



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Varierad Taluppfattning

En fenomenografisk studie som undersöker variationen i lärares sätt att uppleva
elevers utveckling av taluppfattning

Cathrin Lindquist och Anna Strömmer Willems

LAU370

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Christian Bennet

Rapportnummer: VT10-2611-054

Förord

Det har varit en kort och intensiv tid för att skriva detta examensarbete. Vi vill tacka vår handledare Per-Olof Bentley för ett trevligt bemötande och många tips och råd som lett oss vidare i arbetet. Ett stort tack till våra informanter som ställt upp på att bli intervjuade och bjudit in oss i deras tankevärld. Vi vill även passa på att tacka varandra för ett gott samarbete.

Stenungsund 24 Maj 2010

Cathrin Lindquist

Anna Strømmer Willems

Abstract

Examensarbete inom lärarutbildningen

Titel: Varierad taluppfattning

Författare: Cathrin Lindquist och Anna Strömmer Willems

Termin och år: VT 2010

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen

Handledare: Per-Olof Bentley

Examinator: Christian Bennet

Rapportnummer: VT10-2611-054

Nyckelord: Matematik, taluppfattning, lärarintervjuer, fenomenografisk undersökning, Montessori

Sammanfattning

Syftet med vår undersökning var att se på hur lärare ser på elevers utveckling av taluppfattningen. Intresset för denna del inom matematiken grundade sig för det första i att det är av största vikt att eleverna tillgodogör sig en grundläggande taluppfattning för att överhuvudtaget gå vidare i matematiken. För det andra visade en internationell undersökning gjord av TIMSS (2007) att det var just elevers bristande taluppfattning som utgjorde en stor del av felberäkningarna i matematiktesterna (Bentley, 2008b).

Våra huvudfrågor var: Hur säger sig lärarna uppfatta elevernas utveckling av taluppfattning? och Vilken variation kan vi se i lärarnas olika uppfattningar? Syftet och frågeställningarna besvarade vi genom att göra en fenomenografisk studie då vi var intresserade av att se på variationen av uppfattningar hos lärarna.

Vi genomförde åtta stycken intervjuer med lärare från både Montessoriskola och kommunal skola. Urvalet av lärare gjordes genom så kallad teoretisk sampling. Analyserandet av intervjumaterialet gjordes genom open coding. Sedan fortsatte vi analysen med att urskilja kategorier utifrån hela gruppen. Kategorierna säkerhetsställdes genom att titta på varje enskild individ för att se att alla lärares uppfattningar var inkluderade.

Resultatet visade att många lärare använder sig av konkretiserande material och ser det som ett nödvändigt sätt att utveckla elevers taluppfattning. Det visade sig också att en uppfattning var att utvecklingen av taluppfattningen ses som spridda delar av en helhet. Bara ett fåtal informanter hade ett drag av att se utvecklandet som ett sekventiellt förlopp. Resultatet har stor relevans för läraryrket och lärarutbildningen eftersom lärarnas uppfattning om elevernas utveckling av taluppfattningen påverkar undervisningens upplägg och elevernas inlärnin och förståelse.

Förord	2
Inledning	6
Inledning	6
Syfte	7
1.2 Frågeställningar	7
2. Teoretiska förutsättningar - Fenomenografi	8
2.1 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet	8
3. Forskningsgenomgång - Hur elever utvecklar talbegreppet.	10
3.1 Kursplan	10
3.2 Taluppfattning	11
3.2.1 Abstraktionsprincipen	11
3.2.2 Subitizing	12
3.2.3 Positionssystemet	12
3.2.4 Personlig talrad	12
3.2.5 Reversering	12
3.2.6 Sammanlänkande struktur	12
3.3 Problematik	13
3.3.1 Dystra rapporter	13
3.3.2 Lärarens roll	13
3.3.3 Språkets roll	13
3.3.4 Läromedel	13
3.3.5 Konkret och abstrakt	14
3.4 Montessoripedagogik	15
3.4.1 Vad innebär Montessoripedagogiken?	15
3.4.2 Hur ser Montessorimatematiken ut?	16
4. Metod – Tillvägagångssätt	17
4.1 Etiska frågor	18
4.2 Presentation av informanter	18
5. Resultat – Varierande uppfattningar	20
5.1 Resultatdel 1:	20
5.1.1 Huvudkategorier	20
5.1.2 Komponenter	20
5.1.2.1 Ordinalitet	20
5.1.2.2 Kardinalitet	21
5.1.2.3 Additiva Del- helhets principen	21
5.1.2.4 Subitizing	21
5.1.2.5 Positionssystemet	22
5.1.2.6 Strategier	22
5.1.3 Underkategorier	23

5.1.3.1 Kategori O.K.	23
5.1.3.2 Kategori K.A.S.ST.	23
5.1.3.3 Kategori O.K.A.S.	24
5.1.3.4 Kategori O.K.S.	25
5.1.3.5 Kategori O.K.S.P.	25
5.1.3.6 Kategori O.A.S.P.	26
5.1.3.7 Kategori O.K.A.P.S.	26
5.2. Resultatdel 2: Specifika frågor	28
5.2.1 Personlig talrad	28
5.2.2 Spegelvända siffror	28
5.2.3 Reversering	29
5.2.4 Sammanlänkande struktur	29
5.3 Resultatdel 3 - Sammanställning av intervjuerna	30
5.3.1 Informant 1 - Agata	30
5.3.2 Informant 2 - Bodil	30
5.3.3 Informant 3 - Cecilia	31
5.3.4 Informant 4 - Doris	32
5.3.5 Informant 5 - Erica	33
5.3.6 Informant 6 - Fia	34
5.3.7 Informant 7 - Gullan	35
5.3.8 Informant 8 - Hedda	36
6. Diskussion	38
6.1 Huvudresultat	38
6.2 Konkretion och abstraktion	39
6.3 Lärarens roll	40
6.4 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet	41
6.5 Relevans för läraryrket	41
6.6 Framtida forskning	42
Bilaga 1 – Intervjufrågor	45
Bilaga 2 : Bläddra	46

Inledning

Vi är två lärarstudenter som bland annat har läst matematik för lägre åldrar och anser att goda grundläggande matematikkunskaper är viktig för både fortsatta matematikstudier på högstadium och gymnasium men också för förståelse av omvärlden. Kursplanen för matematik säger att grundskolans uppgift är att utveckla kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivet och för att kunna tolka och använda det ökade flödet av information (Skolverket, 2000, s. 26). I de grundläggande matematikkunskaperna ingår det flera stora delar och vi har valt att fokusera på taluppfattningen. Vi anser precis som Löwing att "[e]n förutsättning för att elever ska lära sig matematik är att de har en bra taluppfattning (2008, s. 39)". Vi tror att elever som tidigt får problem med sin taluppfattning kan få svårt för matematik i de senare åldrarna det kan även göra att man tappar intresset för matematik. "Barn bygger inte upp en grundläggande taluppfattning av sig själva. Det kräver en genomtänkt, långsiktig planering av läraren och rika tillfällen att praktisera kunskapen" (Löwing, 2008, s. 40).

Många lärare vi har mött under vår verksamhetsförlagda utbildning (VFU) ser praktiskt matematik som ett bra sätt att ge eleverna en bättre förståelse och stabilare kunskaper i matematik. Vi blev nyfikna på hur lärare tänker kring det här. Hur ser de på övergången mellan det konkreta till det abstrakta när det gäller taluppfattningen? Eftersom det bland annat används montessorimaterial på de VFU-skolor vi har varit på och montessoripedagogiken är känd för att arbeta väldigt konkret anser vi det intressant att även intervjua montessoripersonal. När vi sedan satte oss in i hur elever utvecklar taluppfattningen läste vi Fusons kritik där hon menar att "överdriven användning av konkretion kan motverka en utveckling av förståelse av talens abstrakta karaktär" (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s. 21) kändes det motiverat att ta med det i vår undersökning. Taluppfattning innebär att ha en övergripande förståelse för tal så som klassificering, parbildning, ramsräkning, platsvärde, uppdelning av tal och en antalsuppfattning. Vi kommer att utgå från Fusons sju kontextuella betydelser av talbegreppet (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s. 20).

Ett fortbildningsprojekt gjort av Timss 2007 (Trends in International Mathematics and Science Study) var att stimulera elevernas matematikutveckling. Undersökningen visade att ett av de stora problemen låg inom elevernas förståelse av talbegreppet (Timss, 2007, Bentley, 2008b). Vi vill därför studera variationen av sätt som lärare ser på talbegreppet och elevers utveckling av taluppfattning. Genom att se på hur lärare tänker om hur barn utvecklar sin taluppfattning får vi även en förståelse för hur lärarna förstår taluppfattningen. Enligt Löwing är det viktigt att lärare är medvetna om strukturen i talens uppbyggnad för att hjälpa eleverna att bygga upp en bra taluppfattning (2008, s. 39). Mot denna bakgrund är vi intresserade av att se på variationen av lärares uppfattning gällande elevers utveckling av sin taluppfattning.

Syfte

Syftet med vårt arbete är att se på variationen av olika lärares uppfattningar om elevers tidiga utveckling av sin taluppfattning.

1.2 Frågeställningar

Hur säger sig lärarna uppfatta elevernas utveckling av taluppfattning?

Vilken variation kan vi se i lärarnas olika uppfattningar?

2. Teoretiska förutsättningar - Fenomenografi

Detta avsnitt redogör för vilka teorier vi tar avstamp ifrån.

Resultatet av en fenomenografisk studie är kvalitativt skilda beskrivningar av hur ett fenomen eller ett begrepp är tolkat. Den vanligaste insamlingsmetoden av information är intervjuer, även om andra sätt som observationer också används. Fenomenografin använder sig av ontologiska och epistemologiska antaganden och deras metodologi. Inom ontologin antar man att världen kan ses ur två perspektiv. Det första perspektivet står för den upplevelsebara världen, i kontrast till det andra perspektivet som representeras av hur världen har upplevts och blivit förstådd av en individ. De två olika perspektiven ses inte som två separata delar utan är sammanflätade. Inom fenomenografin intresserar man sig bara för hur världen har blivit upplevd och tolkad av olika individer. Ett fenomen ses som en enhet som går igen i flera situationer och sammanlänkar dem med varandra på ett meningsfullt sätt (Bentley 2008a, s.103-106). Att uppleva ett fenomen betyder att man kan urskilja det från dess sammanhang. För att kunna göra det är det nödvändigt att identifiera helheten av fenomenet utifrån dess delar. Urskiljningen kräver också förståelsen av delarnas betydelse och deras relation till helheten. (Marton & Booth, 2000 i Bentley 2008a, s.103) Inom fenomenografin beskriver man olika sätt att uppleva ett begrepp med hjälp utav ”variationsteorin” Olika individer urskiljer den strukturella aspekten av ett fenomen på olika sätt. Tidigare erfarenheter färgar sättet man sedan urskiljer och tolkar delarna. Inom Fenomenografins ramverk spelar det ingen roll om fenomenet är korrekt tolkat.

Beskrivningarna organiseras i kategorier som sedan delas in i kvalitativ hierarkisk ordning. Dessa beskrivningskategorier utgör huvudbyggstenar för resultatet. För att få en full förståelse för ett sätt att förstå, d.v.s. en kategori, är det viktigt att analysera informationen från hela gruppen först eftersom en del informanter kanske endast visar fragment av ett sätt att förstå. Därefter pendlar analysen mellan kollektivet och individen. Kategorierna är därför temporära och kan ändras under arbetets gång (Bentley 2008a, s.102-106).

Genom att välja informanter med varierad bakgrund tror man att man uppnår en större variation av sätt att förstå ett begrepp. Ett sådant urval kallas teoretisk sampling. När informationen är bearbetad och man inte längre får fram några fler kategorier har man nått teoretisk mättnad (Bentley 2008a, s.106).

2.1 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

Reliabilitet (tillförlitlighet) är ett mått på hur säker insamlingen av data är alltså att slumpmässiga och osystematiska fel inte förekommer (Esaiasson m. fl. 2007, s. 70). Inom fenomenografin bör autenciteten vara hög på det insamlade materialet för att kunna uppnå reliabilitet. Reliabiliteten är sammansvetsad med noggrannheten i intervjusituationen (Bentley 2008, s.111-113). ”Hög reliabilitet förutsätter en avslappnad intervjusituation, icke vägledande frågor samt icke bekräftande responser från intervjuaren” (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s. 14).

Validitet (giltighet) svarar på frågan om vi mäter det vi påstår att vi mäter (Esaiasson m.fl. 2007, s. 70). I en fenomenografisk studie talar man om validitet som graden av hur kategorierna fångar upp variationen av olika förståelser av ett begrepp. För att kontrollera

validiteten analyseras varje individs information i relation till den generella beskrivningskategorin. Kategorin måste fånga upp betydelsen i varje individs information på ett omfattande sätt. (Bentley 2008a, s.111-113)

Generaliserbarhet är en term för extern validitet. Inom fenomenografin innebär det att de variationer som kommer fram i de olika kategorierna också är möjliga att hitta i den övriga befolkningen. För att generaliserbarheten ska kunna gälla på ett trovärdigt sätt är urvalet viktigt och inom fenomenografin använder man sig av teoretisk sampling och teoretisk mättnad (Bentley 2008a, s.113).

3. Forskningsgenomgång - Hur elever utvecklar talbegreppet.

Detta avsnitt innehåller en kort genomgång av kursplanen, allmänna begrepp förklaras och vi kommer att framhålla vilken problematik utifrån litteraturen vi kan se inom ämnet.

3.1 Kursplan

Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet (Lpo94) är utformade av regeringen. Det finns en läroplan för varje skolform. Lpo94 innehåller de värden som ska prägla skolans verksamhet och de mål och riktlinjer som undervisningen ska baseras på. Angående matematiken kan man läsa ”Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet” (Lärarens handbok, 2005, s. 15).

Kursplanerna är de krav staten ställer på utbildningen i olika ämnen. Kursplanerna talar om vad alla elever ska lära sig men beskriver inte på vilket sätt. Det är upp till läraren och i viss mån eleven att välja innehåll och metoder. I vår kultur är matematiken en viktig del och den har en stor betydelse i vårt samhälle därför är det viktigt att utveckla elevernas intresse för matematik. Eleven ska ges tillfälle att kommunicera med matematik i meningsfulla situationer och uppleva den tillfredställelse och glädje som finns i att kunna förstå och lösa problem. Skolan ska sträva efter att eleven utvecklar sin tal- och rumsuppfattning. Med hjälp av det matematiska symbolspråket ska eleven kunna uttrycka sig både muntligt och skriftligt. Inom matematiken finns för tillfället uppnåendemål i trean, femman och nian. De talar om vad som är den lägsta godtagbara kunskapsnivån men ”[d]e flesta elever kan och ska kunna nå längre i sin kunskapsutveckling än vad denna nivå anger”(Skolverket, 2000, s. 28). Uppnåendemålen i trean innehåller mål om tal och talens beteckningar, räkning med positiva heltal, rumsuppfattning och geometri, mätning och statistik. De här delarna går igen i femmans och nians mål men där ska de vara mer utvecklade.

De mål som är intressanta i denna uppsats är de mål som eleverna skall ha uppnått i slutet av det tredje skolåret. Bland annat skall de kunna läsa och skriva tal samt ange siffrors värde i talen inom heltalsområdet 0-1000 och de skall kunna jämföra, storleksordna och dela upp tal inom samma heltals område (Kursplanen i matematik, 2000, s.28). Helt enkelt ska de tillgodogöra sig en god taluppfattning som ska ligga till grund för all matematikkunskap.

3.2 Taluppfattning

Taluppfattning är en förutsättning för eleverna skall lära sig matematik. För att eleverna skall kunna räkna måste de behärska talen och dess egenskaper på ett sådant sätt att operationerna sker med flyt. Att ha en bra taluppfattning handlar om att ha en sådan känsla för hur talen är uppbyggda att man utan att reflekterar över detta kan operera med talen.

I taluppfattningen ingår att:

- behärska talens ordning och dess grannar
- behärska positionssystemet med basen 10 samt 10- och 100- övergångar
- behärska och kunna tillämpa de grundläggande räknelagarna
- behärska tals uppdelning i termer och faktorer
- kunna avgöra tals storleksordning, att avrunda tal och att arbeta med runda tal.

(Löwing, 2008, s. 39-40)

Enligt Fuson finns det sju stycken kontextuella betydelser för talbegreppet. De tre första är av mer matematisk innebörd, den kardinala betydelsen innebär att siffran refererar till antalet enheter i en avgränsad mängd. Det står alltså för hur många det är. Den andra är den ordinala betydelsen, talet utgör namnet på objektet i en ordnad följd och avgör objektets position i mängden. Det står alltså för vilken i ordningen siffran kommer (Fuson, 1992). ”Den tredje matematiska betydelsen är mätetalet för en kontinuerlig storhet i en mätningssammanhang. Mätetalet är sammanlänkat med mängden av en viss enhet i storheten”(TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s. 20). De följande två är kulturellt betingade där den första har sekventiell betydelse som innebär att man säger räkneorden i rätt ordning men de refererar inte till några särskilda objekt. Den andra är av räknande betydelse, varje tal har ett ett- till ett förhållande till objektet. Därefter kommer sifferkontexten och kategorikontexten där den första kan skriva tal med en sifferkod eller med en språklig kod och den andra används i tal som exempelvis busnummer, telefonnummer och så vidare (Fuson, 1992).

Barnet hör talen i alla dessa sju kontexter och till en början är de olika betydelserna separerade men så småningom förenas de olika betydelserna i en djupare förståelse och barnet kan se kopplingen dem i mellan. Det tar lång tid att lära sig att se hur det förhåller sig. Det är en utveckling som sker från 2 års ålder upp till ungefär 8 års ålder (Fuson, 1992, s. 129).

Enligt Fuson (1992) bör utvecklingen av elevers taluppfattning ses som en sekventiell utveckling vilket innebär att barnen först lär sig att räkna men då är talnamnen inte skilda åt, därefter skiljs talnamnen ut. Talnamnen kopplas sedan till objekt. När eleverna sedan går vidare i sin talutveckling får räknandet av objekt kardinalt resultat. Eleverna fortsätter att konstruera utökade relationer mellan dessa betydelser och de blir mer och mer komplexa. Detta gör det möjligt för dem att börja med addition och subtraktion. De börjar då med addition och räknar då alla objekt, för att gå vidare och börja på en del och räkna från den, kunna pendla mellan ordinal till kardinal och kunna dela upp tal i dess olika kombinationer (s.141).

3.2.1 Abstraktionsprincipen

Abstraktionsprincipen innebär enligt Gelman och Gallistel (1978, i Bentley, 2008) att eleverna skall övergå från att se ett tal som ett adjektiv alltså att talet tre är ett attribut till ett substantiv till att talet är ett substantiv alltså att det är en beskrivning av alla konstellationer av tre objekt och Fuson (1992, i Bentley, 2008b) menar att överdriven konkretion kan då hindra utvecklingen av förståelsen av talens abstrakta karaktär (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.21).

Ett exempel på detta kan vara att trean i tre böcker ses som något som beskriver böckerna i stället för att trean beskriver vilka objekt som helst till exempel två böcker och en penna.

3.2.2 Subitizing

Redan i tidig ålder kan barn uppfatta ett, två och tre föremål med hjälp av det visuella och det sker utan att en uppskattning görs eller att man räknar föremålen. Det sker med en enda blick. Det går märkbart snabbare att uppfatta upp till tre föremål än ett större antal. Detta kallas subitizing. Om antalet är större än tre och de ses i ett speciellt ordnat mönster kan samma snabba uppfattning av antalet ske. Ett vardagligt exempel är tärningens prickar.

Upp till nio föremål kan många människor relativt snabbt uppskatta antalet av även oordnade. Det skiljer sig från det tidigare nämnda att uppfatta ett litet antal objekt. Förmågan att uppskatta antalet av fem till nio objekt är nära förknippat med arbetsminnet (Löwing, 2008, s.40-42).

3.2.3 Positionssystemet

Vårt talsystem vi använder i dag är ett positionssystem med basen 10. Det innebär att siffrornas betydelse i ett tal är beroende av dess position i talet. Exempelvis i talet 387 betyder 3:an 300 och 8:an 80 (Löwing, 2008, s.65). ”En säker uppfattning av positionssystemet är en nödvändig förutsättning för att utveckla talbegreppet” (Malmer, 2002, s.129).

3.2.4 Personlig talrad

”Barn kan ha en egen ordning på talen...”(TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.20). Det innebär att när barnen rabblar talraden kan de hoppa över tal eller kasta om dess ordning. Detta kan hålla i sig långt upp i åldrarna. Barn kan hoppa över ett tal i talraden men kan ändå utföra beräkningar. Om barnen till exempel hoppar över talet sex, så kan två plus fyra bli sju, eftersom sjuan har samma funktion som sexan enligt barnets uppfattning. Man kan då tro att barnet har tänkt fel då det i själva verket är rätt tänkt utifrån den personliga talraden (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s. 20).

3.2.5 Reversering

Reversering innebär att man kastar om siffrorna inne i ett tal. Till exempel när barnen skall skriva talet 13 hör man entalssiffran först då kan barnen reversera och skriva 31 istället för 13 (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.21).

3.2.6 Sammanlänkande struktur

Ett exempel på sammanlänkande struktur kan vara när barn skall skriva ett större tal exempelvis talet 27 skriver de istället 207, de skriver alltså ut 20 och sen lägger de på 7:an så att det blir tvåhundra-sju istället.

3.3 Problematik

3.3.1 Dystra rapporter

Enligt Arfwedson (1992) är rapporter om barns matematiska tänkande dystra och pessimistiska och det har lagts ner stora ansträngningar på att försöka förstå vilka tankefel barnen gör och åt vilket håll undervisningen bör förändras (s.81). Löwing och Kilborn (2002) ansåg att det fanns ett stort behov av en förbättrad och utvecklad undervisning om baskunskaper i matematik och att det kräver att lärarna på alla stadier får en lämplig utbildning och fortbildning i ämnet. De akuta problem som kanske upptäcks hos eleverna först på högstadiet eller gymnasiet kan spåras tillbaka till grundskolans tidigare år (s.76). Skolverket satsar nu stort på matematiken för att höja kvalitén på matematikundervisningen. Detta på grund av att flera nationella och internationella rapporter visar på en försämring i svenska elevers matematikkunskaper (Skolverket, 2010).

3.3.2 Lärarens roll

Problematiken kring matematikundervisningen diskuteras av Löwing och Kilborn (2002). De lägger stor vikt vid att lärarens kunskaper i matematikämnet bör sträcka sig långt utanför det aktuella stadium de undervisar i. Det krävs djupa kunskaper i ämnets teori och didaktik för att kunna utveckla matematikundervisningen på ett fruktsamt sätt och inte bara bli låst vid läromedlet. Det är upp till lärarna på låg- och mellanstadiet att ge eleverna en stabil matematisk grund att stå på och lärarna är även med och påverkar elevernas attityd till ämnet. Lärarna har olika utbildningsbakgrund och sätten de ser på matematikämnet skiljer sig därför åt och läroplanerna är alltför diffusa för att kunna vägleda lärarna om kunskaperna inte räcker till (s.75). Sedan några år tillbaka är det obligatoriskt för alla som utbildar sig till förskolelärare och lärare för de lägre åldrarna att läsa en grundläggande matematikkurs (Bentley, 2010).

3.3.3 Språkets roll

Skolverkets rapport *Lusten att lära – med fokus på matematik* (2001-2002) framhåller att det finns stöd både från det praktiskt pedagogiska arbetet och från forskning att god språkbehärskning och matematisk förståelse har ett tydligt samband. Språket hjälper eleven att utveckla matematiska begrepp det är därför viktigt att samtala om och kring matematik. Får eleverna förklara sina strategier och hur de tänker kan medvetenheten öka om det egna kunnandet och lärandet (Skolverket, 2001-2002, s.44). Det har visat sig att har eleven svårigheter med språket och dess symboliska representation i tal och skrift, hittas det ofta liknande problem inom matematikens symbolsystem (Arfwedson, 1992, s.81).

3.3.4 Läromedel

Både innehåll och arbetsformer inom matematiken betraktas som traditionstyngd, detta kan vara en av flera anledningar till den undervisningspraktik som finns idag. Denna tradition påverkar undervisningen redan i förskoleklassen. Lärarna känner sig pressade av att eleverna skall nå målen vilket gör att de styrs allt för mycket av läromedlen (Skolverket, 2001-2002, s.45). En undersökning gjord av TIMSS (2007, Bentley, 2008b) lyfter fram att läromedlen

inte alltid förklarar beräkningsstrategierna på ett lämpligt sätt. Lärarna måste därför aktivt diskutera matematik med eleverna för att förvissa sig om att de har förstått strategierna. Görs inte detta, och eleverna är hänvisade enbart till läromedlet, finns det risk att de övar in felaktiga strategier som de sedan befäster under många år. Samma studie visar också på att elevers taluppfattning inte har utvecklats tillräckligt (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.138). Resultatet av studien visar att elevers räknefel oftast inte är slumpmässigt gjorda utan görs på grund utav genomtänkta strategier som grundar sig i outvecklad och bristfällig förståelse av begrepp eller begreppsmodeller. Studien visar också på att det är vanligt förekommande att begreppsmodellerna som används i undervisningen inte alltid är tillräckligt breda för att kunna ge vägledning i andra sammanhang. Begreppsmodellerna får liten eller ingen funktion alls utanför respektive tillämpningsområde (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.128).

”Först är det viktigt att konstatera, att en elev kan ha flera parallella uppfattningar av samma begrepp. Bland dessa uppfattningar kan också finnas rena missuppfattningar, som i vissa situationer kan leda eleven fel. Diskussioner gemensamma för klassen ledda av läraren kan ge elever möjligheter att förbättra och utveckla sina uppfattningar och att få de korrekta bekräftade. Om detta genomförs, så försvinner missuppfattningarna efterhand och de korrekta uppfattningarna blir kvar” (Spitze, M., 1996 i TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.138).

3.3.5 Konkret och abstrakt

Vygotskij, Bruner och Piaget är teoretiker med olika syner på lärande, dock finns det många gemensamma drag hos dem. Bland annat menar de att för att barn skall kunna utveckla ett abstrakt tänkande behövs det en konkret handling i samband med problemlösning (Arfwedson, 1992, s.25). I dessa konkreta handlingar kan barnen förstå sambandet mellan vad de gör och de begrepp de använder i handlingen. ”[D]e förstår i den aktuella situationen” (Arfwedson, 1992, s.86). I matematiken är det viktigt att barn får använda sig av konkret material som de får mixtra med på olika sätt och dra slutsatser ifrån. Vygotskij anser dock att sådana lektioner skall ledas av en lärare. Barn skall inte arbeta med den traditionella skolmatematikens abstrakta sifferuppställningar (Arfwedson, 1992, s.86). Löwing & Kilborn (2002) framhåller att det är viktigt att göra klart för eleverna vilket syftet är med konkretiseringen. Konkretiseringen bör inte vara ett arbetssätt som enbart sysselsätter eleverna eller hjälper eleverna att lösa de aktuella uppgifterna för stunden. Istället bör det innebära att det ger eleverna möjlighet till en ny tankeform och något att falla tillbaka på om man glömt en tankeform. Ett laborativt material är inte ett ”konkret material” utan man använder materialet på ett konkretiserande sätt för att hjälpa till med skapandet av den språkliga förståelsen av en operation eller tankeform. Man kan inte heller ta för givet att materialet hjälper till i denna process utan det hänger helt och hållet på hur det används. ”Det laborativa materialet som används konkretiserar inget annat än det man låter materialet konkretisera” (Löwing & Kilborn, 2002, s.207). Vidare diskuteras huruvida det laborativa materialet ska finnas ständigt tillgängligt. De menar att när eleven tillägnat sig en tankeform ska det laborativa materialet ur vägen så att det ges möjlighet att träna den nya tankeformen. ”Att räkna knappar... är ju bara ett medel att förstå något, inte en metod som bör användas på längre sikt” (Löwing & Kilborn, 2002, s.s207). Även Fuson (1992) påvisar problematik som kan uppstå vid konkretion då hon menar att eleven måste övergå från att se talet tre som ett adjektiv till att vara ett substantiv. Hon menar att ”överdriven användning av konkretion kan motverka en utveckling av förståelse av talens abstrakta karaktär” (TIMSS, 2007, Bentley, 2008b, s.21).

3.4 Montessoripedagogik

Kan förhöjd konkretionsnivå påverka elevers utveckling av taluppfattningen?

3.4.1 Vad innebär Montessoripedagogiken?

Nedan följer en kort redovisning över vem Maria Montessori var och kärnpunkterna inom montessoripedagogiken.

Maria Montessori föddes 1870 i Italien och hon blev 82 år. Hon blev den första kvinnliga läkare som utexaminerats från Roms universitets medicinska fakultet. Hon fick anställning på universitetets psykiatriska klinik där en del av hennes arbete bestod i att besöka barn på mentalsjukhus. Under arbetets gång blev hon övertygad om att dessa barns problem snarare var av pedagogisk art än av medicinsk art. Hon ansåg att barnens tillstånd kunde förbättras med intellektuell stimulans. 1907 ombads hon att ta på sig ledarskapet för daghemmet Casa dei Bambini (Lillard 1980, kap 1). I och med arbetet på Casa dei Bambini föddes montessoripedagogiken och Maria Montessori ägnade hela sitt liv åt att föra ut pedagogiken i världen (Svenska Montessoriförbundet).

Miljön är viktig inom montessoripedagogiken. Det ska vara en pedagogisk miljö som är anpassad efter barns behov. Var sak på sin plats och allt ska vara lättillgängligt för barnen. Klassrummet bör också vara uppbyggt så det finns utrymme både för enskilt arbete och i grupp (Signert, 2000, s. 34-35). En viktig del av lärarens roll är observationen, det innebär inte att läraren för den skull ska vara en passiv observatör utan det görs även i samtal och i samvaron med barnen (Hedlund, 1995, s.60). Mottot: följ barnet! Kommer ur nyttan och nödvändigheten Montessori såg i att observera barnet så att läraren på så sätt får insikt i var barnet befinner sig och vad barnet behöver för stimulans för stunden (Signert, 2000, s.36).

Sensitiva perioder är enligt Montessori utvecklingsperioder där barnen är särskilt mottagliga för olika slags kunskap. Det är angeläget att ta tillvara dessa intresseperioder i barnets utveckling (www.montessoriforbundet.se). Montessori definierade sex olika sensitiva perioder: Känslighet för ordning, för språk, för att lära sig gå, för social träning, för små föremål och detaljer, för att lära med alla sinnen (Hedlund, 1995, s. 59). Vi bör enligt Montessori vara öppna för barnens olika mognadstakt och möta dem där de befinner sig. Man ska alltså låta barnen uppslukas av det de just för perioden dras till. Beroende på i vilken av de 6 olika utvecklingsperioderna de befinner sig är de extra mottagliga för viss utveckling (Signert, 2000, s.37-39). Disciplin anser Montessori vara sakers aktiva tillstånd, när människan får utvecklas med frihet under ansvar och lär sig rätta sig efter livets lagar men inte under detaljstyrt tvång blir det ett mer hållbart förhållningssätt (Montessori 1948/1998, s.64). ”En undervisning som barnen ska ha behållning av måste vara sådan att den hjälper dem vidare på vägen mot självständighet” (Montessori 1948/1998, s.70). Montessori gör liknelsen mellan lärare och tjänare, om man blir alltför flitigt betjänad finns det en risk att bli lat. Så när vi passar upp barn som om vi vore deras tjänare hämmar vi deras utveckling och deras väg mot självständighet (Montessori, 1948/1998, s.71). Ett viktigt mål för Montessori var att barnen skulle lära sig genom egen aktivitet och i möjligaste mån vara oberoende av de vuxna. Utbildningsprocessen bör gå ”från handling till tanke – från konkretion till abstraktion” (Signert, 2000, s.36). Montessoris konkreta material har blivit som ett signum för Montessoripedagogiken och materialet är utvecklat så att det ska hjälpa barnet till koncentration och passa in i barnets olika sensitiva perioder. Materialet är självrättande och en slags isolering av svårigheten (Signert, 2000, s.42).

Från början var materialet inom montessoripedagogiken i förskolorna till för att stimulera barnen. Nuförtiden är det fler barn som är överstimulerade av intryck både från verkliga livet och olika slags media så huvuduppgiften blir istället att skapa ordning och struktur i en allt rörigare värld. Miljön och materialet är skapat och används för att gynna koncentration. Eftersom dagen inte är indelade i kortare arbetspass har eleverna större möjlighet att komma in i ett eget arbetsflöde (Hedlund, 1995, s.57-58). Trots att det kan verka som att det konkreta materialet är den viktigaste komponenten i Montessoris pedagogik så är det filosofin som är av störst betydelse. Materialet är endast ett verktyg för att nå dit man vill och metodens grundläggande principer är att skapa gynnsammare förutsättningar för barnets utveckling. Med så få hinder som möjligt där barnen är fria att utvecklas i egen takt. Montessori själv ska ha sagt att om det är så att materialet tar överhanden, då bör man bränna det (Signert, 2000, s. 119-120).

3.4.2 Hur ser Montessorimatematiken ut?

Matematikmaterialet är mycket uppmärksammat inom Montessoripedagogiken. De hjälper barnen att ta små steg mot ett abstrakt matematiskt tänkande. Matematikmaterialet blir mer avancerat ju längre upp i åldrarna barnen kommer. De material som används vid matematikinläringen är till exempel räknetaflan, symbolkort, pärlmateriel, kulramen, och prickspelet. Siffror och pärlor har olika färg för att konkretisera ytterligare (Reimer-Eriksson, 1979, s.21-30).

Tusenkuben är sammansatt av tusen pärlor. Montessorimaterialet går från det konkreta till det abstrakta, så innan barnet har lärt sig skriva siffran tusen har hon känt och sett hur mycket tusen är (Hedlund, 1995, s.24).

Hundraplattan är ett material som används för att barnen skall lära sig alla tal mellan ett och hundra. De lägger först siffrorna på en fyrkantig träplatta tillsammans med en lärare för att sen göra det självständigt. Återigen ser barnet alla hundra innan det skriver hundra (Hedlund, 1995, s. 24).

4. Metod – Tillvägagångssätt

Syftet med undersökningen var att se på olika lärares uppfattning om hur elever utvecklar sin taluppfattning därför har vi valt att göra en fenomenografisk undersökning. Med hjälp av en fenomenografisk ansats kan man åskådliggöra de kvalitativa skillnaderna i lärarnas olika uppfattningar. Då vi var intresserade av variationen av deras uppfattningar valde vi att göra kvalitativa intervjuer. Urvalet i en fenomenografisk undersökning sker genom teoretisk sampling, det innebär att man väljer ut informanter med olika bakgrund för att få en större bredd på hur de ser på ett begrepp (Bentley, 2008a, s.106). Detta tillgodoses i denna studie genom att intervjua lärare med olika bakgrund så som förskolelärare, lågstadielärare och montessoripersonal. Ett annat urvalskriterium var lärarnas utbildning och erfarenhet i yrket. Grundtanken och förhoppningen med detta urval var att få en så stor spridning i informanternas svar som möjligt inom ramen för det här arbetet.

Kontakten med informanterna skedde först genom mailkontakt med rektorer på utvalda skolor. I mailet informerades rektorerna om syftet med uppsatsen för att de skulle kunna hjälpa oss att få kontakt med rätt lärare. En provintervju gjordes som resulterade i att frågorna sågs över, det gjordes några mindre justeringar, bland annat poängterades noggrannare att det var lärarnas erfarenhet som var det intressanta. Provintervjuer rekommenderas att göra för att kontrollera att intervjufrågorna fungerar som man tänkt sig (Esaiasson m.fl. 2007, s. 302). Åtta stycken kvalitativa intervjuer gjordes där samtliga utfördes på informanternas arbetsplatser. Både vid utformningen av frågorna samt vid själva intervjun har vi försökt att ta avstånd från våra egna fördomar kring hur lärarna borde svara på frågorna för att få ett bra underlag till analysmaterialet (Esaiasson m.fl. 2007, s. 291). Även Bentley säger att det är sannolikt att innehållet i frågan och sättet intervjuaren frågar på färgar informantens svar (Bentley, 2008a, s.105). Therman menar att frågorna bör vara av mer indirekt art när det handlar om abstrakta begrepp (Therman, 1983 i Bentley, 2008a, s.105). Intervjuerna inleddes med några uppvärmingsfrågor om lärarens bakgrund och utbildning. Efter den redogörelsen ställdes en öppen huvudfråga där informanterna tilläts prata fritt om deras upplevelser och erfarenheter. Den öppna frågan följdes upp av mer specifika följdfrågor vid behov (se Bilaga 1). Enligt Esaiasson m.fl. (2007) används mer direkta frågor när svaren på den inledande frågan tunnas ut (s.299).

Under intervjuerna användes två stycken inspelningsapparater för att försäkra oss om att ljudkvalitén skulle hålla måttet. För att kunna analysera materialet transkriberades intervjuerna ordagrant. Därefter gjordes en sammanställning av varje intervju. Det första steget i att analysera informationen gjordes genom så kallad "open coding" (Bentley, 2008a, s. 150). Detta är ett sätt att urskilja kategorierna. Fusons kontextuella betydelser för talbegreppet låg till grund för urskiljningen av kategorierna (se ovan). Vi urskiljde tre beskrivningskategorier genom att analysera informationen från hela gruppen, de blev huvudkategorierna. De är sekventiell, komponentbaserad och konkret uppfattning. Analysen fortsatte sedan med att vi gick tillbaka till individnivå för att säkerhetsställa att de huvudkategorier vi funnit höll måttet och täckte in alla informanternas uppfattningar. Inom dessa tre beskrivningskategorier fann vi sju olika underkategorier som innehåller komponenterna ordinal aspekt, kardinal aspekt, del- helhets aspekten, subitizing, strategier och positionssystem.

4.1 Etiska frågor

Både vid utskicket till rektorerna och innan intervjun startade poängterade vi att intervjumaterialet blir anonymiserat och att inspelningarna raderas så snart arbetet är färdigt. För att våra informanter skall vara anonyma har vi använt fiktiva namn. I presentationen har vi valt att tala om ungefär hur länge de har arbetat och vad de har för utbildning. Det kommer heller inte framgå vart de arbetar någonstans. Vi har medvetet undanhållit viss bakgrundsinformation för att öka anonymiteten.

4.2 Presentation av informanter

Här nedan följer en kort presentation av informanterna. På grund av konfidentialitetskravet är alla namn fingerade. Informationen som ges är vilken utbildning de har och hur länge de arbetat som lärare. Alla informanter är inriktade på de lägre åldrarna i grundskolan. Ordningen som de beskrivs är i tidsföljd utifrån i vilken ordning de intervjuades.

Agata

Agata har arbetat nästan 30 år inom fritids och skola. Hon har nyligen vidareutbildat sig och är nu utbildad speciallärare med svenska och matematik som inriktning.

Bodil

Bodil har arbetat som klasslärare i 40 år och är utbildad lågstadielärare.

Cecilia

Cecilia har arbetat länge inom förskola och förskoleklass, vidareutbildade sig för fem år sedan. För några år sedan blev hon färdig svenska lärare i årskurs 1-7.

Doris

Doris läste matte och NO för årskurs 1-7 med idrott som inriktning nu har hon arbetat som lärare i 15 år. Under dessa år har hon läst till svenska eftersom det ingick så lite av det i utbildningen.

Erica

Erica är utbildad lågstadielärare och har jobbat i drygt 25 år. De senaste åren har hon jobbat på en Montessoriskola som klasslärare i en F-1:a. Läraren berättar att eftersom hon bara har montessoribildning för förskola kommer hon vidareutbilda sig inom matematik och svenska så småningom.

Fia

Fia har arbetat som lärare i drygt 25 år, de sista åren på en Montessoriskola. Hon är utbildad lågstadielärare och har även läst Montessoris lärarutbildning på Göteborgsuniversitet ett år.

Gullan

Gullan blev färdig lärare 2006, hon läste inriktningen människa, natur och samhälle och svenska och matematik. Innan den nya utbildningen hade hon jobbat som förskolelärare i ca 10 år.

Hedda

Hedda har arbetat som lärare drygt 5 år, då hon blev färdig med sin utbildning. Hon har läst matematik och svenska som inriktningar upp till femman. Hon har ingen Montessori utbildning än.

5. Resultat – Varierande uppfattningar

I resultatets första del beskrivs de tre huvudkategorierna för att sedan gå över till en redogörelse för hur lärarna svarat på den första öppna frågan: *Kan du berätta om dina erfarenheter om hur elever utvecklar sin taluppfattning*. Det är upplagt på så sätt att vissa komponenter som framträder i den enskildes svar men som också återkommer i alla informanternas svar redogörs under separata rubriker, ordinalitet, kardinalitet, subitizing, delhelhets principen, positionssystemet, strategier. Därefter följer en redogörelse för de olika underkategorierna.

I andra delen av resultatet redogörs en sammanfattning på lärarnas olika sätt att se på de fenomen vi frågade mer specifikt om, personlig talrad, spegelvända siffror, reversering, sammanlänkande struktur. Detta gör vi med hjälp av en tabell.

I den tredje delen går det att läsa sammanställningen av varje enskild informants svar.

5.1 Resultatdel 1:

5.1.1 Huvudkategorier

I denna studie framkom tre huvudkategorierna, en sekventiell uppfattning, en komponentbaserad uppfattning och en konkretiserande uppfattning.

Den sekventiella uppfattningen innebär att man ser på utvecklandet av taluppfattningen som en progression. Utvecklandet av god taluppfattning utgörs av olika komponenter och det är viktigt i vilken ordning de kommer (Fuson, 1992, s.141).

Den komponentbaserade uppfattningen innebär att komponenterna existerar som enskilda delar och det spelar ingen roll vilken ordning de lärs in. Man ser det som olika delar av en helhet.

Den konkretiserande uppfattningen innebär att tyngdpunkten läggs vid att matematiken bör ses ur ett konkret perspektiv. För att överhuvudtaget förstå matematiken poängteras nödvändigheten av att arbeta med konkret material om och om igen. Inom denna uppfattning ses användningen av praktiskt material som en bestående metod. ”Min erfarenhet är att de barn som inte får ta och känna och klämma på saker får inte alls samma möjlighet att skaffa sig en bra taluppfattning... det bygger mycket på att man skall uppleva med sin kropp och allt material som finns är ju gjorda för att man skall få erfara med alla sinnen” (Erika). Till skillnad från de andra två huvudkategorierna där uppfattningen är att när du lärt dig en strategi är det nödvändigt att gå ifrån konkretionen.

5.1.2 Komponenter

5.1.2.1 Ordinalitet

Ordinaliteten säger lärarna att barnen bekantar sig med redan i tidig ålder då de börjar att ramsräkna och räkna saker de ser. De flesta barn har redan i förskolan tränat på att räkna olika objekt eller hur många barn som sitter med i samlingsen. Till en början säger barnen talramsans

utan djupare förståelse. Ramsan rabblas i början som vilken ramsa som helst, på liknande sätt som med exempelvis alfabetet. Ju större förståelse barnet får för den enskilda siffran i ramsan kan de börja se kopplingen mellan räknandet och objekten vilket kallas ett-till-ett principen. ”Oftast börjar de ju när de är väldigt små... även om de pekar så räknar de fortare än de pekar eller tvärtom...och sen så när vi kommer upp i åldern då blir det ju mer rätt, att man förstår att det hör ihop, det vill säga en-till-en principen” (Agata).

För att ha en bra taluppfattning är det även viktigt att kunna talraden, både framlänges och baklänges. Talraden är ofta uppsatt i klassrummen för att eleverna skall kunna titta på den och ta hjälp av den för att räkna.

”Det är jätteviktigt med talraden att man kan den, att man känner sig säker på den när man skall räkna högre tal” (Cecilia).

5.1.2.2 Kardinalitet

Det kardinala begreppet innebär att talen beskriver hur många objekt det är i en mängd. Barnen skall veta vad ett tal står för och veta hur mycket det är oavsett vilken storlek siffrorna har eller om de ligger nära eller långt ifrån varandra. De skall veta vad den skrivna siffran står för i verkligheten. ”Förstå det skrivna i praktiken” (Hedda). ”Att veta att fem står för fem, och vad fem är och kunna relatera att fem är fem...” (Bodil).

5.1.2.3 Additiva Del- helhets principen

Den additiva del- och helhets principen innebär att man kan dela upp tal på olika sätt. Inom denna princip skall barnen kunna tiokamraterna och talkamraterna. Tiokamraterna innebär att alla svaren i talen skall bli tio så som $1+9$, $2+8$, $3+7$, $4+6$ och $5+5$. Talkamraterna innebär att alla tal har sina kamrater exempelvis i talet 5 är kamraterna $0+5$, $1+4$, $2+3$, $5+0$, $4+1$, $3+2$. För barn som kommer till skolan är att dela upp ett tal att dela lika detta kan bli ett problem då de inte förstår att talet har flera kompisar. ”De börjar oftast med att man delar och det är de duktiga på och helst ska det vara lika. Är det fem ja då går det inte att dela säger de, för det ska vara lika” (Gullan).

5.1.2.4 Subitizing

Detta är något som tränas mycket. Ofta är det tärningen som får vara redskap för att öva upp sig att kunna se en talbild. Eleverna får spela tärningsspel och får öva upp sig på att snabbt se vad de får för antal på tärningen utan att räkna prickarna. ”vi spelar jättemycket tärningsspel och de flesta barn som har spelat spel mycket hemma kan ju redan det här med tal eller talbilden när de ser på en tärning, de ser t.ex. femman där då va...” (Doris). Om elever bara kan se antal upp till tre anses det varar ett problem. Det läggs ner extra tid på att få fram bilder hos eleverna när de exempelvis inte kan se ”andra bilder av fem, tärningsfemman eller säkert se och veta att det här är fem fingrar” (Bodil).

5.1.2.5 Positionssystemet

Positionssystemet, alltså siffrans platsvärde beskrivs som något som elever behöver få hjälp med att förstå sig på. Eleverna behöver någon slags vägledning för att kunna se konstruktionsmönstret i positionssystemet. Att verkligen förstå logiken i positionssystemet och att också kunna tillämpa den är elementärt för god taluppfattning. ”Taluppfattning med de större talen är ju att man greppar positionssystemet, att man förstår vad ental är och tiotal, hundratal och tusental och kan laborera med talen” (Fia).

5.1.2.6 Strategier

I matematiksamtal ges förslag på olika räknestrategier. Exempel på sådana strategier kan vara så kallade ”dubblor” eller ”tvillingar” $3+3=6$, $4+4=8$ och så vidare. ”Dubblorna/tvillingarna” tränas för att så småningom automatiseras så att de kan fungera som förkunskap och appliceras i andra uppgifter och problem. Talens grannar lärs också ut med strategisk funktion. Eleverna ska veta att 8:ans grannar är 7 och 9. Även tvåhopp tränas in så att eleverna ska veta talens grannar men också grannens granne. I exempelvis uppgiften $5+6=?$ ska eleven kunna använda sig av dessa förkunskaper och tänka strategiskt. De ska kunna ta hjälp av att de vet att ”dubblan” $5+5=10$ och sedan ta 10:ans granne (+1) och då blir svaret 11. Eleverna uppmuntras till att sätta ord på sina räknestrategier. De får förklara hur de tänker både för läraren och för klasskamrater för att synliggöra mångfalden av strategier. ”Idag erbjuder man dem fler strategier och valmöjligheter, vilken passar dig bäst?” (Gullan)

1. Tabell över huvudkategorierna

	sekventionella drag	komponent baserad	konkret- lserande
Agata			X
Bodil		X	
Cecilia		X	
Doris	X		
Erica	X		X
Fia			X
Gullan		X	X
Hedda			X

2. Tabell över komponenterna

	ordinalitet	kardinalitet	del- helhet	subitizing	positionssystemet	strategi
Agata	X	X				
Bodil		X	X	X		X
Cecilia	X	X	X	X		
Doris	X	X		X		
Erica	X	X		X	X	
Fia	X		X		X	X
Gullan	X	X	X		X	X
Hedda	X	X				

Tabellbeskrivning: Tabell 1 är en översikt på vilken huvudkategori informanternas uppfattning räknas in under. Tabell 2 är en översikt på vilka komponenter som tas upp av de olika informanterna.

5.1.3 Underkategorier

5.1.3.1 Kategori O.K.

Konstellation 1 ingår i den konkretiserande huvudkategorin och konstellationen består av komponenterna ordinal och kardinal. Agata och Heddas uppfattningar faller in under den här gruppen.

Agata anser att barnen börjar utveckla sin taluppfattning när de är riktigt små med att peka och räkna. Även Hedda beskriver på liknande sätt att det är något som sker tidigt genom att hon säger att det utvecklas ”genom att vara med barnen hemma, föräldrar, syskon” (Hedda). Allt eftersom de blir äldre börjar de se ett djupare sammanhang mellan räkningen och objekten. Agata uttrycker att då har eleverna förstått ett-till-ett principen. När barnen börjar i årskurs ett ger hon dem bakgrunden till vårt nuvarande räkningsystem genom att arbeta med hur de räknade förr. Detta gör de för att få fram en förståelse hos eleverna innan siffran blandas in. De båda lärarna anser att eleverna ska lära sig talraden för att sedan komma vidare och förstå vad en siffra står för. ”Med de yngre barnen är det ju först och främst att de skall lära sig talraden och sen också vad står en 3:a för till exempel” (Hedda).

Lärarna arbetar mycket praktiskt. Hedda säger att hon försöker varva matteboken, traditionell undervisning med det kreativa, den praktiska matematiken. Det praktiska och konkreta gör att hon kan se om eleverna har tillägnat sig taluppfattning eller om de bara har hittat en strategi för att räkna på i matematikboken. I Agatas klasser hoppar de hage och använder konkretiserande material så som kapsyler som eleverna får räkna och sortera. ”Jag tycker jag har haft mycket nytta av att jobba mycket praktiskt. Jag ser ju att jag har ju ingen som inte förstår i klassen nu” (Agata).

Både Agata och Hedda framhåller utematte som något givande för talutvecklingen. De framgår inte på ett tydligt sätt vad Hedda menar att det innebär med utematte mer än att de samlar kottar och stenar. Agata förtydligar dock med att säga ”när vi fick ihop tio kottar tog vi en pinne istället så att man kan fortsätta räkna” (Agata).

5.1.3.2 Kategori K.A.S.ST.

Konstellation 2 ingår i den komponentbaserade huvudkategorin.

Konstellationen består av fyra komponenter: kardinal, den additiva del-helhetsaspekten, subitizing och strategier. Bodils uppfattning tillhör denna grupp.

När Bodil i början av ettan går igenom siffrorna en i taget testar hon eleverna individuellt med hjälp av stenar. Hon visar upp för eleven ett antal stenar exempelvis 6 stycken sedan ger hon eleven några av dem och gömmer de övriga i sin hand och frågar hur många eleven tror att hon har kvar i sin hand. Det blir en bra första koll för att se vad eleven har för känsla för talens värde och uppbyggnad. På samma gång ser hon om de använder sig av stöd så som fingerräkning eller nickar med huvudet samtidigt som de räknar. I de individuella matematikdiskussionerna får hon kontinuerligt en uppdatering av elevernas taluppfattning. Vet de exempelvis vad siffran står för? De bör veta att 5 motsvarar fem föremål. Hennes uppfattning är att de flesta eleverna vet det när de kommer till ettan. Ibland kan det vara så att eleven är säker på siffrornas värde men att de har svårt att se andra bilder av siffran, som på

tärningen eller handens fem fingrar, även detta anser hon är relativt lätt att korrigera i det enskilda mötet. På vilket sätt Bodil arbetar med det framgår inte.

Eleverna får förklara för henne och för varandra hur de kommer fram till olika svar för att sätta ord på strategierna de använder och för att visa på mångfalden av strategier.

Hon använder sig av konkretiserande material i ”mattepratet” för att åskådliggöra för barnen men när de sitter själva och räknar ger hon dem klossar eller liknande endast i situationer då hon behöver vara ostörd med någon annan elev i ”matteprat”, för att eleven ska kunna fortsätta jobba framåt i boken t.ex. men de räknar då hela tiden från början, 4+3 räknar de 1234567... ”...jag tycker att det är en ganska meningslös matteövning, för att det ger dem ingenting, alltså de kan ta sig igenom talen men det blir inget, det blir väldigt mekaniskt, tar jag bort stenarna vet de ändå inte vad 4+3 blir” (Bodil). Även fingerräkningen ser hon på liknande sätt och att det sitter i som en dålig vana. ”... o jag känner att min uppgift är lite grann att trola bort fingrarna, att ge dem strategier...” (Bodil). Även om eleven har svårt att befästa själva taluppfattningen så försöker läraren ge dem strategier för att kunna fortsätta jobba så att de ska kunna se bilder av att det faktiskt hänger ihop.

Läraren använder sig mycket av pengar, och då speciellt i anslutning till att visa platsvärdet. 15, vad står ettan för. Hon använder även ”bläddror” för att visualisera hur tiotal och ental läggs ihop. Hon summerar taluppfattningen så här ”...man ska veta vad ett tal står för, man ska vara säker på tiotal, ental, hundratal och så vidare. O hur talen är uppbyggda. O naturligtvis också, det grundläggande som är nu då, att veta att 5 står för fem, o vad fem är och kunna relatera att fem är fem, men det är ju väldigt elementärt, det har vi ju kommit förbi, långt förbi, här nu” (Bodil).

5.1.3.3 Kategori O.K.A.S.

Konstellation 3 ingår i den komponentbaserade huvudkategorin och konstellationen består utav komponenterna ordinalitet, kardinalitet, den additiva del-helhetsaspekten och subitizing.

Cecilia anser att barn börjar utveckla sin taluppfattning redan i ett till två års ålder. Barnen radar exempelvis upp sina bilar i en lång rad. Sedan i förskolan fortsätter de med att räkna saker man ser, exempelvis kulor. ”Så utvecklas det mer och mer...ja, de får större och större taluppfattning” (Cecilia). Hon beskriver att det finns olika delar i taluppfattningen så som ramsräkning, koppla siffran till föremål, räkna utspridda föremål för att sedan lägga ihop dem till en hög och förstå att det är lika många fortfarande. Hon beskriver det som en mognadssak att kunna se det.

Hon börjar ofta med praktiskt material, eleverna får räkna med olika saker som kulor, kastanjer och annat varierande material. Talraden och storleksordningen på tal är betydelsefulla. ”Det är jätteviktigt med talraden, att man kan den, att man känner sig säker på den när man ska räkna högre tal” (Cecilia). Eleverna får öva på storleksordningen i tal genom att diskutera vilket som är störst, minst, vilket tal kommer efter och vad kommer före. I ettan fokuseras det på 1-10 så att eleverna ska ha god kännedom om tiokamraterna och de andra talkamraterna upp till 10. Det framhålls som en viktig bit att kunna se direkt på tärningen när man slagit vilken siffra man fått upp. Man bör kunna se direkt att det är en sexa istället för att räkna prickarna. ”Det hör ju också till utvecklingen för i början av årskurs ett är det ofta fler som räknar från början men sen får de ju den bilden av prickarna, så får de upp en sexa så ser de det med en gång” (Cecilia). Cecilia förklarar att om eleverna sedan ska räkna ihop två

tärningar som visar exempelvis 6 och 2 är det olika om de behöver börja på ett och räkna 1,2,3,4,5,6,7,8 eller om de börjar på sex och räknar 7,8.

5.1.3.4 Kategori O.K.S.

Konstellation 4 ingår i den komponentbaserade huvudkategorin men har drag av sekventiell uppfattning och består av komponenterna ordinal, kardinal och subitizing. Doris uppfattning tillhör denna grupp.

Doris anser att de flesta barn har en bra taluppfattning när hon möter dem i årskurs ett. De lär sig både hemma och i förskoleklassen. De arbetar mycket med antal och att få in exempelvis tärningsbilden i huvudet i förskoleklassen. De spelar mycket tärningsspel i skolan på så sätt kan barnen göra många olika räkneoperationer utan att de behöver skriva en massa. Hon anser även att ”de flesta barn som har spelat spel hemma kan ju redan det här med tal och talbilder när de ser på en tärning” (Doris).

Doris och hennes klass går ofta ut i naturen och har matematik, då plockar de kottar och stenar och de ställer sig på rad i ordning. De leker olika lekar bland annat får de en klädnyppa i nacken med en siffra på så skall de genom ja och nej frågor ta reda på vilket tal de har. Detta gör de för att få in talbilden och få en förståelse för var på talraden siffran finns. När de är ute arbetar de även med antalsuppfattningen genom att lägga en siffra på backen och sen lägga dit lika många stenar som siffran visar. När de arbetar med antalsuppfattningen spelar de även matte- memory där siffran är kopplad till antalet. De leker och rör sig med kroppen samtidigt som de kopplar ihop det med siffran. ”Det blir egentligen fördjupad repetition på det de har jobbat med i förskoleklassen...” (Doris). Om ett barn inte kopplar siffran och antalet kan det vara att det går för snabbt fram i gruppen. Då får man backa tillbaka och börja från början igen. ”Liksom här är siffran ett och här är en sak här är siffran två, rita två saker” (Doris).

För att veta att barnen har tillägnat sig förståelse för talbegreppet tittar Doris på när de börjar räkna addition och subtraktion. Går det snabbt att räkna och de inte behöver använda sig utav exempelvis fingrar för att veta hur många det är kan hon göra en bedömning i hur eleverna ligger till. Just nu har vi tabellträning på lilla addition tabellen. ”Vissa saker behöver man ha i läxa i matte, det här behöver man öva på så att man kan det ganska snabbt” (Doris).

5.1.3.5 Kategori O.K.S.P.

Konstellation 5 ingår i den konkretiserande huvudkategorin men har drag av att vara sekventiell. Denna konstellation består av fyra komponenter, ordinal, kardinal, subitizing och positionssystemet. I denna grupp ingår Erikas uppfattning.

Erika anser att de riktigt små barnen börjar med att intressera sig för att räkna saker de ser till exempel i pekböcker. För en del barn går det fort att lära sig att räknandet och föremålen skall stämma överens och för andra är det inte så lätt och det tar längre tid. ”Men det är ju en period, som är väldigt olika ändå hos olika barn, där de räknar och räknar och räknar” (Erika). Då är det viktigt att kolla upp att barnen kan räkna en sak i taget. När de kommer upp emot skolåldern lär sig barn att när de slår två tärningar behöver man inte räkna alla prickarna från början. Om de får en 6:a och en 3:a så förstår de att de kan utgå från 6:an och räkna uppåt 7,8,9. Att eleverna kan se talbilder är en viktig del i taluppfattningen. Kan de inte lära in dessa talbilder drar hon paralleller till om barnet i fråga kan ha dyskalkyli.

När läraren själv definierar vad taluppfattning är nämner hon antalsuppfattning och sen i ett vidare perspektiv att eleverna måste ha koll på positionssystemet. För att arbeta med dessa två moment använder de ett särskilt material, det är en tusen- kub och hundraplattor.

Lärarens erfarenhet är att barn får större möjlighet att skaffa sig en bra taluppfattning när de får ta, känna och klämma på saker. Montessoripedagogiken bygger på att man ska uppleva med sin kropp och erfara med alla sina sinnen. ”Det är liksom grunden, så fort man ska öva någonting så där så ska man ju fundera själv hur man kan använda kroppens alla sinnen till att få in det” (Erika). De laborerar mycket med material, klappar, stampar, sjunger, leker lekar och spelar spel. ”Ju mer man kan få in gymnastiska övningar desto bättre (Erika). Jag tänker att man klarar inte att göra någonting abstrakt om man inte har fått göra det konkret först...” (Erika).

5.1.3.6 Kategori O.A.S.P.

Konstellation 6 ingår i den konkretiserande huvudkategorin och innehåller komponenterna ordinal, additiva del- helhets aspekten, strategier och positionssystemet. I denna grupp ingår Fias uppfattning.

Fia anser att barn inte har någon taluppfattning från början utan att det måste de tränas i. Det gör man genom att barnen får arbeta laborativt med händerna. Montessori har mycket praktiskt material så som hundraplattor, tusen- kub, tärningsspel och siffror gjorda och sandpapper. Detta är inget man kan sitta och titta i en bok utan det behövs mycket samtal och visuellt stöd. Samtalen skall generera strategier för hur man kan dela upp tal. Eleven skall förstå hur tal är uppbyggda exempelvis att talet sju går att dela upp på en mängd olika sätt. De skall även förstå positionssystemet ”att man förstår vad ental är och tiotal, hundratal och tusental och kan laborera med talen” (Fia).

Fia brukar prata med barnen om tre vägar, en som ser ut som en jätte slalom bana, det är ett-till- ett räkningen. ”Man kommer dit man skall så småningom men det är väldigt tidskrävande och inte så säker” (Fia). Sen finns det den som bara är lite kurvig och sen den som är helt spikrak där man snabbt och lätt förstår hur man skall tänka och lösa det. ”Å vi skall ju alltid ståva mot att ta den där motorvägen” (Fia).

Det är viktigt att automatisera den lilla additionstabellen med det får absolut inte göras som en ramsa. Här arbetar hon med att ge barnen tankestrategier. De hoppar ett steg till grannen och sen två steg till grannens granne. De använder sig utav dubblorna som de redan kan till exempel $4+4=8$. Då kan hon visa på $4+5=9$ för det har kommit till en (grannen). För att synliggöra använder de sig utav klossar och matteprat. I mattepratet skall frågorna vara öppna så att man som pedagog får reda på hur barnet tänkt. Oavsett om svaret var rätt eller fel skall man fråga hur de tänkt för då förstår barnen att det är okej att förklara hur de tänkte. ”Att förklara hur man tänkt är jätteviktigt” (Fia).

5.1.3.7 Kategori O.K.A.P.S.

Konstellation 7 ingår i den komponentbaserade huvudkategorin men har drag av sekventiell uppfattning och består av komponenterna ordinal, kardinal, den additiva del-helhetsaspekten, positionssystemet och strategier.

Gullan säger att hon upplever att eleverna har med sig väldigt mycket från förskolan, där de som hon beskriver det leker in matematiken. Som exempel nämner hon att barnen bekantar sig med talraden och att de ramsräknar men då är det i många fall utan djupare förståelse. Från ramsräkningen ser hon det som ett relativt lätt och snabbt steg till att eleverna tillägnar sig en antalsuppfattning, att de vet hur många exempelvis 10 är. ”De lär sig ganska fort och du vet man börjar att dela upp: här får du två och jag får två för det är ju fyra. Då har man kommit över den där ramsräkningen, då vet man just det talet...” (Gullan). Det är även många barn som redan i förskolan behärskar ett-till-ett - principen. Det kan man kolla av genom att lägga fram 5 objekt och se om de räknar ihop föremålen rätt.

Gullan betonar vikten av den additiva del-helhetsaspekten. Hon låter eleverna träna på det på varierande sätt för att ge dem en djup förståelse för det och till slut ska det sitta som en utantill kunskap. ”I ettan ska man kunna talkamraterna och tiokompisarna...då ska man liksom veta att om jag skriver upp 7, och frågar: vad blir sju?...då vet de att 4 och 3 är 7 och 3 och 4 är 7. Då har man en bra taluppfattning” (Gullan).

Hon anser att eleverna ofta behöver konkret material och att räkna på fingrarna i början för att ha någonting att hänga upp räknandet på. Det är nödvändigt men så fort eleven har fått grepp om det och kommit på lite olika strategier ska det inte fortsätta användas. Strategier är något som Gullan nämner flera gånger. Hon säger bland annat ”Idag erbjuder man dem fler strategier och valmöjligheter; vilken passar dig bäst?” (Gullan). I matematiksamtal ges förslag på olika räknestrategier. Eleverna får lära sig så kallade ”dubblor”: $1+1=2$, $2+2=4$ och så vidare. Dessa ”dubblor” bör eleverna automatisera för att kunna använda dem som hjälp i olika sammanhang. Talens grannar lärs ut på samma sätt. Eleverna ska veta att 10:ans grannar är 9 och 11. För att räkna ut exempelvis uppgiften $5+6=?$ ska eleven kunna använda sig av dessa förkunskaper och tänka strategiskt. De ska kunna ta hjälp av att de vet att ”dubblan” $5+5=10$ och sedan ta 10:ans granne (+1) och då blir svaret 11. Eleverna uppmuntras till att sätta ord på sina räknestrategier. De får förklara hur de tänker både för läraren och för klasskamrater för att synliggöra mångfalden av strategier. De olika strategierna menar Gullan är viktiga redan i tidig ålder eftersom de snart kommer in på siffrans platsvärde i tiotal, hundratal och tusental. Att ha förståelse och kunskap om positionssystemet tas upp i definitionen av taluppfattning. Det ingår i de viktiga baskunskaperna.

5.2. Resultatdel 2: Specifika frågor

Tabell 3 Tabellen visar en översikt på informanternas uppfattning gällande de specifika frågorna vi ställde.

	Personlig talrad		Spegelvända siffror	
	Åtgärddar snabbt	Åtgärddar senare	Mognadsfråga	Återgärddar snabbt
Agata		X	X	
Bodil		X	X	
Cecilia		Aldrig stött på	X	
Doris	X			X
Erica	X		X	
Fia	X		X	
Gullan	X		X	
Hedda		X	X	

	Reversering		Sammanlänkande struktur	
	Positionssystemet	Andra problem	Positionssystemet	Aldrig stött på
Agata	X		X	
Bodil	X		X	
Cecilia	X		X	
Doris		X		X
Erica	X		X	
Fia		X	X	
Gullan	X		X	
Hedda		X	X	

Nedan följer en förklaring på de uppfattningar vi urskiljt och hur vi delat in dem i ovanstående tabell.

5.2.1 Personlig talrad

Där såg vi två grupperingar: *åtgärddar snabbt* och *åtgärddar senare*.

Under rubriken *åtgärddar snabbt* finns uppfattningar att det är något som behöver tas tag i relativt omedelbart och det tränas på diverse sätt. Dessa uppfattningar speglar mer en problematik kring den personliga talraden.

Under rubriken *åtgärddas senare* tolkade vi informanternas svar som att de inte känner någon oro för detta och att det rättas till av sig självt med hjälp av övrig undervisning. En informant säger sig aldrig ha stött på det.

5.2.2 Spegelvända siffror

Här var informanterna samstämmiga, nästan alla ser det som en *mognadsfråga*. De ser det inte som ett problem och bryr sig inte om att rätta spegelvända siffror förrän senare. Det förekommer dock regelbunden skrivträning. Fia ser det som en mognadssak men är även uppmärksam på om det eventuellt kan tyda på dyskalkyli. Doris ser det inte heller som ett stort problem men uttrycker ändå att hon är noggrannare med att rätta till siffrorna än när det gäller bokstäver. Hon uttryckte det mer som ett problem som man bör hjälpa till att *åtgärda relativt snabbt*.

5.2.3 Reversering

De flesta ansåg det bero på en bristande förståelse för talens *platsvärde/positionssystemet*. Detta tränas regelbundet med hjälp av exempelvis tusenkuben, pengar och bläddrorna. Doris och Fia nämner inte positionssystemet utan kopplar ihop det med spegelvända siffror. Vänder de på siffrorna kan de även vända på hela talet säger de. Hedda nämner inte heller positionssystemet som orsak och har inte stött på det som ett problem.

5.2.4 Sammanlänkande struktur

En informant säger sig inte ha stött på det men övriga informanter kopplar det till bristande förståelse av talets *platsvärde/positionssystemet*. Två informanter säger att det oftast förekommer vid tal över hundra. De tränar regelbundet på positionssystemet

5.3 Resultatdel 3 - Sammanställning av intervjuerna

Här presenteras sammanställningar av varje enskild informant. Detta för att styrka validiteten.

5.3.1 Informant 1 - Agata

Enligt Agata börjar barn att utveckla taluppfattning som väldigt små då de börjar peka och räkna föremål. I det här skedet ”räknar dom fortare än dom pekar eller tvärtom”. Ju äldre de blir desto mer förstår de att ramsräknandet hör ihop med objekten de räknar. När barnen börjar i årskurs ett försöker hon ge barnen ett eget räknetänk genom att arbeta med hur de räknade förr t.ex. herden ristade in en skåra för varje djur på sin stav för att få med sig rätt antal djur hem, romerska siffror och andra symboler för antal. De leder sedan vidare till att de samlar in exempelvis ekollon och grupperar i högar om tio och hundra.

Agata poängterar att de arbetar mycket praktiskt på olika sätt för att på så sätt ge barnen en god taluppfattning. Bland annat spelar de mycket tärningsspel och har mycket utematematik. Hon menar att man ständigt kopplar ihop det praktiska man gjort till det mer abstrakta matematikräknandet. Det gör hon genom att hon exempelvis säger till eleverna: ”Kommer ni ihåg vad vi gjorde? Å att man kan gå tillbaka till det.” Hon nämner att ett-till-ett - principen är viktig och hon har flera exempel på övningar som tränar antalsuppfattning. Hon har en mängd kapsyler som barnen får sortera efter färg och typ, i sådana och liknande övningar ser hon snart om barnen har kopplat ett-til-ett-principen.

Agata uttrycker ingen oro över elevers personliga talrad eftersom att många barn kommer till skolan med en egen taluppfattning. Det är viktigt att ramsräkna och att jobba med att synliggöra tallinjen ”för då någonstans så sätter det sig så att de får ordning på siffrorna och på talen upp igenom”. Hon börjar med talområdet 0-10 och de arbetar de även med talens inbördes ordning. ”har man med sig 0-10 har man i alla fall de sista siffrorna...sen gäller det att få med sig tiotalen också”.

Spegelvända siffror är något som förekommer ofta, framförallt siffran 3 och 6. Så fort de har gått igenom en siffra påpekar hon åt vilket håll siffran ska vara. Är det många siffror som är fel på samma sida får de skriva om för att befästa. ”det kan ju vara barn som är duktiga på att räkna så det har inte alltid med det att göra, utan det är någon vana som de har tagit till sig som bara slipper ur ibland...”

Omkastning av siffrorna i tal som t.ex. 15 arbetar de mycket med nu. För att undvika omkastning av siffror i ett tal försöker hon ge dem förståelse för positionssystemet.

Sammanlänkande struktur förekommer ända upp till trean, men då främst på tal över hundra. Är man noga när man jobbar upp till hundra så minimeras den risken.

5.3.2 Informant 2 - Bodil

I ettan börjar Bodil med att gå igenom siffrorna en i taget. Hur de skrivs och vad de står för. Hon lägger upp matematikundervisningen så att hon ständigt har ”matteprat” med barnen en och en. Hon anser det vara det bästa sättet att nå varje individ. I anslutning till skolstarten gör hon en avstämning med barnen i det här ”mattepratet”, hon visar barnen exempelvis 6 stenar och ger sen barnet några av stenarna och sedan får de svara på hur många stenar läraren har

kvar. Det är en bra första koll för att se vad de har för känsla för talens värde. Även om barnet är säkert på siffrans värde kan de ibland ha svårt att se andra bilder av fem t.ex. tärningsfemman eller handens fem fingrar. I början koncentrerar de sig på talen 0-10 för "...är de inte säkra där är det ju ganska svårt att gå vidare, för då blir det ju nästan kaos". Det är stor skillnad på hur långt de kommit när de börjar ettan och hon observerar vilka hjälpstrategier de använder sig av och hur. De kanske räknar på fingrarna eller nickar med huvudet. Barnen får förklara för henne och för varandra hur de kommer fram till svaren för att sätta ord på strategierna de använder och för att visa på mångfalden av strategier. Hon använder sig av konkretiserande material i "mattepratet" för att åskådliggöra för barnen men när de sitter själva och räknar ger hon dem klossar eller liknande endast i situationer då hon behöver vara ostörd med någon annan elev i "matteprat", för att eleven ska kunna fortsätta jobba framåt i boken t.ex. men de räknar då hela tiden från början, 4+3 räknar de 1234567..."...jag tycker att det är en ganska meningslös matteövning, för att det ger dem ingenting, alltså de kan ta sig igenom talen men det blir inget, det blir väldigt mekaniskt, tar jag bort stenarna vet de ändå inte vad 4+3 blir" Även fingerräkningen ser hon på liknande sätt och att det sitter i som en dålig vana. "...o jag känner att min uppgift är lite grann att trolla bort fingrarna, att ge dem strategier..." Även om eleven har svårt att befästa själva taluppfattningen så försöker läraren ge dem strategier för att kunna fortsätta jobba så att de ska kunna se bilder av att det faktiskt hänger ihop. Läraren använder sig mycket av pengar, och då speciellt i anslutning till att visa platsvärdet. 15, vad står ettan för. Hon använder även "bläddrorna" (se bilaga 2) för att visualisera hur tiotal och ental läggs ihop. Sammanlänkande struktur har hon inte stött på så ofta men då det förekommer sådana fel får man fråga om de kan läsa ut vilket tal som de skrivit och visa på "bläddran" igen eller ta fram pengar. Det handlar om att repetera platsvärdet.

Läraren har insett att det kan ligga mycket kunskap till grund för ramsräknandet, och att det kan vara ett litet varningstecken om de inte kan rabbelräkna längre än till 10. Barnen brukar inte ha några större problem med talraden dock händer det ibland att de räknar trettiolva, trettiotolv men det rättas lätt till i "mattepratet".

Angående spegelvända siffror brukar hon för att avdramatisera, påpeka redan vid genomgång av siffrorna, att det är lätt hänt att skriva dem på fel håll men att man brukar lära sig allt eftersom. Speciellt 3:an, 5:an, 9:an och 4:an är siffror som är vanliga att skriva spegelvänt. Hon ser det inte som ett stort problem men man ska inte nonchalera det helt heller.

När Bodil ska själv definiera vad taluppfattning är säger hon "Då tänker jag väl att ja man ska ha en känsla för vad talen står för, att veta vad ett tal står för, man ska vara säker på tiotal, ental, hundratal och så vidare. O hur talen är uppbyggda. O naturligtvis också, det grundläggande som är nu då, att veta att 5 står för fem, o vad fem är och kunna relatera att fem är fem, men det är ju väldigt elementärt, det har vi ju kommit förbi, långt förbi, här nu."

5.3.3 Informant 3 - Cecilia

Cecilia anser att barn utvecklar sin taluppfattning redan i ett till två års ålder när man radat upp bilar i en lång rad, sen fortsätter det i förskolan där man räknar saker man ser. De får större och större taluppfattning. De arbetar mycket med övningar både i böcker och praktiskt med att storleksordna tal, vilket är störst/minst och vad kommer före/efter. "Det är jätteviktigt med talraden, att man kan den, att man känner sig säker på den när man skall räkna högre tal". Läraren säger att det finns olika delar i taluppfattningen så som ramsräkna, koppla siffran till föremål, räkna utspridda föremål för att sen lägga ihop det till en hög och räkna och att se att det är samma antal oavsett storlek på sakerna. Även att använda tärningar är en viktig del i

taluppfattningen, barnen skall kunna se vad det är för siffra utan att behöva räkna prickarna. Om de sedan skall räkna ihop två tärningar är det olika om de behöver börja på 1 eller 6 för att räkna vidare. I ettan fokuserar de på att arbeta mycket med tiokamraterna men även med de övriga kamraterna under tio.

De största problemen som Cecilia har upplevt är när eleverna arbetar med tio- och hundratalsovergångarna. Hon anser också att matteböckerna är för omfattande. ”man kan hoppa över vissa saker i boken men det känns ju inte tillfredställande vare sig barnen, föräldrarna eller läraren...”. Det hade varit bra om grunderna fanns i matteboken så man kunde utgå från det men sen arbeta mer praktiskt.

Hon säger sig aldrig stött på någon personlig talrad men anser att vissa siffror är lite svåra som 14 och 18 eftersom namnet inte säger vad det är för siffra. ”Man tränar ju väldigt mycket på talraden i förskolan och i skolan”.

Spegelvända siffror är däremot väldigt vanligt framför allt 3,6, och 9. Hon tror att det är en mognadssak, så i början rättas inte det så mycket. Det är först i tvåan som de får titta efter vilket tal de skrivit.

Omkastning av siffror sker ibland och då är de inte säkra på talraden. Detta måste uppmärksammas och tränas på genom att fråga: hur tänkte du?

Sammanlänkande struktur inträffar oftast med tal över hundra. Då får man arbeta med hundratal, tiotal och ental. Det är viktigt att eleverna förstår vilka siffror det skall vara i talet och vilken betydelse siffran har. De tränar ofta positionssystemet både praktiskt och i böckerna.

5.3.4 Informant 4 – Doris

Doris menar att de allra flesta barn har en väldigt bra taluppfattning när hon möter dem i årskurs ett. För henne innebär taluppfattning att kunna se en grupp med saker, ett antal, sätta in talet i talraden och veta vad som kommer före respektive efter, och att ha en tanke om hur många fem är utan att behöva kontrollräkna. Hon fortsätter arbeta med taluppfattningen utifrån var eleverna befinner sig genom att till exempel spela matte-memory och tärningsspel. De allra flesta barn som har spelat spel hemma kan se talbilden och förstå innebörden. ”...jag tycker för dom allra flesta elever går det liksom av sig själv, de ser att de får aha-upplevelser...”. Tärningsspelet gör att man gör många olika räkneoperationer utan att man tänker på det, dessutom slipper man att skriva. På detta sätt lär sig barnen att se mönster för att de ska slippa kontrollräkna hela tiden.

De har ganska mycket utematte där de plockar kottar och stenar som de räknar och grupperar, de lägger ut siffror på backen och lägger dit lika många saker som siffrans värde. Genom lek och rörelse och koppla det till hur siffran ser ut arbetar de med elevernas taluppfattning, till exempel kan läraren sätta en klädnypon i nacken på eleverna, så skall de ta reda på viken siffra de har fått. Det gör de genom att fråga sina klasskompisar, har jag en femma? Nej, högre/lägre? Och så vidare. Genom att ringa in vilket tal eleven har i nacken får eleven större förståelse för talraden och även begreppen större/mindre och högre/lägre. ”Det blir egentligen fördjupad repetition på det de har jobbat mycket med i förskoleklassen.”

Det största problemet är när barnen inte förstår sambandet mellan siffran och antalet. Läraren tror då att problemet kan vara att man går för snabbt fram. Det är då viktigt att man backar tillbaka så att även de elever som inte är med får en bra grund att stå på. För att veta att eleverna har tillägnat sig förståelse för talbegreppet ser läraren på hur snabbt det går att räkna, om eleven har förståelse för hur många exempelvis siffran fem står för och om de behöver hjälpmedel så som fingrar vid uträkningar. Har eleverna slutat att använda hjälpmaterial som till exempel fingrarna anser läraren att de har fördjupat sin taluppfattning. Det material som läraren använder är mest matteboken men hon anser att lärarna på skolan aldrig blir helt nöjda med den och byter därför ”stup i kvarten”. Hon säger att ”det är så mycket i alla matteböcker och för vissa elever blir det liksom kaos när man inte räknar varje sida...”.

Hon lägger stor vikt vid att kolla upp hur eleverna ligger till i sin taluppfattning och det gör hon genom olika tester. Eleverna har just nu läxa på lilla additionstabellen eller subtraktionstabellen. Detta testas sedan av i klassrummet på tid. Hon nämner även de nationella proven i trean och menar att det kan bli utslagsgivande för många. ”Har man tappat redan under siffran 10 då är det ju tack och adjö då liksom”.

Första veckan i ettan kollar specialpedagogen av hur långt alla eleverna kan ramsräkna. Då är det alltid några barn som inte kan räkna längre än till max 30. När talraden inte räcker till har eleverna heller inget begrepp om att det är ett återkommande mönster 10,20,30 och så vidare

Spegelvända siffror är något som läraren inte anser vara ett problem. Dock försöker hon påpeka för eleverna hur siffran skall se ut. Hon är mer petig med siffrorna än med bokstäverna för att det inte skall bli en reversering. Hon säger att ”skriver man siffran baklänges så skriver man plötsligt hela talet baklänges”.

Sammanlänkande struktur är något som läraren inte har stött på. Hon menar att ”det nog är en tanke innan du lär dig sammanhanget och mönstret...”.

5.3.5 Informant 5 - Erica

Erica säger att förr eller senare, oftast från att de är riktigt små, börjar barn räkna saker de ser, i pekböcker t.ex. Det är en period som inträffar olika tidigt för barn när de bara räknar och räknar. För en del barn går det fort att lära sig att räknandet och föremålen ska stämma överrens och för andra är det inte så lätt och det tar längre tid.

I förskoleklass eller i början av ettan lär sig många barn att när man slår två tärningar så behöver man inte räkna alla prickarna från början. Låt säga att de får en 6:a och en 3:a så inser de att de kan utgå från 6:an och räkna uppåt 7,8,9. Ericas erfarenhet är att barn får större möjlighet att skaffa sig en bra taluppfattning när de får ta, känna och klämma på saker och att montessoripedagogiken bygger på att man ska uppleva med sin kropp och erfara med alla sina sinnen. De laborerar mycket med material, klappar, stampar, sjunger, leker lekar, spelar spel. ”ju mer man kan få in gymnasistiska övningar desto bättre... det är liksom grunden, så fort man ska öva någonting så där så ska man ju fundera själv hur man kan använda kroppens alla sinnen till att få in det.” Hon skiljer på taluppfattning och antalsuppfattning och när de ska jobba med antalsuppfattning använder hon sig av ”tusen-kuben” och ”hundraplattor”.

De flesta barnen kan man hjälpa att utveckla taluppfattningen genom att låta dem känna och uppleva med hela kroppen men några gånger har hon stött på elever som bara har en taluppfattning upp till 3 och då drar läraren parallellen mellan att inte kunna se mönstret på t.ex. en tärning och att inte kunna lära sig ordbilder. Detta kan vara eleven har dyslexi/dyskalkyli.

Erica påpekar att det är viktigt att kolla att de kan räkna en sak i taget.(ett-till-ett principen) och att en stor del av taluppfattningen har med mönster att göra, att man ska kunna se och uppfatta mönster. Det tränar de mycket genom att göra olika praktiska moment, som att göra mönster med pärlor på halsband och ljudmönster med trumma och kropp. När läraren själv ska definiera taluppfattning nämner hon antalsuppfattning och i ett vidare perspektiv att man har koll på positionssystemet.

De jobbar med ramsräkning på så sätt att de "ramsar" den i olika takter eller med melodi samtidigt som man visar på talraden de har uppsatt i klassrummet.

Upp till tio brukar det inte vara några problem vare sig med ramsräkningen eller innebörden av talen men efter tio kan det vara en del barn som hoppar över något tal. Hon påpekar att "så länge de inte har en antalsuppfattning så är det väl lätt att hoppa över, det hänger ju ihop..."

Spiegelvända siffror är väldigt vanligt, speciellt 3:an och hon ser det som en mognadssak och inget större problem. "...av en underlig anledning brukar det räta ut sig själv" men förr eller senare får man uppmärksamma barnen på det så att det inte blir för svårt att rätta till sedan.

Om eleverna kastar om siffrorna i tal, s.k. reversering, arbetar de extra med "tusenkuberna" och att "lägga talen" (material där man lägger sifferbrickor på rätt sätt för att träna platsvärdet) för reversering beror på att man inte har positionssystemet klart för sig eller eventuellt att de ser positionssystemet spegelvänt. De kanske inte har höger och vänster klart för sig heller. Även vid sammanlänkande struktur är det bristande förtrogenhet i positionssystemet.

Hon anser att "man klarar inte av att göra någonting abstrakt om man inte har fått göra det konkret först..." och att barnen känner själva när de inte behöver använda sig av konkretiserande material längre. Det tar olika lång tid för alla och "en del får ju sitta med material livet ut för att få det att gå ihop och funka".

5.3.6 Informant 6 - Fia

Från början har barn ingen taluppfattning utan det måste man träna dem i. Det gör man genom att de arbetar laborativt med händerna. Det är inget man kan sitta och titta i en bok utan det behövs mycket samtal och visuellt stöd. Samtalen skall generera strategier för hur man kan dela upp tal. Taluppfattning innebär att man har förståelse för talens uppbyggnad att man kan dela upp talet 7 på en mängd olika sätt, att förstå att addition och subtraktion hänger ihop och positionssystemet "att man förstår vad ental är å tiotal, hundratal och tusental och kan laborera med talen". Det är viktigt att barnen själva får tala om hur de tänker oavsett om de har tänkt rätt eller fel. Hon brukar prata om tre vägar, en som ser ut som en jätte slalom bana, det är ett-till-ett räkningen. Man kommer dit man skall så småningom men det är väldigt tidkrävande och inte så säker. Sen finns det den som bara är lite kurvig och sen den helt spikraka där man snabbt och lätt förstår hur man skall tänka och lösa det. "Å vi skall ju alltid sträva mot att ta den här motorvägen".

Problem som kan uppstå är att barnen inte kommer ur ett-till-ett räkningen och att de inte förstår positionssystemet med ental och tiotal. Hon tycker att det är viktigt att automatisera lilla additionstabellen men det får inte göras som en ramsa. Hon arbetar med att ge barnen tankestrategier dom hoppa ett steg, hoppa två steg alltså grannen och grannens granne. De använder en dubbla som de redan kan som $4+4=8$. Vad är då $4+5$? 9 Varför då? För det har kommit till en. Vid tal som $5+3$ använder de klossar för att synliggöra hur man kan tänka, de har dubblan $4+4$ och tar en kloss från ena högen och lägger i den andra, då blir det 5 i ena och 3 i andra, hur många är de tillsammans?

Montessori har väldigt mycket praktiskt material så som hundraplattor och tusen kub, tärningsspel och siffror gjorda i sandpapper. De använder även matteböcker vilket de inte gör på alla Montessoriskolor.

De arbetar inom ett specifikt talområde exempelvis 0-20 med hjälp av tabellträningkort när de känner sig klara förhör läraren eleven. Är det större tal pratar de om positionssystemet och dess betydelse.

Den personliga talraden arbetar de med praktiskt genom att kombinera ett antal med en siffra eller rim och ramsor för att sen så småningom gå över till att skriva och rabbla det framlänges och baklänges. ”...det är helt nödvändigt att den sitter innan man kan gå vidare med nått annat”.

Spiegelvända siffror är något som kan sitta i ganska länge, ända upp i trean. Läraren ställer sig frågan om de kanske har dyslektiska bekymmer eller om det bara är en omognad. Hon menar att om man har större problem än omognad då skall man inte lägga kraft och energi på att siffran alltid måste vara rättvänd, ”det tar ju kraft från matematiken”. Om eleven har förstått vad den skall göra och tänkt rätt kan man avlasta genom att inte påpeka för mycket.

Reversering är något som hon anser är mer vanligt hos barn med dyslektiska drag eller specifika räkne- och skrivsvårigheter (dyskalkyli). Det innebär att de vänder ofta 17 till 71 inte bara spegelvänder siffror utan de byter plats också. Detta anser hon vara lite bekymmersamt för eleverna.

Med sammanlänkande struktur säger hon att de inte har förstått positionssystemet med tiotal och ental vilket gör att man får arbeta extra mycket med det. Även här har vi ett bra material som vi arbetar med.

5.3.7 Informant 7 - Gullan

Gullan säger att barnen har med sig mycket från förskola och dagmamma när de kommer till förskoleklassen. De är bland annat väldigt bra på att dela lika. De vet att har de fyra stycken av någonting och ska dela det med en kompis så får man två var. Talkamraterna jobbar de mycket med och det kan vara svårt för en del barn att släppa tänket att det ska vara lika.

Hon jobbar mycket med att försöka ge dem räknesätt som underlättar för dem, det är viktigt redan i den här åldern säger hon, för det behövs när man sedan kommer in på tiotal och hundratal osv. ”det man för in då är ju strategier, kunna tiokompisarna, kunna talkamraterna...för då kan du dela upp talet, och dubblorna för att då ha strategier...” Hon låter dem också bli vana vid att förklara och sätta ord på hur de kommer fram till svaren. Dels

för kamraterna och för henne själv. Hon använder sig av deras tänk för att kunna möta dem där de befinner sig och för att kunna erbjuda dem valmöjligheter på olika strategier. "Vilket passar dig bäst?" Det är viktigt med "matteintervjuer" för även om det går fort fram för en elev i matteboken så kan det visa sig att räknar med hjälp av strategier som inte håller i längden, exempelvis snabb fingerräkning. "Matteintervjun" går till så att de får en uppgift som t.ex. $2+7$ och så frågar läraren hur tänker du när du räknar ut det här talet? Även öppna utsagor tycker hon är givande. I de mötena är det lätt för läraren att se om de har förstått eller inte. Variationen på arbetssätt och material är jätteviktig för att kunna tillämpa räknandet i olika situationer och inte bara känna sig trygg i matteboken. Hon anser att eleverna ofta behöver konkret material och att räkna på fingrarna i början för ha någonting att hänga upp räknandet på. Det är nödvändigt men så fort eleven fått grepp om det och kommit på lite olika strategier ska det inte fortsätta användas.

Leker sig fram till automatisering av tiokompisar och andra talkompisar under tio. Utematte, olika spel och lekar. Det är utvecklande och även lätt för läraren att observera hur de ligger till i utvecklingen av taluppfattningen under sådana arbetssätt. Exempelvis när de slår två tärningar och de får 3 och 5 så kan hon titta på om de räknar från början 1,2,3,4,5,6,7,8 eller från delen eller om de har förstått att $3+5$ är talkompisar till 8:an. När Gullan ska definiera taluppfattning nämner hon uppdelningen av ett tal, vad ett tal består av, mängden i ett tal, får man talet 10 ska man kunna lägga upp så många föremål. Även platsvärdet på siffran, de ska ha klart för sig ental och tiotal osv. "Det är väldigt viktiga baskunskaper". Från ramsräkningen som många har med sig från förskolan är det oftast ett ganska lätt steg över till att de vet hur många exempelvis 10 är "de lär sig ganska fort, och du vet man börjar att dela upp: här får du två och jag två för det är ju fyra. Då har man kommit över den där ramsräkningen, då vet man just det talet..." Om en elev inte har koll på talraden har de bristande taluppfattning. De ska veta talens grannar och kunna räkna fram och baklänges åtminstone upp till 20 i ettan. Men gärna högre tal, om läraren börjar på 59 ska de kunna fortsätta räkna uppåt därifrån.

När eleverna skriver spegelvända siffror när de arbetar med matematik bryr hon sig inte om att rätta, "då blir det ju viktigt hur siffran ser ut och det är ju inte det man vill sätta fokus på när man räknar med matematik, hur den där 4:an ser ut". Men däremot tar hon vid andra tillfällen fram ett papper och ber dem skrivträna siffrorna sitt allra finaste för man bör inte låta det vara helt och vänta för länge för då blir det en dålig vana. Däremot påpekar hon direkt om de gör en reversering, om de skriver 51 istället för 15, för det är av betydelseskilnad och är något helt annat än en spegelvänd 4:a. De jobbar kontinuerlig med platsvärdet för det är en så stor del av taluppfattningen och väldigt viktigt. Bland annat genom glasspinneövningen, där de lägger en glasspinne i en skål för varje dag, när det har fått ihop tio stycken buntar de ihop dem och lägger i en ny skål, när de fått ihop tio stycken buntar med tio i buntas de ihop och läggs i en ny burk.

5.3.8 Informant 8 - Hedda

Elever utvecklar sin taluppfattning genom att vara med i det vardagliga, prata matematik, vara kreativa, i leken och givetvis i den vanliga undervisningen. Hon försöker varva matteboken, den traditionella undervisningen med det kreativa, praktisk matte. Detta gör vi genom bakning, mattespel och utematte. Ute plockar vi kottar och stenar som vi räknar och lägger i högar. Vi gör även olika sorters mattelekar till exempel turordnings lekar och grupperings lekar.

När Hedda tänker på taluppfattning är det främst att de yngre barnen skall lära sig talraden och sedan vad en siffra står för. ”Förstå det skrivna i praktiken”. Det största problemet hon kan se är att de inte förstår just detta, vad den skrivna siffran står för i verkligheten. Detta tränar vi på genom stimulans på ett konkret sätt. Övergången från det konkreta till det abstrakta kommer oftast av sig själv. Om det inte kommer av sig själv får man träna lite extra med

Oftast har barnen en personlig talrad när de kommer men det är inget att stressa upp sig för när de är så här små. Om man märker påtagliga svårigheter med talraden får man kolla upp det lite mer på djupet. Vi tränar detta med hela gruppen både i matteboken och i vår lekhall.

Hon tycker inte att man skall kommentera att barnen skriver spegelvända siffror utan får de träna löser eleverna det så småningom. Man ser tydligt vilka siffror de vänder på. Ju äldre de blir desto mer får man ta tag i det och nöta in det, med hjälp av olika material som till exempel brickor med sandpapperssiffror, som de använder för att spåra siffran. Skrivträna ingår redan i det redan befintliga arbetsschemat vilket gör att vi försöker hitta andra strategier för att få in det.

Jag har inte stött på några problem med reversering som hållit i sig men även där skall man inte kommentera för mycket utan själv gå in och visa hur det skall vara. Detta tränar vi korta stunder i helklass så att man inte pekar ut de barn som har problem. Vi skriver på tavlan ett tal och frågar: vad står det?

Den sammanlänkande strukturen börjar vi arbeta med tidigt här på denna Montessoriskolan genom att arbeta med positionssystemet. Detta brukar vi träna när vi har en stund över till exempel fem minuter innan maten eller rasten. För att konkretisera detta använder vi oss av vårt pärlmaterial. När de vet vad tio är och en hundraplatta och tusenplatta kan man lägga siffror under så att de får se det tydligt skrivet också.

6. Diskussion

I detta avsnitt diskuteras resultatet från våra intervjuer i relation till varandra och till tidigare forskning. Syftet med vår studie var att se på variationen av olika lärares uppfattningar om elevers tidiga utveckling av sin taluppfattning. Lärarna ser på elevernas utveckling av taluppfattning utifrån tre olika sätt som vi har benämnt som huvudkategorier. Den variation vi fann i de olika informanternas uppfattningar redogörs för med hjälp utav underkategorierna.

6.1 Huvudresultat

Då Fuson (1992) i sina studier visar på att barns utveckling av talbegrepp och deras växande taluppfattning har ett sekventiellt förlopp bör det rimligtvis vara så att lärarnas uppfattningar ska överrensstämma med det för att elevernas utveckling inom ämnet ska fortlöpa på ett smidigt sätt och att inte viktiga bitar ska bortses ifrån. I vår undersökning visade det sig för det första att de flesta informanterna redovisade för en mer komponentbetonad uppfattning. Som vi tidigare beskrivit står det för att man ser utvecklingen av taluppfattningen bestående av olika komponenter som inte nödvändigtvis behöver komma i en viss ordning. Utifrån detta synsätt kan vi se en eventuell problematik med att risken ökar att eleverna inte utvecklar en tillräckligt komplex och sammanhängande taluppfattning. Detta kan orsaka stora problem som eventuellt inte upptäcks förrän senare i skolgången enligt forskning gjord av TIMSS (2007, Bentley, 2008b). För det andra visade det sig att hälften av informanterna redogjorde för en uppfattning som genomsyrades av vikten av konkretisering där det i vissa fall inte fanns med andra aspekter och dimensioner av elevernas utvecklande av taluppfattningen. Vi hävdar, grundat på ovan nämnda abstraktionsprincip, att vid allt för mycket konkretion finns det risk för att eleverna stannar kvar i ett adjektivt synsätt kring talens roll då överanvändning av att konkretisera matematikens begrepp kan försvåra processen mot att få full förståelse för abstraktionen inom ämnet. Det är av största vikt då "[a]ll matematik innehåller någon form av abstraktion" (Kursplanen i matematik, 2000, s. 27). Det bör påpekas att det är överdriven konkretion som kritiserats och kan bli ett problem. Vi vill poängtera att viss konkretion är ett måste för att förstå. "Yngre elever lär sig genom att först göra, sedan veta och slutligen förstå vad och hur de har lärt sig" (Skolverket, 2001-2002, s. 9). Utifrån svaren på den öppna frågan tolkar vi det som att vissa informanter har drag av en sekventiell uppfattning. I svaren finns det en progression på hur barnen lär sig och utvecklar taluppfattning som stämmer överrens med Fusons beskrivning (1992, s.141). Att vi uttrycker det som att uppfattningarna bara har drag av sekventiell uppfattning är för att de beskriver vissa komponenter som följer i rätt ordning men samtidigt tar de inte upp alla viktiga komponenter som behövs vid utvecklandet av en god taluppfattning.

En anledning som vi kan se till att så många uppfattningar speglar en komponentbaserad syn kan vara att när vi kommer ut för att genomföra intervjuerna med lärarna är de så fokuserade på just det de håller på med för stunden att det är det som tas upp först. De verkar inte reflektera över vad som kommer före och efter i utvecklingen på ett djupare sätt. Vi är fullt medvetna om att det kan vara så att deras svar och vår tolkning av deras svar inte nödvändigtvis behöver redogöra för hela deras uppfattning. En annan anledning kan vara att lärarna är ovana vid att behöva sätta ord på och förklara på ett ingående sätt hur de tänker kring hur eleverna utvecklar sin taluppfattning. Något vi finner mycket intressant är att av åtta stycken intervjuer fick vi fram sju stycken konstellationer. Det kan bero på att alla lärare har utbildningar från olika perioder vilket kan innebära att innehållet i utbildningen har varierat

mycket. Kunskapen hos lärarna kan då omöjligt bli likartad. Trots alla variationer kan vi inte se att lärarna har en fullt utvecklad förståelse för hur barn utvecklar sin taluppfattning.

6.2 Konkretion och abstraktion

Alla lärarna i vår undersökning ser nyttan med konkretisering dock på olika sätt. Den ena uppfattningen är att det ses som en ständigt pågående arbetsmetod och den andra uppfattningen är att det ses som ett hjälpmedel för att visualisera och förklara nya moment, därefter ska det bort.

Den första uppfattningen speglar ett synsätt där konkretionen är vägen till förståelse och allt inom matematiken bör konkretiseras. Det blir en arbetsmetod som genomsyrar allt inom matematikundervisningen. Övergången från det konkreta till det abstrakta tänkandet tenderar att ses som något som kommer av sig själv. Lärarna anser det vara en mognads sak och stöttar eleven i utvecklingsprocessen genom att laborera och konkretisera än mer. Under intervjuerna framgår det att de lärare som ingår i kategorin konkretiserande ser på matematikundervisningen som å ena sidan innehåller den traditionella undervisningsmetoden med matematikboken i fokus och å andra sidan den kreativa och konkretiserande undervisningsmetoden. Vår tolkning av detta sätt att beskriva undervisningen är då att de blir motpoler till varandra och inte kompletterande arbetssätt.

Ett argument för nyttan med att arbeta ständigt konkretiserande är att läraren ser tydligt att eleverna har förstått det de arbetar med. Då informanterna arbetar i de lägre åldrarna kanske detta kan gälla för stunden men eftersom matematiken blir mer och mer abstrakt kan det vara svårt att fortsätta konkretisera på samma sätt. Om elevernas sätt att förstå matematiken ligger på ett alltför konkret plan kan det vara svårare för dem att ta till sig det mer abstraherande arbetssättet senare i skolan. Som beskrivs ovan i forskningsgenomgången är det så att konkret och laborativt arbetssätt inte nödvändigtvis resulterar i djupare förståelse, nya tankeformer och att kunna se det abstrakta i matematiken. Utifrån vårt sätt att tolka informanterna i fråga framhölls konkretiserande material mer som en lösning än utarbetande av nya tankeformer.

Den andra uppfattningen angående konkretiseringen är att konkretiseringen är nödvändig vid många moment men det används då till en början för att eleven ska ha något att hänga upp kunskapen och räknandet på. Det anses att konkretiseringen är en väg in i förståelse för taluppfattning och dess abstrakta karaktär men det poängteras på ett tydligt sätt att när eleven väl fått förståelse för momentet skall det konkretiserande materialet inte fortsätta användas. Det konkretiserande materialet används vid genomgång för att kunna visa på de strategier som eleverna kan använda sig av. Inom denna uppfattning anses det för det första att fortsätter eleven med konkretiserande material blir det bara ett mekaniskt räknande utan förståelse. För det andra anses det kunna bli en dålig vana som eleven tar till även när det inte behövs och då får eleven inte möjlighet att utveckla abstraktionstänkandet.

Montessoripedagogiken är känd för sitt konkretiserande material men enligt Maria Montessori är det filosofin som är av störst betydelse. Metodens grundläggande princip är att skapa gynnsamma förhållanden för barnets utveckling (Signert, 2000, s.119-120). Vi tolkar det som att uppfattningen som ligger till grund för huvudkategorin konkretion speglar en inställning som inte nödvändigtvis har att göra med i vilken verksamhet man befinner sig i utan representerar ett synsätt som i vissa fall gjort att man sökt sig till en viss verksamhet. Gemensamt för informanterna som delar den här uppfattningen är att tyngdpunkten läggs vid

konkretion, laborering och att uppleva med alla sina sinnen och att det ses som den bästa vägen till barns lärande. Vi anser att uppfattningen snarare speglar en övertro på materialet.

Det är idag en självklarhet för alla lärare att individanpassa undervisningen eftersom de följer läroplanen som säger att "[u]ndervisningen skall anpassas till varje elevs förutsättningar och behov"(Lärarnas handbok, Lpo94, s.10). Det finns individer som behöver mycket konkretiserande material under sin matematikinläring för att förstå men på samma gång finns det rimligtvis elever som man inte når på detta vis. Vi ställer oss då frågan att om man ser på konkretionen som den enda vägen och nyckeln till alla elevers förståelse ser man då till varje individ?

6.3 Lärarens roll

Löwing och Kilborn (2002) anser att lärarnas matematikkunskaper bör sträcka sig mycket längre än det aktuella stadium de undervisar i. Om lärarens kunskaper inte är tillräckligt djupa och förankrade både vad det gäller teori och didaktik är det risk att de inte kan utveckla matematikundervisningen och låser sig vid det läromedel som finns tillgängligt. Även TIMSS (2007) talar om läromedlet men då menar de att läromedlet förklarar generellt sett inte på ett tillräckligt utförligt sätt (Bentley, 2008b, s.138). Läromedlen var ett återkommande problem som informanterna tog upp. I flera fall antydde de en ängslan för att inte följa läromedlet, det kunde inte riktigt motivera för berörda personer om de ville hoppa över sidor eller moment. Läromedlen kunde också ses som en trygg mall att följa, ett sätt att bocka av moment och veta i vilken ordning momenten skulle tas upp. En anledning till att de känner på detta sätt tror vi kan vara att de inte har tillräckliga kunskaper inom ämnet och att det inte är medvetna om att deras kunskaper bör vara på en mer avancerad nivå än just det som lärs ut i den klass de är i. Med andra ord bör de ha en förståelse för det som kommer senare i högre klasser och djupare kunskaper om teorin bakom det som lärs ut. Vidare tror vi att om lärarna har djupare kunskaper inom ämnet har de större möjligheter att känna sig säkra på sin sak och i och med det kommer läraren att bli mer fri från läromedlet.

Det finns ett tydligt samband mellan god språkbehärskning och matematisk förståelse då skolverkets nationella kvalitetsgranskning påpekar att det är viktigt att samtal om matematik för att språket hjälper eleverna att utveckla matematiska begrepp (Skolverket 2001-2002, s.44). Även TIMSS (2007) påpekar att gemensamma diskussioner i klassen som är lärarledda är viktigt för att eleven skall ha möjlighet att utveckla sina uppfattningar och bekräfta de riktiga uppfattningarna (Bentley, 2008b, s.138). Flertalet lärare uttrycker att de använder sig mycket utav samtal och matematikdiskussioner. De använder sig av frågor som: hur tänker du? Lärarna menar att de vill tillsammans med eleverna sätta ord på deras "mattetänk". Genom matteprat och diskussioner kring strategier och så vidare hävdar vi att informanterna arbetar för att få en förståelse för om hur eleverna tänker. Det är ett bra steg mot att kunna korrigera elevers eventuella missuppfattningar gällande talbegreppet och felanvändningar av strategier. Det visade sig nämligen i TIMSS (2007) att felberäkningarna är genomtänkta strategier som grundar sig i en ofullständig förståelse av begrepp (Bentley, 2008b, s. 128).

6.4 Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

För att undvika brister i reliabiliteten har vi både spelat in och fört anteckningar under intervjuerna med lärarna som vi sedan transkriberat ordagrant. Vi har gjort alla intervjuer på lärarnas arbetsplatser och genom intervjun har vi haft en neutral inställning för att inte värdera deras uppfattning och på så sätt påverka deras beskrivning. Frågorna vi har använt oss utav har varit öppna för att ge informanterna möjlighet att beskriva sina uppfattningar och hur de tänker helt fritt. Det har gett oss möjlighet att fånga in deras olika synsätt på ett trovärdigt sätt.

Vi har svarat upp för fenomenografins krav på validitet genom att analysera varje informants uppfattningar gentemot våra generella beskrivningskategorier. Dessa beskrivningskategorier fick vi fram genom att först analysera hela gruppens svar. Vi ville se på lärares olika uppfattningar om elevers utveckling av taluppfattning och genom informanternas svar har vi kunnat finna en stor bredd av olika synsätt som svarar på hur de ser på elevers utveckling av taluppfattning.

För att kunna generalisera ett fenomenografiskt resultat är urvalet viktigt. Det krävs att man gör en teoretisk sampling och att man kommer fram till en teoretisk mättnad. Vårt urval bestod utav informanter med olika åldrar, bakgrund och utbildning, bland annat valdes lärare verksamma inom Montessoripedagogiken för att ge ännu en variation till studien. Vi anser att vårt resultat blev en aning spretigt vilket eventuellt skulle kunna visa sig att dessa sju konstellationer vi fick fram skulle återfinnas om man intervjuat ett större antal lärare. Med de svar vi fick fram har vi genom noggrann analys uppnått teoretisk mättnad. Inom fenomenografien skall variationen av kategorier man finner inom studien vara möjliga att hitta i den övriga befolkningen. Med endast åtta informanter anser vi det svårt att med säkerhet generalisera våra resultat på övriga lärare. Inom ramen för detta examensarbete var det ej möjligt att använda sig av fler informanter.

6.5 Relevans för läraryrket

Vi finner att resultatet av vår studie är av stor relevans då det kan visa på ett behov av att kartlägga lärares uppfattningar angående talutvecklingen. Detta för att i nästa steg tydligare kunna hitta var fallgroparna kan tänkas finnas i undervisningen som gör att eleverna visar på bristande kunskaper i matematik i de nationella och internationella testerna. En mer omfattande studie i samma stil som vår skulle kunna ligga till grund för att ändra kraven för matematikundervisningen inom lärarutbildningen. Vilket även skulle innefatta att redan verksamma lärare skulle vidareutbilda sig. Vi anser att de 15 poäng matematik som idag är lägsta krav för lärare i de lägre åldrarna inte är tillräckligt. Vi anser precis som Löwing och Kilborn (2002) att det är viktigt att läraren har mer kunskaper än det stadium de undervisar i (s.75).

6.6 Framtida forskning

Resultatet från vår undersökning visade på en bred variation av lärarnas uppfattningar kring hur barn utvecklar sin taluppfattning. Eftersom vi har svårt att generalisera utifrån vår studie skulle det vara intressant att fortsätta forska om hur lärare uppfattar samma fenomen. För att kunna säkerställa elevernas rättighet till lika utbildning kan det även vara intressant att forska om hur lärarna skulle kunna vidareutbilda sig inom ämnet.

Referenser

- Arfwedson, Gerd (1992). *Hur och när lär sig elever? En kritiskt kommenterad sammanfattning av kognitiva teorier kring elevers inläring*. Stockholm: HLS Förlag.
- Bentley, Per-Olof (2008a). *Mathematics Teachers and Their Conceptual Models. A new field of research*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Bentley, Per-Olof (2008b). *Svenska elevers matematikkunskaper i TIMSS 2007*. Skolverkets rapport nr 323.
- Esaiasson, P & M, Gilljam & Oscarsson, H & L, Wängnerud 2007, *Metodpraktikan*. Norstedts Juridik AB. Tredje upplagan.
- Fuson, K., C. (1992). Addition and Subtraction. In Grouws, D., A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillian Publishing Company.
- Hedlund, Nina (1995) *Följ barnet! frågor och svar om modern montessoripedagogik*. Solna: MacBook
- Lillard, Paula P (1980). *Montessoripedagogiken i vår tid*. Helsingborg: Schmidts Boktryckeri AB, Andra upplagan.
- Lärarens handbok (2005). Solna
- Löwing, M (2008). *Grundläggande aritmetik- matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur.
- Löwing, M & Kilborn, W (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur.
- Malmer, G (2002). *Bra matematik för alla*. Lund: Studentlitteratur. Andra upplagan.
- Montessori, Maria (1948/1998) *Upptäck barnet!* Jönköping: Seminarium Utbildning & Förlag AB.
- Signert, Kerstin. (2002). *Maria Montessori, Anteckningar ur ett liv*. Lund: Studentlitteratur
- Skolverket (2000). *Grundskolans kursplaner och betygskriterier 2000*. Västerås: Skolverket och Fritzes
- Skolverket (2001-2002). *Lusten att lära – med fokus på matematik*. Rapport nr 221.
- Svenska montessoriförbundet www.montessoriforbundet.se
- Skolverket (2010) *Matematiksatsningen*. <http://www.skolverket.se/sb/d/3341/a/20056100505>

Personlig kommunikation. Per-Olof Bentley (100512)

Bilaga 1 – Intervjufrågor

Inledande Intervjufrågor

Hur länge har du varit på den här skolan?

Hur länge har du jobbat som lärare?

Vad har du för utbildning?

Intervjufrågor till utbildade lärare:

1. Kan du berätta om dina erfarenheter om hur elever utvecklar sin taluppfattning?

(Kan du utveckla det? Kan du berätta mer?)

2. Vilka problem har du mött bland elever gällande deras taluppfattning?
3. Hur vet du att eleverna har tillägnat sig förståelse för talbegreppet?
4. Vilket material använder du? Vad finns det för fördelar respektive nackdelar med detta material?
5. Hur följer du upp elevernas utveckling gällande deras taluppfattning?
6. När bör eleverna i allmänhet ha god taluppfattning?
7. Definiera med egna ord vad taluppfattning står för.

Har du stött på problem med elevers:

- ✓ ”personliga talrad”? (ej automatiserat ordinarie talrad)
- ✓ Spegelvända siffror?
- ✓ Reversering? (omkastning av siffrorna i ett tal, 10-20 jämfört med 20-100)
- ✓ Sammanlänkande struktur? (27 blir 207)

Bilaga 2 : Bläddra

$$10 + 4 = 14$$

Ramen med talet är urklippt. Det finns en streckad linje på var sida om plustecknet för att visa var man skall vika. Entalet, i detta fall fyran, viks och läggs över nollan i tian. För att tydliggöra vad fjorton är.