



GÖTEBORGS UNIVERSITET

**Bok eller inte bok?
- en forskningsöversikt om lärobokens roll i
matematikundervisningen**

Emma Johansson, Tina Johansson

Examensarbete LAU 390

Handledare: Christian Bennet

Examinator: Agneta Simeonsdotter

Rapportnummer: HT10-2611-224



GÖTEBORGS UNIVERSITET

Abstract

Examensarbete inom lärarutbildningen

Titel: Bok eller inte bok - en forskningsöversikt om lärobokens roll i matematikundervisningen

Författare: Emma Johansson och Tina Johansson

Termin och år: HT 2010/2011

Kursansvarig institution: Sociologiska institutionen

Handledare: Christian Bennet

Examinator: Agneta Simeonsdotter

Rapportnummer: HT10-2611-224

Nyckelord: Matematikundervisning, matematikbok, förståelse, lust att lära, TIMSS, PISA, laborativa arbetssätt, problemlösning.

Sammanfattning

Syftet med vårt arbete är att, med utgångspunkt från en intervju av en pedagog, göra en forskningsöversikt av matematikundervisningens innehåll med fokus på matematikbokens roll och användning.

- Vilka faktorer påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll?
- Vilka för- och nackdelar finns med att arbeta med en matematikbok?
- Hur kan en matematikundervisning se ut utan en traditionell matematikbok?
- Vilka faktorer spelar in för att främja lusten att lära med fokus på matematikundervisningen?

Vi har genomfört en intervju med en pedagog som en ingång till att göra en forskningsöversikt över matematikundervisningens innehåll med fokus på lärobokens roll och användning. Intervjun har fungerat som urvalsinstrument för att bestämma vilka delar av aktuell forskning som vi har tagit del av.

Vår undersökning har visat att det både finns för- och nackdelar med att använda en matematikbok i undervisningen. Det viktigaste har dock visat sig vara hur man väljer att arbeta med en lärobok. Ett antal olika faktorer påverkar utformandet av matematikundervisningen; lärarens roll, materialval, alternativa arbetssätt, gruppindelningar, internationella undersökningars resultat.

Vår undersökning har stor relevans för läraryrket. Vår forskningsöversikt har visat att det inte är *att* man väljer att använda en matematikbok i undervisningen, utan *hur* man använder den, som spelar störst roll för en lyckad undervisning. Val och användning av matematikbok är varje lärares ansvar. Vi ger också en bild av vilka andra alternativa arbetssätt som finns att tillgå.

Innehåll

1 INLEDNING	1
1.1 Syfte och problemformulering	1
1.2 Metod och material.....	1
1.3 Etiska hänsyn.....	2
1.4 Intervju – ingång till forskningsöversikt.....	2
1.4.1 Matematiken.....	2
1.4.2 Matematikundervisningen.....	3
1.4.3 Matematikboken.....	3
1.4.4 Elever i behov av särskilt stöd	4
2 RESULTATREDOVISNING	5
2.1 Styrdokument – genomsyrande arbetssätt och matematikämnet	5
2.2 Teorier för lärande och förståelse	6
2.2.1 Behaviorismen.....	6
2.2.2 ”Learning by doing” - John Dewey	7
2.2.3 Konstruktivism – Jean Piaget.....	7
2.2.4 Sociokulturell teori – Lev Vygotskij	8
2.3 Internationella matematikundersökningar.....	8
2.3.1 PISA	8
2.3.2 TIMSS	9
2.4 Behov av en förändrad matematikundervisning	10
2.4.1 Förståelse och självförtroende.....	11
2.4.2 Begriplighet och variation.....	11
2.4.3 Kommunikation och delaktighet	12
2.4.4 Varierad återkoppling och god arbetsmiljö	12
2.4.5 Måste alla vara intresserade av matematik för att kunna lära?	12
2.5 Matematikboken.....	13
2.5.1 Matematikboken i USA och i Singapore.....	15
2.5.2 Matematikboken i England, Tyskland och Frankrike	16
2.6 Lärarens roll	17
2.7 Matematik bygger på förståelse	18
2.7.1 Förståelse motiverar och skapar förutsättningar för mer förståelse	18
2.7.2 Förståelse hjälper minnet	19
2.7.3 Förståelse förbättrar transfer	19
2.7.4 Förståelse påverkar attityder	19
2.7.5 Undervisning för förståelse	19

2.8 Alternativa arbetssätt	20
2.8.1 Problemlösning	20
2.8.2 Laborativ matematik och konkreta material.....	21
2.8.3 Att samtala matematik.....	23
2.9 Elever i behov av särskilt stöd.....	23
2.9.1 Fel fokus i matematikundervisningen	25
2.9.2 Organisationen kring elever i behov av särskilt stöd	25
2.10 Individualisering.....	26
3 DISKUSSION	29
3.1 Intervju	29
3.2 Forskningsöversikt	30
3.3 Vidare forskning	34
Referenslista	35
Bilaga 1.....	38

1 INLEDNING

Vi har under våra VFU-upplevelser sett att pedagogerna har varit frustrerade över arbetet med den traditionella läroboken under matematikundervisningen. Vår upplevelse är att matematikboken inte fångar upp vissa elever. Den bidrar snarare till att skapa större olust hos eleverna samtidigt som många elever inte uppnår målen i kursplanen i matematik. Både vi och pedagogerna på skolorna har förstått att många elever mest ser det som en tävling att få sidorna i matematikboken klara. På så vis är matematik inte mer än just det som finns med i läroboken. Det kan genom att endast arbeta med matematikboken också vara svårt för eleverna att inse vilka mål de ska arbeta med och uppnå.

Många matematikböcker gör sitt bästa för att fånga upp elevernas egna intressen och bygga på deras egna erfarenheter, men om eleverna inte får uppleva matematiken på egen hand så fallerar hela tanken med att bygga undervisningen på elevernas intressen. Innehållet i skolarbetet i stort och i matematik måste upplevas som relevant och begripligt. Från våra VFU-vistelser har vi fått uppfattningen att matematikämnet för många elever tyvärr har liten eller ingen relevans. När innehållet inte upplevs meningsfullt och eleverna inte förstår det de arbetar med är det svårt att upprätthålla intresset.

Det ställs för tillfället inga krav på att matematikböckerna ska vara utformade utefter målen i kursplanen. Att endast arbeta med en matematikbok under matematikundervisningen kan därför leda till att flera elever inte uppnår målen.

Vi har under våra studier inom specialpedagogik blivit medvetna om att elever i behov av särskilt stöd kräver en stor variation av undervisningsstoffet, något som matematikboken sällan erbjuder. Från våra VFU-upplevelser har vi erfarit att inte heller specialundervisningen alltid erbjuder en variationsrikedom utan istället fokuserar på mängdträning under kontrollerade former. Om man redan i den ordinarie matematikundervisningen lyckas variera och individanpassa undervisningen för att fånga så många elever som möjligt sparar man både tid och resurser.

Vi anser att matematikundervisningen behöver utvecklas för att kunna fånga upp alla elever och för att fler elever skall kunna uppnå målen i kursplanen för matematik. Fokus i vår undersökning ligger på matematikbokens roll i undervisningen. Vilka konsekvenser får en alltför stor användning av en traditionell lärobok under matematikundervisningen? Genom att göra en forskningsöversikt hoppas vi kunna belysa ämnet ur flertalet olika perspektiv. Eftersom vi själva har mest erfarenheter från årskurserna 1-3 är det i dessa årskurser vi lägger vårt fokus.

1.1 Syfte och problemformulering

Syftet med vårt arbete är att, med utgångspunkt från en intervju av en pedagog, göra en forskningsöversikt av matematikundervisningens innehåll med fokus på lärobokens roll och användning.

- Vilka faktorer påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll?
- Vilka för- och nackdelar finns med att arbeta med en matematikbok?
- Hur kan en matematikundervisning se ut utan en traditionell matematikbok?
- Vilka faktorer spelar in för att främja lusten att lära med fokus på matematikundervisningen?

1.2 Metod och material

Vi har valt att göra en intervju och en forskningsöversikt i vår undersökning för att på så vis kunna använda intervjun som ett urvalsinstrument för att välja vilka delar av forskningen som vi skulle ta del av. Vi valde att göra en respondentundersökning där det är svarspersonen själv och hennes egna tankar som är studieobjektet (Esaïasson m.fl. 2007, kap 13). Vi valde att göra en samtalsintervjuundersökning istället för en enkätundersökning då vi var intresserade av att på djupet undersöka vad en pedagog hade för åsikter om matematikundervisningen i allmänhet, och matematikboken i synnerhet. Vi ville förstå vår intervjupersons tänkande och uppfattningar för att därigenom kunna få en uppfattning av vilken forskning vi skulle rikta in oss på.

Ett av de största problemen när man väljer att göra en undersökning som inkluderar intervjuer är att frågorna och problemen formuleras på en teoretisk nivå, samtidigt som undersökningarna

genomförs på en operationell nivå. Frågan blir då om vi verkligen empiriskt undersöker det som påstås på den teoretiska nivån (ibid s. 63). Begreppsvaliditeten måste således fungera på ett sådant sätt att det finns en överenskommelse mellan den teoretiska definitionen och den operationella indikatorn, samtidigt som det inte får finnas några systematiska fel i analysen. Med andra ord måste teori och praktik stämma överens.

I utformandet av våra intervjufrågor (se Bilaga 1) utgick vi från tidigare forskning för att skapa en begreppsapparat, för att sedan kunna söka mer aktuell forskning med intervjuvaren som utgångspunkt. Vi försökte på så vis eliminera riskerna för att vår intervjupersons svar inte skulle kunna vara tillfredsställande ur en forskningssynvinkel. För att en hög reliabilitet ska kunna upprätthållas får inga slumpmässiga fel förekomma vid datainsamlingen. Vi spelade in hela vår intervju med två digitala diktafoner för att varken systematiska eller osystematiska fel skulle förekomma. På så vis kunde vi ägna hela vår uppmärksamhet åt intervjupersonen och hennes svar. Vår återgivning av intervjun är tack vare diktafonerna helt exakt. När man håller en hög begreppsvaliditet tillsammans med en hög reliabilitet kan man börja påstå att vi mäter det vi påstår att vi mäter, och resultatvaliditeten är således också den hög (ibid s. 71).

1.3 Etiska hänsyn

Vi har valt att intervju en lärare för att få en djupare inblick i hennes pedagogiska arbete med matematikboken. Vi informerade intervjupersonen om möjligheten att vara anonym, därför är namnet i vår undersökning fingerat. Eftersom det är lärarens egen uppfattning som står i fokus för vår undersökning var det viktigt att vår intervjuperson kunde vara anonym. Vi informerade vår intervjuperson om att hon kunde avbryta intervjun när hon själv önskade, och att intervjumaterialet inte skulle komma att användas i något annat syfte än i vår undersökning.

1.4 Intervju - ingång till forskningsöversikt

Vi vill här klargöra att vi har genomfört en intervju med en pedagog som ett hermeneutiskt verktyg för att kunna välja ut aktuell forskning som är relevant för läraryrket. Vår intervjupersons svar fick alltså stå till grund för vilken forskning vi valde att fokusera på i vår undersökning. Detta val gjorde vi därför att vi ville vara säkra på att forskningsöversikten hade relevans för pedagoger.

Intervjun genomfördes med en pedagog som i grunden är klasslärare men nu jobbar som specialpedagog. Pedagogen, som vi väljer att kalla Eva, var ett medvetet val eftersom hon har nästan 40 års erfarenhet av att dels arbeta med en matematikbok i undervisningen och dels av hur man kan arbeta med elever i behov av särskilt stöd. Eva har alltid varit angelägen om att fortbilda sig för att se till att ta del av den senaste forskningen inom olika områden. På så sätt har Eva alltid varit intresserad av att utveckla sin egen undervisning, hon vill undvika att fastna i ett tankesätt. Nedan ger vi en sammanfattning av de svar vi fick i vår intervju.

1.4.1 Matematiken

Eva anser att matematik är ett logiskt ämne där allting ständigt byggs på. Eftersom delarna bygger på varandra menar Eva att det är avgörande att man inte har bråttom i matematikundervisningen, allting måste få ta sin tid. Om eleverna inte har förstått en grundläggande del av matematiken eller saknar baskunskaperna som krävs för att ta sig vidare måste läraren stanna upp för att eleverna ska kunna få en djupare förståelse. Eva menar att om man istället stressar vidare är risken att många elever längre fram får problem med matematik. Här framstår det som betydelsefullt att alla elever ska få arbeta på den nivå där de befinner sig eftersom det är förståelsen som står i centrum.

Matematikämnet kräver välutbildade lärare. Eva menar att läraren ansvarar för undervisningens kvalitet och därför bör det också vara hög kvalitet på lärarna som undervisar. ”Det du lär dig i lågstadiet, de ska vara proffs det ska vara utbildade lärare som gör den biten. De andra tar jag hand om här sedan uppe i fyran, femman och sexan och fortsätter i sjuan, åttan och nian för de har aldrig fått grunderna”.

Läraren ansvarar för att ta reda på hur eleverna lär sig bäst, och att utifrån detta kunna skapa en

undervisning som tar hänsyn till elevernas olika nivåer.

1.4.2 Matematikundervisningen

Eva trycker på vikten av att eleverna förstår matematiken. Hon anser att man som lärare alltid måste förklara för eleverna vad det är de ska kunna och varför det är viktigt att kunna detta i vardagslivet. Eva menar att eftersom alla elever är olika och har olika inlärningssätt så måste man som lärare kunna erbjuda ett antal olika metoder för att lära. Vidare måste det erbjudas en mängd olika material i klassrummet, för att eleverna ska få möjlighet att pröva själva.

Eva använder sig gärna av olika matematikspel i undervisningen, och om det är möjligt att använda vardagsmaterial för att förklara olika fenomen så gör hon gärna det. Det viktiga med det material man väljer är att materialet i sig ska fylla någon funktion. Eleverna måste kunna se vilken användning matematiken har i vardagslivet och detta görs lättast genom att använda material som anknyter till verkligheten. Eva är noga med att förklara för eleverna varför det är viktigt att kunna matematik i vardagslivet. Hon menar att det blir extra betydelsefullt i de fall när eleverna är negativt inställda till matematiken. Enligt Eva är matematiken ett instrument som eleverna kan använda för att se till att de inte blir lurade i exempelvis butiker. Matematiken behövs vidare för att kunna läsa av klockan och olika tabeller. Hon påpekar således gång på gång för eleverna att matematiken har ett stort värde för att man ska kunna fungera som samhällsmedborgare.

Eva arbetar praktiskt inom alla matematikens områden men är noga med att välja passande material. Olika arbetssätt ska inbjuda eleverna till att använda olika sinnen. Eva anser att alla elever ska få utvecklas efter egen förmåga och för att detta ska bli möjligt är det lärarens uppgift att se till att alla elever utmanas på rätt nivå. Även de starkare eleverna har rätt till att få utmaningar som för dem framåt. Eva uttrycker det på följande sätt: ”De duktiga ska ha sitt. De ska komma framåt och de ska inte behöva sitta och vänta som jag har upplevt på vissa ställen. De ska ha sitt, och det är ett jobb för läraren”.

Eva menar också att det genom att låta eleverna vara självständiga i sitt arbete öppnas upp möjligheter för henne att finnas till som resurs för eleverna som behöver extra hjälp. Eva är inte rädd för att nivågruppera eleverna. Hon vet att hon behövs som mest i den grupp där eleverna är som svagast och lägger därför gärna mest tid där. Om eleverna får arbeta i mindre grupper där kunskapsnivåerna är ungefär desamma kan de starkare eleverna hjälpa varandra och på så vis får Eva mer tid för de svagare eleverna.

Innan man som lärare börjar planera sin undervisning måste man ta reda på vilken nivåer eleverna befinner sig på. Med hänsyn till detta kan man sedan börja planera för vilka metoder, material, arbetssätt och grupperingar som ska väljas. Detta är ett arbete som kräver mycket av läraren, men Eva menar att det är lärarens uppgift att verkligen se till att alla elever får sina behov tillfredsställda.

Eva belyser vikten av att eleverna får prata matematik. Hon anser att språket har betydelse för förståelsen av ämnet. Eleverna måste bli vana vid att förklara hur de tänker och om det svar de kommer fram till faktiskt är rimligt. Eva ställer gärna frågor under genomgångarna med eleverna för att få igång elevernas kritiska förhållningssätt. Hon uppmuntrar också eleverna att berätta hur de gör och hur de går till väga då de löser en viss uppgift. På så vis blir Eva medveten om ifall eleven tänker på rätt sätt och hon kan gå in och leda eleven på rätt väg om så behövs. Hon menar vidare att eleverna måste bli vana vid att ställa kritiska frågor, inte minst för egen del. Genom att föra ett inre samtal kan eleverna argumentera för rimligheten hos de svar de får fram.

1.4.3 Matematikboken

Eva har alltid varit kritisk till att använda matematikboken utan reflektion. Hon menar att det inte finns någon mening med att eleverna räknar sida upp och sida ner om de redan har förstått ett visst koncept och inte behöver mer färdighetsträning. Det är bättre om eleverna får öva på det som de faktiskt behöver öva på. Därför är det viktigt att läraren håller sig kritisk till matematikbokens upplägg och val av uppgifter.

Eva har aldrig varit rädd för att stryka uppgifter i matematikboken om hon inte har ansett att de

har varit tillräckligt bra. Alla elever behöver inte ta sig igenom alla sidor. Eva ställer sig kritisk till de lärare som lägger fokus vid att hinna med matematikbokens sidor, hon lägger istället tonvikten vid att det viktiga är vad eleverna faktiskt lär sig.

Eva ser dock matematikboken som en tillgång i klassrummet: ” Jag tycker så här; har någon uppfunnit någonting som är bra så ska man använda det”. Om det finns bra matematikböcker som går att använda är boken ett viktigt hjälpmedel i undervisningen. Eva har hittat en matematikbok som hon för tillfället är nöjd med. Hon påpekar att det är bra om eleverna under sin skoltid har en liknande serie böcker, detta för att eleverna ska kunna känna igen sig i böckerna oavsett vilken årskurs de går i. Den lärobok som Eva arbetar med är utformad efter kursplanen för matematik. Alla kapitel börjar med att beskriva målen som eleverna ska arbeta med. Läroboken används också för att dokumentera elevernas kunskaper. Läraren kan lätt vända sig till matematikboken för att se vilka områden eleverna har arbetat med. Även om Eva gärna använder matematikboken i undervisningen är hon inte rädd för att lägga matematikboken åt sidan när det finns bättre angreppssätt för ett visst område i matematiken.

Eva arbetar gärna med olika material parallellt med matematikboken. Hon menar att eleverna måste få möjlighet att själva pröva det som de läst om i matematikboken för att på djupet förstå.

1.4.4 Elever i behov av särskilt stöd

Syftet med Evas specialundervisning är att eleverna ska få arbeta med samma områden som täcks in i den ordinarie klassrumsundervisningen, fast i ett lugnare tempo. Det blir därför viktigt att ta reda på hur läraren i den ordinarie undervisningen undervisar, detta för att eleverna ska kunna känna att det finns en röd tråd. Målet med specialundervisningen är alltid att eleverna ska kunna komma tillbaka till den ordinarie undervisningen så fort som möjligt. Syftet med specialundervisningen är inte att eleverna ska få räkna fler uppgifter av samma slag, utan att de ska erbjudas flera olika lösningsmodeller och olika material för att kunna förstå matematiken. När eleverna verkligen har förstått ett område kan Eva erbjuda eleverna fler uppgifter för att eleverna ska bli helt säkra på de operationer som genomförs.

2 RESULTATREDOVISNING

Vår resultatredovisning består av en litteraturgenomgång av aktuell forskning. Nedan presenterar vi delar av den tidigare forskning som vi med utgångspunkt från intervjun anser vara intressant inom ramen för vår undersökning. Pedagogens intervjustvar låg till grund för urvalet av forskningen.

2.1 Styrdokument – genomsyrande arbetsätt och matematikämnet

Läroplanen och kursplanen är lärarens främsta arbetsverktyg. Vi gör därför här en översikt av styrdokumenten. Vi har valt att endast utgå ifrån läroplanen från 1994 och den aktuella kursplanen eftersom det är denna läroplan och kursplan som lärare har arbetat utifrån fram tills nu. Det är också dessa styrdokument som aktuell forskning stödjer sig på.

I *Läroplan för det obligatoriska skolväsendet*, Lpo 94, berörs de olika ämnena inte särskilt utförligt. Bland mål att uppnå i grundskolan finner man dock att ”Skolan ansvarar för att varje elev efter genomgången grundskola /... / behärskar grundläggande matematiskt tänkande och kan tillämpa det i vardagslivet.” (Skolverket, 1998, s. 5). Lpo 94 lägger stor vikt vid att undervisningen ska anpassas till varje elevs förutsättningar och behov. I anslutning till detta ska eleverna få ta del av olika uttryck för kunskaper, och därmed varierade arbetsformer. Eftersom vi idag lever i en snabbt förändrande verklighet är det därför extra viktigt att eleverna får ta del av flera metoder för att tillägna sig ny kunskap. Det blir då en förutsättning att skolan kan ge en sammanhängande bild av undervisningen och hur olika kunskaper hänger ihop. Undervisningen ska också bidra till att eleverna utvecklar sin nyfikenhet och lust att lära.

I de riktlinjer som skolan ska förhålla sig till uttrycks även att alla som arbetar i skolan ska uppmärksamma och hjälpa elever i behov av särskilt stöd. Mer ingående ska läraren stimulera och ge särskilt stöd till elever som har svårigheter. Läraren ska vidare stärka eleven så att denne stärker sitt självförtroende och sin tilltro till sin egen förmåga för att på så vis utveckla sitt eget sätt att lära.

Undervisningen ska ha elevernas bakgrund och tidigare erfarenheter och kunskaper som utgångspunkt. På så vis ska eleverna också ha inflytande över hur undervisningen utformas som ett led i en demokratisk skola där eleverna förbereds för att bli fungerande samhällsmedborgare. Eleverna ska ges möjlighet att ta ett eget personligt ansvar för att dels arbeta självständigt och dels ta del av kunskaper i gemenskap med andra.

Lpo 94 belyser också vikten av att alla elever har rätt till en likvärdig utbildning, men påpekar att undervisningen inte ska utformas på samma sätt överallt. Extra hänsyn ska tas till elevernas olika förutsättningar och behov. Eftersom skolan har ett särskilt ansvar för elever som inte når målen är det viktigt att undervisningen inte utformas lika för alla.

Kursplanen för matematik ger en tydligare bild av vad matematikämnet är. Det anges vilka mål som eleverna ska nå upp till, men inte vilket innehåll som ska väljas eller hur undervisningen ska gå till. Under rubriken *Ämnets karaktär och uppbyggnad* har det fastslagits vad matematikämnet är: ”Matematik är en levande mänsklig konstruktion som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition” (Skolverket, 2000). På så vis fastslås också vad syftet och målet med matematikundervisningen är.

Enligt kursplanen har skolan en uppgift i att hos eleverna utveckla:

...sådana kunskaper i matematik som behövs för att fatta välgrundade beslut i vardagslivets många valsituationer, för att kunna tolka och använda det ökande flödet av information och för att kunna följa och delta i beslutsprocesser i samhället. Utbildningen skall ge en god grund för studier i andra ämnen, fortsatt utbildning och ett livslångt lärande (ibid).

Kursplanen belyser vidare att matematiken är en viktig del av vår kultur och därför ska skolan även ge inblick i matematikämnets historiska utveckling.

Utbildningen syftar till att utveckla elevens intresse för matematik och möjligheter att kommunicera med matematikens språk och uttrycksformer. Den skall också ge eleven möjlighet att upptäcka estetiska värden i matematiska mönster, former och samband samt att uppleva den tillfredsställelse och glädje som ligger i att kunna förstå och lösa problem (ibid).

Tonvikt läggs också vid att eleverna ska få utöva och kommunicera matematik i meningsfulla och relevanta situationer. Sökandet efter förståelse sätts i fokus, där nya insikter och lösningar av problem bidrar till att tillfredsställa sökandet.

Problemlösning har alltid varit en central del av matematikämnet. Kursplanen betonar vikten av att erbjuda eleverna varierade undervisningssituationer som skapar en balans mellan kreativa, problemlösande strategier och kunskaper om matematikens begrepp. Detta förhållningssätt ska gälla alla elever; ”såväl de som är i behov av särskilt stöd som elever i behov av särskilda utmaningar”(ibid).

Utifrån dessa syften ska sedan läraren välja arbetsmetoder, läromedel och arrangera situationer för lärande utifrån de mål som anges i kursplanen. Beroende på hur undervisningen planeras kan den därför se mycket olika ut för olika elever.

2.2 Teorier för lärande och förståelse

Vi presenterar här fyra olika teorier för att dels ge en bakgrund till hur man genom tiderna har sett på lärande, och dels för att i diskussionsavsnittet kunna koppla ihop aktuell forskning med dessa lärandeteorier.

2.2.1 Behaviorismen

John Watson (1878-1958) föreslog år 1913 att man istället för att uppfatta psykologi som studiet av medvetandet, skulle uppfatta psykologi som studiet av beteendet. Det nya studiet kallade han för behaviorism. Det var alltså beteendet som var det enda som kunde vara föremål för en vetenskaplig psykologi. Detta beteende skulle uppfattas som observerbara rörelser, till skillnad från Darwins tidigare tankar om att beteendet måste uppfattas som ett resultat av ett samspel mellan en organism med bestämda egenskaper och organismens miljö. Watson uppfattade beteende som kedjor av stimulus-respons-förbindelser. När beteendet reduceras till observerbara rörelser hamnar observationernas betydelse i centrum för psykologins utveckling (Saugstad, 1998, s.343).

För att Watsons synsätt skulle kunna ersätta psykologin som ett studium av medvetandet var han tvungen att förhålla sig till sådana mänskliga aktiviteter som tänkande, minne och fantasi. För att komma runt detta problem antog Watson att språket var det som låg till grund för tänkande, minne och fantasiföreställningar (ibid, s.345). Det enda som enligt Watson skilde människorna från djuren var människors förmåga att tala, och det var alltså språket som låg till grund för tänkandet.

Burrhus Frederic Skinner (1904-1990) vidareutvecklade under 1950- och 1960-talen Watsons tankar om stimuli och respons. Skinner betonade vikten av beteendets följder. Skinner genomförde observationer där han betingade ett visst beteende hos ett djur, och samtidigt införde han ett stimulus samtidigt med att djuret uppvisade detta beteende. Han undersökte därefter om han med hjälp av denna stimulus kunde få en effekt på beteendet (ibid, s.356). Skinner visade slutligen att han kunde vidmakthålla ett visst beteende och även forma ett beteende genom att successivt förstärka komponenterna i detta beteende.

Behaviorismens syn på lärande innebär i grunden att lärande är erfarenhetsbaserat och att lärande innebär en förändring av observerbara beteenden. Inom behaviorismen finns det således ingen anledning att blanda in företeelser som tänkande och reflektion när man försöker förklara hur människor formas av sina erfarenheter (Säljö, s.74-75).

Behaviorister anser att beteenden förvärvas i små steg och byggs upp mot en större helhet. På så vis får lärande gärna organiseras i systematiskt uppbyggda drillövningar. Drillövningarna tar eleven från det enkla till det komplexa och repetition motverkar glömska. Redan när behavioristernas tankar blev aktuella arbetade skolan på ett liknande sätt. Kunskap skulle vara objektiv och byggas upp genom drill, övning och repetition. I ett synsätt där helheten är summan av delarna presenterades dock ett par nya moment i skolan. Systematiskt uppbyggda undervisningssekvenser och läromedelpaket presenterades som skulle leda fram till önskat beteende. Man försökte bryta ner lärande i dess små beståndsdelar, för att på så vis kunna ta systematiska steg för att kunna nå

lärandemålen (ibid, s.75-76).

2.2.2 ”Learning by doing” - John Dewey

John Deweys (1859-1952) filosofiska syn på lärande innebar att han betraktade de pedagogiska frågorna utifrån samspelet mellan utbildning och individens erfarenheter (Dewey, s.17). Dewey lägger stor vikt vid att lärande skapas då människan arbetar aktivt mot sin omvärld, därav det kända uttrycket ”learning by doing”. Det som Dewey anser är oerhört viktigt inom lärande är att elever själva får vara med och aktivt experimentera och pröva sig fram och på det viset ta till sig kunskap. Det läggs störst fokus på eleven i den typ av utbildning som han förespråkar. Läraren ska utgå ifrån elevens intressen och finnas till för att stimulera, bredda och fördjupa elevens utveckling. Även om eleven står i centrum för undervisningen anser Dewey att läraren bör ha en pedagogisk och ämnesmässig kompetens.

Då Dewey utformade ämnen inom utbildning lade han stor vikt vid att eleven skulle få utrymme att växa och utvecklas. Han menade också att eleverna ska få arbeta med praktiska problem i undervisningen som de senare kan möta i samhället. Skolan ska sträva efter att komma närmare samhället eftersom skolan är ett styrinstrument för samhället, både vad gäller elevens utveckling och samhällets framtid. Dewey menar därför att man borde minska gränsen mellan teori och praktik (ibid, s.19). Pedagogikens syfte är att ge de medborgare som finns i samhället kunskap om samhällets värderingar och ge kunskap om det språk som finns. När en elev experimenterar och observerar sin omgivning är det kunskap om själva samhället som växer fram. Det organiska samspelet som sker mellan erfarenhet, utbildning och omgivningar ger individen kunskap om hur denne kan påverka det samhälle hon/han lever i.

Dewey menar att hemlivet och skollivet borde gå hand i hand, att det eleven bär med sig från hemmet borde tas tillvara på i skolan. Man bör ta till vara på de aktiviteter som förekommer i hemmet och bygga vidare på det i skolan. Dewey ser det som en nödvändighet att det finns ett samspel då elevens fostran och erfarenheter kommer från hemmet. ”Det är skolans uppgift att fördjupa och vidga barnets känsla för de värden som grundats i barnets hemliv” (ibid, s.43). Han anser även att barnets sociala liv är grunden till det inre sambandet i all utbildning eller utveckling.

2.2.3 Konstruktivism – Jean Piaget

Jean Piaget (1896-1980) var barnpsykolog och hans intresse för kunskapsteoretisk forskning byggde från början på hur kunskap utvecklas i allmän bemärkelse. Piaget hade en teori om hur barns kognitiva utveckling är biologiskt betingade, och därför kunde placeras in i ett åldersschema (Piaget, 2008, s.93).

Den syn på lärande som Piaget företräder kallas för konstruktivism. Konstruktivism innebär att människan är medskapare av kunskap. Kunskap är således inte något färdigt som vi människor bara tar till oss. Piaget hade inflytande på många pedagoger som tog hans tankar till sig, även om han själv inte tyckte att han hade några direkta råd att ge till skolan. Piaget menade att utveckling är något som kommer inifrån, det handlar om att utveckla förmågor som redan finns i människan. Piaget var i grunden biolog och lade därför vikt vid att förstå utveckling genom att sätta sig in i barnets tidigare erfarenheter. Han såg kroppen och erfarenheter som det växande intellektets bas (Säljö, s.80-81).

Piaget valde att lyfta fram barnets perspektiv, han gjorde barnet till ett tydligt subjekt. Barnet har inte mindre att bidra med än de vuxna. Idén om att fokusera på barnets perspektiv fick en kulturell betydelse då vi idag talar om behovet av barnperspektiv i flera sammanhang. På 1970-talet grundades dialogpedagogiken som tog sitt ursprung i att möta barn med deras olika förutsättningar (ibid, s.81). Många läroplaner konstruerades i viss mån efter Piagets syn på det aktiva, experimenterande och utforskande barnet. Lgr 69 tog detta perspektiv som utgångspunkt. Även andra delar av världen gjorde samma sak (ibid, s.82).

Den idealbild Piaget hade av barnet, framställde barnet som en liten vetenskapsman, som driven av egna intressen experimenterade för att utveckla kunskap. Självklart låter det kanske inte så troligt att denna bild av ett barn är en beskrivning av hur det faktiskt ser ut i verkligheten. Ett problem med

Piagets syn på barnet är att barnet helt på egen hand skulle lära sig saker i en omgivning av fysiska objekt. ”Det som lärs handlar om logiska relationer och egenskaper hos objekt” (ibid, s.83). Trots att Piagets syn på kunskapsutveckling fick stor genomslagskraft i skolan är den väldigt antipedagogisk eftersom pedagogiken i stort sett går ut på att läraren står i bakgrunden och inte anses ha mycket att bidra med (ibid, s.84).

2.2.4 Sociokulturell teori – Lev Vygotskij

Lev Vygotskij (1896-1934) ansåg att inre processer har föregåtts av yttre aktiviteter tillsammans med andra. Till skillnad från Piaget betonar Vygotskij att det alltså är i människans yttre aktiviteter som hon skapar sig ett sammanhang för inre processer. Det är inte det som eleverna har i huvudet som är avgörande för deras utveckling, utan det är aktiviteterna som leder till lärande. Med andra ord är det vad eleverna gör som är avgörande för deras utveckling. De aktiviteter som eleverna får ta del av är i första hand alltid sociala. Det som eleverna idag lär sig tillsammans med andra kan de slutligen göra själva. Detta kallar Vygotskij för barnets potentiella utvecklingszon.

Vygotskij menar också att människans aktiviteter alltid är situerade, dvs att lärandet sker i en viss kontext (Strandberg, 2006, s.10-11). Det är lättare att lära sig läsa i en miljö som stimulerar läsande. Utformandet av miljön runt eleverna bör planeras noga för att på ett optimalt sätt inbjuda eleverna till samspel. Vygotskij menar att själva samspelet är lärande och utveckling (ibid, s.47).

Människans aktiviteter ska bestå av kreativa arbetssätt som skapar sociala lärandesituationer som är givande för eleverna (ibid, s.105). I dessa sammanhang får elever möjlighet att ta del av andra människors idéer och tankar samtidigt som de får utforska aktiviteter som går bortom givna föreställningar (ibid, s.108).

Vygotskij belyser också människans användande av hjälpmedel. Dessa hjälpmedel hjälper oss när vi utför en uppgift och när vi tänker. Användandet av yttre aktiviteter, såsom hjälpmedel, stärker elevernas förmågor att transformera dessa aktiviteter till inre aktiviteter (ibid, s.89).

Stor vikt läggs vid lärandet i samspel med andra samt att detta samspel berikar lärandet hos den enskilde eleven. Språket har en central roll i samspel och i den sociokulturella lärandeteorin. Språket gör att människan blir mindre beroende av naturen och mer medveten om sig själv och sitt sätt att tänka samt gör att människan kan börja påverka sin egen situation.

2.3 Internationella matematikundersökningar

Vi redogör här för två internationella studier som mäter elevers matematiska kunskaper. Detta gör vi med anledning av samhällsdiskursen just nu, som trycker på att svenska elevers matematikkunskaper har försämrats. Vi gör också ett antagande att dessa internationella undersökningar är en del av de faktorer som påverkar utformningen av matematikundervisningen. På så vis anknyter vi här till vårt syfte.

2.3.1 PISA

OECD genomför med jämna mellanrum en internationell studie som genom enkäter och prov undersöker elevers förmågor och attityder i bl.a. matematik. Sverige har tillsammans med 64 andra länder deltagit i studien som kallas för PISA (*Programme for International Student Assessment*), och den genomfördes senast år 2009. Matematiken som eleven stöter på i PISA handlar om situationer som den kan tänkas möta i det verkliga livet. Detta innebär att eleven istället för att bara kunna se matematikens begrepp också ska kunna använda matematiken i vardagliga, problemlösande situationer (Skolverket, 2010, s.98). I matematik presterar Sverige på en genomsnittlig nivå i jämförelse med de andra OECD-länderna. Dock är Sveriges resultat i matematik år 2009 klart sämre än vad det var år 2003. Samtidigt har svenska elever tappat sin position i förhållande till de övriga nordiska länderna (ibid, s. 8). Värt att notera är också att andelen högpresterande svenska elever har sjunkit sedan 2003. Under samma period har andelen lågpresterande svenska elever ökat (ibid, s.112).

2.3.2 TIMSS

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) är en internationell undersökning som har för avsikt att mäta elevers kunskaper inom ämnena matematik och NO i år fyra och åtta.

Projektet är initierat av IEA (The International Association for the Evaluation of Educational Achievement), en internationell organisation som utför studier för att kunna jämföra olika länders skolsystem. Den senaste studien, där tio länder medverkade, genomfördes 2008. Vi väljer att kort redogöra för resultatet från denna undersökning, trots det faktum att den har genomförts i gymnasieskolan och inte i grundskolan. Detta är ett medvetet val då vi vill redogöra för den senaste rapporten.

TIMSS-undersökningen från 2008 slår fast att svenska elever ligger på en låg nivå och presterar sämre i matematik jämfört med de andra deltagande länderna. Om man jämför ländernas resultat från 2008 med resultatet från 1995 är det endast Filippinerna som ligger sämre till än Sverige. Svenska elever visar sämre resultat i både matematik och fysik jämfört med 1995. Sverige har passerats av både Italien och Slovenien vad gäller resultaten i matematik. Även om också dessa länder visar nedgångar inom området är de inte lika stora som i Sverige (Skolverket, 2009 s.8).

I undersökningen får lärare, skolledare och elever besvara en bakgrundsenkät. När eleverna går i år fyra får även föräldrarna vara med och besvara en enkät. Eleverna får också genomföra kunskapsprov inom matematik och NO. Genom att göra dessa studier kan man göra internationella jämförelser och respektive land kan upptäcka sina starka samt svaga sidor. Detta skall syfta till en förbättrad skola i slutändan.

Matematikdelen i TIMSS Advanced 2008 är uppdelad efter tre innehållsliga områden: *Algebra*, *Differential- och integralkalkyl* samt *Geometri*. Proven är till för att mäta elevens kognitiva förmåga, vilken delas upp tre delar: veta, tillämpa samt resonera. Undersökningen genomfördes på de elever som läst minst matematik D i gymnasieskolan. Då alla länders gymnasieutbildningar är väldigt olika utformade är det upp till varje land att utse vilka elever som skall ingå i undersökningen. I Sverige var det elever från det naturvetenskapliga programmet eller tekniska programmet som utsågs till att delta i undersökningen (ibid, s.20).

Sverige har deltagit i en rad olika internationella studier vad gäller skolan. Detta har bidragit till debatten kring den svenska skolans utformning. Det som är viktigt att poängtera är att den internationella bilden av den svenska skolan inte ger en fullständig bild av hur svenska elever lyckas i skolan. Då det är ett antal faktorer som spelar in i utläsandet av resultat från olika internationella undersökningar behöver dessa därför problematiseras och ifrågasättas.

Enligt TIMSS har lågpresterande elever försämrat sina resultat betydligt mer än vad högpresterande elever gjort. Även om de högpresterande eleverna också har försämrat sina resultat så har klyftan mellan de olika grupperna ökat. Detta kan tyda på minskad likvärdighet mellan de två grupperna (ibid, s.8).

Svenska elever är varken bättre eller sämre inom områdena algebra, differential- och integralkalkyl och geometri. Däremot anses svenska elever vara svagare i förmågan att *kunna* men starkare i att *resonera*.

Man har undersökt om TIMSS-proven täcker in vad som ingår under kursplanen för matematik A-D i svenska gymnasieskolan och proven stämmer relativt bra överens med den svenska kursplanen. Täckningen av kursplanens mål i både matematik och fysik anses vara god, dock ingår inte allt som TIMSS-provet tar upp i den svenska kursplanen. Påpekas bör att de lärare som var med i undersökningen menar att de svenska läro- och kursplanerna täcker in mindre än de andra medverkande ländernas läro- och kursplaner (ibid, s.25). Det bör också poängteras att undervisningstiden inom ämnet matematik ser olika ut i olika länder. Den varierar också mellan olika skolor i Sverige. Undervisningstiden i matematik har däremot inte minskat mellan 1995 och 2008.

Det finns ett antal faktorer som påverkar elevernas resultat i undersökningen. Föräldrarnas socioekonomiska bakgrund påverkar barns resultat i skolan och såväl andelen låg- som högutbildade föräldrar har ökat sedan 1995. Den socioekonomiska bakgrunden ser också olika ut i olika delar av landet. Om en elev har utländsk bakgrund eller ej, elevens motivation i allmänhet

samt språket som talas i hemmet är andra exempel på faktorer som spelar in. Resurserna som skolan har att tillgå påverkar vilket material man har tillgång till och vad som berikar en god matematisk miljö för eleven.

I Sverige arbetar elever ofta självständigt, eller tillsammans med en annan elev, i matematikundervisningen. Det visar sig att det går till såhär i många andra länder också men inte i lika stor utsträckning som i Sverige. En stor variation av elevernas förmåga och intressen när det kommer till matematik bidrar, enligt lärarna, också till undervisningens upplägg. Svenska elever lägger ca en timme i veckan på matematikläxor, vilket i genomsnitt är lägre än vad de andra länderna gör (ibid, s.10). Jämfört med andra medverkande länder spenderar svenska elever dessutom mer tid framför datorn.

Ytterligare faktorer som kan vara orsaker till Sveriges resultat kan vara att eleverna har sämre förkunskaper med sig från grundskolan. Istället för att möta nya områden inom matematiken läggs mycket energi på att repetera baskunskaper som eleverna inte fått med sig. Lektionstiden för matematikundervisningen kan vara den samma i teorin för olika länder, men i praktiken ser det annorlunda ut. Det finns också ett stort tolkningsutrymme vad gäller kursplanens mål för matematik och detta kan medverka till att kraven på eleverna sänks och ser olika ut i olika skolor.

Slutligen var det många svenska gymnasieelever som inte läste matematik under den termin då TIMSS-provet gjordes. Detta kan ha påverkat elevernas minne gällande områden inom matematiken (ibid, s.11).

TIMSS-undersökningen från 2007 genomfördes i grundskolan i årskurs fyra och åtta och pekar på samma negativa trend: svenska elever presterar på en lägre nivå än genomsnittet för OECD-länderna. Man konstaterar i rapporten att svenska elever har färre undervisningstimmar i matematik samt att undervisningen i Sverige är mer läroboksstyrd med mer självständigt arbete som följd (Skolverket, 2008, s.10).

Per-Olof Bentley har studerat matematikdelen i TIMSS-undersökningen från 2007. Han har i sin slutsats kommit fram till att det i svenska skolor är för mycket läromedelsundervisning och självstudier, även när det gäller grundläggande begrepp inom matematiken. Bentley påpekar vidare att lärare måste *prata* matematik med eleverna för att kunna förtydliga beräkningsprocedurer. I TIMSS förekommer problem som kräver att man använder sig av flera olika matematiska lösningar. Detta ställer till problem för svenska elever, som är vana vid en tillrättalagd läromedelsundervisning där en viss lösningsmodell ska användas vid en konkret situation (Skolverkets nyhetsbrev, 2008).

En rapport som, efter den tredje TIMSS-undersökningen (1994), gick in mer på djupet konstaterade att de flesta deltagande länderna använde en lärobok i matematikundervisningen. Med undantag för flertalet engelskspråkiga länder (som i större utsträckning använde läroboken som bara ett material i mängden av läromedel) hade läroboken betydelse för lektionsplaneringen, elevernas användande i klassrummet, hemläxa och även utvärdering (Foxman, 1999, s.24).

2.4 Behov av en förändrad matematikundervisning

Elever med varierande kunskapsnivåer i en klass reagerar olika på likartade undervisningssituationer. Olika sätt att organisera undervisningen ger möjligheter att fånga upp allt fler elever med skilda behov, men det finns inte en modell som automatiskt passar alla. Det finns en rad faktorer som spelar in för att skapa lust att lära hos eleverna, ett misslyckande skapar istället olust och negativitet. Det gäller att som lärare skaffa sig kunskaper för att kunna skapa en undervisning med stor bredd och stort djup (Skolverket, 2003, s.14).

I förskoleklassen och den tidigare skolåldern är undervisningen vanligtvis upplagd på ett sådant sätt att hänsyn tas till elevernas tidigare erfarenheter och förutsättningar. På så vis hittar man oftast elever i de tidigare åren som är fulla med motivation, glädje och lust att lära. Under de tidigare åren tycks också undervisningen ha varierande metoder och arbetssätt. Eleverna får möjligheter att använda hela kroppen under matematiklektionerna vilket stimulerar elevernas motivation vidare. Det är dock när matematiken går från konkret till mer och mer abstrakt, allt i takt med att eleverna blir äldre, som en del elever tappar lusten och tilltron till den egna förmågan (ibid, s.17-18). En

förklaring till att eleverna tappat motivationen kan också vara att lärarna i allt tidigare åldrar börjar lägga mer tonvikt vid matematikboken, vilket i viss mån hindrar elevernas eget tänkande och egna lösningsstrategier. Eleverna kan uppleva det som att deras egna strategier inte anses vara tillräckligt bra för att tillämpa på matematiken. Om man redan i tidig ålder upplever en olust inför matematiken blir det mycket svårt att i de äldre åren försöka ändra detta synsätt. Det är i de tidiga åren som grunden läggs inför en framtida, väl fungerande, utveckling inom ämnet matematik. När matematiken går från att vara konkret till att bli mer och mer abstrakt är det många elever som har svårt att ta till sig det nya sättet att tänka. Dessa elever har ett behov av att undervisningen även på en mer abstrakt nivå görs konkret. Det är dock här som den vanliga undervisningen ofta misslyckas, och istället får något slag av särskilt stöd ges för att eleven ska ha möjlighet att komma vidare (ibid, s.19). En sådan särskiljande lösning är inte alltid helt lyckad för elever i behov av särskilt stöd. Detta är något som vi återkommer till vid ett senare tillfälle.

De undervisningssituationer där man finner flest engagerade och motiverade elever är situationer där det finns en stor variation av både innehåll och arbetssätt. Dessa situationer kännetecknas av att eleverna får jobba både individuellt och i samspel med andra. En undersökande och laborativ undervisning som inser vikten av processen, och inte enbart resultatet, bidrar till att eleverna upplever mening med matematikämnet. Problemlösande situationer är även med och stimulerar elevernas förmåga till reflektion (ibid, s.14-15).

Nedan redogör vi för faktorer som spelar in för att främja lusten att lära. Detta är också en del av syftet med denna uppsats.

2.4.1 Förståelse och självförtroende

När en elev känner att hon/han förstår något och skaffar sig kunskaper som går att bygga vidare på främjas lusten att lära. Att få känna att man lyckas uppnå något, och att inte ständigt få känna misslyckanden, stärker både självförtroendet och motivationen. Vidare är det en grundläggande faktor för framgång att eleven får jobba på den nivå där hon/han befinner sig, alltså att eleven får lösa uppgifter med rätt svårighetsgrad. Uppgifterna får inte vara för lätta, de ska vara utmanande, men får samtidigt inte vara alltför svåra. En ständig repetition av liknande uppgifter som man redan har löst bidrar till att skapa olust och sänkt motivation hos eleverna (Skolverket, 2003, s.26).

Om undervisningen inom matematik främst består av en kollektiv dialog i form av storgruppssamtal är risken stor att en del elever blir lidande. Läraren blir oftast nöjd om gruppen som helhet kan ge ett korrekt svar på den ställda frågan, således glöms individens förståelse bort. Om gruppen som helhet har förstått ett problem, eller i alla fall påstår att de har förstått, innebär inte det automatiskt att alla elever i gruppen har förstått innebörden av problemet (Löwing, 2004, s.244). Vi återkommer till betydelsen av förståelse senare i vår undersökning.

Tilltron till den egna förmågan beskrivs som den viktigaste faktorn för att lyckas med matematiken. När en elev känner sig utmanad att lösa problem och har en tilltro till sin egen förmåga, ökar motivationen att söka nya utmaningar och utvecklas vidare. Tvärtom så minskar motivationen om eleven ständigt känner att för höga krav ställs på den egna personen (Skolverket, 2003, s.27).

2.4.2 Begriplighet och variation

Eleverna måste uppleva arbetet i skolan som begripligt och relevant. Att plötsligt förstå något som man har kämpat med innan främjar lusten att lära. Här har alltså läraren ett stort ansvar för att se till att matematiken görs förståelig för eleverna på så vis att hänsyn tas till elevernas förutsättningar och egen verklighet. Relevansen i matematiken framstår alltid mycket tydligare om man kan koppla ihop den med verkligheten och påvisa varför det är viktigt att i vardagslivet kunna utföra vissa räkneoperationer eller se vissa samband. Genom praktiska tillämpningar och undersökande arbetssätt får eleverna möjlighet att själva upptäcka relevansen i det arbete de utför. Med andra ord främjar en varierad undervisning lusten att lära genom att man undviker det alltför monotona så att nyfikenheten hålls vid liv. När man som lärare använder sig av många olika arbetssätt och metoder är chansen större att man fångar upp fler elever i undervisningen. Det är inte rimligt att tro att ett

undervisningssätt ska kunna fungera för 25 elever med olika förutsättningar (ibid, s.29).

2.4.3 Kommunikation och delaktighet

En undervisning som inbjuder till samtal, både i storgrupp och i mindre grupper, främjar lusten att lära eftersom eleverna får ta del av olika tankesätt. Genom att tvingas sätta ord på sina tankar utmanas eleverna i sitt sätt att tänka. När man i mindre grupper blir tvingad att försvara eller förklara sina tankar är koncentrationen och viljan att förstå stor. Samtal i klassrummet som bygger på elevernas egna tankar och frågeställningar gör att eleverna upplever en ökad relevans, vilket i sin tur ger en förhöjd motivation.

Om eleverna förstår syftet och målet med att lära sig finns det lite utrymme för negativa tankar och olust. När eleverna själva kan vara med och under demokratiska former påverka hur undervisningen läggs upp och genomförs riskerar man inte att vissa elevers motivation går förlorad. Ovan beskrev vi hur en varierad undervisning bidrar till ökad lust och när eleverna får ha inflytande över undervisningens utformning är chansen stor att den blir just varierad (ibid s.30-31).

Elever upplever att läroplanens och kursplanens mål för matematik mer sällan än i andra ämnen diskuteras. När eleverna inte vet vilka krav som ställs på dem och inte heller är väl införstådda med vad det är tänkt att de ska klara av blir det svårt att hålla motivationen uppe. Eleverna upplever snarare att det matematikundervisningen går ut på är att klara sidorna i matematikboken, klara proven och skaffa sig betyg i ämnet. Matematikens röda tråd går då förlorad och det är svårt att skaffa sig en helhetsbild av ämnet. Vidare är det svårt för eleverna att koppla ihop matematiken med vardagslivet och inse varför det är viktigt att som vuxen ha kunskaper inom matematik. När man genomför en undervisning där matematikboken står i centrum blir det därför extra svårt att, dels låta eleverna få inflytande över undervisningen, dels att få eleverna att känna att lärandet är lustfyllt (ibid, s.32).

2.4.4 Varierad återkoppling och god arbetsmiljö

När eleverna känner att det arbete de utför kommer till användning på ett konstruktivt sätt upplever de att arbetet har en relevans och därför ökar också motivationen till att fortsätta utmana sig själva. I dagens skola utvärderas elevernas matematikkunskaper främst genom diagnoser eller prov som på förhand är utformade efter bestämda lösningsmodeller, alltså metoder som antingen matematikboken eller läraren har föreslagit. Det finns dock ett behov av andra utvärderingsredskap där även andra kunskaper tas till hänsyn för att på ett bättre sätt kunna göra en helhetsbedömning av elevens kunskapsutveckling. Ett alltför frekvent användande av prov som motivationshöjare för eleverna bidrar ofta till det motsatta; att många elever känner att undervisningen och utvärderingen av arbetet är monotont och tråkigt. Varierad återkoppling förutsätter en varierad undervisning. Risken med att bara utvärdera elevernas kunskaper med prov eller diagnoser blir också att eleverna kan uppleva det som att det endast är den matematik som presenteras i proven som är den viktiga matematiken (ibid, s.33-34).

Vid en undervisning som är enformig och endast stödjer sig på matematikboken finns det risk för att många elever upplever tidsbrist och stress för att hinna klart sidorna i matematikboken. En god arbetsmiljö är av stor vikt för att eleverna ska känna lust att lära. När man slutar lägga fokus vid allt som ska hinnas med och istället lägger fokus vid processen får eleverna en helt annan arbetsro när de inser att det inte är resultatet i sig som är det viktigaste utan vägen dit (ibid, s.34).

2.4.5 Måste alla vara intresserade av matematik för att kunna lära?

Den ryske forskaren Victor Firsov (2006) menar att många elever alltid har känt en stark motvilja till matematiken, och alltid kommer att göra så. Firsov (2006, s.155) anser att lärare måste respektera detta och lära sig att handskas med även dessa elever. Vidare kan det ofta vara så att en elev som påstår sig vara intresserad av matematik, och har matematik som favoritämne, snarare är nöjd med hur hon/han har presterat i ämnet.

Intresset i sig kan många gånger leda till framgång i ett ämne eftersom man anstränger sig maximalt i ett ämne man är intresserad av. Detta tankesätt har fått många lärare att försöka skapa ett

brinnande intresse för matematik hos eleverna, något som inte alltid har funkat. Intresset för matematik är dock inte en nödvändig förutsättning för att man ska kunna lyckas inom ämnet (ibid, s.156). Lärare måste revidera sina uppfattningar om att alla elever måste vara intresserade av matematik och börja tänka på eleverna som individer. Frågan som man bör ställa sig är hur man kan göra just den här lektionen mer intressant för just den här eleven (ibid, s.159). Detta innebär dock inte att man som lärare ska ge upp hoppet om att skapa intresse för matematik hos eleverna eftersom ”framgång i lärandet leder till intresse för lärandets resultat” (ibid). Firsov (2006) har föreslagit en förändring av undervisningen för att locka elever att skapa ett intresse för resultatet av lärandet. De krav som ställs på eleverna måste vara rimliga för att ett intresse ska väckas. Därför menar Firsov (2006) att man bör dela upp innehållet i skolämnena i två delar: det som ska *erbjudas*, och det som ska *bemästras*. Detta förhållningssätt tillåter läraren att individualisera undervisningen utan att det ställs för stora krav på vissa elever.

2.5 Matematikboken

I vårt syfte framgår det att vi vill undersöka vilka för- och nackdelar det finns med att arbeta med en matematikbok. Vi gör därför här en djupare granskning av forskning som behandlar detta ämne.

Det finns inget annat ämne i skolan som vanligtvis stödjer sig lika mycket på en specifik lärobok som matematikämnet (NCM, 2001, s.41). I Sverige är vi djupt rotade i att använda en specifik matematikbok. Elever förväntar sig det, föräldrar förväntar sig det och inte minst kollegor inom skolans värld förväntar sig det. Lärobokens dominerande roll i undervisningen spelar en avgörande roll för elevernas upplevda lust eller olust att lära (Skolverket, 2003). Att använda den traditionella matematikboken där eleverna individuellt löser räkneuppgifter kan både ses som ett hjälpmedel och som ett hinder i undervisningen.

Matematikboken kan finnas där som ett hjälpmedel för läraren eftersom en sådan bok bör täcka in allt som eleverna faktiskt ska lära sig under ett läsår i skolan.

Matematikboken fungerar också som en slags bevarare av matematikkunskaper på så vis att de matematiker som har varit inblandade i framställandet av en lärobok får förmedla sina kunskaper via boken.

Läroboken kan också upplevas som trygghetsskapande för elever, lärare och föräldrar eftersom den gör det möjligt att överblicka det som varit och det som kommer. Den kan sägas skapa en struktur i undervisningen som därmed blir mindre sårbar. Då en lärare exempelvis sjukskrivs eller slutar kan läroboken fungera som ett sätt att rädda situationen så att arbetet fortskrider utan skadliga avbrott (Bremner, 2003).

Men boken kan också bidra till att hindra lärarens egen kreativitet på så sätt att det blir viktigare att göra klart sidorna i boken än att eleverna faktiskt uppnår målen. Oavsett hur man ser på matematikbokens roll i undervisningen kvarstår faktum att boken är med och styr hur undervisningen planeras och genomförs. Boken ger en begränsad bild av matematiken då den bestämmer vilka områden som ska tas upp, vilka slags uppgifter eleverna ska lösa och vilka slags aktiviteter som skulle vara passande för eleverna att ta del av. På sätt och vis tolkar matematikboken vad matematikämnet är för både lärare och elever. Detta bidrar till att både lärare och elever kan få uppfattningen av att matematik endast är det som nämns i matematikboken (Johansson, 2006, s.1).

Även om en lärobok är utformad på ett bra sätt, med varierande arbetsmetoder och bra anknytning till elevernas vardag, behöver inte det betyda att själva användandet av boken är optimalt. Det är alltså inte *att* utan *hur* läraren använder läroboken som spelar en avgörande roll för matematikundervisningen (Löwing, 2004, s.243).

Läroboken framträder som en organisatör av undervisningen på så vis att den sätter agendan för lektionen. Lärarnas mål med en viss lektion beskrivs ofta i termer av vad som ska göras, inte vad som ska läras. Lärarna är på så vis mer fokuserade på att eleverna ska lösa ett visst antal uppgifter på rätt sätt än på att eleverna får med sig en förståelse (Löwing, 2004, s.185). Också lektionernas upplägg kan ses som en konsekvens av matematikbokens roll. Det ser ofta ut så att eleverna direkt börjar räkna i sina böcker, vid enstaka tillfällen förs först ett gemensamt samtal kring uppgifterna i boken. Sällan avslutas lektionerna med ett avslutande samtal där dagens arbete diskuteras. En

nackdel med detta arbetssätt kan vara att eleverna inte får möjlighet att reflektera kring det de jobbat med under en lektion. Det kan således ta alltför lång tid innan denna kunskap befästs hos eleverna.

När man låter läroboken ha en stor roll i undervisningen är boken också med och styr vilka arbetssätt som väljs. Man låter således läroboken definiera vilka uppgifter som ska lösas, i vilken ordning detta ska ske samt hur de ska lösas. Detta lämnar lite utrymme till läraren att vara kreativ (ibid, s.186). Ibland kan också en konflikt uppstå mellan lärarens och läromedelsförfattarens uppfattningar om vilken struktur som är bäst vid presentationen av ett nytt område.

Matematiken ska handla om att synliggöra viktiga matematiska begrepp och strukturer. Det blir då lärarens jobb att konkretisera och förtydliga begreppen som ges i boken. Om läraren endast ger procedurrella beskrivningar av hur man löser en uppgift istället för att förklara innebörden av handlingen kommer eleverna att få problem (ibid, s.193). När eleverna får huvuddelen av sina instruktioner från en matematikbok som inte är gjord för självstudier får många elever svårt att tolka texten (ibid, s.242).

Dagens läroplan (Lpo 94) belyser vikten av en individualiserad undervisning. Som ett led i att försöka skapa en individualiserad undervisning i heterogena klasser har läroboksförfattarna därför i många matematikböcker infört olika svårighetsgrader på uppgifterna som ges i boken. Detta medför en individanpassning där eleverna tysta sitter och räknar uppgifter med olika svårighetsgrader i klassrummet (Johansson, 2006, s.7). De olika svårighetsgrader, eller nivåer, som presenteras i en del läroböcker styr dock ofta indelningen av elever i olika nivågrupperingar. Vi kommer återkomma till individualiseringsbegreppet och nivågrupperingsproblematiken senare i vår undersökning.

Det tycks finnas två olika förhållningssätt när det gäller matematikundervisningen:

- Lärare väljer att låta läromedlet stå för måltolkning, arbetsmetoder och uppgiftsval. Här blir matematikboken det styrande instrumentet i undervisningen och detta är det vanligaste sättet att förhålla sig till ett specifikt läromedel.
- Lärare utgår ifrån kursplanens uppnående- och strävansmål och kan på så vis planera undervisningen med hjälp av flera olika läromedel för att hitta varierande och passande arbetsmetoder för det område (målet) man för tillfället ska jobba med. Detta sätt att jobba under matematikundervisningen är för tillfället ovanligt (Skolverket, 2003, s.39).

Genom att arbeta utifrån kursplanens mål får läraren en större frihet i att vara kreativ i tänkandet och planerandet inför en lektion. Även eleverna får möjlighet att ha inflytande över hur undervisningen planeras och vilka arbetsmetoder som ska användas. Vi har tidigare nämnt hur elevernas egen delaktighet i planeringen av undervisningen stärker lusten och motivationen att lära. Detta arbetssätt utesluter alltså inte att man ändå använder sig av ett läromedel, dock är man inte lika bunden vid ett specifikt läromedel utan kan vara friare och välja från olika läroböcker. Om lärare väljer att endast arbeta utefter ett läromedel blir det kunskapsmålen som hamnar i fokus för elevernas utveckling. Demokratimålen som läroplanen menar ska genomsyra all undervisning försummas således. När lärarna själva måste tolka kursplanens mål måste hon/han fundera över vad det är eleverna egentligen ska lära sig; är det i processen¹ som lärandet sker eller är det färdiga resultatet² som pekar på huruvida en elev har erövrat ny kunskap? När man som lärare tvingas fundera över hur lärandet i sig sker bäst framstår vikten av att välja rätt läromedel för rätt område inom matematiken som mycket mer betydelsefullt (ibid, s.39-40). De lärare som medvetet har valt att planera undervisningen efter kursplanens mål, samt försöker hitta passande läromedel utefter dessa, lyckas hitta varierande arbetssätt som främjar lusten att lära. Samtidigt förbättras elevernas förmåga att finna flera olika lösningsstrategier på presenterade problem.

Elever, lärare och föräldrar kan intuitivt känna motstånd mot att läroboken blir mindre central i undervisningen. Det är heller knappast önskvärt att läroboken försvinner eller marginaliseras alltför mycket. Däremot kan man hävda att en större mångfald när det gäller läromedel och deras utformning skulle öka förutsättningarna för lärandet (Bremner, 2003).

I dagsläget finns det ingen statlig granskning av matematikböcker i Sverige. År 1987

¹ Med process menar vi allt det som sker i elevernas tankar från det att ett nytt ämne introduceras.

² Med resultat menar vi den färdiga produkt som eleverna har producerat. Detta kan till exempel vara i form av en diagnos eller ett prov.

genomförde *Statens institut för läromedel* en matematikgranskning av 135 läroböcker på högstadienivå. Rapporten slår fast att förbättrade läroböcker i allra högsta grad hade kunnat förstärka matematikundervisningen. Böckerna som granskades ansågs vara tråkiga och opersonliga med ett ofta diffust innehåll (Areskoug & Grevholm, 1987, s.3). I frågan om individualisering konstaterar rapporten att den enda form av individanpassning är just olika svårighetsgrader. Vidare konstaterar man att det inte ens finns förslag till undersökande arbetssätt och grupparbeten i alla böcker (ibid, s.10-13).

2.5.1 Matematikboken i USA och i Singapore

Läroböcker kan se mycket olika ut i olika länder. Det finns läroböcker som fokuserar på förståelse och som är ett bra komplement till matematikundervisningen. I vissa länder är läroböckerna officiella publikationer utgivna av regeringen eller skolväsendet. I andra länder kan publiceringar av läroböcker vara helt i kommersiellt syfte (Berinderjeet m fl, 2006, s.100). I Singapore är läroböckerna just kommersiella publiceringar som alla tävlar om att bli upptagna av the Ministry of Education (MOE). Som ett resultat av att läroboksförfattare tävlar mot varandra för att kunna bli godkända av MOE håller matematikböckerna i Singapore väldigt hög klass. En studie utförd av the American Institutes for Research (AIR) (Ginsburg m fl, 2005) visar att läroböckerna i Singapore är väl utformade efter styrdokumentet och skapar en djup förståelse för matematik. Böckerna består av problem i flera steg och konkreta illustrationer som visar hur abstrakta lösningsstrategier kan användas för att lösa problem av olika slag (ibid). Lärarna i Singapore använder läroböckerna som huvudmaterial för att hitta uppgifter till eleverna, men använder förutom den också annat material för att komplettera matematikboken (ibid, s.102).

Studien som AIR har genomfört fokuserar på att jämföra Singapores och USA:s matematikundervisning, där läroböckerna spelar en central roll. Förutom att läroböckerna är rika på problem som fördjupar förståelsen hos eleverna är också lärarna i Singapore välutbildade och fokuserar på att eleverna ska kunna bemästra matematiken på ett bra sätt. USA:s matematikutbildning är mer lik den i Sverige, med läroböcker som fokuserar på lösningsmodeller och metoder istället för förståelse. En annan stor skillnad mellan de olika läroböckerna är att Singapores böcker har färre områden än USA:s. Detta medför att eleverna i Singapore går ner mer på djupet med de uppgifter som finns i boken (ibid, s.xii).

Studien ger förslag till förändringar för USA:s matematikundervisning, för att den ska kunna närma sig Singapores höga standard. Vi ger här en kort sammanfattning av studiens slutsatser och de föreslagna förbättringar som rekommenderas när det kommer till läroböcker och lärare:

Läroböcker

Förlagen borde fokusera på att skapa tydliga läroböcker som behandlar problemlösning för att eleverna ska kunna förstärka sin användning av olika lösningsmetoder. Skolor bör också sluta köpa in böcker som inte har ett tillräckligt kvalitativt innehåll. För att det ska bli möjligt att jämföra olika läroböcker bör man införa ett system där läroböckerna graderas utifrån dess pedagogiska innehåll. Läroboksförlagen bör reducera antalen områden som presenteras i böckerna för att istället koncentreras till ett mindre antal områden som fördjupar förståelsen hos eleverna. Vidare bör förlagen minska mängden illustrationer och mängden text i läroböckerna för att eleverna ska kunna koncentrera sig på innehållet.

Lärare

Fokus bör läggas vid att matematiklärare faktiskt lär sig den matematik som krävs för att kunna undervisa i ämnet. Således bör också bara de lärare som håller en tillräckligt hög standard godkännas för att kunna arbeta som lärare. Lärare bör endast undervisa i de ämnen som hon/han är utbildad för och därför är specialist på, vilket kan innebära att en matematiklärare går in i flera olika klasser och undervisar istället för att undervisa i alla ämnen i en klass (ibid, s.135-138).

2.5.2 Matematikboken i England, Tyskland och Frankrike

Brittiska forskare (Pepin m fl, 2001) har genomfört en undersökning om Englands, Tysklands och Frankrikes användning av matematikboken i undervisningen. Studien har utförts i de tre länderna i grundskolans tidigare år. De har valt att fokusera på hur väl matematikboken representerar läroplaner, kursplaner samt vilken roll den har som länk mellan styrdokumentet och den pedagogiska verksamheten. Den andra delen av undersökningen innefattar hur läroboken används i klassrummet och hur den influerar kulturen i det matematiska klassrummet (ibid, s.158). Vi ger här en kort sammanfattning av resultatet för studien.

Det framgår i studien att det i dessa länder inte bara är läroboken som finns tillgå i klassrummet. Det finns även arbetshäften och datorprogram som eleverna arbetar med. Alla texter i klassrummet är alltså inte läroböcker, men det är viktigt att påpeka att läroboken har en viktig roll i undervisningen (ibid, s159).

Studien visar att länderna mer eller mindre använder matematikboken i tre olika syften i undervisningen: för att undervisa om matematikens regler och villkor, för att förklara logiska processer samt gå igenom exempel på uppgifter, och för att bestämma vilka uppgifter som ska göras. I alla tre länderna betonade lärarna vikten av att använda läroboken för att kunna göra övningar i matematik (ibid, s.168). Men lärarna hade även olika sätt att använda den på i de tre länderna. I Frankrike ansåg lärarna att de använde matematikboken främst för att ge förklaringar, men insisterade på att de inte lade upp lektionerna efter matematikboken. De tyska lärarna använde olika exempel ur läroboken för att vardagliggöra problem som kan uppstå. Engelska lärare introducerade och förklarade begrepp för eleverna, för att sedan låta eleverna arbeta vidare på egen hand eller med någon annan elev. Övningarna var ofta tagna från läroboken och läraren ansåg att de under tiden som eleverna arbetade i matematikboken skulle kunna hjälpa enskilda elever eller ta hand om andra sysslor som läraryrket kräver (ibid, s.169).

Även om alla lärare som var med i undersökningen ansåg att matematikboken hade en viktig roll i deras undervisning fanns det skillnader i användandet av läroboken. De tio lärarna i England som intervjuades i den här undersökningen medgav att de alla använder matematikboken regelbundet i sin undervisning. Alla de engelska lärarna angav att de antingen använde matematikboken i stor utsträckning eller att de alltmer började göra det. Lärarna förklarade att orsaken till att de använder läroboken så ofta är bristen på tid, att de inte hinner förbereda material till sina lektioner utanför matematikboken.

De flesta av lärarna var erfarna matematiklärare och ansåg att matematikbokens största syfte var att den gav dem bra uppgifter att ge ut till eleverna. Däremot ansåg de inte att de behövde matematikboken för att ge förklaringar till eleverna eller för att skaffa nya infallsvinklar för hur de kunde arbeta i undervisningen. Istället ansåg lärarna att det var de själva som bestämde hur undervisningen skulle se ut och vände sig enbart till läroboken vid enstaka tillfällen för att få inspiration och idéer.

Nästan alla lärare i Tyskland och Frankrike angav att de använde matematikboken vid varje lektionstillfälle och att det var läroboken som var deras huvudkälla. Dock var det lärarna själva som fick bestämma vilken lärobok som skulle användas.

Alla lärarna i England ansåg att det inte går att använda samma typ av lärobok i ett skolor. Istället hävdade de att man bör använda en bok vardera för hög-, medel och lågpresterande elever. Högpresterande elever behöver läroböcker med intressanta och utmanande frågor. De elever som ligger runt medel bör ha frågor som är raka och behöver öva på olika matematiska tekniker. Vid de lågpresterande eleverna så var det efterfrågan på att det ska finnas en kontext, ett sammanhang, bra språk och layout. Lärarna tyckte att de lågpresterande eleverna i huvudsak ska fokusera på uppgifterna i boken och låta lärarna förklara de instruktioner som ges i boken till att utföra uppgifterna (ibid, s.179).

I Frankrike används samma lärobok i ett helt skolor.

2.6 Lärarens roll

Lärarens roll och agerande i klassrummet påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll. Eftersom en del av syftet med vår undersökning är att ta reda på vilka faktorer som påverkar matematikundervisningen gör vi därför här en redogörelse för en av dessa faktorer, nämligen lärarens betydelse.

I samband med införandet av Lpo 94, där elevernas eget aktiva sökande efter kunskap lyfts fram, startade en diskussion kring vad lärarens roll blir om det är individen själv som ska tillgodogöra sig kunskap. Tidigare har lärare setts som en slags kunskapsförmedlare, men nu är det alltså tydligt att kunskap inte bara kan överföras från en individ till en annan. Den lärande måste alltså själv vara aktiv i tillgodogörandet av kunskapen. Därför ifrågasätts också den traditionella "katederundervisningen" där läraren förmedlar kunskap till sina elever. Läraren får istället ta rollen som stödjande handledare för eleverna. Det är dock en fin balansgång mellan att vara en stödjande handledare, som tillåter eleverna att söka sin egen kunskap, och att vara alltför passiv där man lämnar eleverna med för stort eget ansvar. När eleverna lämnas med alltför stort eget ansvar och inte känner sig säkra på vad detta egna ansvar betyder eller ska böttna i, tappar eleverna självtilliten, varpå alltför elever blir i behov av särskilt stöd. När matematikundervisningen främst består av eget arbete, där eleverna förväntas driva sin egen kunskapsutveckling utan några direkta samtal som återkopplar till elevernas spridda kunskaper, förloras också lusten att lära för många (Skolverket 2003, s.37-38).

I styrdokumenterna ges inga direktiv till lärarna angående på vilka sätt man ska lyckas uppnå de mål som anges. Detta bidrar med andra ord till att lärarna har en stor frihet att själva välja hur de vill lägga upp planeringen och genomförandet av undervisningen. Lärarna har ett ansvar i att vägleda alla elever så att de lyckas uppnå målen. På så sätt har de också ett ansvar att individanpassa undervisningen för att alla elever ska få arbeta på den nivå de just nu befinner sig. Eftersom inga direktiv ges kring utförandet av undervisningen går en stor del av lärarnas arbete åt till att tolka läro- och kursplaner och försöka överföra dessa till en fungerande undervisning som gör att eleverna uppnår målen. Detta medför att det finns lite tid kvar till att faktiskt planera själva undervisningen. För att vara säkra på att alla matematikens områden täcks in väljer de flesta lärarna att använda en matematikbok, som ju bör vara utformad utefter kursplanens mål. Om lärarna nu väljer att arbeta med en lärobok har de dock möjlighet att bestämma vilken matematikbok som ska användas, vilka delar av boken de vill använda, vilka moment som ska läras ut, hur mycket tid som ska läggas på varje moment och hur eleverna ska organiseras i det dagliga matematikarbetet (Johansson, 2006, s.8-9, Artikel 1 s.57). Det finns inga riktlinjer i styrdokumenterna som talar om för lärare att de måste använda en matematikbok. Även om de väljer att göra det så finns det inga riktlinjer som bestämmer detaljerna kring lektionerna.

Vid valet av matematikbok spelar det en avgörande roll att läraren eller arbetslaget ställer sig frågan huruvida matematikboken kan passa alla elever i en heterogen klass. Många matematikböcker presenterar främst ett sätt att tänka. Det finns däremot inget som säger att just detta enda sätt skulle vara det rätta för 25 elever, med olika kunskapsnivåer, i en klass. Om man redan från början väljer en lämplig matematikbok som kan tänkas passa alla elever kan man bespara eleverna en hel del förvirring som kan uppstå om läraren behöver gå in och byta ut en elevs bok mitt under en termin (Ljungblad, 2003).

I de fall där elever tappar lusten och tilltron till sin egen förmåga spelar läraren en avgörande roll. Det är då viktigt att läraren visar engagemang och har förmåga att motivera eleverna. Att kunna visa eleven att kunskapen i sig är betydelsefull är också en värdefull egenskap. Eleverna har också behov av en lärare som kan knyta an till verkligheten och visa hur matematiken hänger ihop med vardagen. För att kunna göra detta krävs det av läraren att hon/han inte är alltför bunden till läroboken. Vidare är lärarens förmåga att ta hänsyn till alla elevers olika förutsättningar, samt att utifrån dessa skapa en individanpassad undervisning där alla elever kommer till sin rätt, en avgörande faktor (Skolverket, 2003, s.35-36). En varierad undervisning som utgår från alla elevers olika förutsättningar skulle vara det bästa sättet att ge alla elever vad de behöver i undervisningen.

För att en lärare ska kunna skapa en effektiv matematikundervisning krävs det av läraren att

denne har en djup insikt i det hon/han undervisar om. Läraren bör ha en förmåga att på ett flexibelt sätt skapa olika undervisningssituationer utifrån sin egen kunskap. Lärarens egna kunskaper inom matematikämnet får en stor betydelse när man tar i beaktande att undervisningen ska individanpassas till alla elevers olika förutsättningar. Läraren måste kunna känna av på vilken nivå genomgångar ska läggas och vilken handledning som ska ges till elever som är i behov av särskilt stöd och av extra stimulans. Med andra ord ska läraren dels kunna bedöma vilken nivå en elev befinner sig på, dels kunna skapa en optimal inlärningsituation för eleven. Här kan olika diagnosmaterial vara till nytta för att kunna utvärdera vilken nivå på abstraktionsstegen som en elev befinner sig på. Ofta talar man om tiden som den stora bristfaktorn som förklaring till varför man inte tar reda på alla elevers olika förutsättningar. Som vi tidigare har nämnt handlar det också om att pedagoger är rädda för att släppa läroboken. De litar inte till sin förmåga att skapa en egen planering utifrån annat material (Malmer, s.25). Pedagoger har heller inte alltid tillgång till det material som en förändrad undervisning kräver. Stödet från föräldrar är oftast inte så stort varken för pedagogen eller för barnet i svårigheter. Föräldrarna är ofta osäkra på hur de ska gå tillväga (ibid). Ett bättre samarbete mellan hemmet och skolan skulle troligen ge elever i behov särskilt stöd bättre förutsättningar för att ta in kunskap.

Eftersom matematikämnet bygger på förståelse betonas också vikten av att läraren kan knyta matematiska begrepp och problem till elevernas vardag och erfarenheter (NCM 2001, s.45).

2.7 Matematik bygger på förståelse

I avsnitt 2.4.1 redogjorde vi för att elevernas förståelse är en faktor som påverkar lusten att lära. En grundläggande tanke bakom matematikundervisningen är att eleverna ska *förstå* matematik. Det har dock visat sig vara svårt att skapa klassrumsmiljöer som faktiskt främjar och bygger på förståelse (Hiebert & Carpenter, 1992, s.65).

Den traditionella skolmatematiken har misslyckats med att påvisa matematikens betydelse i samhället och vardagslivet och istället bara presenterat en statisk bild av matematisk kunskap. Kunskapen har länge bestått av metoder och procedurer som ska läras in för att användas på specifika uppgifter. Romberg och Kaput (1999, s.4) har skrivit en artikel som ifrågasätter dagens matematikundervisning och menar att detta angreppssätt inte hjälper elever att skapa mening och förståelse, utan snarare skapar olust hos eleverna. Vidare menar de att man behöver omdefiniera vad matematiken ska handla om för att skapa rum för förståelse. Skolmatematiken bör ses som en mänsklig aktivitet som speglar en matematikers vardag. Matematiker undersöker hur det kommer sig att vissa tekniker fungerar och upptäcker nya sätt att lösa matematiska problem (ibid, s.5). Det handlar alltså om att skapa en bild av hur matematiken uppkommer och hur den sedan ska användas för att uppfylla ens syften. För att matematiken ska kunna skapa förståelse måste man i skolan börja fråga sig vilken matematik som faktiskt är värd att lära sig istället för att bara låta eleverna memorera matematiska regler.

Men vad är förståelse och vilka positiva effekter har förståelsen för matematikundervisningen? Vi ger här en kort definition av hur förståelse uppfattas.

Förståelse byggs upp när ny information kopplas ihop med redan befintlig kunskap, eller när man ser en ny koppling mellan information som man tidigare tagit del av men inte kunnat relatera till varandra. Förståelsen byggs upp när detta mentala nätverk av kunskaper blir större och mer organiserat. Förenklat kan man säga att det kanske lättaste sättet att tillåta det mentala nätverket att byggas upp och bli större är att bygga vidare på redan befintlig kunskap, men tillväxten kan också karakteriseras av förändringar i nätverket (Hiebert & Carpenter, 1992, s.69).

Nedan redogör vi för fyra orsaker till varför det är fördelaktigt att lära sig matematik inriktat mot förståelse.

2.7.1 Förståelse motiverar och skapar förutsättningar för mer förståelse

I enlighet med Piaget anser Hiebert och Carpenter (1992) att barn konstruerar sin egen kunskap. Kunskap kan alltså inte bara överföras från läraren eller en lärobok till barnet. Med andra ord skapar elever sina egna mentala nätverk utifrån de handlingar hon/han utför (ibid, s.74). Om man redan

från början har en förståelse blir det lättare att utveckla sitt mentala nätverk i takt med att nya områden introduceras. Vidare skapar förståelsen bättre förutsättningar för att den använda matematiken ska bli mer produktiv och givande. När man också har en djup förståelse för delar av matematiken kan man lättare handskas med situationer där ens kunskaper sätts på prov. Vi har tidigare nämnt att om elever känner att de klarar av något och vet hur de ska agera i vissa situationer stärks självförtroendet och tilliten till den egna förmågan.

2.7.2 Förståelse hjälper minnet

När information utgörs av ett sammanhang istället för att bara bestå av spridda delar har människan lättare att strukturera denna information för att på så vis skapa mening. Informationen modifieras sedan för att människan lättare ska kunna tillgodogöra sig kunskapen. Således presenteras informationen för eleven på ett sådant sätt att den passar ihop med det tidigare mentala nätverket (ibid, s.74). När kunskap stämmer väl överens med det tidigare mentala nätverket är det också lättare att komma ihåg den. Ett stort sammanhängande nätverk av kunskap är svårare att glömma än vad spridda delar av information är (ibid, s.75).

När man har fått förståelse för ett område är det väl integrerat i det mentala nätverket. När den nyvunna kunskapen används minns man automatiskt alla delar som ledde fram till kunskapen, således blir det färre små delar att komma ihåg. Förståelsen skapar en helhet och minimerar mängden minne som måste användas (ibid).

2.7.3 Förståelse förbättrar transfer

Att kunna använda sig av den nyvunna kunskapen i andra situationer (transfer) är ett av de största problemen som matematikundervisningen stöter på. När elever inte har en förståelse för de matematiska procedurer de genomför blir det svårt att sedan tillämpa dessa strategier på en annan uppgift. Transfer brukar vara lättare att uppnå om uppgifter påminner om varandra eller på annat sätt har en tydlig koppling. De sammanhang som uppgifter presenteras på spelar på så vis stor roll för mängden transfer som görs möjlig (ibid, s.76). Ju djupare förståelse en elev har desto lättare blir det att använda strategier och metoder i olika sammanhang.

2.7.4 Förståelse påverkar attityder

Elevers attityd till matematiken påverkar elevens möjligheter till förståelse. På samma sätt påverkar möjligheterna till förståelse attityderna hos eleverna. Eftersom många elever uppmanas att lära sig regler och strategier utantill är det inte konstigt att dessa elever tror att matematiken endast handlar om att följa regler, skriva ner symboler på papper och att matematiken inte har något att göra med vardagslivet. Elever som får en annan bild av matematiken, där de ser hur allt hänger ihop och vilken användning man kan ha för olika Lösningsstrategier, har självklart en mer positiv attityd till ämnet. Förmågan att se hur allting hänger ihop förutsätter att individen har en djup förståelse (ibid, s.77).

2.7.5 Undervisning för förståelse

Klassrumsmiljön måste börja se ut på ett nytt sätt för att skapa ett lärande med fokus på förståelse (Fennema & Romberg, 1999, s.24). Carpenter och Lehrer (1999) redogör för fem olika mentala aktiviteter som elever måste få ta del av i klassrumsundervisningen för att kunna göra kunskap till sin egen:

- *Att se hur allt hänger ihop.* Saker får mening när man får möjlighet att se hur allt hänger ihop. Eleverna måste få möjlighet att relatera det de lär sig till sådant som de redan kan sedan innan. Alla elever kommer till skolan med en förförståelse av matematiska sammanhang som är värda att bygga på (ibid, s.20).
- *Att skapa kunskapsstrukturer.* Det räcker inte med att elever bara bygger på sin tidigare kunskap med ny kunskap, utan elever måste få möjlighet att skapa strukturer av den kunskap de redan besitter. Det är detta synsätt som gör att lärande med fokus på förståelse genererar mer förståelse. När ett mentalt nätverk är välstrukturerat blir det lättare att ta in ny kunskap

- och strukturera in den (ibid, s.21).
- *Att få reflektera kring sina upplevelser.* Reflektion innebär att en individ tvingas undersöka sina egna tankar och handlingar. Vid exempelvis problemlösning ställs man inför ett problem där man behöver skapa en koppling mellan tidigare kunskap och det nya problemets förutsättningar (ibid, s.21).
 - *Att få sätta ord på sina tankar.* Förmågan att tala och uttrycka sina åsikter är ett grundläggande element för förståelse. När man sätter ord på sina tankar krävs reflektion för att kunna lyfta fram det man verkligen vill ha sagt (ibid).
 - *Att göra den matematiska kunskapen till sin egen kunskap.* För att kunna förstå ett område inom matematiken måste man göra kunskapen till sin egen. Det gäller alltså att inte bara memorera det någon annan har sagt eller skrivit. Det innebär dock inte att det är meningslöst för elever att lyssna på det läraren eller klasskamraterna säger, utan eleverna måste ges tillfälle att koppla ihop det som sägs till sina egna syften (ibid, s.23).

2.8 Alternativa arbetssätt

En av faktorerna som påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll är valet av arbetssätt. En del av syftet med denna uppsats är att undersöka hur en matematikundervisning utan en traditionell lärobok kan se ut. Vi ger därför här en översikt av hur en alternativ undervisning kan utformas. Vi vill här visa att matematikboken inte är oersättlig utan att det finns andra möjligheter att ta hänsyn till.

2.8.1 Problemlösning

När man arbetar med problemlösning³ inom matematik är målet att eleverna ska få en djupare förståelse för matematikens begrepp och metoder. Problemlösningen ska alltså ses som ett hjälpmedel för att utveckla elevernas kunskaper och färdigheter i matematik (Lester & Lambdin, 2006, s.95).

Om man tittar på hur matematikundervisningen ser ut ur ett mer internationellt perspektiv så kan vi konstatera att man i USA arbetar på liknande sätt som i Sverige. Uppgifterna som eleverna jobbar med är kontextlösa och kommer framförallt från läroböcker och fokuserar på att eleverna ska kunna behärska procedurfärdigheter. Lärarens roll blir att visa exempel med tillhörande lösningsmetoder som eleverna sedan tillämpar individuellt genom övningar av samma slag. De elever som lyckas bäst med att utveckla färdigheter i att lösa uppgifter, med de procedurer som presenteras i läroböckerna, är de elever som får mest beröm (ibid, s.96-97).

När man istället arbetar med problemlösning tvingas eleverna använda olika typer av tänkande och strategier för att kunna lösa ett givet problem. Vid en sådan undervisning blir det mer fokus på processen än på resultatet. Det är elevernas intresse och engagemang som hamnar i fokus när de försöker skapa mening i ett givet problem. Vid problemlösning hamnar kommunikationen i centrum, eleverna måste kunna tala om hur de tänker och ta del av andra elevers idéer. De matematiska begreppen hamnar dessutom automatiskt i ett sammanhang, en kontext som gör problemet mer levande och verklighetsförankrat än tidigare.

Lester och Lambdin (2006) anser att matematiklärandet ska resultera i att eleverna utvecklar en djup förståelse och hanterar problemlösning. Vidare uppnås förståelse bäst genom just problemlösning. De båda är på så sätt beroende av varandra; ”förståelsen förhöjer problemlösningsförmågan” och ”lärande genom problemlösning utvecklar förståelse” (ibid, s.98). En grundtanke med att arbeta med problemlösning är att eleverna tvingas in i mentala situationer där de behöver förstå hur de kan koppla ihop olika delar av sitt kunnande för att lösa ett problem. Matematiken får således en röd tråd.

Thomas A. Romberg (1994, s.289) gör en distinktion mellan att ”göra” matematik och ”ha kunskap kring” matematik. Romberg (1994) gör samma skillnad mellan att exempelvis göra musik,

3

Med problemlösning menar vi situationer där elever ställs inför rika problem som utmanar eleverna både i grupp och enskilt.

eller att ha *kunskaper kring* musik. Man kan ha stora kunskaper kring både matematik och musik, men utan att kunna tillämpa den och faktiskt ”göra”. Inom sportens värld är det lustfyllda med sporten att faktiskt få delta, själva spelet. På samma sätt så består det lustfyllda inom matematiken (spelet) i att få lösa icke-rutinmässiga problem. Det är inom problemlösningen som elever får möjlighet att tillämpa sina kunskaper och praktisera de regler och procedurer som tidigare har lärts in (ibid). Romberg (1994) menar vidare att det är viktigt att man i grunden får med sig förmågor för att kunna lösa olika uppgifter, för att sedan kunna bli skicklig i att ta del av problemlösningen.

Problemlösning har också positiva effekter hos elever i behov av särskilt stöd. När man arbetar med problemlösning sätter man som lärare ofta ihop elever i små grupper där de får lösa problemen tillsammans (Ahlberg, 2001, s.44). Precis som i andra sammanhang i livet lär vi oss av att arbeta i grupp, vi ger och tar av erfarenheter. Här får eleverna ställa frågor, hypoteser och ge lösningar. När man arbetar med elever i behov av särskilt stöd är problemlösning i grupp ett bra sätt att arbeta på eftersom eleverna automatiskt får ta del av olika sätt att tänka. Problemlösning inbjuder också till att använda laborativa material som lätt går att koppla till verkligheten (ibid, s.43-44). Det som är viktigt att poängtera är att problemlösning gynnar alla elever, inte bara elever i svårigheter.

2.8.2 Laborativ matematik och konkreta material

Att utveckla matematikundervisningen med laborativa läromedel ger en innehållsrikare undervisning och kan fungera som ett komplement till matematikboken. Laborativa arbetssätt har många fördelar då den typen av undervisningen kan innebära att man använder sig av flera sinnen. Vi är alla olika och behöver därför en varierad undervisning som framhäver olika sinnen. Till skillnad från en läroboksstyrd undervisning där eleven arbetar enskilt tas här fler sinnen i bruk. Det finns också en tydlig koppling mellan abstrakt och konkret. Det abstrakta uppfattar vi med våra tankar medan det konkreta uppfattas genom våra fem sinnen, det vi kan ta på, se på, och flytta på (Rystedt & Trygg, 2010, s.5).

Det finns inga direkta gränser för vad man kan använda som laborativt material i undervisningen: pennor, kapsyler, papper, pengar är bara några av de saker som kan användas. Under laborativa material ingår även digitala redskap, som till exempel grafräknare, datorer och skrivtavlor (ibid).

Konkreta material i klassrummet har funnits sedan en lång tid tillbaka, dock har de inte alltid accepterats eller använts på rätt sätt (Szendrei, 1996, s.411). I vår tid har konkreta material utvecklas genom bland andra Montessori och det finns desto mer att välja mellan idag. En del hävdar att vardagliga verktyg och material skulle vara bättre att använda än material konstruerat just för undervisningen och menar vidare att allt specialgjort material skulle göra mer skada än nytta (ibid). Handgripliga och konkreta material används för att hjälpa elever att förstå matematik. De konkreta föremålen bör vara relaterade till elevens verklighet. Exempelvis så är användandet av en kulram inget som elever upplever i vardagslivet. Istället borde man använda stenar, bönor, äpplen och annat material som ligger barnet nära (ibid).

Spel har blivit en större tillgång i undervisningen i vår tid. Spelen fungerar som ett konkret material som eleverna kan arbeta med under matematikundervisningen. En del anser att spel försvårar inläring av matematik medan andra bara tycker att det berikar kunskaperna. Undervisningsfilosofier varierar vad gäller användandet av konkreta material i klassrummet. I vissa skolor anser man att det konkreta materialet i matematik är svarta tavlan, papper, penna och linjal, medan man i andra skolor menar att exempelvis miniräknare och stickor kan användas som material. Det är många som undervisar inom ämnet som anser att användandet av konkreta material i lärandet och konstruktionen av matematiken fortfarande är problematiska i vilken ålder man än undervisar i (ibid, s.419).

Det är viktigt att klargöra att materialet i sig inte är konkret utan det är läraren eller eleven som gör det konkret och levande. När man använder materialet på ett sådant sätt att det underlättar uppgiften, då har man konkretiserat materialet. Det är alltså användningen av materialet som avgör om det är konkret i undervisningen eller inte. Om man använder laborativa material i undervisningen kan det underlätta den språkliga förståelsen för konkretisering (Löwing & Kilborn,

2001, s.204).

Konkretisering kan alltså ske med mycket olika slags material. Man kan till exempel använda sig av knappar vid konkretisering av addition. Uppgifter av den här typen lär man sig lättast i sociala sammanhang, vilket inbjuder till att låta eleverna arbeta tillsammans i mindre grupper. Eleverna kan på detta sätt lära sig nya tankeformer med hjälp av sina kamrater. Under detta arbete är det viktigt att läraren finns där som vägledare för eleverna för att visa hur materialet ska användas. Läraren har också ett ansvar i att bestämma hur länge ett material ska användas. Ett laborativt material fungerar så länge den lyfter fram en tankeform eller stödjer en språklig förklaring. Att räkna knappar är ett medel att förstå något, inte en metod som bör användas under en längre period. Meningen är att så fort en elev förstått tankeformen skall eleven plocka undan allt laborativt material för tillfället och öva på den nya tankeformen som denne förhoppningsvis tillägnat sig. I slutändan ska målet vara att eleverna så snabbt som möjligt kan frigöra sig från det laborativa materialet (ibid, s.207).

Det hävdas ofta att användandet av konkreta material kan främja förståelsen för matematiken. Effektiviteten hos de konkreta materialen kan dock diskuteras. När man presenterar konkreta material har man grundtanken att en fysisk representation av en uppgift kan stödja lärandet och bidra till att utveckla förståelse hos eleven. Men det är inte alltid det fungerar när man presenterar ett konkret material. Om eleverna inte har den förförståelse som läraren förväntar sig att eleven ska ha, blir det svårt för eleven att relatera användandet av materialet till det mentala nätverket. Eleven tolkar inte materialet på det vis som läraren förväntar sig och i så fall bidrar det inte till att skapa en djupare förståelse hos eleven.

Ett annat problem kan vara att det material som läraren vill använda för att förtydliga ett visst matematiskt begrepp faktiskt inte representerar det abstrakta problemet på ett tillfredsställande sätt. Här blir alltså valet av materialet det som avgör huruvida en elev ska kunna tillägna sig kunskapen och skapa sig en djup förståelse av problemet. Genom att diskutera materialen i helklass och i mindre grupper kan läraren hjälpa eleverna att förstå hur ett visst abstrakt problem kan konkretiseras med hjälp av materialen. Eleverna behöver få lära sig att använda materialen på rätt sätt och att prata om materialen tillsammans med andra för att kunna tillgodogöra sig kunskap på det sätt som läraren menade från början (Hiebert & Carpenter, 1992, s70-71).

Rystedt och Trygg (2010) menar att ett laborativt arbetssätt inte ska utesluta användandet av matematikboken. Eleverna ska få kunskap genom såväl undersökande arbetssätt som arbetssätt av rutinmässig karaktär för att få ökad säkerhet i sitt kunnande. Det är viktigt att eleverna får möta variation i matematikundervisningen och det betyder att ett laborativt arbetssätt och läroboken tillsammans ger en balans i undervisningen. Elever bör arbeta med olika material och på olika sätt för att utveckla olika kompetenser. Det finns idag ett ökat intresse för användandet av laborativ matematik bland lärare (ibid, s.64). Rektorer och lärare frågar sig om de ska satsa pengar på laborativt material. Enligt Rystedt och Trygg (2010) är svaret enkelt: det handlar inte *om* att använda laborativt material eller inte i undervisningen utan det handlar om *hur* man använder det och i vilket *syfte* de används (ibid, s.65).

Datorn öppnar en helt ny värld för redskap inom matematikundervisningen. När datorn introducerades var det inte helt lätt att veta hur man skulle använda den i undervisningen (Szendrei, 1996, s.432). I dag är användningsområdet stort och det blir allt större. De flesta människor använder datorn som ett verktyg i sin vardag. Det är även så man ser på datorn i grundskolans tidigare år, som ett verktyg (Fox m fl. 2000, s.10). Detta verktyg kan hjälpa elever med deras matematiska utveckling genom olika pedagogiska spelprogram och liknande. Med en dator kan du variera arbetssätt och du kan använda den på en mängd olika sätt i undervisningen. I klassrum där datorn har en viktig roll läggs det stor vikt vid att lära eleverna hur den fungerar. Tyvärr får undervisningen av hur datorn eller programmen fungerar ibland en alltför stor roll och eleverna får relativt lite tid att använda programmen och lära sig något inom matematiken (ibid, s.11). Detta problem kan man dock komma ifrån genom att använda datorn som ett stående inslag i undervisningen där alla elever är vana vid användandet av datorn.

2.8.3 Att samtala matematik

I matematikundervisningen behöver elever ingå i ett samtal, där de kan argumentera och reflektera kring de uppgifter de löst för att utveckla sitt matematiska språk, sitt matematiska tänkande och sin förståelse. Ett väl utvecklat språk är nödvändigt för allt lärande, inte minst inom matematiken (Skolverket, 2003, s.44).

Eva Riesbeck (2008) belyser i sin studie av lärare, elever och lärarstudenter vikten av samtalet i matematikundervisningen. Det är viktigt att elever får en förståelse för de matematiska begreppen om de ska kunna ha meningsfulla samtal med sin lärare. Begreppen inom matematiken är abstrakta och därför krävs det att läraren använder sig av laborativt material i sin undervisning. När man talar matematik så är det viktigt att lärare och elever befinner sig inom samma diskurs. Befinner de sig inte inom samma diskurs kan det lätt bli missförstånd vad det gäller olika begrepp eller områden inom matematiken (Riesbeck, 2008, s.61). Lärare pendlar ofta mellan olika diskurser och det är svårt för eleverna att hänga med mellan bytena.

Ett ytterligare problem som kan uppstå då lärare och elever inte pratar matematik på samma nivå är att varken elever eller lärare vet vad målet för undervisningen är. Då eleverna exempelvis ska arbeta laborativt inom matematiken, men inte förstår målet med arbetet, så arbetar eleven laborativt men tillägnar sig inte de matematiska begreppen som var en del av lärarens syfte med uppgiften. Det resulterar i att eleverna hamnar i en distanserad diskurs istället för en involverad som var lärarens tanke.

Ofta hamnar elever i en vardaglig diskurs då de behandlar matematiska uppgifter, vilket kan leda till att uppgiften blir svår att lösa. De får svårt att förena den matematiska och den vardagliga diskursen i matematikundervisningen. Elever ser ofta matematik som att räkna uppgifter, de tar inte ställning och argumenterar matematiska problem. Den personliga inställningen och förståelsen av begreppet är grunden till lärande men det får inte stanna där (ibid, s.62).

Matematiska begrepp och tecken har bestämda syften och mening, men begreppens mening förstås bara av den som befinner sig i den matematiska diskursen. Förståelsen för sambandet mellan den vardagliga och den matematiska diskursen blir avgörande för om eleven förstår matematiska begrepp eller inte. Ser man till att skapa samband mellan de båda diskurserna blir det lättare för eleverna att inte bara fokusera på ”räkandet”. Riesbeck (2008) påpekar i sin studie att det sällan sker något möte mellan vardagliga och matematiska begrepp i undervisningen (ibid, s.63).

Även om en elev tagit till sig det matematiska språket betyder det inte att eleven har det matematiska tänkandet automatiskt. Man har genom tiderna kunnat se att många har lärt sig de matematiska termerna utan att förstå innebörden av dem. Eleverna har utfört uppgifterna i matematikundervisningen mekaniskt utan speciellt stor eftertanke (Gravemeijer, Lehrer, van Oers och Verschaffel, 2002, s.35).

Att tala matematik har självklart funnits med sedan länge, men många lärare kanske inte har gjort det på rätt sätt. Mycket av det som man har talat om har inte relaterat till barns egna språk vad gäller att räkna. Det blir då svårt för barnen att lösa matematiska problem. Återigen är det viktigt att påpeka hur viktigt det är att relatera undervisningen till barnens egen värld. Eleverna behöver möta meningsfulla aktiviteter i matematikundervisningen. Läraren måste bygga ett naturligt språk utifrån barnens kapacitet att förstå det samtidigt som hon/han använder matematiska termer (ibid, s.36).

2.9 Elever i behov av särskilt stöd

Vi har valt att låta elever i behov av särskilt stöd⁴ få ett eget avsnitt eftersom vi själva har upplevt att matematik är ett ämne som skapar stora klyftor i undervisningen. Vår upplevelse är också att matematikboken har problem med att fånga många elever, allra helst de elever som är i behov av särskilt stöd. Vi vill här undersöka hur dessa elever lär bäst.

När man arbetar inom skolan måste man kunna möta *alla* barn. Alla elever har rätt till en utbildning där man får utvecklas på den nivå man befinner sig på, men hur detta går till kan se

4

Med elever i behov av särskilt stöd menar vi elever med alltifrån koncentrationssvårigheter till grövre funktionsnedsättningar.

mycket olika ut.

Under 2000-talet har vi stått inför ett stort dilemma inom skolans matematikundervisning; många elever lämnar skolor utan att ha uppnått godkänt i matematik. Det finns dock inget enkelt svar på varför detta sker. Det kan finnas en rad orsaker till varför så många inte uppnår målen i matematik. Resurserna ser mycket olika ut i den kommunala skolan, något som innebär att elever i behov av särskilt stöd får mycket varierande stöd.

Forskning belyser också två olika aspekter när det gäller elever i svårigheter; ”det ena innebär att problemet läggs hos den enskilda eleven, det andra att elevens totala situation belyses, dvs. både eleven och den miljö hon ingår i” (Skolverket, 2003, s.43). Precis som med resurserna skiljer det sig mycket från kommun till kommun gällande denna typ av problematik. I vissa kommuner är det vanligt att många elever lägger skulden hos sig själva vad gäller ”misslyckanden” i matematik (ibid). Det grundar sig alltså i olika synsätt hos lärare och ledning. Ska man se elevers problematik som ett problem som ska placeras hos undervisningen, och därmed skolan, eller ligger problemet hos individen? Beroende på vilket synsätt respektive skola har blir det olika slags bemötande av matematikproblem.

I Lpo 94 finns det vissa riktlinjer för hur arbetet med elever i behov av särskilt stöd bör gå till. Skolan har ett särskilt ansvar för de elever som inte når målen. Skolan skall sträva mot att alla elever utvecklar intresse för matematik samt att lära sig att utveckla tilltro till sina egna kunskaper att använda sig av matematik i olika situationer. Men exakt hur detta ska uppnås lämnas till kommunen att avgöra.

I arbetet med barn i behov av särskilt stöd är det viktigt att fokusera på förutsättningarna och inte ställa orimliga krav. En del lärare frågar sig om vi ställer för höga krav på våra elever att nå målen i matematik (Ljungblad, 2003, s.10). Dessa lärare anser att det inte är möjligt för alla elever att nå betyget godkänt i matematik. Men frågan är om det verkligen är rätt synsätt. Lärare behöver se möjligheter istället för hinder i undervisningen för att kunna komma framåt. De måste också anstränga sig mer för att nå de optimala vägarna till ett lyckat resultat (ibid). För att nå dessa vägar måste personalen inom skolan samarbeta och satsa på den matematiska utvecklingen. Det är viktigt att politiker involveras i den här utvecklingen av matematiken, då matematikutvecklingen har en stor påverkan hos eleverna redan i de tidiga åren. ”Ett barns tankar, språk, begreppsförståelse och individuella utveckling formas i många fall utifrån matematiska grunder, strukturer och mönster – mer än vad vi vuxna ibland ser och anar” (ibid, s.13). För att en förändring i tänkandet kring barn i svårigheter ska kunna ske måste skolpersonal börja se elevers olikheter som fördelar istället för nackdelar. Rektorer, lärare, föräldrar och elever måste se möjligheterna med våra olikheter (ibid).

I många fall finns det stöd åt elever i särskilda behov, men det är långt ifrån alla kommuner som kan erbjuda stöd. Även om stödet finns behöver det inte alltid betyda att det är rätt stöd för just den eleven. Många elevers stödundervisning har resulterat i att de lagt sina ”misslyckanden” på sig själva (Skolverket, 2003).

I de fall när en elev behöver någon form av särskilt stöd har läraren en skyldighet i att upprätta ett åtgärdsprogram. Utformandet av åtgärdsprogrammen kan ske på olika sätt och det är skolans uppdrag att se till att skulden inte läggs på den enskilde eleven utan att insatser sätts in för att försöka förbättra undervisningen. Ett åtgärdsprogram är till för att hjälpa pedagogen att planera och organisera den pedagogiska verksamheten och utvecklingen kring en enskild elev (Skolverket, 2003). Det kan betyda att specialpedagogen kartlägger elevens kunskaper för att sedan dela med sig av det till arbetslaget, eleven och föräldrar. Specialpedagogen föreslår sedan olika åtgärder som de inblandade är med och godkänner (ibid). Ljungblad (2003, s.32) poängterar vikten av att åtgärdsprogrammet inom matematik måste ha ett helhetsperspektiv. Åtgärdsprogrammet borde vara ett dokument över barnens hela skoldag, där matematiken ingår som en del i arbetet kring den enskilde eleven. Ofta skrivs dock åtgärdsprogram för endast matematik och de upplevda svårigheterna kring ämnet hos eleven. Det är väldigt stor skillnad på hur åtgärdsprogram utformas och sedan används i praktiken. Att all personal som arbetar kring eleven sätter elevens behov i fokus samt arbetar efter samma mål är också betydelsefullt.

2.9.1 Fel fokus i matematikundervisningen

Matematikundervisningen tenderar på många sätt att bli resultatnriktad vilket drabbar elever i svårigheter hårdast. Man ser ofta matematiksvårigheter som ett "mängdproblem" (Ahlberg, 2001 s.60). Detta mängdproblem innebär att elever i behov av särskilt stöd sitter och tragglar samma uppgifter om och om igen för att nå de mål som är uppsatta. Fler övningar av samma slag skapar inte nödvändigtvis större förståelse för innebörden av uppgiften hos den berörda eleven (ibid, s.43). För dessa elever är det extra viktigt att få möta *olika* aspekter av matematiken samt olika uttrycksmedel (ibid, s.63). Istället för att specialundervisningen hjälper elever att konkretisera och presentera olika lösningsmodeller handlar den ofta om att "hinna i kapp" det som hon/han inte hunnit med under den ordinarie undervisningen. I skolan upplever många att specialundervisningen handlar om att arbeta med drillövningar för elever som behöver extra stöd. Det bör inte handla om kvantitet utan snarare kvalitet (ibid, s.60).

Människors lärande är beroende av meningsfulla sammanhang. Skolans matematik är många gånger långt ifrån barnens verklighet, både språkligt och erfarenhetsmässigt (Malmer, 2002, s.26). Eftersom skolan och vardagslivet är två olika sociala sammanhang innebär det att människan förhåller sig på olika sätt till matematiken i vardagslivet och i skolan (ibid. s.49). Barn tillägnar sig tidigt i livet de grundläggande kunskaperna inom matematik i relation till omgivningen., men när de sedan kommer till skolan möter barnen en formaliserad matematik som de inte är vana vid. Laborativ och undersökande matematik förekommer i alldeles för liten utsträckning och matematiken blir till stor del endast abstrakt för eleverna (ibid, s.27). Vi behöver med andra ord arbeta mer verklighetsförankrat inom skolan för att fånga upp alla elevers behov.

Enligt kursplanen för matematik (2000) ska eleverna ges tillfälle att bland annat uppfatta relationer och samband, resonera och kommunicera matematik, upptäcka och förhålla sig till matematiken i vardagslivet. Matematikundervisningen ska således inte enbart handla om att eleverna ska lära sig memorera talfakta eller följa regler (ibid, s.52).

2.9.2 Organisationen kring elever i behov av särskilt stöd

En del av syftet med denna uppsats är att undersöka vilka faktorer som påverkar undervisningen. En av faktorerna som påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll är just organisationen kring elever i behov av särskilt stöd. Idag resulterar ofta organiseringen av elever i behov av särskilt stöd i nivågrupperingar⁵, det handlar om en slags differentiering (Ahlberg, 2001, s.60). Det är viktigt att klargöra skillnaden mellan att individualisera och att differentiera (Löwing och Kilborn, 2002, s.127). Differentiering innebär att man organiserar undervisningen för att möjliggöra en individualisering. Vid individualisering av undervisningen anpassar man stoffet som en elev ska lära sig till elevens förkunskaper inom ämnet.

Möter man verkligen alla elevers behov genom att skapa speciella undervisningsgrupper? Många lärare föredrar idag att skapa dessa homogena grupper, grupper där alla elever behöver samma stöd. Pedagogerna som anser att detta är ett bra arbetssätt hävdar att elever som inte lyckas inom matematikämnet får sina behov bättre tillgodosedda i en homogen grupp (ibid). Återigen är det också en fråga om resurser. Många lärare anser att de inte har tid att skapa en planering för att pedagogiskt differentiera undervisningen.

Önskan om att nivågruppera eleverna bottenar ofta i svårigheterna att hantera de "långsammare" eleverna. Grupperingen handlar egentligen oftast om en slags hastighetsgruppering, där vissa elever klarar uppgifter snabbt och utan problem och således kan erbjudas fler uppgifter, medan andra elever får möjlighet att ta längre tid på sig. Syftet med att nivågruppera elever är att eleverna ska få arbeta på den nivå där de befinner sig. Elever som har lätt för matematik kan få stimulans i att lösa svårare uppgifter och de elever som har svårigheter i ämnet kan få den hjälp de behöver för att ta sig vidare.

Vid en nivågruppering är det av stor betydelse att man ställer sig frågan huruvida grupperingen

5

Med nivågruppering menar vi när man delar in elever i mindre grupper utefter deras kunskapsnivåer.

främjar lusten att lära samt möjligheterna att ta del av andras tankar och lösningsstrategier. I många fall tycks nivågrupperingarna endast leda till att eleverna arbetar individuellt med liknande uppgifter, vilket medför att många möjligheter till samtal går förlorade. Varför välja att nivågruppera och kategorisera eleverna om eleverna ändå inte erbjuds andra arbetssätt än innan? (Skolverket, 2003, s.42).

Risken med att nivågruppera elever är också att vissa elever kan uppleva att de inte har möjlighet att nå ett visst önskat betyg därför att de går i fel grupp (ibid). Det är en viktig faktor att ta hänsyn till vad som sker med eleverna som blir placerade i de "långsammare" grupperna, vad händer med deras självförtroende? I många fall hjälper nivågrupperingen eleverna att stärka tilltron till den egna förmågan och självförtroendet, förutsatt att eleverna får ta del av varierade arbetsmetoder som erbjuder olika lösningsmodeller. Men vad händer med eleverna som känner sig frustrerade över att ha blivit stämplade som "långsamma"? I de långsammare grupperna finns risken att för låga krav ställs på eleverna, vilket kan bidra till att vissa elever inte når upp till den kunskapsnivå de faktiskt skulle kunna nå upp till med rätt stimulans.

Eftersom barn är olika i en mängd avseenden anser man ofta att en differentiering är det enda sätt på vilket man kan lösa problemet med varierande kunskapsnivåer. Elevers olikheter kommer att vålla problem så länge som undervisningen kräver att eleverna är så lika som möjligt (Andersson, 1999, s. 71). Problemen som elever upplever uppstår med andra ord i mötet mellan elevernas förutsättningar och skolans förväntningar och krav (ibid, s. 72).

Det finns självklart också lärare som istället föredrar heterogena grupper där elevernas olika kunskaper berikar deras lärande. Den matematikdidaktiska forskningen säger att en heterogen gruppindelning är att föredra, då det berikar undervisningen för alla elever (Ahlberg, 2001, s.60). Det finns inte några enkla eller exakta svar på hur undervisningen i skolan bör utformas för att på bästa sätt tillgodose alla elevers behov. Alla inom skolan måste vara uppmärksamma på vad organisatoriska förändringar innebär för alla elever. Ofta litar klasslärare på att den "lilla gruppen" löser problemen kring elever i behov av särskilt stöd.

2.10 Individualisering

En del av syftet i vår undersökning är att ta reda på vilka faktorer som påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll. Matematik är ett ämne där man talar mycket om en individualiserad undervisning. Lärarens förmåga att individualisera undervisningen är således en faktor som påverkar undervisningen. I teorin är det väldigt lätt att individualisera, i praktiken är det däremot mycket svårare. Det skulle kunna vara så enkelt att man diagnostiserar eleverna och sedan anpassar undervisningen efter den enskilde elevens behov (Löwing & Kilborn, 2002, s.124). Detta speglar troligen ett drömscenario av undervisning i skolan. Ofta finns det bara en pedagog per 25-30 elever och det finns då ingen möjlighet till att bedriva en optimal undervisning för alla elever. Det gäller då, som lärare, att ta vara på de resurser hon/han har och hitta bra undervisningsstrategier utefter detta.

En annan orsak till bristen på bra individualisering är att lärare inte alltid under sin utbildning fått kunskap om hur en fungerande individualisering ska gå till. Det krävs att pedagogen fått med sig didaktiska kunskaper samt att hon/han har erfarenhet av vilka för- och nackdelar det finns med olika arbetssätt.

Då grundskolan infördes år 1962 ställdes stora krav på lärarkåren. Den nya demokratiska skolan skulle ha förmåga att individualisera undervisningen. Före grundskolans tid fanns inte den individualisering som vi ser idag, då det tidigare bedrevs en traditionell "katederundervisning". Den elev som inte hängde med i undervisningen fick inget stöd alls utan lämnades åt sitt öde (Löwing & Kilborn, 2002, s.125). Om man inte hade lyckats hänga med i undervisningen fick man helt enkelt gå om ett år. Detta ville man ändra på under grundskolans införande. Istället för att låta elever gå om ett år låg det nu i pedagogens händer att fördela resurserna så att eleverna skulle få rätt slags stöd redan från början.

I början av 1970-talet infördes något som kallas undervisningsteknologi. Denna typ av individualisering utgick ifrån att eleverna arbetade individuellt, i sin egen takt och med material för

olika kunskapsnivåer (ibid). Tillämpning av individualisering på detta sätt kallas för hastighetsindividualisering. Här togs vissa moment bort för de ”svagare” medan nya moment lades till för de högpresterande eleverna. Problemet med hastighetsindividualisering visade sig snabbt. Många elever fick svårt att läsa och förstå texten i läroboken. Huvudsakligen drabbades de lägre presterande eleverna som inte bara hade svårt för matematik, utan även hade svårt att läsa. Eleverna arbetade i stor utsträckning på egen hand och fick sällan tid för reflektion eller att utveckla ett matematiskt tänkande och språk (ibid). Tyvärr är detta en typ av individualiserad undervisningsform som vi även kan se i dagens skola. Efter fyrtio års tid av individualisering har det visat sig att det inte är så lätt att skapa en fördelaktig individualiserad undervisning.

Att uppnå en perfekt individualisering är i stort sett omöjligt. Idag finns en hel del mer tankar kring hur den skulle kunna fungera jämfört med 1960-talet, då den infördes. För att skapa en logisk kontinuerlig inlärningsmiljö för alla elever i skolan krävs det en långsiktig planering från förskolan till gymnasiet. Det kräver att de lärare som undervisar i ämnet matematik har liknande undervisnings- och inlärningssyn samt hur och när olika moment inom matematiken borde behandlas. Poängen med en god långsiktig planering är att den ska ge eleverna kontinuitet och på det viset öka elevernas möjligheter till inläring (ibid, s.89).

Alla elever har inte alltid med sig baskunskaperna i matematik, men om vi utgår från att alla hade det så borde man som pedagog kunna undervisa alla elever parallellt och på samma gång kunna erbjuda olika val av tankesätt (ibid, s.129). Detta kräver en typ av fördjupningsindividualisering. Målet med denna form av undervisning är att alla elever når upp till en viss abstraktionsnivå, men det kommer naturligtvis ta olika tid för eleverna att nå målet. Den här formen av individualisering kräver till viss del en hastighetsindividualisering. För de högpresterande eleverna finns det hela tiden nya mål att sträva mot medan de väntar in sina kamrater. För de olika målen i undervisningen finns även där olika nivåer att uppnå, vilket resulterar i en kombination av fördjupnings- och hastighetsindividualisering (ibid).

Lärare som arbetar med hastighetsindividualisering reflekterar inte alltid över hur de använder den i sin undervisning. Eftersom elever arbetar i olika takt blir lärarens roll att stödja och handleda eleverna. Detta är inte ett arbetssätt som tar hänsyn till alla elevers förutsättningar och förkunskaper. Hastighetsindividualisering handlar endast om att ta hänsyn till elevernas arbetshastighet och inget annat. Eleverna får samma slags instruktioner, fast i olika takt. Elever får sällan extra utmaningar eller möjlighet att diskutera olika lösningsmodeller. Med andra ord innebär hastighetsindividualisering oftast att eleverna löser uppgifter av samma slag, fast i olika takt (Löwing, 2004 s.256-257).

Om man väljer att organisera eleverna i grupper efter i vilken hastighet de arbetar på framstår en del problem. När elever som jobbar i snabb takt kommer fram till ett avsnitt i boken som de inte förstår krävs handledning av läraren. Efterhand innebär detta att samma slags instruktion ges till eleverna i takt med att de kommer fram till det aktuella avsnittet. Detta sätt att arbeta kräver mycket upprepning och mycket tid av läraren. Tiden som läraren får lägga hos de högpresterande eleverna för att förklara nya avsnitt är tid som kanske istället hade behövts hos de mer lågpresterande eleverna för att förstärka deras matematiska baskunskaper (ibid, s.188). I brist på tid finns risken att läraren ger vissa elever klartecken att hoppa över en del uppgifter i boken. Detta kan senare leda till problem då en del av de överhoppade uppgifterna möjligtvis var viktiga som förkunskaper för ett annat område (ibid, s.189).

Individualisering innebär inte automatiskt individuellt arbete. Idag är det många elever i skolan som arbetar efter ett individuellt arbetsschema, men det måste inte betyda att eleven ingår i en individualiserad undervisning. Det har visat sig att det är svårare än vad man trott att få en elev att sitta tyst och räkna i sin matematikbok efter ett individuellt arbetsschema. Det blir svårt för läraren att planera och strukturera undervisningen då eleverna befinner sig på olika ställen i matematiken (Ljungblad, 2003). Även om eleverna sitter tyst och kommer fram till rätt svar i matematikboken behöver det inte betyda att de alltid utvecklar kvalitativa matematiska tankar. Ofta genomförs gemensamma genomgångar och diskussioner i storgrupp. När det sedan kommer till mer individuellt arbete är det viktigt som pedagog att hitta olika sätt för eleverna att utveckla samma

matematiska tankestrukturer och att individualisera på djupet även för de elever som har matematiksvårigheter. Detta kan för en lärare innebära att utveckla tio olika sätt att tänka om samma matematiska process, även om alla elever arbetar mot att utveckla liknande matematiska tankestrukturer (ibid).

3 DISKUSSION

I följande avsnitt diskuterar vi först intervjun som ingång till vår därefter följande forskningsöversikt.

3.1 Intervju

Vi valde att göra en intervju för att få en bild av vad en pedagog lyfter fram som de viktigaste komponenterna för att en god matematikundervisning ska kunna genomföras. Med hjälp av pedagogens intervju svar kunde vi sedan koncentrera oss på att finna aktuell forskning kring matematikboken och matematikundervisningen. Vår intervju persons svar har varit ingången till vår undersökning på så vis att svaren har styrt oss i olika riktningar när vi har valt ut forskning.

Vår intervju person, Eva, talar om förståelsen som en av de viktigaste delarna av matematiken. Hon menar att det är meningslöst att stressa vidare till ett nytt område av matematiken om eleverna inte har skaffat sig de nödvändiga baskunskaperna som krävs för att kunna ta sig vidare. Vi har egna upplevelser från tidigare VFU-vistelser där vi har sett hur lärare fokuserar på att eleverna ska hinna med sidorna i matematikboken istället för att fokusera på att eleverna faktiskt ska förstå de olika områdena inom matematiken. Det tycks vara djupt rotat i den svenska matematikundervisningen att det är en lärobok som ska styra undervisningen. Därför förväntar sig även elever och föräldrar att en matematikbok ska dominera.

Eva menar att språket spelar en viktig roll för förståelsen. Det är när man tvingas sätta ord på sina tankar och frågor som eleverna reflekterar kring sin kunskap och kan börja förstå. Våra egna erfarenheter är att samtal inom matematikundervisningen främst består av genomgångar av uppgifter som presenteras i boken, möjligen diskuterar man olika lösningsmodeller. Dock begränsas eleverna ofta till att använda de lösningsmodeller som presenteras i boken. Elever hittar ibland egna lösningsmodeller som är nog så goda som de som presenteras i boken, men våra erfarenheter är att eleverna förväntas anamma de redan befintliga metoderna istället. Detta anser vi vara ett stort problem med användandet av matematikboken. Elevernas egen kreativitet försummas och lusten att lära minskar gradvis. Om man regelbundet för djupare pedagogiska samtal med eleverna kan elevernas egna lösningsmodeller synliggöras samtidigt som elevernas funderingar kan uppmärksammas och diskuteras. Läraren får på det viset större översikt om elevernas kunskaper och kan gå in och handleda eleverna på rätt väg.

Eva trycker på att matematikundervisningen måste förankras i verkligheten. Eleverna måste få veta vad för användning de har av matematiken i vardagen. Detta innebär att man som lärare måste kunna vara flexibel och använda olika material om så är möjligt samt låta eleverna experimentera själva.

Vidare menar Eva att matematikboken förvisso är ett bra instrument att bygga undervisningen på, men läraren måste kunna släppa matematikboken och stryka vissa sidor ifall dessa inte motsvarar lärarens förväntningar. Lärares motvilja att släppa matematikboken tror vi, liksom Eva, ofta bottnar sig i att läraren känner sig osäker på sin egen förmåga. Det känns tryggare att låta matematikboken bestämma exakt vad som ska ingå i undervisningen och i vilken ordning detta ska ske. Vi har upplevt att många lärare känner sig frustrerade över matematikbokens upplägg och innehåll, men att det kräver för mycket energi och tid att försöka förändra undervisningen. Inom skolans väggar anser vi att det också tycks finnas en överenskommelse om att matematikboken ska vara styrande. Om någon väljer att stryka alltför mycket från boken höjer många på ögonbrynen.

Eva talar om att alla elever är olika och har olika inlärningssätt och av den anledningen måste läraren kunna erbjuda en mängd olika metoder och material i undervisningen. Det är lärarens uppgift att ta reda på elevernas kunskapsnivåer och hur de lär bäst. När man som lärare använder matematikboken som den dominerande delen av undervisningen anser vi att det blir svårt att variera innehållet och metoderna. Vår upplevelse är att många elever hamnar efter och får en negativ inställning till matematikämnet om man inte lyckas individualisera undervisningen.

Eva ser nivågruppering som en lösning på problemet med att hitta tid till alla elever. De mer

högpresterande eleverna kan hjälpa varandra och på så vis får läraren mer tid över för de lågpresterande eleverna. Vi anser att man som lärare måste fundera över vilka långsiktiga konsekvenser en nivågruppering kan få för elever. I vissa fall kanske det är bättre att skapa mindre grupper där eleverna har varierande kunskapsnivåer. Dels för att vissa elever kan få sämre självkänsla av att veta att de befinner sig i en sämre grupp, dels för att elever i en varierad grupp kan få ta del av olika sätt att tänka. En svagare elev gynnas av att få hjälp av en starkare elev samtidigt som den starkare eleven får en djupare förståelse då hon/han tvingas förklara sina tankar i flera steg. Vi anser att nivågrupperingar kan vara bra för alla elever, men det bör i så fall inte vara statiska grupperingar.

3.2 Forskningsöversikt

Av den forskning vi har tagit del av lyfter vi här fram det som vi anser har varit mest intressant och betydande för vår undersökning. Vi vill här återkoppla till vårt syfte med undersökningen. Syftet med arbetet var att, med utgångspunkt från en intervju av en pedagog, göra en forskningsöversikt av matematikundervisningens innehåll med fokus på matematikbokens roll och användning.

- Vilka faktorer påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll?
- Vilka för- och nackdelar finns med att arbeta med en matematikbok?
- Hur kan en matematikundervisning se ut utan en traditionell matematikbok?
- Vilka faktorer spelar in för att främja lusten att lära med fokus på matematikundervisningen?

Vi kommer nedan att visa att vi har besvarat dessa frågeställningar. Vi menar dock att vi genomgående i vår undersökning visar vilka faktorer som påverkar matematikundervisningens utformning och innehåll. Vi anser därför att denna frågeställning redan är besvarad.

Internationellt perspektiv

I de två internationella undersökningarna, PISA och TIMSS, presenteras uppgifter om att svenska elever har försämrat sina resultat jämfört med tidigare undersökningar inom matematik. Vi tycker att man ska vara kritisk till undersökningarna som görs. Ibland ger rapporterna inte en rättvis bild av problemet. Vi anser att lärare ändå bör vara lyhörda för resultaten av de rapporter som genomförs. Vi tror att det finns en risk för att undersökningarnas resultat kan vara med och påverka matematikundervisningens utformning och innehåll på så vis att läraren lägger mer fokus vid elevens resultat istället för processen. Vi uppmanar därför lärare att söka sig till rapporterna i sin helhet och inte endast ta del av tolkningar av resultaten. Olika faktorer och länders olika förutsättningar spelar in i hög grad och påverkar resultatet.

Vi har tidigare redogjort för att det finns ett antal möjliga bakomliggande orsaker till Sveriges dåliga resultat i dessa undersökningar. Både varierande undervisningstider och styrdokumentens varierande innehåll anges som förklaringar till att Sverige inte är lika bra som andra länder på matematik. En annan förklaring som ges är att Sverige beskrivs som ett land med mer läroboksstyrd undervisning och med mer självständigt arbete. Själva användandet av en lärobok tycks alltså kunna påverka elevernas resultat negativt. Dock anger de flesta deltagande länderna i TIMSS-undersökningen att de använder en lärobok i undervisningen.

Vi kan även påvisa att USA, Singapore, England, Tyskland och Frankrike använder en lärobok i undervisningen i stor utsträckning. Frågan vi ställer oss är varför vissa länder lyckas bättre med en läroboksstyrd undervisning än andra? Singapore är ett bra exempel på ett land som har lyckats skapa läroböcker som är pedagogiska och stimulerar problemlösning. Singapore lyckas med andra ord hålla en hög standard på sin undervisning trots att de använder en lärobok. Det är alltså inte att man använder en lärobok utan hur man använder den (och hur boken är utformad) som spelar en avgörande roll för en lyckad matematikundervisning.

Matematikboken

Sverige är ett av de länder som traditionellt använder sig av en lärobok i matematikämnet. Vår intervju visar att matematikboken väcker känslor och vi valde därför att undersöka matematikbokens roll i undervisningen. Arbetet med en matematikbok i undervisningen kan ha både för- och nackdelar. Matematikboken finns till som en trygghet för läraren, hon/han kan känna sig trygg i att de viktigaste områdena av matematiken täcks in. Samtidigt begränsar matematikboken lärarens egen kreativitet att kunna skapa en logisk planering där praktiska material är en naturlig del av undervisningen. Eleverna får via boken en begränsad del av matematiken presenterad för sig. Elevernas egna intressen får inte mycket utrymme. Det blir däremot lättare för en vikarie att kunna fortsätta matematikundervisningen i fall den ordinarie läraren uteblir. Vi har härmed besvarat frågeställningen som berör matematikbokens för- och nackdelar.

Vi menar att läraryrket inte ska gå ut på att göra det så lätt för sig som möjligt. Därför bör man reflektera över hur man använder läroboken och i vilken utsträckning man använder den. Det ska vara lärarens uppgift att konkretisera och förtydliga matematiska uppgifter. Huvudansvaret kan alltså inte ligga på att matematikboken ska reda ut detta för eleverna. Vi vill här understryka betydelsen av lärarens aktiva val och användning av matematikbok i undervisningen. Lärare kan inte hålla sig passiva i ett ämne som matematik där så många elever lätt hamnar i svårigheter. Vi markerar härmed relevansen av vår undersökning för aktiva lärare.

Texter i läroböcker är ofta svåra att förstå och det kan vara svårt för elever att tolka texterna. Vi har själva upplevt hur elever ber om hjälp innan de ens har läst uppgiften i boken, vilket kan ses som ett tecken på att de har svårt att förstå det som står i texten och att det inte är ett särskilt lustfyllt lärande. Många elevers svårigheter tror vi kan bota i att eleverna inte förstår vad det är de ska svara på. För att få bukt med problemet med att elever endast läser ur texten rätt av utan reflektion, behöver klassrumsundervisningen istället stimulera till samtal. Samtal elever emellan, men också samtal i storgrupp och mellan lärare och elev. När man får ta del av andra kamraters sätt att tänka och får diskutera rimligheten i olika svarsalternativ bidrar detta till att skapa en djupare förståelse hos eleverna.

De samtal som vi har fått ta del av under matematiklektioner grundar sig oftast i matematikbokens uppgifter och lösningsmodeller. Samtalen består av att en mindre del av eleverna är aktiva medan resten av klassen har gett upp innan de ens har börjat. Om man skapar en undervisning där man redan från början vänjer eleverna vid djupare samtal kring matematiken kan man komma ifrån problemet med att vissa elever ger upp och tappar lusten.

Lev Vygotskij är tydlig med att belysa språkets betydelse för lärandet. Språket gör att vi blir mer medvetna om hur vi tänker och kan börja påverka vårt sätt att agera. När språket används i samspel med andra berikas elevernas lärande och förståelsen utvecklas. Man bör vara medveten om att bara för att en elev har ett matematiskt språk behöver inte det betyda att eleven har förstått innebörden av den faktiska matematiken. Som lärare bör man därför relatera det matematiska språket till barnens språkliga nivå för att eleven ska kunna koppla matematiken till vardagslivet (se avsnitt 2.8.3).

Vygotskij menar att varje elev har en potentiell utvecklingszon; det som en elev kan klara av tillsammans med andra idag, kan hon/han klara av på egen hand imorgon. Vi menar att elever även i matematikämnet bör få möjlighet att arbeta tillsammans i mindre grupper. Vi har tyvärr inte sett att elever får arbeta i grupper under matematiklektionerna i någon större utsträckning. Tillfällena är få och uppgifterna som eleverna tillhandahålls är inte tillräckligt kvalitativa eller givande.

Vi anser att en väl utformad matematikbok kan vara en god grund till en fungerande matematikundervisning, men vi menar att man som lärare måste känna sig fri att stryka vissa delar av boken eller komplettera med annat material om så behövs. Vi har olika erfarenheter av arbetet med matematikboken; vissa lärare ser boken som en trygghet och vill inte släppa den överhuvudtaget; andra lärare har släppt boken helt och har valt att arbeta efter kursplanens mål. Vi har däremot sett att när man väljer att släppa matematikboken helt så blir planeringsarbetet mycket tidskrävande och stressande. Man måste ha en långsiktig planering och bra material till hands om man ska kunna släppa boken helt och koncentrera sig på kursplanens mål. Därför anser vi att det är

bättre att behålla en väl utformad matematikbok och komplettera med alternativa arbetssätt.

Alternativa arbetssätt

Som komplement till läroboken finns det en rad olika alternativ att beakta. Vår intervjuperson, liksom vi själva, tycker att eleverna måste få ta del av laborativa arbetssätt där de får möjlighet att använda alla sinnen. Alla elever är olika och har olika inlärningsätt och därför måste undervisningen vara varierad. Både läroplanen och kursplanen för matematik är tydliga med att eleverna ska få ta del av en varierande undervisning där de får ta del av olika arbetssätt. Kursplanen trycker också på att eleverna ska få ta del av meningsfulla situationer som inbjuder till kommunikation. Vi hävdar att det inte finns någon möjlighet att man som lärare kan genomföra en undervisning som ser likadan ut för 25 olika elever med 25 olika kunskapsnivåer och inlärningsätt. Därför måste lärare vara villiga att ta del av alternativa arbetssätt och metoder för att kunna utveckla och förbättra sin undervisning.

Läraren har en viktig uppgift i att finna material som stimulerar elevernas tänkande och som finns i elevernas vardag. Det är dock viktigt att klargöra att det inte är materialet i sig som gör ett problem konkret, utan det är läraren eller eleven som gör materialet konkret. John Dewey förespråkar en teori kring lärande som sätter handens arbete i fokus. Dewey menar att eleverna själva måste få vara med och experimentera och pröva sig fram för att kunna tillägna sig kunskap. Lev Vygotskij trycker också på betydelsen av att människan använder sig av hjälpmedel i sina försök att skapa förståelse. Materialet, eller hjälpmedlet, hjälper oss när vi tänker ordnar våra tankar så att det abstrakta blir konkret.

När man använder laborativa material får språket stor betydelse för kunskapsutvecklingen och elevens förståelse hamnar i fokus. Utan förståelse för matematiken kan elever lätt tro att matematik bara handlar om symboler och regler och inte har något med vardagslivet att göra. Våra egna erfarenheter från laborativa material är att elever alltid tycker det är mer intressant och lustfyllt att få arbeta praktiskt i ett försök att konkretisera. Vi har sett att elever får lättare att uppskatta rimlighet med hjälp av olika material som tydligt visar på möjliga lösningar.

Ett annat arbetssätt som stimulerar elevernas förståelse är problemlösning. Kursplanen belyser att problemlösning skall utgöra en central del av matematiken. Det vi har sett av problemlösning ute på skolorna är att det oftast kommer in som en *del* av matematiken istället för att fungera som ett övergripande arbetssätt. Problemlösning ska ses som ett hjälpmedel för att utveckla elevernas metoder och strategier. Det är i problemlösningen som eleverna ska få tillämpa all den matematiska kunskap de har fått med sig. Dewey menar att eleverna bör få möta praktiska problem som de senare kan stöta på ute i samhället. Även kursplanen markerar tydligt att eleverna måste få ta del av elevnära situationer som lätt går att relatera till vardagslivet. Vi påstår att problemlösning bör fungera som en övergripande del av den ordinarie undervisningen och vara ett ständigt återkommande moment. Vi har sett att elever i mindre grupper som tillsammans ska försöka lösa ett problem ofta har svårt att reflektera ihop för att kunna komma fram till en gemensam lösning. Detta tror vi grundar sig i att eleverna är ovana vid denna sortens arbetsform. Eleverna behöver bli vana vid att lösa problem i grupp för att problemlösning ska kunna fungera som övergripande arbetssätt. I och med detta avsnitt anser vi att vi har besvarat frågeställningen som berör hur matematikundervisningen kan se ut utan en traditionell matematikbok.

Datorns betydelse och roll i undervisningen blir allt större i dagens samhälle. Vi har dock valt att inte lägga tonvikt vid detta område eftersom vår intervjuperson inte ansåg att datorn hade någon större betydelse för hennes egen matematikundervisning.

Lusten att lära

Vi har under våra VFU-vistelser sett att vissa elever helt tycks sakna intresse för matematiken. Många lärare tycks också se själva intresset som en nödvändighet för att en elev ska kunna lära framgångsrikt. Forskning (se avsnitt 2.4.5) visar dock att elever inte måste vara intresserade av ett ämne för att kunna vara framgångsrika. Det gäller här som lärare att under varje lektion göra sitt bästa för att göra just denna lektion så intressant som möjligt för så många elever som möjligt. Genom att påvisa resultatet av lärandet för eleverna kan läraren göra matematiken mer intressant för

dessa elever. Vi menar att man som lärare bör ha i åtanke att alla elever inte behöver vara intresserade av matematiken från början. Det är inte rimligt att förvänta sig att 25 elever ska vara lika motiverade inför ett visst ämne. Därför kan det kännas betryggande att veta att ett intresse gradvis kan väckas genom att förståelse byggs upp.

Vi har tidigare nämnt (se avsnitt 2.4) ett antal faktorer som spelar in för att främja lusten och intresset att lära. Läroplanen markerar att läraren har ett särskilt ansvar att se till att lusten att lära växer hos varje enskild individ. Vi har i vår undersökning valt att lägga stort fokus vid förståelsens betydelse för inläringen eftersom vår intervjuperson upprepade gånger poängterar vikten av att förstå. Förståelsen ligger till grund för att elever ska få ett lustfyllt lärande. När elever känner att de lyckas lösa uppgifter får de både självförtroende och vidare motivation. Vi har själva upplevt att det är de elever som är duktiga på matematik som också tycker att det är roligast med matematik. Därför spelar det en avgörande roll att alla elever får känna att de lyckas med något och att de får utmaningar på rätt nivå. En utmaning ska inte kännas oöverstiglig men inte heller kännas för lätt.

En undervisning som är varierande och erbjuder material och arbetsätt som stimulerar förståelsen bidrar till att elever bibehåller sitt (eller skapar ett nytt) intresse. Eleverna måste få känna att de kan vara med och påverka hur undervisningen ska se ut för att den ska bli så varierad som möjligt. Här menar vi att det blir omöjligt att ha elevinflytande samtidigt som man endast arbetar med en matematikbok. Ett lustfyllt och aktivt lärande måste ligga till grund för planeringen av undervisningen. Vi anser att vi härmed har besvarat frågeställningen som berör faktorer som spelar in för att främja lusten att lära.

Lärarens roll

Vår intervju ledde oss in på tankar kring lärarens betydelse för matematikundervisningen. Lärarens engagemang och kunskap spelar en avgörande roll för att främja elevernas lust att lära. Läraren väljer matematikbok, arbetsätt, material och gruppindelningar. Därför bör det också ställas stora krav på att läraren är välutbildad och att kompetensen är hög. I läroplan och kursplan ges inga instruktioner kring hur man ska kunna nå de mål som anges vilket innebär att läraren har ett stort arbete i att tolka styrdokumentet och därför också har en stor frihet i sitt arbete. En lärare som är säker på sin roll och sin kompetens gör att eleverna känner sig trygga och att de kan utvecklas maximalt.

Vi menar att det bör ställas högre krav på lärare, både på grundutbildningen och på vidareutbildningen. Lärare måste ta del av den senaste forskningen för att kunna förnya och utveckla sin undervisning. Lärare måste kunna vara specialister inom vissa områden. En matematiklärare, för att ge ett exempel, måste vara specialist på matematikinläring och kunna erbjuda en mängd olika metoder och arbetsätt.

I dagens skola försöker man komma ifrån den traditionella katederundervisningen, där läraren mer har rollen av en handledare för eleverna. Jean Piaget menar att barnet aktivt konstruerar sin egen kunskap. I en sådan skola blir det ohållbart att bara betrakta elever som endast mottagare av information. Eleverna måste få möjlighet att utforska sin omgivning själva. Det är dock en fin balansgång mellan att ge eleverna tillräckligt med utrymme och att ge dem för mycket eget ansvar.

Elever i behov av särskilt stöd

Vi har valt att belysa elever i behov av särskilt stöd i vår undersökning eftersom vi anser att det ofta är de som drabbas värst av en icke fungerande matematikundervisning. Vår intervjuperson arbetar dagligen med elever i behov av särskilt stöd vilket är ännu en anledning till att vi har valt att uppmärksamma dessa elever. Ett av skolans största uppdrag är att möta *alla* elever. Läroplanen belyser att läraren har ett ansvar att stimulera och erbjuda särskild hjälp för elever i behov av särskilt stöd. Det är viktigt att se de förutsättningar och möjligheter som finns att tillgå istället för att se hinder med elevernas olikheter.

Vi är mycket kritiska till delar av den specialundervisning som vi har fått ta del av ute på skolorna. Specialundervisningen är ofta utformad på så sätt att eleverna erbjuds fler uppgifter av samma slag istället för att erbjudas olika lösningsmodeller. Denna typ av undervisning kan sägas ge

uttryck för en behavioristisk syn på lärande, där lärande gärna får organiseras i systematiskt uppbyggda drillövningar. Vi menar att eftersom förståelsen står i fokus så är det ingen mening att presentera fler övningar av samma slag utan man bör istället ge elever alternativa arbetssätt för att möta elevernas behov av variation.

Arbetet med elever i behov av särskilt stöd resulterar ofta i nivågrupperingar (se avsnitt 2.9). Vår erfarenhet är att det som är bra för elever i behov av särskilt stöd gynnar alla elever. Alla elever kräver en varierad undervisning där det ingår olika material, arbetssätt, och berikande samtal kring matematik.

Vi har tidigare beskrivit svårigheterna med att uppnå en individualiserad matematikundervisning (se avsnitt 2.10). Att uppnå en helt lyckad individualisering är i stort sett omöjligt. Vi kan konstatera att för att skapa en god individualisering krävs det resurser. När det går 25-30 elever per pedagog är det svårt att skapa en fungerande individualisering. Vi hävdar att det krävs en individualisering för att alla elever ska få arbeta på den nivå där de befinner sig kunskapsmässigt. Varje pedagog har sedan möjlighet att själv utforma och bestämma hur denna individualisering ska se ut.

Vår vision av en undervisning som tar hänsyn till alla elevers olikheter är en varierad undervisning med problemlösning som ett övergripande arbetssätt, där elever i samspel och samtal med andra utvecklar sin förståelse. En sådan undervisning menar vi medför en automatisk individualisering där elever utmanas på sin egen nivå.

3.3 Vidare forskning

Vår undersökning har varit beroende av vår intervjupersons svar och åsikter. Det finns självklart mer forskning kring matematikundervisning som hade varit intressant att ta del av. För att få en ännu större inblick i matematikundervisningen hade vi gärna sett ett perspektiv som undersöker vad fler lärare ute på skolorna anser om att arbeta med en matematikbok.

Vi har inte diskuterat datorns roll i undervisningen. Datorn är fortfarande en relativt ny företeelse i klassrummen och därför finns det inte särskilt mycket forskning kring detta område. Vi hade gärna sett att vidare forskning hade behandlat detta ämne och undersökt datorns pedagogiska funktion i matematikundervisningen. Säkerligen finns det bra pedagogiska datorprogram som stimulerar förståelsen och hjälper elever i behov av särskilt stöd. Elever med bristfällig motorik hade troligen kunnat gynnas av att använda datorer som ett stående inslag i undervisningen.

Vi har diskuterat problemlösningens roll i matematikundervisningen, men vi har inte gått in mer på djupet och beskrivit hur en sådan undervisning kan se ut i praktiken. Det hade varit intressant att ta del av vilka slags problemlösningssuppgifter som inbjuder eleverna till reflektion och samtal. Det finns mycket tidigare forskning att ta del av i detta ämne men vi hade gärna sett vidare forskning som hade behandlat hur en hel matematikundervisning kan baseras på problemlösning. Vi tror att ett sådant arbetssätt kan skapa initiativtagande och aktiva elever som tar ansvar för sitt eget lärande.

Matematikbokens roll i undervisningen har fått stort utrymme i vår undersökning. Vi hade dock gärna sett en granskning av de läroböcker som finns att tillgå idag. Vilka böcker fokuserar på elevernas förståelse? Samtidigt ska läroböckerna vara utformade efter kursplanens mål och täcka in många av matematikens områden. Finns det några svenska matematikböcker som ens kommer i närheten av Singapores böcker? Vår undersökning har visat att matematikböcker är ett bra hjälpmedel i undervisningen, men allt beror på hur läraren använder boken i sin egen undervisning. Ett önskemål från vår sida hade varit att se en utveckling av matematikböckerna för att möjligen kunna stärka svenska elevers matematikresultat i framtiden.

Referenslista

Bakgrundslitteratur:

Ahlberg, Ann. (2001). *Lärande och delaktighet*. Lund: Studentlitteratur

Andersson, Inga. (1999). *Samverkan för barn som behöver*. Stockholm: Stockholms Universitets Förlag

Bishop, Alan J, Clements, M.A. Ken, Keitel, Christine, Kilpatrick, Jeremy, Laborde, Colette (red). (1997). *International Handbook of Mathematics Education*. Szendrei, J. (1996). Kap 11. *Concrete Materials in the Classroom*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Boesen, Jesper, Emanuelsson, Göran, Wallby, Anders, Wallby, Karin (red). (2006). *Lära och undervisa matematik – internationella perspektiv*. Frank K. Lester & Diana V. Lambdin. *Undervisa genom problemlösning*. Firsov, Victor. *Måste man vara intresserad av matematik?* Nationellt Centrum för Matematikutbildning. Göteborg: NCM.

Clarke, David, Keitel, Christine, Shimizu, Yoshinori (red). (2006). *Mathematics Classrooms in Twelve Countries – The Insider's Perspective*. Berinderjeet, Kaur, Hooi Kiam, Low, Lay Hoon, Seah. *Mathematics Teaching in Two Singapore Classrooms: The Role of the Textbook and Homework*. Rotterdam: Sense Publishers

Esaiasson, Peter, Gilljam, Mikael, Oscarsson, Henrik, Wägnerud, Lena (2007). *Metodpraktikan: Konsten att studera samhälle, individ och marknad*. Stockholm: Norstedts Juridik AB.

Ljungblad, Ann-Louise. (2003). *Att möta barns olikheter: åtgärdsprogram och matematik*. Stockholm: Argument Förlag

Malmer, Gudrun. (2004). *Bra matematik för alla. Nödvändig för elever med inlärningssvårigheter*. Lund: Studentlitteratur

Kilborn, Wiggo & Löwing, Madeleine. (2001). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Lund: Studentlitteratur

Piaget, Jean (2008). *Barnets själsliga utveckling*. Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag

Saugstad, Per. (2001) *Psykologins historia: en introduktion till dagens psykologi*. Stockholm: Natur och kultur.

Selander, Staffan (red). (2004). *Kobran, nallen och majjen. Tradition och förnyelse i svensk skola och skolforskning*. (Säljö, Roger. *Föreställningar om lärande och tidsandan*).
<http://www.skolverket.se/publikationer?id=1820>. 2010-12-10

Strandberg, Leif. (2006). *Vygotskij i praktiken – Bland plughästar och fusklappar*. Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.

Dewey, John (2005). *Individ, skola och samhälle*. Stockholm: Natur & Kultur

Avhandlingar och rapporter:

Areskoug, Mats & Grevholm, Barbro. (1987). *Matematikgranskning (No.1987:3)*. Stockholm: Statens Institut för Läromedel.

Bremner, Niklas. (2003). *Matteboken som redskap och aktör – En studie av hur derivata introducerats i svenska läroböcker 1967-2002*. Stockholm: Lärarhögskolan

Fennema, Elizabeth & Romberg, Thomas A (red). (1999). *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*. Romberg, Thomas A & Kaput, James J. *Mathematics Worth Teaching, Mathematics Worth Understanding*. Carpenter, Thomas P, & Lehrer, Richard. *Teaching and Learning Mathematics With Understanding*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers

Foxman, Derek. (1999). *Mathematics Textbooks Across the World – Some Evidence From the Third International Mathematics and Science Study*. National foundation for Education Research

Ginsburg, Alan, Leinwand, Steven, Anstrom, Terry, Pollock, Elizabeth. American Institutes for Research. (2005). *What the United States Can Learn From Singapore's World-Class Mathematics System (and what Singapore can learn from the United States): An Exploratory Study*. U.S. Department of Education http://www.air.org/files/Singapore_Report_Bookmark_Version1.pdf 2010-12-20

Gravemeijer, Koeno, Lehrer, Richard, van Oers, Bert, Verschaffel, Lieven (red). (2002). *Symbolizing, Modeling and Tool Use in Mathematics Education*. van Oers, Bert. *The Mathematization of Young Children's Language*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers

Johansson, Monica. (2006). *Teaching Mathematics with Textbooks - A Classroom and Curriculum Perspective*. Luleå University of Technology Department of Mathematics

Johansson, Monica. (2005). *The Mathematics Textbook: From Artefact to Instrument*. *Nordic Studies in Mathematics Education*. Luleå University of Technology Department of Mathematics

Löwing, Madeleine. (2004). *Matematikundervisningens konkreta gestaltning: en studie av kommunikationen lärare - elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborgs Universitet

NCM. Nationellt centrum för matematikutbildning. (2001). *Hög tid för matematik*. NCM – rapport 2001:1. Göteborg: NCM.

Pepin, Birgit, Haggarty, Linda, Keynes, Milton. (2001). *Mathematics Textbooks and their Use in English, French and German Classrooms: a Way to Understand Teaching and Learning Cultures*. *British Educational Research Journal* 28:4 Augusti 2002

Riesbeck, Eva. (2008). *På tal om matematik - Matematiken, vardagen och den matematikdidaktiska diskursen*. Linköpings Universitet: Institutionen för beteendevetenskap och lärande.

Rystedt, Elisabeth & Trygg, Lena. (2010). *Laborativ matematikundervisning – vad vet vi?* Nationellt centrum för matematikutbidning. NCM. Göteborgs Universitet

Schoenfeld, Alan (red). (1994). *Mathematical Thinking and Problem Solving*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers

Skolverket. (2003). *Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002. Lusten att lära - med fokus på matematik (No. 221)*. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1148> Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Skolverket. (2008). *TIMSS 2007 - Svenska grundskoleelevers kunskaper i matematik och naturvetenskap i ett internationellt perspektiv*. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2127> Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Skolverket. (2009). *TIMSS Advanced 2008 – Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv*. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2291>. Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Skolverket. (2010). *Rustad att möta framtiden? PISA 2009 om 15-åringars läsförståelse och kunskaper i matematik och naturvetenskap*. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=2473> Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Styrdokument

Skolverket. (1998). *Lpo 94. Läroplan för det obligatoriska skolväsendet, förskoleklassen och fritidshemmet*. <http://www.skolverket.se/publikationer?id=1069>. Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Skolverket. (2000). *Kursplan för matematik*. <http://www.skolverket.se/sb/d/2386/a/16138/func/kursplan/id/3873/titleId/MA1010%20-%20Matematik>. Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Övrigt

Skolverket. (2008). Nyhetsbrev nummer 9. *TIMSS 2007- Upptäckter kring svenska elevers misstag i matematik*. <http://www.skolverket.se/sb/d/2544/a/14286> Stockholm: Statens skolverk. 2010-12-10

Bilaga 1 - Stödfrågor vid intervju

Bakgrund

- Hur länge har du varit verksam som lärare?
- Vad har du för utbildning? I vilka åldrar har du behörighet?
- Vad har du läst inom ämnet matematik? Vilka kurser?
- Känner du dig begränsad, känner du att du behöver mer ämneskunskaper?
- Är det någon särskild forskning som du hämtar inspiration ifrån vid din planering undervisningen?
- Har du någon åsikt om hur elever tillägnar sig kunskap bäst?

Matematikundervisningen

- Vad har du för syn på matematikämnet? Vad ska ingå i en matematikundervisning? Vilka arbetssätt/metoder?
- Hur ser matematikundervisningen ut i din klass?
- Arbetar ni på olika sätt med olika moment inom matematikundervisningen?
- Hur uppfattar du läroböcker?
- Hur använder/har ni använt matematikböcker i undervisningen?
- Vad skulle du vilja ändra på?
- Hur skulle du vilja arbeta? Drömscenario?
- Arbetar ni praktiskt med matematik? Undersökande, experimenterande arbetssätt?
- Hur skulle du vilja arbeta praktiskt? Utveckla.
- Om en elev har svårt för att förstå ett visst område inom matematiken, hur arbetar ni med den eleven? Vilka uppgifter får hon/han?
- Hur arbetar ni med kursplanens mål i matematik?
- Anser ni att matematikboken hjälper eleven att nå målen i matematik?

Matematikbokens roll

- Hur valde ni matematikbok? Jämförde ni olika läromedel?
- Känner du dig begränsad av matematikboken? Känner du att matematikboken styr undervisningen?
- Vilka för- och nackdelar ser du med att använda matematikboken?
- Uppgifter utanför matematikboken: Var finner du inspiration och material och vad för slags uppgifter ger du eleverna?
- Hur dokumenterar och utvärderar ni eleverna? Vad skulle man kunna göra?
- Vilka arbetssätt anser du är mest givande för eleverna, hur lär de sig bäst? Genom undersökande arbetssätt, samspel med andra/grupparbeten, större genomgångar i storgrupp, problembaserat lärande/problemlösning, fler övningar av samma slag.

Elever i behov av särskilt stöd

- Anser ni att ni lyckas fånga alla elever i matematikundervisningen? I så fall hur?
- Upplever ni att matematikboken lyckas fånga alla? Upplever ni det som problematiskt att få med alla elever på tåget när man endast använder en matematikbok?
- När anser du att en elev behöver specialundervisning?
- Hur ser specialundervisningen ut på er skola?
- Hur arbetar ni med elever i behov av särskilt stöd under matematikundervisningen?

