RÄKNELÄRANS GRUNDER

ELLER

ARITMETIK OCH ALGEBRA

I KORT SYSTEMATISK FRAMSTÄLLNING

AF

EMIL ELMGREN.

II. ALGEBRA

STOCKHOLM.
P. A. NORSTEDT & SÖNER.
KONGL. BOKTRYCKARE.

STOCKHOLM,
P. A. NYMANS TRYCKERI,
1882.

FÖRORD.

Hänvisande till förordet i häftet I rörande arbetets allmänna plan m. m., vill förf. här meddela hvad särskildt är att säga om föreliggande häfte.

Läran om rotutdragning ur polynom är utelemnad, emedan den så godt som aldrig har någon praktisk användning. — Division med mångtermig divisor, som sällan kommer i fråga, är meddelad i ett tillägg.

Någon lära om »imaginära kvantiteter» är ej upptagen. Det visas endast, huru man genom den fortsatta *formella* behandlingen af ett omöjligt fall vid en andra grads ekvation kommer till den imaginära symbolen. Något vidare anser förf. icke höra till »elementerna», utan böra uppskjutas till den högre del af algebran, som afhandlar den allmänna ekvationsläran m. m.

Beträffande de »irrationella talen» anser förf. den nu brukliga »stränga» framställningen logiskt oegentlig, oafsedt svårigheten för eleven att fatta den egentliga pointen däri. Förf. menar, att man härvidlag endast har att iakttaga: 1) att när ett irr. tal framkommer, visa *hur* (el. åtminstone *att*) det kan beräknas till hvilken önskad noggrannhet som hälst (ex. § 149); 2) att ge en teori för räkning med närmevärden (kap. 21), däri visas hvilken noggrannhet resultaten af de förekommande operationerna med närmevärden af uppgifven noggrannhet erhålla, eller åtm. visa att en viss funktion af ett irr. tal kan beräknas med huru stor noggrannhet som önskas*) (ex. § 190); men icke att bevisa »räknelagarnes giltighet för irr. tal», något hvars mening är svår att inse, då man ju endast kan räkna med närmevärden, hvilka väl äro tal som andra (§ 150, anm. 1).

Läran om de »negativa kvantiteterna» har förf. sökt befria från mysticism genom att förvandla den till hvad han anser den egentligen vara, en lära om teckenändring i formler (kap. 16). Det kan enl. förf:s mening endast leda till förvillelse att till en ny storhet sammanslå 1) en storhet och 2) dess relation till en annan storhet. Huru den här gifna framställningen tillämpas på geometrien (analyt.), synes lätt af § 270.

Förf. har sökt visa *ett* sätt att framställa logaritmläran, oberoende af potenser (genom att lägga funktionsegenskapen $f(ab) = f(a) + f(b)$ till grund**). Dock lägger förf. ingen synnerlig vigt härpå, och intet finnes som hindrar att läran om potenser tages först, att »logaritm» där definieras genom likheten $a^{\log. x} = x$, att grundformeln $\log(ab) = \log a + \log b$ där härledes, och att man sedan börjar på § 162. Men förf. anser det för en bestämd fördel, att man ur denna grundformel (och icke ur de olika potensformlerna, annat än möjl. som en ytterligare illustration) härleder de öfriga log.-formlerna, ty härigenom blir logaritmteorien mera

*) Detta följer, för summa, skillnad, produkt och kvot, redan af kap. 8 samt för kvadratroten ur § 146; för en rot i allmänhet kan det näppeligen elementärt bevisas.

**) Ett annat sätt är det gamla på aritm. och geom. serien grundade (jfr § 200).

helgjuten. För en första öfning i räkning med log. är i texten insatt en treställig tabell. I bokens slut lemnas en fyrställig, som förf. anser tillräcklig för de flesta behof; den utlofvas i § 182 med enkel ingång, men utrymmet har nödgat oss att sätta den med dubbel ingång.

Slutligen har förf. sökt att ge proportionsläran hvad han anser för en begriplig och i tillämpningar direkt användbar form, genom att uteslutande grunda den på två variabla storheter, mellan hvilka finnes den relation, som får namn af proportionalitet. Att utreda hvari denna relation består, är just proportionsslärans egentliga innehåll. Förf. anser, att det myckna krånglet i den från Euklides ärfda, om än på ett eller annat sätt modifierade, proportionsläran har sin grund i betraktelsen af fyra storheter samt i ett själfgjordt besvär med irrationella tal, hvarigenom å ena sidan en mängd bisaker, såsom in- och konvertering, komponering etc., upptaga utrymmet, och å andra sidan proportionalitetskriteriet blir så subtilt, att det alldeles icke kan bli tal om något upptagande af det samma i en åskådlig föreställning, och därför knappast om någon tillämpning af det samma utom de euklidiska råmärkena.

Texten är ordnad ur systematisk synpunkt: skälen för en sådan ordning äro angifna i matematiska kommissionens betänkande s. 17. Nämda ordning är emellertid icke alldeles den samma som den så att säga kronologiskt-pedagogiska, den vi anse böra vara ungefär följande: — Kap. 11 (utgörande inledning), 12, 13, 14; kap. 22 t. o. m. § 238 (med probl.); kap. 15, 16; kap. 22 fr. o. m. § 239 (med probl.); kap. 17, 18 (kunna, som ofvan anmärkts, läsas i omvänd ordning, äfvensom uppskjutas till när som hälst längre fram); kap. 23, 24 (§§ 253—265 med probl. kunna tagas före kap. 23); kap. 19, 20, 21 o. 25 kunna tagas delvis, när de behöfvas. De flesta torde väl anse den ordning pedagogiskt bäst, som låter eleven så fort som möjligt tillämpa ett inhemtadt material.

Väl inseende att arbetet äger många brister, blir förf. tacksam för hvarje kritik, ju grundligare desto bättre, som möjligen kan komma en framtida upplaga till godo.

Före bokens användning torde följande **rättelser** göras:

sid. 50 rad 6 står: *a* stycken *n*, läs: *n* stycken *a*
sid. 50 rad 11 står: Enligt § 83, läs: Enligt § 86
sid. 56 rad 8 nedifr. står: $m(a+b)-c$, läs: $m(a+b-c)$
sid. 63 rad 5 står: *Ex. 1.* $\frac{10}{15}=\frac{2}{2}=$, läs: *Ex. 1.* $\frac{10}{15}=\frac{2}{3}=$
sid. 66 i midten står: *Ex.* $50^2\ 2500$; läs: *Ex.* $50^2=2500$;
sid. 67 nederst (noten oräknad) står: rest 54, läs: rest 34
sid. 71 strax ofvan midten bör stå: $\sqrt[3]{25372}=29$
sid. 93 rad 6 nedifr. står: *log* 2891 =, läs: *log* 2819 =
sid. 93 rad 6 nedifr. står: = 1,4506, läs: = 1,45016
sid. 96 rad 10 nedifr. står: räckor menas, läs: räcka menas
sid. 97 rad 2 nedifr. står: de 1000 första, läs: de 999 första
sid. 103 rad 10 står: produkten (*Y*), läs: produkten (*y*)
sid. 105 rad 25 står: äfven blir, läs: äfven blifva

Ebbetorp i September 1881.

E. E.

ALGEBRA.

90. Algebran är en utvidgning af aritmetiken. Man betraktar här inga särskilda tal utan endast tecknade räkningar, hvilka man lär sig att ge en annan och för ett visst ändamål t. ex. sifferräkning lämplig form utan att förändra deras värde (det resultat som de gifva). De i den tecknade räkningen förekommande talen blifva ej härunder förändrade och kunna därför vara hvilka som helst. De betecknas därför ock med bokstäfver. Emellertid behandlas här äfven åtskilligt som tillhör sifferräkningen.

Kap. 11. Formler.

91. De i en räkneuppgift ingående kända storheterna äro af åtskilliga slag och ha oftast i språket särskilda namn (såsom i en räntefråga: kapital, tid, ränta o. s. v.).

Mellan dessa storheter finnes ett visst samband, med stöd af hvilket man kan beräkna en af dem, när de öfrigas värden äro gifna.

I algebran betecknas dessa storheter med vissa tecken, vanligen bokstäfver*), och sambandet uttryckes i en uppteckning af de räkningar, som med de kända storheterna böra vidtagas för att finna den sökta. En sådan uppteckning kallas en *formel*. Den är en på algebrans teckenspråk skrifven regel.

För att besvara en enskild fråga af det slag formeln afser, har man endast att utbyta storheternas tecken mot deras värden för tillfället samt verkställa den tecknade räkningen.

92. Af algebrans *räknetecken* känna vi dem som tillhöra de fyra räknesätten.

*) Dessa kunna anses som förkortningar af storheternas namn i språket.