

Westman

ELEMENTAR-LÄROBOK

I

PLAN TRIGONOMETRI,

föregången af en inledning till analytiska expressioners
construction samt med talrika öfningsexempel,

af

CHR. FR. LINDMAN,
Math. Lector i Strengnäs.

STOCKHOLM,
ZACHARIAS HÆGGSTRÖM,
1852.

PLANE TRIGONOMETRY

PLANE TRIGONOMETRY

PLANE TRIGONOMETRY

PLANE TRIGONOMETRY



FÖRORD.

Det är en bedröflig egenhet för vårt land, att ett försök till lärobok i Matematiska ämnen, snart sagt, måste beledsagas af ett ursäktande företal, så snart den upptager alldrig så litet mera, än hvad som erfordras, för att läsaren skall kunna sägas hafva gjort någon bekantskap med det ämne, som afhandlas. Under sådana omständigheter är det nästan ett underverk, att vi på vårt språk äge någon utmärkt lärobok i Matematiska ämnen. Detta är likväl förhållandet, och de män, hos hvilka vi derföre stå i förbindelse, äro alltför bekanta för att här behöfva namngifvas. Detta kan jag likväl icke underlåta i afseende på Herr Lector Ekman, som först lemnat en Elementar-lärobok i Trigonometrien, författad med en klarhet och precision, mycket öfver mitt beröm. Då så är, torde det väcka förundran, att jag uppträder med ett försök i samma ämne. Jemförelsen mellan båda böckerna skall visa, huru skiljaktiga våra åsigter äro i afseende på en sådan läroboks omfång, äfven om jag ojemförligt mindre lyckats vid utförandet af min. Emedan jag icke kan undgå att både känna och erkänna, hvad jag i detta hänseende har att befara, begagnar jag tillfället att uttala mina åsigter angående Matematisk elementar-undervisning, som under 9 års tid varit min förnämsta sysselsättning.

Om Matematikens studium skall uppfylla sitt ändamål, neml. odla förståndet, skärpa eftertanken och blifva nyttigt i det praktiska lifvet, så är det icke nog, att blotta teorier inläras, utan dertill fordras äfven, att någon tillämpning deraf och någon förbindelse dem imellan beredes, hvarigenom, utom den praktiska nyttian, ojemförligt klarare insigt åstadkommes. I följe häraf tror jag, att Algebrans användning på geometriska problem bör vida mer ifrågakomma äfven vid elementar-läroverket, än hittills varit fallet, emedan Geometrien och Algebran då bidraga att förtydliga hvarandra, och kunskapen i båda först derigenom blir fullständig. Detta bör naturligtvis ej börja, förrän elementerna af både Geometrien och Algebran (logarithmer inclusive) blifvit fullständigt genomgångna, men bör då ske med besked. Ledd af denna åsigt, anser jag geometriska problems intagande uti elementarläroböcker i Algebra vara rentaf otjenligt och onödigtvis öka deras volum, emedan man då icke samlat tillräckliga materialier till deras vederbörliga behandling. Fördenskull har jag år 1847 utgifvit en serskild samling af geometriska problem, hvori jag äfven intagit en deduction af formlerna för beräkningen af en cirkels peripheri och yta, en deduction, som förgäfvos sökes i de vanligast begagnade läroböckerna. Efter genomgåendet af en sådan problemsamling borde lärjungen undervisas om constructionen af sådana expressioner, hvar till första och andra gradens æquationer leda. En sådan constructions-lära, till omfånget afpassad efter behöfvat, sådant jag uppfattat det, har jag äfven skrivit och utgifvit nu i sammanhang med detta försök till lärobok i Trigonometri, ehuru jag ej saknar farhåga att synas alltför vidlöftig, på en tid så nära den, då Matematiken varit nästan blott tole-

rerad vid de publika läroverken. — Hvad nu förevarande lärobok serskildt beträffar, så kan den, utvändigt betraktad, lätteligen förefalla nog dryg*), såsom behandlande blott en del af Mathematiken. Likväl, om man behagar afräkna exemplen, genom hvilkas talrikhet jag trott mig afhjelpa ett för alla lärare i mera besökta skolor länge känt behof, skall man finna den i theoretiskt afseende högst $\frac{1}{2}$ ark drygare än Ekmans, oaktadt jag icke inskränkt mig inom de gränser, som han ansett tillhöra elementarboken. Det är visst sant, att en sådan ej bör upptaga alla möjliga formler; men just de, hvilkas mathematiska studier sluta med Trigonometrien, böra väl deraf hafva inhemtat något mera, än att en branche af Mathematiken har detta namn, samt dess definitioner och förnämligaste theoremer. Om begynnaren icke derjemte får tillfälle till och ledning vid användningen af det, han lärt, så synes han mig hafva alltför liten vinst af den tid och möda, han derpå använt. För att rättfärdiga upptagandet af det, som förekommer om trig. lineer för bågar af hvilken storlek som helst, torde den anmärkning göras tillfyllest; att man redan vid Trapezier kan träffa vinklar $> 180^\circ$. För de viktiga formlernas (12)... (15) allmänna giltighet hade jag tänkt att i en not intaga ett serskildt bevis; men jag har underlåtit det, emedan det synes mig kunna undvaras i en elementarbok och svårigen, utan synnerlig vidlöftighet, kunnat göras nog elementärt för en sådan. I Not. 1 har jag bifogat en, ur Grunerts Archiv der Math. Tom. VI hemtat, deduction af gränsvärden på Sin och Cos i bågen och i Not. 2, på en lärd väns tillstyrkan, en samling af goniometriska formler, som dels lemna ytterligare öfningsexempel för begynnaren och dels kunna vara en minneshjelp för andra. På samma ställe har jag äfven ansett tjenligt intaga ötskilliga oftare förekommande ziffertal. — I afseende på innehållet behöfver jag väl knappast anmärka, att något egentligt nytt i ett så ofta behandladt ämne ej här kan vara att vänta, ehuru ötskilligt torde finnas, som förgäfves sökes annorstädes. Framställningssättet har jag sökt gifva den för begynnaren nödvändiga tydligheten, utan att ändå genom vidlöftighet befria honom från mödan att tänka sjelf, och sålunda sökt tillgodogöra Francoeurs anmärkning: "l'auteur, en disant tout ce qu'il pense, empêche le lecteur de penser lui-même".

Många tryckfel vanställa boken; men förteckningen derå hoppas jag skall hafva en mot den derpå använda mödan svarande fullständighet.

Efter denna redogörelse återstår mig endast den önskan, att de, som behaga underkasta mitt arbete sin upplysta granskning, må deri se ett bevis på mitt begär att gagna den studerande ungdomen, om också misslyckadt bemödande å min sida eller skiljaktiga åsigtter å deras hindra dem att skänka mig sitt bifall.

*) Skulle någon anse constructions-läran onödig, så kan den förbigås, utan att Trigonometriens läsning deraf möter hinder.

Är betecknad en bestämd af en bestämda tillhörande tillägg
af la uttryckning vilka de givna äro af bestämda
och vilka alla de givna äro bestämda. Härutifrån kan
en bestämdhet bestämmas, men en i öfrigt alltså som
bestämdhet bestämmas. Men de givna bestämdhet
bestämmas af en bestämdhet. Men de givna bestämdhet
bestämmas i allmänhet bestämmas af en bestämdhet.

*Om construction af de analytiska expressioner,
hvar till 1:sta och 2:dra gradens æquationer
leda.*

Då de bekanta kvantiteterna vid ett geometriskt
problem äro uttryckta genom zifferor, så erhållas de o-
bekantas nummervärden genom problemets analytiska
upplösning. Ofta önskar man icke veta något annat,
och då är alltsammans färdigt; men ibland behöfver man
äfvén den funna kvantiteten för att derigenom rita en
figur eller dylikt, och då afsätter man den, om den, så-
som oftast inträffar, är en linea, på en odeterminerad
rät linea med biträde af scala. Men äfvén genom geo-
metriska utvägar kan man erhålla de geometriska stor-
heter, som motsvara de obekanta, och deri består ana-
lytiska expressioners construction. Detta måste man
alltid göra, då de bekanta kvantiteterna äro uttryckta
genom bokstäfver, som beteckna vissa delar i en för-
handenvarande figur. För att inse möjligheten af en
sådan construction, bör man eftertänka, hvilka former
expressionerna kunna antaga.

Då Algebran användes på geometriska problem, så kan man visserligen, enligt Algebrans anda, beteckna
en geometrisk storhet hvilken som helst med en bokstaf;
men som alla i Elementar-Geometrien förekommande fi-
gurers ytor*) kunna uttryckas genom producten af två
bokstäfver, som beteckna vissa linear, af hvilka ytans
storlek beror, så är det enklast och med få undantag

*) Se Förf. Saml. af geom. probl. pagg. 5 och 13.
Lindman, Plan Trigonometri