

MATEMATISKA
OCH
FYSIKALISKA PROBLEMER,

utdelade af

Ecklesiastik-Departementet

under åren 1864—79 för de skriftliga mogenhets-
examina vid de svenska läroverken,

försedda med svar och anvisningar

af

D:r F. W. HULTMAN,

Lektor vid Stockholms Högre Elementarläroverk.

Efter författarens död utgifna af

J. E. CEDERBLOM,

Professor vid Tekniska Högskolan.

STOCKHOLM.
ALBERT BONNIERS FÖRLAG.



MATEMATISKA

FYSIKALISKA PROBLEMER

Föreläsningar

af

Dr. F. W. JOHANSSON

Stockholm

STOCKHOLM.

ALB. BONNIERS BOKTRYCKERI 1880.



Förord till första upplagan.

Härmed gifves åt de af ecklesiastikdepartementet för de skriftliga mogenhetsexamina utdelade matematiska och fysikaliska problemen en större offentlighet. Dessa problem ha ett särskildt intresse derföre, att de dels utgöra en måttstock på den insigt i matematik och fysik, som lärjungarne vid de svenska elementarläroverken ega, då de der afsluta sina studier, och dels äro en fingervisning, huru dessa ämnen böra studeras.

De hittills utdelade geometriska problemerna utmärka sig i allmänhet framför de analytiska och fysikaliska derigenom, att de lemna tillfälle till en rikhaltig diskussion. De båda senare slagen af uppgifter äro ej direkt lämpliga för diskussion, alldenstund de merendels utgöras af nummerexempel. Dock är det ingenting som hindrar att efter lösningen af nummerekvationen generalisera uppgiften genom att begagna algebraiska bokstafsuttryck i stället för nummertal. Främsta rummet bland de lemnade analytiska problemerna intaga utan tvifvel de, hvilka leda till eqvationer af andra graden. Dessa temligen talrika problem äro i hög grad fängslande, enär vid deras lösning man utom det riktiga svaret vanligen erhåller ett negativt, hvars betydelse man har att tolka.

Att bland de analytiska uppgifterna penningeproblemerna utgöra ett fåtal, anse vi riktigt, och att bland dessa inga problem i diskonsträkning,

inga i s. k. betalningsterminers reduktion förekomma, gilla vi, emedan en elev ej gerna af sig sjelf kan påfinna det konventionella sättet för dessas uträknande, om han skulle ha glömt detsamma.

Att nästan inga rent geometriska problem i tre dimensioner förekomma, att så få algebraiska bokstafseqvationer äro upptagne, att de så intressanta problemerna i planimetri, stereometri och trigonometri ingå endast till ett obetydligt antal, har utan tvifvel sin grund deri, att ungdomen vid våra läroverk ej ansetts hafva hunnit till den mognad, att den är vuxen behandlingen af dylika eqvationer och problem.

Den fysikaliska problemsamlingen synes oss vara en synnerligen god, ehuru liten, kurs i fysiken. För att bestå af endast 50 problem är den ganska omvexlande. En yngling, som genomräknat och förstått dessa, har derigenom visat sig ega en icke föraktlig insigt i fysikens elementer.

Utgifvaren har för lättare öfversigts skull ordnat problemerna efter deras sammanhang och för hvarje problem uppgifvit tiden, då det utdelats. Dessutom har utg. lemnat svar på de analytiska och fysikaliska problemerna och diskuterat desamma, så snart de ledt till eqvationer af andra graden, men af pedagogiska skäl äro problemernas uppställningar i eqvationer ej angifna. Enahanda orsak har gjort, att utg. vid de geometriska problemerna inskränkt sig till att endast lemna en ledning vid de svårlöstare.

Stockholm i September 1867.

F. W. HULTMAN.

Förord till andra upplagan.

Den första ordnade samling af de matematiska problemerna, som från Ecklesiastikdepartementet utlemnats för mogenhetsexamen vid elementarläroverken, var, så vidt jag känner, den af nu aflidne lektor F. W. Hultman utgifne. Denna första samling, hvilken sedan flera år varit utgången ur bokhandeln, utkom 1867, och innehöll de problemerna, som utlemnats intill samma tid.

Under flera år umgicks sedan lektor Hultman med planen att utgifva en ny genomsedd upplaga af nämnda första samling samt på samma gång tillöka den med alla de problemerna af samma slag, som under de påföljande åren efter 1867 blifvit utlemnade af Ecklesiastikdepartementet. Hans mångfaldiga, trägna och öfverhopade arbeten på andra områden hindrade honom dock att fullborda detta tillämnade företag — men vid hans frånfälle funnos bland hans efterlemnade papper rikhaltiga materialier till arbetet, hvars utgifvande undertecknad åtog sig och som härmed öfverlemnas i allmänhetens händer.

Då jag sjelf haft blott ringa tid att egna åt redigerandet deraf, har jag anmodat privatläraren C. B. S. Cavallin och Ingeniör J. R. Åkerlund (hvilka redan förut för dylikt ändamål varit af lektor Hultman anlitade) att vara mig behjpliga med detta

arbete, hvaraf största delen utförts af Herr Åkerlund, hvilken såväl genom sina kunskaper som sin erfarenhet som lärare varit dertill fullt kompetent. De rättelser, som oaktadt all möda med korrekturen, efteråt ändock visat sig vara nödvändiga, finnas införda i slutet af boken, och torde benäget observeras före dess begagnande.

Stockholm i Febr. 1880.

J. E. CEDERBLOM.

Innehåll:

Förord till första upplagan	III.
Förord till andra upplagan	V.

Satser.

Första afdelningen. Analytiska satser.

A. Olikheter, tals delbarhet och obestämd analys	3
B. Algebraiska eqvationer och expressioner	4
C. Problemer, hvilka leda till eqvationer af första graden	9
D. Problemer, hvilka leda till eqvationer af andra eller högre grader	22
E. Maximi- och minimiproblemer	30
F. Logaritmer	30
G. Aritmetiska serier	31
H. Geometriska serier	34
I. Planimetri	42
K. Stereometri	50
L. Trigonometri	54
M. Analytisk geometri	58
a. Om räta linien	58
b. Om cirkeln	59
c. Om parabeln	60
d. Om ellipsen	60
e. Ortproblemer	61
N. Omöjliga och obestämda uppgifter	62

Andra afdelningen. Geometriska satser.

A. Om vinklar, räta linier och punkter	63
B. Om trianglar	66
C. Om parallelogrammer och andra fyrhörningar	79
D. Om cirklar	86
E. Om reguliera månghörningar samt om in- och omskrifningar i och omkring cirklar	98
F. Geometrien i tre dimensioner	104

Tredje afdelningen. Mekaniska och fysikaliska satser.

A. Geostatik	106
B. Geodynamik	111
C. Hydrostatik och egentlig vikt	118
D. Vätskors utströmning	120
E. Aerostatik	121
F. Akustik	125
G. Optik	126