EQVATIONEN

OCH

DESS ANVÄNDNING

REDAN VID UNDERVISNINGEN I

ARITMETIK,

AF

FRITZ SAMUEL SVENSON,

FIL. D:R, ADJUNKT VID HÖGRE ALLMÄNNA LÄROVERKET I LUND.

LUND 1881,

FR. BERLINGS BOKTRYCKERI OCH STILGJUTERI.

Förord.

"Gif mig en fast punkt och jag skall rubba jorden", yttrade någon gång Arkimedes, naturvetenskapernas ypperste förkämpe i forntiden.

Det var emellertid den store tänkaren ej nog att ega den der fasta punkten för att åstadkomma det utlofvade undret; han hade äfven behof af en häfstång. Det är denna lilla apparat i dess olika former, hvaraf nutidens industri betjenar sig för att frambringa sina otaliga under i fråga om kraftutveckling. Äfven tanken betjenar sig i sin verksamhet någon gång af en dylik liten häfstång och den fasta punkten finner den i ett antagande, på hvars realitet slutledningarnes hela byggnad beror. Matematiken hvilar i detta afseende på en synnerligen fast grund, hvilken vi skulle kunna uttrycka så här: $1 + 1 = 2$. Då nu denna vetenskap tillika använder en häfstång, eqvationen, eger den ju vilkoren för åstadkommandet af något, som i sin storhet kan mäta sig med, hvad Arkimedes ville frambringa. Dess under hafva ej uteblifvit; visserligen har matematiken ej rubbat jorden, men den har räknat ut dess gång.

Utgående från den nyss anförda enkla matematiska grundsatsen, kan man omedelbart med tanken lösa en hel mängd räkneuppgifter, hvilkas grundformer vi i föreliggande lilla arbete hafva framstält i fyra exempel [Kap. I: § 5]. När uppgifterna blifva något mera invecklade, gör sig emellertid behofvet af en häfstång för tanken gällande.

Det är betydelsen af denna häfstång, vi med det nyss sagda hafva velat påpeka.

I algebran använder man alltid vid räkneuppgifters lösning eqvationen, och utan denna skulle det vara omöjligt att med framgång angripa svårare problem. Vid undervisning i aritmetik har man deremot ansett denna häfstång vara helt och hållet öfverflödig eller åtminstone af ringa betydelse. Vi protestera på det lifligaste emot en sådan uppfattning och vilja med detta vårt arbete visa dels, att eqvationen är ett ypperligt hjelpmedel för lösningen äfven af aritmetiska uppgifter, dels att den såsom sådant mycket väl kan användas af den, som endast lärt att räkna med hela tal och bråk.

Den metod, som man förr temligen allmänt använde vid lösandet af räkneuppgifter, och som von Zweigbergk upptagit i sin räknebok, bestod deri, att man som häfstång använde analogien. Och det befans, att denna var i viss mån praktisk. Man kunde med henne angripa en mångfald af de mest invecklade frågor, och det är otroligt, hvilken färdighet man förvärfvade sig i dess användning. Metoden var emellertid helt och hållet mekanisk, och så snart man stötte på en uppgift, som ej gick i takt med schemat för en analogi, stod så att säga förståndet stilla, äfven om frågan var aldrig så enkel. Det var tydligen detta förhållande, som framkallade reaktion emot metoden och kom författarne af läroböcker i aritmetik att slå in på en annan väg. Man öfvergaf helt och hållet analogien, och i dess ställe framträdde den så kallade frågmetoden (se Nyströms räknelära m. fl.).

Enkel regula de tri frågor kunna i allmänhet lätt lösas genom detta successiva frågande, och på sådant sätt bör verkligen ock nybörjaren invigas i de nyssnämnda problemen. Men deremot stöter det på, snart sagdt, oöfvervinneliga svårigheter att utsträcka metoden till sammansatt regula de tri problem, något, som nogsamt den får erfara, som undervisar efter t. ex. Nyströms eller Pihlstrands räkneböcker. Dessutom gifves det en mångfald enkla praktiska frågor, som måste lemnas alldeles orörda, så länge man ej förstår att lösa en enkel eqvation. Metoden att lösa aritmetiska uppgifter med användning af eqvationen ligger så att säga midt emellan de två förut omnämnda metoderna, och vi äro öfvertygade om, att äfven i detta afseende besannar sig den gamla latinska sentensen "in medio consistit virtus" (medelvägen är bäst.)

Under en lång tjenstgöring i elementarskolans öfre klasser har det alltid förvånat oss, att ynglingarne efter inhemtandet af algebrans elementer visat sig i fråga om problemlösning ega så litet gagn af den öfning de haft uti lösandet af aritmetiska problem. De uppgifter, som läroböckerna i aritmetik meddela, äro i allmänhet af samma natur som de lättare algebraiska problemen; men man finner äfven i räkneböcker exempel, som äro jemförliga med algebrans svårare problem af första graden. Kunde man icke under sådana förhållanden med skäl fordra, att en yngling, som genomgått en fullständig aritmetisk räknekurs och en mångfald aritmetiska räkneuppgifter, borde vid den algebraiska problemlösningen ådagalägga en temligen god förmåga att tänka och resonera öfver en uppgift. Lika visst som en dylik fordran är berättigad, lika visst är att man besvikes i sina förväntningar.

Professorn vid Köpenhamns Universitet Herr A. Steen har efter åhörandet af undervisningen vid några af de svenska läroverken sammanfattat sina intryck häraf uti en under fjolåret utgifven broschyr, hvari han beträffande matematiken yttrar, att "Resultatet ikke kan taale sammenligning med det vi naa i Danmark", och synes det vara Professorns mening, att detta omdöme träffar såväl kunskapernas qvantitet som qvalitet. Att kursen i matematik vid de danska skolorna är högre än vid våra, derom hafva vi kunnat öfvertyga oss genom att jemföra uppgifterna i årsberättelser äfvensom de problem, som gifvits till skriftlig behandling i mogenhetsexamen hos oss och i Danmark. Det har dock funnits en tid, då fordringarna i matematik voro hos oss lika höga, som de nu äro i Danmark; men att förhållandet ändrats, kommer sig väl deraf, att under det den danska elementarskolan håller fast vid sin karakter af en lärd skola, vår tyckes allt mer och mer få till uppgift att meddela endast en allmän medborgerlig bildning.

Beträffande åter qvaliteten af de matematiska kunskaperna kunna vi ej yttra oss öfver jemförelsen, emedan vi aldrig varit i tillfälle att afhöra någon undervisning i danska skolor. Men det är mer än antagligt, att enär de båda faktorer, som härvid öfva det största inflytande, nemligen lätja och bristande begåfning, väl få anses i det närmaste lika på denna och andra sidan sundet, någon stor differens i kunskapernas qvalitet ej skall kunna uppvisas.

Professor Steen yttrar vidare, att undervisningen i aritmetik och algebra i mellanklasserna synes gå väl långsamt, och häri gifva vi honom rätt. Vi hafva redan påpekat orsaken härtill. Att använda frågmetoden på svårare aritmetiska uppgifter (sammansatt regula de tri m. m.) är redan i och för sig ett oförlåtligt slöseri med tiden. Härtill kommer, att metoden visar sig ej gifva någon behållning för den algebraiska problemlösningen, hvaraf blifver en följd, att en betydlig del af den åt algebran anslagna tiden måste egnas åt problemlösning till men för ämnets teoretiska behandling. Om man använde eqvationen vid lösning af aritmetiska uppgifter, skulle ynglingen derigenom vinna en större öfning uti att, så att säga, handskas med talen, och vid ankomsten till de algebraiska problemen skulle han finna sig som på eget hemman. Med den nuvarande läsplanen för öfrigt vore det derför synnerligen lämpligt att i 3:dje klassen öfva ynglingarne i räkneuppgifters behandling enligt det sätt vi i vår uppsats skola framställa. Vi tro, att behållningen häraf skulle blifva större än den, som följer af det nuvarande undervisningssättet, och derjemte kunde ynglingen införas i algebran utan att han märkte någon synnerlig skilnad mellan denna och aritmetiken.

När Professor Steen slutligen säger, att det mindre goda resultatet af undervisningen i matematik, som han funnit vid våra elementarskolor, i väsentlig grad beror på begagnandet af Euklides' Elementa, så kämpar han härmed för en idé, som hos oss torgförts för länge sedan. För vår del vilja vi väl medgifva, att den nämnda urkunden i pedagogiskt hänseende lider af några brister, men dessa äro åtminstone hvad beträffar de fyra första böckerna obetydligare än dem vi funnit hos nyare pedagogiska skapelser i Geometrien, och det är väl af detta skäl, som man vid många af våra elementarskolor ej ännu velat besluta sig för att lemna en gammal bepröfvad mästare och följa en ny.

Med afseende på folkskolan är det väl sant, att det stora flertalet af dess elever ej hinna längre i räknekonsten än till besvarandet af frågor af den art, som vi i vår uppsats under ex. I, II, III, IV kallat typer. I sjelfva verket kan ock detta vara dem nog, emedan de frågor, som i det praktiska lifvet vid handel och köpslående man och man emellan förekomma, falla under någon af de angifna fyra typerna och i allmänhet ej äro af svårare natur. Men lika visst är det — och ett motsatt förhållande vore att beklaga — att många af folkskolans alumner visa en håg och en förmåga att lära matematik, som gör det för läraren till en kär pligt att i ämnet meddela dem kunskaper öfver det mått, som kan bestås det stora flertalet. Och det är väl äfven ett af erfarenheten bestyrkt faktum, att ej så få af samma alumner gå att inom samhället intaga platser, på hvilka särskildt mera omfattande matematiska kunskaper äro af nöden. Det är med afseende härpå, som vi yrka, att äfven inom folkskolan eqvationen skall af dem, som hinna längre än till enkel regula de tri frågor, användas vid lösningen af aritmetiska räkneuppgifter.

Vår åsigt om undervisningen i aritmetik är alltså i korthet följande:

Sedan man inhemtat kännedom om räkning med hela tal och bråk (grundligt), hvarunder tillika den så kallade sorträkningen genomgåtts, öfvergår man till enkel **regula** de tri frågor, af hvilka några lättare till en början behandlas enligt frågmetoden. Men derefter införes eleven i den aritmetiska problemlösningen enligt den ordning vi nu gå att utveckla.

Vi tro, att ganska många lärare och andra med undervisningskonsten förtrogne skola biträda vår åsigt, och hoppas, att detta vårt arbete skall komma att anses lämpligt till användning vid sidan af hvilken lärobok i aritmetik som helst. Derför hafva vi endast anfört exempel af sådan art, som man i allmänhet ej träffar i räkneböcker, och dessa innehållas till största delen i Kap. III.

Med afseende på denna framställning vilja vi dessutom hafva sagdt, att man ej må vänta sig synnerligen mycket nytt, samt att vi för fullständighetens skull kommit att upptaga åtskilligt, om hvars behandling meningarna ej kunna vara delade. Vi tro dock, att med afseende på räknefrågornas natur och uppkomst vi framhållit en synpunkt, som säkerligen icke ännu någonstädes finnes i tryck angifven. Om det berättigade häri och om framställningens åskådlighet må för öfrigt läsaren sjelf döma.

Lund i April 1881.

Författaren.

Eqvationen och dess användning.

Kap. I.

Eqvation med två termer.

§ 1. De i en räkneuppgift bekanta storheterna äro gifna i tal, antingen i hela tal, vanliga bråk, decimalbråk eller så kallade blandade tal, och emedan det är genom räknesätten addition, subtraktion, multiplikation och division med dessa tal, som man löser uppgiften och finner den obekanta, så uppstå härvid räkneoperationer af följande olika grundformer:

Addition: Man erinrar derom, att termernas inbördes ordning är likgiltig.

1. $253 + 780$;	*2.* $101 + \frac{3}{4}$;	*3.* $12 + 0{,}25$;
4. $27 + 3\,{}^1/_3$;	*5.* $25 + 107{,}34$;	*6.* $\frac{3}{13} + 7$;
7. $\frac{4}{15} + \frac{2}{3}$;	*8.* $\frac{3}{7} + 0{,}01$;	*9.* $\frac{4}{5} + 7\,{}^1/_{20}$;
10. $\frac{3}{11} + 12{,}15$;	*11.* $0{,}303 + 107$;	*12.* $0{,}155 + \frac{3}{16}$;
13. $0{,}125 + 0{,}33$;	*14.* $0{,}225 + 11\,{}^1/_5$;	*15.* $0{,}236 + 10{,}907$;
16. $11\,{}^1/_{11} + 121$;	*17.* $3\,{}^1/_3 + \frac{7}{32}$;	*18.* $5\,{}^1/_6 + 0{,}24$;
19. $12\,{}^8/_9 + 13\,{}^5/_{27}$;	*20.* $65\,{}^3/_{25} + 35{,}25$;	*21.* $15{,}3 + 19$;
22. $1{,}01 + \frac{3}{5}$;	*23.* $3{,}9 + 0{,}101$;	*24.* $7{,}62 + 9\,{}^1/_2$;
25. $27{,}75 + 33{,}268$.		