LÄROKURS

I

ALGEBRA

AF

J. MÖLLER.

SENARE DELEN.

Innehåll: Kvadratrötter. Räkning med approximativa värden. Räkning med kvadratrötter. Ekvationer af andra graden med en obekant jämte problem. Relationer mellan rötter och koefficienter med tillämpningar. Ekvationer af högre grad. Ekvationer af andra graden med flera obekanta jämte problem. Maxima och minima. Rötter i allmänhet och potenser. Logaritmer. Serier. Sammansatt ränta. Tillägg. Blandade exempel.

LUND 1892.
COLLIN & ZICKERMAN
(FIRMA: PH. LINDSTEDTS UNIVERSITETS-BOKHANDEL).

Då härmed senare delen af min „Lärokurs i algebra“ utsändes, vill jag nämna, att äfven i denna del min sträfvan varit att samla tillräckligt *många* exempel, särskildt enklare; därvid äro dock icke svårare uteslutna. Exemplens metodiska anordning har jag äfvenledes efter förmåga försökt genomföra.

Min afsikt har vidare varit att i boken införa så mycket, som jag anser vara nödvändigt och lämpligt för en skolkurs. Dit räknar jag *icke* bevis för en mängd satser, hvilka lärjungen känner väl till redan från aritmetiken, såsom t. ex. den satsen, att i en produkt faktorernas ordning är likgiltig, o. d. Dessa bevis skulle naturligtvis vara i „vetenskaplighetens“ intresse; men månne en lärjunge i 4:de klass senterar en „vetenskaplighet“, som endast tjänar till att bevisa för honom en sak, om hvars riktighet han förut blifvit fullt öfvertygad? Jag fruktar, att det tvärtom tråkar ut honom och hos de fleste tillintetgör det intresse, som möjligen kan finnas för ämnet. Och vill man vara konsekvent, skulle ju detta vara „bevisadt“ för lärjungarna ännu tidigare, ja delvis innan de mottagas till inträde i elementarläroverket. Däremot anser jag, att det, som är specifikt för algebran och alltså nytt för lärjungen, bör genomgås så, att han lika väl inser riktigheten af detta nya som af det förut kända.

Till kategorien af *absolut* olämpliga ting i en skolbok hänför jag speciellt de i vissa arbeten förekommande s. k. bevis för *irrationella* tal. Låtom oss något skärskåda ett dylikt bevis. Det föres, mindre afvikelser frånräknade, i allmänhet så här. När två irrationella tal p och q ligga emellan samma rationella gränser $\frac{\text{[illegible]}}{\text{[illegible]}}$ och $\frac{\text{[illegible]} + 1}{\text{[illegible]}}$, huru liten dessas skillnad $\frac{1}{n}$ göres, så är $p = q$. Ty, heter det, funnes en skillnad $p - q$, så gör $\frac{1}{n} < p - q$; detta är, heter det vidare, orimligt, då ju skillnaden emellan den största och den minsta af de 4 storheterna $\frac{m}{n}$, p, q och $\frac{m+1}{n}$ måste vara större än skillnaden emellan de bägge öfriga. — Men då kan man ju lika bra bevisa, att $p = \frac{m}{n}$; ty, funnes det en skillnad $p - \frac{m}{n}$, så gör $\frac{1}{n} < p - \frac{m}{n}$, hvilket är lika orimligt som nyss $\frac{1}{n} <$ $< p - q$; är nu åter $p - \frac{m}{n}$, så hvarför icke räkna med $\frac{m}{n}$ i st. f. med p? Detta senare bevis, invänder nu någon, är tydligen oriktigt, ty p är ju icke $= \frac{m}{n}$; må så vara, svarar jag, men då bevisar det åtminstone, att det förra beviset, att p skulle vara $= q$, ingenting bevisar. — Vid de irrationella talens förekomst tror jag därför det vara lämpligast att endast påpeka, att ett dylikt kan ersättas med huru stor noggrannhet, man önskar, af ett rationellt, och därmed låta sig nöja, ty det kunde annars hända, att vi komme in på en smula infinitesimalfunderingar med våra 6-klassister.

Slutligen vill jag tillägga, att det på ett par ställen torde vara lämpligt att afvika från bokens ordningsföljd. Behandlingen af *indeterminerade* ekvationssystem (slutet af förra delen) torde lämpligen uppskjutas till längre fram. — Om huru mycket som behöfver genomgås af kapitlet om „räkning med approximativa värden“, äro nog meningarna delade. För den lärjunge, som en gång kommer att räkna med logaritmer, är det mesta af detta kap. icke af någon synnerligt stor praktisk betydelse. Emellertid har jag i alla fall ansett det vara lämpligt, att det finns en framställning af de afkortade räknemetoderna.

Lund i april 1892.

FÖRFATTAREN.

I. Kvadratrötter.

Med kvadratroten ur en storhet a menas den storhet, hvars kvadrat är a.

Kvadratroten ur a tecknas $\sqrt{a}$; ofvanstående definition kan således uttryckas genom likheten:

$$(\sqrt{a})^2 = a.$$

1) Hvad är kvadratroten ur a) 1, b) 4, c) 9, d) 49, e) 100, f) 121, g) $\frac{16}{25}$, h) $\frac{64}{81}$, i) $\frac{16}{9}$, j) $1\frac{7}{9}$, k) $2\frac{1}{4}$, l) $3\frac{13}{36}$, m) $1\frac{9}{16}$, n) $0{,}36$, o) $0{,}04$, p) $0{,}01$, q) $0{,}0064$, r) $0{,}000009$?

Kvadratroten ur t. ex. 36 är icke blott 6, utan äfven -6, ty $(-6)^2 = 36$; *en positiv storhet har två kvadratrötter; en positiv och en negativ, som ha samma numeriska värde.* Vi skola i det följande med beteckningen $\sqrt{a}$, när a är positivt, förstå den *positiva* kvadratroten ur a. Vill man teckna båda kvadratrötterna, kan man skrifva $\pm\sqrt{a}$; också brukas beteckningen $\sqrt{a}$.

Kvadratrotutdragning ur siffertal. Vi vilja beräkna t. ex. $\sqrt{529}$. Den måste vara tvåsiffrig, eftersom $(10)^2 = 100$ och $(100)^2 = 10000$ och 529 ligger emellan 100 och 10000; vidare är det lätt att se, att den första siffran är 2, ty $(20)^2 < 529$ och $(30)^2 > 529$. Man kan då sätta $\sqrt{529} = 20 + x$, där $x < 10$. Enligt def. är då $(20 + x)^2 = 529$, eller $40x + x^2 = 529 - (20)^2 = 129$, alltså $x(40 + x) = 129$, som kan