



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Matematikens konst

*att greppa den abstrakta matematiken genom bilden
och öppna dörren för kreativitet*

av Josefin Högberg & Ulrika Carlsson

Kurs: LAU390

Handledare: Fil dr Tarja Häikiö

Examinator: Fil dr Henric Benesch, HDK

Rapportnummer: HT 2010-6030-06

Abstract

Examensarbete inom lärarutbildningen

Titel: Matematikens konst - att greppa abstrakt matematik genom bilden, och öppna dörren för kreativitet

Författare: Josefin Högberg & Ulrika Carlsson

Termin och år: HT 2010

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen, Högskolan för Design och Konsthantverk

Handledare: Fil dr Tarja Häikiö

Examinator: Fil dr Henric Benesch, HDK

Rapportnummer: HT2010-6030-06

Nyckelord: Matematik, bild, kreativitet, estetiska läroprocesser, konstarter i lärandet, ämnesintegrering

Vi har studerat tillämpning av estetiska läroprocesser genom en diskussion kring ämnesintegration av matematik och bild, med fokus på årskurs 1-3. Vi har även velat belysa hur en integration av dessa två ämnen kan påverka bildämnets status och dess tillgänglighet för eleverna. Med utgångspunkt i detta syfte har vi valt att analysera delar av Lgr 11. Vi har fokuserat huruvida det kan finnas stöd för det arbetssätt vi valt att undersöka med hjälp av följande frågeställningar:

- Kan det finnas stöd för integration av matematik och bildundervisning utifrån Lgr 11 kapitel 1 och 2?
- Finns det relevans för ämnesintegration i förhållande till det centrala innehållet i kursplanerna, årskurs 1-3?
- Vad kan vinnas med att kombinera matematik med bildundervisning i årskurs 1-3?

Vår metod har varit en litteraturstudie utifrån hypotesen att bild- och matematikundervisningen ömsesidigt gynnas av en partial ämnesintegration. Vi har funnit att bild som metod är ett sätt att konkretisera den abstrakta matematiken och stärka elevernas intryck. Vi har funnit belägg för en sådan integration på en rad punkter i Lgr 11. Dessa belägg berör dels hur de centrala innehållen för bild respektive matematik korresponderar ur integrationssynpunkt, där vi menar att vi funnit goda möjligheter att berika båda ämnen. Vi har även funnit forskning som belägger samband mellan en god kvalitet på estetisk undervisning i skolan och kvaliteter av mer övergripande natur, såsom motivation, lust, kreativitet och välmående. Dessa värden kan sägas bidra till de övergripande målen och riktlinjerna för grundskolan så som de beskrivs i Lgr 11. Vi har erfarit att både matematik- och bildundervisningen i många fall har svårt att nå sina mål enligt uppdraget med de metoder som ofta är praxis, varför vår studie är relevant i förhållande till den rådande debatten om skolan och de kommande målen.

Förord

Vi vill främst rikta ett stort tack till vår handledare Fil dr Tarja Häikiö, för hennes engagemang, vägledning och stöd i detta arbete. Vi vill också tacka Susanne Frisk och Hjärdis Johansson som initialt tog sig tid för inspirerande och vägledande samtal kring innehållet för vår uppsats. Slutligen vill vi även tacka varandra för ett gott samarbete.

Innehållsförteckning

1. INLEDNING	1
1.1 Bakgrund	1
1.2 Syfte	2
1.3 Frågeställningar	3
1.4 Metod & Materialpresentation	3
1.4.1 Metod	3
1.4.2 Tongivande material	3
1.5 Avgränsning	4
2. TEORETISK ANKNYTNING	5
2.1 Tidigare forskning kring konstarter och lärande	5
2.2 Ett vidgat intelligens- och språkbegrepp	6
2.3 Matematiska perspektiv	8
3. UNDERSÖKNING OCH RESULTATREDOVISNING	11
3.1 Metod & tillvägagångssätt	11
3.2 Matematikens problematik	12
3.3 Bildens problematik	13
3.4 Exemplet Eureka	16
3.5 Finns det stöd för integration av matematik och bildundervisning utifrån Lgr 11 kapitel 1 och 2?	17
3.5.1 Skolans värdegrund och uppdrag.....	17
3.5.2 Övergripande mål och riktlinjer.....	19
3.5.3 Sammanfattning/analys.....	21
3.6 Finns det relevans för ämnesintegration i förhållande till kursplanerna i matematik och bild, samt i det centrala innehållet för skolår 1-3?	21
3.6.1 Kursplan i matematik, sammandrag	21
3.6.2 Centralt innehåll för matematiken år 1-3, sammanfattning	22
3.6.3 Kursplan i bild, sammandrag	22
3.6.4 Centralt innehåll för bilden år 1- 3, sammanfattning	23
3.6.5 Samband och exemplifieringar	23
3.6.6 Analys.....	26
3.7 Vad kan vinnas med att kombinera matematik med bildundervisning i skolår 1-3?	27
3.7.1 Att öppna portar.....	28
3.7.2 Visuellt/spatial kompetens	28
3.7.3 Kreativ och kognitiv utveckling	29
3.7.4 Överspridningseffekter	30
3.7.5 Motorik	30
3.7.6 Konkretisering - den nödvändiga omvägen	30
4. SAMMANFATTNING OCH SLUTSATSER	32
4.1 Sammanfattning & slutsatser	32
4.2 Slutord	32

5. REFERENSER	34
6. BILAGOR.....	36
Bilaga 1. Centralt innehåll för bild för skolår 1 -3.....	36
Bilaga 2. Centralt innehåll för matematiken för skolår 1-3	37

1. INLEDNING

1.1 Bakgrund

Vi är två lärarstudenter som studerat inriktningarna *Skapande verksamhet mot tidigare åldrar*, samt *Natur och matematik i barnens värld*, vid Konstnärliga fakulteten respektive Pedagogiska institutionen i Göteborg. Denna kombination har stärkt vår grundsyn kring vikten av att integrera de estetiska läroprocesserna i alla skolans grundämnen och vi tänkte i denna rapport titta mer specifikt på hur bildämnet och matematiken kan stärka varandra. Under matematikkursen fick vi erfara, både via vår verksamhetsförlagda utbildning och vid institutionen, att det händer något inom matematiken när den går från konkretiserade uppgifter till ett mer abstrakt tänkande. Elever kan få svårt att se sammanhanget när matematiken blir mer och mer teoretisk. I och med detta har vi förstått att även meningsfullheten, lusten, viljan och självförtroendet lätt försvinner hos många elever. Eftersom barns behov av konkretisering i matematiken är ständigt närvarande som en avgörande faktor för att förankra förståelsen, såg vi många möjligheter att tillämpa bildämnets skapande komponenter i matematiken. Genom våra egna studier i både de konstnärliga och matematiska ämnena har vi blivit övertygade om att teori bör ha en praktisk sida, och att ett praktiskt arbete har tendensen att ge en större mening och en större förståelse för skolarbetet. Vi tror att eleverna stärks i sin roll som medskapare av sin egen kunskap genom ett mer laborativt och praktiskt arbete, och att detta i sin tur stärker deras engagemang och lust för den kunskap som skolan vill erbjuda. I vår verksamhetsförlagda utbildning har vi erfart att undervisningen till stor del vilar på en teoretisk grund även i de första skolåren, med tydliga spår kvar av en förlegad bild av eleven som passiv mottagare.

I och med ett kommande, större fokus på resultat i skolan även i de lägre årskurserna, har matematiken hamnat högt upp på agendan i dagens skola. En bidragande faktor har bland annat varit rapporter från TIMSS och PISA som fått stor uppmärksamhet och som sänt en signal att vi kan behöva se över våra arbetsmetoder i skolan och tolkning av nuvarande styrdokument. Vi blev nyfikna på vad den kommande läroplanen - Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet Lgr 11, speglar för syn på kunskap, och om vi däri kan finna stöd för en ämnesintegration av matematik och bild. Vi fann många beröringspunkter mellan ämnena både vad det gäller själva ämneskunskapen i sig, samt att de är betydelsefulla i sin helhet för att man ska utvecklas till en reflekterande och delaktig människa i ett demokratiskt samhälle. Följande två utdrag ur Lgr 11 får illustrera detta:

Bilden har stor betydelse för människors sätt att tänka, lära och uppleva sig själva och omvärlden. /... /Kunskaper om bilder och bildkommunikation är betydelsefulla för att kunna uttrycka egna åsikter och delta aktivt i samhällslivet.¹

Matematisk verksamhet är till sin art en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen. Kunskaper i matematik ger människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser.²

Ju mer vi tittade på relationen mellan bildämnet och matematiken, desto fler samband såg vi både i kursplanens mål och i vår egen utbildning. Bildens roll blev allt tydligare för oss. Vi anser att bilden idag endast utgör nödvändiga illustrationer i läroböckerna och som metod för

¹ Lgr 11 Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet s. 17

² Lgr 11 s. 31

att konkretisera till exempel lilla plus och minus. Illustrationer är en viktig del, men vad mer kan bilden göra för matematiken? Vi vill visa på att den kan stödja matematiska problemlösningar i ett större sammanhang. Till exempel så berör moment som rumsuppfattning, geometri, linjer, former, perspektiv, förgrund och bakgrund och skala båda ämnesområdena. Bilden kan också med fördel vara ett språkligt medel för att kommunicera kring matematiken och ge eleverna begrepp att samtala kring, se olika tankeprocesser hos varandra och reflektera. Den kan vara ett medel för att beskriva matematikens abstrakta nivåer och ge en tydligare uppfattning om matematikens formler och vad de står för. Vi anser trots detta att det fortfarande inte görs en tillräcklig koppling mellan dessa båda ämnen för att förstärka lärandet.

Vi undersöker även hur barnens estetiska förmåga på detta vis kan utvecklas. I bildundervisningen har vi sett en stor skillnad på förkunskaper hos eleverna, men att de med lite förkunskaper sällan får tillräckligt med stöd för att kunna utvecklas. Ett användande av bild som kognitivt redskap kan fungera som en dörröppnare in i bilden på mer lika villkor, där eleverna ses som mer jämbördiga, oberoende av förkunskaper och utan ett antagande att vi antingen har en konstnärlig talang eller inte. I dagens samhälle ges både matematiken och bilden en växande betydelse. Att ha en grundläggande estetisk kännedom menar vi är på väg från att vara specialistkunskap till att bli allmänskunskap, och en efterfrågad kompetens inom en stor mängd yrken. Inom matematiken ser vi de problemlösande och innovativa aspekterna som viktiga för framtiden. Vi ser också de problemlösande och reflekterande kompetenserna inom kunskapandet som essentiella i dagens och framtidens snabba informationssamhälle, där vikten av att kunna *se* förhållanden från olika håll är lika viktiga som att klara av att *hantera* dem på olika sätt. Men enligt den litteratur och forskning vi tagit del av halkar undervisningen och dess metoder i dessa båda ämnen efter. Lyckas vi i skolan ge eleverna de kognitiva redskap som efterfrågas i den värld vi skall rusta dem för?

1.2 Syfte

Utifrån de kommande styrdokumentet vill vi fördjupa hur vi med bildämnets hjälp kan ge eleverna redskap att lyckas med övergången från konkret till abstrakt tänkande i matematiken samt att skapa ett mer förankrat och meningsfullt lärande.³ Vår hypotes är att bild- och matematikundervisningen ömsesidigt gynnas av en partial ämnesintegration. Vi vill även belysa hur en integration av dessa två ämnen kan påverka bildämnets status och dess tillgänglighet för eleverna.

³ Lgr 11 Läroplanen för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet

1.3 Frågeställningar

Med utgångspunkt i detta syfte har vi valt att genom den teoribildning och forskning vi tagit del av analysera delar av Lgr 11. Dessa delar är kapitel 1 och 2; ”Skolans värdegrund och uppdrag” samt ”Övergripande mål och riktlinjer”. Därefter analyserar vi grundskolans kursplan i matematik och bild, med fokus på det centrala innehållet i årskurs 1-3. Vi vill utröna huruvida det kan finnas stöd för det arbetssätt vi valt att undersöka med hjälp av följande frågeställningar:

- Kan det finnas stöd för integration av matematik och bildundervisning utifrån Lgr 11 kapitel 1 och 2?
- Finns det relevans för ämnesintegration i förhållande till det centrala innehållet i kursplanerna, skolår 1-3?
- Vad kan vinnas med att kombinera matematik med bildundervisning i skolår 1-3?

1.4 Metod och materialpresentation

1.4.1 Metod

Vi har en hypotes om att bildämnet och matematiken lämpar sig väl för att komplettera och stödja varandra. Utifrån denna hypotes har vi studerat litteratur och forskning, och sökt efter samband. Vi gör således en litteratur- och forskningsstudie utifrån litteratur där vi studerar olika teoretiska antaganden i ämnet. Vi exemplifierar också våra antaganden genom att beskriva ett skolprojekt där bild och matematikundervisning integrerats. Vi har analyserat delar av styrdokumentet Lgr 11 utifrån samma perspektiv, för att utröna om vi däri kan finna stöd för vår hypotes. Vi har även analyserat det centrala innehållet för bild och matematik i år 1-3 i Lgr 11 utifrån samma perspektiv, för att undersöka på vilka sätt en partial ämnesintegration skulle kunna bidra till måluppfyllelse i respektive ämne. Våra egna erfarenheter av verksamhetsförlagd utbildning bidrar till den bild av matematik - och bildundervisning som vi beskriver. Då våra erfarenheter stämmer väl överens med den bild som har lagts fram på våra kurser i utbildningen ser vi en relevans för detta. Slutligen kommer vi att exemplifiera med ett pågående projekt i Sotenäs kommun, kallat Eureka, som sedan åtta år tillbaka involverar konsten som metod i matematikundervisningen i ett samarbete mellan pedagoger, elever och konstnärer.

1.4.2 Tongivande material

Fil. Dr. Professor Ann Ahlberg är verksam vid Göteborgs universitet, Pedagogiska institutionen. Hennes forskningsrapport *Att möta matematiken i förskolan: rita, tala och räkna matematik* har varit en viktig resurs i vårt arbete.⁴ Mellan 1997 och 2001 pågick i Sverige ett nationellt utvecklingsprojekt kallat KIL- Konstarna i lärandet, som arbetade med konstarna bild, dans och musik som metod, i första hand inom matematiken. År 2002 utkom *Kilskrift: om konstater och matematik i lärandet: en antologi*.⁵ Bredden och den grundliga anknytningen till forskning och teoribildningar gör detta till ett mycket användbart

⁴ Ahlberg, Ann (1994). *Att möta matematiken i förskolan: rita, tala och räkna matematik*. Göteborg: Univ., Pedagogiska institutionen.

⁵ Hjort, Madeleine (red) (2002) *Kilskrift: om konstater och matematik i lärandet: en antologi*. KIL-gruppen. Stockholm: Carlsson.

arbete för oss. Howard Gardners forskning på multipla intelligenser utgör en del av den omfattande forskning inom ramen för konst och lärande som kommer från Harvard Graduate School of Education i USA. Gardners forskning har vunnit stor genklang i Sverige, och ligger till grund för mycket av den teori som vi studerat, bland annat ovanstående antologi. År 2006 utkom *The Wow Factor; Global research compendium on the impact of the arts in education*, skriven av Anne Bamford, professor vid University of Arts i London på uppdrag av UNESCO.⁶ Bamford sammanställer och analyserar forskning från över 60 länder. Dessa resultat har varit av stor vikt för oss. Vidare har Rob Barnes, konstnär och pedagog, varit en inspirationskälla, liksom Lev Vygotskijs sociokulturella teorier kring kreativitet och fantasi.

1.5 Avgränsning

Vi har valt att fokusera vårt arbete mot skolåren 1-3, eftersom vi vill diskutera arbetsmetoden i förhållande till ett specificerat innehåll, och vi riktar oss i första hand mot dessa skolår i vår utbildning. Det är också på det tidiga stadiet i barnets möte med matematiken som de flesta övergångarna mellan det konkreta och abstrakta grundläggs, vilket innebär många kritiska punkter för den fortsatta förståelsen för matematiken. Vi anser dock att arbetsmetoden lämpar sig väl i alla skolår, och forskningen i ämnet håller oftast en större bredd i fråga om ålder. Då vårt syfte är att undersöka beröringspunkterna mellan bildämnet och matematiken ämnar vi inte ge en heltäckande bild av de enskilda ämnena. Vi kommer att fokusera på de aspekter och de moment i respektive ämne som är relevanta för vår frågeställning. Det styrdokument vi valt att använda är huvudsakligen Lgr 11, med tanke på dess snara införande. Vi hoppas med detta behålla relevansen och skapa ett arbete som är aktuellt för vår framtida profession. Vi har dock inte kunnat analysera kunskapskraven i respektive ämne då inte finns tillgängliga förrän i januari 2011. Det centrala innehållet för skolår 1-3 finns dock beskrivet.

Att uttrycka sig om undervisning på nationell nivå innebär givetvis stora generaliseringar. Inget klassrum är ju identiskt med ett annat. När vi diskuterar matematik- och bildundervisningen utgår vi från en generaliserad bild som bygger på vanligt förekommande fenomen. Det kan tyckas vara exkluderande av alla de utmärkta exempel på nyskapande och engagerande pedagogik som ändå finns överallt. De generella tendenserna är dock fortfarande så vanligt förekommande att vi anser det vara viktigt att belysa dem specifikt.

⁶ Bamford, Anne (2006) *The Wow Factor; Global research compendium on the impact of the arts in education*. http://portal.unesco.org/culture/en/ev.phpURL_ID=30006&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html 10-11-25

2. TEORETISK ANKNYTNING

2.1 Tidigare forskning kring konstarter och lärande

Att estetiska ämnen har en positiv inverkan på elever och skola har forskningen idag funnit belägg för. Vi kommer att inleda med att i korthet redovisa de stora dragen i dessa resultat. Lars Lindström, professor i pedagogik på Lärarhögskolan i Stockholm skriver i *Att lära genom konsten* om flera större empiriska projekt som försökt kartlägga effekter av konstarterna i lärandet i England, USA, Schweiz och Tyskland.⁷ Gemensamt kartlägger dessa studier bild, dans och musik som metoder. Bland annat genomförde John Harland vid NERF⁸ i Storbritannien ett treårigt projekt kallat *The Effects and Effectiveness of Arts Education in Schools*.⁹ Detta projekt inleddes med djupintervjuer med skolledare och pedagoger vid fem högstadieskolor med rykte om sig att ha lyckas väl med undervisningen i estetiska ämnen. Dessa intervjuer ligger till grund för en lista av resultat som de intervjuade ansåg sig ha observerat. Listan sorterades i tre huvudgrupper; eleffekter, skoleffekter, och effekter på den sociala omgivningen. Eleffekterna sorterades i tio olika kategorier, skoleffekterna i två kategorier, och den sociala omgivningen fick en kategori. De kunde i och med detta se att undervisningen i estetiska ämnen inte bara påverkade eleverna, utan även hela skolan, och dess omgivning. Av eleffekterna berörde tre kategorier konst direkt, såsom kunskap i konsthistoria och färdigheter i olika konstarter och uttryckssätt. Tre andra kategorier handlade på olika sätt om kommunikation, så som samarbetsförmåga och empatiutveckling. Arbete med konstarterna är ofta av social natur, vilket kan vara en anledning till dessa resultat. En kategori handlade om förmågan att tänka, lösa problem och skapa självständigt - en utveckling av kreativiteten. En kategori berörde självutveckling och förbättrat självförtroende, en annan livskvalitet, då eleverna ansågs må bättre och få mer ut av livet. Slutligen tittade man på överspridningseffekter, vilket innebär positiva överföringar på andra aktiviteter, såsom ökad motivation, kreativitet och arbetslust även i andra ämnen. Skoleffekternas två kategorier handlade dels om förbättrat skolklimat, med ökad trivsel, samhörighet och stolthet över skolan, dels en förbättrad image för skolan utåt. Den sista av huvudgrupperna, effekter på den sociala omgivningen, var att föräldrarna blev engagerade och skolan blev mer av ett kulturellt centrum. Av elevkategorierna lade skolledarna såväl som pedagogerna störst vikt vid den personliga utvecklingen och utvecklingen av självförtroendet hos eleverna, samt överspridningseffekterna. Harland fann skillnader mellan de olika konstarternas påverkan. Undervisning i drama och bild ansågs ge de största överspridningseffekterna. Empatiutveckling togs knappast någonsin upp i samband med bild.

De resultat Harland kom fram till stämmer väl överens med de resultat som framkommit genom Anne Bamfords omfattande forskningsanalys, sammanfattad i *The Wow factor: Global research compendium on the impact of the arts in education*. Bamford har analyserat och jämfört forskning från hela världen; Europa, Nord- och Sydamerika, Karibien, Asien, Afrika, Australien och Nya Zeeland - världsdelarna är representerade med ett antal länder. Dock är inte Sverige med i denna undersökning. Undersökningen behandlar och skiljer mellan lärande *i* och *genom* konsten. Rapporten slår fast att estetiska ämnen har positiv inverkan på elevernas lärande. Estetiska ämnen stärker elevernas självförtroende och kritiska tänkande. Även dessa

⁷ Lindström, L 2002). Att lära genom konsten - En forskningsöversikt. I M. Hjort (Red.), *Kilskrift: om konstarter och matematik i lärandet: en antologi* (s 107-131) KIL-gruppen. Stockholm: Carlsson

⁸ National Foundation for Education Research

⁹ Harland, J., Kinder, K., Haynes, J. & Schagen, I. (1998). *The Effects and Effectiveness of Arts Education in Schools*. Interim Report 1. Slough: NFER.

resultat visar att samarbetsförmågan och det sociala samspelet stärks. Forskningen visar till och med att elever på skolor med estetisk profil skolkar mindre. "Om eleverna har roligt i skolan är chansen större att de anstränger sig och den energin överförs till andra ämnen." säger Bamford i en intervju om "The Wow factor" i *Pedagogiska Magasinet*.¹⁰ Bamford har även identifierat några faktorer som gav kvalitet. Dessa är bland annat att eleverna tvingas att utmana sig själva, att undervisningen är likvärdig, och samarbete med externa aktörer. Ett anmärkningsvärdigt fynd var att förutsättningen för de goda resultaten är god kvalitet på den estetiska verksamheten. Det visade sig att dålig estetisk undervisning rentav försämrade kreativiteten vilket var fallet i vart fjärde land i studien. Att de estetiska ämnena stärker skrivning och läsning är mer belagt än att de stärker matematiken, där resultaten koncentrerades till den spatiala förmågan, seendet, som används exempelvis inom geometrin. UNESCO som står bakom studien har 2006 och 2010 organiserat globala konferenser i detta ämne, vilket bidrar till ett stort internationellt samarbete i utvecklingen av användandet av estetiska ämnen.

2.2 Ett vidgat intelligens- och språkbegrepp

Harvard Graduate School of Education var tidiga med forskning kring konst och lärande. Project Zero startades år 1976 av filosofen Nelson Goodman, i syfte att med ett tvärvetenskapligt team belysa vuxna och barns lärande i och om konsten, där kreativitet spelar en nyckelroll.¹¹ Namnet Project Zero indikerar att det då inte fanns forskning på konstens roll i lärandet. Project Zero har idag spridit sig över landsgränserna, och hårbärgerar en mängd forskningsprojekt. En del av projektet som fått stor genomslagskraft i vår egen utbildning i Göteborg är Howard Gardners forskning på multipla intelligenser. Howard Gardner är professor i kognition och pedagogik.¹² Hans teori om multipla intelligenser innebär en syn där vi tillkännager att vi alla är olika och lär oss på olika sätt, beroende på hur vi utvecklat de olika intelligenserna, vilka kombinationer vi har av dem och vilken/vilka intelligenser som är mer framträdande. Gardner förespråkar en tanke om att människan blir mer motiverad om hon får möjlighet att använda sin mest framstående intelligens i lärandet tillsammans med sin kreativitet och sina intressen. Här följer en kort sammanfattning av definitioner på de olika intelligenserna¹³:

- *Lingvistisk/Språklig intelligens* - Förmåga att använda det verbala språket i olika sammanhang och för olika syften som att läsa, skriva, lyssna, föra abstrakta resonemang.
- *Musikalisk intelligens* - Förmåga att uppfatta toner, klanger och rytmer och har en känsla för att komponera musik och att förstå vad som förmedlas musikaliskt.
- *Spatial/Visuell/Rumslig intelligens* - Förmåga att läsa av och tolka bilder, se mönster, visualisera och minnas bilder, formge samt uttrycka sig genom grafer och bilder.
- *Kroppslig/Kinestetisk intelligens* - Förmåga att kontrollera sina rörelser samt använda sin kropp för att uttrycka sig. Föredrar fysisk aktivitet och lär genom att göra en aktivitet framför att läsa om den.
- *Interpersonell/Social intelligens* - Förmåga att samarbeta och känna av andra människors sinnesstämningar och behov samt att bygga relationer.

¹⁰ Höglund, Carl-Magnus. "The Wow factor". *Pedagogiska Magasinet*. Nummer 4 November (2009) s. 14

¹¹ <http://www.pz.harvard.edu/> 10-11-10

¹² <http://www.howardgardner.com/> 10-11-08

¹³ Gardner, H. (2006). *Multiple intelligences: new horizons*. (Completely rev. and updated.) New York: BasicBooks. (kapitel 1, egen översättning och förkortning)

- *Intrapersonell intelligens* - Förmåga att känna till sina styrkor och svagheter, förstå sina känslor och tankar. Man har självkännedom och lätt för motivation samt självdisciplin.
- *Logisk/Matematisk intelligens* - Förmåga att se och hantera siffror, abstrakta mönster och förhållanden samt föra logiska resonemang.
- *Naturintelligens* - Förmåga att se naturens samband och har förståelse för dess samspel samt har lätt för att klassificera, systematisera och identifiera växter och djur.
- *Existentiell intelligens* - En känsla för moral och etik, samt en fallenhet och intresse för att fundera över och diskutera de stora livsfrågorna, religion och filosofi.

Enligt Gardner har alla människor tillgång till dessa intelligenser, men att varje kombination av dem skiljer sig hos var och en. Ett välkänt uttalande från Gardner är orden: "Det handlar inte om hur intelligent du är, utan om *hur* du är intelligent."¹⁴ Som ett led i detta menar Gardner att pedagoger därför bör bemöta varje barns sätt att lära sig genom att använda sig av olika metoder för att lära ut. Vidare anser han att den västerländska skolan tendera att uppmuntra två av dessa intelligenser - logisk/matematisk och lingvistisk intelligens - mer än de andra, och att skolan, genom ett enahanda synsätt på hur vi ska ta till oss information och utveckla en kognitiv förståelse, riskerar att förbise många elevers förmågor.

Hans syn delas av Madeleine Hjort, en fackboksförfattare, samhällsvetare och kulturpedagog med fokus på utbildning, scenkonst och reformarbete i skolan, tillika huvudredaktör för *Kilskrift*.¹⁵ Hjort menar att de elever som mest uppskattar och finner sig tillrätta i praktiska ämnen, som idrott, musik, slöjd, och således visar prov på exempelvis kinestetisk eller rumslig intelligens också vet att dessa ämnen, och därmed deras resultat, inte värderas lika högt som de ämnen som så ofta har en teoretisk profil. Dessa elever är särskilt drabbade av den strikta uppdelningen mellan teoretiska och praktiska ämnen. Vad gäller motivation och skolarbete knyter Hjort an till den ryske psykologen Sergey L Rubinstein och menar att känslomässig dragningskraft är viktig för utvecklingen av nya intressen. Hjort resonerar vidare att om den känslomässiga dragningskraften saknas, så handlar barnet på plikt- och ansvarskänsla snarare än äkta intresse, varav det senare är det som får barnet att växa. Hon menar vidare att barn inte har stabila intressen, utan utvecklar intresse vid exponering mot olika ämnen och metoder. På så vis är det viktigt att de får möta olika uttryckssätt för att kunna utveckla ett intresse för ett ämne. Dessa resonemang finner gott stöd i styrdokumentet, där värnandet om barnets naturliga lust att lära, och rätt till ett varierat arbetssätt är återkommande uppdrag.¹⁶

Hjort argumenterar vidare för människans visuella kompetens, att den kan användas till mer än siffror, bokstäver och enstaka bilder. Visuell kompetens ligger enligt Hjort nära till hands för ungdomar, och borde användas brett i inläringssyfte och inte betraktas som just *bildens* ägodel. Carina Fast, Fil Dr i pedagogik vid Uppsala universitet, beskriver i artikeln "Symboler och bilder - viktiga inslag i läs- och skrivutveckling" hur små barn börjar sitt lärande - sitt uttolkande av världen - genom bilder och symboler.¹⁷ Hon menar att barn växer upp i en värld av bilder och symboler och argumenterar för att skola och förskola bör eftersträva att skapa en kontinuitet i barns lärande. Fast hävdar att barnen börjar sin läs- och skrivutveckling långt innan de griper sig an de latinska skrivtecknen; redan då de börjar tolka bilder och symboler

¹⁴ Föreläsning Madeleine Hjort 2008-12-02. Anteckningar finns i författarnas ägo.

¹⁵ KIL-gruppen (2002). Stockholm: Carlsson. s. 39-40

¹⁶ Lpo 94 s 6, Lgr 11 s 4, s. 7

¹⁷ Carina Fast (2010) "Symboler och bilder - viktiga inslag i läs- och skrivutveckling". *Tidskriftet Viden om Läsa* nr.8 september

runtomkring sig, och börjar skapa egna. I enlighet med Fasts tankar kan man se bildmässig kommunikation som ett av barnets tidigast tillgängliga språk. Redan innan talet är etablerat hos det lilla barnet kommer bildtolkningen in, till exempel i form av pekböcker. Vi läser till en början bara av bilden, dvs. vi avkodar den. I vår fortsatta läsning ger bilderna stöd åt texterna, och förförståelse. Likadant är det med läroböckerna i matematik. De första årens matematikböcker är rikt illustrerade, och dessa illustrationer utgör ett nödvändigt komplement till de skrivna uppgifterna. Ju längre upp vi kommer i ålder, desto mer ökar abstraktionsnivån, i textböcker såväl som i matematikböckerna. Denna abstraktionsnivå följer givetvis den kognitiva utvecklingen. Men hur mycket vi än klarar att abstrahera har bilder en omedelbar dragningskraft. I skolans tidiga år har bilden en framträdande roll som ett av de första språken - ett väletablerat verktyg för de elever som just är på väg att tillägna sig skolkulturen, skriftspråket och den abstrakta matematiken.

Hela vår omgivning består av dolda budskap, mönster och andra signaler som vi medvetet och omedvetet tar till oss och bearbetar utifrån den kunskap och de erfarenheter vi besitter. Symboler och metaforer i konstverken är ett sätt att se på dold information som man inte blir medveten om, om man inte har kunskapen om den. Det kan också handla om vårt egna och andras kroppsspråk eller hur vi tolkar ett fotografi i dagstidningen liksom att få syn på matematikens mönster. Konstnären och grafikern Gunnel Berlin som är lärare och drivande inom projekt Eureka, talar om skillnader mellan kunskap och information och menar att informationen i sig inte behöver bearbetas känslomässigt och bygger inte heller på erfarenhet.¹⁸ Information är endast fakta som vi noterar, men sätts den inte i ett sammanhang som är relevant för oss är det inte troligt att den behålls i minnet någon längre tid. Därför vill Berlin argumentera för att *känslan* måste finnas. Egna upplevelser och erfarenheter behöver vara kopplade till informationen. När vi arbetar med information vi anser vara viktig för eleverna behöver vi utgå från deras egna tankar och funderingar. På så vis kan vi hjälpa eleverna att integrera informationen och göra den till kunskap. Då når vi också ett annat mål med undervisningen, nämligen att göra lärandet meningsfullt, och skapa förståelse för den eviga frågan: Varför behöver vi kunna detta?

2.3 Matematiska perspektiv

Ann Ahlberg beskriver i sin rapport *Att möta matematiken i förskolan: rita, tala och räkna matematik* (1994) hur skolan inte knyter an till barnens erfarenhetsvärld då den i stort är ämnesindelad. Detta anser hon gäller speciellt inom matematiken. Istället för att den används integrerad till exempel vid temaarbeten, som svenskan – ett ämne som oftare integreras med till exempel musik och bild, hamnar matematiken mer åt sidan, avskilt från övriga ämnen. Undervisningen är oftast läroboksbunden och sällan bryts detta traditionella mönster. Ahlberg pekar på problematiken i detta. Hon menar att vi i vardagen oftast löser problem i en social kontext, men att skolan, inom just matematikens område, ofta lämnar eleverna åt egen tyst räkning. Detta anser Ahlberg medför en risk. En undervisning som inte knyter an till elevernas erfarenheter och intressen kan bidra till att meningsfullheten förloras och därmed elevernas lust till ämnet vilket kan skapa en negativ inställning till matematiken. Ahlberg menar att om skolan är alltför inriktad mot att man ska arbeta i räkneboken kan huvudtanken kring matematiken som en del av livet och samhället gå förlorad, då eleverna blir mer inställda på att lösa uppgifterna i boken mer än att tillämpa dem i praktiken. Enligt Ahlberg tycks detta också skapa en inställning hos eleverna att det viktigaste är att få rätt svar så

¹⁸ Berlin, G. & Dal, E. (2010) *Eureka – Om konstverken I skolans vardag*. Utgiven som häftad bok och som Pdf på <http://www.projekteureka.nu/> av Sotenäs kommun 2010.

snabbt som möjligt och de strävar efter att "hinna klart" utan möjlighet till reflekterande. Här i ligger ett av problemen med den formella synen på matematik, som måste finnas, men som skiljer sig markant från elevernas erfarenhetsvärld. Den formella matematiken bygger på symboler och abstrakt tänkande med algoritmer som hjälp för att lösa en uppgift. Detta måste finnas där, men Ahlberg menar att om vi inte kopplar det till elevernas vardag och begreppsvärld förlorar vi också syftet med matematiken. Hon vill istället att vi mer använder oss av *problemlösning* genom aktiviteter där bild, samtal och reflektion integrerar med matematiken.

I vår kommande läroplan för grundskolan talas det om de fyra kunskapsformerna som tar sig uttryck i fakta, förståelse, färdighet och förtrogenhet, som i balans med varandra kan skapa en helhet.¹⁹ Även Ahlberg kopplar till dessa fyra F:n inom matematiken för att ge en bild av hur viktiga dessa är att ta hänsyn till för att lyckas förankra kunskap vid ett problemlösande perspektiv i matematik. Hon beskriver de olika kunskapsformerna så som att:

Fakta är sådan kunskap som man inhämtar, dvs. kunskap som ren information./.../
Förståelse är kunskap som är meningsskapande, vilket innebär att kunskapen är reflekterad./.../
Färdigheter är kunskap som utförande. För att tillägna sig en färdighet måste man öva./.../
Förtrogenhet är kunskap som omdöme och har sitt ursprung i erfarenheten.²⁰

Ahlberg menar att dessa kunskapsformer, de fyra F:en, samspelar och bygger på varandra. Därför är det viktigt att finna en balans mellan dem för att inte alltför ensidigt framhäva den ena framför den andra. *Fakta* kan enligt Ahlberg till exempel innebära benämningen på de fyra räknesätten, *Förståelse* kan vara att eleven inser vilket räknesätt som passar vid en specifik problemlösning. För att nå kunskapsmålen under *Färdigheter* skulle det kunna betyda att man tränar på att använda algoritmer, och *Förtrogenhet* innebär slutligen att eleven har tagit till sig så pass många erfarenheter att hon/han kan känna igen matematiska problem, och ta fram ett lämpligt räknesätt. Detta för att till sist klara att generalisera sina kunskaper och tillämpa dem i nya matematiska situationer. Ahlberg anser att det är just *Förståelsen* inom matematiken som fått stiga åt sidan då tyngdpunkten oftast ligger på *Färdigheten* idag, vilket för med sig att *Förtrogenheten* blir svårare att uppnå. Ahlberg anser att för att nå förståelsen och förtrogenheten behöver eleverna samtala, rita och reflektera med varandra på ett problemlösande sätt. Med bilden integrerad som brygga kan en djupare förståelse nås, med en känslomässig och bredare kunskap om ämnena som används. Detta istället för den traditionella undervisningen där läraren oftast presenterar ett moment som till exempel tiotalsövergången och barnen därefter får öva momentet med ett antal liknande typer av uppgifter i en lärobok.

Alan Schoenfeld är professor i kognition och utveckling (eng. cognition and development) vid universitetet i Berkeley.²¹ Han forskar kring tänkande, undervisning och lärande (eng. thinking, teaching, learning), med tyngdpunkt på just matematik. Han fokuserar på vad det innebär att tänka matematiskt, och har formulerat fyra kompetenser som är nödvändiga för matematisk utveckling och förståelse hos eleven. Dessa fyra kompetenser kan med fördel jämföras med de fyra F:en i detta sammanhang. Kompetenserna är; *Resurser*, som handlar om att kunna begrepp, algoritmer, och ha "matematisk intuition"; *Heuristik*, som innebär att eleven känner till och kan använda metoder och strategier för att lösa problem; *Kontroll*, att

¹⁹ Lgr 11 s. 7

²⁰ A. Ahlberg (1994) s. 11

²¹ <http://gse.berkeley.edu/faculty/ahschoenfeld/ahschoenfeld.html> 1010-11-30

eleven är medveten om på vad han/hon gör när han/hon löser ett problem, och att eleven kan reflektera över sitt eget tänkande. Slutligen kommer *Föreställning/tilltro*, som handlar om elevens uppfattning om vad matematik är, och hans/hennes förväntningar på sig själv som matematiker. Denna kompetens formar sammanhanget och utfallet av de övriga kompetenserna.²² Vi anser att Schoenfelds kompetenser och Ahlbergs matematiska tolkning av de fyra F:n visar på stora likheter, vilket ytterligare stärker relevansen för dessa resonemang.

I boken *Rika matematiska problem: inspiration till variation* beskrivs en metod där undervisningen är problembaserad.²³ Problemlösningen sker i fasta grupper, som utvecklar ett sam-lärande i sociokulturell anda. Eleverna motiveras att hitta olika sätt att lösa problem. Här poängteras vikten av att kunna "zappa". Denna benämning har författarna valt för att beskriva förmågan att översätta mellan former av problemlösning, och är enligt dem en viktig del av den matematiska kompetensen. Genom att synliggöra många olika sätt att lösa problem på tränas inte bara barnen i att "zappa". De får även möjlighet att fritt välja en metod som passar deras egen logik. De olika sätten delar författarna in i gestaltande/konkret, grafisk/geometrisk, aritmetisk/algebraisk och logisk/språklig förståelse. Detta kan innebära att någon elev vill lösa ett problem med hjälp av uppskattning och gissning (grundat i logik), en annan vill kanske räkna i algoritmer, det vill säga uppställningar, medan en tredje kanske vill skissa sig till förståelse genom att rita upp problemet eller ett händelseförlopp. Inget sätt att lösa ett problem på är mer rätt än ett annat, och när eleverna tar del av varandras arbeten sker en utveckling.

Enligt Lev Vygotskij är samspelet mellan elever och tillika pedagogen avgörande för elevernas begreppsbyggnad.²⁴ Att kommunicera via matematikens språk och reflektera tillsammans med andra ger en större möjlighet till begreppsbyggnad då eleverna får en möjlighet att utvecklas inom den potentiella utvecklingszonen. Genom att samtala kring matematiken kan eleverna ta del av varandras erfarenheter och på så vis internalisera gruppens kompetens. Denna teori ger stöd till det sociokulturella perspektivet, då samarbete och kommunikation medverkar till att föra en individ längre fram i sin utveckling än vad individuellt arbete hade gjort.

Vidare ansåg Vygotskij att vår fantasi är grunden för kreativitet och avgörande för vår utveckling både personligt, socialt och i ett vidare perspektiv - på ett samhällsutvecklingsplan. "Det är just människans kreativa aktivitet som gör henne till en framtidsinriktad varelse, som skapar sin framtid och samtidigt förändrar sin nutid."²⁵ Utan fantasin och vår förmåga att kreativt kombinera våra erfarenheter för att skapa något nytt menar Vygotskij att vi inte skulle finna lösningar eller utvecklas alls inom något område, vare sig konstnärligt, vetenskapligt eller tekniskt. Vygotskijs tankar ligger nära till hands för läraruppdraget så som det beskrivs i detta stycke ur Lgr 11:

Skolan ska stimulera elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende samt vilja till att pröva egna idéer och lösa problem. Eleverna ska få möjlighet att ta initiativ och ansvar samt utveckla sin förmåga att arbeta såväl självständigt som tillsammans med andra. Skolan ska därigenom bidra till att eleverna utvecklar ett förhållningssätt som främjar entreprenörskap.²⁶

²² Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando: Academic Press.

²³ Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. (1. uppl.) Stockholm: Liber

²⁴ Vygotskij, L.S. (1995). *Fantasi och kreativitet i barndomen*. Göteborg: Daidalos.

²⁵ Vygotskij; L.S. (1995) s. 13

²⁶ Lgr 11 s. 6

3. UNDERSÖKNING OCH RESULTATREDOVISNING

Vi kommer nu att inleda vår undersökning med en metodpresentation. Vi gör nedan en genomgång av jämförelser och analyser utifrån relationen mellan matematik och bild i teori och praktik. Därigenom vill vi definiera vad som i generella drag kan anses vara matematikens specifika problematik, för att tydliggöra vad i bristerna består och bildens potentiella roll gentemot matematikämnet. Detta är på intet sätt heltäckande, utan endast ett nedslag i matematikundervisningen i stora drag, som vi sett i verksamheter vi varit i, hört debatteras, och som speglas i litteratur och kursinnehåll. Detsamma gör vi sedan med bildämnet. När vi gått igenom problematiken vill vi introducera ett exempel från verkligheten på arbete med bild som metod i skolan, nämligen Eureka-projektet i Sotenäs kommun. Exempel från Eureka kommer sedan att vävas in i vår undersökning, för att konkretisera våra tankar. Därefter fördjupar vi oss i våra frågeställningar, i tur och ordning, genom att diskutera Lgr 11. När vi belyser det centrala innehållet för matematik och bild i skolår 1-3, kommer vi att knyta detta till övningsexempel som bygger på Eureka-projektet, för att konkretisera metoden. Vi kommer att avsluta undersökningen med att se på vinsterna med bild som metod i mer övergripande termer.

3.1 Metod och tillvägagångssätt

Vår undersökning grundar sig på studier av litteratur och forskning. Med stöd av våra egna erfarenheter, i kombination med inhämtad kunskap under vår utbildning har vi satt teoristudierna i en kontext som varit relevant för oss. Den mer övergripande debatt om skolan som har pågått i Sverige och den bild av skolan som därmed skildrats har också vägts in i den bild vi har gjort oss av tillståndet i dagens svenska skola. Vi har sökt efter samband mellan forskning och litteratur, och bilden av skolan, för att kunna se relevans i det inhämtade materialet. Detta särskilt med tanke på att en stor del av den forskning vi använt inte är svensk.

Vi har undersökt vår hypotes om att bildämnet och matematiken lämpar sig väl för att komplettera och stödja varandra genom dessa studier. De forskningsstudier vi har tagit del av har vi främst hämtat från webbsidor som tillhör exempelvis Harvard University, UNESCO och Skolverket. De matematiska resonemangen bygger till största del på de tankegångar vi mött i inriktningen *Matematik i barnens värld*, LNM110, vilket har färgat våra resonemang. Här har även rapporterna PISA och TIMMS med sin aktualitet i mediareportering, och den debatt om skolan som pågått bidragit till sammanhanget. En annan del som inspirerat oss har varit (kurslitteratur på) inriktningen *Skapande verksamhet mot de tidiga åldrarna*, LVS 110/120.

Vi började vårt arbete, och tankeprocess, med att definiera den problematik som matematik- och bildundervisning påvisar, och sätta denna i relation till litteraturen. Vi gick vidare med att identifiera likheterna och sambanden mellan de båda ämnena. Även detta sattes i relation till teori och forskning, vilken till största del har varit fokuserad på den estetiska arbetsprocessen och inverkan av estetiska ämnen i skolvärlden. Men vi har också kunnat konkretisera kopplingen till matematiken genom att göra oss bekanta med Eureka-projektet i Sotenäs kommun, där kopplingen just mellan dessa två ämnen har utvecklats under åtta år. Med dessa komponenter i ryggen har vi sedan gjort en mer djupgående analys av de delar av Lgr 11 som

varit relevanta. Vi har då speglat detta innehåll mot den forskning och de exempel vi har funnit, för att finna svar på våra frågeställningar, och belägga vår hypotes.

3.2 Matematikens problematik

I PISAs undersökning från 2006 angående 15-åriga elevers matematikkunskaper och hur de konstruktivt kan resonera och analysera kring ämnet, visar det sig att Sverige ligger på en genomsnittlig nivå i matematik.²⁷ Då PISA tittat på vårt skolsystem och elevers attityder till sitt lärande tre år tidigare låg vi *över* genomsnittet, men även då syntes “/.../ att svenska elever var sämre på matematikuppgifter som kräver analys, reflektion, kommunikation och argumentation.”²⁸ Enligt PISA innebär kunskaper i ämnet matematik att ha kunskap om matematikens roll i omvärlden, kunna använda sig av den i livet och därmed fungera i samhället efter egna behov och på så sätt vara delaktig i en demokratisk anda. I den internationella undersökningen TIMSS djupanalys från 2007 om hur elever tillägnar sig och förstår matematiska begrepp och hur de använder sig av olika beräkningstekniker, rapporteras det om att svenska elever har svårare att nå målen inom till exempel algebra och geometri än flera av de övriga länderna i undersökningen.²⁹ Överlag visar uppgifterna på att elever i år 4 (samt år 8) ligger under genomsnittet för de länder som deltagit. I enkätundersökningar utförda av TIMSS har pedagoger bland annat svarat på hur undervisning inom matematiken ser ut. Resultatet visar på att undervisningen i matematik idag till största delen fortfarande bygger på läroböckerna och mycket av lektionstiden är avsedd åt självständigt arbete.

Vi anser att just arbetsformen kan vara en av anledningarna till de sjunkande resultaten som PISA redovisar. I enlighet med tidigare resonemang från Ahlberg menar vi att fokus på räkning i böcker och stark dominans av enskilt arbete innebär att matematikundervisningen brottas med bristande resultat vad gäller verklighetsförankring och självständig tillämpning av matematiskt tänkande hos eleverna. Vi menar att om skolan har svårt att konkretisera den abstrakta matematiken ger det påföljden att den heller inte kan visa på helheten för eleverna. Utan detta sammanhang tror vi att det blir svårt att entusiasmera en elev och göra matematiken lustfylld. Magnus Lundin, universitetslektor i matematik vid Borås ingenjörshögskola, menar att matematiken och de estetiska ämnena kompletterar och berikar varandra *ömsesidigt*.³⁰ Han identifierar matematikens problematik i det att vi inte lyckas motivera eleverna till *varför* de bör lära sig. Han menar att alla vet att matematiken anses viktig och väger tungt vid betygssättning, men att detta snarast skapar frustration, och inte den förståelse som vi eftertraktar. Det handlar om en avsaknad av “personligt förankrad motivation(en), som berättar varför matematik är viktigt”.³¹

Matematiker på Lundins nivå talar ofta om andra värden i matematiken än dess funktionalitet. Här är det ofta matematikens spänning och skönhet som nämns, samt hur roligt det är med matematik. Hur kan det komma sig att matematiken som skolämne så ofta misslyckas med att kommunicera detta? Lundin argumenterar för att integrera lustfylldheten i skapande ämnen med matematiken. Men även denna lustfylldhet anser vi bör ifrågasättas. I enlighet med Berlins resonemang kan vi se att med de stora skillnader i förkunskaper som råder vad gäller skapande verksamhet blir pedagogens ansvar tydligt. Allt för ofta förbiser vi att lära ut de grundkunskaper som ger eleverna möjlighet att lyckas med uppgiften på ett sätt som är

²⁷ <http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/8997> PISA 2006 Rapport Nr 306 s 24 2010-11-08

²⁸ <http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/1121> PISA 2003 Rapport Nr 254 2010-11-08

²⁹ <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2127> TIMSS 2007 Rapport Nr 323 2010-11-08

³⁰ KIL-gruppen (2002). Stockholm: Carlsson

³¹ KIL-gruppen (2002). Stockholm: Carlsson s. 92

tillfredsställande för dem själva. Ett förhöjt antal timmar matematik utan att variera arbetssättet kan innebära en ökad frustration snarare än ökad förståelse för vissa, och att satsa på estetiken utan att arbeta med att förankra metoden grundligt kan mottagas mest som ett välkommet, eller ovälkommet, avbrott från det ”seriösa arbetet.”

Att arbeta enskilt i egen bok med matematik medför en specifik problematik. Det vi själva sett i praktiken och sett debatteras i medier riktade mot lärare, har bland annat varit tävlingsmomentet, där elever jagar fram och ständigt jämför sig med sina klasskamrater. Detta resulterar i att eleven själv inte är fokuserad på sin läroprocess och förståelse för det som utförs, utan tar sig fram på enklaste och snabbaste sätt. Vi menar att detta kan vara missvisande för den lärare som vill se den enskilda prestationen genom enskilt arbete, eftersom det inte är säkert att eleven har förstått det den har gjort. Enskilt arbete möjliggör heller inte att lära av andra och man går miste om synliggörandet av olika problemlösningsprocedurer som det skulle ha medfört. Det vi tycker oss ha sett är att den del elever som inte tävlar kan ha svårt att koncentrera sig, eller har behov av mycket stöd för att komma in i ett matematiskt tänkande. Dessa får ofta sitta länge och vänta på hjälp, vilket gör att de halkar efter ännu mer jämfört med sina tävlande kamrater, eller glider in på andra tankar eller aktiviteter än matematik. Därmed är inte sagt att allt enskilt arbete är av ondo. Det är en nödvändig komponent. Men att vilja komma fort fram utan att grundlägga förståelsen är särskilt problematiskt i de tidiga åren, då den grundläggande matematiken undervisas. Detta är den absolut nödvändiga grund som resten av matematiken bygger vidare på. Vi menar dock inte att det är fel att få upp en fart i sitt matematiska tänkande. Det är snarare av största vikt att eleverna får det, då ett flyt i räkningen visar att de förankrat kunskapen och gjort den till sin. Om vi jämför med vikten av att kunna läsa med flyt och att ha knäckt läskoden, ser man sammanhanget. Utan flyt i läsningen kan eleven inte få någon större behållning av textens helhet och har därför svårare att ta till sig dess budskap och innehåll.

Matematiken innebär en abstraktion av verkligheten. Denna abstraktion måste förankras väl om eleverna skall nå full förståelse. Ett återkommande tema i vår kurs *Matematik i barnens värld* var just övergången mellan det abstrakta och det konkreta, och vikten av att inte fastna i det ena eller det andra. Abstraktionen är en nödvändighet, men kommer den för tidigt och utan att förankras kan detta skapa förvirring. Vissa elever kan dock fastna i räkning med konkretiserande material, vilket heller inte bidrar till utveckling. Denna övergång mellan konkret och abstrakt är, enligt kursansvariga Susanne Frisk, en kritisk punkt inom matematikundervisningen mot de tidiga åldrarna.³²

3.3 Bildens problematik

Vi har under vår utbildning vid inriktningen *Skapande verksamhet* kunnat särskilja flera begränsande arbetssätt inom bildämnet som kan leda till att elever känner sig otillräckliga och få dem att stagnera i sin utveckling. Vi vill här presentera ett par av dem för att på så sätt också tydliggöra vad som behövs inom ramarna för bilden som ett ämne, samt vad vi med konstarterna kan uppnå om vi specifikt ser på bildämnet och upptäcker dess fulla potential. Dessa resonemang bygger, där inget annat anges, på våra sammantagna anteckningar från seminarier med Hjärdis Johansson, universitetsadjunkt i Bild och Form och Bildens Didaktik vid Göteborgs Universitet, under 2008 i *Skapande verksamhet mot de tidiga åldrarna*.

³² Personlig kommunikation med Susanne Frisk 2010-11-13

Ett av problemen är att man i klassrummen ofta låter barnen arbeta fritt utan ledning från läraren. Det ger inte en sådan spontan konst som man kan tro då elever kan begränsas av att vara oerfarna, ostimulerade och utelämnas att klara av en uppgift utan några kognitiva verktyg. Med kognitiva verktyg menar vi här att vi tillhandahåller elever metoder för att stödja deras tankeprocesser och minne för inläring vid någon form av problemlösning. Den bristande styrningen kan grunda sig i en idé om att eleven bör hitta sitt egna uttryck, och bygger ofta på en tanke om ett inre kreativt flöde, som eleverna utvecklas av att få uttrycka. En sådan idé om bildämnet och det fria skapandet härrör från 40-, 50- och 60-talen, och speglas i Lgr 62.³³ Detta är en viktig aspekt av barns skapande. Men då elever i dessa tidiga skolår sällan får sin undervisning av pedagoger med bilddidaktisk träning finns en risk att denne inte behåller sin vägledande roll eller har en medvetenhet om diskursen bakom processen. De elever som inte hittar in i detta kreativa flöde riskerar att ge upp sitt bildskapande om de inte erhåller stöd, och utan en reflekterande pedagog som kan spegla skapandeprocessen är risken att detta arbetssätt blir föga utvecklande.

Ett annat dilemma som vi ofta sett ute i verksamheten är halvfärdiga byggsatser och mallar. Dessa ger inte stort utrymme för eget skapande och personligheten i slutprodukten går lätt om intet. Eleverna får inte möjlighet att lösa problem, experimentera och därmed få nya erfarenheter. Ofta handlar undervisningen om ren avbildning och eleven kan få svårt att följa och nå nivån i den vuxnes original, vilket lätt kan leda till ytterligare frustration. Slutligen är det viktigt att ge elevernas verk konstruktiv kritik. Att bara bedöma genom att säga "fint" leder inte mot vidare utveckling och sänder signaler till eleverna att deras arbete bedöms genom ett värderande av det estetiska uttrycket, inte efter hur de har tänkt och hur de kan gå vidare och därmed utvecklas.

Berlin beskriver att eleverna ofta får uppgifter som är alldeles för komplexa för dem och att det överlag finns en tanke att den konstnärliga förmågan är något medfött hos somliga.³⁴ Dessutom vill hon varna för att om vi inte tillhandahåller verktyg och grunder för skapandet inom givna ramar kan vi istället stjälpa elevernas tro på sig själva. Detta gäller speciellt under de första skolåren då eleverna ofta börjar ställa krav på sig själva att det de avbildar ska vara så likt förlagan som möjligt. De kan snabbt tappa tron på sig själva om de inte lyckas. Vidare pekar hon på problemet att vi inom den svenska skolan inte har krav på behöriga lärare inom bilden i de tidigare åren. Det är under just denna tid hon anser eleverna vara som mest mottagliga och intresserade för skapandet som en form av lärande och hon proklamerar för att vi inte ska gå miste om detta tillfälle att låta barnen utveckla ett vidare synsätt på lärande. Berlin menar att med tydliga instruktioner och förståelse för *hur, vad, och varför* kan eleverna bli mer fria i att uttrycka sig med erfarenheter de redan besitter samt med de verktyg som tillhandahålls. Ju fler färdigheter och mer förtrogenhet eleverna får desto större komplexitet kan de tillföra en uppgift. Här ingår inte bara det konstnärliga uttrycket utan också det verbala, så som begrepp för att kunna uttrycka sig mer och mer tydligt inom de estetiska formerna i kommunikation med andra.

Bilder har stor betydelse för människors sätt att tänka, lära och uppleva sig själva och omvärlden. [...] Den ska också uppmuntra eleverna att ta egna initiativ och arbeta på ett undersökande och problemlösande sätt.³⁵

³³ Wetterholm, H. (1991). *Bildämnet på låg- och mellanstadiet i läroplaner, teori och praxis*. Kalmar: Institutionen för lärarutbildning, Högskolan.

³⁴ Berlin, G. & Dal, E. (2010) *Eureka – Om konstarterna I skolans vardag*. Utgiven som häftad bok och som Pdf på <http://www.projekteureka.nu/> av Sotenäs kommun 2010. <http://www.projekteureka.nu/> s. 15 2010-11-20

³⁵ Lgr 11 s. 17

Själva har vi observerat ett förhållningssätt hos både lärare och elever där de som "kan" skapar, och de som "inte kan" undviker det. Dessa resonemang är diffusa, och svåra att sätta fingret på. Ändå är de av vikt, då ovan nämnda förhållningssätt har stor påverkan på bildundervisningen och de skapandeprocesser som sker i skolan, menar vi. De kan ha sin grund i bilden av det fria skapandet, som vi menar bygger på ett antagande om inre resurser som alla antas besitta. Oavsett riktigheten i detta, så kan vi konstatera att det finns en ängslighet och osäkerhet hos många vuxna och barn kring deras skapande som kan tänkas härröra ur detta. Det kan också vara en anledning till att det inom bilden ges mycket mindre vägledning än i övriga skolämnen.

Lundin argumenterar för de estetiska läroprocesserna, och menar att dessa kan bringa det lustfyllda in i matematiken.³⁶ Men han problematiserar kontrasten mellan det lustfyllda förhållningssättet till bildskapandet mot den strikta analysen och reflektionen som krävs inom matematiken. Vågar man bryta sig in i skapandeprocesser med matematikens analytiska syn? Vi menar att detta innebär två traditioner som bryts, och kanske är det detta, mer än någonting annat, som får oss att tveka.

Rob Barnes är konstnär och undervisar i pedagogik vid University of East Anglia i Storbritannien. Han pekar i *Lära barn skapa* på vikten av att pedagoger hänger sig åt den process som sker vid skapandet istället för att nå fram till en slutprodukt, när det står bild på schemat.³⁷ Det är på vägen mot målet som det sker ett möte med kunskap, en kunskap som ska kunna internaliseras och användas igen med elevens egna personliga lösning. Pedagogen kan, istället för att till exempel be eleverna att måla sitt hus ur minnet, söka göra eleverna mer medvetna om sin omgivning och hitta olika former i det de ämnar avbilda. Genom att samla, jämföra och till sist välja det de vill visa ges eleverna en möjlighet att utveckla sina bilder på ett mer personligt plan, och öppna för kreativiteten. Liksom Vygotskij menar Barnes att kreativitet uppstår när vi skapar något nytt av det vi redan vet. Han lyfter fram att det är ett av våra uppdrag i skolan att utveckla elevernas individualitet utifrån deras egna förutsättningar och behov, men ställer sig samtidigt frågande till varför kreativiteten inte räknas som något eftersträvanvärt i dagens skola då den är en viktig resurs för att vara verksam ute i samhället.

Att vara uppfinningsrik /.../ borde vara en primär angelägenhet för skolan och individen - inte minst i vårt samhälle där förändringar sker så snabbt att ett flexibelt tänkande, som vi förknippar med kreativitet, nästan är en förutsättning för att vi ska hålla jämna steg med utvecklingen.³⁸

Vi möter idag kopiösa mängder information via tidningar, tv, internet och ute på gatorna. Bilder har otaliga ingångar till våra liv och detta i ett allt snabbare tempo. Vi anser att kunskapen om hur bilder framställs och hur de kan manipuleras är ytterligare en anledning att ge våra elever ett kritiskt granskande öga. Berlin menar att "I de konstnärliga uttrycksformerna ryms påståenden, ifrågasättanden, egenheter och särarter", vilket vi vill framhäva som synnerligen bra perspektiv att besitta för att kunna hantera vårt nutida och kommande informationssamhälle och dess mediaflöde.³⁹ Denna aspekt av bildkunskap lyfts även fram i Lgr 11s kursplan för bild, och bildanalys är en av tre huvudpunkter som utgör det centrala innehållet redan för årskurs 1-3. Vårt kommande uppdrag inom bildämnet innebär därför redan vid skolstarten mycket mer, än att ge eleverna tid för att teckna och måla.

³⁶ KIL-gruppen (2002). Stockholm: Carlsson s. 92

³⁷ Barnes, R. (1994). *Lära barn skapa: kreativt arbete med barn*. Lund: Studentlitteratur.

³⁸ R. Barnes 1994 s. 19

³⁹ <http://www.projekteureka.nu/> 2010-11-20 s. 9 (citrat)

3.4 Exemplet Eureka

Eureka är ett konstpedagogiskt projekt som startade på Åsensskolan i Kungshamn år 2002.⁴⁰ Drivande projektledare är konstnären och läraren Gunnel Berlin, som vi tidigare tagit upp i rapporten. Tanken bakom projektet var att visa på hur de estetiska konstformerna kan överbrygga skarven mellan konkret och abstrakt tänkande och integreras i alla ämnen inom skolan. Utbildningsnämnden har på senare år arbetat för att sprida Eureka till övriga skolor i kommunen. Dessutom har konstarna i projektet under senare år utökats med rytmik, rörelse och drama. År 2006 vann Eureka dessutom pris hos Skolforum för bästa skolutvecklingsprojekt.⁴¹ En bok har publicerats, *Eureka - Konstarna i skolans vardag*, om hur man kan använda sig av konstarna, dess syfte samt den betydande forskningen kring ämnet.⁴² Där i belyses en av våra huvudfrågor, nämligen den om konkretisering och abstraktion, på följande vis:

Abstraktionsförmågan är nödvändig för mänsklig kognitiv utveckling och kräver en grund av erfarenheter att utvecklas ur. Det handlar om att få konkreta referensramar som ger inre bilder och känsla för mönster. Det är inte bara viktigt att kunna abstrahera det konkreta. Att göra det abstrakta konkret är en minst lika stor och viktig uppgift i lärandets egen konst.⁴³

Berlin har tittat på skolans uppdrag i Lpo 94 och dragit paralleller och slutsatser med detta som stöd och vägledning i projektet. Hon menar att det står tydligt att pedagogerna ska utgå ifrån elevernas erfarenheter och metoder och att det också görs i skolan idag, dock anser hon att det inte görs tillräckligt inom alla områden. För att stärka kunskap hos eleverna behöver skolan beröra och utgå från deras erfarenhet.

Om individen får möjlighet till olika sätt att lära ökar antalet synapser och det ökar i sin tur både kunskapen om begreppet i fråga och associationsförmågan. Vår erfarenhet är att det är viktigt vid varje nytt faktaområde som introduceras att låta eleverna arbeta med uppgifter, som assimilerar dessa nya fakta med sådant som redan finns inom dem. Då befäster de kunskaperna och reflekterar över tidigare och nyvunna erfarenheter.⁴⁴

De begrepp och moment som i projektet ansetts tangera varandra i bild och matematik har till största delen varit geometri och symmetri. De har även utforskat mönster och divisionslagar samt tittat närmare på arkitektur. Berlin lyfter fram att de framför allt vill att konstarna ska vara likvärdiga andra ämnen och inte bara ses som ett hjälpmedel man tar till för att belysa något annat. Berlin beskriver hur de vanligtvis börjar lektioner med en "underrunda", där elevers tankar och funderingar tas upp. Detta för att utgå från elevernas egna föreställningsvärldar samt att de ska få möjlighet att formulera sina egna tankar, möta andras och få en känsla för de begrepp man behandlar. Pedagogerna utgår från kursplanen och skapar utifrån dessa, samt elevernas förkunskaper och funderingar, målen med lektionerna och övningarna. Efter varje moment sker det en reflektion kring övningen man haft och funderingar på hur man kan gå vidare. Det poängteras också att det oavsett ålder är nödvändigt för eleverna att ha en kunskap för grunderna i det konstnärliga arbetet för att ens lyckas utvecklas vidare på ett tillfredsställande sätt inom konstarna. Finns inte dessa är det där man måste börja enligt Berlin.⁴⁵

⁴⁰ <http://www.projekteureka.nu/> 2010-11-20

⁴¹ <http://www.skolforum.com/common/category.aspx?id=1948> 2010-12-18

⁴² Berlin, G. & Dal, E. (2010) <http://www.projekteureka.nu/>

⁴³ <http://www.projekteureka.nu/> 2010-11-20 s. 10

⁴⁴ <http://www.projekteureka.nu/> 2010-11-20 s. 15

⁴⁵ <http://www.projekteureka.nu/> 2010-11-20 s. 23

3.5 Finns det stöd för en integration av matematik och bildundervisning utifrån Lgr 11 kapitel 1 och 2?

Vi vill beskriva ämnesintegrering som ett sätt att föra samman olika ämnen och delar i ett sammanhang för att skapa ett bredare perspektiv. Det är givetvis inte helt utan problem då en integrering av två till synes vitt skilda ämnen kan vara svårt att genomföra om pedagogerna inte har tillräcklig kunskap i ett av ämnena för att kunna belysa kopplingar, syfte och sammanhang. Vi anser dock att det fortfarande ger fler fördelar om man lyckas integrera ämnen med varandra då man får möjlighet att möta flera elevers kunskaper, olika intelligenser och där till erfarenheter. Detta finner vi stöd för i läroplanen genom orden: "Skolans arbete måste inriktas på att ge utrymme för olika kunskapsformer och att skapa ett lärande där dessa former balanseras och blir en helhet."⁴⁶ Dessutom säger läraruppdraget att vi som pedagoger ska förbereda våra elever för en komplex och snabbt skiftande värld. Detta anser vi att en integration av ämnen kan illustrera för dem samtidigt som det ger dem möjligheter till fler perspektiv att använda i sin omvärld. När eleverna får sätta sina kunskaper i en ny kontext, och tillämpa dem, är chansen större att de själva får syn på sitt lärande.

3.5.1 Skolans värdegrund och uppdrag

I skolans grundläggande värden kan man läsa att utbildningen inom skolväsendet skall "... främja alla elevers utveckling och lärande samt en livslång lust att lära."⁴⁷ Att värna om lusten att lära är, som vi tidigare berört, ett ständigt återkommande mål i skolan. Hur viktigt detta än må vara, så blir det lätt till tomma slagord. Dagens lärare har en mängd vitt skilda mål att beakta. Inte sällan är det de stora, övergripande målen av detta slag som får stryka på foten. Lusten att lära är ett mycket viktigt mål av många anledningar. En av dem är att lust och motivation är som själva motorn i arbetet. Som Lundin menar blir motorn annars plikt- eller ansvarskänsla, vilket inte i sig är negativa egenskaper, men definitivt en svagare motor.⁴⁸ Som vi visat på har Bamfords och Harlands forskning visat en ökad lust och därmed motivation till skolarbetet i samband med arbete med estetiska ämnen.⁴⁹ Man har till och med noterat en minskning av skolk. Dessa resultat är ytterst relevanta i relation till nämnda mål.

Läraruppdraget innebär också "... att låta varje enskild elev finna sin unika egenart /.../."⁵⁰ Även detta är ett grundläggande värde som vi som pedagoger bör bära med oss när vi utformar vår verksamhet. Det är också ett av de svåraste målen att uppnå, då vi idag har en skola under tidspress med stora klasser och färre pedagoger överlag. Lgr 11 påtalar också en likvärdig utbildning. Detta innebär inte att den ska se likadan ut överallt utan att vi på varje skola ska forma vår undervisning utefter just våra elevers behov och förutsättningar. Skolan har dessutom ett ansvar att bedriva en undervisning med ".../ demokratiska arbetsformer och förbereda eleverna för att aktivt delta i samhällslivet."⁵¹ Vi menar att diskrepansen är stor mellan praxis och styrdokument i dagens skola. De verksamheter och pedagogiska upplägg vi själva tagit del av har till största delen verkat likformande, och inte tagit särskilt stor hänsyn till olikheter inom gruppen. Gardners teorier om multipla intelligenser erkänner våra särarter och hjälper oss att se våra starka sidor. Ett varierat arbetssätt inkluderar fler av dessa intelligensaspekter, och möjliggör därmed flera olika ingångar till ett ämne. En undervisning i

⁴⁶ Lgr 11 s. 7

⁴⁷ Lgr s. 4

⁴⁸ Lundin (2002)

⁴⁹ Bamford (2006) och Harland et al (1998)

⁵⁰ Lgr 11 s. 4

⁵¹ Lgr 11 s. 5

matematik som helt domineras av enskilt arbete i lärobok menar vi är exkluderande. De elever som har behov av andra vägar till förståelse släpps inte in i ett matematiskt tänkande, och motivationen inför ämnet tappas bort. Vi skall dessutom främja elevens utveckling till kreativa individer. Detta kopplar vi till orden:

Eleverna ska kunna orientera sig i en komplex verklighet, med ett stort informationsflöde och en snabb förändringstakt. Studiefärdigheter och metoder att tillägna sig och använda ny kunskap blir därför viktiga.⁵²

Genom att integrera estetiska processer som bilden, med matematiken, anser vi att vi ger eleverna fler möjligheter till att bearbeta information på olika sätt samt att de: “/.../ utvecklar sin förmåga att kritiskt granska fakta och förhållanden och att inse konsekvenserna av olika alternativ.”⁵³ Enligt Bamfords forskning stärker kreativ undervisning elevernas kritiska tänkande, vilket är ytterligare en faktor som propagerar för ett estetiskt perspektiv i klassrummet. Genom att integrera ämnen anser vi att kan vi närma oss en större helhet som mer representerar vår komplexa omvärld och elevernas framtid. Vi lever idag i ett informationsflöde, som till stor del består av bilder. Bildframställning och bildmanipulation kan ses som en form av maktmedel, och kunskap om detta är av växande vikt för individens roll som samhällsmedborgare i en demokrati, som konsument, och även som producent av varor och tjänster. Bildämnet har därför en viktig roll att fylla. I *The Wow factor* argumenteras det att influensen av konst och bilder idag är av nationalekonomisk vikt, men att bildämnet har svårt att tydligt definiera sin plats som skolämne. Kanske kan en utökad tillämpning av bild som metod bidra till att stärka ämnets status, och synliggöra den breda tillämpning som ämnet faktiskt har i dagens samhälle?

Likaså innebär lärarpuppraget att vi ska arbeta för att tillsammans med våra elever skapa en förståelse för det vi möter, vad det än må vara, samt att de ska få erfarenheter och olika verktyg som de själva ska kunna tillämpa på nya utmaningar i framtiden.

En viktig uppgift för skolan är att ge överblick och sammanhang. Skolan ska stimulera elevernas kreativitet, nyfikenhet och självförtroende samt vilja att pröva egna idéer och lösa problem. /.../ Skolan ska därigenom bidra till att eleverna utvecklar ett förhållningssätt som främjar entreprenörskap.”⁵⁴

Enligt Bamford finns det idag en stark press för ett innovativt samhälle. “Vi lever i en kunskapsekonomi där de ekonomiska drivkrafterna alltmer handlar om kreativitet och innovationer.”⁵⁵ Även på denna punkt stämmer alltså Bamfords teorier och mål väl överens med kursplanen. Det verkar här finnas en samsyn vad gäller samhällets framtida behov med en stark knytpunkt i bildämnet.

Att eleverna ska få arbeta med estetiska metoder och olika kunskapsformer framgår tydligt i läroplanen. Det är till och med så att vi *måste* ge utrymme för, samt balansera olika kunskapsformer. Skolan skall också “stimulera varje elev att ... växa med sina uppgifter”. Detta nämns i samband med ett påtalande att “de intellektuella såväl som de praktiska, sinnliga och estetiska aspekterna (skall) uppmärksammas.”⁵⁶ Harland visade att de skolledare och pedagoger som deltog i forskningsprojektet prioriterade just elevernas utveckling och

⁵² Lgr 11 s. 6

⁵³ Lgr 11 s. 6

⁵⁴ Lgr 11 s. 6

⁵⁵ Höglund, C-M. (2009) *The Wow factor*. *Pedagogiska magasinet*, (4). s. 15

⁵⁶ Lgr s. 7

förbättrade självförtroende som ett av de viktigaste resultaten. Här kan vi alltså se ett potentiellt samband mellan målen i förhållande till estetiska läroprocesser.

Eleverna ska få uppleva olika uttryck för kunskaper. De ska få pröva och utveckla olika uttrycksformer och uppleva känslor och stämningar. /.../ skapande i bild, text och form ska vara inslag i skolans verksamhet. En harmonisk utveckling och bildningsgång omfattar möjligheter att pröva, utforska, tillägna sig och gestalta olika kunskaper och erfarenheter. Förmåga till ett eget skapande hör till det som elever ska tillägna sig.⁵⁷

Dessutom hör det till lärarpuppdraget att utveckla verksamheten. Genom att pröva nya metoder, observera resultaten, reflektera och tillämpa den bästa metoden för våra elever. Om vi försöker nå alla elevers olika förutsättningar och sätt att lära genom att pröva nya förhållningssätt till lärandet anser vi att verksamheten får en större möjlighet att utvecklas mot en kvalitativ undervisning.

3.5.2 Övergripande mål och riktlinjer

I de övergripande målen och riktlinjerna anges de normer, värden och kunskaper som alla elever bör ha utvecklat när de lämnar grundskolan. En riktlinje är att “alla som arbetar inom skolan ska medverka till att utveckla elevernas känsla för samhörighet, solidaritet och ansvar för människor ...”.⁵⁸ Ett förbättrat skolklimat, med ökad samhörighetskänsla och där till en ökad stolthet över den egna skolan är även detta uppnådda resultat i både Bamford och Harlands forskning. Som vi tidigare nämnt beror detta dock på kvaliteten i den estetiska undervisningen. En dåligt genomförd estetisk undervisning garanterar givetvis inte dessa resultat.

Skolan ska bidra till elevernas harmoniska utveckling. Utforskande, nyfikenhet och lust att lära ska utgöra en grund för skolans verksamhet. /.../ Lärarna ska sträva efter att i undervisningen balansera och integrera kunskaper i sina olika former.⁵⁹

Även här återkommer uppdraget så som det beskrivs i övergripande termer. Vi vill med detta än en gång befästa vikten av dessa övergripande mål, som lätt blir till schabloner. Som lärarstudenter har vi kommit till verksamheter med ett utifrånperspektiv. Vi har sett lärare som ofta får kämpa för att få tid att kvalitetssäkra verksamheten. Ofta är de i sin dagliga verksamhet vardagshjältar i all anspråkslöshet. Själva strukturen på verksamheten tycker vi dock är i behov av förändring. Den verksamhet vi har sett stämmer inte överens med vad den är menad att innehålla, och har därför liten chans att leva upp till dessa mål.

Vi kommer nu till de kunskapsmål skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola skall ha uppnått. Vi listar och kommenterar nedan de mål vi anser korresponderar med vår frågeställning.

Skolan ska ansvara för att varje elev efter genomgången grundskola

- kan använda sig av matematiskt tänkande ... i vardagslivet.
- kan använda kunskaper från de /.../estetiska kunskapsområdena för vidare studier, i samhällsliv och vardagsliv.
- kan lösa problem och omsätta idéer i handling på ett kreativt sätt.
- kan /.../ känna tillit till sin egen förmåga.

⁵⁷ Lgr 11 s. 7

⁵⁸ Lgr 11 § 2.1 s. 9

⁵⁹ Lgr 11 § 2.2 s. 10

- kan använda sig av ett kritiskt tänkande /.../.
- kan använda och ta del av många olika uttrycksformer såsom språk, bild, musik, drama och dans samt har utvecklat kännedom om samhällets kulturutbud.⁶⁰

Matematik som sätts in i ett bredare sammanhang, exempelvis med arkitektur som tema, där bildämnetts komponenter möter matematikens, kan bidra till att ge eleven erfarenhet och förståelse för matematikens tillämpning i vardagslivet. Likaså kan synen på estetiken, och förståelsen för hur den kan tillämpas konkret utvecklas genom estetiska läroprocesser. Vi har sett forskning på att estetiska ämnen i skolan bidrar till kreativitet och självständig problemlösningsförmåga. Vi har även sett forskning på överspridningseffekter från dessa ämnen, till andra områden i skolan. Vi tror också att ämnesintegrering hjälper oss att se saker ur olika perspektiv och att detta i sig är berikande och ger det man redan kan en fördjupad och mer sammansatt förståelse. Tillit till den egna förmågan är en del av utvecklingen av självförtroendet. Inom ramen för estetiska arbetsmetoder bygger detta på flera aspekter av arbetssättet, som samarbetsutveckling tillsammans med andra, och identitetsutveckling genom det egna skapandet.⁶¹

De inledande riktlinjer som föreskrivs läraren när det gäller kunskaper i skolan börjar med att "Läraren ska ta hänsyn till varje individs behov, förutsättningar, erfarenheter och tänkande, /.../".⁶² Detta menar vi att vi kan göra om vi ser till perspektivet att vi alla lär på olika sätt, och att Gardners teori om multipla intelligenser är ett perspektiv som möjliggör en medvetenhet om våra elevers förmågor och olika förutsättningar att ta till sig kunskap. Vi måste därför vara öppna och flexibla i vår undervisning för att nå så många som möjligt. Detta ser vi oss kunna göra med en ämnesintegrerad undervisning som på ett reflekterande och välgenomtänkt sätt kan göra kunskapen meningsfull för våra elever. Detta behov har vi tidigare belyst både inom matematiken genom Ahlberg, och i resonemangen kring estetiska läroprocesser i *Eureka* genom Berlin.

Vi ska "stärka elevernas vilja att lära och elevens tillit till den egna förmågan", samt som ett led i detta "ge utrymme för elevens förmåga att själv skapa och använda olika uttrycksmedel."⁶³ Att se till varje elevs förmågor och erfarenheter är ständigt återkommande i styrdokumentet, och även att vi stimulerar och handleder våra elever så att de "... upplever att kunskap är meningsfull /.../".⁶⁴ Om vi knyter samman detta med orden att eleverna "får möjligheter till ämnesfördjupning, överblick och sammanhang, och /.../ får möjlighet att arbeta ämnesövergripande", kan vi återknyta till den fundamentala tanke vi har om undervisning, nämligen att lära barnen se sin omvärld och med vår hjälp skapa sina egna möjligheter att hantera den.⁶⁵ Därför kan vi också proklamera för en integrerad bild i våra övriga ämnen då vi ser de estetiska processerna som det bindemedel som kan ge en tydligare överblick i en komplex värld.

Ahlberg visar på att när eleverna får möjlighet att teckna och berätta skapas det en ny dimension åt matematiken.⁶⁶ Hon pekar på vikten av att elevernas erfarenheter och deras föreställningsvärld ska vara en del av innehållet i undervisningen. Som vi tidigare påtalat ligger bilden eleverna nära som uttrycksmedel, speciellt i de yngre åldrarna. Hon tar också

⁶⁰ Lgr 11 §2.2 s. 10

⁶¹ Bamford (2006) och Harland et al (1998)

⁶² Lgr 11 § 2.2 s. 11

⁶³ Lgr 11 § 2.2 s. 11

⁶⁴ Lgr 11 § 2.2 s. 11

⁶⁵ Lgr 11 § 2.2 s. 11 (citat)

⁶⁶ A. Ahlberg (1994)

upp vikten av att använda barnens egna tankar i undervisningen, genom samtal kring bilderna de producerat kring ett matematiskt problem. När vi genom samtal och reflektion lyfter fram elevernas skilda uppfattningar kan vi skapa en förståelse för att det finns olika lösningar på ett matematiskt problem.

3.5.3 Sammanfattning/analys

Vi har funnit att forskningsresultaten på skolarbete i estetiska ämnen och med estetiska ämnen som metod som vi har tagit del av, korresponderar med grundskolans övergripande syn på lärande och dess uppdrag på en rad punkter. Vi har funnit att ett sådant arbetssätt påbjuds, men också att det indirekt kan bidra till att fler av skolans mål som är av mer generell natur, såsom lusten att lära, och elevens harmoniska utveckling, nås. Det har också omnämnts att eleverna skall få arbeta ämnesövergripande. De mer övergripande målen som är av samhällsorienterande och problemlösande karaktär, samt mål som att hjälpa eleverna till ett kritiskt tänkande vill vi också koppla till ämnesövergripande arbete, då vi anser att själva arbetssättet bidrar till att utveckla dessa kvaliteter.

3.6 Finns det relevans för ämnesintegration i förhållande till kursplanerna i matematik och bild, samt i det centrala innehållet för skolår 1-3?

Vi kommer nu att granska ämnesinnehållet för matematik respektive bild i skolår 1-3. Vi ger en kort sammanfattning i respektive ämne. En fullständig presentation av de centrala innehållen finns i bilaga 1 respektive 2. Därefter går vi mer konkret in på valda delar och jämför matematikens centrala innehåll med bildens. I samband med detta ger vi konkreta exempel på tillämpning av ämnesintegrering, tagna från Eureka-projektet i Sotenäs, samt från våra egna erfarenheter.

3.6.1 Kursplan i matematik, sammandrag

Redan från början beskriver kursplanen att matematikens verksamhet till sin art är “ en kreativ, reflekterande och problemlösande aktivitet som är nära kopplad till den samhälleliga, sociala och tekniska utvecklingen.”⁶⁷ I en demokratisk anda förklaras matematiken fortsättningsvis ge “människor förutsättningar att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer och ökar möjligheterna att delta i samhällets beslutsprocesser.” Det lyfts också fram att matematiken har ett estetiskt värde vilket undervisningen ska ge eleverna möjlighet att möta genom “/.../ matematiska mönster, former och samband.”⁶⁸ Matematikundervisningens syfte ska vara riktat mot att eleverna utvecklar kunskaper som de kan tillämpa “ i vardagen och inom olika ämnesområden”, samt att de ska utveckla en “ tilltro till sin förmåga att använda matematik i olika sammanhang.”⁶⁹ Det centrala budskapet i kursplanen är att eleverna ska få tillgång till matematiken genom de fyra kunskapsformerna. Eleverna ska ges möjlighet att följa logiska resonemang, argumentera och reflektera, förstå matematiska begrepp och utveckla en förtrogenhet inför att använda matematiken, redogöra för den samt kommunicera om den och med den. Undervisningen skall bidra till att eleverna utvecklar ett intresse för matematik. Matematikens användning och begränsning i samhället, och i andra skolämnen skall ge den sammanhang och relevans.

⁶⁷ Lgr 11 s. 31

⁶⁸ Lgr 11 s. 31

⁶⁹ Lgr 11 s. 31

3.6.2 Centralt innehåll för matematiken år 1-3, sammanfattning

Det centrala innehållet för undervisningen i år 1-3 är indelat i sex huvudkategorier. Dessa är; taluppfattning och tals användning, algebra, geometri, sannolikhet och statistik, samband och förändringar såsom dubbelt och hälften, samt problemlösning. De mest omfattande delarna är taluppfattning och tals användning, samt geometri. Taluppfattning är ett stort område som berör talordning, hur tal kan delas upp, hur positionssystemet, som är vårt sätt att räkna med tio som bas är uppbyggt, rimlighetsbedömningar, de fyra räknesätten med mera. Algebra kan sägas vara en högre abstraktionsnivå av matematiken, som belyser mer generaliserade samband. I den tidiga matematiken kan detta till exempel innebära att ett tal är okänt, det är "X". Geometri berör inte bara geometriska former, utan även lägesord för att beskriva ett föremåls läge i rummet, förstoring och förminskning, symmetri och mönster, samt matematiska måtenheter, som volym, massa och måttenheter. Statistiken berör enkla tabeller och diagram och hur de kan användas för att sortera data. Samband belyser förhållanden som till exempel dubbelt och hälften. Problemlösning innehåller dels kunskap om strategier, samt matematisk problemformulering utifrån vardagliga situationer.

3.6.3 Kursplan i bild, sammandrag

Övergripande beskrivs nyttan med ämnet som att: "Bilder har stor betydelse för människors sätt att tänka, lära och uppleva sig själva och omvärlden" samt att: "Kunskaper om bilder och bildkommunikation är betydelsefulla för att kunna uttrycka egna åsikter och delta aktivt i samhällslivet."⁷⁰ Redan här påvisas den tyngd kunskaper inom ämnet har för våra elever. Med enbart detta perspektiv inom skolan är det en självklarhet för oss att ha bilden integrerad i andra ämnen.

Men bildämnet är inte bara ett verktyg för att förstärka förståelse för andra ämnen utan det ska också uppmuntra eleverna att ta egna initiativ och " /.../ att arbeta på ett undersökande och problemlösande sätt."⁷¹ Detta innebär som vi tidigare påpekat att det krävs en större överblick på ämnet än vad vi själva sett ute i verksamheten. Styrdokumentet trycker också på aspekter som att vi ständigt omges "... av bilder som har till syfte att informera, övertala, underhålla och ge oss estetiska och känslomässiga upplevelser."⁷² Vi ska alltså påvisa hur medier kan skapa olika budskap via bilder och på så sätt påverka oss. Därför behöver vi arbeta med bildskapandet både ur en kreativt synsätt där vi ser på bilders uttryck, innehåll och funktion men också ur ett rent tekniskt perspektiv. Detta eftersom bildundervisningen även ska " /.../ syfta till att eleverna utvecklar kunskaper om hur bilder skapas och kan tolkas." Det är dock inte endast bildskapandet i sig som ingår under ämnets rubrik. Eleverna ska även " /.../ få erfarenheter av visuell kultur där film, foto, design, konst, arkitektur och miljöer ingår." Vi ska med dessa förhållningssätt på bildämnets alla olika aspekter skapa en undervisning som "... ska bidra till att eleverna utvecklar sin kreativitet och sitt intresse för att skapa."⁷³

⁷⁰ Lgr 11 s. 17

⁷¹ Lgr 11 s. 17

⁷² Lgr 11 s. 17

⁷³ Lgr 11 s. 17

3.6.4 Centralt innehåll för bilden år 1- 3, sammanfattning

Det centrala innehållet för bilden i år 1-3 är indelat i tre huvudkategorier. Dessa är Bildframställning, Redskap för bildframställning samt Bildanalys. Bildframställning innebär bland annat teckning, måleri och konstruktion samt att det finns en tanke om berättande bilder. Redskap för bildframställning innehåller dels vilka verktyg som man kan använda vid till exempel teckning och måleri och hur de benämns, men också vilka element en bild kan innehålla. Till detta tillhör begrepp som till exempel för- och bakgrund, linje, yta, färg och form. Till redskapen ingår också de material man arbetar med, plana som formbara. Kategorin Bildanalys innehåller informativa bilder och hur de är utformade samt fungerar. I detta ingår även analys av historiska dokumentära bilder, samt av konstbilder.

3.6.5. Samband och exemplifieringar

Här följer några exempel som bland annat bygger på övningar som använts i Eureka-projektet, samt egna idéer. Vi ville använda oss av dessa då de är väl beprövade metoder i en verksamhet. Exemplet har vi kopplat till delar av det centrala innehållet i matematik och bild för skolår 1-3. Vi har valt att fokusera på några exempel med konkreta kopplingar för att ge ett tydligt sammanhang, snarare än att gå igenom alla moment i matematiken. Listan på idéer och samband skulle kunna göras mycket lång. När man väl har tillägnat sig tankesättet att gestalta matematiska skeenden estetiskt, har vi funnit att man med enkla medel kan hitta övningar för det allra mesta. Det vi främst vill lyfta fram som vår åsikt är, att om man undervisar i formen (bild), samtidigt som det kognitiva innehållet (matematik), så når undervisningen en högre kvalitet, än om bild förvisso används, men på ett oplanerat sätt. Något vi vill peka på är också att det vi sett ute i verksamheten är att trots goda avsikter tenderar pedagogerna att förbise vikten av att hålla övningarna på elevernas nivå. Om det har gått för fort fram har vi upplevt att eleverna lätt blivit frustrerade över att inte lyckas nå upp till förväntningarna och möjliga förlagor. Därför kan det vara en god idé att när man introducerar ett nytt arbetsmaterial, välja en uppgift som låter eleven stifta bekantskap med dess specifika kvaliteter, och som i möjligaste mån garanterar ett resultat som eleven känner sig nöjd med. På så vis byggs både tilliten till den egna förmågan och förväntningarna inför nästa arbetspass. Grunderna inom bilden är lika viktiga att erhålla och förankra som de är i matematiken. Även Berlin trycker på vikten av att det är färdigheter som tränas och att man inte ska gå för fort fram. Vidare menar hon att det är viktigt för både pedagog och i synnerhet eleverna att veta målet med momenten samt att ställa de rätta frågorna. Då får eleverna en möjlighet att reflektera och beskriva vad de upplevt.⁷⁴ Följande hänvisningar till det centrala innehållet är hämtade från Lgr 11.

Exempel: Att arbeta med porträtt – symmetri⁷⁵

Att arbeta med porträtt är ett sätt att behandla symmetri. Eleverna kan börja med att skissa porträtt, eller måla ansikten i vattenfärg, och studera olika konstnärers porträttmålningar. Övningen tas ett steg längre genom att eleverna fotograferas och arbetar med sina bilder i datorprogram som Photoshop. Här kan man synliggöra symmetri och asymmetri, då de båda ansiktshalvorna aldrig är exakt lika. I datorn kan man skapa "ett ansikte" av den ena halvan, och sedan den andra, och få två snarlika med ändå annorlunda ansikten. Detta kan man ta ytterligare ett steg genom att skriva ut ett foto med ena halvan av sitt ansikte, och teckna den

⁷⁴ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 23

⁷⁵ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 117 ff.

andra halvan.

Moment i matematiken: Symmetri, till exempel i bilder och i naturen, och hur symmetri kan konstrueras.

Moment i bilden: Teckning, fotografering och överföring av bilder med hjälp av datorprogram. Historiska och samtida bilder och vad bilderna berättar, till exempel dokumentära bilder från hemorten och konstbilder.

Exempel: Skulptural port - geometriska former⁷⁶

Ett sätt att bearbeta geometriska former är att skapa portar i lera. Dessa portar är platta, som en lertavla. Fördelen med detta är att det är en relativt enkel introduktion till materialet lera, och att arbeta skulpturalt. Den kompakta formen skapar större möjligheter för eleven att nå ett resultat som representerar förlagan och på så sätt både vara tillfreds med resultatet samt kunna experimentera mer med uttrycket och finna strukturer. Portar är ofta uppbyggda av en mängd geometriska former, vilket naturligtvis är vad man fokuserar i övningen. Om man bor i en stadsmiljö kan man även knyta an till sin närmiljö.

Moment i matematiken: Grundläggande geometriska objekt, däribland punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar, cirklar, klot, koner, cylindrar och räbblock samt deras inbördes relationer. Grundläggande geometriska egenskaper hos dessa objekt. Symmetri, till exempel i bilder och i naturen, och hur symmetri kan konstrueras.

Moment i bilden: Teckning, modellering och konstruktion.

Exempel: Stilleben - geometriska former och perspektiv

Genom att lära sig se hur föremål ser ut från olika håll och hur de relaterar till varandra beroende på placering i rummet, kan man få en känsla för djup både i rummet samt i bilden. Man kan ta upp vanliga lägesord som framför, bakom, bredvid, under och tala om volym, både hur det framställs i bilden samt vad det innebär hos de tredimensionella formerna. En cylinderformad burk ser ut som en rektangel från sidan, och ovanifrån ser den ut som en cirkel. Denna typ av betraktelser stärker seendet och ett problematiserande tankesätt.

Moment i matematiken: Vanliga lägesord för att beskriva föremåls och objekts läge i rummet. Olika proportionella samband, jämförelser och uppskattningar av matematiska storheter. Grundläggande geometriska objekt, däribland punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar, cirklar, klot, koner, cylindrar och räbblock samt deras inbördes relationer. Grundläggande geometriska egenskaper hos dessa objekt.

Moment i bilden: Olika element som bygger upp en bild: färg, form, linje, yta samt för och bakgrund. Teckning, modellering och konstruktion.

Exempel: Måla cirklar - dela in i delar⁷⁷

För att möta begrepp som radie, diameter, omkrets och delar av en helhet kan man experimentera med att måla cirklar i olika storlekar ovanpå varandra och färglägga de geometriska mönster och områden som uppstår. Genom att utgå från en cirkel och dela in den med raka streck rakt igenom kan man diskutera vad begreppen hälften, tredjedel, fjärdedelar och så vidare betyder. Detta är något som också kan kopplas vidare till klockans uppbyggnad. Den tekniken som är tänkt att användas just här är pastellkritor och vattenfärger. Man kan även öva på att använda passare, eller genom att använda hela kroppen, ett snöre och varandra för att bilda en cirkel och handgripligen finna dess radie och diameter.

⁷⁶ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 89

⁷⁷ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 54 ff.

Moment i matematiken: Del av helhet och del av antal. Naturliga tal och enkla tal i bråkform och deras användning i vardagliga situationer. Hur delarna kan benämnas och uttryckas som enkla bråk samt hur enkla bråk förhåller sig till naturliga tal. Hur enkla mönster och talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.
Moment i bilden: Olika element som bygger upp en bild: färg, form, linje, yta samt för och bakgrund. Teckning, modellering och konstruktion

Exempel: Rita/ måla/ bygga torn - Att finna mönster⁷⁸

Att skapa ett torn med fyrkanter tvådimensionellt på papper eller tredimensionellt med kuber kan man mer konkret finna mönster som följer vissa matematiska lagar. Man börjar med en fyrkant eller kub och bygger vidare i ett pyramidmönster genom att lägga till tre till under den första. Samtidigt visar man vad man gör med matematiska symboler, i det här fallet: $1 + 3 = 4$. Man kan sedan diskutera och uppskatta hur många som behövs läggas till i nästa steg för att fortsätta i samma mönster och leta efter upprepningen och var i de matematiska symbolerna man kan se mönstret.

Moment i matematiken: Hur enkla mönster och talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas. Symmetri, till exempel i bilder och i naturen, och hur symmetri kan konstrueras.

Moment i bilden: Teckning, modellering och konstruktion. Plana och formbara material, till exempel papper, lera, gips och naturmaterial och hur dessa kan användas i olika bildarbeten.

Exempel: Färglägga Sveriges landskap – Fyrfärgsproblemet⁷⁹

Eleverna får pröva att färglägga Sveriges landskap med så få färger som möjligt (fyra färger) till hands, där två områden som gränsar till varandra får inte ha samma färg. På detta vis kan man få till ett strategiskt tänkande, samtidigt som eleverna givetvis får en känsla för Sveriges utseende, form och våra landskap. Kopplingar till detta kan vara att titta på andra kartor och tala om skalor.⁸⁰

Moment i matematiken: Strategier för matematisk problemlösning i enkla situationer.

Moment i bilden: Olika element som bygger upp en bild: färg, form, linje, yta. Informativa bilder samt teckning.

Exempel: Skapa en karta över skolgården - Skalor, perspektiv och förhållanden

Genom att titta på hur kartor är uppbyggda och skapa egna kan eleverna fundera på hur hus och andra föremål kan se ut uppifrån. De får en möjlighet att skapa sig en uppfattning om sin närmiljö och förhållanden mellan storlek och avstånd. Eleverna kan se vikten av placering och föremåls storlek i förhållande till varandra samt diskutera skalors funktioner. De kan dessutom fotografera skolgården och placera motiven på rätt plats. För fördjupning kan man gå vidare med att göra ett miniatyrlandskap av skolgården. Enligt egen erfarenhet fascinerar eleverna ofta av att på detta sätt se sin egen miljö uttolkad ur ett annat perspektiv.
Moment i matematiken: Konstruktion av geometriska objekt. Skala vid enkel förstoring och förminskning. Grundläggande geometriska objekt. Jämförelser och uppskattningar av matematiska storheter. Mätning av längd.

Moment i bilden: Teckning, modellering och konstruktion. Informativa bilder, till exempel läroboksbilder och hur de är utformade och fungerar. Olika element som bygger upp en bild:

⁷⁸ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 66

⁷⁹ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 157

⁸⁰ Vi har här själva lagt till förslag på hur man kan utveckla momentet.

färg, form, linje, yta samt för och bakgrund. Några verktyg för teckning, måleri, modellering, konstruktioner och fotografering och hur dessa benämns. Plana och formbara material, till exempel papper, lera, gips och naturmaterial och hur dessa kan användas i olika bildarbeten.

Exempel: Rutmönster - addition och multiplikation⁸¹

Genom att skapa ett rutmönster där man fyller i talraden så långt det går kan man sedan med färg fylla i udda och jämna tal för att få en tydlig bild av det mönster som uppstår. På detta sätt kan eleverna få en uppfattning om hur matematiken innehåller ett stort antal möjligheter att bilda mönster. Att skapa rutmönstret kräver beräkningar och precision, och övning i att använda en linjal. Vid färgläggning kan man, beroende på hur man väljer att lägga upp uppgiften välja att använda komplementfärger, eller olika nyanser av en färg till exempel. Även multiplikation kan med fördel belysas i dessa rutmönster, då de olika tabellerna bildar olika typer av mönster i talföljden. Begrepp som tabell, addition, subtraktion och multiplikation kan användas.

Moment i matematiken: Enkla tabeller och diagram och hur de kan användas för att sortera data och beskriva resultat från enkla undersökningar. Naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp. Hur enkla mönster och talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas. Hur positionssystemet kan användas för att beskriva naturliga tal.

Moment i bilden: Teckning, modellering och konstruktion. Olika element som bygger upp en bild: färg, form, linje, yta samt för och bakgrund.

3.6.6 Analys

Vi har funnit att både kursplanerna för matematik och bild har en aspekt av problemlösning, och samhällsorientering. Vi anser att Lgr 11 tar fasta på konkretiseringen av ämnena med ett omvärldsperspektiv, samt individens förmåga att tillämpa sina kunskaper på ett fritt och adekvat sätt. Vissa aspekter, så som problemlösning, kan gynnas av ämnesintegration. I denna rapport har vi mestadels fokuserat hur matematiken kan konkretiseras genom bilden, men ett bildmässigt problem kan i vissa fall också lösas med hjälp av matematik, så som proportioner och perspektiv. Andra aspekter lämpar sig mindre bra, och bör med fördel behandlas specifikt ämnesorienterat. Exempel på detta är inom matematiken algoritmer – uppställningar, matematiska begrepp och strategier för huvudräkning. Det centrala innehållet i matematiken som behandlar geometri lämpar sig ytterst väl att kombinera med bild. Viss mätning, som av tid och volym är undantag. Stora delar av taluppfattning och tals användning lämpar sig också mycket väl. Undantag från detta är olika metoder för räkning och rimlighetsbedömningar. Vad gäller avsnittet om ”Sannolikhet och statistik”, är statistiska åskådliggöranden idealiska för bilden, medan sannolikhet inte är det. Även för proportionella samband och problemlösning kan bilden med fördel vara en metod bland andra.

Vad gäller bildens centrala innehåll har vi funnit att alla punkter kan bearbetas genom en ämnesintegration med matematiken. Vi vill dock påpeka att ett arbete med bild som metod inte kan ersätta den rena bildundervisningen, som har många fler värden än vad som kan framkomma i en sådan tillämpning. Ämnesintegrationen kan aldrig vara fullständig, utan båda ämnena kräver även ämnesspecifika undervisning. Vi anser dock att en ämnesintegration skulle ge mycket tillbaka till bildämnet, då eleverna skulle få mycket mer träning i motorik, seende, bildanalys, materialkännedom och kreativitet. Om man blickar framåt så ser vi en lika stor relevans för ämnesintegrering även med tanke på det centrala innehållet för bildämnet i år 4-6,

⁸¹ Berlin, G. & Dal, E. (2010) s. 135

då bland annat arbetsformer med tryck, tredimensionellt arbete, collage och bildmontage tillkommer. Dessa metoder öppnar än fler dörrar till tillämpningen av estetiska lärprocesser. Som våra exempel visar har vi funnit att färdigheter inom bildämnet och matematisk förståelse kan tränas simultant, samt att delar av ämnesinnehållet i bilden har en matematisk aspekt, och vice versa.

3.7 Vad kan vinnas med att kombinera matematik med bildundervisning i skolår 1 - 3?

Vi vill inleda detta avsnitt med ett inspirerande synsätt, kring matematiken och konstarna, från Anita Sandahl, som är universitetsadjunkt och matematikdidaktiker i Jönköping. Hon har enligt Gunnel Berlin varit ett stort stöd för Eureka-projektet.

Att matematiken alltid finns i vår närhet, synlig och osynlig, är naturligtvis sant. Den är då oftast hanterad och uttryckt på något sätt. Konstarna har till sin form möjlighet att göra våra liv i vardagen mer begripliga för oss och kan öppna våra sinnen för känsla och förståelse, vilket leder till nya erfarenheter av kunskaper. Både matematiken och konstarna har sitt ursprung i ett mänskligt behov och i nyfikenhet. Att försöka beskriva matematikens och konstarnas beröringsområden och hur de kan berika varandra är ett sätt att försöka förstå deras användningsområden för att utveckla lärandet i matematik.⁸²

Berlin ger oss exempel på beröringspunkter mellan konsten och matematiken som att konstens formlära är grunden för geometrin, att symmetri tangerar med harmoni och att man dessutom kan beskriva ett konstnärligt alster med matematiska begrepp, liksom beskriva matematiska formler i bild. Genom att integrera dessa båda ämnen i skolan och använda dem tillsammans för att beskriva ett förhållande eller ett problem, anser Berlin att skolan har en bättre möjlighet att lyckas föra eleverna mot en större förståelse för olika fenomen. En förståelse som är både känslomässig liksom intellektuell, vilket ger en djupare och mer förankrad kunskap som eleverna kan tillämpa på kommande problemformuleringar i framtiden.⁸³ Sandahl beskriver här ytterligare tankar kring nyttan av en integrering av de båda ämnena:

Konstarna och matematiken har mycket gemensamt då de båda uttrycker något specifikt, söker samband och relationer, symmetri och mönster, strukturer och rörelser, är problemlösande samt kräver tolkningar och reflektioner.⁸⁴

Även Barnes beskriver varför bilden integrerad med andra ämnen i undervisningen kan förankra kunskap utifrån elevernas intresse och på en nivå de redan befinner sig i.

Andra skolämnen är ofta diffusa för små barn, och då behandla bildskapande som ett separat och isolerat kunskapsätt är att förneka dess effekter på andra inlärningsformer. Barn behöver engageras i bildskapande för att få en förståelse för vad de ser och att uppöva sin visuella förmåga, inte bara för att skapa konst utan för att skaffa sig kunskaper på ett fylligare och meningsfullt sätt.⁸⁵

⁸² Föreläsning: Matematik som konst eller konst som matematik, Anita Sandahl
<http://ncm.gu.se/media/biennial/dokumentation/2008/106.html> 2010-11-20

⁸³ Eureka, Kap. "Matematik och konst" s. 153

⁸⁴ <http://ncm.gu.se/media/biennial/dokumentation/2008/106.html> 2010-11-20

⁸⁵ R. Barnes 2006 s. 18

3.7.1 Att öppna dörrar

Matematik är bredvid idrotten det stora tävlingsämnet i skolan. Att vara duktig i matematik ses oftast av eleverna som liktydigt med att kunna svara snabbt. Någon annan kanske har hittat en kreativ lösning på ett problem, men det syns sällan, eftersom det är relativt ovanligt att elevernas tankeprocesser belyses i klassrummet, något som i kursen *Matematik i barnens värld* ofta lyfte fram som en svaghet i vår svenska matematikundervisning, jämfört med andra länder som till exempel Japan.

Vi har fått uppfattningen att på samma vis som det lätt finns ett spänningsfält runt matematiken på grund av dess underliggande koppling till intelligens, finns ett motsvarande spänningsfält runt bildämnet som handlar om en underliggande koppling till begåvning. Dessa underliggande spänningar kan ibland utgöra stora störningsmoment. Det kan handla om den allmänna oro och de koncentrationssvårigheter som uppstår när elever vill undvika en uppgift, vilket påverkar både den yttre inlärningssituationen i rummet, och den inre, då eleven kanske brottas med bristande tilltro till sin prestationsförmåga istället för att vara mottaglig för lärande. I Lärarförbundets facktidning *Origo* beskrivs hur elever som ses som duktiga på matematik ofta klarar estetiskt/praktiska moment mycket sämre än andra elever, som vanligtvis beskrivs som svaga i matematik.⁸⁶ Detta säger något om vikten av variation. I en intervju i artikeln ”En dramatisk ekvation” beskriver lärarutbildaren Marie Skedinger-Jacobson hur de estetiska övningarna fungerar som språngbräda in i matematiken för dessa elever.

Vi har sett att även bilden ofta kan vara ett statusämne hos elever i de tidiga skolåren. Vanligt förekommande fenomen i verksamheten är att vissa elever som tecknar mycket och ses som duktiga kan på det viset få ökad status i klassen. Andra elever som inte tecknar mycket kan känna ett stort motstånd mot att uttrycka sig i bild. De egna prestationskraven sätter tidigt stopp för den spontana kreativiteten. Frågar man vuxna är det mycket vanligt att spänningen finns kvar. Många har uppfattningen att de inte kan uttrycka sig i bild, och är rädda att ens försöka. Allt för många får aldrig tillgång till detta uttryckssätt och verktyg. Vår tanke är att ett arbete med bild som *medel* för lärande kan bidra till att avdramatisera bildskapandet. Med uppgifter som har ett kognitivt syfte lyfts delar av det estetiska målet bort, och ersätts av tydliga uppgifter som handlar om linjer, former, färger med mera. Även matematiken kan avdramatiseras för de som har svårt med den abstrakta matematiken. På så vis kan ämnesintegration hjälpa till att öppna nya dörrar in i dessa viktiga ämnen.

3.7.2 Visuell/spatial kompetens

Den visuella kompetensen, även kallad spatial eller rumslig förmåga, är kanske matematiken och bildens främsta beröringspunkt. Förmågan att läsa av och tolka bilder och mönster används exempelvis både vid bildanalys och i förståelse av ett matematiskt problem så som det oftast presenteras i läroböcker mot de tidiga åldrarna. Att kunna visualisera för sitt inre är ofta det första steget i bildskapande och en stor tillgång inom matematiken för den som exempelvis har etablerat en *inre talrad*, det vill säga en förmåga att inom sig se talföljden och räkna med dess hjälp. Moment som rumsuppfattning, geometri, symmetri samt enklare statistik och uppskattning är viktiga delar av matematiken som bygger på samma kompetens. I den mer komplexa matematiken, den naturvetenskapliga forskningen och själva naturen är mönsterbildning och sökandet efter mönster en stor och viktig komponent.⁸⁷ Dessa mönster

⁸⁶ Björkman, K. (2010). En dramatisk ekvation. *Origo*, (5), s. 30-33

⁸⁷ Furness, A. (2001) *Matematiken tar form*. Solna: Ekelund s. 119

kan ofta ses och uppskattas ur både ett estetiskt, naturvetenskapligt och matematiskt perspektiv. Detta perspektiv på matematiken är känt redan från antiken, då konst och matematik inte var lika åtskilda som de är idag. Antikens kända matematiker var ofta även astronomer, uppfinnare eller filosofer. Ett senare exempel är Leonardi da Vinci, som inte bara var konstnär utan även arkitekt, naturforskare, konstruktör och uppfinnare. Många av dessa har fascinerats av matematiska förhållanden och hur vissa av dem bildar vackra och sammansatta mönster och proportionella geometriska former. Ett tydligt exempel på detta samband är den logaritmiska spiralen. Denna spiral växer mer för varje varv och är vanligt förekommande i naturen. Den går enkelt att beskriva med en matematisk formel, men i dess proportioner återfinner vi också det så kallade gyllene snittet, vilket är ett inom konsten känt begrepp som beskriver en estetiskt tilltalande proportionalitet, till exempel i en tavla.

Logaritmiska spiraler växer mer för varje varv. De växer i storlek men utan att ändra sin form. Det är den typ av spiraler som är vanligast i naturen och som återfinns till exempel i galaxer, snäckor, människoörat och i många olika sorters horn. Papegojans näbb, falkens klor och elefantens betar är också exempel på logaritmiska spiraler.⁸⁸

Matematiken så som den kan upptäckas i naturen kräver alltså mer visuell kompetens, än kunskap om algoritmer, huvudräkning med mera. Här befinner sig matematiken i ett naturligt sammanhang, där den rent matematiska förståelsen vävs in i en förståelse för naturens uppbyggnad. Att på detta vis ha ett situerat lärande och gestalta detta med konstnärlig metod är inte samma sak som att variera arbetsmetod så som vi är vana vid inom skolan, då man exempelvis först läser fakta, skriver en egen text och målar en bild på samma tema. I exemplet med den logaritmiska spiralen i citatet ovan uttrycker denna samma form en vacker estetisk presentation som i sig kan förklaras både geometriskt och algebraiskt. En och samma form kan förstås och tolkas ur en mängd olika perspektiv.

3.7.3 Kreativ och kognitiv utveckling

Att utveckla sitt seende är att utveckla en medvetenhet och en mottaglighet för det visuella, menar Barnes.⁸⁹ Genom att elever får möjlighet att öva upp sitt seende via bilden skapar detta ingångar för alla ämnen och till att se världen ur flera perspektiv. Detta eftersom de övar upp en förmåga till att hantera och analysera en större mängd perceptioner av det de möter. Att kunna föra över det man ser, och hur man tolkar detsamma i en teckning, gör att vi kan uttrycka oss på ett helt annat sätt än vi skulle kunna göra med ord. Genom att hantera pennan och skapa en bild för att visa *hur* vi ser någonting ger oss en möjlighet att förmedla våra tankar av det vi ser och hur vi tolkat det. Både för att förstärka det vi säger med ord, men kanske också vara ett stöd där orden inte räcker till. Vi vill påstå att det går åt lika mycket tankeverksamhet till att skapa ett verk, i vad det nu må vara i för utförande, som vilken annan problemlösning som helst vi kan möta. I skapandeprocessen använder vi oss av seende, analys, tolkning, fantasi, kreativitet, erfarenheter och till sist tillämpar vi allt det vi upplever och översätter det till det material vi använder. Vi experimenterar och organiserar för att uttrycka vad vi ser och vad vi vill att andra ska se. Det som talar för att denna skapandeprocess är nog så viktig som allt annat lärande är att produkten är högst personlig och individuell. Vidare tolkas och ses verket med nya ögon av betraktaren och en ny process startar.

⁸⁸Furness, A. (2001) s. 105

⁸⁹R. Barnes (1994)

Barnes trycker på att man ska låta elever möta kreativa problem ofta eftersom de då “/.../ kan lära sig att lita på helt ologiska tankeprocesser för att komma till nya lösningar.”⁹⁰ Detta anser Barnes ger oss en fördel, då vi är bättre rustade att möta ologiska och irrationella situationer i livet. Genom att elever får möta bildskapande och övar upp sin visuella förmåga anser Barnes att de också får möjligheter att ta till sig andra kunskaper på ett mer meningsfullt sätt då de kan få en större helhet. De kan då de lita mer på det de ser/upplever samt att de kan inta ett kritiskt förhållningssätt till den visuella kultur vårt samhälle består av. John Dewey drar detta till sin spets i boken *Art as experience* med orden:

Att tänka i termer av relationer mellan egenskaper är lika ansträngande som att tänka i symboler, vare sig de är verbala eller matematiska. Eftersom ord lätt kan manipuleras på mekanisk väg, kräver skapandet av ett äkta konstverk antagligen större intelligens än vad som krävs för det så kallade tänkande som de ägnar sig åt som stoltserar med att kalla sig “intellektuella”.⁹¹

3.7.4 Överspridningseffekter

Ett fenomen som man funnit i samband med arbete med estetisk metod är det som kallas överspridningseffekter. Det innebär en förlängning av de effekter som man kan se i det direkta arbetet med estetisk metod. Överspridningseffekter kan vara en större lust och motivation även till andra ämnen i skolan. Det kan också innebära en utveckling, såsom ökad kreativitet som gynnar även andra ämnen, och det övriga livet utanför skolan. Överspridningseffekter är således ett specifikt argument för att tillämpa estetiska ämnen i skolan, som inte handlar om de faktiska ämneskunskaperna. Däremot kan de sägas bidra till måluppfyllelse vad gäller skolans övergripande mål och riktlinjer, värdegrund och uppdrag.

3.7.5 Motorik

Att arbeta med bild som metod innebär en utveckling som är kopplad till praktiskt arbete. Speciellt i årskurs 1 finns det fokus på barns utveckling i just motorik. Detta arbete påbörjas i förskolan, och leder fram till att så småningom kunna hantera en penna, pensel, och andra verktyg på allt mer specifika och kontrollerade sätt. Motoriken är olika utvecklad hos eleverna, vilket påverkar deras förmåga att skriva. Det finns idag metoder för läs- och skrivinlärning, som Tragetonmetoden, som bygger på att eleverna börjar sin skrivträning med att skriva på datorn. Detta bygger på ett resonemang om att finmotoriken inte är tillräckligt utvecklad, och att detta inte bör utgöra ett hinder för barnen att skriva längre texter. Motoriken kan då övas upp på andra sätt. Att motoriken tränas kan kanske ses som en överspridningseffekt, men vi vill ändå poängtera att skillnaden i motorikträning är avsevärd om man tillämpar en praktisk metod kontinuerligt, jämfört med om den är mestadels intellektuell.

3.7.6 Konkretisering - den nödvändiga omvägen

Bilden är ett sätt att kommunicera matematik, och synliggöra tankeprocesser. Ord är av en mer temporär natur, och ger inte ett lika starkt intryck. I en klassrumsmiljö är starka intryck lärarens bästa vän, då det alltid finns konkurrens om uppmärksamheten. Ord och samtal kan aldrig nå varenda elev i en stor barngrupp. Själva har vi upplevt att det alltid händer något med gruppens koncentration om man ritar förklaringsmodeller i samband med att de förklaras.

⁹⁰ R. Barnes (1994) s. 17

⁹¹ J. Dewey (1934) *Art as experience*, citat hämtat ur Rob Barnes (1994) *Lära barn skapa* s. 16

Bilden har en förmåga att ledsaga tanken, och att arbeta med bilder i ett parallellt led i undervisningen kan därför vara till god hjälp för förståelse och koncentration. Får eleverna dessutom själva arbeta kreativt måste de ha en förståelse. Har de inte greppat problematiken blir detta genast synligt för läraren. Barn i den tidiga skolåldern är nybörjare på att lära in på ett intellektuellt sätt. Vi menar att mycket kan vara vunnet, särskilt när eleverna skall ta till sig nytt stoff, att använda de språk och arbetssätt som ligger nära barnets egna, spontana inlärningssätt, som nästan alltid är mer aktiva än skolans traditionella arbetsmetoder. Här kan bildskapande vara ett sätt. Vi vill gärna argumentera för att arbetsmetoderna i de tidiga skolåren bör närma sig de metoder som barn ofta själva spontant väljer när de bearbetar och lär. Fysisk aktivitet, lek, skapande med mera, innebär sinnesintryck, och en sinnlighet som inverkar på kroppsmindet. De är även konkreta upplevelser. Det är ingen nyhet att upplevelser ger oss fler intryck, som påverkar minnet av dem, jämfört med teori. Kirurgen och hjärnexperten Nils Simonsson menar att vi kommer ihåg tio procent av det vi läser, tjugo procent av det vi hör, trettio procent av det vi ser, men åttio procent av det vi gör.⁹² En annan aspekt av konkretiseringen är att den kringgår det verbala, och det kan vara en fördel för elever med bristande kunskaper i svenska språket, vilket är ett vanligt problem idag. Både bilden och matematiken har även detta gemensamt att de är universella språk, som också lämpar sig väl för internationella utbyten.

⁹²Ur Studieteknik, Språkhandledningen 2007-01-07

4. SAMMANFATTNING OCH SLUTSATSER

4.1 Sammanfattning och slutsatser

Ett av skolans huvudmål är att se till varje individs behov, förutsättningar och förmågor. Efter att ha fördjupat oss i estetiska läroprocesser och för dem relevant litteratur har vi kommit att se bilden, med alla dess beståndsdelar, som en gravt underskattad resurs. I många fall har vi också erfarit att skolan inte lyckas förankra den matematiska grundkunskapen tillräckligt, och inte heller nog motiverar och engagerar eleverna. Vi har därför velat visa på en undervisningsform där bilden integrerad med matematiken kan ge en vidare syn på ämnena. Detta anser vi vara en undervisningsform som bemöter fler intelligenser hos varje elev och där det matematiska språket, bildspråket och den muntliga kommunikationen kan mötas i en sociokulturell kontext. Därför har vi lyft fram Gardners teori om multipla intelligenser, och en grundsyn som vill bemöta alla intelligenserna genom att en varierad undervisning med kreativa processer integrerade i våra huvudämnen.

Vi har kopplat till Vygotskij som visar att ur fantasin och kreativiteten skapar vi något nytt. Om vi ser till hur snabbt samhället idag utvecklas så behöver vi detta synsätt, eftersom det krävs lika mycket inlevelseförmåga som en förmåga att ha olika perspektiv att ta till inför nya utmaningar. I skolan ska vi sträva efter att ge erfarenheter till våra elever som i kombination med kognitiva redskap ska skapa en lärosituation där eleverna får ett självförtroende och kan lita på sin förmåga. Det handlar om att bevara och utveckla elevers inneboende nyfikenhet, initiativförmåga och självförtroende redan från tidiga år.

Vi har genom våra studier av litteratur, forskning och Lgr 11 funnit stöd för en partial ämnesintegration i Lgr 11, och att ett sådant arbetssätt sannolikt kan bidra till att förverkliga de mål som däri satts upp för skolan och undervisningen. Vi har även argumenterat för en mer praktisk metod, i linje med att värna om elevernas naturliga lust att lära, och som metod för att bättre förankra kunskaperna.

4.2 Slutord

PISA och TIMSS statistik användes för att skapa debatt om prestationerna i svensk skola. Högerblocket som då var i opposition eftersträvade en skolpolitik med mer fokus på måluppfyllelse, och större fokus på resultat även i de lägre årskurserna, vilket nu ligger till grund för kommande kursplan Lgr 11. Med detta synsätt finns en risk att ämnen som anses svårbedömda inte längre värderas lika högt. Detta vi vill ändra på, och med den stora mängd forskning som belägger sambanden mellan estetiska ämnen i skolan och goda skolresultat finns det starka skäl att värna om dessa mindre prestationsinriktade värden. Resultaten från PISA och TIMSS visade att svenska elever hade god matematisk förmåga när problem presenterades i en känd kontext. När eleven fritt skulle tillämpa sina kunskaper sjönk resultaten. Att förankra förståelsen så att eleven kan göra den till sin och bedöma metod efter problem kräver att vi ibland släpper matematikboken. Hur kan eleverna tillägna sig denna sorts matematiska kompetens, om de inte emellanåt får arbeta laborativ och problemlösande?

I artikeln *The Wow factor* hävdar Bamford att det finns en motsättning i den västerländska skoldebatten just nu.

Vi lever i en kunskapsekonomi där de ekonomiska drivkrafterna alltmer handlar om kreativitet och innovationer. Det finns en stark press för ett mer innovativt samhälle. Men samtidigt finns det en motsatt strömning, en opinion som är orolig för skolresultaten och tror att lösningen är att gå 50 år tillbaka i tiden. Men det finns inga bevis som stödjer det. Det finns tvärtom bevis för att länder som har lyckats bra i test som Pisa värderar estetiska ämnen och kreativitet högt.⁹³

Bamford menar vidare att Sverige har ett internationellt rykte om att ha en innovativ och kreativ skola, som många länder tar intryck av och studerar. Hon oroas av trenden att vi håller på att gå ifrån det innovativa, till det mer traditionella. Barn av idag växer upp i en visuell kultur. Troligtvis kommer deras analyser och användningsområden inom det visuella utvecklas långt bortom vad vi idag kan föreställa oss.

Som blivande lärare vill vi naturligtvis lyckas väl, och samtidigt vill vi förbättra de metoder som vi anser som förlegade eller ineffektiva. Skolans uppdrag är komplext, och dess traditioner lever vidare i nya generationer av lärare. Det är lätt att gå i andras fotspår, i en vilja att identifiera sig i sin lärarroll. Det som alltid är där och knacker oss i ryggen tycker vi oss vara; För vems skull gör jag det här? Är detta det bästa för elevernas utveckling, eller följer det bara den givna mallen för hur skolans arbete brukar se ut? Vi anser att för att lyckas med vårt uppdrag krävs en öppenhet inom skolan, för att våga ifrågasätta sina traditioner och utvecklas. Ett steg i riktningen bör vara att öppna dörren för kreativitet. I enlighet med Bamfords forskning behöver vi god kvalitet på undervisningen i estetiska ämnen, som även tillåter eleverna att utmana sig själva, och gärna i samarbete med externa aktörer. Vi måste också vara medvetna att vi själva i egenskap av att vara lärare och pedagoger inte är färdigutbildade allvetare. Vi måste behålla vår nyfikenhet och vårt intresse för den forskning som finns och den som kommer. Vi måste våga pröva nya rön i vår verksamhet för att fortsätta utvecklas personligen och medverka till en framtida skolutveckling. På så vis behåller vi vår kreativitet även som lärare.

⁹³ Höglund, C-M. (2009). The Wow factor. *Pedagogiska Magasinet*, (4), s. 15

5. REFERENSER

Tryckta källor

Litteratur:

Ahlberg, A. (1994). *Att möta matematiken i förskolan: rita, tala och räkna matematik*. Göteborg: Univ., Pedagogiska inst..

Bamford, A. (2006). *The Wow factor: global research compendium on the impact of the arts in education*. (Second edition). Münster: Waxmann.

Barnes, R. (1994). *Lära barn skapa: kreativt arbete med barn*. Lund: Studentlitteratur.

Furness, A. (2001). *Matematiken tar form*. Solna: Ekelund.

Gardner, H. (2006). *Multiple intelligences: new horizons*. (Completely rev. and updated.) New York: BasicBooks.

Hagland, K., Hedrén, R. & Taflin, E. (2005). *Rika matematiska problem: inspiration till variation*. (1. uppl.) Stockholm: Liber.

Hjort, M. (Red) (2002). *Kilskrift: om konstarter och matematik i lärandet: en antologi*. KIL-gruppen Stockholm: Carlsson.

Lindström, L (2002). Att lära genom konsten - En forskningsöversikt. I M. Hjort (Red.), *Kilskrift: om konstarter och matematik i lärandet: en antologi* (s 107-131) KIL-gruppen. Stockholm: Carlsson

Vygotskij, L.S. (1995). *Fantasi och kreativitet i barndomen*. Göteborg: Daidalos.

Wetterholm, H. (1991). *Bildämnet på låg- och mellanstadiet i läroplaner, teori och praxis*. Kalmar: Institutionen för lärarutbildning, Högskolan.

Artiklar:

Höglund, C-M. (2009). The Wow factor. *Pedagogiska Magasinet*, (4), 13-15

Fast, C.(2010). Symboler och bilder- viktiga inslag i läs- och skrivutveckling. *Tidskriftet Viden om Laesning*, (8), 1-6

Björkman, K. (2010). En dramatisk ekvation. *Origo*, (5), 30-33

Studieteknik, Språkhandledningen 2007-01-07

Otryckta källor

Webb:

<http://www.skolverket.se/sb/d/4166/a/22184> Lgr 11 Kursplan 10-11-08

<http://www.skolverket.se/publikationer?id=2127> TIMSS 2007 Rapport Nr 323 10-11-08

<http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/8997> PISA 2006 Rapport Nr 306 10-11-08

<http://www.skolverket.se/sb/d/254/a/1121> PISA 2003 Rapport Nr 254 10-11-08

<http://www.pz.harvard.edu/> 10-11-10 Project Zero

<http://www.projekteureka.nu/> 10-11-20

<http://www.howardgardner.com/> 10-11-08

<http://www.ips.gu.se/kontakt/personal/ann.ahlberg/forskning/> 10-11-09

<http://gse.berkeley.edu/faculty/ahschoenfeld/ahschoenfeld.html> 10-11-30

<http://ncm.gu.se/media/biennial/dokumentation/2008/106.html> 10-11-20 Föreläsning:
Anita Sandahl

<http://www.ips.gu.se/kontakt/personal/ann.ahlberg/forskning/> 10-11-14 Ann Ahlbergs
utbildning och forskning

http://portal.unesco.org/culture/en/ev.php-URL_ID=29994&URL_DO=DO_TOPIC&URL_SECTION=201.html 10-11-25 The
Wow factor

Föreläsningar:

Föreläsning Madeleine Hjort 08-12-02

6. Bilagor

Bilaga 1. Centralt innehåll för bild för skolår 1 -3

Del ur Lgr 11: Kursplan i bild i grundskolan

Centralt innehåll

I årskurs 1-3

Bildframställning

- Framställning av berättande bilder, till exempel sagobilder.
- Teckning, modellering och konstruktion.
- Fotografering och överföring av bilder med hjälp av datorprogram.

Redskap för bildframställning

- Olika element som bygger upp en bild: färg, form, linje, yta samt för och bakgrund.
- Några verktyg för teckning, måleri, modellering, konstruktioner och fotografering och hur dessa benämns.
- Plana och formbara material, till exempel papper, lera, gips och naturmaterial och hur dessa kan användas i olika bildarbeten.

Bildanalys

- Informativa bilder, till exempel lärobksbilder och hur de är utformade och fungerar.
- Historiska och samtida bilder och vad bilderna berättar, till exempel dokumentära bilder från hemorten och konstbilder.

Bilaga 2. Centralt innehåll för matematiken för skolår 1-3

Del ur Lgr 11: Kursplan i matematik i grundskolan

Centralt innehåll

I årskurs 1-3

Taluppfattning och tals användning

- Naturliga tal och deras egenskaper samt hur talen kan delas upp och hur de kan användas för att ange antal och ordning.
- Hur positionssystemet kan användas för att beskriva naturliga tal. Symboler för tal och symbolernas utveckling i några olika kulturer genom historien.
- Del av helhet och del av antal. Hur delarna kan benämnas och uttryckas som enkla bråk samt hur enkla bråk förhåller sig till naturliga tal.
- Naturliga tal och enkla tal i bråkform och deras användning i vardagliga situationer.
- De fyra räknesättens egenskaper och samband samt användning i olika situationer.
- Centrala metoder för beräkningar med naturliga tal, vid huvudräkning och överslagsräkning och vid beräkningar med skriftliga metoder och miniräknare. Metodernas användning i olika situationer.
- Rimlighetsbedömningar vid enkla beräkningar och uppskattningar.

Algebra

- Matematiska likheter och likhetstecknets betydelse.
- Hur enkla mönster och talföljder och enkla geometriska mönster kan konstrueras, beskrivas och uttryckas.

Geometri

- Grundläggande geometriska objekt, däribland punkter, linjer, sträckor, fyrhörningar, trianglar, cirklar, klot, koner, cylindrar och rätblock samt deras inbördes relationer. Grundläggande geometriska egenskaper hos dessa objekt.
- Konstruktion av geometriska objekt. Skala vid enkel förstoring och förminskning.
- Vanliga lägesord för att beskriva föremåls och objekts läge i rummet.
- Symmetri, till exempel i bilder och i naturen, och hur symmetri kan konstrueras.
- Jämförelser och uppskattningar av matematiska storheter. Mätning av längd, massa, volym och tid med vanliga nutida och äldre måttenheter.

Sannolikhet och statistik

- Slumpmässiga händelser i experiment och spel.
- Enkla tabeller och diagram och hur de kan användas för att sortera data och beskriva resultat från enkla undersökningar.

Samband och förändringar

- Olika proportionella samband, däribland dubbelt och hälften.

Problemlösning

- Strategier för matematisk problemlösning i enkla situationer.
- Matematisk formulering av frågeställningar utifrån enkla vardagliga situationer.