BRÅKLÄRANS METODIK.

Skolämnet räkning har en avgjort dubbel karaktär, det utgör nämligen på en gång läro- och »övningsämne». Det ligger förvisso frestande nära många gånger att behandla räkningen som nästan enbart »övningsämne», d. v. s. låta eleverna huvudsakligast syssla med mekanisk räkning som tillämpning på några helt hastigt givna regler. Men man kan helt visst icke känna sig tillfreds med en sådan metod för ett ämne, som bör vara ett av skolans mest förståndsövande. Synes också resultatet efter provräkningar och andra prov att döma vara aldrig så bra, så länge uppgifter ges inom det »drillade» området, kommer svagheten i metoden fram, då även nog så enkla uppgifter från andra områden komma i fråga. Hur viktigt det är, att det matematiska vetandet förståndsmässigt tillägnas, ser man tydligt på en elev, som av någon anledning varit borta från skolan en tid. Det är icke nog med att han icke kan det, som genomgåtts under hans frånvaro, han kan icke heller följa med det nya, som behandlas. Det är nämligen så, att inom matematiken mer än inom något annat ämne den ena avdelningen intimt sammanhänger med den föregående. Eleven faller lätt för frestelsen att räkna mekaniskt och gissa sig fram, och så småningom får han den uppfattningen, att matematiken är för svår för honom. Av det sagda framgår tydligt, att inga luckor i fråga om begripandet av ämnet böra få förekomma. Det är därför av den största vikt, att *undervisningen göres så åskådlig*, att ingen kan undgå att förstå det genomgångna. Alltså bör man knyta exemplen till *verkliga föremål och icke* för tidigt räkna med *abstrakta tal*. Icke minst inom bråkläran torde det vara av vikt att iakttaga detta.

Ordningsföljden mellan allmänna bråk och decimalbråk.

Den framstående räknemetodikern K. P. Nordlund, som kanske mer än någon annan i vårt land kämpat för åskådlighet i räkneundervisningen, har på ett ställe[1] gjort följande uttalande: »Vid all undervisning gäller den lagen, att man skall börja med det konkreta, enkla och påtagliga och sedan så småningom övergå till det abstrakta, mer invecklade och svårfattliga. Det är mot denna av alla verkliga pedagoger erkända lag man felar, då man låter läran om decimalbråken omedelbart följa efter läran om de hela talen.» Det synes mig, som om denna kritik av en förr mer än nu vanlig lärogång är fullt riktig. Men därav följer icke, som Nordlund själv tycks ha menat, att hela den allmänna bråkläran skall föregå behandlingen av decimalbråken. I stället talar åtskilligt för lämpligheten av att visserligen först genomgå en ej alltför snäv inledande kurs i allmänna bråk, såsom också den för folkskolorna gällande undervisningsplanen förutsätter, och sedan ta decimalbråkläran. Klart är, att man till att börja med i den inledande kursen sysslar med de enklaste delarna, såsom hälfter, tredjedelar o. s. v. Då man genomgår exempel på tiondelar, märka eleverna snart, att de i vissa avseenden äro lättare att räkna med än »enklare» delar. Så är exempelvis, om man väljer ark och arkdelar som åskådningsmateriel, 1 helt och 2 tiondelsark = 12 tiondelsark, 3 hela och 7 tiondelsark = 37 tiondelsark etc.,

[1] *K. P. Nordlund:* Lärogång vid den grundläggande undervisningen i räkning, 1897, sid. IX.

och omvänt är 23 tiondelsark = 2 hela och 3 tiondelsark o. s. v. På samma sätt förhålla sig hundradelsarken till tiondelsarken och tusendelsarken till hundradelsarken. Tack vare vårt talsystems uppbyggande med hjälp av 10 siffror blir decimalbråkräkningen enklare i detta och även i andra stycken. Sålunda behöva decimalbråken icke göras liknämniga vid addition och subtraktion, vilket framgår av följande exempel:

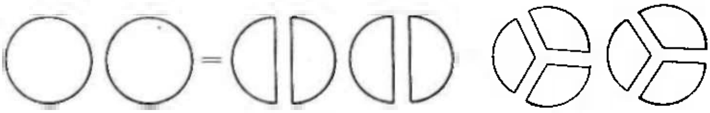
$$\begin{array}{r} 3{,}85 \\ 2{,}3 \\ 1{,}236 \\ \hline 7{,}386 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 3{,}85 \\ -\ 2{,}3 \\ \hline 1{,}55 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 7{,}5^{\cdot 10} \\ -\ 4{,}23 \\ \hline 3{,}27 \end{array}$$

I enlighet med den i citatet omnämnda pedagogiska regeln kunna därför vissa delar av decimalbråkräkningen brytas ut och tas före de allmänna bråken. Det kan dessutom innebära en fördel, att småttingarna få bråkläran i repriser. Efter genomgången av decimalbråken i enlighet med ovanstående blir det i femte klassen tillfälle till ytterligare inövning av sorter och positionssystemet (betydelsen av siffrornas placering i talet), och i sjätte klassen kan därefter den fullständiga kursen i allmänna bråk komma. Att även i detta sammanhang decimalbråksexempel böra tas och övas, torde icke behöva framhållas.

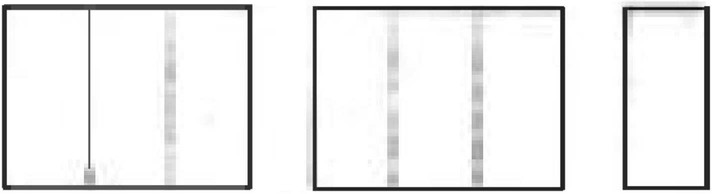
Inledande kurs i bråk.

I sin dagliga erfarenhet och särskilt under räknetimmarna vid division i hela tal ha naturligtvis barnen gjort bekantskap med enklare delar såsom hälfter, tredjedelar, fjärdedelar. Själva grundbegreppet finns således, och uppgiften blir att dels inöva detsamma, dels så småningom knyta det till det sedvanliga skrivsättet med täljare, bråkstreck och nämnare. Såsom förut framhållits, böra åtminstone i början alla exempel avse föremål och helst sådana, som lätt kunna avritas på tavlan och i böckerna.

Ex. 2 äpplen = 4 halva äpplen = 6 tredjedelsäpplen, o. s. v. Så snart man ger exempel med äpplen, känna sig eleverna på riktigt fast mark. Sådana knyta sig till erfarenheten utanför skolan, och barnen komma sig ej för med att gissa. Dessutom kunna äpplen lätt avritas som cirklar.



2 hela och 1 tredjedelsark = 7 tredjedelsark.



8 fjärdedelsark = 2 helark.

7 halva äpplen = 3 hela och 1 halvt äpple.

Man får icke glömma bort, att i dessa exempel det hela måste vara uppritat, innan man kan åskådliggöra delarna. Skola således 7 femtedelsark ritas upp, börjar man med 1 helark, varefter detta delas i 5 lika delar. Sedan kunna 7 sådana ritas efter varandra.

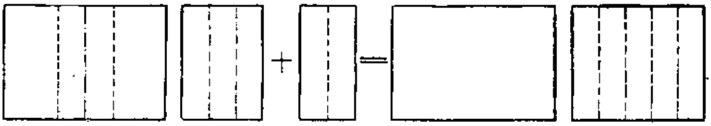
Enkla exempel på alla räknesätt böra här genomgås. Även de kunna lämpligen åskådliggöras.

Addition.

Ex. 1 åttondelsark + 3 åttondelsark = 4 åttondelsark = 1 halvark.

1 helt och 1 halvt ark + 2 hela och 1 fjärdedelsark = = 3 hela och 3 fjärdedelsark.

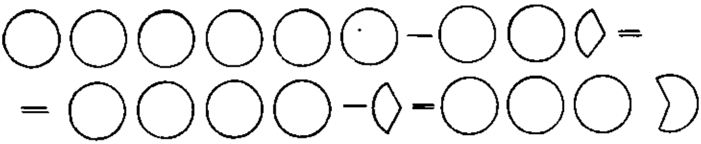
1 helt och 1 halvark + 1 tredjedelsark = 1 helt och 5 sjättedelsark.



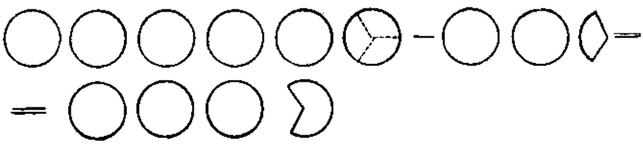
Subtraktion.

Ex. 6 äpplen — 2 hela och 1 tredjedelsäpple =

a) 4 hela — 1 tredjedelsäpple = 3 hela och 2 tredjedels äpplen =



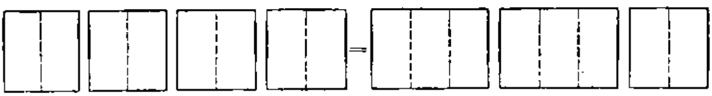
b) 5 hela och 3 tredjedelsäpplen – 2 hela och 1 tredjedelsäpple = 3 hela och 2 tredjedelsäpplen.



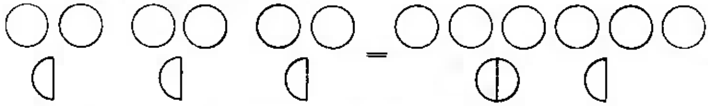
Det synes mig vara av vikt, att man här i den inledande kursen lika mycket övar den ena metoden som den andra. Den för barnen naturligaste torde vara a).

Multiplikation.

Ex. 4 · 2 tredjedelsark = 8 tredjedelsark = 2 hela och 2 tredjedelsark.



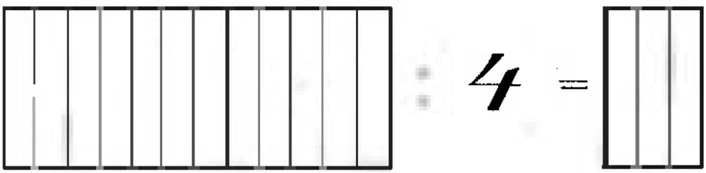
3 · 2 och 1 halvt äpple = 6 hela och 3 halva äpplen = = 7 och 1 halvt äpple.



Avgjort mindre naturligt är det att taga 3 ggr 5 halva äpplen = 15 halva äpplen = 7 och 1 halvt äpple.

Division.

Ex. 12 sjundedelsark : 4 = 3 sjundedelsark.



Om kursen i decimalbråk tas före de allmänna bråken, är det icke nödigt och kanske icke lämpligt att på detta stadium införa skrivsättet för allmänna bråk, då detsamma icke på länge kommer att behövas.

Decimalbråk.

Sedan bråkbegreppet genom tillräckligt många åskådningsexempel, varpå prov ovan anförts, blivit elevernas säkra egendom, kan man specialisera exemplen till att uteslutande hänföra sig till tiondelar, hundradelar och tusendelar. Även dessa böra givetvis vara i varje särskilt fall åskådliggjorda. Härvid rekommenderas också ark och arkdelar, som varje barn bör ha med sig. Först övas tillräckligt med exempel på övergången mellan tiondelar och hela

och omvänt, sedan på hundradelar och tiondelar resp. hela o. s. v. Till sist böra barnen vara fullt förtrogna med exempel av följande typ: 7 tiondelsark, 5 hundradelsark, 6 tusendelsark = 756 tusendelsark. Då är det lämpligt att omtala det vanliga skrivsättet för decimalbråk och framhålla likheten med det för hela tal använda. Liksom 2 tiotal skrivas 20, skrivas 2 tiondelar 0,2. På samma sätt 7 hundratal = 700 och 7 hundradelar = 0,07 o. s. v. Likaledes 7 hundratal och 2 tiotal = 720 samt 2 hundradelar och 7 tiondelar = 0,72.

Nu är det tid att öva exempel på dekadiska sorter. Härvid framgår ännu klarare överensstämmelsen mellan beteckningssättet för decimalbråken och de hela talen. Sålunda är 7,56 m detsamma som 756 cm. I bägge talen utgör sjuan hundratal i förhållande till sexan och tiotal till femman. I samband med sorterna blir det alltså tillfälle att ytterligare öva betydelsen av en siffras placering i talet. Att analogien mellan räkningen med hela tal och decimalbråk är fullständig, framgår särskilt tydligt av det första exemplet här nedan.

Addition. Ex. 7 m 5 dm 6 cm + 8 m 9 dm + 7 dm 2 cm + 3 m 4 cm + 6 m.

a) 7 m	5 dm	6 cm	b) 756 cm	c) 75,6 dm	d) 7,56 m
8	9		890	89	8,9
	7	2	72	7,2	0,72
3		4	304	30,4	3,04
6			6	60	6
24 m	21 dm	12 cm	2622 cm	262,2 dm	26,22 m

eller

26 m 2 dm 2 cm.

Subtraktion. Ex. 75 − 9,58 = 65,42.

a) $\dot{7}5^{100}$	b) $7\dot{5},\dot{0}0$
9,58	9,58
65,42	65,42

a) Från 75 lånas 1 hel, som är 100 hundradelar. 58 hundradelar från 100 h. = 42 h. o. s. v.

b) Från 25 lånas 1 hel = 10 tiondelar och från 10 tiondelar lånas 1 tiondel = 10 hundradelar, o. s. v.

Multiplikation med heltalsmultiplikator.

Ex. $7 \cdot 5{,}89 = 41{,}23$.

$$\begin{array}{r} 5{,}89 \\ 7 \\ \hline 41{,}23 \end{array}$$

Enklast synes vara att lösa ut exemplet $7 \cdot 589$ hundradelar, varav framgår, att 589 skall tas 7 gånger. Sedan resultatet erhållits, skall det emellertid skrivas som 4123 hundradelar och ej 4123 hela. Ett annat tillvägagångssätt är att säga $7 \cdot 9$ hundradelar = 63 hundradelar = = 6 tiondelar och 3 hundradelar o. s. v. Man kan väl i början lämpligen använda än den ena än den andra metoden för att ändock till sist ge företrädet åt den förstnämnda. Vid flersiffrig multiplikator bör endast den förekomma.

Division med heltalsdivisor. *Ex.* $7{,}32 : 6 = 1{,}26$.

Även här kunna samma två metoder som för multiplikation komma ifråga. Således å ena sidan 732 hundradelar : 6, varvid räkningen blir en vanlig heltalsdivision. Slutresultatet 126 är emellertid icke hela utan hundradelar. Enligt den andra metoden fås följande. 7 hela delat med 6 ger 1 hel till kvot och 1 hel, d. v. s. 10 tiondelar, till rest. 13 tiondelar delat med 6 ger kvoten 2 tiondelar och resten 1 tiondel = 10 hundradelar. Slutligen ger 12 hundradelar delat med 6 till kvot 2 hundradelar. Vilkendera metoden som bör ges företrädet, synes tveksamt. Med hänsyn till den rent mekaniska räkningen torde den senare böra till sist föredragas.

Allmänna bråk.

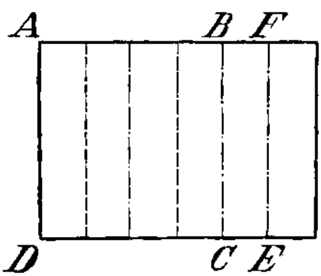
Då man nu övergår till en fullständig kurs i allmänna bråk, äro eleverna åtminstone ett halvår äldre, än då inledningen påbörjades. Detta är en direkt vinst, och dessutom ha de förvärvat litet större matematisk träning. I en hastig repetition genomgås exempel, sådana som givits i inledningen, och i samband med dem införes nu det vanliga skrivsättet för bråken, om det ej tagits förut. Det är viktigt att riktigt klargöra täljarens och nämnarens helt olika uppgifter, såsom direkt framgår av benämningarna, i det att *täljaren* ger delarnas an*tal* och *nämn*aren deras *namn*.

Förlängning och förkortning.

Ehuru exempel på förlängning och förkortning givits redan i den inledande kursen, ha likväl icke dessa begrepp behövt införas. Nu skriver man t. ex. $\frac{3}{4}$ ark $= \frac{6}{8}$ ark och talar om, att $\frac{6}{8}$ säges ha erhållits ur $\frac{3}{4}$ genom förlängning med 2 och omvänt $\frac{3}{4}$ ur $\frac{6}{8}$ genom förkortning med 2. Förlängningen innebär följande. De nya delarna göras hälften så stora som de ursprungliga — varje åttondel utgör hälften av varje fjärdedel —. Å andra sidan ingår av de mindre delarna ett dubbelt så stort antal som av de ursprungliga. På grund härav kommer bråkets storlek icke att ändras. Det är detta resonemang, som bör föras; regeln att täljare och nämnare multipliceras eller divideras med samma tal upptäcka eleverna snart på egen hand.

Addition.

a) Nämnarna äro lika.



Ex. $1\frac{1}{8}$ ark $+ \frac{3}{8}$ ark $= 1\frac{4}{8}$ ark $= 1\frac{1}{2}$ ark.

b) Den ena nämnaren innehåller de andra som faktorer.

Ex. $\frac{2}{3}$ ark (A B C D) $+ \frac{1}{6}$ ark (B C E F) $= \frac{5}{6}$ ark (A F E D).

Bråket $\frac{2}{3}$ bör alltså förlängas med 2, då $\frac{4}{6}$ erhålles, varefter hopläggningen kan utföras.

$1\frac{2}{3}$ ark + $2\frac{1}{2}$ ark + $\frac{5}{6}$ ark = $1\frac{4}{6}$ ark + $2\frac{3}{6}$ ark + $\frac{5}{6}$ ark = = $3\frac{12}{6}$ ark = 5 ark.

c) Ingen av de ursprungliga nämnarna duga som gemensam nämnare.

Ex. $5\frac{1}{2}$ ark + $4\frac{1}{3}$ ark = $9\frac{5}{6}$ ark.

Här klargöres, att halvark ej kan förvandlas till tredjedelsark, men att båda låta sig förvandlas till sjättedelsark, såsom föregående exempel visar. Alltså fås $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$. Då dessa exempel åskådliggöras, göres lämpligen uppdelningen i halvark genom en vertikal linje och i tredjedelsark genom vågräta linjer, varigenom delningen i sjättedelar direkt erhålles.

d) Svårare exempel av samma typ som föregående.

Ex. $3\frac{5}{12} + 2\frac{7}{15} + 4\frac{9}{20}$.

För att få reda på vilka delar vi här böra använda förlänga vi bråken successivt med 2, 3 o. s. v. och få följande uppställning:

$$\begin{array}{lllll}
\frac{5}{12} = & \frac{}{24} = & \frac{}{36} = & \frac{}{48} = & \frac{25}{60} \\
 & \frac{}{30} = & \frac{}{45} = & & \frac{28}{60} \\
\frac{9}{20} = & \frac{}{40} = & & & \frac{27}{60}
\end{array}$$

Härav framgår, att de största delar, till vilka 12-, 15- och 20-delar låta förvandla sig, är 60-delar.

$\therefore\ 3\frac{5}{12} + 2\frac{7}{15} + 4\frac{9}{20} = 3\frac{25}{60} + 2\frac{28}{60} + 4\frac{27}{60} = 9\frac{80}{60} = 10\frac{20}{60} = 10\frac{1}{3}$.

Då det enligt kursplanen ej bör i folkskolan genomgås annat än bråk med små nämnare, kan det väl vara onödigt att hos hela klassen inlära metoden med uppdelning i faktorer. Att de duktigare eleverna, som släppas på svårare uppgifter, få anvisningar häruti, synes däremot vara mycket påkallat.

Subtraktion.

Det förefaller vara lämpligt att ta subtraktion parallellt med addition. Mellan dem råder ju ingen principiell olikhet, annat än den, att man måste »låna» i vissa exempel, såsom i de följande. Genom att gå genom dem samtidigt vinner man litet variation i fråga om exemplen, och alltför slentrianmässig räkning undvikes.

Ex. $10 - 8\frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$

eller

$10 - 8\frac{1}{3} = 9\frac{3}{3} - 8\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$

$8\frac{1}{3} - 6\frac{5}{6} = 8\frac{2}{6} - 6\frac{5}{6} = 7\frac{8}{6} - 6\frac{5}{6} = 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2}$.

Anknytning till decimalbråken.

I samband med de övriga exemplen tas också sådana med enbart nämnarna 10, 100 och 1000.

Ex. $5\frac{3}{10} + 7\frac{18}{100} + 3\frac{58}{1000} + 6\frac{9}{100} = 5\frac{300}{1000} + 7\frac{180}{1000} + 3\frac{58}{1000} + 6\frac{90}{1000} = 21\frac{628}{1000}$.

$$\begin{array}{r} 5,3(00) \\ 7,18(0) \\ 3,058 \\ 6,09(0) \\ \hline 21,628 \end{array}$$

Härmed jämföres räkningen, såsom den förut genomgåtts. Tillsättas här nollor på ett par ställen, bli räkningarna identiska.

Vid denna återgång till decimalbråken bör man ta tillfället i akt och ytterligare öva exempel på sorter.

Multiplikation.

a) Heltalsmultiplikator.

Ex. En liten ost väger $\frac{2}{3}$ kg. Vad väga 7 sådana ostar? Svar: $7 \cdot \frac{2}{3}$ kg $= \frac{14}{3}$ kg $= 4\frac{2}{3}$ kg. Skulle det visa sig behövligt, kan man som ledning ge exempel, där det är fråga om ett helt antal kilo, såsom $7 \cdot 4$ kg. Man känner varje dels storlek och antalet delar.

$7 \cdot 4\frac{2}{3}$ kg $= 28$ kg $+ \frac{14}{3}$ kg $= 28$ kg $+ 4\frac{2}{3}$ kg $= 32\frac{2}{3}$ kg

eller

$7 \cdot 4\frac{2}{3}$ kg $= 7 \cdot \frac{14}{3}$ kg $= \frac{98}{3}$ kg $= 32\frac{2}{3}$ kg.

b) Multiplikatorn ett bråk, multiplikanden ett helt tal.

Ex. 1 kg kaffe kostar 6 kr. Vad kostar $\frac{1}{2}$ kg? Man får naturligtvis till svar 3 kr. På fråga hur det erhålles, svaras väl antingen, att 6 kr delas med 2, eller att man tar hälften av 6 kr. Om svaret tecknas, fås alltså antingen 6 kr : 2 eller $\frac{6}{2}$ kr. Att det här *kan* sägas vara fråga om en multiplikation, måste förefalla vakna elever mycket egendomligt och tarvar naturligtvis en ingående utredning. Det synes icke vara en sund metod att bara säga, att »av betyder gånger». I just detta exempel är det emellertid av mindre praktiskt värde att få in skrivsättet $\frac{1}{2} \cdot 6$ kr. Viktigare är det i exempel av följande typ. *Ex.* 1 kg kaffe kostar 6 kr. Vad kosta $\frac{3}{5}$ kg? Svar: $\frac{3}{5}$ av 6 kr. För eleverna torde tankegången bli, att $\frac{1}{5}$ kg kostar 6 kr : 5 $= \frac{6}{5}$ kr, och att $\frac{3}{5}$ kg kosta 3 ggr så mycket som $\frac{1}{5}$ kg, d. v. s. $3 \cdot \frac{6}{5}$ kr. Vid uträkningen fås alltså a) $\frac{6}{5}$ kr $= 1\frac{1}{5}$ kr och b) $3 \cdot 1\frac{1}{5}$ kr $= 3\frac{3}{5}$ kr; eller också a) $3 \cdot 6$ kr $= 18$ kr och b) 18 kr : 5 $= 3\frac{3}{5}$ kr. Det innebär uppenbart en fördel att få in såsom svar produkten av $\frac{3}{5}$ och 6 likaväl som produkten av 7 och 6, om det är fråga om priset på 7 kg. Det vanligaste torde vara, att man drar slutsatsen ur likartade exempel, såsom det rekommenderas i en nyutkommen räknemetodik.[1] Emellertid kan man även mera direkt få fram, att resultatet utgör en produkt av 6 och $\frac{3}{5}$. Då svaret är $\frac{3}{5}$ av 6 kr, frågar man, hur mycket $\frac{3}{5}$ av 1 kr utgör. Härpå svaras $\frac{3}{5}$ kr. $\frac{3}{5}$ av 6 kr blir 6 ggr så mycket, alltså $6 \cdot \frac{3}{5}$ kr. Av resonemanget framgår, att $\frac{3}{5}$ av 6 kr är detsamma som $6 \cdot \frac{3}{5}$ kr, alltså en produkt av $\frac{3}{5}$ och 6. Att logiskt bevisa skrivsättet $\frac{3}{5} \cdot 6$ kr låter sig icke göra. Men det torde icke synas eleverna främmande att kasta om ordningen på faktorerna, då de från heltalsläran äro vana därvid. Man kommer alltså fram till att »av betyder gånger».

c) Multiplikator och multiplikand äro bråk.

Ex. 1 kg kaffe kostar $6\frac{2}{3}$ kr. Vad kosta $\frac{2}{5}$ kg? Svar: $\frac{2}{5}$ av $\frac{20}{3}$ kr. Detta tecknas i enlighet med det föregående $\frac{2}{5} \cdot \frac{20}{3}$ kr. Vid uträkningen fås $\frac{1}{5}$ av $\frac{20}{3}$ kr = antingen $\frac{20}{15}$ kr eller också direkt $\frac{4}{3}$ kr., varefter $\frac{2}{5}$ av $\frac{20}{3}$ blir dubbelt så mycket, alltså $\frac{8}{3}$ kr $= 2\frac{2}{3}$ kr. Bibehållas de givna talen,

[1] *Frits Wigforss:* Den grundläggande matematikundervisningen, sid. 79.

fås i stället för $\frac{20}{15}$ bråket $\frac{20}{5 \cdot 3}$ och i stället för slutresultatet $\frac{8}{3}$ erhålles $\frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 3}$. Efter tillräckligt många exempel av liknande slag inse eleverna med lätthet regeln för multiplikation i bråk.

Decimalbråk.

Liksom vid addition och subtraktion skola här ingå exempel på decimalbråk. Såvitt de hänföra sig till heltalsmultiplikator, utgöra de repetition från den första kursen i decimalbråk. Här följa ett par exempel med multiplikatorn = ett bråk.

Ex. $\frac{3}{10} \cdot \frac{7}{100} = \frac{3 \cdot 7}{1000} = \frac{21}{1000}$

eller

$0{,}3 \cdot 0{,}07 = 0{,}021.$

$2\frac{3}{10} \cdot 7\frac{83}{100} = \frac{23}{10} \cdot \frac{783}{100} = \frac{18009}{1000} = 18{,}009$

eller

$2{,}3 \cdot 7{,}83 = 18{,}009$

$$\begin{array}{r} 7{,}83 \\ 2{,}3 \\ \hline 2349 \\ 1566 \\ \hline 18{,}009 \end{array}$$

Efter ett antal dylika exempel ges den för den mekaniska räkningen lämpliga regeln för antalet decimaler i resultatet.

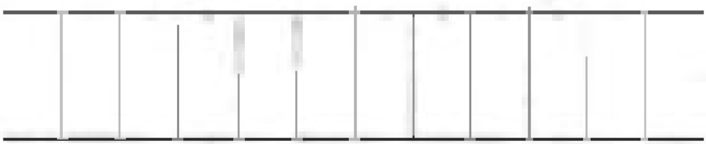
Division.

1) *S. k. innehållsdivision.*

a) Kvoten blir helt tal.

Ex. Ett 8 m långt tygstycke skall delas så, att varje del blir $\frac{2}{3}$ m. Hur många bli delarna?

Det hela, som skall delas, utgör 8 m. Varje del utgör $\frac{2}{3}$ m. Alltså blir antalet delar $8 : \frac{2}{3}$. För uträkningen tänka vi oss 8 m delade så, att varje del är 1 m. Antalet delar fås då till 8. Om varje del utgör blott $\frac{1}{3}$ m, blir antalet 3 ggr så mycket som förut, d. v. s. 24 delar. Skall slutligen varje del utgöra $\frac{2}{3}$ m, blir antalet blott hälften så stort, d. v. s. 12. Vid räkningens tecknande fås alltså följande: $8 : \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 8}{2}$ eller $8 \cdot \frac{3}{2}$.



8 m, varje del 1 m, antalet delar = 8.
8 m, varje del $\frac{1}{3}$ m, antalet delar = 24.
8 m, varje del $\frac{2}{3}$ m, antalet delar = 12.

Ex. $9\frac{1}{3}$ m tyg skola delas så, att varje del blir $\frac{2}{3}$ m. Hur många bli delarna?

Man skulle kunna resonera som i föregående exempel. Lämpligare torde dock vara, att, sedan räkningen tecknats $\frac{28}{3} : \frac{2}{3}$, åskådligt visa, att detta är detsamma som $28 : 2$ eller $\frac{28}{2}$. Förlänges med 3, fås $\frac{28 \cdot 3}{2 \cdot 3}$ eller $\frac{28}{3} \cdot \frac{3}{2}$.

b) Kvoten blir ett bråk.

Ex. Hur många gånger skall man taga $3\frac{1}{3}$ m för att få $7\frac{1}{2}$ m?

Efter att ha genomgått enklare sådana exempel med heltalsuppgifter, tecknar man räkningen $7\frac{1}{2} : 3\frac{1}{3} = \frac{15}{2} : \frac{10}{3} =$ [illegible]

2) *S. k. delningsdivision.*

a) Divisorn helt tal.

Ex. 5 äpplen väga $1\frac{7}{8}$ kg. Vad väger 1 äpple?

$\frac{15}{8}$ kg : 5 = $\frac{3}{8}$ kg. Antages i stället, att 5 äpplen väga $2\frac{1}{8}$ kg, fås följande $\frac{17}{8}$ kg : 5 = $\frac{17}{40}$ kg.

b) Divisorn ett blandat tal, dividenden helt tal.

Ex. $5\frac{1}{3}$ kg, d. v. s. $\frac{16}{3}$ kg, kosta 8 kr. Vad kostar 1 kg? Svaret tecknas 8 kr : $\frac{16}{3}$. Vid uträkningen frågas först vad $\frac{1}{3}$ kg kosta, svar $\frac{8}{16}$ kr, och härav följer, att hela kilot kostar $\frac{3 \cdot 8}{16}$ kr = $1\frac{1}{2}$ kr. Själva räkningen ser alltså ut på följande sätt: $8 : \frac{16}{3} = \frac{3 \cdot 8}{16} = 8 \cdot \frac{3}{16}$.

c) Divisorn ett egentligt bråk, dividenden ett helt tal.

Ex. $\frac{2}{3}$ kg kosta 8 kr. Vad kostar 1 kg?

I likhet med föregående blir svaret tecknat 8 kr : $\frac{2}{3}$. Vid beräkningen fås priset på $\frac{1}{3}$ kg = hälften av 8 kr =

$$= \frac{8}{2} \text{ kr och alltså hela kilot} = \frac{3 \cdot 8}{2} \text{ kr} = 8 \text{ kr} \cdot \frac{3}{2}.$$

d) Dividend och divisor äro bråk.

Ex. $5\frac{1}{4}$ kg kosta $2\frac{1}{3}$ kr. Vad kostar 1 kg? Svar: $2\frac{1}{3}$ kr : $5\frac{1}{4}$ = $\frac{7}{3}$ kr : $\frac{21}{4}$.

Då $\frac{21}{4}$ kg kosta $\frac{7}{3}$ kr, blir priset på $\frac{1}{4}$ kg = $\frac{7}{3}$ kr : 21 =

$$= \frac{7}{3 \cdot 21} \text{ kr och priset på hela kilot } \frac{4 \cdot 7}{3 \cdot 21} \text{ kr.} = \frac{7}{3} \cdot \frac{4}{21} \text{ kr.}$$

Efter tillräckligt många exempel kan man ta fram regeln, att en tecknad division ändras om till en multiplikation med dividenden och divisorns omvända värde som faktorer. Till denna regel kan man komma fram på rent formell väg genom att knyta an till exempel sådana som 240 : 60, som kan förenklas till 24 : 6. Man får alltså dividera både dividend och divisor med 10. Allmänt gäller att man får multiplicera och dividera dividend och divisor med samma tal, såsom enkla exempel visa. Har man följande division tecknad $2\frac{1}{3} : 5\frac{1}{4}$, d. v s. $\frac{7}{3} : \frac{21}{4}$, frågar man sig, varmed man skall multiplicera, för att divisorn skall bli så enkel som möjligt. Det är tydligen med $\frac{4}{21}$, då divisorn blir så enkel som möjligt, nämligen en hel, varför den icke behöver skrivas ut. Man får alltså $\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{21} : 1$, d. v. s. $\frac{7}{3} \cdot \frac{4}{21}$.

Decimalbråk.

Liksom vid de föregående räknesätten skola även här exempel till decimalbråkläran genomgås.

Ex. $\frac{74}{100} : \frac{2}{10} = \frac{74}{100} \cdot \frac{10}{2} = \frac{37}{10} = 3\frac{7}{10}$.

Det andra ledet kan skrivas $0{,}74 \cdot 10 : 2$. Man gör således den ursprungliga divisorn 0,2 till helt tal genom att multiplicera med 10, varvid även multiplikanden måste multipliceras med 10. Man kommer på det sättet över från den allmänna metoden till den speciella för decimalbråk.

Den lärogång, som jag här ovan förordat, förutsätter, att läraren genomgår alla nya saker för klassen i sin helhet. Sålunda kan ungefär ⅔ av lektionen användas för räkning enbart på tavlan eller i kombination med räkning i böckerna, varefter eleverna få räkna på egen hand den återstående delen av lektionen. Under dessa 15 min. kunna alltså eleverna utföra exempel analoga med de förut under timmen genomgångna och sedan fortsätta med dem som hemläxa. Samtidigt får läraren tillfälle att genomse det sista hemarbetet och ge vinkar och råd.

Jag förutsätter alltså ett effektivt hemarbete, varigenom den rent mekaniska innötningen av metoderna, vilken är av allra största betydelse för en god behållning av räkneundervisningen, i viss utsträckning kan göras av barnen själva. Om man lyckas uppehålla det kravet på sin undervisning i räkning, att varje elev förstår det som genomgåtts, blir ej heller hemarbetet i räkning någon svår börda, som det helt visst eljest kan vara. Räkneläxan torde tvärtom bli den roligaste, om den göres lagom lång. Barnen behöva ju ej vara i ängslan för hur länge de böra hålla på för att kunna sin läxa; då talen äro räknade och helst också kontrollerade, ha de gjort vad de böra och kunna.

Nils Alsén.