



GÖTEBORGS UNIVERSITET

**Likheter och skillnader mellan två lärares
matematikundervisning om ental och tiotal inom ramen för
årskurs två i Sverige och Libanon**

Lamis Daher och Hiam Jacoub

Inriktning/specialisering: LAU390/370

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Madeleine Löwing

Rapportnummer: Ht-2611-015

Förord

Under arbetets gång har vi stött på såväl svårigheter samt höjdpunkter. De två månaders arbete har varit en lärorik, en intensiv och stressig tid men vi är glada att arbetet är färdigt till slut.

Vi vill tacka alla ni som stått ut oss, alla deltagande lärare och elever både i Libanon och i Sverige. Samt vill vi tacka vår handledare Johan Häggström vid institutionen för didaktik och pedagogisk profession matematikdidaktik för all hjälp. Sist men inte minst vill vi tacka varandra och våra familjer för ett gott samarbete!

Göteborg, december 2010

Lamis Daher och Hiam Jacoub

Abstract

Titel: Likheter och skillnader mellan två lärares matematikundervisning om ental och tiotal inom ramen för årskurs två i Sverige och Libanon

Författare: Lamis Daher och Hiam Jacoub.

Termin och år: Hösttermin 2010.

Rapport nummer: Ht-2611-015

Institution: Institutionen för didaktik och pedagogisk profession matematikdidaktik/HM

Handledare: Johan Häggström

Examinator: Madeleine Löwing

Nyckelord: matematik, lektion, lärare, taluppfattning (ental, tiotal), additionsstrategier, variationsteori, jämförelse (likheter och skillnader).

Vi har valt att analysera två lektioner om ental och tiotal i årskurs 2 i matematikundervisning mellan två länder, Libanon och Sverige. Vårt syfte är att få en inblick i likheter och skillnader i ett visst moment matematikundervisning i respektive länder. Det gör vi genom att jämföra hur två lärare i Sverige respektive Libanon undervisar i matematik, specifikt om ental och tiotal. Med detta i åtanke kommer vi att ställa följande frågor:

- Vad menar lärarna är viktigt för elevernas lärande av matematik, i allmänhet och specifikt beträffande ental och tiotal?
- Hur hanterar de lektionens innehåll och tydliggör det som de anser viktigt?
- Vilka likheter och skillnader finns det mellan de två lektionerna?
- Vilka likheter och skillnader finns det mellan lärarnas sätt att se på undervisning?

Undersökningen grundas på en kvalitativ jämförande studie av lektioner och lärarintervjuer både innan lektionen samt efteråt. Av de viktigaste svaren som vi har fått från den svenska läraren är att eleverna ska ha roligt i matte för att få lust att lära sig genom en variation av olika arbetssätt, till exempel praktiska övningar och matematiska samtal. Den libanesiska läraren påpekar vikten av att kunna räkna i årskurs 1 och 2 som en viktig del av matematikundervisning och är grunden till allt lärande.

I intervjuernas och lektionernas analyser har vi kommit fram till att lärarna har vissa likheter samt vissa skillnader på synen till matematiken samt lektionernas genomförande. Men båda lärarna varierar på innehållsmässigt för att utveckla och tydliggöra elevernas taluppfattning. Dessutom de planerar och genomför lektionerna utifrån Sveriges och Libanons läroplaner och väcker elevernas intresse i matematik genom att testa på de olika additionsstrategierna. Vi upplever att vi har uppnått vårt syfte med en utmaning av två olika undervisningskulturer samt ser vi att oavsett lärarnas kulturella bakgrund är den goda taluppfattningen grunden till lärande i matematikundervisningen. En sådan studie hjälper oss att reflektera vidare i framtiden för att bemöta eleverna i det mångkulturella samhället vi lever i.

Innehållsförteckning

1. Inledning	5
1.1. Bakgrund	6
1.2. Sverige	6
1.3. Libanon	7
2. Syfte och problemformulering	7
3. Teoretisk anknytning	8
3.1. Vad menas med taluppfattning	8
3.1.1. Definition av taluppfattning	8
3.1.2. Taluppfattning och number sense	8
3.1.3. Taluppfattning	9
3.1.4. Number sense/taluppfattning	10
3.1.5. Olika matematiska uppfattningar	11
3.2. Vad är viktigt att kunna ental och tiotal	12
3.2.1. Computational Estimation/Uppfattning av uträkning	12
3.2.2. Numerosity Estimation/Uppfattning av antal	12
3.2.3. Lärarens roll till att utveckla taluppfattning	13
3.3. Carpenter och Mosers additionsstrategier	14
3.4. Klassrumsstudier med hjälp av variationsteori	15
3.5. Lärarens påverkan och medvetenhet i undervisningen	16
3.6. Variationsteorin	17
3.7. Forskning om matematik undervisning	18
4. Design, metoder och tillvägagångssätt	21
4.1. Urval och beskrivning av undersökningsgrupp	21
4.2. Etiska överväganden	21
4.3. Videofilm, observation, loggbok, intervju	22
4.4. Struktur på intervjun	23
4.5. Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet	23
5. Resultatredovisning	25
5.1. Lärarintervjuer Sverige (före och efter)	25
5.1.1. Om matematik i allmänhet	25
5.1.2. Om ental och tiotal lektionen	26
5.1.3. Lärarens kommentar efter lektionen	27
5.2. Lärarintervjuer Libanon (före och efter)	27
5.2.1. Om matematik i allmänhet	27
5.2.2. Om ental och tiotal lektionen	28
5.2.3. Lärarens kommentar efter lektionen	29
5.3. Lektioner (Sverige/Libanon)	30
5.3.1. Lektionen i Sverige	30
5.3.2. Lektion i Libanon	35
6. Resultatet i relation till tidigare forskning	40
6.1. Vad menar lärarna är viktigt för elevernas lärande av matematik, i allmänhet och specifikt beträffande ental och tiotal?	40

6.1.1. Syftet med matematik i allmänhet och specifikt om ental och tiotal.....	40
6.1.2. Lärobok/Läroplan	40
6.1.3. Laborativ matematik	41
6.2. Vad säger läraren innan lektionen och vad händer på lektionerna?	42
6.2.1. Enskilt/grupparbete	42
6.2.2. Laborativt material	42
6.2.3. Variationsmönster	43
6.2.4. Talens grannar	44
6.2.5. Addition och subtraktion strategier	44
6.2.6. Kommutativa lagen	45
6.2.7. Elever med olika nivåer	45
6.2.8. Lärarens reflektion	45
7. Diskussion	47
7.1. Vilka likheter och skillnader finns mellan lärarnas syn på matematik och lektionerna?.....	47
7.1.1. Jämförelse mellan lärarnas syn om matematik	47
7.1.2. Jämförelse mellan lektionerna	48
8. Slutsats.....	49
9. Framtida forskningen.....	49

Referenslitteratur

Bilaga 1: Intervjufrågor till lärare

1. Inledning

Eleverna är ute på skolgården. Några pratar med varandra och några skrattar, några leker i sanden och några spelar fotboll, några promenerar och några gungar. Alla är upptagna med olika aktiviteter. Plötsligt ringer klockan och då vet alla elever att de ska in i klassrummet för att få undervisning. Detta är en gemensam skoltradition, både i Sverige och i Libanon, som visar på hur eleverna kommer in till klassrummet efter rasten.

När klockan ringer i Libanons skolor står alla eleverna i ett led tillsammans med ämnesläraren ute på skolgården. Detta för att senare följa läraren in till klassrummet och få undervisning i ämnet. Men i Sverige sker det inte på ett likadant sätt. Eleverna ställer sig i led i kapprummet utanför klassrummet. Oavsett om de står i led eller inte så går alla eleverna till skolor för att få undervisning och för att söka kunskaper. De gör detta när de går in till klassrummen och sitter i sina skolbänkar. I båda länderna får eleverna undervisning i olika ämnen. Vissa ämnen skiljer sig åt beträffande innehållet, till respektive land, till exempel Historia och Geografi. När det gäller ämnet matematik har det i stort sett samma innehåll enligt kursplanerna i både Libanon och i Sverige. I den svenska läroplanen för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet (Lpo94) beskrivs matematiken så här

Matematiken är en viktig del av vår kultur och utbildningen skall ge eleven insikt i ämnets historiska utveckling, betydelse och roll i vårt samhälle. Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem. Utbildningen i matematik skall ge eleven möjlighet att utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer i ett aktivt och öppet sökande efter förståelse, nya insikter och lösningar på olika problem (Skolverket 2000).

God taluppfattning byggs redan i de tidigare skolåren där eleverna lär sig om addition och subtraktion. Enligt kursplanerna i matematik i de två länderna ser målen ut så här: I den svenska kursplanen för ämnet matematik, som inte är uppdelat årskursvis, är de nationella målen som eleverna i årskurs tre skall uppnå:

- kunna läsa och skriva tal samt ange siffrors värde i talen inom heltalsområdet 0-1000,
- kunna förklara vad de olika räknesätten står för och deras samband med varandra med hjälp av till exempel konkret material eller bilder
- kunna addera och subtrahera tal med hjälp av skriftliga räknemetoder när talen och svaren ligger inom talområdet 0-200 (Skolverket, 2000).

Enligt kursplanen i Libanon, som är uppdelat årskursvis, skall eleverna i årskurs tre kunna (se även figur 1):

1.1 räkna talen mindre än 100 000

1.2 Läsa samt skriva talen i siffror och bokstäver

1.3 Ordning i addition, subtraktion och multiplikation (Kursplanen i Libanon, s.215, vår översättning).

٢١٥	السنة الثانية
٢. الكتلة (٥ سا) مقارنة الكتل.	الحساب والجبر (١٢٠ سا)
السنة الثالثة	١. الأعداد الطبيعية (٢٥ سا)
١. الحساب والجبر (١١٠ سا)	١.١. الأعداد الأصغر من ١٠٠٠٠.
١.١. الأعداد الطبيعية (١٥ سا)	٢.١. القراءة، الكتابة بالأحرف للأعداد الأصغر من ١٠٠٠.
١.١. الأعداد الأصغر من ١٠٠٠٠٠٠.	٣.١. الترتيب، الرمز < و >؛ التمثيل على مستقيم.
٢.١. القراءة، الكتابة بالأرقام والأحرف.	٤.١. الكتابة المبسطة.
٣.١. انسجام الترتيب مع الجمع، الطرح والضرب.	٢. الجمع (٣٠ سا)
٢. الكسور (٥ سا)	١.٢. حفظ جداول الجمع.
الكسور ١ / ن.	٢.٢. اتقان التقنية الإجرائية.
٣. الجمع (١٠ سا)	٣. الطرح (٣٠ سا)
الخاصيتان: التبادل والتجميع.	١.٣. العملية العكسية للجمع.
٤. الطرح (٢٠ سا)	٢.٣. التابع "طرح ن".
اتقان التقنية الاجرائية.	٣.٣. التقنية الاجرائية: الاستعارة من المنزلة المجاورة.
٥. الضرب (٣٠ سا)	٤. الضرب (٣٠ سا)
١.٥. التابع "الضرب بن".	١.٤. الجمع المتركز.
٢.٥. الضرب بال عشرة وبمضاعفاتها.	٢.٤. جداول الضرب: بناؤها (حتى ٩).
٣.٥. توزيع الضرب على الجمع.	٣.٤. الضرب بعدد ذي رقم واحد.
٤.٥. حفظ جداول الضرب.	٥. القسمة (٥ سا)
٥.٥. التقنية الاجرائية: المضروب فيه مؤلف من رقمين.	تمهيد: تجزيه، توزيع.
٦. القسمة (٣٠ سا)	الهندسة (٢٠ سا)
١.٦. القسمة دون باق والقسمة الاقليدية.	١. الموضوعة والمعلمة (٥ سا)
٢.٦. التقنية الاجرائية.	معلمة النقطة.
الهندسة (٢٠ سا)	٢. المجسمات (٥ سا)
١. الموضوعة والمعلمة (٥ سا)	وصف المجسمات: الرؤوس، الحروف والوجوه.
١.١. منتصف قطعة المستقيم.	٣. الأشكال المستوية (٥ سا)
٢.١. المستقيمت المتعامدة.	١.٣. قطعة المستقيم.
٢. المجسمات (٧ سا)	٢.٣. وصف الأشكال المستوية: الرؤوس والأضلاع.
بناء المكعب ومتوازي المستطيلات.	٤. التحويلات (٥ سا)
٣. الأشكال المستوية (٣ سا)	الأشكال ذات محور التناظر.
الزاوية القائمة، تطبيق على المستطيل والمربع.	القياس (١٠ سا)
٤. التحويلات (٥ سا)	١. الطول (٥ سا)
التناظر المحوري.	قياس الأطوال: المتر، السنتيمتر.

Figur 1. Libanons kursplan, sid 215(på arabiska)

1.1. Bakgrund

Vi är två studenter som har samma kulturella bakgrund och som flyttade till Sverige för tio år sedan och har båda vår uppväxt i Libanon samt har gått hela vår skoltid där. Vi har sedan läst på komvux och på lärarutbildningen i Sverige och är intresserade av ämnet matematik. Vi har märkt att vi inte hade svårigheter med innehållet, men det var skillnader på lärarnas undervisningsätt. Vi lever i ett mångkulturellt samhälle och som blivande lärare har vi en förhoppning att med detta arbete fördjupa oss i de olika metoder och material som finns tillgängliga i respektive länder och att använda det bästa av dem. Genom att vistas i två skolor både i Sverige och i Libanon har vi undersökt två matematiklektioner som har samma innehåll för att belysa vilka skillnader och likheter som finns mellan dessa.

1.2. Sverige

I Sverige har alla barn, som fyller 6 år, rätt att gå i skolan och börjar då i förskoleklassen. Vår undersökta skola i Sverige är en F-9 skola på landsbygden i Västra Götaland. Den har 400 elever (och 40 lärare). Eleverna får undervisning i svenska språket. Det andra språk som

eleverna får undervisning i är engelska, som börjar i årskurs 2. Eleverna får undervisning i ett tredje språk när de börjar årskurs 5. Om eleverna har ett annat modersmål än svenska så har de rätt till undervisning i sitt hemspråk redan i årskurs 1. När det gäller ämnet matematik så är det oftast en klasslärare som undervisar de första åren. Vi har undersökt årskurs 2 i denna skola eftersom vi har genomfört VFU i denna årskurs. Eleverna i årskurs 2 får undervisning av två lärare. Den ena har ansvar för ämnena svenska, samhällsorientering, musik, bild och idrott. Den andra ansvarar för matematik och naturorienterade ämnen.

1.3. Libanon

I Libanon har alla barn, som fyller 4 år, rätt att gå i skolan och börjar då i förberedande klass. Den undersökta skolan i Libanon är en F-6 skola på landsbygden, söder om Libanon. Skolan har 250 elever (och 25 lärare). Alla elever får undervisning i arabiska. Samtliga skolor i Libanon undervisar i franska eller i engelska som ett ytterligare språk redan i årskurs 1. Vår undersökta skola ger undervisning i franska men eleverna får även ämnet engelska. I Libanon drivs undervisningen av ämneslärare i alla årskurser. Eleverna i årskurs 2 har samma ålder som eleverna i årskurs 2 i Sverige och får undervisning i följande ämnen: matematik på två språk: arabiska och franska, biologi, engelska, franska, arabiska, bild, idrott, IKT, pedagogik, historia, geografi och aktiviteter.

2. Syfte och problemformulering

Vårt syfte är att visa på likheter och skillnader mellan matematikundervisningen om ental och tiotal bedriven av en lärare i Sverige och en i Libanon. Det gör vi genom att jämföra två lektioner i respektive länder. Med detta i åtanke kommer vi att ställa följande frågor:

- Vad menar lärarna är viktigt för elevernas lärande av matematik, i allmänhet och specifikt beträffande ental och tiotal?
- Hur hanterar lärarna lektionens innehåll och tydliggör det som de anser viktigt?
- Vilka likheter och skillnader finns det mellan de två lektionerna?
- Vilka likheter och skillnader finns det mellan lärarnas sätt att se på undervisning?

Med detta arbete är vår förhoppning att kunna bli mer reflekterande pedagoger i det mångkulturella samhället.

3. Teoretisk anknytning

I denna del kommer vi att beskriva taluppfattningen som är skriven på nämnaren¹ 1995 nr 1-2 och "Whole number concepts and operations" men även nämnare nr 4 som beskriver lärarens roll till att utveckla taluppfattning hos eleverna. Sedan kommer vi att beskriva Carpenter och Mosers additionsstrategier i "The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three" och Löwings "Grundläggande aritmetik, matematikdidaktik för lärare". Därefter kommer vi att beskriva variationsteorin utifrån Ference Marton och Shirley Booths bok "Om lärande" (2000), Johan Häggströms avhandling "Teaching systems of linear equations in Sweden and China" (2008), Kullbergs avhandling "What is taught and what is learned Professional insights gained and shared by teachers of mathematics" och "The teaching of fraction. A comparative study of a Swedish and a Hong Kong classroom" (2005) av Runesson och Ah Chee Mok. Slutligen kommer vi att redogöra för skolinspektionens tidskrifter "Forskning om matematikundervisning" och "Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet".

3.1. Vad menas med taluppfattning?

3.1.1. Definition av taluppfattning

Med taluppfattning menar vi en persons övergripande förståelse för tal och operationer parat med förmåga, färdigheter och lust att använda denna förståelse på olika sätt som underlag för beslut och för att utveckla användbara och effektiva strategier för att använda tal och operationer. God taluppfattning visar sig ofta i form av en förväntan att tal är meningsfulla helheter och att hanterandet av tal och resultat har betydelse och mening. De som ser på matematik på detta sätt använder varierat och flitigt egna kontroller och jämförelser för att pröva rimligheten i numeriska resultat (Reys m.fl., 1995 s.23).

3.1.2. Taluppfattning och number sense

Nedan presenteras elevernas utveckling av taluppfattning. Dessutom presenteras lärarens viktiga roll i klassrumsmiljön och valet av arbetsätt som hjälper eleverna till att uppnå en god taluppfattning. Number sense som, enligt en internationell forskning, är samma som taluppfattning som är standard i måldokumentet, både i USA och i de svenska kursplanerna. Både Lpo94 och Lpf94 strävar mot att eleverna skall nå en god taluppfattning.

En god taluppfattning kan enligt Reys & Rey hjälpa eleverna att hitta räknefel på uppskattning och ger en riktig tankeförmåga vid användning av tal. "Number sense är inte ett avgränsat kunskapsområde som en elev behärskar, utan snarare ett kunnande som utvecklats och mognar med erfarenheter och kunskaper" (Reys & Reys, 1995, s.28).

För att number sense ska vara en grund till allt lärande och all undervisning i matematik ska talen relateras till en omgivning eller till en situation. Detta hjälper eleverna att upptäcka vad som kan hända när de manipulerar med tal.

Brownell, som är intresserad av number sense, betonar vikten av att undervisningen i matematik ska vara noga planerad så "att barn ska se det meningsfulla i relationer mellan tal och operationer" (Reys & Reys, 1995, s.28). En elev med number sense tittar på helheten i

problemet $12+29+8$. innan han/hon går in på detaljer. Eleven tänker först $12+8$ och sedan lägger till 29, alltså en tal avrundning till 20.

Number sense handlar om elevernas förmåga att koppla det som de redan kan till den nya informationen som de får. När läraren uppmärksammar eleverna till att förstå innebörden med matematikinläring, förstår de nyttan av number sense istället för att lära sig olika regler och algoritmer utan förståelse. Eleverna får number sense om de är engagerade på aktiviteter som pushar dem till att tänka på tal och numeriska samband. Detta blir ” genom att skapa en atmosfär som uppmuntrar utforskning, tänkande och diskussion och genom att välja lämpliga aktiviteter” (Reys & Reys, 1995).

Lärarens roll är att hitta olika arbetssätt och arbetsformer både i klassrumsmiljö och genom olika aktiviteter för att gynna eleverna till en bättre number sense. Genom att till exempel ställa frågor som kan diskuteras så kan det leda till att stärka elevernas tänkande och genom att skriva en sammanfattande tanke om hur de löser uppgifter så kan det leda till en analys och till en utveckling i att uppfatta talen. När eleverna skriver ner sina tankar kan de komma på olika diskussionsfrågor samt att de själva ser hur de har utvecklats när de sedan läser sina anteckningar. Det kräver en lärare som är en hjälpledare istället för en förmedlare som satsar på processen istället för produkten. En sådan lärare låter eleverna själva hitta egna metoder till att lösa uppgifter som kan ge dem trygghet i olika algoritmstrategier.

Läraren kan hitta en atmosfär med olika aktiviteter som kan uppmuntra eleverna till att byta erfarenheter med andra. När eleverna tänker på det de gör då, kan det leda till att de får bättre strategier och olika arbetssätt i att lösa problem. Det här är inte den enda lösningen till att eleverna får en bra number sense men det är olika idéer som kan bidra till att hjälpa dem. Sådana idéer kan hjälpa eleverna att hitta ett samband mellan matematik och verkligheten (Reys & Reys, 1995).

Eleverna behöver olika lämpliga hjälpmedel som huvudräkning, skriftliga metoder och miniräknare för att gynna deras number sense. När läraren uppmuntrar elever till att ställa olika frågor både före, under och efter lösningsförloppet samt att tänka och uppskatta svaret, kan de reflektera medan de letar efter svaret. Med sådan träning undviker eleverna räknefel vid nästa tillfälle (Reys & Reys, 1995).

Det innebär att ha känsla för talens storlek i förhållande till referenspunkter. En person med god taluppfattning har ett förhållningssätt till matematik som innebär att man söker använda det man vet om tal och utveckla olika sätt att se på situationer och problem som inte är omedelbar rutin (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s. 9).

Noter

¹En tidskrift som medverkar till en förbättrad matematikutbildning inom förskolan, grundskolan, gymnasieskolan, vuxenutbildningen och lärarutbildningen.

3.1.3. Taluppfattning

Under år 1995 träffades Reys, Reys, Emanuelsson, Holmquist, Häggström, Johansson,

Lindberg, Maerker, Nilsson, Rosén, Ryding, Rydstedt & Sjöberg Wallby i fyra månader och diskuterade taluppfattning. De trodde på att

en god taluppfattning ger stöd åt elevernas matematiska kompetens genom att den hjälper dem att använda sina kunskaper och insikter för att lösa problem som de möter i sin omgivning och för att stimulera dem att se matematik som en meningsfull aktivitet (Reys m fl., 1995, s.23).

De har också diskuterat hur de ska väcka intresset om en god taluppfattning bland elever på svenska skolor. Ett bra resultat på skriftliga prov betyder inte enligt dem, att eleverna har en bra kunskap om hur ett tal kan delas upp och hur det representeras (Reys m fl., 1995). Nationella studier visar brister på taluppfattning och det märks att de kan lösa algoritmer på ett mekaniskt sätt utan att förstå hur de ska hantera tal och operationer. Författarna tog fram några testuppgifter under dessa fyra månader med syftet att ”stimulera reflektion och tänkande om tal snarare än färdigheter i att utföra långa och tröttsamma beräkningar” (Reys m fl., 1995, s.24).

Testuppgifterna konstruerades utifrån några aspekter som: ”Förståelse av tals betydelse och storlek”. Med detta menas ”förståelse av positionssystemet med basen tio (hela tal, bråk och decimalform) inklusive relationer och platsvärde som ger ledtrådar för mening/storlek av ett tal”(Reys m fl., 1995, s.24).

En annan aspekt är ”Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck och representationer av tal”. Att känna att ett tal kan presenteras på olika arbetssätt och att arbeta med tal, känna tal och dela upp tal på många olika sätt, kan underlätta beräkningen.

Kännedom om att tal kan uttryckas och presenteras på många olika sätt... Förmåga att identifiera eller uttrycka tal på olika sätt. Att kunna dela upp och sätta samman tal för att ge många uttryck för samma tal och därmed lättare kunna göra beräkningar(Reys m.fl., 1995, s. 24).

En ytterligare aspekt är ”Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck” som innebär att kunna uppskatta, förstå, beräkna med olika aritmetiska egenskaper som distributiva, associativa och kommutativa lagar.

3.1.4. Number sense/taluppfattning

Lester påpekar att det är viktigt att skapa mening av de olika aktiviteterna i matematik inom number sense. Dessutom presenteras de olika strategier inom addition och subtraktion som utvecklas under en lång pågåendeprocess. Studierna inom taluppfattning anser att elevernas erfarenhet om uppfattning krävs för att ha en välgörande effekt på de olika matematiska förmågorna.

I Vanden Heuvel- Panhuizens avhandling menar han att uppskattning är relaterad till ”number sense”, det vill säga taluppfattning. Vanden påpekar att ”uppskattning är en av de fundamentala aspekterna av taluppfattningen. Uppskattningen är den främsta beräkning i vilken form räknekunskaper yttrar sig mest uttryckligen” (Lester, 2007 s. 580). Taluppfattningen innebär det sättet som en person förstår talen och dess operationer tillsammans med förmågan och tendensen att använda denna förståelse på ett flexibelt sätt

för att göra matematiska bedömningar och för att utveckla användbara strategier för att hantera siffror och operationer. Taluppfattningen återspeglar en benägenhet och förmåga att använda siffror och kvantitativa metoder som ett sätt att kommunicera, bearbeta och tolka information. Vandens resultat visar att taluppfattning leder till en förväntan att tal är användbara och att matematik har en viss regelbundenhet.

Number sense är viktig för att skapa mening i matematikinlärnings-aktiviteter. Diskussioner kring detta resulterar i en notering av de viktigaste delarna i taluppfattningen och i beskrivningarna av elevernas brist på taluppfattning. Ett försök för att strukturera och tydliggöra de generella komponenterna för taluppfattning är gjord först av McIntosh m fl. Enligt dem spelar taluppfattningen stor roll inom talbegrepp, inom taloperationer och inom tillämpningar av tal och operation. Taluppfattningen har tre generella komponenter (Lester, 2007,s.581):

1)kunskap om och anläggning med nummer som innebär färdigheten som till exempel känsla av ordning och reda i antal och flera representationer för tal.

2)kunskap om och anläggning med operationer som innebär att förstå effekten av operationen, att förstå de matematiska egenskaperna (liksom den kommutativa, den associativa och den distributiva lagen) och att förstå sambanden mellan addition och subtraktion samt multiplikation och division.

3)kunskap om och anläggning med nummer och med operationer för beräkningens inställningar, som innebär färdigheten att förstå relationen mellan problemets sammanhang och de nödvändiga beräkningarna.

Många studier visar elevers svårigheter på de olika aspekterna inom taluppfattning, som till exempel relationen mellan beräkningens prestation och taluppfattning. Utvecklingen av taluppfattningen är inte en ändlig enhet som eleven har eller inte har utan snarare en process som utvecklas och mognar med erfarenhet och kunskap. Denna utveckling är resultatet av olika aktiviteter i matematikundervisning som sker dagligen på matematiklektionen mer än specificerade aktiviteter.

Studierna visar att de elever som får undervisning på ett traditionellt beräkningssätt med papper och penna har svårt att förstå förutom att räkna exakta svar så finns det lämpliga uppskattningar med olika strategier.

3.1.5. Olika matematiska uppfattningar

Lieven Verschaffel, Brian Greer och Erik De Corte är forskare inom "Whole number concepts and operations" som utgör den grundläggande matematikundervisningen. Deras forskningsöversikter är beskriven i "Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning" (Grouws, 1992) och "Second handbook of research on mathematics teaching and learning" (Lester, 2007). Översikten omfattar studier och analyser om de kognitiva räkningstyper i de olika klassrumsaktiviteter som kan hjälpa elever i deras lärande och som är inspirerad av variationsteorin.

Olika frågor uppstår under barnets liv och är relaterade till barnets förmåga att uppfatta vad som inte är viktigt i dess aktiviteter och arbetsliv. Det är deras erfarenhet som krävs för att ha en välgörande effekt på de olika matematiska förmågorna, till exempel den mentala

uträkningen och mätning. Olika sorters uppfattningar krävs för att gå utanför den rutinmässiga användningen av tillvägagångssätt och att istället vända sig till den matematiska kunskapen och färdigheten i ett flexibelt sätt. Detta är krävbart för att utveckla matematikkompetensen.

3.2. Vad är viktigt att kunna om ental och tiotal

Lester presenterar Sowders idéer om olika sorters matematiska uppfattningar: "computational estimation, numerosity estimation", det vill säga uppfattning av uträkning och uppfattning av antal (Lester, 2007, s.577). De uppmärksammar forskning om taluppfattning och undersöker hur färdigheten är inriktad i matematikarbete i skolan.

3.2.1. Computational Estimation/Uppfattning av uträkning

Lester presenterar Dowkers undersökning om utvecklingen av den aritmetiska uppfattningen. De utgår från följande fråga: Hur ändrar sig uppfattningen i relation till objektens svårighetsnivå och till utvecklingen av den aritmetiska färdigheten? Undersökningen innefattar en stor barngrupp där barnens åldrar är 4 - 10 år vilka är indelade i 5 nivåer i relation till hur de löser uppgifter om mentala additioner. Med hänsyn tagen till vilken nivå eleven befinner sig på har eleven ett eller flera sätt av uppfattningar (Lester, 2007).

3.2.2. Numerosity Estimation/Uppfattning av antal

Uppfattningen av antal är beskriven som en mätning av kardinala tal och av en diskret kvantitet som till exempel att det inte är lätt att räkna antalet personer i ett fotbollsstadion men det går däremot att uppskatta antalet. Forskning om denna uppfattning visar några olika resultat. Ett av resultaten visar att noggrannheten av denna uppfattning är en process och ökar under en lång period. Ett annat resultat visar att det finns en variation av strategier inom denna uppfattning.

Lester presenterar Brades analys av strategier som används i de lägre skolåren (förskoleklassen, årskurs ett och årskurs två). Eleverna deltar i ett interventionsprogram vilket är ett datorprogram. Det handlar om några uppgifter på olika nivåer som beror på mängden som ska uppskattas. Dessutom deltar eleverna i jämförbara klasskontroller. Eleverna testas genom att de ska lösa en uppgift som kräver en uppskattning av antalet objekt i ritningar som innehåller cirka 80 identiska, men även slumpmässigt, ordnade föremål. Varje elev ska placeras i en nivå baserad på det resultat som eleven får vid varje prov. Brade hittar ingen betydelsefull effekt av den datorbaserade interventionen, men den visar ett samband mellan elevernas ålder och deras uppfattningsstrategier där till exempel de flesta av förskoleklassens elever inte kan uppskatta en mängd innan de har jobbat med en del av den mängden. De eleverna som går i årskurs ett och två kunde redan börja med att svara på frågorna med små, medelstora och stora tal.

Camos undersöker utvecklingen av de strategier som människor använder för att bestämma stora uppsättningar från barndomen till vuxen ålder. Camos hittar fyra strategier: "counting by ones ("1, 2, 3, 4,..."), by ns (e.g., "5, 10, 15, 20..."), with additions (e.g., "one set of 4, plus a set of 6 and another one of 5 is 15"), and with multiplications (e.g., "6 sets of

5 is 30”)” (Lester, 2007, s. 579).

Hon menar att den första strategin “counting by ones” är närvarande i alla åldrar. Strategierna ”counting by ns” och ”with additions” börjar synas vid sju års ålder medan strategin ”with multiplications” inte börjar förrän eleven är nio år. Användningen av dessa strategier ökar och blir effektiva med åldern förutom ”counting with multiplications” som kan vara effektiv vid nio årsåldern.

Senare visar studier inom samma område att eleverna även från de första åren av grundskolan använder de ovan nämnda strategierna, men även en strategi som kallas ”subtraction strategy”, det vill säga subtraktionsstrategi. Studier visar att eleverna behärskar både additions- och subtraktionsstrategier som de kan använda beroende på vilken uppgift de har. Studierna visar också att effektiviteten och förekomsten av subtraktionsstrategi ökar med åldern.

3.2.3. Lärarens roll till att utveckla taluppfattning

Alla elever ska skaffa sig en god taluppfattning, dels för att det är ett mål i matematikutbildningen och dels för att det ska användas i det vardagliga livet och i samhället. Lärarens viktiga roll är att utveckla elevernas taluppfattning som är både en individuell och komplex process. Reys, Reys & Emanuelsson tog upp olika aktiviteter som inte är tillräckligt uppmärksammade och saknas både i svenska samt i amerikanska klassrum, och detta har följande anledningar:

- a)-brist på aktiviteter som tar upp idéer om tal uppfattning,
- b)-en undervisning där räkning dominerar i tid och uppmärksamhet både bland elever och lärare,
- c)-antagandet att elever förstår, när det i själva verket är så att eleverna tränar matematik innan man har förståelse för de begrepp man tränar (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s.12).

En person med god taluppfattning visar en vana i att representera talen. Personen som är förtrogen kan använda det han/hon vet om talet och utveckla det i olika situationer.

Författarna ger förslag på hur läraren kan utveckla och engagera eleverna till en god taluppfattning som till exempel hur läraren kan hjälpa eleverna att förstå att taluppfattning är en fortlöpande process och sker varje gång de får någon ny kunskap som ersätter den gamla kunskapen som de har. Läraren kan skapa en mening genom en dialog med eleverna om att den kunniga eleven inte är den som vet rätt svar snabbt utan den som forskar, testar och ställer upp ett påstående och blir säker på sig själv.

Läraren kan skapa en miljö i klassrummet där frågan varför är lika betydelsefull som frågorna vad och hur. Med detta menas att läraren kan uppmärksamma eleverna till att reflektera över svaret och se om det är rimligt. Författarna menar att läraren skapar en god taluppfattning hos eleverna när hon eller han lägger märke till hur eleverna löser ett problem och inspirerar eleverna till att beskriva och motivera hur de tänker och löser ett problem.

Läraren kan hjälpa eleverna att upptäcka matematikbegreppen utifrån olika startpunkter för att de ska bli engagerade genom ”att skapa mening i ny kunskap, nya idéer och begrepp”(Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s.12). Dessutom betonas lärarens roll i ”att presentera aktiviteter som utmanar och engagerar elever att upptäcka begrepp från olika

utgångspunkter” (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s. 11).

Elevers svårigheter i en god taluppfattning beror på att de saknar olika matematiska begrepp. Orsaker till detta är följande tre punkter: Det första är att de inte tränar på aktiviteter och material som gynnar taluppfattningen. Den andra är att de första åren i matematikundervisningen är grundade på fakta och procedur. Den tredje är att begreppen lärs in som fundamentala uppfattningar om tal och operationer.

Läraren kan hjälpa eleverna att reflektera över ett eget lärande. Det som eleverna ska upptäcka är varför de lär sig matematik och varför det är viktigt, alltså varför de ska hitta nya tankestrukturer och vad de får för nytta av det. Det är sällan att de vet budskapet med ämnet matematik. Elever ska få hjälp med att förstå det betydelsefulla i ämnet vilket kan leda till ett bättre lärande.

Reys, Reys & Emanuelsson hävdar att ”ju bättre kunnande vi skaffar oss om taluppfattningens betydelse och roll för att göra matematiken meningsfull, desto mer kommer vi anstränga oss att inordna taluppfattning i vårt eget tänkande och att visa på betydelsen för våra elever (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s.12).

3.3. Carpenter och Mosers additionsstrategier

Carpenter och Moser (1982; 1984) har forskat under 1980-talet om elevernas räknings sätt. De betonar vikten av att elevernas additionsstrategier behöver utvecklas med hjälp av en lärare för att inte fastna i en ineffektiv strategi (Löwing, 2008). Carpenter och Mosers additionsstrategierna är fem och ofta förekommer hos elever.

1)-Counting all: innebär att eleven räknar upp tal som skall adderas antingen med fingrarna eller med konkret material (föremål), skall adderas för att sedan räkna allt från början.

2)-Counting-on from first: innebär att räkna från den första angivna termen, till exempel addition av $2 + 4$, börjar eleven med att räkna 2,3,4,5,6.

3)-Counting-on from larger: innebär att kunna byta plats på termerna och att kunna förstå att oavsett på vilken term eleven börjar sin addition med så är svaret det samma. Utifrån den ovan nämnt exempel $2 + 4$ börjar eleven räkna på 4 och sedan lägger han/hon 2 till.

4)-Recall/known facts: innebär att eleven har redan från tidigare erfarenheter byggt upp bas i räkning som underlättar uppgift lösning. Eleven ger svaret så fort denne ser uppgiften.

5)-Derived facts: innebär att eleven utvecklar kombination utifrån det som eleven redan kan, som till exempel om eleven vet att $7 + 7 = 14$, blir det lättare att lösa $7 + 9$ genom att ytterligare lägga till 2.

Additionstrategi nummer 3 förbereder eleven till den kommutativa lagen som är en av de grundläggande räknelagarna som säger att addition av två termer $a + b$ är samma som addition av $b + a$. (Löwing, 2008).

3.4. Klassrumsstudier med hjälp av variationsteorin (Relation undervisning-lärande)

Med vår utgångspunkt och med fokus på matematik så vill vi beskriva variationsteorin enligt Häggström, Runesson & Ah Chee Mok.

I Häggströms avhandling är variationsteori beskriven i kapitel 3. Han studerar matematikundervisningen i tre klasser i Sverige samt i Kina genom att filma 18 lektioner i följd. Sedan väljer han de lektioner som har samma matematiska innehåll, vilket visade sig vara linjära ekvationer inom algebra. Häggströms huvudpoäng med dessa studier är att bekräfta relationen mellan undervisning och lärande.

De möjligheter som eleverna får i matematikundervisningen måste relateras till erfarenheterna om innehållet i matematik. Hur eleverna lär sig innehållet beror på hur de får instruktioner under lektionen. Häggström vill inte diskutera vad eleverna kommer att lära under de respektive lektionerna utan vill diskutera möjligheterna till att lära matematik. Hans avhandling förbereder läsaren inför bedömning av elevernas möjligheter till att testa matematiska tankar.

Hans fokus ligger i att beskriva hur ett och samma matematiska innehåll kan behandlas utifrån olika lärare. Målet är inte att generalisera de olika aspekterna på matematikundervisning och lärande, men han vill få generella karaktärer av effektivt lärande.

Han analyserar lektionerna i algebra med hjälp av variationsteori vilket är att all inläring är lärandet av någonting. Han observerar med fokus på lärarnas olika tillvägagångsätt och olika lösningar till ett och samma innehåll i lektionerna och hur någonting konstant varieras. Enligt Häggström:

The best strategy for a teacher to provide for the possible learning of the intended object of learning is to create a pattern of variation that will direct the student's attention to the critical aspects (Häggström, 2008, s.55).

Hans undersökning tas från tre perspektiv. Det första är från lärarens perspektiv vilket innebär när läraren förväntar sig ett mål i elevernas förmågor. Det andra är utifrån observatörs-perspektiv som sker när lärandeobjektet analyseras. Det tredje är från elevernas perspektiv när de prövar till att uppnå lärandet. Häggström lägger fokus på det som lärare påverkar i klassrummet. Han skildrar hur läraren lägger upp sin undervisning, genomför lektionen och hur hon/han väljer sitt material till matematik. In Variation theory "learning" is seen as a capability to see the "object of learning" in new ways (Häggström, 2008, s.50).

Han försöker förhålla sig till Marton, Runesson och Tssui som forskar på hur samma matematiska innehåll ska läras ut utifrån variationsteori. De har fyra aspekter på analysen där Häggström använder två av dem. Dessa är "contrast" och "separation" (Häggström 2008,

s.55). När det gäller Contrast så menar Häggström att när en individ vill förstå vad talet 3 betyder då ska han testa på någonting som inte är 3 till exempel 4 eller 2. När det gäller separation så menar han att någonting ska urskiljas från någonting annat, till exempel när en individ ska förstå innebörden i begreppet röd då kan han/hon inte urskilja färgen om det används olika saker som är röda (Personlig kommunikation 2010-11-11).

När det gäller de linjära ekvationerna inom algebran i matematik så beskriver Häggström en del svårigheter som eleverna kan stöta på, till exempel konstanta variabler som x och y . När eleverna stöter på sådana hinder, blir det ofta svårare för dem att urskilja dessa. Han tar upp variationer som används av kinesiska lärare genom att byta konstanterna x och y till andra bokstäver t och s . När läraren varierar sin undervisning så förstår eleverna matematik på ett bättre sätt.

Runesson & Ah Chee Moks forskningsstudie rör elevers lärande och undervisning i matematik, specifikt lärprocessen av bråk samt relationen mellan lärande och undervisning. Studien är en jämförelse mellan hur inläringen av bråktal i Sverige och i Hong Kong går tillväga. Författarna diskuterar vad eleven lär sig i klassrummet samt hur förutsättningar för lärandet skapas. De diskuterar också olika möjligheter och begränsningar av lärandet i inläringssituationer. Analysen av de båda undervisningarna utifrån ett variationsteoretiskt perspektiv visar att skillnaden mellan att ha möjlighet att förstå något på ett visst sätt och att förstå samma sak på ett annat sätt, kan få avgörande konsekvenser för elevernas lärande. Resultaten visar att samma innehåll undervisas på olika sätt i båda länderna och att allt beror på olikheten i elevernas förståelse. Innehållet av undervisning i Hong Kong är komplext på grund av att olika aspekter sker samtidigt i klassrummet, medan aspekterna i Sverige sker sekvensvis (Runesson & Ah Chee Mok, 2005).

3.5. Lärarens påverkan och medvetenhet i undervisningen

Marton och Booth betonar vikten av lärarens medvetenhet i undervisningen. De säger att läraren ska förmedla kunskap i den utbildningsmiljö han/hon befinner sig i. De presenterar Alexanderssons tankar om tre olika sorters medvetande under undervisningen. Det första medvetandet är riktat ”mot den pågående verksamheten”, den andra är mot ”syften av allmän karaktär”, och den tredje är ”mot ett specifikt innehåll som undervisningen” ska förmedla (Marton & Booth, 2000, s.220). Marton och Booth presenterar också Andersson och Lawenius studie av 36 svenska lärare kring lärarnas fokus på innehållet i undervisningen och elevernas förståelse av det. Andersson och Lawenius diskuterar några lärares svar när de blir ombedda att prata om sitt arbete. De konstaterar att innehållet inte nämns, varken lärandets eller undervisningens innehåll. Lärarnas svar visar att de är mer intresserade av undervisningens syfte och mål, av undervisningens ramar, av skolbetyg, av elever med särskilda behov och av lärarna i undervisningen (Marton & Booth, 2000,).

Marton och Booth skriver att det finns en variation bland lärare vad gäller kvalitativa skillnader i undervisningen. En lärares undervisning kan identifieras och ”kan leda fram till en variation i hur de studerande lär sig det de förväntas lära sig” och även i hur läraren upplever

olika sätt att erfara och hantera innehållet i sin undervisning. Variationen uppstår inte på lärarens arbetssätt i en och samma klass men mest på två klasser beror på olika lärares undervisning (Marton & Booth, 2000, s.224 - 225).

Kullbergs avhandling handlar om att lärarens undervisning påverkar elevernas lärande. Där undersöks vad eleverna lär utifrån den undervisning som de erbjuds. Lärarna i studien arbetar på ett sätt så att de: ”systematiskt studerar sin undervisning, genom att försöka ta reda på vad eleverna behöver få möjlighet att erfara för att lära sig det som lärarna avsett”(Kullberg, 2010, s.169). Kullbergs förståelse för relationen mellan undervisningen och lärande refererar hon till Ference Marton och hävdar att:

Marton menar att om man har för avsikt att förbättra elevernas möjlighet att lära, så måste man ta hänsyn till vad eleverna skall lära och den förmåga de skall utveckla (Kullberg, 2010, s.169).

3.6. Variationsteorin

Kullbergs syn på variations teori har två fundamentala grundprinciper. Den ena är att lärandet alltid har ett objekt och den andra är att det lärandeobjektet kan upplevas på olika sätt hos eleverna. Detta innebär att den lärande lägger märke till en variation av olika aspekter och till en relation mellan den konstanta och den variant som bygger möjligheter för inläring (Runesson, 2005; Kullberg, 2010). Kullberg undersöker vad som har betydelse för elevernas lärande av en avgränsad förmåga. Lärarna använder variationsteorin när de planerar och analyserar sin undervisning (Kullberg, 2010, s.170). Variationsteorin är en teori om lärande som är ”att erfara något på ett nytt sätt, närmare bestämt man lär något när man urskiljer aspekter som inte urskiljs tidigare (Kullberg, 2010, s.171).

Marton och Booth har studerat olika former av individers lärande med hjälp av variationsteori som handlar om

att dimensioner öppnas upp, att aspekter särskiljs, att de betraktas samtidigt och tillåts bli beståndsdelar i en strukturell förändring av hur någonting erfars. Variation kan emellertid också betyda att utforska någonting genom att mer eller mindre systematiskt se på det utifrån skilda perspektiv (Marton & Booth, 2000 s.193-194).

Det väsentliga för författarna är att de ser lärandet i termer av förändringar i sättet att vara medvetna om olika företeelser, olika situationer samt olika saker de gör. Förändringen är inom medvetenhet samt inom lärande. För dem handlar lärandet om ”att få förmågan att erfara världen, eller aspekter av världen, på särskilda sätt” (Marton & Booth, 2000 s.9). Lärandet sker när individen kan urskilja aspekter av ett fenomen som han/hon inte kunde urskilja tidigare. Då får individen förmågan att fokusera och samtidigt vara medveten om andra eller fler aspekter av fenomenet. Att erfara är alltid att lära sig någonting på ett annat sätt än tidigare i något sammanhang.

Marton och Booth påpekar att lärandets mening är en förutsättning för att den lyckas. De presenterar Sylvia Ashton- Warners tankar om ett genuint lärande där helheten är viktig för att lärandet inte misslyckas. Hon tar upp ett exempel om barnen som visar svårigheter i att lära sig läsa och skriva. Hon upptäcker sedan att det beror på att eleverna inte förstår poängen med läs- och skrivinläring (Marton & Booth, 2000). Det är därför hon påpekar den väsentliga rollen som budskapet har för lärandet.

3.7. Forskning om matematikundervisning

Vi har sökt på Google scholar¹ och matheduc² om forskning kring matematikundervisning i Libanon men vi hittar tyvärr inte någonting. Det kan påverka relevans och balans i vårt examensarbete. Däremot så hittar vi forskning om matematik i Sverige i två källor. Den ena är ett samarbete mellan NCM³ och UFM⁴. Den andra är en granskning av Skolinspektionen. Huvudpunkten till de rapporter som vi kommer att beskriva är att undersöka elevernas brister på matematik.

Studiernas fokus är på matematikundervisning i skolor och vem som driver den undervisningen, exempelvis om det är kompetenta lärare som planerar och genomför undervisningen. Enkäter, intervjuer och lektionsobservationer samt besök hos vissa skolklasser är olika metoder som både skolinspektionen och NCM använder sig av. Alla dessa delar ger en bild av lärarnas uppfattningar om kursplanen och deras undervisningssätt genom klassrumsaktiviteter utifrån målen.

Granskningen omfattar matematikundervisning i grundskolan och på gymnasiet. Men vi väljer att presentera grundskolan eftersom vårt examensarbete innefattar detta. Forskningen granskar relationen mellan styrdokumentet, lärarens undervisningssätt och elevens lärande. Forskningen har skett i olika skolor i olika kommuner, storstäder, förortskommuner och innefattar ett antal elever från respektive skolor. Bakgrunden till att granskning utförd inom skolan är de successiva försämrade resultaten och de försämrade kunskaper hos eleverna inom ämnet matematik som är bevisade i olika rapporter, till exempel TIMSS⁵.

NCM och UFM:s forskning omfattar tre rapporter men vi väljer att presentera den skriftliga rapporten om hur arbetet är bedrivet. Rapporten ”utgår från en tydlig skillnad mellan innehållsmål och kompetensmål” och ”kan användas för analys av svenska kursplaner, nationella prov, läromedel och undervisning” (Bergqvist, m fl., 2009, s.9). Generellt räknas matematisk kompetens som tillgången till förståelse och användning till matematik i olika sammanhang. Det finns 6 kompetensdefinitioner som är uppfyllda av de internationella ramverken. Den första är ”problemlösningskompetens” som innebär en tillgång i ”att kunna lösa uppgifter där uppgiftslösaren inte har någon färdig lösningsmetod tillgänglig innan uppgiftslösningen börjar”. Den andra ”resonemangkompetensen” omfattar skickligheten i att kunna motivera val och kunna argumentera logiskt för att förbättra undersökande hypoteser. Den tredje är ”procedurhanteringskompetensen” i att kunna bestämma vilken algoritm som ska anpassa en viss uppgift samt kunna genomföra tillvägagångssättet. ”Representationskompetensen”, som är den fjärde definition, innebär förmågan att ersätta en matematisk företeelse

med en annan, ”det vill säga representera någonting abstrakt med någonting konkret så att sambanden mellan båda synliggör förståelse, till exempel 12 äpplen istället för talet 12 en sfär kan beskrivas med hjälp av en boll. Den femte är ”sambandskompetensen” i att kunna förstå relationen mellan olika matematiska kompetenser som till exempel att multiplikation är en upprepad addition. Den sjätte är ”kommunikationskompetensen” vilket innebär förmåga i att kunna kommunicera och byta informationer om olika matematiska idéer och tankebanor muntligt och skriftligt (Bergqvist, m fl., 2009, s.9).

I analys av vad lärarna säger vid intervjuerna framkommer 4 kategorier om målen med undervisningen. ”Innehållsmål är mål som direkt berör det matematiska innehållet” där lärarnas vanliga uttryck är ”baskunskaper, kunna grunderna och kunna de fyra räknesätten”, ”affektiva mål” där ”Kategorin affektiva mål karakteriseras av att lärarna ser det som viktigt att utveckla elevernas lust till lärande, motivation, självförtroende och trygghet” (Bergqvist, m fl., 2009, s. 23). ”Konkretionsmål” innebär att lärarna alltid anknyter matematiken till vardagslivet och att ”Lärarna kan benämna mål inom denna kategori på lite olika sätt, till exempel med ord som verklighetsanknytning, tillämpning, konkretisering eller vardagsanknytning”(Bergqvist, m fl., 2009, s. 23). Det sista är ”kompetensmålen” där lärarna oftast säger ”att prata matematik” medan de glömmer de olika delkompetenser som leder till en ”samlad matematisk kompetens”(Bergqvist, m fl., 2009, s. 24). När det gäller kompetensmålen och hur de kommer att uppnås ligger fokusering på de aktiviteter som är ordnade från lärarens uppfattning angående målen i relationen med undervisningen.

Skolinspektionen studerar klassrumsaktiviteter som kan påverka elevers lärande. Påverkan kommer inte direkt från kursplanen utan från det som läraren arrangerar, det vill säga matematikundervisningsaktiviteter. Den studerar även de möjligheter som eleverna får av att lära sig. Skolinspektionens uppdrag är att granska kvaliteten av matematikundervisningen i grundskolan för att förbättra studieresultaten i ämnet matematik och för att öka ”fokus hos huvudmän och skolor på hur undervisningen planeras och genomförs” (Skolinspektionen, 2009, s.5). Granskningen kontrollerar lärarnas kompetens inom ämnet matematik och deras kunskap om målen i kursplanen och i läroplanen. Den ”undersöker på vilket sätt lärandemiljön stimulerar eleverna att utveckla de kompetenser som anges i kursplanen i matematik” (Skolinspektionen, 2009, s.10).

Resultaten av granskningen visar att det kan bero på obehöriga lärare som undervisar inom matematik. Antingen en klasslärare som saknar en adekvat utbildning för att undervisa i matematik i den årskurs som undersökts eller att läraren har en utbildning som inte gäller för den årskurs som man är utbildad för. Det kan också bero på att de intervjuade lärarna är olik medvetna om målen. Vissa lärare visar ”att de kan relatera kursplanens olika delar till varandra”(Skolinspektionen, 2009, s.13). En del uppvisar en osäkerhet kring detta. Lärarna tolkar kursplanen på olika sätt och har olika omfattande kunskap om kompetensmålen.

Resultaten visar också andra aspekter som spelar stor roll för elevernas lärande. Exempel att undervisningen är starkt styrd av läroboken, att flertalet elever inte är medvetna om målen i matematik och deras möjlighet att påverka undervisningen. Resultatet visar även att rektorns

deltagande i styrningen och ledningen av undervisningen inte är tillräcklig kraftfull och även att undervisningens innehåll samt form inte är anpassad till varje elevs förutsättningar och behov. Utifrån detta resultat, som granskningen har kommit fram till, har olika rekommendationer för att undervisningen i matematik ska ge eleverna möjligheter att utveckla de olika förmågor som är benämnda i läroplanens och kursplanens syften. En av de rekommendationerna kan vara att ” lärarna på ett begripligt sätt beskriver målen i matematik för eleverna så att eleverna får bättre verktyg för att kunna påverka undervisningen och ha ett reellt inflytande över och att kunna ha ansvar för sitt lärande”(Skolinspektionen, 2009, s.9).

Noter

¹⁻² E-böcker och artiklar [http://scholar .google.se](http://scholar.google.se).

³ Nationellt centrum för matematikutbildning.

⁴ Umeå forskningscentrum för matematik didaktik.

⁵ Trends in International Mathematics and Science Study.

4. Design, metoder och tillvägagångssätt

Vi har valt att göra en kvalitativ studie med syftet att förstå likheter och skillnader i matematikundervisning av två skolor, den ena i Libanon och den andra i Sverige. Stukat hävdar att "huvuduppgiften för det kvalitativa synsättet är att tolka och förstå de resultat som framkommer, inte att generalisera, förklara och förutsäga" (Stukat, 2005, s.32). Med denna kvalitativa studie vill vi, observatörer, inte generalisera konsekvenser utan vi vill tolka och förstå resultaten utifrån intervjuer med lärarna före och efter lektionerna samt utifrån genomförandet av lektionerna.

4.1. Urval och beskrivning av undersökningsgrupp

Tanken bakom vår undersökning var vår uppväxt och erfarenheter från skolan i Libanon samt våra studier i Sverige. Vår avgränsning av arbetet berodde på vår placering av verksamhet förlagda utbildningen (förkortas till VFU) i Sverige som är i årskurs 2. I och med detta bestämde vi oss att vara med på samma årskurs i Libanon. När det gäller valet av skolan i Libanon så var det lättare för oss att gå till den skolan som vi studerade i. Det var därför vi kontaktade den skola och blev inbjudna. Vi har även kontaktade kursledaren och fick bevilja att åka på en VFU period i en föregående kurs.

Skolläsåret i Sverige börjar i mitten av augusti och slutar i mitten av juni. Vi har utgått från det matematiska innehållet som läraren i Libanon har undervisat och vi har bitt läraren i Sverige att göra en genomgång kring samma innehåll, det vill säga en lektion om ental och tiotal. De här lektionerna beslöt vi att använda till vår undersökning, då vi kom att analysera lärarens agerande i relation till vad lärarna sa i intervjuerna.

Mattektionen skedde i en årskurs 2 i en skola utanför Göteborg som bestod av 31 elever som vanligtvis är uppdelade i två klassrum. Eleverna i den ena klassrum får samma genomgångar med en 40 minuters lektion varje dag som den andra klassrum. Men ibland får eleverna en gemensam genomgång med alla 31 elever, vilket var fallet med den undersökta lektionen. På grund av den gemensamma lektionen så hade inte alla elever plats att sitta på stolar och det var därför de var utspridda på golvet.

Skolläsåret i Libanon börjar den första veckan i oktober och slutar den sista veckan i juni. Vi åkte till Libanon den 11 oktober och besökte skolan. Vår avgränsning till innehållet av lektionerna berodde på lärarens undervisning under tiden. Eftersom eleverna var tillbaka efter sommarlovet hade de behov av en repetition kring innehållet i matematik. Läraren gjorde då en repetition om ental och tiotal.

Mattektionen var från en årskurs 2 i en skola på landsbygden i södra Libanon. Årskurs 2 bestod av 25 elever. Eleverna fick mattektion varje dag. Lektionen som vi har undersökt var en 55 minuters lektion och var på franska språket som inte är modersmål. Eftersom franska inte är modersmål i Libanon, kan eleverna stöta på svårigheter i deras matematisklärande vilket vi inte fokuserade på i detta arbete. I årskurs 2 hade eleverna många ämneslärare.

4.2. Etiska överväganden

Vi har utgått från fyra etiska principer som är följande: informationskravet, samtyckeskravet, konfidentialitetskravet och nyttjandekravet. Vi informerade lärarna och eleverna om studiens

syfte såsom Stukat beskriver på den första principen. Innan genomförandet av studien lämnade vi tillståndsmallar som föräldrarna skulle skriva under för att bekräfta deras tillåtelse av vår undersökning. Detta tillhör den andra principen som är samtyckeskravet. Utifrån den tredje och den fjärde princip var vi också tydliga med att vi inte kommer att nämna vilken skola vi har varit på och att både lärarna och elevernas medverkan ska vara anonyma och att insamlade data ska användas endast för forskningsändamål (Stukat, 2005, s. 132). Vi har även följt de etikreglerna som är beskrivna på Vetenskapsrådet.

4.3. Videofilm, observation, loggbok och intervju

Vi bestämde oss för att filma, observera, uppföra en loggbok samt intervjua lärarna både innan lektionen och efter. Vi har valt att filma eftersom det var lättare att titta på filmen efteråt och att komma ihåg de händelser som kunde ske i klassrummet.

Fördelen med att videofilma lektionerna var att kunna ha kvarliggande material som vi kunde gå tillbaka och titta på. Ju mer vi tittade på filmen desto fler aspekter av lärarens undervisning hittade vi.

Nackdelen med att videofilma är att lärarna blir stressade och känner att de måste förbereda sig extra mycket. Lärarna är då inte naturliga utan de känner att observatören finns på plats. Eftersom vi är två lärarstudenter så filmade den ena medan den andra antecknade i loggboken utifrån vår frågeställning, det vill säga kring innehållet i lektionen medan vi satte oss längst bak i klassrummen på de undersökta lektionerna.

Vi valde att observera för att ta reda på vad lärarna gjorde respektive vad de sa. Fördelar med observationer enligt Stukat är att ”man får kunskap som är direkt hämtad från sitt sammanhang” (Stukat, 2005, s. 49). Nackdelar med observationer är att vi ändrade på vårt val som från början var passiva observatörer. Vi valde att vara passiva men ibland var vi tvungna att fråga eleverna hur de tänkte. Dessutom hände mycket i klassrummet så att vi ibland tappade koncentrationen.

Vi har intervjuat lärarna både före lektionen och efteråt. Intervjun före lektionen handlade om matematik i allmänhet, därefter specifikt om lektionens syfte och mål. Intervjun efter lektionen handlade om hur lektionen hade gått både tidsmässigt och innehållsmässigt och även om lektionens syfte och mål hade uppnåtts. Intervjuerna i Sverige och i Libanon, före och efter lektioner, tog cirka 20 minuter sammanlagt.

När vi valde att göra intervjuer så kände vi att vi kunde jämföra lärarnas svar samt jämföra deras svar med det som skedde på lektionen. Vi har fått inspiration från Stukat och försökte förhålla oss till ”semistrukturerade intervjuer”. Med denna metod tänkte vi såsom Stukat beskriver att, ”Metodikern ger möjligheten att komma längre och nå djupare” (Stukat, 2005, s.39). Vi har även tänkt på ”var ska intervjun ske?”. Intervjun blev ”en fältstudie ” i skolan som ägde rum på en lugn plats för att undvika yttre störningar (Stukat, 2005, s.40). Intervjun blev helt muntlig, dels för att vi hade en bandspelare, dels för att slippa anteckna under tiden och för att koncentrera oss på respondenten.

Alla intervjuer spelades in, eftersom det ger oss frihet att koncentrera oss på samtalet och dynamiken i intervjun, men även för att vi efter genomförandet av intervjuerna skulle kunna använda svaren inför vår forskningsanalys (Stukat, 2005, s.37- 41).

Vi har transkriberat en del av lektionerna och intervjuerna i svenska för att lektionen är på

samma språk och det är lättare vid transkribering, medan det i Libanon talas arabiska fast den undersökta lektionen är på franska språket ett annat än svenska. Det kan påverka noggrannheten vid översättning mellan språk och det var orsaken till att vi inte transkriberat lektionen i Libanon på liknande sätt som i Sverige.

4.4. Struktur på intervjun

Stukat beskriver semistrukturerade intervjuer som vi har förhållit oss till och hävdar att: ”Utifrån ett antal huvudfrågor som ställs likadant till alla, följs svaren upp på ett individualiserat sätt”. Anledningen till detta är att vi ville lämna utrymme för lärarna att tala fritt om sina egna idéer och tankar.

Vi har delat upp intervjun i följande: en uppvärmning, en inledande intervju, en huvudintervju och en avrundning (reflektion). På uppvärmningen presenterade vi oss själva och syftet med intervjun. Vi berättade även hur intervjun är upplagd och att vi inte ger respons på om de svarar rätt eller fel. Dessutom meddelade vi varför vi har en bandspelare och lät respondenterna fundera på om de ville ställa några frågor till oss.

Inledande intervju där använde vi allmänna frågor om matematikundervisning samt inledande frågor.

Huvudintervju där använde vi oss av de specifika frågorna om den kommande lektionen i matematik (ental och tiotal). Vi var förberedda på att förklara frågan om respondenten inte förstod. Dessutom tog vi hänsyn till att ge respondenten tillräckligt med tid för att tänka klart och svara på våra frågor.

På avrundningen tackade vi intervjupersonen och pratade om hur personen upplevt intervjun och lämnade plats till funderingar kring frågorna angående det som ska hända med deras svar.

Reflektion: Vi har skrivit ner lite spontana reflektioner.

Vi har förhållit oss till den ovanbeskrivna strukturen men den syns inte tydligt på intervju frågor (Se bilaga 1).

4.5. Reliabilitet, validitet och generaliserbarhet

För att uppnå examensarbetets reliabilitet hade vi varit noggranna med vår undersökningsmetod. Enligt Stukat ”ett sätt att kontrollera reliabiliteten på sin undersökningsmetod är att upprepa mätningen”(Stukat, 2005, s.126). Vi har försökt förhålla oss till den definitionen genom att filma lektionerna samt spela in intervjuerna för att sedan kunna titta och lyssna på det materialet. Detta för att lätt kunna beskriva och studera både lektionerna och intervjuerna flera gånger under processens gång. Vi har beskrivit vårt material genom att dela upp lektionerna och intervjuerna i olika avsnitt. För att inte få brist på reliabilitet så har den ena filmat och den andra antecknat.

På grund av examensarbetets omfattning så har vi begränsat oss från att jämföra matematikundervisning i allmänhet mellan två länder till att jämföra två enstaka matematiklektioner. Detta kan påverka validiteten i de lektionernas analyser som vi har gjort. Vi har försökt att uppnå validiteten i vår undersökning genom att var och en tolka

lektionernas och intervjuernas inspelningar för sig. Sedan diskuterade vi varandras tolkningar för att se samstämmighet. Validiteten hade möjlighet att öka om vi hade varit närvarande på flera olika lektioner och analyserat dem. Dessutom kunde sanningen påverkas av lärarnas medvetenhet när de skulle vara med på videofilmen samt bli intervjuade. Enligt Stukat kan det uppstå en felkälla om människorna är inblandade i undersökningen, eftersom ”Det är inte otroligt att de ger osanna svar – mer eller mindre omedvetet” (Stukat, 2005, s.128). Vi menar att lärarna förbereder sig extra inför lektionen och intervjun och kanske ger de svaren vi vill höra. Det hade varit intressant om vi intervjuat barnen efter lektionerna för att se om de verkligen förstått lektionens innehåll. En brist på forskning om matematikundervisning i Libanon har lett till att vi förhåller oss till matematikforskning i Sverige, vilket också kan påverka validiteten..

Med denna begränsade undersökning är vi medvetna att vi inte kan generalisera resultaten som vi kommer fram till men vi vill få syn på de olika vägar som leder till ett effektivt lärande.

5. Resultatredovisning

Vi kommer att presentera lektionerna och intervjuerna med lärarna i Sverige och i Libanon som följande:

- Lärarintervjuer Sverige (före och efter)
- Lärarintervjuer Libanon (före och efter)
- Lektion i Sverige
- Lektion i Libanon

På grund av sekretessen i skolorna i båda länderna kommer lärarna och eleverna att vara anonyma. Det är därför vi har fiktiva namn på eleverna och användning av första bokstaven som en förkortning av deras namn. Den svenska läraren heter Lena och den libanesiska läraren heter Elissar, vilket är inte deras riktiga namn. En del av intervjuerna och lektionerna kommer att transkriberas och en del kommer att redovisas.

5.1. Lärarintervjuer Sverige (före och efter)

5.1.1. Om matematik i allmänhet

Så här säger Lena om det hon vill uppnå med sin matematikundervisning: ”Oh det viktigaste tycker jag är att barnen tycker att det är roligt först och främst så att de inte tappar intresset för matematik och att man får varva olika arbetssätt så att dem så att det inte bli tråkigt jobba lite i boken och göra lite praktiska övningar och ha lite matematik prat och så”. När det gäller lektionernas utseende i allmänhet så påpekar Lena att ”man börjar med ett startblock i gemensam uppgift som man pratar kring och så eh å sen så får de jobba kanske enskilt boken eller tillsammans i boken eller om man har en praktisk uppgift och så önskar man att man skulle ha nån liten återsamling på slutet så men oftast så är det så korta pass så att det blir så här nej ni får ni plocka ihop för ni ska ni ha rast så”. Hon berättar även att alla lektionerna inte ser likadana ut utan att de flesta gör det. Eftersom ”det är smidigast om man har många barn och så om man är inomhus”.

Enligt Lena är det oftast fyrtio minuters pass. Den första kvarten ägnas till en hel grupp med en genomgång, sedan går hon runt och hjälper till resten av tiden. Lena anser att det som är viktigt för att eleverna lär sig det hon vill är ”att vara tydlig, och att man ska variera vad man ska säga, att man förklarar på olika sätt och att man visar på olika tankegångar i matematiken o olika metoder att lösa samma slags uppgifter”.

Angående läroboken och de material som kan användas på lektionerna så säger Lena att de använder läromedlet rätt så mycket och att hennes planering utgår från det. Hon är inte så noga med att alla eleverna ska göra alla uppgifter som finns i boken utan hon väljer ett område som de kan jobba med och de kan även jobba praktiskt. Hon använder även andra uppgifter som till exempel startblocksuppgifter. Alla elever gör inte samma uppgifter utan en del elever jobbar med andra böcker. Men de är med när klassen har ”matteprat” och även på alla genomgångar för att de behöver träna på grundläggande saker. De gör ändå en del i matteboken (det som passar dem). De elever som jobbar med andra böcker är de som mest använder laborativt material och det finns i en egen liten låda på bänken. Det finns även andra material i klassrummet som alla kan använda.

Kring elevernas samtal med varandra om matematik så hävdar Lena att ”Jag tycker att det är

väldigt viktigt att barnen får berätta hur de själva tänker när vi har startblockuppgifter så. Det kan vara en enkel uppgift hur tänker du när du räknar $6 + 3$ exempelvis eller $6 + 5$ så får de berätta hur de tänker och då kommer det fram fyra, fem, sex olika tankesätt och så när de får berätta det högt i klassen så kan ju de andra eleverna som kanske inte har så bra strategier ta till sig det som passar dem bäst, så jag tycker att det här är jätteviktigt”.

I skolan finns nationella mål i årskurs tre i matte som hon bryter ner till ett lokalt mål så att det passar eleverna i årskurs två. De har inte matematik utanför klassrummet och inte heller integrerat matte med andra ämnen.

För att Lena skall veta om eleverna förstår det matematiska innehållet som de arbetar med så ställer hon frågor som ”hur tänker du exempelvis och att man verkligen lyssnar på alla elever och inte bara tar de där som alltid sitter och räcker upp handen utan man går runt och lyssnar på de andra. Vi har gjort lite test och sånt också om taluppfattning o så sånt så att det är på många olika sätt man kan se vad de faktiskt kan. Jag tycker att det vi använder mest är det här muntliga jag lyssnar på dem och ställer lite frågor som lockar dem och försöker sätta ord på hur de tänker. Det är det som jag använder mig mest utav ”.

5.1.2. Om ental och tiotal lektionen

Så här säger Lena om lektionens syfte och innehåll: ”De ska få testa lite olika praktiska metoder och jobba med addition och subtraktion av tiotal så att det egentligen är själva metoderna som är målet, att de ska få prova på olika sätt och förstå olika stationssystem”. Hon vill att ”så många så möjligt ska förstå det här med att ta plus tio och minus tio ifrån ett givet tal fast det är egentligen inte det som är syftet men då hoppas jag ändå att många kommer o göra utan syftet är ju egentligen att kunna jobba med laborativt så”. Hon har inte samma målsättning för alla elever eftersom hon har två slags olika mål på lektionen. Det är själva metoden som är målet för alla elever. Hon tror att många av eleverna kommer att förstå och begripa plus tio och minus tio, men några kommer inte att göra det. Det som eleverna får från denna lektion är enligt Lena ”en bra taluppfattning, kunna jobba med högre tal senare och med tal upp till hundra”. Det är grunden till taluppfattningen. Hon kommer att ha en genomgång framme vid tavlan med alla 31 elever vilket inte sker så ofta utan en gång i veckan. Men de övriga dagar så är eleverna indelade i två klasser och får sin matte lektion varje delgrupp för sig.

Hon kommer att ha en muntlig genomgång om målet med lektionen och dela in eleverna i grupper där de ska gå runt på olika stationer och jobba. Sedan kommer hon att ha en liten återsamling på slutet och se om de har uppnått målet.

Hon anser att de kan stöta på svårigheter beträffande lektionens innehåll och säger: ”Det som är det svåra så är det praktiska nu är det rätt så många barnen så är jag väl medveten om hehe att de ska få flytta på att de ska flytta sig mellan stationer samarbetet kanske de är inte så himla stora ännu så det är det som är det mest svår för dem och det är det som är syftet med lektionen också och träna på det. Oh emm För det första så det är egentligen 6 stationer de ska ta igen ta sig genom men det är ju det här klassiska att det bli jo kö bildning någonstans så jag har gjort en dubbel sex stycken dubbel stationer så att det går o göra om varandra om det är ju så och sen så kommer jag och finnas med och styra och styra upp det men jag vet att det kommer o bli lite svårt jag måste testa det”. Hon har gärna velat göra den lektionen i en halvklass men hon kommer ändå att testa och se hur det går.

5.1.3. Lärarens kommentar efter lektionen

Så här säger Lena om lektionen har stämt med hennes planering: ”Jaa till stora delar i alla fall dem dem ställer väldigt mycket frågor när man har genomgång och så det är jätte bra för då slippar man få alltid det här sen kommer det ändå frågor”. Om Lena ska göra denna lektion igen vill hon ha en extra station. Det var exakt samma antal grupper eftersom några elever stod och väntade tills de andra hade löst färdigt uppgiften. Hon vill även förklara subtraktion på overheaden precis som hon gjort med addition. Hon säger: ”För att plus det är okej då lägger man bara till och så skriver man plus och så här men minus då behöver de stryka och det märktes när man kommer in i klassrummet. De visste inte riktigt hur de skulle göra där ah så att det kommer jag o ändra på om jag gör det nå mer gång att jag visar som exempel både plus och minus”. Detta ”För att det ska bli tydligare för dem de är inte riktigt vana vid det .det är ju så så är det extra viktigt på tydligt”.

Hon säger att eleverna har testat rent praktiskt och har jobbat med tiobas systemet. Hon har inte hunnit gå runt och kollat om alla eleverna har nått målet med lektionen eftersom det är enligt henne ”ett sånt litet moment men som det ser ut när man bara går runt och kollar snabbt så ser det ut som att det flyter på eftersom det är två som samarbetar också så vet man ju inte vem som är drivande i paret heller det är ju några som är reellt svaga i klassen och det är klart att för dem så är det lätt o bara hänger på den som de jobbar ihop med så jag försökte o inte välja en jätte starkt ihop med en väldigt svagig utan satt med på en ungefär lika nivå så att de faktiskt behöver bolla lite med varandra hur de ska lösa uppgifterna”.

5.2. Lärarintervjuer Libanon (före och efter)

5.2.1. Om matematik i allmänhet

Elissar påpekar vikten av att kunna räkna i årskurs 1 och 2. Det är en viktig del av matematikundervisning, eftersom detta är grunden till allt lärande. Eftersom Libanon är ett land där man pratar arabiska, är det viktigt för eleverna att lära sig matematik på modersmålet. Detta är viktigt för att t ex lära sig handla själv i kiosken. Eleverna får även matematikundervisning på franska språket och målet med detta är att lära sig allt om matematik. Elissar menar att eleverna ska lära sig att räkna flytande redan när de går i de tidigare skolåren, t ex att svara utan att räkna på händerna talet $15 + 1 = 16$ och talet $8 + 2 = ?$ Elissar beskriver hur viktigt det är för eleverna att lära sig räkna matematik som är användbart inom alla olika sorters yrken i framtiden. Hon tar upp hur svårt det är om eleverna inte får bra baskunskaper i matematik under tidigare skolåren och hur det kan påverka dem senare. Multiplikationstabellen är en viktig del av matematik som barnen i årskurs 2 skall kunna. Ju tidigare eleverna kan tabellen bra ju lättare bli det för dem inom matematik i de senare skolåren.

Läraren börjar lektionen med en gemensam genomgång med hela klassen i en kvart där hon går igenom olika tal vid tavlan. Sedan får barnen räkna i sina böcker medan hon handleder. Elissar utmanar eleverna på de talen som kan vara lite luriga, t ex siffrorna 6 och 2 som skrivs på ett liknande sätt fast spegelvända. Varje dag i början av lektionen gör hon en liten repetition av den föregående lektionen. Hon gör repetitionen för att hjälpa alla elever, både de som behöver extra hjälp och även de som redan kan för att de ska utvecklas vidare. Hon nämner att de som redan kan har eventuellt gått igenom lektionen med sina föräldrar hemma och de som inte kan har några förkunskaper om lektionens innehåll. Läraren vet att eleven

har en förkunskap om lektionen när eleven visar deltagande i klassen vid genomgången och när eleven svarar på hennes frågor.

Läraren använder inte läroboken i rätt ordning utan tar t ex de olika kapitel som handlar om samma innehåll som addition efter varandra och de kapitel som har med experiment att göra sist. Hon följer inte boken men hon är medveten om elevernas behov och tar hänsyn till det. Läraren hämtar även uppgifter från andra böcker till samma årskurs. Detta för att öka elevens förståelse i det avsnittet. Alla elever får samma uppgifter att lösa hemma efter en gemensam genomgång i klassrummet. Elissar säger att eleverna inte får olika uppgifter för att hon inte vill att de ska få olika svar, t ex 120 och andra får 340. Detta kan väcka frågor och känslor hos eleverna, t.ex. avundsjuka. Dessutom undviker hon att eleverna får olika uppgifter för att det blir svårt för henne att veta om eleven har löst uppgiften hemma själv eller om någon annan har gjort det. Elissar säger att laborativt material används mer vid geometrin men inte mycket i algebra, eftersom materialet inte finns tillgängligt. Fast läraren försöker att skapa sitt eget material, t ex genom att öppna ett pennfack framför eleverna och att räkna de pennorna som finns inuti. Pengar används inte mycket utan de har en enda lektion som handlar om det.

Elissar möjliggör för eleverna att prata matematik i klassrummet mellan 5 och 10 min under en 60 minuters lektion. Detta kan bli en stund för eleverna att koppla av och att lära känna varandra bättre. Dessutom säger Elissar ”En elev lär sig med hjälp av en annan elev mycket bättre och snabbare än de gör av läraren”. Hon utgår från de lokala kursplanerna som är i form av olika mål beskrivna i början av varje kapitel och utifrån de nationella kursplanerna som är gemensamma för alla skolor i Libanon. Hon börjar alltid lektionen där den föregående lektionen har avslutats. Utomhusmatematik används sällan på grund av de begränsade möjligheterna som läraren eller skolan har. Ämnesintegrerade lektioner är också sällan använda. Hon vet om eleverna har uppnått målen av lektionen vid rättning av läxorna på tavlan och med hjälp av ett litet prov som eleverna får göra efter varje kapitel (eller efter två kapitel som handlar om samma innehåll, t ex addition). Eleverna gör ett prov varje månad. Det kan vara en utgångspunkt till att betygsätta eleverna eller utvärdera dem.

Enligt Elissar så är målet utifrån läroplanen att eleverna i årskurs tre ska kunna räkna med talen upp till 1000. Det är därför hon börjar i årskurs två med att räkna med talen upp till 100. Detta för att all addition ser likadan ut oavsett om det är med tiotal, hundratal eller tusental. Om eleven har en bra grund till uppställning av additionen, då kan det underlätta för eleven var tiotalen och entalen ska placeras och dessutom blir det lättare att lösa operationen.

5.2.2. Om ental och tiotal lektionen

Så här säger Elissar om lektionens mål som är att eleverna ska kunna räkna additionsuppgifter med ental och tiotal. Om eleverna inte kan urskilja ental och tiotal blir det ett problem med placering av minnessiffror¹. T ex om eleven får svaret 21 vid additionen av två tal och inte vet var han/hon ska skriva ettan och ha tvåan som minnessiffra. Då kan det leda till en svårighet för den eleven vid multiplikationen. Läraren har samma syfte och mål för alla eleverna i klassen. Alla har samma mål, även de eleverna som har svårigheter med att uppnå målet med lektionen. När Elissar underlättar undervisningen kan eleverna med svårigheter förstå vad lektionen handlar om. Första gången kan det ta t ex 15 min för eleven att förstå. Nästa gång tar det 5 min och sedan några sekunder. Enligt Elissar kommer

lektionen att handla om ental och tiotal, om addition, och om positionstabellen från 1 - 95, som eleverna skall kunna.

Lektionen börjar med en liten repetition av det som eleverna har lärt sig förra läsåret. Sedan fortsätter läraren med undervisningen tills hon når målet för denna lektion som är ental och tiotal. Lektionen avslutas med en läxa som alla elever får för nästkommande skoldag. Läxan handlar om att skriva talen från 1 - 50 med siffror. Hon påpekar att detta är en grund för eleverna att kunna räkna alla de talen i följd samt att skriva dem med siffror för att sedan börja skriva talen med bokstäver.

Enligt Elissar så kan eleverna stöta på svårigheter som att addera tvåsiffriga tal. Med detta menar hon att det kan vara lite svårt för eleverna att veta var de ska sätta den minnessiffran som de får i slutet av operationen. Enligt Elissar så leder en sådan träning i både det skriftliga och det muntliga till att eleverna utvecklar huvudräkning, vilket inte är fallet med tillgång till miniräknare. Läraren föredrar att eleverna tänker själva och att använda sig av händerna eftersom det hjälper dem till en bättre förståelse av matematik.

När det gäller planeringen till den lektion vi skall vara med på, tar läraren hänsyn till de svårigheter som eleverna kan ha under lektionen. Hon förbereder därför något lämpligt för den nivån där eleverna befinner sig för att undvika eventuella inlärnings svårigheter. Hon börjar alltid med uppgifter som hon tycker är lätta för eleverna för att senare ge dem uppgifter som är lite svårare.

5.2.3. Lärarens kommentar efter lektionen

Elissar tycker inte att lektionen har gått som hon har planerat. Om hon ska ändra något på denna lektion ska hon underlätta sitt arbetssätt och inte göra det komplext. Med detta menar Elissar att hon ska fortsätta förklara att "une dizaine"(ett tiotal) är lika med "dix unités"(tio ental) och tar olika exempel som 20, 30 tills eleverna är säkra på det, inte börja med det motsatta värdet som är att tio ental är lika med ett tiotal eftersom det var lite förvirrande för eleverna.

Läraren anser att med detta arbetssätt så kan eleverna själva hitta vägen till att förstå att tio ental kan vara detsamma som ett tiotal. Eleverna har svårigheter att förstå relationen mellan dessa tal. De blandar mellan "une dizaine = dix unités" och "dix unités = une dizaine". Målet med lektionen om att kunna ental och tiotal har inte uppnåtts, säger läraren. Detta kan ha två olika orsaker. Det första är att det är första lektionen inom detta avsnitt. Det andra är att det är första veckorna i skolan efter sommarlovet och barnen inte har hunnit koncentrera sig på skolarbetet. Målet med det första kapitlet i boken är att eleverna ska kunna siffrorna från 21 till 95. Läraren antog att eleverna skulle ha svårigheter med talen från 70-80, men eleverna visar tvärtom. Eleverna kan tiotal och ental och har lärt sig att ett tiotal är lika med tio ental, fast inte den motsatta ekvationen. De har inte uppnått målet med att dela upp talen i tiotal och ental.

Noter

¹ Vid en uppställning som till exempel

¹43

+48

91

På uppräkningsen av $3+8$ där svaret är lika med 11 räknas 1 (som presenterar tiotal) som en minnessiffra.

5.3. Lektioner (Sverige/ Libanon)

Här kommer en beskrivning av lektionerna både när läraren går igenom och sedan när eleverna jobbar med uppgifterna. Båda lektionerna handlar om taluppfattning, i båda fallen om ental och tiotal. Vi har delat beskrivningen i två delar: lektionen i Sverige och därefter lektionen i Libanon.

5.3.1. Lektionen i Sverige

Lena tar fram olika material som hon själv har ritat på papper: pengar, romerska siffror och staplar till en repetition på ental och tiotal och lägger materialet på bordet. Läraren berättar att de har matte fram till rasten och att de ska träna på att räkna plus tio och minus tio på olika sätt genom att gå runt på olika stationer tillsammans med en eller två kamrater. Hon berättar för eleverna att de inte behöver fundera på vem de ska jobba ihop med, utan hon kommer efter genomgången att berätta det. Lektionen handlar om en träning på att räkna på olika sätt med hjälp av olika material som är nämnda ovan. Eleverna kommer efter genomgången att gå runt till sex stationer. Vid varje station ska eleverna lösa en uppgift med fyra olika tal. Hon visar ett exempel som ser ut så här fast den finns inte vid någon station utan eleverna ska jobba med liknande uppgifter.

20+10= 30+10= 40+10= 50+10=

På det pappret får eleverna inte skriva eftersom alla elever kommer att lösa de uppgifterna. Eleverna får ett eget papper som de får skriva på och visar hur de löser uppgiften. Pappret ser ut så här:

Skriv av talen	Rita	Svar
----------------	------	------

Eleverna ska först skriva av talen. Direkt efter ska de lösa uppgiften med det materialet som finns på stationen. När eleverna gör det på konkret material ritar de av på det utrymmet som de har på pappret. Slutligen ska de skriva svaren. Lena har tänkt att lektionen även kommer att fortsätta efter rasten det vill säga två lektioner i följd så att eleverna ska hinna med alla stationer.

Under tiden Lena förbereder allt material till sin lektion berättar hon för eleverna syftet med lektionen. Hon fixar overheaden, vilket senare i texten kommer att förkortas till OH.

Efter 3 minuter och 13 sekunder (minuter förkortas med min och sekunder med s)

Lärare: Är det någon som kommer ihåg vad plus heter på mattespråket?

Elever räcker upp händer.

Lärare: Kommer du ihåg det, Carola?

Elev C: Subtraktion.

Lärare: Najjj, men just däremot. Om du ser på subtraktion. (läraren skriver – på tavlan.)

Lärare: Subtraktion, det handlar alltså om minus tio som ni kommer att träna sen på stationer (hon skriver minus tio).

Elev Mia: Ska alla jobba med det?

Lärare: Jo, alla ska göra detta.

Lärare: Är det någon som vet vad plus heter på mattespråket? Vet du det Fredrika?

Elev Fredrika: Addition.

Lärare skriver addition och säger: Det handlar om + 10. Vi kommer att jobba med. Vi kommer att utgå från ett tal och ta bort tio eller lägger till tio”.

Hon börjar presentera de 3 olika stationerna som eleverna ska jobba med senare.

Station A: Papperspengar (4min 25s)

Efter att Lena har förklarat +10 och -10 tar hon fram papperspengar och säger: Jag hann inte plocka fram plastpengar, utan vi kör med sådana här pengar (medan hon visar). Vi kommer att använda papperspengar.

Hon lägger en 10 krona och 1 krona på OH och förklarar för eleverna att de ska använda det på olika stationer. Hon skriver på andra sidan tavlan pengar och ritar 10 och 1 krona som ser ut som sedlar.

Lärare: Är det någon som vet hur mycket det här blir tillsammans?

Elever räcker upp handen.

Lärare: Vet du det, Lennart?

Elev L: 11.

Lärare: Hur vet du det då L?

Elev L: För att du berättar att du har en 10 på vänster och så lägger du en 1 så blir det 11.

Lärare: Det var lätt, va?

Station B: Romerska siffror¹ (5min 10s)

Lena förklarar romerska siffror genom att ta fram symbolerna X och I, där X är lika med 10 och I är lika med 1.

Lärare: På två stationer så kommer ni och stöta på sådana här. Först lägger Lena X i mitten av OH, sedan lägger hon I till höger om X. Sedan X till vänster om X.

Så här ser det ut på tavlan: X X I

Elever pratar högt medan de tänker.

Lärare: Schhh, ni får tänka tyst precis som vanligt. Vi kommer att stöta på sådana här siffror, känner ni igen de?(medan hon pekar på tavlan).

Elever: Jo.

Lena: Känner ni igen de? Simon, vad är det för siffror?

Elev S: Jag vet inte, men jag vet vad det är tillsammans.

Lärare: Du vet det då. Vad är det då tillsammans?

Elev S: 21.

Lärare: Hur kan du veta det?

Elev S: För jag har tränat på det i matteboken såna X betyder 10 och en såna stapel betyder 1. (Eleven menar I).

Lärare: Sådana X betyder 10 (hon skriver jämte varje X en liten 10 och frågar om den andra X)

Elev S: 10.

Läraren frågar om I.

Elev S: 1.

Lärare skriver 1 jämte I.

Lärare: Och då blir det tjugo ett tycker du?

Lärare: Kommer ni ihåg när vi har jobbat med detta?

Elev: Jo.

Lena: Är det nån som kommer ihåg vad man kallar sånna här siffror för de är inte alls som våra siffror? Och frågar Anton som har räckt upp handen.

Elev A: Jag tror att de kallas romerska.

Lärare: Jo det heter det, och skriver på tavlan romerska siffror och säger vi kommer o jobba med 10or medan hon ritar X och ental medan hon ritar I så är det de två olika ni kommer o jobba med. Det finns andra romerska siffror också kommer ni ihåg till exempel ihåg vad ett V stå för på romerska. Hoho. Är det nån som kommer ihåg det?”. Lena frågar Robin som har räckt upp handen.

Lärare ritar V på tavlan och frågar vad den är värd.

Elev R: 5.

Lärare: Det var 5.

Lärare visar hennes hand och förklarar att det var en full hand det blir som V (medan hon visar handen) mellan tummen och lillfingret.

Och 10 (hon visar hand i hand med en kryss på tumme fingrarna och säger) ”Vi har 10 kryss tummarna bildar ett kryss det är två fulla händer tio fingrar yeh.

Station C: Stapel (7min 8 s)

Läraren förklarar stapelstation och visar det på OH. Hon lägger en lång stapel som ser ut som en lång rektangel (Rita) och en liten ruta där den långa är lika med 10 medan den lilla är lika med 1.

Lärare: Stationer använder sig utav såna här” och lägger på OH 3 långa staplar och 2 rutor och säger ”om man vet vad det bli så få man tyst räcka upp handen så att alla tänker”.

Lärare: Är det nån som vet vad det här är för någonting? Emilie?

Elev E: 32.

Lärare: Hur vet du att det är 32?

Elev: Första stapel är 10.

Lärare: En stapel är 10 och pekar på första stapeln och nästa?

Elev E: 10.

Läraren frågar efter de 3 staplarna och skriver små 10:or jämte staplar. Sedan frågar hon om de små rutorna.

Elev E: 1. Lena skriver en 1:a jämte varje ruta.

Lärare: Det är därför du fick 32 kommer ni ihåg ni andra när vi har jobbat med sanna här?

Alla elever jaa.

Lärare: Jag vet inte vad vi ska kalla de? (Lena frågar elevassistenten men fick inget tydligt svar och frågar eleverna om hon ska kalla de staplar?)

Alla elever säger stapel. Hon skriver staplar och ritar det.

Gemensam lösning till några uppgifter (10 min)

Läraren förklarar för eleverna att de ska gå runt till 6 olika stationer. Vid varje station finns ett papper som innehåller 4 olika tal. Läraren tar ett papper och hänger det på tavlan så att alla ser. Det kommer att finnas 3 stationer i det ena klassrummet och 3 i det andra. Här nedan är det pappret som läraren presenterar:

$$24+10=$$

24+20=

24+30=

24+40=

Lärare: Ser ni allihop?

Elev: Jo

De talen ska ni lösa tillsammans två och två med hjälp av det materialet som finns på bordet så om det ligger romerska siffror så ska ni lösa uppgiften med romerska siffrorna. Hon visar det översta talet och frågar.

Lärare: Vad står det där?

Susanna som säger 24 och 10.

Lärare: 24 och 10. Hon frågar om + och pekar på det.

Elev: Hmm.

Lärare: Jag hör inte.

Elev: Säger 24 + 10.

Lärare: Vi har romerska 10:or och vi har romerska 1:or. Vad ska vi göra och frågar Daniel

Elev Daniel: Ska jag säga vad det bli?.

Lärare: Nej du ska säga vad vi ska ta fram på romerska siffror.

Elev: Eh eh två stycken X och.

Lärare: Vad tycker du Anton?

Elev A: 2 stycken X hmm.

Lärare: Är det nån annan som vill försöka. Erik?

Elev Elias: 4 X.

Lärare avbryter lite på grund av en elev som har diabetes. Hon gick ut men när hon kommer tillbaka från rummet så säger hon att "jag gör så här att jag visar hur man ska göra och ni säger erat förslag sen".

Läraren hon lägger 2 X OCH 4 I. Sedan frågar hon vad ska vi göra nu Daniel?

Elev D: Vi sätter till en 10:a X.

Lärare: Ser ni allihopa medan hon lägger ett X till så att det ser ut så här XXXIII. Vera?

Elev V: 44.

Lärare: Vi hade 24 nu lägger vi en 10 så hur mycket har vi nu? vad säger du Anders?

Elev A: Svarar inte.

Elev V : 34 .

Lärare: Nu kom du på det nu Vera.

Lärare: Vi lägger en 10:a och räknar 10,20,30,31,32,33,34.

Lärare: Svaret är 34 men vad ska vi göra ska vi skriva på det pappret?(medan hon pekar på det hängande pappret).

Elever: Nej.

Läraren går igenom hur eleverna kommer att samarbeta och försöker belysa tanken med lektionen. Då menar hon att de ska jobba med varandra och hjälpas åt och turas om under lösningen. Hon förklarar även steg för steg vad eleverna ska göra, var de ska skriva och hur de ska använda det konkreta materialet.

Läraren tar samma uppgift med papperspengar.

Lärare: Vi har 24+10 Alva du får berätta, vad tycker du?

Elev A: Två 10 och fyra 1kronor.

Lärare lägger två 10:or och 4 en krona medan hon räknar.

Lärare: Vad är det du har lagt här nu?

Elev: 24.

Lärare: Vi låtsas att vi är på pengarestation nu och lade en 10:a, så vad blir det Hanna?

Elev H: 34.

Lärare: Det är lätt när de är så här och räknar 10,20,30,31,32,33,34.

Hon återkommer till pappret där de ska skriva och berättar tydligt hur de ska rita och hur de ska lösa uppgiften och skriva svaret. Hon säger även att ingen ska känna sig utanför och att de ska jobba ihop.

Lärare: Nu låstas vi att vi är på stapelstationer. Hur många staplar ska vi lägga?

Elev Daniel: 2 staplar.

Lärare: Och hur många rutor?

Elev D: 4 ettor och räknar 1.

Lärare: 1,2,3,4.

Lärare: Oliver vad har vi här och frågar om 10:an.

Elev O: 10.

Lärare: Vad ska vi göra?

Elev O: 10 + en lång.

Lärare: Den är värd 10:a den lång och lägger den jämte de två långa.

Lärare: Vad blir det för ett svar Christer?

Elev C: Em 34.

Lärare: 10,20,30,31,32,33,34 och frågar ska vi skriva svaret här.

Elev: Nej.

Sedan återkommer hon och berättar hur de ska göra med staplarna, alltså hur de ska rita de jämte talen och till slut svaret.

En elev frågar om det är bara det talen som hon har löst på tavlan, men hon säger tydligt att det är alla tal som finns på de olika stationerna som ska göras. Lena påpekar att när det är + så lägger man till men när det är - så tar man bort. Hon frågar om det är någon som undrar någonting. Det blir en liten frågestund innan arbetet pågår. Medan eleverna hämtar sina suddgummin och pennor så lägger hon allt material på respektive station. Hon delar upp eleverna i små grupper och säger även i vilken station de ska börja.

Elever löser uppgiften i smågrupper

Här går eleverna runt på olika stationer och löser uppgifterna i grupper.

Grupp 1

Två elever, Vera och Per, löser uppgiften 42-10 med hjälp av romerska siffror.

Eleverna börjar lägga XXXXII. Det är ostrukturerat så eleverna lägger ytterligare X och säger 52. Sedan försöker de att strukturera detta.

En av eleverna har ritat på pappret XXXXII ska jag rita ett X till (frågar kompiserna men fick inget svar)?

När läraren kommer säger hon lägger ni talen?

Grupp ett: Oh det har vi gjort.

Läraren vi ska se. Vart har ni lagt 42 här och pekar på romerska siffrorna där det finns XXXXXII (52).

En utav barnen räknar och när det blir 52 då tar hon bort ett X (10).

Lärare: Jag ska se. Sen säger till Vera kan du visa Per så att han ser att det är 42. Sedan börjar hon räkna 1,2,3,4 ah det 40,41,42.

Lärare: Oh vad skulle man göra sen?

Elev V: Skriv talet till P.

Lärare: Vad ska man göra på det här och pekar på romerska siffrorna som är 42 och säger 42.
Elever ta in dit en till och försöker ta ett X.

Lärare: Ska ni ta in ett X?

Elev: Nej vi ska ta bort ett.

Lärare: Ah just varför det?"

Elev: För att det är minus och ta bort ett X.

Lärare: Jo det ska man göra det.

Elev tar bort ett X.

Läraren pekar på svaret och säger skriv svaret där som är 32 och säger så får man inte glömma att skriva – X här då så att man ser de har tagit bort ett X.

Grupp 2

Två elever, Fredrika och Oliver, löser uppgiften 57- 40 med hjälp av papperspengar. Oliver försöker skriva medan Fredrika hämtar pengar. O skriver och frågar F om svaret och då säger hon 17. Då skriver O 17.

Grupp 3

Två elever Oscar och Fredrika löser uppgiften 57- 10. När läraren kommer ser hon att eleven har glömt att skriva hela talet 57-10, men han har bara skrivit 57. Hon ber eleverna att skriva 57-10 och så vidare. Läraren märker även att eleverna har ritat till exempel 57-10 :10 10 10 10 10 1 1 1 1 1 1 1 i form av pengar men de har inte kryssat över eller visat att de har tagit bort en 10:a.

Läraren hur kan man visa att man ta bort nått då?

Eleven kryssa.

Läraren: Jo så får du nog göra samma på de andra talen som ni redan har löst.

Grupp 4

Två elever, Hanna och Anton, löser uppgiften 57-30 . H lägger pengar medan A går runt och kollar. När hon lägger pengarna på bordet tar hon bort 30 kronor och räknar 27. A kommer och säger:" du ska rita!". Då börjar hon rita pengarna. Sedan när hon börjar titta på de andra kompisarna som är bredvid säger A: "kryssa över 3 10:or". Då gör hon det.

Läraren berömmar två elever som kryssar över när de löser uppgiften med subtraktion och säger "ni visar tydligt det ni gör". Läraren avslutar lektionen genom att säga att det är dags för rast och att de kommer att fortsätta med detta efter rasten.

5.3.2. Lektionen i Libanon

Mattektionen är från en årskurs 2 i en skola på landsbygden i södra Libanon. Årskurs 2 består av 25 elever. Eleverna får mattektion varje dag. Lektionen som vi har undersökt och som vi kommer att presentera är en 55 minuters lektion och är på franska språket. Eftersom detta språk inte är modersmål i Libanon, kan eleverna stöta på svårigheter i deras matematisk lärande vilket vi inte fokuserar på. I årskurs 2 har eleverna många ämneslärare. Eleverna har haft engelska och nu är det dags att byta lärare. Matematikläraren kommer in i klassrummet för att ha sin undervisning där.

Alla eleverna står och säger "God morgon fröken Elissar", som är matteläraren. Hon kommer in efter att klockan har ringt ute i hallen. Läraren introducerar dagens lektion som handlar om att skriva talen och talens grannar och handlar om "dizaine et unité", (tital och

ental) och att placera de i positionstabellen. Eleverna ska även få en läxa efter dagens lektion att skriva talen från 1-50.

Hon skriver 24, 42, 12, 21, 31, 13, 50, 05, "ce sont des nombres", dessa är siffror säger hon, men de skiljer sig från varandra på talens värde, till exempel på 24 och 42. Hon förklarar att 2 är värd 20(2 tiotal) men i talet 42 är 2 värd 2 ental. Och 4 i 24 är värd 4 ental, men 4 i 42 är värd 4 tiotal. Hon ger samma förklaring till alla siffror som hon skriver på tavlan(1 min och 31s).

Hon ritar på tavlan ett tiotal som består av 10 små rutor ihop och numrerar dem med hjälp av eleverna, som får räkna för varje ruta vilket nummer hon kommer att skriva(2min55s).

Förkortning av ental och tiotal (4min 4s)

Hon förklarar på detta sätt att ett tiotal består av 10 ental. Hon lär dem att skriva de förkortningar som båda begreppen har på franska språket. Istället för att skriva tiotal, "dizaine", skriver man ett litet d. Istället för att skriva ental "unité", skriver man ett litet u. Sedan ska eleverna försöka sätta de olika talen skrivna på tavlan i en positionstabell "table de position" som följande(4min.33s):

Elissar frågar en elev: Kan du sätta talet 12 i positionstabellen? Medan hon pekar på de siffror som hon redan har skrivit på tavlan.

Hon frågar eleven på vilken plats 1 ska ställas.

Eleven svarar att 1 ska vara under d (dizaine) och 2 ska vara under u (unité).

Uppdelning i positionstabell (4min 53s)

Lärare skriver sedan på tavlan "4d et 2 u"(4 tiotal och 2 ental).

Lärare: John, skriv talet 4d och 2 u. Vilket tal är det?

Elev John:42.

Lärare: Placera talet 42 i positionstabellen då!

Elev J: 4 tiotal och 2 ental.

Lärare skriver talet 42 i positionstabell.

d	u
1	2
4	2

Läraren skriver "0d och 4u" och frågar Emil: Vilket tal är det?

Emil läser 0 tiotal och 4 ental.

Lärare: Ja, det vet jag, men vilket tal är det?

En annan elev försöker säga det högt, men får inte för Elissar. Men hon återkommer till Emil som fortfarande inte vet svaret. Då frågar Elissar en annan elev som svarar rätt och återkommer igen till Emil och frågar: Vilket tal är det, Emil?

Nu svarar Emil: 4.

Hon förklarar att talen inte förändras oavsett de nollorna som finns på den vänstra sidan om talen. Hon skriver 000000004. Sedan förklarar hon helt tvärtom, det vill säga de nollorna som ska placeras på den högra sidan om talet 4 och skriver 40 och frågar hur mycket nollan

är värd. Då svarar alla eleverna samtidigt och säger högt 40. Hon lägger även en nolla till 40 och frågar vilket tal det är och då svarar alla eleverna 400.

Stapel (7 min 24s)

Hon ritar en vertikal stapel som presenterar ett tiotal och 3 små rutor var och en för sig. Dessa presenterar de olika ental som finns i talet.

Lärare: Vilket tal är det, Z?

Elev: 13.

Lärare: (Hon pekar på den avlånga stapeln och frågar) Vad är det Z?

Elev: 10.

Lärare: 10 ental, eller?

Elev: 1.

Lärare: 1 vadå?

Elev: 1tiotal.

Lärare: Detta är ett tiotal och 1, 2, 3 stycken ental, då blir talet?

Alla elever svarar tillsammans att det är 13. Hon återkommer till Z och ber honom att sätta talet i tabellen. Eleven säger att 1 ska vara under "d" och 3 ska vara under "u" medan läraren skriver på tavlan.

Här nedan är den positionstabellen som läraren tillsammans med eleverna fyller på.

d	u
1	2
4	2
1	3

Läraren ritar 2 vertikala staplar och 4 små rutor på tavlan och frågar en elev om vilket tal det är.

Elev O: 42.

Lärare: Vad?

Elev O: 42.

Lärare: Berätta hur många tiotal vi har.

Eleven O: 2.

Läraren skriver 2 under staplarna och frågar igen hur många små rutor det finns.

Elev räknar och säger 3, nej 4.

Lärare: Vilket tal är det då?

Alla elever svarar: 24.

Läraren avslutar med att säga att varje tiotal består av 10 ental. Hon frågar nästan alla elever i klassen och var och en för sig får svara på frågan: Vad består ett tiotal av?

Läraren frågar en elev, JM: Vad bildar 10 ental?

Elev: 1 tiotal.

Relation mellan ental och tiotal

Sedan skriver läraren $1d = 10u$ och säger att ett tiotal är lika med 10 ental och vice versa det vill säga, att 10 ental är lika med 1 tiotal, och ritar en pil mellan d och u i båda riktningar. Hon frågar alla elever var och en för sig för att repetera detta. Vissa elever svarar direkt på

frågan, men en del funderar innan de svarar. Hon avslutar denna sekvens med att repetera att 1 tiotal består av 10 ental och att 10 ental är 1 tiotal.

Elever löser uppgifter

Här löser eleverna uppgifter tillsammans med läraren. Läraren ber eleverna att ta sina matteböcker för att tillsammans börja lösa olika uppgifter i kapitel 1. "Les nombres ... jusqu' à 99" på sidan 7 betyder talen upp till 99. En elev läser instruktionerna till den första uppgiften som alla ska lösa. Uppgiften innebär att fylla i tabellen med talen från 21 till 95. Eleverna läser i tur och ordning det talet som är skrivet i boken och fortsätter med att fylla på i tabellen.

När eleven kommer fram till talet 60, frågar läraren på vilken sidan av 6 nollan ska sättas. Hon menar om det är parallellt med den högra eller vänstra handen. Eleven svarar att det är på högra sidan. Läraren skriver inte på tavlan under hela denna uppgift utan hon går runt och kollar om alla är med på samma tal. När de är framme vid 69 går hon till tavlan och skriver 69 och frågar eleverna om det talet som kommer efter 69. Eleverna säger att det är 70 och hon frågar hur de skriver talet 70. Alla svarar att de skriver 7 och efteråt 0. Vid talet 75 stannar läraren också och går runt mellan eleverna och kollar i deras böcker. Sedan fortsätter dem efter talet 75, en elev säger, läraren skriver på tavlan och alla andra skriver i sina böcker tills de kommer fram till talet 85. Här går hon runt igen och kollar om alla hinner med. Sedan fortsätter dem att skriva talen 86 – 95.

Andra uppgiften handlar om att "Décomposer un nombre et l'écire", det vill säga dela upp talet och skriva det. Eleverna får släppa böckerna nu och tittar på tavlan. Läraren gör en gemensam genomgång innan de börjar med uppgiften. Hon förklarar att uppgiften innebär att dela upp talet i tiotal och ental.

(35 min 53s)

Läraren skriver på tavlan "dix - huit" (arton) som redan är ett av de talen i den andra uppgiften. Hon berättar för eleverna att detta är talet skrivet i bokstäver. Hon ber en elev att skriva detta tal med siffror.

Elev L: 1 och 8.

Läraren skriver på tavlan 18.

Läraren skriver talet 17 och säger till eleverna: "Donne - moi une equation est égale á 17"(det vill säga ge mig en ekvation som är lika med 17). Hon skriver medan hon säger att 17 är lika med 10 +... Och väntar på svar från eleverna. En elev svarar att det är 7. Hon förklarar att på detta sätt har de delat upp talet 17 i 10 + 7. Hon frågar en annan elev om en ekvation som är lika med 19 och skriver 10 +... Eleven börjar räkna upp från 10 till 19 med fingrarna och svarar 9.

Läraren skriver $10 + 2 = \dots$ och ber en elev att läsa ekvationen och lösa den. Han svarar på frågan och säger 12 och läraren skriver 12 på tavlan.

En elev, Emil, blir ombedd att dela upp talet 13.

Elev E: $3 + 1$.

Lärare: Hur mycket är $3 + 1$?

Elev E: 4.

Läraren: 4, men hur mycket har vi här?

Elev E: 13.

Lärare: $3 +$ vadå blir 13? Gör det!

Eleven börjar räkna upp från 3 till 13 och upptäcker att svaret är 10.

Läraren skriver på tavlan $13 = 3 + 10$ och säger att det är även lika med $10 + 3$.

Hon sammanfattar genomgången med att säga att ett tal består av tiotal och antalet av ental. Hon förklarar även att ett tal kan vara uppdelat i ett antal tiotal som till exempel 20 och ritat 2 vertikala staplar på tavlan.

Nu är det dags att dela upp talet 18 som läraren har skrivit i början av denna genomgång. En elev blir tillsagd att dela upp det. Eleven svarar direkt att det är $10 + 8$ och läraren skriver det på tavlan.

Tiden räcker inte för den andra uppgiften som läraren har tänkt börja med utan de får fortsätta med den vid nästa tillfälle. Därför stänger eleverna sina böcker och lägger dem vid sidan.

En elev, Amin, blir tillsagd att komma fram till tavlan för att lösa en uppgift.

Lärare: Skriv 14 och dela upp det.

Elev A: $14 = 4 + 4$.

Elev A: Det är $1 + 4$.

Lärare: $1 + 4$ är lika med 5, är det rätt tycker du?

Elev A skakar på huvudet.

Elissar: Skriv det.

Elev A skriver $1 + 4 = 5$.

Elissar: Titta på det talet som vi har från början.

Elev ser att talet 14 inte är samma som 5.

Elissar: Sudda bort och lösa det igen.

Elev A kan inte.

Här ber Elissar en annan elev att komma fram till tavlan och göra detta istället, medan den första eleven, A, står vid sidan och tittar på.

Efter en timme ringer klockan för att signalera lektionens slut. Lektionen avslutas med att alla plockar bort sina grejer, en elev suddar tavlan och alla andra ställer sig i kö innan de går ut till rasten.

Noter

¹ Romerska siffror är ett talsystem som används i antikens Rom samt i Europa fram till 1600-talet. Det består av 7 olika tecken av bokstäver som I, V, X, L, C, D, och M.

6. Resultatet i relation till tidigare forskning

6.1. Vad menar lärarna är viktigt för elevernas lärande av matematik, i allmänhet och specifikt beträffande ental och tiotal?

6.1.1. Syftet med matematik i allmänhet och specifikt om ental och tiotal

Syftet med lektionen, enligt Lena, är att eleverna ska få testa praktiska metoder inom addition och subtraktion av tiotal. Hon är medveten om att några elever även kommer att lära sig hur de tar bort eller lägger till 10 ifrån ett givet tal. Vi anser att hon utgår från den tredje kategorin ”konkretionsmål” när hon kopplar matematiken till konkreta företeelser. Det som hon verkligen gör på lektionerna är att hon går igenom olika stationer med olika konkreta material, som till exempel romerska siffror, papperspengar och stapel där eleverna deltar i diskussionen under genomgång. Vi ser att Lena försöker ”genom att skapa en atmosfär som uppmuntrar utforskning, tänkande och diskussion och genom att välja lämpliga aktiviteter”. Då kan elevernas number sense utvecklas (Reys & Reys, 1995, s. 32). Vi ser även hur hon representerar en abstrakt matematik genom en konkret matematik när hon använder företeelser som Bergqvist beskriver under representationsmål, vilka ”innebär förmågan att ersätta en matematisk företeelse med en annan” (Bergqvist, m fl., 2009, s. 10).

Syftet med lektionen enligt Elissar är att skriva talen och dess grannar, dessutom att jobba med tiotal och ental samt sätta dem i en positionstabell. Med detta anser vi att Elissar visar en medvetenhet av en av komponenterna beskrivna av Lester som utvecklar elevernas färdighet av ordning och reda i antal när hon representerar talet på olika sätt.

Hon går igenom delning av talen i en positionstabell, där eleverna sätter talen under 2 kolumner, den ena är för tiotal och den andra är för ental. Detta anser vi stämmer med den andra aspekten av taluppfattning vilket innebär ”Förståelse och användning av ekvivalenta uttryck och representationer av tal”, där får eleverna möjlighet att dela upp talen. Detta för att sedan kunna beräkna med de tre aritmetiska egenskaperna (Reys m fl., 1995, s. 24-25).

Om det viktigaste i matematik i allmänhet uttrycker Elissar sig på ett sätt som liknar Bergqvists analys vid spontana svar där lärarnas vanliga uttryck ”är baskunskaper, kunna grunderna och kunna de fyra räknesätten”. Elissar säger att kunna matematik hjälper eleverna att handla själv i kiosken och på framtidens olika yrke. Detta kopplar vi till Bergqvists som hävdar att ”Lärarna kan benämna mål inom denna kategori på lite olika sätt, till exempel med ord som verklighetsanknytning, tillämpning, konkretisering eller vardagsanknytning” (Bergqvist, m fl., 2009, s. 23-24). Däremot uttrycker Lena att hon vill väcka elevernas lust för matematiklärandet detta kopplar vi till de ”affektiva mål” där forskarna säger:

Kategorin affektiva mål karakteriseras av att lärarna ser det som viktigt att utveckla elevernas lust till lärande, motivation, självförtroende och trygghet (Bergqvist, m fl., 2009, s. 23).

6.1.2. Lärobok/Läroplan

Vi anser att den libanesiska läraren inte följer läroboken i rätt ordning utan mer innehållsmässigt. Hon utgår från de lokala kursplanerna som är i form av olika mål, beskrivna i början av varje kapitel. Detta visar att Elissar ”är starkt styrd av läroboken”

eftersom hon sällan använder andra läromedel i sin undervisning, såsom Skolinspektionens rapport har kommit fram till från intervjuer med lärare i olika skolor (Skolinspektionen, 2009, s. 9). Resultatet av en lärobokstyrd undervisning visar att eleverna inte får möjligheter att utveckla skicklighet i problemlösning och inte heller knyta an matematiken till olika situationer samt inte tänka logiskt. Däremot ser vi hur Lena är inte styrd av läroboken när hon bygger hennes undervisning på andra material än läroboken. Det kan utveckla elevernas problemlösning och knytning till olika situationer i matematik.

Elissar litar på läroboken när hon säger vid intervjun att hon följer de målen beskrivna i början av läroboken. Detta instämmer med det som skolinspektionen har kommit fram till att "lärarna litar på att läroboken tolkar kursplanen på ett rimligt sätt" (Skolinspektionen, 2009, s.17). Elissar följer även de nationella målen som är gemensamma för alla libanesiska skolor. Enligt henne "är målet utifrån läroplanen att eleverna i årskurs 3 ska kunna räkna med talen upp till 1000". "Det är därför hon börjar i årskurs 2 att räkna med talen upp till 100". Detta visar att Elissar är påverkad av kursplanerna i hennes undervisning. Det är därför hon nämner ett av uppnåendemålen som eleverna ska uppfylla "att räkna upp till 1000", vilket står i nationella kursplanen i Libanon (se figur 1). Detta relateras till vad Bergqvist med flera säger: "flera tar upp uppnåendemål och exemplifierar ibland med något av dem". Det som Elissar uttrycker vid intervjun om att all addition ser likadan ut och att den är grunden för allt matematiskt lärande stämmer med de kriterier till innehållsmålen som benämns i den skriftliga rapporten, till exempel "kunna grunderna och kunna de fyra räknesätten" (Bergqvist, m fl., 2009, s. 23).

När det gäller de nationella målen så har Lena brutit ner målen som finns för årskurs 3 så att det passar eleverna i årskurs 2. Lena nämner inte vilka uppnåendemål undervisningen ska sträva efter, men vi ser att hon utgår från de lokala målen som ett centralt dokument på sitt arbete såsom Bergqvist med flera har nämnt. När det gäller uppgifter som eleverna ska jobba med säger Lena att eleverna får olika uppgifter beroende på vilken nivå de befinner sig. Detta stämmer överens med skolinspektionens granskning som hävdar att "Undervisningen ska anpassas till varje elevs förutsättningar och behov" (Skolinspektionen, 2009, s.16). Dessutom säger Lena att eleverna inte behöver göra alla uppgifter, vilket vi ser att Elissar har en helt annan uppfattning om eftersom hon vill att alla eleverna ska göra samma uppgifter utan hänsyn till elevernas nivåer. Brade har delat in elevernas uppfattningsnivåer med hänsyn till vilken uppgift eleverna ska jobba med. Detta ser vi att det liknar Lenas gruppindelning men inte Elissars eftersom alla elever ska göra samma uppgifter oavsett sin utvecklingszon där eleven befinner sig (Lester, 2007).

6.1.3. Laborativ matematik

På frågan om hur det laborativa materialet används i klassrummet för att utveckla elevernas lärande i matematik svarar Lena att materialet finns tillgängligt och är användbart både för elever med och utan svårigheter. Elissar har inte samma tillgång till det laborativa materialet på grund av ekonomiska skäl. Därför brukar hon skapa ett eget, som till exempel pennfack (se sidan 28 ovan) men hon påpekar att konkreta material används vid geometridelen, då menar hon linjaler med mera. Här ser vi hur Elissar har skapat ett eget material för att synliggöra vissa uppgifter till eleverna. Detta liknar Bergqvists exempel om hur olika matematiska uppgifter och begrepp kan konkretiseras som följande exempel: En sfär kan beskrivas med hjälp av en boll. Detta räknas som en "representationskompetens" (Bergqvist, m fl., 2009, s. 10).

Ett exempel på hur eleverna kan lära sig någonting utan medvetande om poängen med sitt lärande är elev S (se s.33) som har lärt sig romerska siffror utan att veta hur han har lärt sig det. Detta har Dahlgren och Olsson tagit upp kring elever som inte har utvecklats att läsa och skriva, eftersom de inte har förstått poängen med läs- och skrivinläringen (Marton & Booth, 2000, s. 179 -180).

6.2. Vad säger lärarna innan lektionen och vad händer på lektionerna?

6.2.1. Enskilt/grupparbete

Enligt Skolinspektionens granskning så är enskilt/grupp arbete det vanligaste arbetssättet i klassen (Skolinspektionen, 2009). Vi ser att detta stämmer med det som båda lärarna säger vid intervjun om hur de delar upp lektionen. De säger att en kvart i början ägnas till en gemensam genomgång och resten ägnas till enskilt arbete där lärarna går runt och kollar. Men vi ser att båda lärarna pratar nästan 40 minuter av lektionen och resten är enskilt/grupparbete. Med detta menar vi att lärarna, även om de säger det motsatta, inte tar för givet att eleverna kan allt och det är därför som de pratar och förklarar i 40 minuter.

Båda lärarna säger att resten av tiden ägnas till enskilt arbete, men vi ser att Elissars elever jobbar i en hel grupp så inget enskilt arbete sker på den undersökta lektionen. På Lenas lektion så ser vi även att vid grupparbete jobbar några elever enskilt och samspelar inte med de andra. Det visar att målet med Lenas lektion, som är samarbetet mellan eleverna på de olika praktiska övningarna, inte har uppnåtts helt och hållet och det visar att varken Lena eller Elissar gör vad de säger. När det gäller lektionens avslutning svarar den libanesiska läraren att eleverna alltid får en läxa inför nästkommande lektion medan den svenska läraren avbryter lektionen utan en återsamling på grund av tidsbrist. Detta stämmer enbart i Sverige eftersom eleverna inte får återsamling, men stämmer inte med den libanesiska lektionen eftersom eleverna inte får läxa som Elissar har planerat.

6.2.2. Laborativt material

Båda lärarna anser vi utgår från Carpenter och Moser första additionsstrategi, Counting all som innebär att eleven räknar upp tal som skall adderas antingen med fingrarna eller med konkret material. Lenas elever får möjlighet att testa på att addera två termer med olika material: papperspengar, staplar och romerska siffror. Medan Elissar ger möjlighet till en addition av två tal med hjälp av fingrarna.

Vi ser att de flesta av eleverna har nått eller på väg att uppnå de olika additionsstrategierna beskrivna av Carpenter och Moser. När det gäller elevernas lösning till uppgifterna så märker vi att grupp 1 gör fel när de räknar addition istället för subtraktion fast även om de gör fel så visar det tydligt att de har nått de additionsstrategier (Carpenter och Moser) sedan när Lena frågar de hur de tänker där upptäcker de räknefelet och rättar till. Grupp 2, 3, 4 kan subtraktionsstrategierna som är byggt på en bra additionsförmåga och därför löser de rätt (se s.35). I Libanon så har eleven Emil räknat rätt vilket bevisar att han kan additionsstrategierna. Däremot visar inte Amin att han begriper helt alla de additionsstrategierna men han är på väg att uppnå (se s.38-39).

Om det konkreta materialet gör Lena och Elissar det de säger när Lena använder konkreta material medan Elissar inte gör det. Ett exempel på hur Lena genomför lektionen efter att hon har sagt att den handlar om addition och subtraktion ser vi hur hon noggrant har gått igenom alla additionsstrategier med de olika materialen. Däremot hon har inte gått igenom subtraktionen, vilket har visat sig vara svårt bland de flesta eleverna. Detta syns när eleverna löser uppgifterna vid subtraktionsstationer (se ovan s. 35) vilka handlar om talet 42 - 10. Vi märker att grupp 1, "Per och Vera", använder additionsstrategier när de lägger till ett X till 42. Eftersom Lena har visat additionen under genomgången så har eleverna tagit för givet att det handlar om addition. Det visar att de inte har lagt märke till symbolen (-) på subtraktion och därför tänker addera istället. Vi anser att Lenas fråga "Ska ni ta in ett X?" öppnar elevernas ögon till att reflektera över vad de gör. Detta är ett av de olika förslag som nämns av Reys & Reys och Emanuelsson. Under den libanesiska lektionen ser vi inte en användning av laborativa material och detta syns när Elissar förklarar lektionens innehåll, antingen på tavlan eller tillsammans med eleverna. Hon säger tydligt att papperspengar inte används och under hela läsåret har eleverna bara en enda lektion som handlar om det. Elissar bestämmer att lägga den i slutet av skolåret.

6.2.3. Variationsmönster

Vi ser en aspekt av variationsmönster på en av Lenas uppgifter som är följande:

20+10=
30+10=
40+10=
50+10=

Uppgiften handlar om två tal där den första är variabel medan den andra är konstant. Variablerna är i det här fallet 20, 30, 40 och 50, alltså en ökning med 10. Konstanta tal är 10 i det här fallet. En utav Carpenter och Mosers additionsstrategier är Recall/known facts som innebär att eleven har redan från tidigare erfarenheter byggt upp bas i räkning som underlättar uppgiftlösning. Med detta menar vi att om en elev har utvecklat denna strategi kan denne lösa vidare de andra uppgifter baserat på tidigare erfarenheter.

Vi ser även variationsmönster i svaren som kommer att öka med 10. Detta variationsmönster visar hur någonting konstant varierar, såsom Häggströms avhandling tar upp när han beskriver de kinesiska lärarna som byter konstanterna som är x och y till andra bokstäver som blir variabler, som t och s (Häggström, 2008, s. 58).

En annan variationsaspekt är tydlig när det gäller pappret som alla eleverna har fått för att skriva på. Där har eleverna först skrivit av talen. Därefter har de ritat lösningen till uppgiften och slutligen har de skrivit svaren. Vi anser att "skriva av talet" är traditionellt och kan vara svårt för eleverna när de ska räkna uppgiften i huvudet. Det kan bli lite lättare när de ritat talet och ser det konkret. Vi ser att de sorters uppgifter liknar de testuppgifter som, Reys m fl (1992) har presenterat i Nämnaren nr 2 om elevernas förståelse för en god taluppfattning. De uppgifterna hjälper eleverna

att kunna dela upp och sätta samman tal för att ge många uttryck för samma tal och därmed lättare kunna göra beräkningar (Reys m fl., 1995,

s.24).

Vi ser även att alla uppgifter på alla stationer består av antingen summan eller differensen av 2 termer, där den första termen är konstant medan den andra varierar. I alla de 6 uppgifterna ökar den variabla termen med 10 medan den konstanta inte ändras.

Ett variationsmönster syns tydligt i den libanesiska lektionen när Elissar skriver i början av lektionen 24, 42, 12, 21, 31, 13, 50, 05 och förklarar för eleverna skillnaden på talets platsvärde. Hon uttrycker då att 31 och 13 skiljer sig där 3:an i 31 är värd 30 medan 3:an i 13 är värd 3.

6.2.4. Talens grannar

Elissar nämner vid intervjun att eleverna ska jobba med talens grannar, alltså det talet som kommer före och det talet som kommer efter. Men vi har märkt att eleverna har jobbat med det talet som kommer efter. Till exempel när de löser uppgift nr 1 som handlar om att fylla på tabellen med talen mellan 21 till 95. Där fanns det olika tomma rutor som eleverna skulle fylla på, till exempel efter talet 36 finns det 3 tomma rutor som ser ut så här:

36	40	41	42
----	-----	-----	-----	----	----	----

Elissar frågar eleverna om det talet som ligger efter 36, men hon kunde ha frågat om det talet som ligger före 40. Med detta i beräkningen kunde eleverna tänka ut båda talens grannar. Det är lättare för eleverna att räkna framåt än att räkna baklänges, vilket vi anser att hon inte har gjort på lektionen trots att hon sade det vid intervjun. Detta ser vi som en brist på hennes variationssätt, där hon följer uppgiften noggrant.

6.2.5. Addition och subtraktionsstrategier

Vi anser att Lena är medveten om att eleverna kommer att begripa addition och subtraktion även om detta inte är syftet. Hon belyser additionen med olika vägar när hon efter cirka 4 minuter tar upp med eleverna under genomgången vad "+" är på mattespråket. Med detta visar Lena på olika matematiska begrepp som addition men på grund av ett felsvar från en elev tar hon upp även begreppet subtraktion och förklarar båda. Reys, Reys och Emanuelsson betonar lärarens betydelse och roll för att utveckla elevernas goda taluppfattning, som till exempel "att skapa mening i ny kunskap, nya idéer och begrepp"(Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s.12). Dessutom betonar de sistnämnda författarna lärarens roll i "att presentera aktiviteter som utmanar och engagerar elever att upptäcka begrepp från olika utgångspunkter" (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s. 11).

Med detta ser vi hur Lena försöker belysa olika matematiska begrepp för att undvika svårigheter i en god taluppfattning.

När Elissar efter cirka 37 minuter förklarar och frågar en elev om en ekvation som ger svaret 17, försöker hon lyfta upp en additionsstrategi som eleverna ska upptäcka med hjälp av ental. Hon handleder eleverna med att säga $10 +$ hur mycket är lika med 17. Vi ser att hon fokuserar på tiotal och vill underlätta för eleverna att dela upp talen genom att börja med tiotal först. Annars har hon gett eleverna ett annat tal som t ex $9 + \dots = 17$ vilket kan vara komplicerat för en elev i den åldern. Båda lärarna har försökt att ge eleverna möjlighet att förstå addition och subtraktion, som är två av de fyra räknesätten och att förstå samband

mellan dessa, vilket är beskrivet på den andra komponenten av taluppfattningen som är ”kunskap om och anläggning med operationer som innebär att förstå effekten av operationen, att förstå de matematiska egenskaperna (liksom den kommutativa, den associativa och den distributiva lagen) och att förstå sambanden mellan addition och subtraktion samt multiplikation och division”(Lester, 2007,s. 581).

6.2.6. Kommutativa lagen

Elissar säger vid intervjun att hon ska lära eleverna att addera med tiotal och ental. På lektionen ser vi tydligt hur hon gör detta, till exempel när hon frågar en elev om en ekvation till talet 13. Eleven räknar från 3 upp till 13 med fingrarna och säger 10. När läraren skriver den här ekvationen på tavla: $13 = 3 + 10$, märker vi att hon belyser den kommutativa lagen när hon byter plats på termer jämfört med den föregående uppgift som är skriven med 10 i början. Hon skriver medan hon förklarar för eleverna att $10 + 3$ är samma som $3 + 10$. Detta har Löwing (2008) beskrivit som det kommutativa lagen där $a + b = b + a$.

Vi märker att läraren med en sådan uppgift försöker att uppmärksamma eleverna på en bättre förståelse inom taluppfattning genom att dela upp talen och arbeta med tal på många olika sätt. De sorters uppgifter där eleverna tränar på att dela upp talen tillhör den andra aspekten av taluppfattning som kan stärka elevernas

Kännedom om att tal kan uttryckas och presenteras på många olika sätt... Förmåga att identifiera eller uttrycka tal på olika sätt. Att kunna dela upp och sätta samman tal för att ge många uttryck för samma tal och därmed lättare kunna göra beräkningar (Reys m.fl, 1995, s. 24).

En sådan uppgift liknar testuppgifterna presenterade av Reys m.fl. som leder till en reflektion som kan hjälpa elever i deras matematiska kompetenser och dessutom underlätta beräkningar och lösa alla sorters uppgifter i skolmiljön samt i vardagslivet. Detta kan även leda till att eleverna ser matematiken som en meningsfull aktivitet.

6.2.7. Elever med olika nivåer

Vi ser att Lena verkligen gör det hon säger och tar hänsyn till eleverna med olika nivåer. Detta syns när hon på ett medvetet sätt har delat upp eleverna i grupper och säger:”... så jag försökte att inte välja en jättestark ihop med en väldigt svag, utan satte två ihop med på en ungefär lika nivå så att de faktiskt kan bolla lite med varandra hur de ska lösa uppgifterna”. Däremot säger Elissar att alla elever gör samma uppgifter vilket vi ser under lektionen.

6.2.8. Lärarnas reflektion

Båda lärarna har reflekterat över sina lektioner när vi har intervjuat dem efteråt. Vi anser att Lena har upptäckt det som kan göras annorlunda om hon har samma lektion en gång till då hon ska förklara subtraktion. Detsamma gällde Elissar som märkte att hennes arbetssätt krånglade till elevernas förståelse.

Om syftet med lektionerna säger Lena att det till stora delar då har uppnåtts, då eleverna fick testa rent praktiskt och även samarbeta. Elissar tycker däremot att syftet inte har uppnåtts där

eleverna ska kunna ental och tiotal. Vi anser att Lenas elever har uppnått mer än hennes syfte när de har tränat på att räkna tiotal och ental och även tränat på att misslyckas och reflekterat över sina fel. Vi anser att Elissars elever har fått tillfälle att dela upp talen även om de inte är helt förtrogna med det, vilket motsäger hennes påstående ”De har inte uppnått målet med att dela upp talen i tiotal och ental”. Båda lärarna är medvetna om det som ska förmedlas till eleverna och detta är den tredje sortens medvetande som liknar Alexanderssons tankar presenterade i boken om lärande. Den tredje sorten är lärarnas medvetande riktad mot ett specifikt innehåll (Marton & Booth, 2000, s. 220).

Vi ser att båda lärarna har hanterat innehållet och tydliggjort det de menar är viktigt genom att belysa de olika räknesätten var och en utifrån sitt syfte och på sitt sätt. Båda har försökt utveckla elevers taluppfattning utifrån läroplanerna i Sverige och de nationella målen i Libanon. Vi ser hur båda lärarna jobbar med uppgifter inom ramen för talen upp till 100. Båda har jobbat utifrån det de har sagt vid intervjun, som till exempel när Elissar säger att det är viktigt för eleverna att kunna räkna upp till 100. Lena har inte nämnt måluppfyllelsekriterier vid intervjun men vi märker att hon strävar efter att eleverna ska kunna räkna talen upp till 100 under lektionen. Detta ska leda till en god taluppfattning som

innebär förtrogenhet med flera representationer av tal, se (4). Det innebär att ha känsla för talens storlek i förhållande till referenspunkter. En person med god taluppfattning har ett förhållningssätt till matematik som innebär att man söker använda det man vet om tal och utveckla olika sätt att se på situationer och problem som inte är omedelbar rutin (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995, s. 9).

7. Diskussion

7.1. Vilka likheter och skillnader finns mellan lärarnas syn på matematik och lektionerna?

Vårt syfte var att jämföra två mattelektioner mellan Libanon och Sverige och hur de kan urskiljas.

7.1.1. Jämförelse mellan lärarnas syn på matematik

Vi ser en skillnad mellan lärarnas syn på matematikdefinitionen där Lena vill att eleverna ska ha roligt i matematik för att få lust att lära sig genom en variation på innehållet medan Elissar påpekar att det viktigaste är att räkna, vilket är grundläggande i matematikinläring och är användbar i vardagslivet och inom alla sorters yrken i framtiden (Bergqvist, m fl., 2009).

En annan skillnad är när Lena berättar om hur hon tar hänsyn till elevernas olika nivåer i klassrummet medan Elissar inte tar hänsyn till elevernas nivåer när hon säger att alla ska lösa samma uppgifter. Detta kan enligt henne väcka känslor, som till exempel avundsjuka hos varandra. Med detta anser vi att eleverna kan påverkas på ett negativt sätt eftersom eleverna är och lär sig olika. Vi tycker att detta är orättvist då vissa elever behöver utmanas vidare genom att få svårare uppgifter medan vissa behöver extra hjälp och då få enklare uppgifter.

En ytterligare skillnad ser vi vid individualisering när Lena säger vid intervjun att hon tar hänsyn till varje elev i undervisningen. Hon förklarar att alla elever i klassrummet får uppgifter utifrån deras nivåer. Medan Elissar inte gör det när hon säger att alla får lösa alla uppgifter.

En likhet på lärarnas syn om matematiska samtal i klassen ser vi när lärarna berättar om att eleverna får möjlighet i att prata matematik. Lena säger att de elever som inte gör samma uppgifter som alla andra är med när klassen har ”matteprat”. Med detta menar hon att alla elever oavsett om de har svårigheter eller inte kan få nytta av att prata matematik tillsammans. Hon säger även att om eleven får berätta inför hela klassen om hans/hennes tankesätt kan de andra lära sig nya strategier som de inte känner till. Detta liknar Elissars uttryck om att eleverna får möjlighet att prata matematik tillsammans i ungefär en kvart under lektionens tid.

Med detta drar vi en slutsats om att båda lärarna försöker skapa mening av elevernas samtal med varandra genom att lära dem att utveckla och dela med sig av sina egna mentala dialoger (Reys, Reys & Emanuelsson, 1995). Båda lärarna arbetar för att leda eleverna till trygghet dessutom gynna deras lärande av varandra. Detta kan uppfylla elevernas kommunikationskompetenser som är

att kunna kommunicera, att utbyta information, om matematiska idéer och tankegångar bland annat i muntlig samt skriftlig form (Bergqvist, m fl., 2009, s. 10).

7.1.2. Jämförelse mellan lektionerna

Vi anser att det finns en skillnad i lärarnas materialanvändning som belyser hur eleverna i denna klass i Sverige lär sig att konkretisera matematik med de tillgängliga materialen. Däremot lär sig eleverna i Libanon mer att abstrahera matematik på grund av brist på material. Skillnaden syns tydligt när eleverna i den svenska klassen visar trygghet i användning av de romerska siffror när läraren visar upp dem på OH, medan under den libanesiska lektionen nämns och används inte dessa symboler.

Pengar som är ett av de laborativa materialen som används mycket i den svenska klass som vi har undersökt, används inte alls i den libanesiska klassen. Detta är ett exempel som belyser skillnaden mellan lektionerna. Med detta menar vi inte att vi är säkra på att Elissar inte använder pengar i sin undervisning. När det gäller papperspengar så används det rätt mycket i Sverige och detta syns på lektionen då eleverna visar trygghet, både när läraren går igenom uppgiften på tavlan och sedan när eleverna räknar uppgifterna med det materialet. Genomgången av de här symbolerna visar att eleverna är vana vid dem när de förstår det på mindre än en minut. I jämförelse till genomgången av de andra symbolerna så behöver eleverna mer tid till att förstå.

Däremot så ser vi att båda lärarna använder stapel som symboler till tiotal och ental som visar likheten på lärarnas hantering till innehållet på lektionerna. De belyser stapel inför eleverna för att testa additionsstrategier på ett annat sätt. Deras användning är lika när båda lärarna ritar staplar på tavlan som symboliserar tiotal och ental. Men skillnaden finns då den ena använder sig av laborativt material i form av handgjorda papper som eleverna kan testa på senare under lektionen, medan den andra nöjer sig med att visa det för eleverna på tavlan. Vi ser att användning av staplar är en bra strategi som utgår från variationsteorin. Detta har Häggström påpekat i sin avhandling som en av de bästa inlärningsstrategier:

The best strategy for a teacher to provide for the possible learning of the intended object of learning is to create a pattern of variation that will direct the student's attention to the critical aspects (Häggström, 2008, s. 55).

Vi ser en likhet vid uppdelning av lektion när båda lärarna säger att de planerar lektioner på följande sätt: gemensam genomgång följt av enskilt/grupparbete och till slut en gemensam avslutning. Skillnaden ser vi på lärarnas arbetssätt när Elissar löser uppgifter tillsammans med eleverna. Då blir det inget grupparbete medan Lena verkligen har ett grupparbete i sin lektion där de samtalar kring matematik.

Båda lärarna har öppnat olika vägar för lärandet i undervisningen av taluppfattning. De olika vägarna har vi presenterat ovan under resultatredovisning liknar Kullbergs beskrivning av relationen mellan undervisningen och lärande. Kullberg i sin avhandling refererar till Ference Marton och hävdar att:

Marton menar att om man har för avsikt att förbättra elevernas möjlighet att lära, så måste man ta hänsyn till vad eleverna skall lära och den förmåga de skall utveckla (Kullberg, 2010, s. 169).

Vi ser att båda lärarna har en uppfattning av elevernas behov och försöker utveckla deras kunskaper när de gör en repetition av ental och tiotal.

Under genomgången ser vi att Elissar delar upp talen i en positionstabell. Lena har inte gjort en liknande uppdelning, fast vi ser att hon har gett eleverna möjlighet att se hur talen är uppdelade i form av pengar, staplar eller romerska siffror. Till exempel när hon förklarar 11 kronor genom att dela upp det till 10 kronor och 1 krona. Med detta kan eleverna se att talet 11 egentligen består av ett tiotal och ett ental. Vi ser även att hon använder samma strategi på stationer med romerska siffror och staplar. Med detta tycker vi att båda lärarna har varierat innehållet.

Båda lektionerna har samma innehåll vilket är att utveckla elevernas taluppfattning, men arbetet genomförs på olika sätt när det gäller elevernas delaktighet under lektion. Det är tydligt beskrivit hur eleverna i den svenska klassen går genom alla stationer och samarbetar med varandra eftersom lektionen innehåller många olika stationer. Fast vi ser inte lika tydliga delaktighet i Libanon eftersom eleverna får inte ett tillfälle att lösa själva uppgifterna. Däremot anser vi lärarnas dialog med eleverna är lika i båda lektionerna där lärarna oftast ställer frågor och får svar från eleverna. På dialogen belyser Lena tydligt de matematiska begrepp som addition och subtraktion vilket Elissar inte har gjort i sin undervisning. Om elevernas dialog sinsemellan sker det bara under den svenska lektionen och har inte utrymme i den libanesiska lektionen där grupparbetet inte finns.

Vi ser att Lena inte använder boken utan hela hennes lektion är varierad utifrån hennes eget perspektiv. På lektionens uppdelning ser vi att båda planerar på ett sätt så att eleverna inte tröttnar på undervisningen. Lärarnas öppna frågor ger eleverna möjlighet till att reflektera över rimliga svar. Dessutom ser vi hur eleverna lär sig att pröva samma uppgifter med olika räknesätt. Vi ser hur den ena läraren använder abstrakta material medan den andra använder både abstrakta och konkreta material. Vi ser att en blandning av ett konkret och ett abstrakt arbetssätt kan leda till det bästa lärandet.

8. Slutsats

I intervjuernas och lektionernas analyser har vi kommit fram till hur lärarna varierar innehållsmässigt genom att tydliggöra för att utveckla elevernas taluppfattning. Båda lärarna är medvetna om det viktiga delar för elevernas lärande, de planerar och genomför lektionerna utifrån Sveriges och Libanons läroplaner. Det belyser lärarnas medvetande av tolkning till läroplanen och till undervisning i ämnet. De hanterar lektionerna utifrån deras syn om elevernas behov dessutom väcker de elevernas intresse i matematik genom att testa på de olika additionsstrategierna. Vi har nämnt olika likheter och skillnader på båda lärarnas syn om matematik och lektionernas genomförande men vi kan inte dra slutsatsen av vems arbetssätt som är bäst. Däremot har vi fått en inblick i likheter och skillnader i undervisning i matematik i respektive länder. Vi har även fått syn på nya aspekter på hur ett och samma innehåll behandlat ur olika perspektiv kan gynna elevernas lärande. Vi upplever att vi har uppnått vårt syfte med en utmaning av två olika undervisningskulturer. Samt ser vi att oavsett lärarnas kulturella bakgrund är den goda taluppfattningen grunden till lärande i matematikundervisningen. En sådan studie hjälper oss att reflektera vidare i framtiden för att bemöta eleverna i det mångkulturella samhället vi lever i.

9. Framtida forskningen

Vi har, i vår studie, utgått från lärarnas perspektiv och observatörsperspektiv och för en

vidare forskning inom detta område då är det intressant om vi även tar elevernas perspektiv som ett tillägg till de två nämnda perspektiven.

Som en ytterligare forskning så är det intressant om vi kan se de svårigheterna som eleverna kan stöta på på grund av språket. Eftersom modersmålet i Libanon är arabiska fast matematikundervisningen är på franska kan eleverna stötta på en viss problematik. Inom ramen för problematiken i matematikundervisningen har Löwing och Kilborn redogjort för i ”kulturmöten i matematikundervisningen”. Vi har tyvärr inte hunnit fördjupa oss på detta men det kan vara en utgångspunkt till en framtida forskning i att jämföra elevernas svårigheter på matematik mellan Libanon och Sverige.

Referenslitteratur

Böcker/rapport

Carpenter, T., & Moser, M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics education*. Vol. 15(3), (s.179-202).

Grouws, Douglas A. (red.) (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.

Lester, Frank K. (red.) (2007). *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics*. Charlotte: Information Age.

Löwing, M. (2008). *Grundläggande aritmetik, matematikdidaktik för lärare*. Lund: Studentlitteratur

Marton, Ference & Booth, Shirley (2000). *Om lärande*. Studentlitteratur: Lund.

Sahlström, Fritjof (2008), *Från lärare till elever, från undervisning till lärandet*. Bromma: CM-gruppen A.

Stukat, Staffan (2005). *Att skriva examensarbete inom utbildningsvetenskap*. Lund: Studentlitteratur.

Avhandling

Kullberg, Angelika (2010). *What is taught and what is learned Professional insights gained and shared by teachers of mathematics*. Göteborgs universitet.

Häggström, Johan (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?* Göteborgs universitet.

Artiklar

Reys, Barbara J. & Reys, Robert E (1995). Perspektiv på Number sense och taluppfattning. *Nämnaaren*, 22 (1), 28-33.

Reys, Barbara J., Reys, Robert E., Emanuelsson, Göran, Holmqvist, Mikael, Häggström, Johan, Johansson, Bengt m fl., (1995). Vad är god taluppfattning? *Nämnaaren*, 22 (2), 23-26.

Reys, Barbara J., Reys, Robert E., Emanuelson, Göran, Johansson, Bengt, Marker, Leif, Nilsson, Gunnar & Rosén, Bo (1995). Svenska elevers taluppfattning. *Nämnaaren*, 22 (3), 34-40.

Reys, Barbara J., Reys, Robert E., Emanuelsson, Göran (1995). Meningsfulla tal. *Nämnaaren* 22 (4), 8-12.

Runesson, Ulla & Ah Chee Mok, Ida (2005). The teaching of fractions. A comparative study of a Swedish and a Hong Kong classroom. *Nordisk Matematikdidaktik*, 10 (2), 1-16.

Personlig kommunikation

J. Häggström (personlig kommunikation, 2010-11-11)

Internetkällor

Bergqvist, Eva, Bergqvist, Tomas, Boesen, Jesper, Helenius, Ola, Lithner, Johan, Palm. Torulf & Palmberg, Björn (2009). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet. Grundskolan våren 2009*. Göteborg: NCM. Tillgänglig på http://ncm.gu.se/media/ncm/forskning/kunskapsöversikt_ncm_uvm_gr.pdf.

Skolinspektionen (2009). *Undervisningen i matematik – utbildningens innehåll och ändamålsenlighet* (Skolinspektionens rapport 2009:5). Tillgänglig på <http://www.skolinspektionen.se/Documents/Kvalitetsgranskning/Matte/granskningsrapport-matematik.pdf?epslanguage=sv>

Skolverket (2000). Kursplan för matematik. Tillgänglig på www.skolverket.se/sb/d/2386/a/16138/func/kursplan/id/3873/titled/MA1010%20-%Mtematik

Vetenskapsrådet. (2002). *Forskningsetiska principer inom humanistisk-samhällsvetenskaplig forskning*. Stockholm: vetenskapsrådet

http:

[//www.vr.se/huvudmeny/forskningsetik/reglerochriktlinjer.4.2.d2dde24108bef108befd4a8800063.html](http://www.vr.se/huvudmeny/forskningsetik/reglerochriktlinjer.4.2.d2dde24108bef108befd4a8800063.html)

Övriga källor

Nationella läroplanen i Libanon (finns som en bild i texten, figur 1).

Eventuella Bilagor:

Bilaga 1: intervjufrågor.

Bilaga 1

Intervjufrågor till lärarna både i Libanon och i Sverige är uppdelade i två grupper:

1. Före lektionen

Om matematikundervisning i allmänhet

- Vad är det viktigaste du vill uppnå med din matematikundervisning? (mål)
- Hur ser en typisk lektion ut? (varför?)
- Hur stor del av lektionstiden används till helklass, smågrupps- respektive enskilt arbete? (varför?)
- Vad menar du är viktig att tänka på för att eleverna ska lära sig det du vill?
- Hur använder ni läroboken? Följer din planering lärobokens? I vilken utsträckning använder du uppgifter som inte finns i boken? Gör alla elever samma uppgifter?
- Hur mycket använder ni laborativa material? (Varför/varför inte?)
- Hur ser du på att eleverna får samtala med varandra om matematik? (syfte?)
- Finns det nationella eller lokal mål för vad eleverna ska kunna för den årskurs du har?
- I vilken utsträckning arbetar ni med matematik utanför klassrummet? ... Integrerar med andra ämnen?
- Hur vet du om eleverna förstår det ni arbetar med? Har du något särskilt sätt för att ta reda på hur eleverna förstår den matematik ni arbetar med?

Om nästa lektion (som vi ska vara med på)

- Vad har lektionen för syfte? Vad vill du att eleverna ska lära sig den här lektionen? Har du samma målsättning för alla elever? (varför/varför inte?)
- Varför är det viktigt att eleverna lär sig detta?
- Vad ska ni göra under lektionen? Hur tänker du börja och avsluta lektionen? (varför?)
- Vad brukar elever ha svårt för beträffande lektionens innehåll? Hur har du tagit hänsyn till det i din planering?

2. Efter lektionen

- . Gick lektionen som du har planerat?
- . När du gör den lektionen nästa gång, vad tänker du ändra på? (varför?)
- . Tycker du att eleverna lärde sig det som du ville? Var det något som de inte lärde sig? (hur vet du det?)