

LÄROBOK

I
RÄKNEKONSTEN,

MED

TALRIKA ÖFNINGS-EXEMPEL.

UTGIFVEN

AF

P. A. v. ZWEIGBERGK,

PHIL. MAGISTER.

Tjugusjunde upplagan,

öfversedd, i enlighet med det metriska systemet.

Särskildt häftade Facit-Tabeller medfölja.



STOCKHOLM.

Z. HÆGGSTRÖMS FÖRLAGSEXPEDITION.

STOCKHOLM, IVAR  BOKTRYCKERI, 1889.

Förord.

För de talrika vännerna af denna lärobok torde följande meddelanden vara af intresse.

1.

Per Anton von Zweigbergk härstammar från en gammal böhmisk adelsslägt. En ättling deraf, *Georg v. Z.*, som lefde på trettioåriga krigets tid, öfvergick till Lutherska trosbekännelsen, miste sitt stamgods och antog krigstjänst hos svenskarne samt stupade såsom svensk öfverste vid Wolfenbüttel år 1641. Dennes sons sons son var *P. A. v. Z.*, som föddes den 11 Januari 1811 i Jönköping, der fadern, *Anton v. Z.*, var hofrättsråd. Modern, *Christiana*, var dotter till prosten *N. C. Themptander* i Skara stift. Student 1826 nödgades den sedan 2 år faderlöse ynglingen medelst kondition under 3 à 4 år samla medel till fortsatta studier. Han promoverades i Upsala år 1836, vardt duplikant i Klara skola i Stockholm och erhöi efter några år transport till Maria skola derstädes, i hvilken andra, sedan tredje och något år rektors klass han skötte undervisningen. År 1852 tog han afsked från skolan efter att då och då hafva åtnjutit tjänstledighet för ett hjertfel, som han haft från tidigaste ungdomen. Der- efter bodde han i Vestergötland till sin död den 16 Oktober 1862.

Öfvan stående biografiska notiser äfvensom åtskilliga uppgifter om boken hafva benäget meddelats af Pastor *Werner Holmström* i Vestergötland, en släkting till Författaren.

2.

Tre år efter sin promotion utgaf v. Zweigbergk första gången denna räknelära under samma titel, som hon ännu bibehåller, och med följande förord. »I den öfvertygelse, att knappast någon grad af utförlighet i en Matematisk Lärobok kan göra Lärarens büråde umbärligt för Lärjungens, har utgifvaren af denna till större delen inskränkt sig till att i korta regler angifva de särskilda Räknesätten samt i bifogade anmärkningar antyda deras grunder. Det utrymme, som härigenom kunnat vinnas, har han heldre användt till ett större antal omvexlande öfnings-exempel. Näst efter de fyra Räknesätten i hela tal och sorter följa blandade öfnings-exempel, hvilka äsyfta att pröfva och skärpa Lärjungens insigt att för hvarje särskildt fall använda det rätta Räknesättet. Sort-Räkningen är för öfrigt så uppställd, att den kan begagnas äfven före inhämtandet af läran om Bråk, emedan ett tillräckligt antal öfnings-exempel på hvarje afdelning föregår dem, i hvilka bråk ingå. Den så kallade Regula de Tri inversa har utgifvaren ej upptagit; de frågor, som efter densamma vanligen behandlas, äro här hänförde dels till Sammansatt Regula de Tri, dels till Kedje-Räkning, af hvilket sednare Räknesätt en vidsträcktare användning skett. Skulle några delar af 4:de Kapitlet (Regula de Tri) för en begynnare anses för svåra, torde 5:te Kapitlet, som innefattar Kedje-Räkningen, före dessa till större delen kunna genomås.»

Märkligt är det så att säga fullfärdiga skick, hvori redan första upplagan framträder: hon utgör stommen till alla efterföljande, så att Författarens åtgärder vid redigeringen af nya upplagor förnämligast bestått uti att tilläga hvad som ansetts nödigt. Så utarbetade han snart nu varande 7:e kapitlet: »Blandade öfnings-exempel för samtliga i läroboken

afhandlade räknesätt», hvilket först utgafs särskildt, men intogs ock såsom en beståndsdel af boken; derpå »Tillägg ur eqvationsläran», hvarjemte efter hand tillkommo »Frågor till muntlig öfning» vid de särskilda räknesätten.

Efter det att år 1855 ett nytt mått-, vikt- och mynt-system, grundadt på decimalsystemet, antagits, verkstälde Författaren det följande året en omfattande bearbetning i berörda hänseende af bokens *trettonde upplaga*, hvilkens förord är af följande lydelse. »*Denna lärobok utgår nu i en ny upplaga, bearbetad med afseende på det nya systemet för mått, vikt och mynt, men för öfrigt till plan och uppställning oförändrad. Utgifvaren har hvarken ansett sig böra för densamma antaga den nyare metoden*» att helt och hållet grunda elementar-aritmetiken på algebrans tecknings- och eqvations-lära, eller den nyaste metoden, hvilken derutur bannlyser både eqvations- och proportions-lära. Han fortfar att tro, att båda dessa läror, i sina enklaste grunddrag, kunna med fördel användas inom elementar-aritmetiken, då det sker i behörig ordning. Begreppen om likhet och förhållande förekomma redan tidigt vid den aritmetiska undervisningen, och användningen af derpå grundade enklare läror kan icke anses vara för densamma främmande. Utgifvaren har ej heller kunnat finna någon vinst för undervisningen i att upplösa en uppgift, tillhörande t. ex. sammansatt *Regula-de-tri*, i en stor mängd särskilda frågor, när den kan betraktas och uppfattas nästan såsom ett organiskt heli, utan uppoffring af insigtens grundlighet. Ehuru det förra förfaringssättet kan hafva sitt värde, dels såsom en utväg att låta lärjungan något tidigare behandla enklare *Regula-de-tri*-frågor, för hvilka det bäst lämpar sig, dels såsom ett medel att ytterligare förklara och bekräfta det aritmetiska resultatet af dylika frågor, så berättigar detta likväl icke till dess exklusiva användning eller att förkasta de fördelar, som det vanliga betraktelsesättet erbjuder, i synnerhet vid mera sammansatta frågor. — Hvad åter fordran af klar insigt hos lärjungan angår, så tillhör den uteslutande hvarken den nyare eller nyaste, utan lika mycket den gamla rätt förstådda metoden. Att denna lärobok också i sin mån, ifrån första utgifvandet, åsyftat en så mycket som möjligt förståndsbyggande undervisning i elementar-aritmetiken, lär icke hafva undfallit någon opartisk granskare. Men utgifvaren har, lika så väl som nyare författare af dylika läroböcker, för detta ändamål tillika måst räkna på lärarnes verksamma biträde. Han fortfar också i sin öfvertygelse, att ingen skicklig lärare utan tillräckliga förberedande förklaringar och muntliga öfningar (hvaraf lärjungar med olika natursgåfvor hafva olika behof, och i afseende på hvilka lärobokens antydningar därför icke alltid kunna vara tillräckliga) brukar införa sina lärjungar i nya afdelningar af läroämnet. Till de erinringar, hvilka i sjelfva läroboken äro gjorda, för att i möjligaste mån förekomma missbruk af densamma, får han här blott i allmänhet tillägga rörande planen för dess begagnande, att de muntliga öfningar, som äro antydda vid de särskilda räknesätten, böra flitigt och omväxlande användas såsom förberedelser för skriftlig räkning, äfvensom att 7:de kapitlet af denna lärobok, hvilket innehåller blandade öfnings-exempel, bör begagnas dels styckevis till ytterligare öfning samt till komplettering af hvad läroboken innehåller på hvarje afdelning, hvarst den hänvisar till detta kapitel, dels mera i sammanhang, efter genomgåendet af större afdelningar af läroboken, för att genom den blandning och omväxling af frågor, hvilka fordra olika lösningssätt, som detsamma innehåller, pröfva och skärpa lärjungans insigt.»

Sjuttonde upplagan, utgifven 1862, är den sista som Författaren sjelf ombesörjt. De tre följande upplagorna utgäfvos oförändradt lika med den nyss omförmälda.

3.

Då emellertid det nya sorts-systemet kommit till allmännare användning, kräfde denna räknelära i vissa delar en mer omfattande öfverensstämmelse dermed, än den Författaren sjelf under den öfvergångstid, som rådde under hans senaste lefnadsår, funnit lämpligt att genomföra, hvilken omarbetning anförtröddes åt undertecknad, som redigerat alla sedan år 1870 utkomna upplagor, af hvilka de senaste omarbetats till öfverensstämmelse med det metriskä systemet. För antydda omarbetningar redogöres i efterföljande förord.

Förord till 21:sta upplagan (1870). — »Då, efter Författarens död, den härmed utgifna 21:sta upplagan framträder i omarbetadt skick, har omarbetaren att i korthet redogöra för sina åtgärder. För att tillmötesgå många lärares önskan, har kapitlet om sorter blifvit sålunda omarbetadt, att så väl de nya sorterna, som de ännu begagnade äldre (såsom tidsräkningen m. m.), blifvit ställda främst, hvaremot de gamla sorterna fått ett mera underordnad rum, en anordning, som vidtagits både med reduktions-tabeller och öfnings-exempel. Att härvid alldeles utesluta de gamla sorterna lär väl ännu vara för tidigt, helst desamma till icke ringa del ännu i hvardagslifvet användas och finnas dessutom upptagna i nästan alla af senast utgifna arithmetiska läroböcker; men genom den i närvarande upplaga af denna lärobok vidtagna anordningen, kan den, som så önskar, gå dem förbi. I de öfriga räknesätten (reg. de tri, intresse-räkning o. s. v.) hafva dessa äldre sorter äfvenledes blifvit tillämpade endast å ett mera inskränkt antal öfnings-exempel, så att äfven der de nya sorternas användning blifvit hufvudsak. Denna läroboks, af gammalt erkända, förträffliga urval af öfnings-exempel har i allmänhet fått kvarstå, ehuru för ofvannämnda ändamåls vinnande många exempel fått vecla plats (i 3:dje kapitlet), hvarjemte andra i öfrigt blifvit lämpade efter nya sorts-systemet. Öfnings-exempel till ett mindre antal hafva blifvit tillagda dels i kapitlet om sorter och dels i eqvationsläran vid bokens slut. Tabellerna öfver utrikes mått, vigt och mynt hafva äfven undergått tidsenliga ändringar.

Denna bok har äfven tillunnit sig ett rättvist erkännande för den korthet och bestämdhet, hvarmed dess theoretiska del blifvit affattad. Omarbetaren har derföre i allmänhet med pietet bibehållit Författarens ursprungliga framställningssätt samt blott der och hvar gjort ett och annat tillägg, äsyftande att dermed förtydliga åtskilligt, som kunde förefalla begynnaren nog abstrakt. Så t. ex. har omarbetaren vid hela tal ställt exempel främst, för att dermed äfven antyda arten af den undervisningsmethod, som med skäl allt mer gör sig gällande, nemligen sättet att utgå från exempel och derur härleda reglorna, ett framställningssätt, som dock icke kunnat fullföljas hela boken igenom, emedan hon derigenom skulle hafva öfverstigit en vanlig läroboks storlek. Nämnda method torde ock snarare tillhöra skolorundervisningen än läroboken, hvilken senare till sin natur endast kan upptaga ämnets allmännaste drag. I tillägg vid regula de tri, intresse-räkning o. s. v. har omarbetaren äfven antydt andra lösnings-sätt, än dem, som omedelbart grunda sig på proportionsläran, i den öfvertygelse att insigten vidgas genom att betrakta ett ämne ur flera synpunkter.»

Förord till 22:dra upplagan (1873). — »Vid revisionen af denna upplaga har man haft att tillgå: »Underdånigt Betänkande af Kommissionen för behandling af åtskilliga till undervisningen i Matematik och Naturvetenskap inom Elementarläroverken hörande frågor», äfvensom samma Kommissions specialanmärkingar till detta arbete. Vid granskningen af denna läroboks 21:sta upplaga yttrar (å sid. 95) ofvannämnda Kommission: »De tabrika upplagor, som denna bok upplefvat, och den betydliga spridning, den än i dag har, torde redan i och för sig vittna att den eger stora förtjenster. Den utmärker sig genom åskädlighet, korthet och bestämdhet i uttryck, rikedom på omväxlande exempel samt ett genom de många upp-

lagorna lätt förklarligt företräde framför andra läroböcker i samma ämne i afseende på undvikande af tryckfel och oriktiga resultat. Den upptager, ehuru i ringa mängd, frågor till muntlig öfning, och de anmärkningar, som i de senare upplagorna tillagts, huru korta de än äro, sprida ofta rätt mycket ljus öfver den gifna definitionen eller regeln. Derjemte hafva i den sista upplagan de gamla sorterna fått en jemförelsevis underordnad plats och ej användts så mycket som de nya, hvilken förändring äfven ländertill arbetets fromma. Detta räknar emellertid ännu nästan för mycket på en skicklig lärares biträde, och öfvertygelsen härom i förening understundom med skiljaktiga åsigtter i fråga om proportions- och equations-lärens användbarhet inom räkneläran tyckes hafva framkallat den mängd af läroböcker i detta ämne, som hos oss utkommit de senare åren.»

Då bemälda Kommission sålunda i det hela ganska gynnsamt bedömt denna lärobok, har omarbetaren vid revisionen af nu föreliggande 22:dra upplaga trots sig bäst fullgöra sitt värf genom att dels införa nästan alla de af Kommissionen i specialanmärkningarne föreslagna smärre ändringar, hvilka också äro väsentliga förbättringar, och dels att i det hänseendet tillmötesgå Kommissionens i Betänkandet framlagda plan, att vid hela tal, äfvensom, ehuru i mindre mån, vid decimalbråk, ett urval af konkreta exempel fått föregå de abstrakta, hvarjemte exemplen för hela tal blifvit afdelade i tvänne kurser.»

Förord till 26:te upplagan (1885). — »Enär tiden för metriska systemets allmänna användning hos oss allt mer nalkas, har man ansett nödigt att i nu föreliggande upplaga omarbete först och främst kapitlet om sorter, nemligen så, att i dess hufvudafdelning upptagits uteslutande metriska sorter jemte om penningräkning, tidräkning och stycketalräkning, hvaremot de äldre sorterna (deri inbegripna äfven de år 1855 antagna) hänförs till en underordnad afdelning inom hvarje räknesätt, så att räknaren har full frihet att öfva dem eller gå dem förbi. I öfriga delar af boken har vidare ett betydligt antal af öfnings-exemplen omarbetats enligt metriska systemet, ehuru man ej ansett med en praktisk lärobok förenligt att ännu utesluta allt, som angår våra gamla sorter, enär allmänheten fortfarande i daglig handel och vandel rör sig med dessa snart sagdt ännu utan undantag. Äfvenledes har bokens sista afdelning, om utrikes mått, vikt och mynt, undergått en efter ändrade förhållanden behöflig omarbetning, förnämligast med ledning af Karl Smedmans verk: »Den fullständiga Kontoristen».

Under nu förflutna 50 år (från 1839) har denna bok utgått i 27 upplagor, hvilka dock varit ganska olika till storleken. Den 1:sta uppl. lär hafva utgjort endast 2000 ex., men sedan ökades antalet, och nya upplagor utkommo till omkr. 1856 med 1 till 2 års mellantid. Från nämnda år lär hvarje upplaga hafva utgjort minst 10000, ofta 15000 exemplar, så att boken säkerligen blifvit spridd i tillsammans omkr. 200000 exemplar. — De flesta upplagorna äro tryckta i Stockholm på Hörbergiska tryckeriet, uppl. 22—24 på Akademiska tryckeriet hos Ed. Berling i Upsala och uppl. 21 samt 25—27 hos Ivar Haggström i Stockholm.

Bokens volym och formatets storlek hafva under tidernas lopp ökats. 1:sta uppl., i mindre oktav, innehåller 4 + 178 + 28 sidor; 17:de uppl., den sista af Förf. sjelf redigerade, upptager 4 + 236 + 32 sidor, hvaremot den 21:sta, ehuru med tätare sättning, utgör 8 + 264 + 32 sidor. Från och med uppl. 25 har formatet i betydlig mån ökats, så att innehållet gått ut på det sidotal, som närvarande upplaga utvisar. — Bokhandelspriset å 1:sta uppl. var 1 rdr banko. Sedan ofvan omnämnda kap. 7 tillkommit, höjdes priset till 1 rdr 36 sk. rgd. = 1 kr. 75 öre, hvilket pris fortfarande gäller, fastän bokens innehåll ökats med åtminstone en fjerdedel mot hvad hvardera af upplagorna före 1870 innefatta.

J. Bäckman.

INLEDNING.

Räknekonsten (*Aritmetiken*) lärer att af vissa kända tal härleda andra obekanta, som af de förra bero.

A n m. 1. *Tal* är uttrycket för en storhet. *Storhet* (quantitet) är allt det, som genom likartade delars tilläggning eller frändragning kan ökas eller minskas. Uttrycket storhet är ofta liktydigt med tal.

A n m. 2. Om tvenne tal, t. ex. 8 och 24, äro kända, så kunna flera frågor uppstå, såsom: *a)* hvad utgöra 8 och 24 tillhopa? — svar: 32; — *b)* hvad återstår, om 8 dragas från 24? — svar: 16; — *c)* hvilket tal erhålles, om 24 tagas 8 gånger? — svar: 192; — *d)* huru stor blir ver hvarje del, om 24 delas i 8 lika stora delar? — svar: 3. Genom eftertanke har man nu funnit de olika svaren: 32, 16, 192 och 3. Dessa tal äro ursprungligen obekanta, men kunna finnas, emedan de bero af de kända talen (8 och 24). Att sålunda genom eftertanke finna ett förut obekant tal, då två eller flera tal äro bekanta eller kända, är att *räkna*; och de olika sätten för räkning framställas i räkneläran.

De tecken, af hvilka man betjenar sig, för att utmärka ett visst antal eller bilda *tal*, kallas *siffror*. De äro tio, nemligen:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
noll, som betecknar intet, *ett*, *två*, *tre*, *fyra*, *fem*, *sex*, *sju*, *åtta*, *nio* *).

*) Att man vid bibringandet af grundbegreppen om talen, om sättet för deras uppkomst, benämning och beteckning, bör begagna sig af medel, hvarigenom de åskådliggöras (t. ex. streck, räknekulor eller dylikt), torde knappast behöfva erinras; likasom att läran härom hvarken behöfver eller bör helt och hållet genomgås, innan man med de enklare talen företager lättare operationer. Blott såsom en antydning må här tilläggas följande:

Så snart lärjungen genom fortgående sammanläggning af enheter [*ett* till *ett* (streck, kula, finger o. s. v.) är *två*, *ett* till *två* är *tre*, o. s. v.] fått begrepp om antal till och med *tio* jemte kännedom om deras namn, lär man honom att äfven beteckna dessa tal med siffror, hvarefter desamma väl inöfvas genom flerfaldig användning [t. ex. *ett* från *tio* är *nio*, och skrives 9, o. s. v.; huru många äro fingrarne på *en* hand? på *begge* händerna? sträck upp *tre* fingrar! o. s. v., och skrif äfven dessa olika tal!]. Derefter öfvergår man på samma sätt till det andra tiotalet (hvarvid benämning och beteckning följas åt, och efter hvars inlärande de första begreppen om addition och subtraktion redan kunna meddelas), och fortgår sedan till de öfriga talen till och med *hundra*, under uppmärksamhetens noggranna fästande på de olika slagen af enheter och deras inbördes förhållande (enligt sista hufvudstycket af inledningen), hvarefter begreppen om mångfald och jemn del (om multiplikation och division), med förändande af decimalsystemets grundegenskap, redan kunna bibringas, o. s. v.