

LÄROBOK

I

PLAN ANALYTISK GEOMETRI,

FÖR ELEMENTARLÄROVERKEN OCH HÖGRE
LÄROANSTALTER,

AF

M. FALK.



STOCKHOLM
OSCAR L. LAMMS FÖRLAG.

Norrköping 1886. M. W. Wallberg & Comp. Boktryckeri.



Förord.

Den uppgift, en författare af en lärobok hör uppställa för sig, är att i hvarje fall efter bästa förmåga söka välja den framställning, som synes honom enklast och lärrikast, utan att därför brista i grundlighet och stränghet; läroboksförfattaren bör således hufvudsakligen vara *eklektiker*, och han skulle handla synnerligen oklokt, om han mer sträfvade att göra sin framställning originel än att i hvarje fall välja den enligt hans åsigt bästa framställningen. I denna min bok har jag sökt vara denna regel trogen. Man skall därför i densamma finna, att jag t. ex. i anslutning till den obestriddigen bästa lärobok i analytisk geometri, som f. n. finnes på svenska språket, nemligen Lindelöfs, gifvit projektionsteorien dess fulla erkännande såsom den bästa grunden, hvarpå läran om punkters koordinater och åtskilliga dermed sammanhängande formlers härledning kan byggas, — en uppfattning, som numera vunnit allmänt erkännande.

I frågan om krokliniers tangenter finner man i läroböckerna i analytisk geometri vanligen intet försök till öfvergång från den Euklideiska definitionen på cirkelns tangent till den inom analytiska geometrien befintliga för kroklinier i allmänhet. På sin höjd nöjer man sig med att konstatera, att den allmänna definitionen, tillämpad på cirkeln, leder till samma eqvation för cirkelns tangent, som den man enligt den Euklideiska definitionen erhåller. Denna lucka har jag i 54—56 sökt fylla, hvilket blifvit på ett enkelt sätt utförbart förmedelst de grundtankar, hvarpå den nu för tiden såsom den bästa ansedda definitionen på en funktions differential grundas, — dock naturligtvis utan att gå utom det rent elementäras gränser och utan att använda differentialbegreppet.

För öfrigt må i afseende på framställningssättet omnämnas, att jag sökt begagna hvarje tillfälle att *analytiskt* behandla sig

företeende frågor, äfven der en enkel och vacker syntetisk behandling lätt kunnat erhållas, och detta af det skäl, att en rätt lång lärareerfarenhet öfvertygat mig derom, att nybörjaren ofta har svårt att riktigt komma in i den analytiska metoden, och att därför intet godt tillfälle att använda densamma bör försummas. Detta är ock anledningen, hvarför den i boken gifna exempelsamlingen blifvit så stor; jag är dock öfvertygad om, att den icke är för stor. Vid utarbetandet af denna exempelsamling har jag gjort mig till godo mycket, som finnes i exempelsamlingarne till *Todhunters plane coordinate geometry*, *Briots och Bouquets leçons de géométrie analytique*, *Stammers Lehrbuch der analytischen Geometrie der Ebene* m. fl. arbeten.

Slutligen må nämnas, att boken är afsedd såväl för de första studierna vid universitetet, som för högsta klassen å reallinien vid våra elementarläroverk. För de förra skall säkerligen ingen anse den för stor, men måhända torde någon elementarlärare vid första påseendet finna den något för dryg för det senare ändamålet. Dervid bör dock beaktas att, om till äfventyrs en elementarlärare ej skulle anse sig hinna meddela en *fullt* så utförlig framställning, som boken innehåller, det *aldra mesta* dock bör kunna genomgås i realliniens öfversta klass, samt att det är en synnerligen god och önskvärd sak att ega en ej allt för knapphändig lärobok att sätta i händerna på så pass utvecklade ynglingar, som lärjungarne i denna klass böra förutsättas vara, och åt hvilka det bör vara lärarens pligt och sträfvan att bereda tillfälle till sjelfstudium, för att ej göra språnget mellan studiesättet vid elementarläroverken och det vid högre läroanstalter för stort och i följd deraf för skadligt för dem.

Den brist på en för sådant ändamål lämpad lärobok, hvilken jag både som universitets- och läroverkslärare synnerligen kännbart erfarit, har jag nu genom denna lärobok sträfvat att i mån af förmåga afhjelpa. Oaktadt all den omsorg, jag vid utarbetandet användt, kan jag naturligtvis ej undgå att inse, att mitt arbete måste vara ofullkomligt; jag vet dock, att äfven det ofullkomliga kan verka gagneligt, och i medvetandet härom har jag vågat utgifva boken.

Upsala i November 1886.

Författaren.

INLEDNING.

Om projektioner.

1. Betraktar man en gifven rät linie och tänker densamma vara beskrifven i en viss led (liniens led eller positiva riktning), så anses på henne hvarje längd, som beskrifves i liniens positiva riktning, såsom positiv, hvarje längd, som beskrifves i motsatt led, såsom negativ, hvarför och den senare riktningen kallas liniens negativa riktning.

Fäller man från en punkt en vinkelrät linie mot en gifven linie, så kallas skärningspunkten mellan dem den gifna punktens projektion på linien.

Är en längd gifven och tänkes densamma beskrifven i en viss led, så erhålles dess projektion på en odeterminerad linie med bestämd riktning, om man på den senare uppsöker den determinerade del, som beskrifves af projektionen af den punkt, som beskrifver den determinerade linien. Projektionen är alltså det stycke af den odeterminerade linien, hvilket ligger mellan begynnelse- och slutpunkternas projektioner och räknas från begynnelsepunktens till slutpunktens projektion.

Går den determinerade liniens riktning från A till B , den odeterminerades från U till V , så går projektionen från A , till B , och är följaktligen positiv. Ändras den determinerades riktning så, att den räk-

