliabiliteten särskilt kan diskuteras i relation till ledande frågor som oavsiktligt ställs och som kan påverka resultatet. För att få så hög reliabilitet som möjligt är det viktigt hur jag formulerar frågorna i mina intervjuer.

För att kvalitetssäkra och minimera risken för eventuella missförstånd spelades intervjuerna in på band. Då får jag en större trovärdighet vid sammanställningen av intervjuerna. Intervjuerna skrevs ner i sin helhet för att lätt kunna gå tillbaka och hämta mer information om något, eller för att se om det har skett något missförstånd från min sida. Det som kan tala mot en god tillförlitlighet är att författaren inte är en så van intervjuare. Kvale (1997) skriver i sin bok att man behöver träna på att bli en bra intervjuare. Enligt Bell (2006) är en fullständig reliabilitet en förutsättning för fullständig validitet, alltså hur tillförlitligt studiens instrument är.

Reliabiliteten begränsas av det relativt låga antalet elever, men validiteten anser jag vara säkrad.

Det vill säga jag har ställt ett antal frågor till elever och har fått svar som motsvarar syftet, Bell (2006).

Både den kvalitativa och den kvantitativa forskningsmetoden kräver ett stort antal undersökningsspersoner för att man skall kunna generalisera svaren (Kvale, 1997).

Jag anser att intervjuguiden som använts visar ganska god validitet då frågorna är relevanta och ger svar som stödjer syftet med undersökningen. Min intention med undersökningen är uppfylld och en indikation på vad elever i år 3 och 4 kan ha för svårigheter med, vad det gäller symboltolkning kopplat till de två räknesätten och olika matematiska begrepp, har utkristalliserat sig.

Naturligtvis hade reliabiliteten varit högre om undersökningen upprepades med andra elever och jag då kommit fram till samma resultat. Enligt Kvale (1997), är detta vad reliabilitet handlar om. Detta var dock inte möjligt inom tidsramen då elevintervjuerna och datainsamlingen hade blivit för omfattande.

6.0 Resultat av Diagnos AG 4 i år 3 och 4

Jag började med diagnoserna för att bilda mig en uppfattning om vad eleverna behärskar respektive inte behärskar.

Sexton elever deltog. Tidsåtgången varierade från 4 minuter till 10 minuter. Fem elever löste uppgifterna på 10 minuter, tre elever på 9,5 minuter, en elev på 8 minuter, två elever på 7 minuter, två elever på 6 minuter, en elev på 5 minuter och två elever på 4 minuter. Resultatet på diagnosen AG 4 visade vidare att bara en elev hade alla rätt och med den tidsåtgången på 4 minuter.

Av resultatet framgick att de flesta felen fanns bland subtraktionsuppgifterna och då i synnerhet bland uppgifterna 4 a och 4 b. Se bilaga 3.

Dessa uppgifter innehöll uppgifter som $51 - 49$ och $63 - 8$.

Eleverna hade svårigheter när de skulle ta en större entalssiffra från ett tal med mindre entalssiffra.

Sex elever av 16 räknade på fingrarna. Det var jämt fördelat mellan elever med matematiksvårigheter och elever utan matematiksvårigheter och mellan pojkar och flickor.

Men uppenbart är, att när det gäller att lösa tal av denna typ, hade de svagare eleverna stora problem. Två elever hade 0 rätt av dessa uppgifter.

Men även för övriga elever vållade dessa uppgifter en del problem. De såg inte möjligheten att använda sig av *”lägga till metoden $49 + _ = 51$ ”*.

När det gäller additionsuppgifterna fanns de flesta felen bland uppgifterna i 4 a.

Även här fanns de flesta felen bland elever med matematiksvårigheter.

Additionsuppgift 4 a, d.v.s. tiotalsovergångar, gav upphov till problem för många elever i båda kategorierna, pojkar som flickor. Se bilaga 3.

6.1 Analys av resultatet av Diagnos AG 4 i år 3 och 4

Diagnosen visar att de flesta elever inte hade problem med att lösa additionsuppgifterna. Dock fanns ett undantag, nämligen additionsuppgifter med tiotals övergångar. Detta gav upphov till problem för en del elever i båda grupperna, pojkar som flickor.

Subtraktionsuppgifterna var klart de uppgifter som vållade störst problem, i synnerhet bland elever med svårigheter.

Beskrivning av Diagnos AG 4, se bilaga 5.

Löwing (2006) menar att syftet med diagnoserna är att ha översikt i vilken utsträckning eleverna lyckas abstrahera matematikinnehållet som beskrivs i kursplanen i matematik.

6.2 Resultat av Diagnos AG 5 i år 3 och 4

Även här deltog sexton elever och tidsåtgången varierade mellan 3 och 9,5 minuter.

En elev löste uppgifterna på 7 minuter, två elever på 6 minuter, tre elever på 5 minuter, tre elever på 4 minuter, en elev på 4,5 minuter, tre elever på 3 minuter och tre elever på 3,5 minuter.

Fyra elever hade alla rätt och bland dessa var två flickor och två pojkar. Alla elever utom en kunde lösa sina uppgifter utan hjälp. Denna elev har svårigheter även i andra ämnen och får hjälp av specialpedagogen. Felen fördelades i huvudsak mellan uppgift 4 och 7: en additionsuppgift och en subtraktionsuppgift. Den senare löstes av tre elever med hjälp av ett felaktigt räknesätt, nämligen multiplikation istället för addition. Se bilaga 4.

Enligt Löwing(2006) För att lösa uppgifter av det slaget kräver kunskaper av tre slag. Först och främst måste eleven kunna tolka texten och ge uppgiften en mening. Därför gäller det att välja rätt räknesätt. På längre sikt är det mycket viktigt att eleven lär sig teckna detta på ett bra sätt och utföra en beräkning. För att följa upp en elev som är svag på den här diagnosen gäller det att ta reda på vilket av de tre alternativen eleven misslyckats och det kan man göra genom att föra dialog med eleven.

6.3 Analys av resultatet av Diagnos AG 5 i år 3 och 4

Dessa benämnda tal löstes av flertalet elever, såväl svaga som duktiga. De svagare eleverna hade problem med att tolka uppgift 7. De använde multiplikation istället för addition.

Att resultatet blev så bra kan förmodligen tolkas så att eleverna var vana att arbeta med liknande uppgifter i sina böcker. Uppgifterna såg ut som de ser ut i deras böcker.

Se bilaga 4.

6.4 Sammanfattning av resultaten från diagnoserna AG 4 och AG 5

Samtliga elever kunde läsa uppgifterna utan någon hjälp. I uppgift 7 i AG 5, förekom feltolkningar av några elever i båda grupperna, de använde multiplikation istället för att addition.

Se bilaga 4.

De svaga eleverna upplevde att det var en komplicerad uppgift, där symbolerna inte stod som de brukar göra i deras matematikböcker, t.ex. $_ - 9 = 70$ hämtat från Diagnos AG4. Se bilaga 3.

Flera av eleverna gjorde försök till en uträkning, men de använde krångliga uträkningar med hjälp av fingrarna och tappade bort sig. Några elever ”utan matematiksvårigheter” löste talet med hjälp av addition, algoritm eller i huvudet.

Några elever räknade på fingrarna, andra subtraherade uppåt. Eleverna hade alltså olika strategier, men generellt sett hade de svårt att tolka sådana tal som t.ex. $_ - 9 = 70$. Eleverna i båda grupperna använde dock inte den matematiska språkterminologin, de använde uttrycket ”*plussa*” eller ”*minus*” och ”*ta bort*”, men när jag ställde frågan om de visste vad plus heter då svarade eleverna utan matematiksvårigheter korrekt nämligen ”*addition*”, enligt den matematiska språkterminologin. Eleverna ”*med matematiksvårigheter*” hade svårt att namnge den korrekta benämningen.

Andra matematikuppgifter, också hämtade från Diagnos AG 4, t.ex. $51 - 49 =$ och $63 - 8 =$ uppvisade flera felaktiga svar. Problemen låg i att några av eleverna inte behärskade strategin då de skulle ta en större entals siffra från ett tal med mindre entalssiffra. Vid intervjun framkom att de flesta svårigheterna bestod i att eleven inte har förstått att matematik är ett sätt att beskriva världen och att inte se mönster i matematiken. Generellt sett har de flesta av eleverna symbolkännedom och kan förklara vad de olika symbolerna står för och vilka matematiska begrepp som förknippas med dessa och kan förklara hur de använde dem.

Tre elever ”*med matematiksvårigheter*” hade svårt att generalisera sitt tänkande och tolka matematikorden ”*addition* och *subtraktion*”

På min intervjufråga om de kunde koppla dessa tal från AG4, till verkligheten och vardagslivet, kunde alla elever utom de tre svagare eleverna, ge exempel på olika situationer. Men med hjälp av följdfrågor kunde även de svagare eleverna hämta exempel från vardagen.

Det är alltså viktigt att föra dialog med eleverna för att förstå deras tankegångar.

6.5 Elevintervjuer

Här följer resultaten redovisade utifrån de intervjufrågor jag har ställt. Även en sammanställning av uppgifterna som jag lät eleverna besvara i syfte att se hur de uppfattade räknesätten addition och subtraktion och likhetstecknet. Sammanställningen är gemensam för elever med matematiksvårigheter och elever utan svårigheter.

Kan eleverna i år 3 och 4 förklara vad matematik är och koppla den till vardagen?

Gemensamt för de flesta elever är att de har svårt att sätta ord på vad matematik är. De nämner som regel det man gör i skolan under matematiklektionerna och ger exempel på olika räknesätt.

Med hjälp av följdfrågor hade eleverna ”*med matematiksvårigheter*” lättare att svara vad matematik är och koppla den till vardagen.

Vad är matematik?

Anna: Ett jobb som är kul som man har i skolan. Man kan lära sig plussa, gånger och när man blir stor kan man räkna t.ex. länder.

Följdfråga: Vad tänker du på när du hör ordet matematik?

Det är bra att kunna när man blir stor och det är roligt att lära sig att räkna. Minus är jätte svårt att räkna, plus är mycket lättare. Jag brukar få hjälp i matten av specialpedagogen. Skriva och läsa är svårt, men jag får hjälp av en annan fröken.

När i vardagen förutom i skolan använder du matematik?

Hm...hm.... Jag använder matematik i svenskan när jag räknar länder, man kan lära sig läsa, gånger och plus när man blir stor.

Följdfråga: Kan du använda matematik när du ska handla?

Hm...Jag tror man kan, om det kostar 150 kr och jag har 100 kr, då kan jag inte handla, det fattas då 50 kr.

Den här eleven hade svårighet att förstå att matematik är ett sätt att beskriva världen och att se mönster i matematiken.

Vad är matematik?

Per: Åh, det är något man skall kunna när man blir vuxen annars får man inte jobb.

Följdfråga: Kan du använda matematik när du leker med dina kompisar?

Hm...hm.. Jag vet inte...kanske när jag hoppar hopprep, då räknar jag.

Även den här eleven hade svårigheter att förstå vad matematik är, men med hjälp av följdfrågan lyckades Per att förstå vad matematik är och koppla den till vardagen och kunde ge exempel på vardagliga situationer.

När i vardagen förutom i skolan använder du matematik?

När jag ska köpa godis. Då räknar jag.

Elever ”utan matematiksvårigheter” kunde utan hjälp av följdfrågor koppla matematiken till vardagen och ge exempel från vardagslivet på olika situationer, då kunskap i matematik är nödvändigt. Detta belyses av nedanstående svar från två elever i gruppen.

Vad är matematik?

När i vardagen förutom i skolan använder du matematik?

Nadja: Matematik är ett ämne som man har i skolan och finns överallt tror jag. Typ inom sport när man räknar poäng och i slöjden t.ex. när man ska dela en bräda i fyra delar, då måste man mäta i centimeter.

Mattias: Man räknar i en matematikbok på lektionerna och man kan använda matematiken inom sporten. När man mäter längdhopp i centimeter och meter. En snickare använder matte när han ska mäta. Man kan använda matten överallt tror jag.

Förutom dessa svar vet jag med utgångspunkt från de intervjuer jag har gjort, att alla dessa elever arbetar utanför matematikboken med olika uppgifter i ämnet.

Löwing (2006) anser att undervisningen i matematik handlar inte bara om att få rätt svar på ett antal uppgifter utan också att synliggöra viktiga matematiska egenskaper och strukturer och det är betydelsefullt att dessa strukturer förklaras på ett begripligt sätt och konkretiseras för eleverna.

Känner eleverna till några räknesätt och vilka räknesätt kan de?

Här svarar två elever ”med matematiksvårigheter” mycket osäkert på vad ett räknesätt är. ”Det är väl plus och minus och nåt”. ”Addition är väl adjektiv” Med lite hjälp kom de fram till att det är plus och minus.

Man använder inte de korrekta matematiska orden addition och subtraktion. Språkterminologin är inte självklar.

Eleverna ”med matematiksvårigheter” är mycket osäkra på de matematiska namnen för räknesätten och vet därför inte när man använder dem. Två elever svarar ”Vad betyder addition”? De har svårt att uttrycka sig i ord om just detta

och vad man gör. ”Vet inte vad det handlar om, och vad man gör med de olika räknesätten.”

Vilka räknesätt kan du?

Per: Det är väl plus och minus, t.ex. addition är väl adjektiv. Nej jag kan inte riktigt namnen på dom.

Följdfråga: Vad betyder addition?

Minus tycker jag är svårt. Jag vet inte riktigt.

Anna: Hm....plus...hm... vad betyder addition ja.... det är väl plus, subtraktion och gånger hm... det heter multiplikation ..jag kan inte mer, jag får tänka och division tror jag är delat med. Minus tycker jag är svårt.

Elever ”med matematiksvårigheter” tyckte att minus var svårt. Subtraktion är ofta svårare för elever att ta till sig. Strategierna här är flera än vid addition och flera olika lösningsmetoder är tänkbara. Därför är det svårt att hitta en grundläggande metod för subtraktion som alltid fungerar. Här visar svaren att eleverna med matematiksvårigheter har bekymmer med förståelsen av matematikorden.

Löwing (2006) menar att en alternativ metod är att använda sig av pengar. Fördelen med att använda pengar är att man med dess hjälp kan konkretisera betydelsen i positionssystemet, som t.ex. hur tal komponeras med hjälp av ental, tiotal och hundratal. Vidare anser samma forskare att det krävs en färdighetsträning för att eleverna skall ha flyt i räknandet. Hon anser att syftet med denna färdighetsträning är, att eleverna skall lära sig utföra den här typen av räkning utan pengar. Pengarna skall bara användas för att under en inlärningsperiod konkretisera en strategi, inte som metod för att lösa problem.

För elever ”utan matematiksvårigheter” var det inte några större problem att beskriva när man använde de fyra räknesätten och att benämna dem vid deras rätta namn. Gemensamt från elevernas svar är att de behärskar den matematiska språkterminologin och abstraherat matematiken, vilket visas av Mattias och Nadjas svar. Dessa elevers svar är representativt för hela gruppen. De kunde snabbt ge exempel på situationer i vardagen, där addition och subtraktion gällde. Genom att uttrycka sig korrekt stimulerar eleverna sitt tänkande och utmanas att uttrycka hur de tänker. När de räknar kan eleverna utveckla sina matematikförståelse.

Vilka räknesätt kan du?

Mattias: Jag kan alla fyra räknesätten. Ska jag räkna upp dom?
Addition det är plus, subtraktion det är minus, multiplikation är gånger och

division det är delat med. Det är bra att kunna alla fyra räknesätten. T.ex. om jag ska köpa godis. Jag har t.ex. 50 kr och godiset kostar 10 kr, då ska jag få tillbaka 40 kr då är det minus.

Den här eleven svarar, om det är större tal brukar jag använda algoritm, ja det är lättast att se det hela. Jag kan räkna huvudräkning men det är väldigt jobbigt för mig att se. Den här eleven har en struktur för att arbeta med algoritm, han lånar korrekt i subtraktion och för korrekt upp minnessiffran i addition.

Nadja: Typ fyra räknesätten. Addition, subtraktion division och multiplikation. Typ att dela en bredda i fyra delar, det är division eller köpa en glass och godis, det är plus, t.ex. glassen kostar 15 kr och godiset kostar 15 kr det blir 30 kr tillsammans, då är det plus.

Nadja svarar: ibland räknar jag på fingrarna, jag tycker det är mycket lättare och det går snabbare. Men om det är större tal då använder jag mig av en algoritm. Ja, för att det är lättast för mig att se det hela talet. Jag kan räkna huvudräkning, men det är väldigt jobbigt att komma ihåg minnessiffran. Även den här eleven har en struktur för att arbeta med algoritm, hon lånar korrekt i subtraktion och för korrekt upp minnessiffran.

Många elever använder sig av uppräkning eller nedräkning och tar till hjälp av fingrarna. Hos flera av eleverna tycks det vara en inarbetad metod.

På frågan : Kan du förklara vad ”*likhetstecknet*” symboliserar och när man använder det?

Alla elever visste och kunde förklara vad likhetstecknet står för.

Ahlberg (1995) menar att förstå likhetstecknets innebörd är viktigt, för att kunna förstå alla typer av räkneoperationer. Det är betydelsefullt när eleverna längre fram möter algebrans ekvationer.

Enligt Malmer (1992) tycks matematikundervisningen vara det ämne, som är mest beroende av en lärobok. Ett alltför ensidigt läroboksanvändande leder till enformighet och att många elever tar avstånd från ämnet. Malmer menar att ett mycket tungt ansvar vilar på de lärare som tar hand om den grundläggande undervisningen. Det är inte många som förstår hur kvalificerat detta arbete i själva verket är eller i alla fall borde vara. Lärare kan inte komma undan det ansvar han/hon har att hjälpa varje enskild elev utifrån hans/hennes förutsättningar och möjlighet.

6.6 Sammanfattning av elevintervjuerna

Resultatet har tolkats utifrån intervju svaren. Vissa delar av intervjuerna har inte varit relevanta för undersökningen och har heller inte redovisats i arbetet.

Jag frågade och visade *"likhetstecknet"* och på frågan om eleverna visste vad det betyder svarade alla *"lika med"* utan tvekan, vilket tyder på att likhetstecknet är en bekant symbol för alla och att det inte är någon skillnad mellan de två kategorierna av elever.

Exempel på svar från båda kategorierna av elever på frågan när eleverna använder likhetstecknet är: *"Jag använder det när jag ska skriva svaret"* eller *"När jag ska visa vad talet blir eller vad summan skall bli på ett mattetal"*.

Eleverna svarar tydligt vilken funktion *"likhetstecknet"* har, men det blir inte mycket sagt om själva betydelsen. För att eleverna ska visa om de kan använda likhetstecknet, skriver eller ritar de en traditionell utsaga så som det ser ut i matematikboken.

Enligt deras utsagor kan alla elever använda *"likhetstecknet"* korrekt.

Eleverna *"med matematiksvårigheter"* hade svårare att koppla matematiken till vardagen och var osäkra på begreppen och att tolka en del symboler, medan *"eleverna utan svårigheter"* kunde direkt koppla matematiken till vardagen och var mer säkra på begreppen och symbolerna.

Tretton elever i år 3 och 4 (totalt 16 elever; 10 pojkar och 6 flickor) kan i ord, muntligt och på papper att beskriva vad matematik kan handla om. Det kunde handla om pengar, kulor, godis, sport, baka t.ex. *"Man går till affären och köper något som kostar 10 kr och något annat som kostar 15 kr då blir summan 25kr."* Eleverna använde sig av det som är nära dem i vardagen och som de kan relatera till.

Tre av eleverna *"med matematiksvårigheter"* hade svårighet att ge något exempel med hjälp av följdfrågorna och lite *"tänk"* kunde de svara korrekt. Alla ansåg dock att matematik var ett ämne som de arbetade med i skolan och som man måste kunna tillämpa när man blir stor. De hade problem med att koppla ämnet till verkligheten.

När det gäller räknesätten är eleverna *"med matematiksvårigheter"* mycket osäkra på vad räknesätten är. De använder inte de korrekta matematiska orden, addition och subtraktion och är således mycket osäkra på de matematiska namnen för räknesätten. Terminologin upplevdes som svår, sannolikt beroende på att dessa matematiska terminologier inte använts ofta av eleverna emellan till vardags. Istället använts *"plussa"*, *"minska"* eller *"ta bort"*.

Eleverna *"utan matematiksvårigheter"* kan betydligt bättre koppla ämnet *"matematik"* till vardagliga händelser i hemmet, bland kompisar, i idrottsliga sammanhang, samt vid inköp i butik etc.

För elever ”utan matematiksvårigheter” var det inte några större problem att beskriva när man använde de fyra räknesätten och benämna dem vid deras rätta namn. En klar koppling gjordes till olika vardags situationer.

För båda kategorier elever var ”likhetstecknet” en välkänd symbol. Alla visste att efter detta tecken skulle svaret på uppgiften stå.

6.7 Egna matematiska uppgifter

Hur tolkar eleverna symboler i utvalda matematiska uppgifter och kan eleverna lösa olika uppgifter som grundar sig på de två räknesätten addition, subtraktion och symbolen likhetstecknet?

64 + 16 = 80. Kan du beskriva, ge exempel på vad det här skulle kunna handla om?

Samtliga elever kan läsa utsagan korrekt, de läser ”*sextiofyra plus sexton är lika med åttio*”.

Tretton elever i år 3 och 4 av totalt 16 elever kan i ord, muntligt och på papper beskriva vad det kan handla om. Det kunde handla om pengar, godis, kulor till exempel, ”*Man går till affären och köper något som kostar 64 kr och något som kostar 16 kr och då blir det 80 tillsammans*” Eleverna använde sig av det som är nära dem i vardagen och som de kan relatera till.

Tre av eleverna, ”*med matematiksvårigheter*” kunde inte ge något exempel,

68 = 8 + _

Detta tal kunde tre av tre elever ”*med matematiksvårigheter*” inte lösa. Alla elever utan svårigheter kunde lösa detta tal utan större problem.

Eleverna med svårigheter tyckte att detta var ett komplicerat tal eftersom det började, som de uttryckte sig, med svaret. ”*Kan inte räkna ut det här talet*”, *det går inte, det är ju ett*” lika med tecken emellan”.

_ + 8 = 46

Det här additionstalet kunde 11 elever utan svårigheter lösa.

Tre elever ”*med matematiksvårigheter*” kunde inte lösa talet. Eleverna har tacklat det på olika sätt. Det upplevdes inte så komplicerat och eleverna tog itu med det direkt. Symbolerna stod så som de brukar göra i deras matematikböcker och det var lätt att känna igen.

Två elever av varje kategori provar sig fram genom att räkna från 30 och uppåt och kommer på så sätt fram till att det är talet 38 som fattas.

Eleverna utan svårigheter använde sig av subtraktion och räknade ut talet i huvudet. ”*Om man tar bort 6 då blir det 40, minus två till, då är det 38.*”

45 + 4 = 53 - 4, stämmer det här?

Elva elever från båda kategorierna kan lösa räkneoperationen.

Tre elever ”med matematiksvårigheter” och två utan svårigheter förstår inte alls uppgiften.

”Förstår inte”, *det är fel.* ”Det stämmer inte,” *lika med tecknet skall inte stå i mitten.*” De ser att det är lika mycket på båda sidorna om ”lika med tecknet”, men får det ändå inte till att stämma. Talet ser inte ut som något de sett förut och utmaningen blir för stor.

- 16 = 53

För båda kategorierna av elever skapade uppgiften stora problem. En elev säger ”Ska räkna uppåt från 16 till 53”. *Jag känner inte igen uppgiften, så här står inte i min mattebok, där ska man bara skriva svaren.*

Flera av eleverna gör försök till en uträkning men använder krångliga uträkningar med hjälp av fingrarna och tappar bort sig i dessa. Inte någon av dem ställer upp talet i algoritm.

Sex elever utan svårigheter löste talet med hjälp av addition. Några ställde upp som en algoritm i huvudet, någon räknade $53 + 16$ och fick 69.

+ 33 = 41

Åtta elever av samtliga sexton klarar inte talet. Eleverna med svårigheter störs t.ex. av att ”lika med tecknet” står framför talet i stället för efter, de förstår inte vad de ska göra. En elev säger ”*Det är fel, det måste vara plus i stället.*” *Jag fattar inte den.* Symbolerna i talet säger dem ingenting, talet är obegripligt och fel.

- 6 = 30

Åtta av 16 elever kunde räkna ut detta tal korrekt. Eleverna utan svårigheter som räknade ut talet såg direkt svaret. De tyckte att det var enkla siffror och lätt att se svaret på uppgifterna. ”*Jag ser att det blir 36.*” De två eleverna med svårigheter som inte kunde räkna ut talet tänkte: $30 - 6$. Man avläser inte symbolerna i talet korrekt.

För eleverna utan svårigheter var det inte några problem, man använder sig antingen av addition $30 + 6$ eller $36 - 6$.

49 - 7 =

Det här subtraktionstalet kunde tolv av de sexton eleverna räkna ut korrekt. Eleverna använde sig av liknande strategier, några räknar på fingrarna, andra subtraherade endast entalen. Flera av dem sa att de räknade $9 - 7 = 2$ och sedan la de till 40 och fick så 42. (Se bilaga 2)

Enligt Löwing (2006) måste eleverna lära sig behärska olika variationer av utsagan. I annat fall fungerar inte addition som verktyg vid problemlösning.

Genom att byta ut $_$ mot x i uppgifterna ovan, bygger man samtidigt upp en förståelse för ekvationslösning.

6.8 Analys och sammanfattning av svaren från egna matematiska uppgifter

Jämfört med analyserna från diagnoserna var dessa uppgifter uppenbarligen betydligt svårare.

Dessa uppgifter var tydligen för komplicerade och abstrakta för de svagare eleverna. En orsak till svårigheterna med att lösa uppgifterna var likhetstecknets placering. Det flesta av eleverna kunde se likhetstecknet som en våg och visste att det var lika mycket på båda sidorna om det. För eleverna med matematiksvårigheter däremot vållade det en del problem beroende på vilken position den hade i utsagan.

De var låsta vid att det bakom likhetstecknet ska stå ett svar och därför hade de problem med att förstå tal där likhetstecknet stod i början av talet, t.ex. $+ 8 = 46$ eller $68 = 8 +$. De hade ingen nytta av likhetstecknet och såg det inte som ett hjälpmedel. Här finns ett tolkningsproblem vad gäller denna symbol.

En annan orsak var kunskapen om räknesätten eller snarare bristen på kunskap om räknesätten.

Beroende på vilken kunskap de hade om räknesätten kunde de använda sig av dem på olika sätt för att räkna ut talet. Eleverna använde sig av olika strategier, det som kändes mest bekant och säkert, var det som de i första hand använde. De som använde fingerräkning tappade lätt bort sig i uträkningen, det blev helt enkelt för mycket att hålla reda på, och man hamnade fel i svaret.

När jag så jämför analysen av resultatet av Diagnos 4 i år 3 och 4, med analysen av svaren från ”egna matematiska uppgifter” visar båda analyserna att räknesättet ”subtraktion” vållar störst problem och då i synnerhet bland de svagare eleverna.

7. DISKUSSION

Min undersökning visade att de flesta elever både med och utan svårigheter i matematik visade en stor brist i att uttrycka sig språkligt och beskriva med ord vad matematik innebär. De flesta av eleverna i undersökningsgrupperna har inga läs- och skrivsvårigheter, men har trots det svårt att uttrycka sig språkligt om matematik. Några elever ”med matematiksvårigheter” har bristande läsförståelse. Ibland klarar de helt enkelt inte av att läsa och förstå vad uppgiften går ut på. Därför får detta som konsekvens att dessa elever får problem med att klara uppgifter, som egentligen är åldersadekvata. I en del fall kan det få till följd att dessa elever stannar på allt för låg nivå och deras tänkande utmanas inte. Detta kan bero på ett flertal faktorer. Det kan ha med undervisningen och lärarens metoder att göra- samtalen om matematik saknas, kopplingen till verkligheten brister, tyst räkning prioriteras i undervisningen, ja, listan kan göras lång. Det är viktigt att man som pedagog vet var eleven befinner sig i sin matematiska utveckling och att den vet vad symbolen betyder och kan använda korrekt. Eleverna ”med matematiksvårigheter” har svårigheter med att lösa problem, resonera logiskt och koppla uppgifterna till verkligheten. Elevernas matematiska tänkande och kunskap kring när de olika räknesätten skall användas är viktiga. I år 3 och 4 i min undersökning anser jag att de flesta av eleverna kan de symboler som förknippas med räknesätten och likhetstecknet och hur de används. De enklaste symbolerna +, -, och = introduceras i de första skolåren på ett mer kreativt sätt, medan andra matematiska symboler införs när eleverna anses vara mogna för det.

Jag anser att svårigheterna kan vara mycket mer än att lära sig räknesätt. T.ex. att kunna resonera om ett problem och komma fram till möjligt sätt att lösa, det logiska tänkandet ”klickar”. Att helt enkelt inte se vad de handlar om är att vara i svårigheter. De flesta svårigheterna består av att eleven inte förstått att matematik är ett sätt att beskriva världen. Att inte se mönster i matematiken t.ex, att det finns olika sätt att tänka vid tiotalövergångar och att en tankegång är ett verktyg för att göra det lättare.

Ahlberg (1995) menar att det är betydelsefullt att varje lärare tar hänsyn till elevernas varierande språkliga nivå. Som lärare måste man vara medveten om att arbetsformer och arbetssätt i första hand är ett instrument man använder för att underlätta undervisningen i matematik. Låter man dem istället bli till självändamål kan effekten bli att de senare försvårar eller förhindrar en inlärninng. Vidare menar samma forskare att redan på lågstadiet kan rädslan och uppgivenheten för matematik uppstå, som sedan följer eleven genom skolåren upp till vuxen ålder. Elevernas känslomässiga inställning till matematik har stor betydelse för hur de lär sig och använder sina kunskaper. Undervisningen som inte anknyter till elevernas behov, känslor och intresse kan hämma deras intresse för ämnet.

Resultaten från diagnoserna visar att gruppen ”*med matematik svårigheter*” behövde längre tid för att lösa uppgifterna och hade mindre antal rätt och räknade gärna på fingrarna jämfört med gruppen elever ”*utan matematiksvårigheter*.”

Eleverna med matematiksvårigheter och även elever utan matematiksvårigheter har problem med subtraktions uppgifter i synnerhet då en större entalssiffra skulle dras från ett tal med mindre entalssiffra.

När det gäller intervjufrågorna klarade inte den svagare elevgruppen att svara på dessa utan hjälp av följdfrågorna. De hade svårigheter att tala om matematik samt beskriva med ord vad matematik innebar och var mycket osäkra på vad ett räknesätt är och hade problem att koppla matematiken till vardagen. Bristande ordförståelse är mycket orsaken till deras vaga svar. Dessa elever har inte alla begrepp klara för sig och det har stor betydelse för deras inläring d.v.s. det blir mekanisk räkning om de inte har den rätta förståelsen. Även de duktiga eleverna har svårt att förklara i ord men gav då istället exempel på vad kan det handla om med hjälp av räknesätten.

En del elever i båda grupperna svarade att minus är svårt. Subtraktion är ofta svårare för eleverna att ta till sig. Strategierna här är flera än vid addition. Även addition vållade osäkerhet men om de fick tänka en stund kom de fram till begreppen. Det beror på vad det är för uppgift. I vardags matematik använder de inte begreppen addition och subtraktion när de är ute och räknar. Istället nämner de plus och minus eller ”*lägger till*” och ”*tar bort*”.

Vad det gäller likhetstecknet var en bekant symbol för alla. Eleverna utan svårigheter kunde se likhetstecknet som en våg och visste att det var lika mycket på båda sidorna om det. För eleverna med svårigheter vållade det en del problem beroende på vilken position den hade i uppgifterna. De var låsta vid att det bakom likhetstecknet ska stå svar och därför hade de problem med att förstå tal där likhetstecknet stod i början av talet.

Alla tre instrumenten visar genomgående att den svagare gruppen av elever hade problem med att svara på intervjufrågorna, kunde inte förklara nyttan med matematik och koppla detta ämne till verkligheten.

Även i diagnoserna och mina egna matematiska uppgifter förekom de flesta felen i denna grupp.

Eleverna ”*utan matematiksvårigheter*” utnyttjade sin kunskap om t.ex. positions systemet och ställde upp i algoritmer och kunde lösa fler matematiska uppgifter såväl bland diagnoserna som mina egna matematiska uppgifter.

Enligt Löwing (2006) omfattar diagnostisering alla åtgärder, formella som informella, som lärare kan utföra för att kartlägga elevers förkunskaper. Alla problem på en skriftlig diagnos bör följas upp individuellt. Därför måste finnas en långsiktig plan för diagnostisering så att förkunskaper som rimligtvis krävs under grundskolans senare år har bevakats under tidigare skolår. Vidare anser hon, att det finns flera skäl till varför det är betydelsefullt att diagnostisera. Ett skäl är att allt undervisning måste utgå från elevernas individuella förkunskaper. Om man inte är medveten om en elevs förkunskaper så finns det inte möjlighet att hjälpa eleven i fråga och det är viktigt att läraren har en bra förberedelse. T.ex. väl konstruerade diagnoser ger underlag och ett bra verktyg vid lektionens förberedelser.

Något jag har funderat över är om lärares olika kompetens kan påverka elevernas förmåga att resonera och uttrycka sig i matematik. Förekommer det mer samtal om en lärare är utbildad i Sv/So än om läraren är utbildad i Ma/No? Jag kan inte se på mitt resultat om det är på det sättet. Matematik var för de flesta elever. i min undersökning kopplat till matematikboken och vad de gjorde på matematiklektionerna under skoltid. Trots stor forskning inom området "språk och matematik" och problemlösning av bl.a. Löwing (2002), Ahlberg (1995), Engström & Magne (2003) att just detta får stor uppmärksamhet, är det alltså fortfarande så, att eleverna är fixerade vid matematikboken. Skolan är fortfarande för bunden vid läromedel. Naturligtvis är det skönt att ha läromedel som stöd, men den får inte styra undervisningen så till den grad att eleverna inte blir fria i sitt tänkande och ser matematik i andra sammanhang. Trots förändring av innehåll och arbetsformer i undervisningen så är fortfarande "att göra" viktigare än "att förstå" och det verkar vara svårt att komma ifrån det.

I mitt dagliga arbete, ser jag tydligt att många elever föredrar att arbeta självständigt i matematikboken. Får eleverna välja eget arbete, så väljer de oftast matematikboken eftersom den innehåller mycket färdigt material att arbeta med. Diskussioner och utbyte av tankar, idéer eleverna emellan uteblir, det blir tyst egen inläring. I detta val får eleverna inte möjlighet till någon matematisk språkstimulans. Det matematiska språket får inte den näring som är så viktig och som Vygotskij (1998) anser vara så vital. Det är viktigt att det finns en god balans mellan enskilt arbete och arbete där samtal, idéer och diskussioner i grupp uppmuntras.

Att fråga vad matematik är kan uppfattas vara en omfattande fråga, men svaret kan också omfatta mycket. Som vuxen skulle man säkert utveckla det mycket mer, men i elevernas tankar är matematik det som man gör när man räknar i skolan.

Några elever uttryckte att matematik "är sådant man ska kunna när man blir vuxen." De eleverna ser inte nyttan av matematiken i nuet, utan tror att det är något man lär sig nu för att kunna senare i vuxenlivet.

Det eleverna säger är nämligen en sanning med modifikation, men dessa elever måste under tiden se en anledning till att bli delaktiga i matematikens värld. Eleverna bör bli medvetna om vikten av att matematikstudier gör eleverna delaktiga i den kulturvärld som matematiken representerar, samt att de måste tillägna sig användbara kunskaper, så att de ska kunna tillvarata sina rättigheter och fullgöra sina skyldigheter som samhällsmedborgare. Just dessa viktiga teser stöds av Ahlberg (1995).

Hur viktigt är det att vi använder korrekt språkterminologi vad gäller räknesätten? I vardagsspråket visste de flesta eleverna vilka de fyra räknesätten var och kunde med egna ord beskriva olika tal ur sin matematikbok. Däremot var det några av dem med matematiksvårigheter som inte kunde benämna räknesätten med korrekt språkterm.

Kan man inte räkna bra ändå? Jo, det är möjligt, men den matematiska terminologin är den som används i matematikböckerna och då är det den man bör använda för att underlätta arbetet.

Jag vill gärna här återkoppla till Kursplanen i matematik (Skolverket, 2000), som betonar hur viktigt det är att utveckla elevens möjligheter att kunna kommunicera med matematiska språk- och uttrycksformer. För att förstå vad man håller på med bör man använda det korrekta matematikspråket. Jag finner stöd i detta bland annat hos Löwing (2006, 2008) och Unenge, Sandhal, Wyndhamn (1994).

Däremot anser jag att jag kan hjälpa eleverna att hitta så många synonymer inom matematikens språk som möjligt, för att vidga deras tänkande och ordförråd. Många ord och uttryck kan betyda addition och kan man många ord för olika företeelser kan man lättare förstå olika matematikproblem man ställs inför. Inte enbart ord och uttryck är viktiga att de är gemensamma utan också symbolspråket. Matematikens symboler är helt förknippade med matematikspråket och har dessutom egna regler. Många elever har svårigheter att tänka abstrakt och matematiken är abstrakt, eleverna behöver vägledning genom denna inläring. Liksom Löwing (2006) och Sterner (2000), anser jag också att man inte får gå för fort fram med att införa symboler för tidigt utan att samtidigt ge eleven möjlighet att utveckla förståelse.

T.ex. $33 = 41 - _$. Här ser eleverna enbart siffror och inte symbolernas innebörd i talet. Många elever störs av att svaret och likhetstecknet står först, de förstår inte vad de ska göra och kan inte tolka symbolerna och utföra rätt räkneoperation. Dessa elever har svårt att kommunicera med symbolspråket och ser därmed inga alternativa utvägar.

Vi bör i den tidiga undervisningen lämna mer utrymme till eleverna att få förståelse för de olika matematiska begreppen och därigenom skapa egna strategier för att lösa uppgifter, innan man ger dem symbolerna. Detta tycker även Löwing (2005) är mycket viktigt. Eleverna måste själva gradvis utveckla ett mer generellt användande av symboler.

Jag anser att det är till stor del skolans problem om en elev har svårigheter. Då har man inte hittat rätt sätt att nå dem i undervisningen. Om eleven inte förstår, betyder det inte det är hos eleven problemet ligger, utan det kan bero på undervisningen. Jag menar här att många lärare är fast i gamla planeringar om vad man bör göra och hinna i olika stadier. Jag förstår mina lärarkollegor, de har ofta en pressad situation, med integrerade klasser och stora grupper som försvårar den mer personliga kontakten med eleverna.

Under arbetets gång har jag fått mera kunskap om flera av de brister som finns i dagens matematikundervisning och vad som delvis är svårigheter i matematik. Jag hoppas att jag i framtiden kommer att verka för ett mer kreativt sätt att arbeta med matematik.

Resultatuppföljningen i skolan med hjälp av dialog blir allt viktigare och inte minst med tanke på de nya målen i år 3. Lärarna har hittills varit hänvisade till skolverkets analyscheman eller diagnoser. Båda är ganska tidskrävande.

Vi måste ge eleverna tankeverktyg. Eleverna sitter för mycket och arbetar med sina böcker. Man kan i de tidiga åldrarna använda tärningar eller leksaker, dvs konkret material för att fånga elevernas logiska tänkande. Eleverna måste få en bild av räknetalet i huvudet. Siffror innebär mycket abstrakthet för eleverna. Vad kan studien ge andra? Förhoppningsvis kan den stimulera till att vidare undersöka om elevers tankar i matematik och på så sätt förändra matematikundervisningen.

8. REFERENSER

- Adler, B. (2001). *Vad är dyskalkyli?* Höllviken: NU-förlaget
- Ahlberg, A. (1995). *Barn och matematik*. Lund: Studentlitteratur
- Ahlberg, A. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur
- Backman, J. (1998). *Rapporter och uppsatser*. Lund: Studentlitteratur
- Bell, J. (2006). *Introduktion till forskningsmetodik*. Lund: Studentlitteratur
- Berggren & Lindroth (2004). *Positiv matematik*. Solna: Ekelunds Förlag AB
- Engström, A. (1998). *Matematik och reflektion*. Lund: Studentlitteratur
- Engström, A. Magne, O. (2003). *Medelsta-Matematik*. Örebro: Universitetet
- Gilje, N. & Grimen, H. (2004). *Samhällsvetenskapernas förutsättningar*. Göteborg: Daidalos AB
- Kvale, S. (1997) *Den kvalitativa forskningsintervjun*. Lund: Studentlitteratur
- Kilborn, W. (2002). *Didaktisk ämnesteor i matematik. Del 1. Grundläggande aritmetik*. Stockholm: Liber Ekonomi
- Löwing M. m fl. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur: Lund
- Löwing M. (2006). *Matematikundervisningens dilemman*. Lund: Studentlitteratur
- Löwing M. & Kilborn W. (2008). *Språk, kultur och matematikundervisning*. Lund: Studentlitteratur
- Magne, O. (1998). *Att lyckas med matematik i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur
- Malmer, G. (1992). *Matematik – ett glädjeämne*. Falköping: Ekelunds förlag
- Malmer, G. (1999). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur

- Malmer, G. & Adler, B. (1996). *Matematiksvårigheter och dyslexi*. Lund: Studentlitteratur
- Pettersson, A. (1990). *Att utvecklas i matematik. En studie av elever med olika prestationsutveckling*. Stockholm: Stockholms universitet.
- Sterner, G, Ahlberg, A. I Nämnaren Tema 4 (2008). *Matematik och språk, Matematik från början* . Göteborg: Göteborgs universitet
- Sterner, G. & Lundblad, I. NCM-rapport 2002:2 (2002). *Läs- och skrivsvårigheter och lärande i matematik*, Göteborg: Göteborgs universitet
- Sahlin, B. (1997). *Matematiksvårigheter och svårigheter när det gäller koncentration i grundskolan*. Stockholm: Skolverket
- Sandhal, A. & Unenge, J. (1999). *Lärarguide i matematik*. Stockholm: Del 1. Natur och kultur
- Skolverket (2000). *Kursplaner och betygskriterier för grundskolan*. Stockholm: Skolverket
- Stukát, S. (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur
- Trost, J. (2007). *Enkätboken*. Lund: Studentlitteratur
- Unenge, J. Sandahl, A. Wyndhamn, J. (1994). *Lära matematik*. Lund: Studentlitteratur
- Vygotskij, L. (1998). *Vygotskij och pedagogiken*. Lund: Studentlitteratur

Bilaga 1

Intervjufrågor till eleverna

1. Vad är matematik?
2. När i vardagen förutom i skolan använder du matematik?
3. Vilka räknesätt kan du?
4. Kan du förklara vad likhetstecknet symboliserar och när man använder det?

Följdfrågor:

- Vad tänker du på när du hör ordet matematik?
- Kan du använda matematik när du ska handla?
- Kan du använda matematik när du leker med dina kompisar?
- Behöver du kunna matematik när du ska handla t.ex.?
- Vad kan man använda matematiken till?
- Vad är addition?

Bilaga 2

64 + 16 = 80, kan du beskriva eller ge exempel på ”Vad det här skulle kunna handla om i verkligheten”?

68 = 8 + Kan du räkna denna uppgiften?

+ 8 = 46 Kan du räkna denna uppgiften?

45 + 4 = 53 - 4 Stämmer denna uppgiften?

- 16 = 53 Kan du räkna denna uppgiften?

33 = 41 - Kan du räkna denna uppgiften?

- 6 = 30 Kan du räkna denna uppgiften?

49 - 7 = Kan du räkna denna uppgiften?

Bilaga 3

Diagnos AG 4

1a

$40 + 30 =$

$50 + _ = 90$

$_ + 30 = 80$

$20 + 70 =$

$60 + _ = 80$

$_ + 40 = 90$

2b

$90 - 60 =$

$70 - 20 =$

$90 - _ = 50$

$80 - 30 =$

$60 - _ = 40$

$70 - _ = 30$

2a

$40 + 7 =$

$30 + _ = 38$

$_ + 6 = 36$

$60 + 8 =$

$70 + _ = 74$

$_ + 40 = 49$

2b

$95 - 5 =$

$56 - _ = 50$

$_ - 3 = 90$

$68 - 8 =$

$84 - 4 = 80$

$_ - 9 = 70$

3a

$27 + 1 =$

$5 + 42 =$

$72 + 6 =$

$24 + 2 =$

$6 + 62 =$

$81 + 8 =$

3b

$38 - 2 =$

$77 - 75 =$

$89 - 7 =$

$57 - 5 =$

$58 - 57 =$

$65 - 4 =$

4a

$84 + 9 =$

$7 + 65 =$

$63 + 8 =$

$75 + 8 =$

$6 + 78 =$

$58 + 6 =$

4b

$63 - 8 =$

$51 - 49 =$

$72 - 8 =$

$54 - 6 =$

$91 - 89 =$

$81 - 3 =$

Bilaga 4

Diagnos AG 5

Exempel

Pia har 7 bollar, 3 bollar är röda och resten är gula. $7 - 3 = 4$
Hur många bollar är gula? Svar: 4 st.

1
Fatima är 5 år. Hur gammal är Fatima om 4 år? _____ =
Svar: _____

2
Tobias är 9 år. Hur gammal var Tobias för
6 år sedan? _____ =
Svar: _____

3
Sofia är 8 år och Markus är 6 år. Hur mycket äldre
är Sofia än Markus? _____ =
Svar: _____

4
En glass kostar 14 kr. Reza har 9 kr. Hur mycket
pengar fattas det för att Reza skall kunna köpa glassen? _____ =
Svar: _____

5
Maria får 8 kr av sin mamma och 7 kr av sin pappa.
Hur mycket är det tillsammans? _____ =
Svar: _____

6
My hade 13 plommon. Hon gav 7 plommon till Ivan.
Hur många plommon har hon kvar? _____ =
Svar: _____

7

Evelina hade 3 katter. Katterna fick tillsammans 9 ungar.
Hur många katter hade hon?

Svar: _____

8

Elin är 17 år och Johan är 15 år. Hur mycket äldre är
Elin än Johan?

Svar: _____

Bilaga 5

Beskrivning av Diagnos AG 4, Addition och subtraktion inom talområdet 20 – 99, med och utan tiotalsovergångar

Diagnoserna, som är utarbetade av Madeleine Löwing 2007, representerar olika aspekter av addition och subtraktion.

Här ska eleverna ges möjlighet att visa sin förmåga att, inom talområdet 20 – 99, generalisera grundläggande additioner och subtraktioner, som förekommer i AG 4. Detta skall ske i huvudet och utan hjälp av fingrar eller andra hjälpmedel. För elever som behärskar de här uppgifterna tar 4 – 5 minuter att genomföra diagnosen. Elever som använder betydligt längre tid och t.ex. räknar på fingrarna, saknar sannolikt kunskaper inom det här området. Det kan därför vara lämpligt att avbryta diagnosen efter cirka 10 minuter. Elever som använder lång tid brukar i allmänhet använda mindre bra strategier. Se bilaga 2.

Genomförande

Diagnosen genomfördes i båda grupperna som var närvarande en viss skoldag. De fick använda den tid de behövde, vilket var som längst 10 minuter. Inga särskilda instruktioner gavs, vad gäller metod eller sätt att lösa uppgifterna, eftersom jag inte ville styra elevernas lösningsstrategier. Syftet med diagnoserna är att ha översikt i vilken utsträckning eleverna lyckas abstrahera matematikinnehållet som beskrivs i kursplanen i matematik.

Bilaga 6

Beskrivning av Diagnos AG 5, Räknesättens innebörd, addition och subtraktion.

Diagnosen omfattar åtta uppgifter som leder till addition eller subtraktion. Här skall eleverna ges möjligheter att visa att de kan tolka texten i uppgifterna, välja rätt räknesätt och lösa uppgifterna korrekt. Av de åtta uppgifterna leder:
Uppgift 1 – 3 till addition eller subtraktion inom talområdet 1 – 9 och
Uppgift 4 – 8 leder till addition eller subtraktion inom talområdet 10 – 19.

För elever som behärskar de här uppgifterna tar 4 – 5 minuter att genomföra. Det kan vara lämpligt att avbryta diagnosen efter 10 minuter.

Genomförande

Diagnosen genomfördes i båda grupperna som var närvarande en viss skoldag. De fick använda den tid de behövde vilket var som längst 10 minuter. Efter den tidens utgång avbröts diagnosen. Jag gick genom AG 5 med eleverna och talade om för dem, att de ska skriva ner vilken räkneoperation de använde. Det räcker inte med att de ger rätt svar. Jag förklarade vidare att de elever, som inte var så duktiga på att läsa de benämnda uppgifterna, kunde sätta sig för sig själva för att läsa uppgifterna tillsammans. Detta krävdes dock endast i ett fall.