

DE SEX FÖRSTA
JEMTE
ELFTE OCH TOLFTE BÖCKERNA
AF
EUCLIDIS ELEMENTA

ELLER
GRUNDLIGA INLEDNING
TILL
GEOMETRIEN,
TILL SVENSKA UNGDOMENS TJENST UTGIFNA

AF
MÅRTEN STRÖMER,
FÖR DETTA ASTRONOMIE PROFESSOR I UPSALA SAMT LED. AF KONGL. VETENSK.-ACAD.
I STOCKHOLM OCH SOCIET. R. LIT. ET SCIENT. I UPSALA.

FEMTONDE UPPLAGAN.

ÖFVERSEDD SAMT MED TILLÄGG OCH ETT BIHANG, INNEHÅLLANDE EN ALGEBRAISK
FRANSTÄLLNING AF ANDRA OCH FEMTE BÖCKERNA,

AF
P. W. BERGSTRAND.



STOCKHOLM,
F. & G. BEIJERS FÖRLAG.

56
315



Stockholm, tryckt hos A. L. Normans Boktryckeri-Aktiebolag, 1881.

Till Läsaren.

I en stat äro många beställningar och handlingar, som fordra kunskap i Mathematiken, om de skola väl skötas. En stor del af Krigsvetenskapen i våra tider, Seglations-, Bergs- och Landtmätare-vetenskaperna med flere grunda sig på matematiska principer; och således måste de, som med embetens bestridande härvid hafva att beställa, vara i Mathematiken förfarne, om de skola grundligen förstå det, som till deras göromål hörer. Dessförutan äro också åtskilliga konster och handverk, som grunda sig på Mathematiken, för hvilken orsaks skull många, jemväl i sina enskilda förrättningar ej riuga fördel hafva, om de ega någon kunskap deruti. De, som vinnlägga sig om bokliga konster, fast deras ändamål icke är att tjena fäderneslandet i sådana beställningar, hvarest Mathematiken appliceras, hafva också en stor förmån, om de i yngre åren till någon del blifva deruti underviste; ty man finner näppeligen något tjenligare ämne att öfva förståndet på till att tänka redigt, det är, göra sig tydliga begrepp och af otvifvelaktiga grundsatser härleda ofelbara slut, och således att väl skilja det vissa ifrån det ovissa. Ty i matematiska skrifter blifva alla saker så tydligen framställda och med så fullkomliga skäl beviste, att man om deras sanning ej kan draga något tvifvelsmål. Om derföre ett ungt snille i desse slags studier blifver anfördt, hvarest ej andra än säkra slutsatser förekomma; så måste det nödvändigt derigenom förvärfa sig en färdighet att tänka redigt.

Minsta delen af dem, som hos oss hafva sådana förrättningar, hvarest kunskap i Mathematiken är nödig, plägar vara förfaren i Latinet och andra främmande tungomål; och de unge studerande hafva sällan hunnit så vida, att de med lätthet kunna förstå böcker på främmande språk vid den tiden de böra göra en början med sina matematiska studier. Och således blifva de förre alldeles i mistning af denna nödiga kunskap, och de senare komma icke i rättan tid dertill, så länge den i främmande språk för den är undangömd.

Jag har derföre trott mig göra mina landsmän en tjenst, om jag på modersmålet utgäfve något, som kunde tjena till en fast

grundval för dem, som tänka göra Mathematiken till sitt hufvudstudium och tillika vara en lärspån för den studerande ungdomen i allmänhet att öfva sina tankar på. Till hvilket företagande jag mycket blifvit föranlåten derigenom, att jag märkt, det lusten till denna vetenskap hos nationen på någon tid märkligt tilltagit, och jag således ej har orsak att frukta, det mitt välmenta uppsåt af största delen skulle blifva ånsedt såsom onyttigt.

Och som vi redan hafva Herr Professor Andreas Celsii vackra arbete i Arithmetiken på Svenska; så har jag tyckt mig förnämligast böra använda mina lediga stunder att sammanskrifva något i Geometrien; men som vi hafva ett stort förråd på sådana skrifter, hvilka hos utländingar i äldre och nyare tider utkommit, och ibland alla dem ingen finnes, som är jemgod med, mindre öfverträffar det, som vi ifrån urgamla tider haft, och är sammanskrifvet af Euclides — hvilken haft den lyckan att gifva ut en bok, i hvilken ingen kunnat finna någon falsk slutsats, och efter 2000 års förlopp behåller sitt värde framför alla dem, som bjudit till att skriva i samma sak —; så misströstar jag också med ganska stort fog om mig att kunna göra något bättre eller så godt som han. Jag gjorde alltså icke som en ärlig man emot mina landsmän, om jag i förr omtalte afseende utgäfvade ett eget arbete, då jag visste, att en annans finnes, som vore bättre och för dem långt gagneligare att hafva på modersmålet.

Detta är det förnämsta skälet, som bragt mig till att utgifva Euclidis *Elementa* på vårt språk; hvaraf de sex första böckerna, tillika med elfte och tolfte, nu åter ånyo uppläggas. Har jag varit så lycklig, att jag kunnat göra dem begripliga för många af mina landsmän, så skall den nyttan, som jag ingalunda tviflar derpå följer, vara mig långt kärare, än om jag, genom sammansmidandet af något nytt system i Geometrien, förvärfvat mig större heder än jag nu kan hafva af en öfversättning.

Jag har också blifvit föranlåten till denna öfversättnings företagande deraf, att dessa Euclidis *Elementa* på de flesta orter, hvarest matematiska studierna grundligen skötas, icke allenast brukas af begynnare med god framgång, utan också i matematiska skrifter öfver allt återopas; så att den, som tänker gå vidare, svårligen kan vara dem förutan, ehuru han till början följt något annat system. Jag kan också af egen erfarenhet, som jag haft under den tiden min syssla varit att undervisa ungdomen i dessa stycken, intyga, det jag ibland åtskillige auctorer, som jag försökt, har funnit denne vara den allratjenligaste att med lätthet kunna bibringa en begynnare tydliga begrepp och grundlig kunskap i saken.

Jag föreställer mig, att många vid detta tillfälle lära vara hugade att få någon underrättelse om denne författares lefvernes-

lopp, hvilken genom sina skrifter förvärfvat sig ett så långvarigt och vida omkring spriddt beröm; men jag kan beklagligen i detta stycke icke till fullo förnöja mina läsare; emedan man finner så litet att med säkerhet säga om hans person, som hans skrifter äro namnkunniga i världen. Jag vill likväl i korthet berätta det förnämsta, som vi nu för tiden om honom kunna veta.

Man finner skiljaktiga meningar, så väl om tiden, när, som om orten, hvarest han har lefvat, hvilket härrörer deraf, att flere ibland de gamle grekiske filosoferna haft samma namn, och man ingenting finner skrifvet om denne, mer än hvad tillfälligtvis kan omröras i de gamles skrifter. Euclides *Megarensis*, som var Socratis discipel och hufvudman för den *Megarensiska* secten, är af mången hålles för auctor till dessa *Elementa*; förnämligast af det skälet, att Valerius Maximus berättar, det Plato^{c)} visat dem, som af honom begärde underrättelse om rätta figuren på Apollos altare, ifrån sig till »Euclidem *Geometram*»; hvilket de förmena kunna passa sig på Euclides *Megarensis*, men icke på en annan Euclides, som lefde uti Alexandria långt efter Platos tid. Men man kan af Plutarchi tractat *De Genio Socratis* visa, att detta ställe hos Valerius Maximus är icke stort att lita på, utan måste vara corrumperadt; ty der berättas samma händelse på annat sätt, nämligen att Plato visat dem, som frågade honom, till Eudoxus Cnidius, eller Helicon Cyzicenus, som man menade skulle kunna utreda frågan om altaret. Alltså mister detta skäl sin kraft; i synnerhet om man lägger det dertill, att tideräkningen ej heller går rätt väl ihop med Euclides *Megarensis*, hvilken skulle hafva haft åtminstone 120 års ålder, om han lefvat vid den tiden. Man vet också, att en bekant Geometer Eudoxus lefvat vid samma tid som Plato; hvilket gifver Plutarchi berättelse vitsord. Att Diogenes Laertius, då han uppräknar alla Euclidis *Megarensis* skrifter, icke ett enda ord nämner om några matematiska, tyckes vara ett starkt skäl emot denna mening; ty det ser otroligt ut, att han velat gå dem förbi, som varit de förnämsta, när han talat om de andra, som voro af mindre värde; så framt man icke vill supponera, att de varit honom obekanta, hvilket icke är troligt om så namnkunniga skrifter.

Häraf tyckes vara temligen klart, att de varit vilse, som hållit Euclides *Megarensis* för mästare till detta verk, och att vår Euclides måtte hafva varit en annan; om hvilken man af Pappus^{2c)}

*) Den ryktbare atheniensiske filosofen var äfven mathematicus; f. 429, † 348 f. Chr. f.

**) Pappus och den längre fram nämnde Theon voro Alexandrinske mathematici i kejsar Theodosii den stores tid, omkring 380 efr. Chr. f.

Alexandrinus vet, att han i lång tid uppehållit sig i Alexandria, varit der i ganska stort anseende, och hållit matematisk schola. Han har lefvat under Ptolomæi Lagi och Ptolemæi Philadelphii regering: hvilket går ungefär till 300 år före Christi födelse och kommer öfverens med Procli^{*)} utlåtelse, som säger, att denne Euclides har lefvat efter Plato's tid, men före Eratosthenis och Archimedis^{**)}.

Om han varit född i Alexandria, som många gissa, finnes ingen anledning, som har något sken af sannolikhet till att tro. Icke heller finner man några synnerliga omständigheter om hans lefverne, mer än det, att han en gång af konung Ptolemæus II blifvit tillfrågad, om ingen kortare väg fanns till Geometrien? och derpå svarat, att det icke gafs någon kungsväg till Geometrien; samt att han, efter Pappi vittnesbörd, varit af ett ganska fromt sinne; aldrig blandat sig i andras sysslor, vänlig mot alla, som aldrig så litet vinnlagt sig att befrämja kunskapen i matematiken, mycket accurat, icke skrytaktig och hatare af tvistigheter: genom hvilket sista han också mycket väl kan skiljas från Euclides *Megarensis*, som synnerligen älskat disputeringar och tråtor.

Att han varit begåfvad med stort förstånd och ganska arbetsam, kan slutas af de åtskilliga förträffliga skrifter han lemnat efter sig, af hvilka vi måste beklaga, att en del äro förkomne. De, som ännu finnas i behåll, äro på Latin öfversatta, och af åtskilliga auctorer på åtskilliga tider hvar för sig utgifna; men alla tillsamman på en gång upplagda i Oxford 1703 af David Gregorius. Denna edition hålles billigt för den bästa; ty Gregorius har icke allenast med mycken flit jemfört åtskilliga editioner med manuskripterna och utmönstrat, hvad som af andra här och der blifvit tillsatt och ändradt, utan jemväl haft både möda och kostnad ospard vid tryckningen. Den består af följande tractater: (1) *Elementorum Libb. 15.* (2) *Data.* (3) *Introductio Harmonica.* (4) *Phenomena.* (5) *Optica.* (6) *Catoptrica.* (7) *De Divisionibus.* (8) *Fragmentum de Levi & Ponderoso:* alla både på Grekiska och Latin, undantagandes de två sista, hvilka icke finnas mer på Grekiska; om hvilka jemväl något tvifvelsmål är, att Euclides skrifvit dem. De skrifter, som äro förkomne, hafva varit följande: (1) *Porismatum Libb. 3.* (2) *Locorum ad Superficiem Libb. 2.* (3) *Fallaciarum Lib. 1.* (4) *Conicorum Libb. 4,* uti hvilka han följt Aristæus. Jag

*) *Proclus*, Grek, mest känd såsom nyplatonisk filosof, † 485 eft. Chr. f.

***) *Eratosthenes*, f. 276, var bibliothekarie i Alexandria, äfven mathematicus, † 194; den store matematikern *Archimedes*, f. ungefär 287, dödades i Syracusa af en romersk soldat 212, alit f. Chr. föd.

går dem alla förbi och vill allenast med några ord tala om hans *Elementa*, hvilket egentligen hör till vårt närvarande ändamål.

Dessa äro icke de första *Elementa*, som varit skrifna; ty man vet af Proclus, att åtskillige före Euclidis tid skrifvit i den saken; ibland hvilka Eudoxus och Theætetus^{*)} äro namnkunnige, af hvilka han säger att Euclides betjent sig till att sammanskrifva sina, och förbättrat mycket af deras, och med starka demonstrationer bestyrkt det, som icke varit så fullkomligen bevist tillföre. Somliga mena, att Euclides icke bragt detta verk till den fullkomlighet det nu har, utan att andra efter honom lagt handen dervid; fast det ändå alltid blifvit utgifvet under hans namn. Man har väl orsak att tro, det något litet kan vara här och der tillagdt af andra, samt hela de två sista böckerna, efter de hafva ett särskildt företal, som tyckes gifva det tillkänna; hvilka tilläggningar till större delen lära vara gjorda af Theon. Men att Euclides allenast gifvit ut propositionerna, och Theon sedermera gjort demonstrationer dertill, som Ramus menar, ser så mycket orimligare ut, som det är omöjligt att hafva funnit alla propositionerna, utan att veta deras demonstrationer; och det är otroligt, att någon velat skrifva en bok, i hvilken han vetande utlemnat det förnämsta, som skulle skaffa honom heder. Man kan också, så väl af Archimedis som Apollonii^{**)} skrifter, sluta, att dessa propositioner varit bevista långt före Theons tid, ty de supponeras af dem såsom fullkomligen demonstrerade.

Oaktadt allt det värde, som Euclides hos de fleste haft i alla tider, så har han likväl icke kunnat undgå att hafva sina tädlare; ibland hvilka Petrus Ramus^{***)} och Joh. Christoph. Sturm^{†)} äro märkvärdige. Den förre, emedan han hade satt sig före att förringa alla de gamles förtjenster, ville därför icke heller skona Euclides, och som han sjelf måste tillstå, att han i Euclidis *Elementa* icke kunde finna en enda falsk slutsats, fast han med all flit ransakat derefter, tog han sig före att klandra ordningen och methoden, sägande, att han klarare och tydligare hade kunnat gå till väga, så att Geometrien icke blifvit så svår för begynnare, som han genom sin mörkhet gjort henne. Den senare åter, då han fann, att så väl methodus genitiva, som

*) *Eudoxus* från Cnidus, förut nämnd, Platos lärjunge, mest bekant som astronom. *Theætetus* var hans samtiding, men som sällan nämnes.

***) *Apollonius Pergæus* från Mindre Asien lefde omkr. 240 före Chr. och skref, bland annat, ett ryktbart verk öfver «coniska sectionerna» (Ellipsen, Parabeln och Hyperbeln).

****) Fransk mathematicus, mördad såsom protestant, Bartholomæi-natten 1572.

†) Math. Prof. i Altorf vid Nürnberg, † 1703.

indivisibilium hade gjort stort ljus uti Mathematiken, ville, att *Elementa* också på den methoden skulle behandlas, och klandrade derföre Euclidis ordning och sätt att demonstrera; fast han derjemte tillstår, att ingen större grad af visshet kan erhållas än den, som deri finnes. Men som ingendera af dem varit så lycklig, att man funnit större tydlighet och fullkomlighet i deras än i Euclidis skrifter, så hafva också deras critiker icke särdeles kunnat förringa hans värde. När deras skrifter allenast en eller annan gång blifvit upplagda, så har det skett ganska ofta med Euclidis, och i synnerhet med *Elementa*, hvilka ifrån Grekiska språket blifvit öfversatta på Arabiska, Latin, Italienska, Fransyska, Tyska, Holländska, Engelska, Chinesiska, som jag visst vet, och törhända på flera språk, som mig icke är bekant.

En del mathematici hafva väl gillat hela stälningen af Euclidis system i allmänhet, och det så mycket, att de funnit nödan värdt att utarbete editioner af honom; men hafva likväl här och der klandrat på för vidlyftiga demonstrationer, och att han ibland infört mindre nödiga propositioner. Men desse hafva derigenom ej mer uträttat än allenast för hela världen visat, dels att de icke märkt hvad för paralogismer Euclides genom den förmenta vidlyftigheten velat undty, och de sjelfve fallit uti, dels att de i Mathematiken icke varit nog förfarne att döma derom; emedan det varit dem obekant, att de i deras tycke onödige propositionerna äro ganska nödvändiga. Den femte boken, som de mest klandrat, är det största mästerstycket af allsammans, i hvilken ingen ännu kunnat göra någon ändring utau att skämma bort saken.

Jag för min del finner inga demonstrationer för vidlyftiga, och inga propositioner, som äro onödiga i hans bok, utan tvärt om, att flera propositioner kunde behövas. Hvarföre jag också på några ställen tillsatt flera, som synts mig vara nödiga, med annan stil och utan nummer, så att de derigenom mycket väl kunna skiljas från Euclidis egna. Jag tror, att Euclides sjelf haft dessa propositioner inne, men att de i afskrifterna blifvit utmönstrade af folk, som inbillat sig vara slugare än han; hvilket jag också tror varit orsaken till några andra små felaktigheter, hvarvid jag gjort anmärkningar; om hvilka jag, till en del, med sannolika skäl kan bevisa detsamma. Emedan jag på ett eller annat ställe tillsatt nya definitioner, så torde någon tänka, att Euclides felat, som utlemnade dem. Men det är allenast skedd vid sådana ord, som i Grekiskan icke behöfde definieras, emedan man af sjelfva språkets beskaffenhet kunde förstå dem; men icke så i vårt språk. Äfven för samma orsak har jag gjort vidare uttydning på en eller annan i vårt språk mörk definition, som i Grekiskan är nog tydlig.

Jag har icke alltid varit mån om att i det nogaste följa Euclidis ord efter: utan när jag funnit, att saken kunde tydligare genom ett annat talesätt föreställas på vårt språk, så har jag gått ifrån honom; ty mitt uppsåt har icke varit att visa som en curiositet, hvad Euclides sagt, utan att tydligen kunna föreställa sjelfva saken, som han i sitt språk öfvermåttan väl gjort.

Som jag icke haft några manuscripter att tillgå, så har jag mestadels följt Gregorii edition, undantagande på några ställen, hvarest jag mer tyckt om Commandinus^o). Att försvenska alla termer har jag icke gjort till en allmän regel, utan när de Latinska och Grekiska passat sig i sina böjningar till vårt språk, så har jag i detta mål efterföljt andra nationers bruk och bibehållit dem. Ty det har synts mig lika mycket, om jag behållit ett främmande ord eller smidt ett nytt Svenskt, när jag likafullt måste explicera hvad dermed förstås: helst som mitt ändamål vid detta tillfälle icke varit att uppodla och rikta språket med nya ord, utan allenast att tydligen och kort föreställa saken^{oo}).

*) Påfåg Capellan, mathematicus, † 1575.

**) [Euclidis svenske utgifvares, den förtjenstfulle matematikern *Mårten Strömers* förnämsta lefnadsomständigheter voro följande: Han föddes i Örebro 1707 af *Johan Strömer*, prost derstädes, och *Maria Buller*. Hans håg för astronomien bestämdes redan vid 11 års ålder af den förvåning han erfor öfver inträffandet af en i almanackan förutsagd solförmörkelse. På lofstunderna lärde han sig tre böcker af Euclides (på Latin), innan ännu någon visste, att han förskaffat sig honom. Han ankom till Upsala 1724, der han var en bland de första i Europa, som försökte electricitetens verkan i läkarekonsten. Han blef den berömda, 1744 aflidne, *Andr. Celsii* efterträdare i den astronomiska professionen. Åren 1744 och 1748 utgaf han de tvenne svenska upplagor af Euclides, hvilka utkommo under hans lifstid. Att Nya stilen 1758 infördes i Sverige var hufvudsakligen hans förtjenst. På Ständernas uppdrag inrättade han 1757 Amiralitets-Cadettecorpsen i Carlskrona, hvilken inrättning sedermera flyttades till Carlberg och utvidgades till en krigsacademi. För denna sak vistades Strömer flera år i Carlskrona. Han sysselsatte sig ända till sin död med sjöchartor öfver svenska skärgården. Han författade äfven läroböcker i plana och sphæriska Trigonometrien, m. m. En förkyllning slutade hans lif i Stockholm d. 2 Jan. 1770. Hans vittra enka, *Anna Maria Elvia*, skänkte hans matematiska böcker till Kgl. Vetenskaps-Academien, hvilkens medlem han varit.]