

RÄKNEMETODIKEN

Ruth Wikström · Torsten Husén

RÄKNEMETODIKEN

PSYKOLOGISK-PEDAGOGISK
HANDLEDNING
FÖR DE FÖRSTA SKOLÅRENS
RÄKNEUNDERVISNING

SKRIVRIT

BERLINGSKA BOKTRYCKERIET
LUND 1955



INNEHÅLL

Förord	7
Kap. 1. Barnets kvantitets- och talerfarenheter under förskolåldern	9
Kap. 2. Barnens tal- och räknemognad	15
Kap. 3. Några inlärningspsykologiska synpunkter	19
Kap. 4. Intresseområden i den första räkneundervisningen	24
Kap. 5. Talsymbolerna	28
Kap. 6. Ordningstal och talgruppering	33
Kap. 7. Lärogången i räkneämnet	37
Kap. 8. Överkurser	42
Kap. 9. Bildens betydelse vid räkneundervisningen	45
Kap. 10. De första räkneoperationerna	48
Kap. 11. Talsorter m. m.	53
Kap. 12. Tiotalsövergångar	57
Kap. 13. Serieräkning – multiplikation och division	59
Kap. 14. Mått och sorter	63
Kap. 15. Additions- och subtraktionstabeller	69
Kap. 16. Räknemateriel för den första räkneundervisningen	72
Kap. 17. Diagnostiska räkneprov	79
Kap. 18. Arbetsuppgifter	87

KUR SINNEHÅLL I MATEMATIK I 1955 ÅRS UNDERVISNINGSP LAN

Första klassen

Talområdet 1–100 med särskilt grundlig genomgång av området 1–10 och med stor vikt lagd på klarläggandet av talföreställningar och räknebelopp. Övningar i enkel addition och subtraktion utan tiotalsövergång. Övningar att använda några vanliga mått och sorter.

Andra klassen

Talområdet 1–1000 med särskilt grundlig genomgång av talområdet 1–100. Övningar i addition och subtraktion. Grundläggande övningar i multiplikation och division. Särskilda huvudräkningsövningar. Övningar att använda några vanliga mått och sorter.

Tredje klassen

Talområdet 1–10000. Fortsatta övningar i multiplikation och division. Tillämpningsövningar på de fyra räknesätten. Särskilda huvudräkningsövningar. Övningar att använda vanliga mått och sorter.

FÖRORD

Föreliggande metodiska handledning har tillkommit som ett resultat av författarnas arbete med ett räkneverk för lågstadiet. I detta arbete har vi gång efter annan haft anledning att diskutera den grundläggande metodiken för de räkneböcker, diagnostiska prov m. m., vilka ingår i verket. Vår utgångspunkt har därvid givetvis varit den nya undervisningsplanen med dess föreskrifter om kursinnehåll och dess anvisningar. Men det har gällt att materialisera denna i form av konkreta tillvägagångssätt i klassrums-situationen.

Räkneämnet är ur metodiska synpunkter det kanske mest tacksamma av skolans läroämnen. Trots detta har man det intrycket, att det många gånger tillhör ett av skolans i nämnda avseende mest försummade ämnen. Under de bägge senaste decennierna har den psykologisk-pedagogiska forskningen på ett fruktbart sätt gripit sig an med de inlärningsproblem, som är förknippade med den grundläggande räkneundervisningen. För det praktiska skolarbetet synnerligen värdefulla resultat har därvid åstadkommits, särskilt på amerikanskt håll. Uppmärksamheten har för det första riktats mot räknemognaden, vilket dels medfört en betoning av att man söker fastställa barnens kvantitets- och räknebegrepp vid skolgångens början och befästa dessa och dels att man låter räkneundervisningen intimt knyta an till barnens kvantitets- och talerfarenheter, sådana dessa gestaltats i vardagens värld. För det andra är alla forskare på det räknepedagogiska området överens om att betona meningsfullhetens

och insiktens principer. Dessa kan inte realiseras genom att man börjar med drill. Barnet kan bara lära något genom att det förstår meningen med den situation, i vilken det skall reagera och det stoff det skall behärska. Aktivitet, skapande, eget upptäckande och eget experimenterande kan sägas vara nyckelorden i det betraktelsesätt, som förff. till detta arbete gjort sig till tolkar för. Vi har kallat tillvägagångssättet för det funktionella, vilket innebär att man strävar att klargöra talen och taloperationernas funktion i ett för barnen meningsfullt sammanhang.

Denna handledning kan sägas vara ett diskussionsprotokoll, så till vida att det vuxit fram ur våra samtal rörande uppläggningsen av räkneundervisningen ur moderna, psykologisk-pedagogiska synpunkter. Den har därför också diskussionsprotokollets ofullkomligheter. Flera synpunkter borde måhända ha medtagits. Andra borde närmare ha utvecklats. Skriften, som i vårt land är en av de första i sitt slag, avses bli reviderad, sedan erfarenheter vunnits beträffande dess användning. Den är skriven, dels för lärarutbildningen på lägstadiet och dels – och inte minst – för dem som ute i skolan har att svara för den grundläggande räkneundervisningen. Vi kommer med tacksamhet att anamma de råd och synpunkter, som kommer att tillställas oss från dem som i såväl metodikundervisning som räkneundervisning använt denna metodik.

Författarna

Kapitel 1

BARNETS KVANTITETS- OCH TALERFARENHETER UNDER FÖRSKOLALDERN

Erik, fyra år gammal, har på sin födelsedag fått en låda med leksakshästar. Han är mycket stolt över sin present, ställer upp hästarna framför sig på golvet och säger (i det han hela tiden vidrör hästarna): »Här är en häst. Här är en häst och en häst till. Det blir två hästar. Här är en häst, en häst till och en häst till. Det blir tre hästar. Här är en häst och en häst till, en till och en till. Det blir fyra hästar.» Han räknar vidare till sex hästar.

Denna lilla episod belyser barnets kvantitetsupplevelse vid denna ålder. Erik är inte i stånd till att med en enda blick på sina leksakshästar säga, hur många de är. Det stadium han befinner sig i kan sägas vara *storleksstadiet*. Om hans pappa tar bort en häst, märker han inte att antalet har blivit mindre. Hans kvantitetsvärld består väsentligen i upplevelser av »större» eller »mindre». Denna förmåga att skilja mellan större och mindre opererar bara inom rätt vida gränser. Det måste till en avsevärd skillnad i storlek för att han skall kunna skilja kvantiteterna åt. När han har blivit ett par år äldre, kan han däremot ganska lätt skilja mellan antal under tio. Ställer man upp åtta leksakshästar framför honom och passar på att ta bort en, när han vänder ryggen till, ser han att det fattas en. Erik har klart kommit in i nästa kvantitetsstadium, nämligen *antals- eller mångfaldsstadiet*.

På detta stadium befinner sig flertalet av hans kamrater, då skolan börjar.

Utvecklingen av kvantitetsuppfattningen är en integrerande del av barnets hela utvecklingsprocess. Barnet möter i sin omvärld en mångfald intryck, många av dem överraskande och nya, vilka stimulerar dess nyfikenhet. Under de första levnadsåren är barnet helt absorberat av denna konkreta mångfald. Dess varseblivningar av omvärlden är till en början ganska diffusa och föga precisa. Men ganska snart ökas precisionen och barnet lär sig att diskriminera, dvs. göra åtskillnad inte bara mellan olika slags föremål utan också att skilja mellan enstaka föremål eller grupper av föremål med avseende på deras storlek. Ett tvåårs barn kan skilja mellan ett större och ett mindre äpple. Men det är inte i stånd att skilja mellan en grupp om två och en grupp om tre äpplen. Så småningom blir förmågan att skilja mellan olika storlekar, olika *mängd* av något, alltmer utvecklad. Detta är ett viktigt och nödvändigt förstadium till utvecklandet av förmågan att skilja mellan olika *antal*.

Barnets kvantitetsupplevelser är i början helt bundna till de konkreta varseblivningarna av föremål och händelser i dess omvärld. Dessa varseblivningar blir, som ovan påpekats, så småningom mera utpräglade. Från att barnet i början bara uppfattar olika form och utseende utvecklar det förmåga att skilja mellan olika storlekar. Därefter börjar antalsupplevelsen uppkomma. Denna bildar grunden för barnets talföreställningar. Men det ligger en ganska lång utvecklingsprocess mellan själva *antalsupplevelsen* och *föreställningen* om ett visst antal. Denna process markerar spirandet av barnets förmåga att abstrahera.

Det är mycket vanligt att barn, särskilt om de drillats av ambitiösa föräldrar, långt innan de börjar skolan kan »räkna». Lika ofta förekommer det, att barnen inte har klart för sig innebörden av de antalsnamn, dvs. de räkneord, de begagnar. Ett barn kan mycket väl demonstrera förmåga att »räkna» till hundra, utan

att de talnamn barnet begagnar fyller någon annan funktion än att vara en lek med ord. Å andra sidan är förmågan att rabbla upp räkneorden i rätt ordning en startpunkt. Barnet behöver givetvis räkneorden, med vilka det senare skall handskas.

Man kan ställa upp en serie föremål framför ett barn och be det räkna upp föremålen. Barnet börjar kanske i ena ändan av serien och räknar till den andra: ett, två, tre osv. Det nämner ett räkneord, det rätta, då det pekar på det sista föremålet i serien utan att ha klart för sig att räkneordet på det sista föremålet anger det antal som förekommer i serien. Namnet på det sista föremålet associeras alltså med just detta föremål och upplevs inte som en symbol för hela antalet föremål. En pojke som var fyra år tillfrågades av sin far: »Hur många fingrar har jag?» Pojken svarade: »Jag vet inte, för jag kan bara räkna mina egna fingrar.» Detta exempel illustrerar det förhållandet att mångfaldsupplevelsorna fortfarande helt är knutna till de konkreta varseblivningarna. Pojken i detta exempel var inte i stånd till att abstrahera från sin konkreta erfarenhet och fatta att räknandet inte var bundet till just hans egna fingrar utan kunde tillämpas på vilka föremål som helst.

Nästa steg i abstraktionsprocessen är att barnet börjar få kvantitetsföreställningar lösgjorda från en specifik grupp av föremål, då det börjar uppleva *ordningsföljd*. Detta är ett mellanstadium mellan det konkreta »räknandet» av föremål och det stadium, då barnet upplever, att det räkneord med vilket man betecknar det sist räknade föremålet i gruppen anger, hur många föremål som gruppen innehåller. Upplevandet av ordningsföljd ger svar på frågan: *Vilken av dem?*, medan upplevandet av grundtalen 1–9 ger svar på frågan: *Hur många tillsammans?* Om man t. ex. placerar tre äpplen i rad, upplever barnet att det första äpplet i raden har en speciell kvalitet, som skiljer det från det andra och det tredje.

Förmågan att uppleva ordningsföljd visar, att barnet har börjat

varsebliva kvantiteter på ett mera differentierat sätt. Föremålen i en grupp utgör inte längre en homogen massa. De skiljer sig åt med avseende på det sätt de är ordnade. Detta är ett viktigt stadium i utvecklingen av barnets talföreställningar. Dessa kan inte utvecklas med mindre barnet har klara talbilder.

Nästa stadium är uppkomsten av talbegreppen, då barnet varseblir grupper av föremål såsom varande »två», »tre», »fyra» etc.

*

Den utvecklingsprocess, som här skisserats, går särskilt snabbt vid 6-årsåldern, varför huvuddelen av barnen vid början av den skolpliktiga åldern har nått det stadium, då de har talföreställningar, dvs. har klart för sig att det finns räkneord, som talar om hur många föremål det finns i en grupp *oberoende av vad det är för slags föremål*. Man bör dock hålla i minnet, att stora individuella variationer föreligger. Barnets kvantitetsupplevelser respektive kvantitetsföreställningar visar en utvecklingsgång, där många konkreta moment dröjer sig kvar. Välkänd är historien om flickan, som skulle tala om, hur många äpplen man fick, om man lade samman sju äpplen och åtta äpplen. Hon såg konfunderad ut och svarade förtvivlat: »Fröken, jag har bara lärt mig lägga ihop med päron förut!»

De kvantitetserfarenheter barnet har, då det börjar sin skolgång, härrör givetvis huvudsakligen från dess egen livssfär. Sålunda har det i lekar lärt sig räkna föremål, barn, kulor, stenar, rutor osv. Dessa föremål är »inbäddade» i de för barnet säregna intressena, varför en anknytning till för barnet relevanta intresseområden alltid är gynnsam startpunkt. Redan i 7-årsåldern visar sig barn i överraskande stor omfattning ha kvantitetserfarenheter knutna till pengar. En undersökning gav vid handen, att nära 40 % av barnens kvantitetsupplevelser var knutna till pengar och pengars värde.

Självfallet föreligger det ett starkt samband mellan barnets

kvantitetsföreställningar och dess ordförråd på detta område. Detta samband är dock ingalunda fullständigt, varför man inte får dra den slutsatsen, att barnets användning av kvantitetsord och räkneord utgör symptom på att det också har klara begrepp på detta område. En undersökning av vilka kvantitetsord som var mest vanliga i det spontana talet hos barn i förskolåldern visade, att följande ord användes mest:

en	ingen
något (någon)	två
liten	mera
alla	etc.
stor	

Det är självfallet av största vikt, att den begynnande räkneundervisningen intimt knyter an till de kvantitetserfarenheter barnen har vid skolgångens början. Om man alltför abrupt kastar barnen in i de abstraktioner, vilka möter i en lärobok, kan lätt det intrycket uppstå hos dem, att det är fråga om en ny och artskild typ av inläring i stället för att det helt enkelt är fråga om att vidga de erfarenheter de redan har av tal och kvantiteter.

Liksom i all pedagogisk verksamhet gäller det därför att gå från det konkreta till det abstrakta via lämpliga mellanstadier. I princip kan gången sägas vara denna.

1. Man börjar med det helt konkreta, vilket innebär att barnet manuellt får arbeta med föremål ur dess egen intressesfär. Det möjliggör för barnet att dels befästa redan förefintliga föreställningar om antal och dels ytterligare utveckla nya föreställningar.

2. Man övergår därefter till ett halvkonkret stadium, där barnet får arbeta med bilder av verkliga föremål. Sådant material finnes som regel i läroboken. Nästa steg blir att övergå till den form av halvkonkretion som gruppering av grafiska tecken osv. erbjuder.

3. Slutligen övergår man till det abstrakta stadiet med siffer-

symboler och tryckta eller skrivna ord som tecken för kvantiteter.

Särskild uppmärksamhet kräver introducerandet av det tredje stadiet. Om man alltför snabbt eller abrupt leder barnet över till siffersymbolerna, riskerar man att dessa symboler inte upplevs med den intima anknytning till själva meningen med talen som de bör göra. Barnet bör också uppleva att användningen av dessa symboler underlättar räkneoperationerna och inte utgör ett påfund av läraren för att göra det hela krångligare.

Överhuvud bör lärogången i räkneämnet, särskilt under det första skolåret, inte forceras. Begrepp och räkneoperationer har en fast logisk följd, varför skador som uppstått genom forcering har allvarigare konsekvenser i räkning än i något annat av skolans läroämnen.

Kapitel 2

BARNENS TAL- OCH RÄKNEMOGNAD

Ganska kort tid efter att barnets skolgång tagit sin början uppstår frågan, om barnet har den räknemognad, som är nödvändig för den första räkneundervisningen. Att i undervisningen använda ord, som har att göra med t. ex. ordnings-, rikttnings-, ålders- och värdeförhållanden utan att barnen förstår innebörden av dessa ord, är givetvis oriktigt. Man måste utgå ifrån att klarheten hos nybörjarnas kvantitetsbegrepp varierar högst avsevärt, framför allt beroende på miljön under förskol-åldern.

Skolans uppgift blir därför tvåfaldig: *dels* att undersöka klassens och det enskilda barnets nivå ifråga om tal- och räknemognad och *dels* att utveckla och befästa en sådan mognad. Som vanligt är det lämpligast att utgå från de begrepp, som man har anledning att tro, att barnen har insikt i. Flertalet barn kan vid skolgångens början göra jämförelser beträffande storlek och till en viss grad räkna antal. I en första undersökning kan det därför vara lämpligt att inrikta sig på storleks- och antalsförhållanden. I häftet KAN DU . . .¹ har tre sidor anslagits åt denna »Undersökning I». I för barnen kända och normala livssituationer åskådliggöres i bilder termerna *större, mindre, störst, minst, mera, mest, flera, många, varje, alla, lite, inte så många, minst, några, ungefär*. Termerna får genom bilderna en konkret anknyt-

¹ Utgivet på Skrivrit.

ning. Det är Olles bok som är större, Lisas boll som är mindre, i Jans klassrum en tavla är störst, i Lenas klassrum en vas är minst osv. Att begreppen i Undersökning I är sådana, som barnen lätt förstår, gör att de gärna griper sig an med uppgiften att utmärka med kryss och streck att de förstår innebörden. Deras självförtroende stärks, vafför undersökningen även i detta avseende blir en lämplig inledning till räkneundervisningen.

I »Undersökning II» – som omfattar fyra sidor – får barnen visa vad de vet om ordnings-, riktnings- och rumsförhållanden. I räkneundervisningen förekommer ofta termerna *före, efter, först, sist, närmast*, då det gäller talens ordning. *Höger, vänster*, förekommer givetvis inte endast i matematiska sammanhang. De sistnämnda begreppen är ganska svåra för nybörjare och bör befästas såväl i hembygds-kunskap som i räkning. Rumsbegreppen *uppe, nere, mellan, närmast efter, början, slutet, under, över* förekommer både i muntlig och skriftlig räkning.

Begreppen i »Undersökning III» rör sig om längder och olika former. Dessa blir givetvis inte befästa enbart med denna undersökning och den orientering som ges i samband därmed. Som exempel på värdet av övningen kan dock erinras om hur ofta man i räkneundervisningen rör sig med termerna »halva» och »hälften». Om termerna sätts in i ett matematiskt sammanhang, inses att barnen först måste ha klarhet i dessa ords innebörd. – Termerna *stor, liten, full, tom, tung, lätt, tyngst, lättast* är insatta i storlek-, rymd- och viktsammanhang. Att utveckla och befästa mognad hos barnen i fråga om dessa begrepp är en god inledning till barnens förståelse av de mått som enligt undervisningsplanen skall förekomma i räkneundervisningen redan det första året. Den sorträkning som sedermera kommer in i lärogången måste bygga på klara kvantitetsbegrepp på detta område.

Innan barnen i de räkneuppgifter, som de snart möter, kan ange »vilket tal som fattas», måste termen som sådan vara klar för dem. En undersökning av detta sker i »Undersökning IV».

I samma avsnitt demonstreras betydelsen av »ingenting» och »lika». – Alders- och värdeförhållanden har barnen relativt klara begrepp om. De vet i regel vad *äldre*, *yngre*, *äldst*, *yngst*, *lika gammal*, *lika ung*, *värda lika mycket*, *värd mer än*, *värd mindre än*, *billig* och *dyr* betyder. Då termerna i fråga ofta ingår i det dagliga livets räkning, är det av vikt att innebörden av dem i god tid blir klar för barnen.

»Undersökning V» avser att utröna i vad mån barnen kan konkretisera 1, 2, 3, 4, dels som räkneord och dels som ordningstal. Den syftar också till att undersöka, om barnen kan ersätta ett konkretiserat antal med grafiska tecken. Avsnittet blir alltså en inledning till användningen av räknetycken.

När här nämnda matematiska termer förekommer i den text, som hör samman med s. k. benämnda exempel, bör barnen inte endast ha förmåga att behärska själva räkneoperationen. De måste också veta vad begreppet (den matematiska termen) innebär. Som ex. må anföras följande räkneuppgift: »Olle är nio år. Lisa är sju år. Hur många år är Olle äldre än Lisa?» Självfallet underlättas räknandet för barnen, om innebörden av orden »äldre än» är klara på förhand.

Om man tillgriper den utvägen att inte använda orden i fråga i räkningen på det första skolstadiet, verkar det kanske som om man hade underlättat räknandet. I själva verket torde man ha uppskjutit moment, där grunden kan och bör läggas på det allra första stadiet. Man begär alltså inte att begreppen skall bli helt befästa under de första skolåren. Men inte minst hänsynen till utvecklingsprocessen säger, att förståelsen bör grundläggas i tid. Vidare är, som förut nämnts, orden sådana som barnen ofta möter i det dagliga livet.

Under de första skolåren bör man givetvis fortsätta att åskådligt utveckla och befästa begreppen i räknekursen. Därvidlag är bilden ett gott stöd. Barnen bör t. ex. genom bilden få se vad den matematiska termen »längre än» innebär, då det gäller två

pennor av olika längd etc. Vid diagnostiserandet av barnens kunskaper, bör de genom vissa markeringar osv. få visa vilken uppfattning de fått av termerna.

Självfallet bör denna begreppsutveckling fortsätta även på följande stadier. Denna handledning går inte in på undervisningen efter de tre första skolåren. I sammanhanget må dock påpekas att nya termer, alltefter de införs i räkneundervisningen, bör förklaras i bild och ord. Fortlöpande undersökningar av i vad mån barnen t. ex. förstår innebörden av geometriska termer, är av betydelse på ett högre stadium.

Kapitel 3

NAGRA INLÄRNINGSPSYKOLOGISKA SYNPUNKTER

Det har ofta livligt diskuterats, både bland räknemetodiker och inlärningspsykologer, huruvida man i den grundläggande räkneundervisningen skall lägga störst vikt vid att använda drill och ihärdiga repetitioner, eller om man främst bör eftersträva s. k. meningsfullt inlärande. Bägge åsikterna söker stöd i inlärningspsykologiska principer och lagar.

Drillteorien var länge förhärskande, särskilt på amerikansk botten. Den utgick från den inlärningsuppfattning som hävdar, att all inläring består i förknippningar mellan retningar och reaktioner. Dessa förknippningar kan överföras till fasta vanor bara genom att låta retning och reaktion följa på varandra tillräckligt många gånger. Den metodiska konsekvensen blev alltså att repetitionerna var det viktigaste. Man skulle drilla in de olika räknefakta. Ju flera gånger eleven fick upprepa, att $7+8=15$, desto säkrare kunskap fick han. Räknetabeller av olika slag ansågs vara ett mycket viktigt hjälpmedel för räkneundervisningen. Denna teori hävdade också, att det gällde att lära in de olika kunskapsfragmenten var för sig, intill dess samtliga enstaka räknefakta behärskades. Någon särskild insikt i relationerna mellan de olika fragmenten behövdes inte.

Denna metodik var ur flera synpunkter tilltalande. Den kunde användas även av lärare med ringa yrkesutbildning. Särskilt i

stora klasser, då individualisering var försvårad, kunde den vara en behaglig omväg. Man behövde inte så mycket undervisningsmateriel. Med tabeller och liknande kunde en god del av inläringen överlämnas åt eleven själv. Eleven fick öva, varvid läraren med lämpliga medel, t. ex. med beröm »förstärkte» de rätta svaren och med t. ex. klander försvagade de orätta.

Svagheter i det betraktelsesätt, som ligger bakom denna metodik, är framför allt följande. Man kan inte, hur intensiva repetitionerna än är, därigenom åstadkomma insikt och förstående av de matematiska begreppen och operationerna. Drillmetoden tenderar ofta att vara abstrakt med användning av tabeller osv., varför den utgör ett handikap för svagare elever. Samtidigt föreligger risken att enformigheten i metoden tråkar ut de mera begåvade eleverna, vilka tenderar att vilja använda den insiktsfulla metoden. En allvarlig brist hos drillmetoden är att den lätt kan fixera felaktiga vanor likaväl som korrekta.

Gentemot drillteorien har många inlärningspsykologer, särskilt de som sysslat med räkneinlärandet, hävdad teorien om *meningsfullheten*. I korthet ser dessa psykologer inläringen såsom en process, vilken börjar med att man skaffar sig insikt i relationer. När man ställs i en inläringssituation, tenderar man att söka nå insikt i sambanden mellan delarna i det stoff man möter. Man eftersträvar en förstående tolkning. Vad matematiken beträffar ser man denna som ett system av med varandra intimt förbundna begrepp, principer och processer. Ju mera arbete som lägges ned på att åstadkomma en meningsfull tolkning av stoffet, desto snabbare går inläringen. Företrädarna för det meningsfulla inlärandet betonar också *målet* för inlärningsakten. Det gäller att sporra individens strävan att nå ett mål för sin aktivitet. Detta sker bäst, om inlärandet ställes in i ett sådant sammanhang, att vederbörande upplever *funktionen*, »meningen», med de handlingar som utföres. Detta är bakgrunden till den s. k. funktionella metodiken, enligt vilken talprocesserna i största möjliga utsträck-

ning bör ställas in i situationer som är »verkliga» för barnen. Ju mer man kan uppnå att barnen blir problemmedvetna, dvs. upplever att den räkneuppgift de står inför just angår dem, har att göra med deras intressen, rör sig med föremål och händelser av vilka de har erfarenhet, desto gynnsammare betingelser skapas för att åstadkomma ett förstående av de begrepp, principer och operationer, vilka tillsammans utgör räknefärdigheten.

*

Vilka är då de kategorier av inlärningsfakta, som det gäller att göra meningsfulla för barnet? Man kan, som nyss påpekades, skilja mellan följande tre:

1. Barnet behöver uppleva resp. lära meningen med de grundläggande begreppen, såsom ordningstal, grundtal och nollans funktion.

2. Barnet behöver meningsfullt fatta de grundläggande räkneoperationerna. Man kan lära ett barn, att $3+4$ är 7 med ren drill, dvs. barnet lär sig reagera på uppgiften $3+4$ medelst rena »tryck-på-knappen»-metoden. Men ganska snart leder en sådan metod till svårigheter för barnet, då det gäller att utveckla räknefärdigheten vidare. Varje räkneoperation hänger ihop med andra räkneoperationer. Innebörden av mängden »7», dess funktion i vidare sammanhang, t. ex. i uppgiften $7+8$, underlättas avsevärt, om barnet insiktsfullt har tillgodogjort sig den förstnämnda additionen. Att få barnet att verkligen förstå att $3+4$ är 7, är inte i första hand att lära barnet ett aritmetiskt faktum. Det innebär, att man leder barnet fram till en abstraktion. På skolgården har barnet fått erfara, att 3 pojkar och 4 pojkar blir 7 pojkar. I klassrummet har det sett, att 3 kulor och 4 kulor blir 7 kulor, vidare att 3 ringar och 4 ringar blir 7 ringar. Så småningom går det upp för barnet att en »trehet», oberoende av föremål, plus en »fyrhet» blir en »sjuhet».

3. Barnet behöver skaffa sig insikt i vissa viktigare principer,

t. ex. att om 0 adderas till ett tal, så blir detta oförändrat eller att svaret blir detsamma om man lägger 3 till 4 eller 4 till 3.

*

I modern pedagogik understrykes ofta betydelsen av att barnens *motivation* sporras, dvs. att man väcker barnets intresse och strävan att lära sig något nytt. Ju mera av inre, spontan motivation som kan skapas, och omvänt ju mindre av med sådana yttre medel som straff, beröm, klander etc. framkallad motivation, desto bättre. Om tyngdpunkten lägges på det meningsfulla inlärandet genom användningen av den funktionella metodiken, desto större är utsikterna att motivationen stärkes inifrån. Barnets lust att gå vidare sporras.

När man talar om vikten av meningsfullhet, får man inte förväxla »mening för» med »mening i». Om man låter barnen leka affär i klassrummet är detta något som i regel har »mening för» barnen. Men åtgärden är inget självändamål utan syftar att för barnen skapa »mening i» de matematiska operationerna genom att ställa in dem i ett meningsfullt sammanhang. Syftet är att nå vidare i abstraktion, varför användningen av konkret material resp. dramatisering genom konkreta situationer bara är medel att skapa meningsfulla abstraktioner.

*

Det bör framhållas, att drillteorien och meningsfullhetens teori bägge på sitt sätt kan bidra till ett effektivt räkneinlärande. Övning, drill och repetition skall inte föregå men väl *följa* det menings- och insiktsfulla inlärandet. Barnen behöver först få insikt i de begrepp och operationer de skall lära. Därefter behöver deras färdigheter befästas och ökas genom att de redan förstådda operationerna övas med mängder av sifferexempel. Det är av stor vikt, att drillen tar hänsyn till att talsystemet och talrelationerna är uppbyggda på ett systematiskt sätt. Det betyder att

drillen inte endast skall vara ett medel att befästa det redan insedda utan också att den bör varieras. Variation behövs även för att elevernas intresse skall hållas vid makt. Variation innebär också att man inte drillar alla partier och moment av kursen lika mycket utan avväger den med hänsyn till svårighetsgraden hos det stoff man vill bibringa eleverna.

Kapitel 4

INTRESSEOMRADEN I DEN FÖRSTA RÄKNEUNDERVISNINGEN

I samband med att den metodiska lärogången i räkneämnet tar sin början vid barnets inträde i skolan bör, som påpekats, en tillämpning av den funktionella metodiken ske. Utgångspunkten blir de erfarenheter av kvantiteternas och talens värld som barnet har, då det börjar skolan.

Inte minst erfarenheter från praktiskt skolarbete leder fram till att det är lämpligt att gruppera räkneämnet i intresseområden eller intresseavsnitt, särskilt under de bägge första skolåren. Bland skolans ämnen bildar ofta hembygdskunskapen en samlande ram kring olika ämnen, däribland räkning. Att räkna vissa föremål i samband med att barnen i ämnet hembygdskunskap orienterar sig i omvärlden, blir sålunda ett naturligt arrangemang.

Räkneämnet är emellertid så krävande, att det bara till en viss del kan inlemmas i s. k. samlad undervisning. Det är därför fullt motiverat att räknekursen får särskilda intresseområden. I den mån läroboken i räkning har en sådan indelning, bör det dock inte innebära att boken får schematisera räkneundervisningens innehåll. Intresseområdena bör och kan givetvis kompletteras av barn och lärare. Exempelen i läroboken bör i princip betraktas som inledande. Barn i den tidiga skolåldern torde på eget initiativ skapa åtskilliga räkneproblem hämtade från den egna erfarenhetsfären. – Självfallet är vidare, att i en lärobok angivna intres-

seområden inte bör binda läraren, då det exempelvis gäller huvudräkning. I sådan räkning, eller i de fall man gör mekaniska räknexempel till »räknhistorier», bör man givetvis gå utöver de i läroboken givna exemplen.

Genom att undervisningen knyts till vissa av barnets intressesfärer tillämpas den funktionella metodiken på ett effektivt sätt. Kvantiteterna och taloperationerna levandegörs med utgångspunkt från barnets egna erfarenheter. Räknexemplen ställs in i livsnära situationer, i och med att de förbindas med barnets övriga upplevelser och inläringssituationer. Kärnpunkten i metodiken är att göra räkningen meningsfull för barnet, genom att det på ett konkret sätt får uppleva talens funktion och får *insikt* i talrelationerna.

Under första skolåret kan det vara lämpligt att resp. områden *dels* anknyter till vissa intressesfärer och *dels* till årets rytm. Som exempel på dylika områden kan nämnas: skolan, lekgården, trädgården, hemmet, vintern, affären, våren, sommaren.

Inom varje område kan det vidare under detta första skolår vara lämpligt, att varje sida i läroboken får vara ett avsnitt med sin särskilda rubrik. Barnen är under detta skolår så små och har så ringa spännvidd i fråga om koncentration, att innehållet i området ofta bör växla. På detta sätt hålles deras intresse lättast levande. Det blir också härigenom lätt för läraren att få lämpliga upptakter, då det kommer nya moment i undervisningen.

I avsikt att illustrera det ovan förda resonemanget redogöres här för hur exempelvis ett första intresseområde, Skolan, kan indelas i avsnitt:

Man anknyter till barnens erfarenheter från leken. Somliga kan ha varit med om en lek, då ringar kastas över stolpar. Barnen får börja med att räkna ett antal stolpar. Därefter kan man låta dem peka ut den första, andra, tredje osv. De får också tänka sig in i hur tal växer fram genom att en ring finns runt första stolpen, att ytterligare en ring kastas kring nästa etc. Man

anknyter också till barnens tidigare ordningstalstänkande. De har varit vana vid, då det gäller slantar, klossar etc., att ställa talet 1 i relation till talet 2, talet 2 till talet 3 osv. En viss systematisering av detta relationstänkande kan nu påbörjas genom t. ex. ett räknande på en blockmur, där räknandet kan ske vertikalt eller horisontellt. Blockmuren kan vara avbildad i läroboken, den kan ritas av barnen etc. – I avsnittet, Arbetet, anknyter man lämpligen till arbetet i skolan. För nybörjaren är arbetsredskapen: pennna, pensel, kakfärger osv. lustbetonade räkneföremål. – Avsnittet, Bilderboken, knyter an till förskolåldern men även till sagostunderna i klassen (ev. i skolans bibliotek). – När räkningen utefter talraden skall föras upp mot 10, blir ting, som kan höra till skolfrukosten, eller redskap, som kan höra till leken, underlag för räknande. – Ett avsnitt, Sagor, ger stimulans till att »berätta», dvs. att skapa flera räkneexempel. – Enligt undervisningsplanens rekommendationer bör sparandet aktualiseras redan i detta första område. – I anknytning till en utflykt, I backen, blir parkens eller skogens djur livsnära för barnen. – De första centimetermåttan kan aktualiseras i ett avsnitt.

Därjämte kan inom området förekomma vissa avsnitt under rubriken, Se och lär, där man exempelvis tar upp vissa inlärningsmoment, som »lägga samman» och »lägga till», »är lika med» etc.

Med hänsyn till att pengar är den del av kvantiteternas värld av vilken barnen har mest erfarenhet, bör slantar användas som räkneobjekt vid många tillfällen i olika avsnitt. Här om mera under kap. Mått och sorter samt Materiel.

Även under andra skolåret bör den funktionella principen starkt betonas genom att innehållet i räknekursen indelas i intresseområden. Liksom under första skolåret bör dessa områden anknytas till det som är livsnära för barnen, till årets rytm etc. Förslagsvis kan resp. intresseområden samlas kring skolan, lekgården, lekstugan, torget, gården, utflykten, hemmet, nytt år,

byn, köpa och sälja, våren, vartill kommer matematiska områden, 1000 och vägen dit, till 500 och till 1000. Enligt den koncentriska principen kan emellertid lärogången nu gå även mot en matematisk gruppering, där barnen ledes till insikt om den systematiska och logiska uppbyggnaden av räkneämnet.

Under tredje skolåret bör alltjämt åldersstadiets speciella intressen ge färg åt innehållet i räkneundervisningen. Eftersom barnen nu är i en ålder, då de kan förstå en mera systematisk rubrik-sättning, kan rubrikerna under detta år vara matematiska. *Inom* resp. områden bör emellertid finnas avsnitt, där uppgifterna grupperar sig kring en viss sfär. Dessutom bör tillses att problemen i största möjliga utsträckning är livsnära. Problemuppgifter, som saknar mening för barnen, bör undvikas. Även under tredje stadiet kan fantasibetonade intresseavsnitt vara lämpliga, bl. a. för att göra räkningen lustbetonad, men i dylika fall bör rubrik-sättningen göra klart för barnen att det är fråga om fri fantasi.

Kapitel 5

TALSMBOLERNA

Utgångspunkten för den inlärningsprocess, vars slutpunkt är inlärandet av talsymbolerna, är barnets användning av räkneorden. Nästan alla barn kan vid skolgångens början rabbla talen från 1-10. Förskolebarnet har räknat sina slantar. Stenar, klossar, kulor m. m. har räknats i lekarna.

Vid inträdet i skolan bör barnet en tid få fortsätta med detta konkreta räknande, utan att symboler användes. När man samlar räknandet kring barnens nya intressesfär, skolan (se ovan under Intresscområden), sker lämpligen en samverkan mellan räkneämnet och ämnet hembygds-kunskap. Då klassrummet presenteras, räknas antalet dörrar, fönster, bord, stolar, skåp, lampor, ventiler osv. Härvidlag är lämpligt att växla med frågeställningarna. Man frågar alltså inte enbart t.ex.: »Hur många lampor finns det i vårt klassrum?» Utan man frågar också: »Kan ni säga något som vi har fem stycken av här i klassrummet?»

Nästa steg blir ett mera systematiskt räknande av föremål. Därvid tränas barnens förmåga att identifiera kvantiteter. Läraren kan t. ex. ställa några föremål av samma slag på katedern och fråga barnen, hur många böcker, askar osv. det finns. Barnen är intresserade av att se och lära sig namn på radergummi, penslar, pennförlängare, skriv- och räknehäften osv. De räknar dem gärna, och i samband därmed kan en viss systematisering sättas in. Ytterligare ett medel att befästa barnens kvantitetsupplevelser

är att be dem åstadkomma givna kvantiteter. T. ex.: »Ge mig tre pennor.» – »Lägg fyra klossar på bordet.»

Läraren kan därefter gå vidare och visa barnen, att man kan använda grupperingar för att återge kvantiteter. Barnen ser att man först kan lägga 2 pennor och sen 1 penna. De ser att det är lämpligt att lägga fyra pennor e. d. i en *rad* och att t. ex. lägga dem *två och två*. Härmed har *tallinjen* och *tvågrupperingen* förberetts. Till en början används vid räknandet endast räkneorden 1, 2, 3, 4. Man kan under en tid stanna vid området 1-4 i räkneinlärandet. Att en förhållandevis lång tid stanna inom detta mindre talområde är motiverat ur många synpunkter. Sannolikt medför det ingen svårighet för barnen att tillgodogöra sig dessa talbegrepp – i de flesta fall torde de vara klara före inträdet i skolan. Det torde vara klokt, att barnen vid räkneinlärandet den första tiden får röra sig med för dem välkända talbegrepp. Härigenom skapas lugn och trygghet och inte minst självförtroende hos barnen.

Vid den grundläggande räkneundervisningen bör givetvis inte saknas räknemateriel. Till en början kan det vara lämpligt att låta barnet bara använda de fyra föremål det behöver inom det första, mindre räkneområdet.

Efter det att räkneinlärandet under en period rört sig med verklighetsupplevelser, dvs. konkreta föremål och sysslande med materiel, kommer tidpunkten, då barnen kan anses mogna att få talen åskådliggjorda i *bild*. Barnen ser och räknar i läroboken: stolpar, ringar, stenar i en mur, en penna, två kuber, tre penslar, fyra kakfärger. De lär sig att inte stanna med att räkna den penna osv. som de ser på bilden utan de räknar vidare: en, två, tre, fyra pennor och en, två, tre, fyra kuber osv. Bilder får på nytt ge impulser till räknande med verkliga föremål. Även nu är det betydelsefullt, att räknandet inte bara sker med färdiga rader. Talraden skall växa fram även i bild genom att ringar flyger över stolpar, kulor rullar ner i hål, stolpar slås ner i marken,

käglor ställs upp osv. – Barnen kan också se talens ordningsföljd, när de t. ex. ser på en bild av stenar i en mur, där man först ser en sten, sen två stenar etc. (lätt för barnen att rita). De ser tvåans förhållande till trean osv.

Ringarna över stolpar, stolparna i marken, stenarna i muren blir också en naturlig inledning till att barnen får åskådliggöra en kvantitet med *grafiska tecken*. De får på konceptpapper rita ringar, stolpar, fyrkanter, utan att läraren gör anspråk på exakt storlek och placering. De får i ett rutat arbetshäfte med blyertspenna rita några rader med en stolpe (streck) i varje ruta, en ring i varje ruta och en fyrkant i varje ruta. De lär sig att det skall vara en tom ruta mellan varje grafiskt tecken och en tom rutrad mellan varje teckenrad.

Nästa steg är att barnen får erfaras, att de grafiska tecknen kan bli verktyg, då det gäller att bemästra kvantitetsproblem. De avläser i räkneboken två ringar och en ring som tre etc. De leds fram till att söka en symbol, som på ett kortare och enklare sätt än det grafiska tecknet kan visa talet, nämligen *siffran*.

Siffrorna 1-4 är sannolikt välkända för barnen redan vid inträdet i skolan. Av vikt är nu att dessa symboler fast förbindas med kvantiteten, så att inte barnet gissar sig fram, då det gäller att ange den kvantitet som siffran symboliserar. Om man önskar, att barnen till en början alltid skall visa vilket tal siffran förbindes med, kan man låta dem bekläda siffran med ringar (kan med lätthet ske med siffrorna 1-4, då ringarnas antal inte är många). Man bör dock inte hålla på alltför lång tid med detta tillvägagångssätt. Bättre är att barnen får en så starkt konkret inre bild av siffersymbolen, att de t. ex. inte ser siffran 3 utan att tänka på tre lappar, tre kulor, tre stolpar, tre ettöringar e. d. Man bör hela tiden vara inriktad på att stärka föreställningen av antal och tal, då de ser en siffra. Och de bör vänjas vid att använda denna benämning på siffran. De bör alltså inte säga att siffran 4 visar hur många öre man har utan att det är *talet* 4 som visar

detta. (Som en konsekvens härav får man senare understryka, att det är en räkneuppgift de utför, när de ökar och minskar tal.)

Vid förknippandet av talbegrepp med siffror sättes med fördel även rytmiken i räkneinlärandets tjänst. Man knackar, stampar, vinkar osv. så många gånger som det antal siffran symboliserar. Man sjunger rytmiska sånger med räknande, exempelvis Tummelitenvisan av Alice Tegnér. Man lyssnar till klockans slag, till toner på klassrummets instrument och till andra ljud, som återkommer med jämna mellanrum. – Med fördel låter man också barnen göra enkla dramatiska övningar. Ett barn föreställer en siffra, och för att visa det får barnet t. ex. visa upp så många »räknelappar» som siffran representerar i fråga om talvärde. Talövningen kan lyda: »Jag är talet 4. Jag har 4 lappar. Jag håller dem 2 och 2. 2 av lapparna är röda och 2 är blå etc.»

Vid skrivningen av siffran är vissa förberedande övningar givetvis lämpliga. Man skriver »i luften». Siffran kan modelleras av modelleringsmassa, klippas i papp e. d. De första övningarna, då det gäller själva skrivningen av siffran, sker lämpligen på klassrummets tavla, och på papper som varken har linjer eller rutor. I samband därmed bör man försöka att bortarbeta sådana räknesvårigheter som att vissa barn ser en siffra bakvänt. Härvidlag tas liksom vid bokstavs-inlärandet lärarens uppfinningsrikedom i anspråk. Tvåan »bockar sig» t. ex. *framåt*. Trean är hunden som säger vov-vov *framåt*, den första gången litet svagare (den övre mindre bågen) och den andra gången starkare (den undre större bågen). Fyran är den upp- och nervända stolen osv. Den s. k. reversaltendensen vid sifferskrivning brukar sammanhånga med motsvarande tendens i läsning, där t. ex. *b* och *d* förväxlas. Denna tendens är ofta ett symptom på bristande mognad, som med bl. a. åtgärder av nyssnämmt slag kan mildras och ibland hävas.

Då det gäller siffertyperna kan förordas, att den lärobok man

använder endast har tryckta siffror. Olika skrivmetoder har olika typer av siffror, och läraren bör härvidlag ha frihet att använda den skrivna typ han tycker är bäst. Om skrivningen av siffrorna skall ske efter deras skrivlätthet eller efter deras ordningsföljd, är likaså en omdömesfråga.

Alltifrån att den egentliga skrivningen sätter in, är skrivningen av siffror *välskrivning*. I samband med övningarna med grafiska tecken är barnen vana vid rutsidor i ett arbetshäfte. De får nu lära sig att skriva en siffra i rader med en tom ruta mellan varje siffra och en tom rutrad mellan varje sifferrad. En noggrann placering är av ytterligt stor vikt alltifrån början, likaså att siffran är lika hög som rutan. Om man från första början inte givit avkall på kravet att siffrorna *alltid* skall vara noggrant och tydligt (vackert) skrivna, blir barnens förmåga att skriva väl betydligt ökad. Erfarenheten ger också vid handen, att barnen gläder sig åt prydligt skrivna siffror. De vill ha dem vackra och det resultatet nås bäst, när siffrorna skrivs på ett gott papper. Uppgifternas mängd bör på detta stadium heller inte vara större än att barnen väl hinner med att skriva både termer och svar i resp. uppgifter.

Man kan vidare kombinera sifferraderna på en övningssida för sifferskrivning med grafiska tecken, vilket även konkretiserar sifferskrivningen. Så kan exempelvis en ring inleda rader med siffran 1, två trekanter rader med siffran 2, tre stjärnor rader med siffran 3, fyra fyrkanter rader med siffran 4 etc.

Kapitel 6

ORDNINGSTAL OCH TALGRUPPERING

Man kan utgå ifrån att barnet vid sitt första räknande under förskolåren inte bara har använt *räkneord* (1, 2, 3, 4) utan också relativt tidigt begagnat sig av *ordningstal*. Vid studium av bilderböcker lär sig barnet t. ex. att tala om första, andra, tredje och fjärde sidan. I leken heter det första, andra, tredje och fjärde kulan osv. Det är därför felaktigt, att inte låta barnet använda ordningstalen i den första räkneundervisningen. Dessa tal underlättar nämligen för barnen inte bara förståelsen av talen som sådana, utan de gör det även lättare för barnen att förstå talens läge i talraden. Det kan påpekas att inlärandet av ordningstal redan under de första skolveckorna förordas i anvisningarna till 1955 års undervisningsplan.

De första övningarna bör ägnas åt att låta barnet säga ordningstal och att avläsa siffror som ordningstal. Talen ett till fyra brukar som nämnts inte medföra större svårigheter. Något svårare är ordningstalen 6–10, särskilt det »sjätte». Om man går sakta fram och lugnt tränar barnet att räkna med *femte*, *sjätte* etc. föremålet är svårigheten dock snart övervunnen. I praktiskt skolarbete fick nybörjare en gång tipset att säga »sexte» för den händelse »sjätte» var svårt att komma ihåg. Resultatet blev att barnen ansträngde sig att alltid säga »sjätte». Vid inlärande och befastande av ordningstalen kan räknematerielen vara till stort gagn.

Givetvis inträder ytterligare ett svårighetsmoment, då barnen skall använda ordningstalen vid räkneövningar. Vid standardiseringen av det första diagnostiska prov, som författarna av denna handledning utgivit, visade det sig, att uppgifter med ordningstal hade relativt hög svårighetsgrad.

All erfarenhet ger emellertid vid handen, att ordningstalen som redskap vid räkneundervisningen är till stort stöd. Den tid, som användes till att göra förståelsen av dem till barnens egendom, har man därför till godo i den fortsatta räkneundervisningen.

Träningen av ordningstalen bör fortsätta under de första skolåren. Uppmaningarna »Läs talen i rätt ordning», »Skriv talen i ordning efter storlek» och »Börja med det minsta» samt frågor som t. ex. »Vilket tal är närmast under det tjugonde?», »Vilket 10-tal kommer efter det femte?» osv. bör återkomma genom lågstadiets räknekurs. Inte minst för klargörandet av subtraktionen har »baklängesräkning» med ordningstal stor betydelse. Först under andra skolåret är det lämpligt att behandla ordningstal som t. ex. trettioförsta, sextiotredje etc. Med hänsyn till att barnen ibland ser ordningstalen skrivna som: 13:e, 21:a etc., är det lämpligt att lära dem läsa talen skrivna på detta sätt under nämnda skolår.

I kap. Talsymbolerna har framhållits, hur man redan vid den första räkningen med föremål vänjer barnen att se föremålen grupperade två och två, alltså i tvågruppering. En sådan form av talbild bör ofta förekomma i räknekursen under det första skolåret. I olika sammanhang förordas i denna handledning, att barnen bör få se föremål ordnade i rad. En rad med t. ex. tio streck flyter emellertid lätt samman för barnen, om föremålen har samma avstånd från varandra. Gruppering av raden konkretiserar lättare och ger struktur åt talbilden. Barn som blivit vana vid en sådan gruppering tillämpar ofta grupperingen vid räkningen av verkliga föremål. De skapar sig t. ex. gärna en bild av en rad av djur i tvågruppering etc. Givetvis bör man inte

alltför mycket låsa fast barnet vid tvågrupperingen. Den får m. a. o. inte bli självändamål.

Särskilt i början av räkneundervisningen, då barnens talföreställningar är föga utvecklade, har man dock stor nytta av tvågrupperingen. Detta visar sig inte minst vid räkneoperationerna. Om man skulle utgå från att barnen alltid finge räkna samman t. ex. en hög äpplen med en annan hög, så leder visserligen detta sammanräknande till ett sannolikt riktigt svar. Men då det gäller själva räkneoperationen är det viktigt att barnen verkligen bygger på strukturerade talbilder. Om man använder sig av tvågruppering och i en addition vill låta barnen föga samman t. ex. 4 och 5, så ser barnet lätt att resultatet blir »fyra tvågrupper och en till». På samma sätt ser barnet klart, att om man tar bort 3 i slutet av raden 9, så blir det tre tvågrupper kvar.

Tvågrupperna blir sålunda stödpunkter i räknandet. Även andra stödpunkter kan skapas med hjälp av tvågrupperna, t. ex. $4 + 4$ ($4 + 2 + 2$). Med denna stödpunkt som ledning kan barnen lätt bringas till att förstå vilket svar $4 + 5$ och $5 + 4$ ger.

Även ordningstalen kan räknas i tvågrupper. Därvid sätter man gärna in ett visst rytmiskt räknande. Barnen räknar t. ex. gemensamt eller enskilt: *första, andra – tredje, fjärde – femte, sjätte* etc., alltså med pausering efter varje tvågrupp.

Då barnen nått något större mognad, kan man även övergå till 3, 4 och 5-gruppering. Särskilt den sistnämnda kan vara av värde för barnen i fortsättningen.

I och med att man fortsätter räknandet upp mot 100 inträder också gruppering i tiotal. Undersökningar av barns och vuxnas föreställningar vid räkneoperationer har visat, att flertalet föreställer sig talräckan i form av ett s. k. talldiagram. När abstraktionsprocessen fortgått en tid, föreställer sig flertalet barn talraden i form av en mer eller mindre rät linje, vilken som regel brukar vika av vid 10-talsövergångarna. Ofta utbildas ett diagram i form av en s. k. förhöjd tallinje, dvs. första 10-talet föreställs som en

vågrät linje med tal. Därefter kommer nästa 10-tal längs en högre belägen, likaledes vågrät linje.

Konsekvenserna av dessa erfarenheter blir att man kan låta barnen få se det första 100-talet som en rad av tio 10-tal, varje 10-tal något förhöjt. Se härom under kap. Materiel.

Om man använder en kulram, bör lämpligheten av att räkna nerifrån och uppåt observeras. Ett sådant räknande bygger på den kvantitetsföreställningen att en storhet höjer sig vid ökning. Märk t. ex. att sandhögen växer uppåt, när man håller dit mera sand. I den mån tallinjen åskådliggöres med bild i en lärobok, kan man givetvis av utrymmesskäl låta linjen bli bruten, dvs. gå i sicksack uppåt. Särskilt så länge man anser att man behöver konkretisera även entalen är detta en möjlighet. Under andra och tredje skolåret, då räknandet går upp mot tusen, kan det vara lämpligt att begagna sig av »trappan». Varje trappsteg kan då t. ex. föreställa ett hundratal, och barnen har i denna ålder lättare att tänka sig entalen och tiotalen bakom hundratalet.

Även pengar är lämpliga att använda vid talgruppering. Till att börja med ser barnen smågrupperna: de två ettöringarna som blir en tvåöring, de fem ettöringarna som blir en femöring, de tio ettöringarna som blir en tioöring. De ser grupperna upprepas i större kvantiteter: tio tioöringar som blir en krona osv. I samband med räkningen upp mot tusen kan det vara lämpligt att sätta in tvåkronan, silverfemkronan, femkronorsedeln och tiokronorsedeln. Att använda bilder av resp. hundrakronorsedeln och tusenkronorsedeln och låta enkronan vara lägsta sort är mindre livsnära för barnen. Ettöringens förhållande till en krona, två kronor, fem kronor och tio kronor har de däremot sällan svårt att förstå.

Kapitel 7

LÄROGÅNGEN I RÄKNEÄMNET

Som tidigare framhållits, bör den metodiska lärogången i räkneundervisningen vara en tillämpning av den s. k. funktionella metodiken. Denna anknyter huvudsakligen till fyra principer.

1. Utgångspunkten är de erfarenheter av kvantiteternas och talens värld som barnet har, då det kommer till skolan. Dessa erfarenheter anknyter i regel till vissa intresseenheter, som utbildat sig under slutet av förskolåldern.

2. Genom att särskilt träna barnet med konkret stoff från dessa områden och genom att presentera nytt, näraliggande erfarenhetsstoff, förser man barnet med inläringstillfällen, som avser att hos barnet skapa mera pregnanta och klara upplevelser av talbilder och talrelationer.

3. Gången från det konkreta till det abstrakta är så uppbyggd, att talsymbolerna och överhuvud räknesymbolerna organiskt växer fram ur de konkreta upplevelserna. Man söker undvika att alltför snabbt och alltför abrupt införa abstraktionerna. En s. k. förstående inläring, dvs. en inläring grundad på ett förstående av förhållandet mellan tecken (symbol) och betecknat (kvantitet eller räkneoperation) samt av principerna för symbolernas inbördes förhållanden, är det mål som här eftersträvas.

4. Talen och talrelationerna inläras i sina naturliga sammanhang. Därigenom uppnår man, att barnet upplever meningen (funktionen) med de taloperationer som vidtas. Barnen måste få uppleva att de symboler som användas i räkningen inte lever sitt

eget, abstrakta liv, utan att de är verktyg man använder för att bemästra de kvantitetsproblem man möter i tillvaron. Genom att barnet systematiskt får uppleva och inse sambanden mellan symboler och konkreta uppgifter inom sin egen intressesfär, kan man leda det till att *förstå och upptäcka* de principer som ligger bakom de elementära räkneoperationerna.

Tillämpningen av dessa principer i skolarbetet medför, att den *första avdelningen* i läroängsen bör ha inledande exempel för gemensam genomgång av lärare och elever. Under första skolåret återkommer dessa gemensamma inledningar med korta intervall. Med hänsyn till den ringa förmåga barnen då har att en längre tid arbeta självständigt, bör den gemensamma genomgången ske avsnittsvis, och ett avsnitt bör i regel inte motsvara mer än en sida i läroboken. Som ex. härpå må det första området anföras. Efter det att man i ett avsnitt kommit så långt att räkneoperationer med tecken (+) aktualiserats, blir nästa avsnitt en träning att läsa räkneuppgifter i bild och text (siffror). I följande avsnitt kommer därefter ett nytt inlärningsmoment, räkneoperationer med likhetstecken (=). Ett annat avsnitt tränar uppgifter med det nya tecknet. Följande avsnitt inlär bl. a. serieräkning. Uppgifter av typen $a+b=b+a$ blir konkretiserade. Måttet »cm» införes. Nollan presenteras i betydelsen av »ingenting».

I upptakten till ett avsnitt bör man givetvis inte enbart använda de exempel som läroboken ger. På olika sätt bör skapas insikt i räkneoperationernas innebörd. Särskilt viktigt är att man vid inlärningsens första stadium inte begagnar sig av mekaniska sifferexempel. Det bör vara »pluspojken» (eller det namn man ger figuren) ettöringar, figurerna i sagan, sparlådan, djuren i backen, Lenas måttremsa osv. som ger färg och intresse åt exemplen och bl. a. gör dem konkreta.

På liknande sätt bör de olika avsnitten under andra skolåret få upptakter, där stoffet är »inbäddat» i intresseområden, även om varje avsnitt (=varje sida) då inte är rubricerat utan endast varje

område. I t. ex. intresseområdet Torget får barnen en stark inlevelse i stoffet, om de i det första avsnittet leker torghandel och har var sin kassa och om de i följande avsnitt sparar pengar, låtsar att de väger eller mäter bär, låtsar att de räknar frukt etc.

Under det tredje skolåret blir det längre intervall mellan nya inlärningsmoment, framför allt på grund av att barnen då bör ha ett ökat antal övningsuppgifter i varje avsnitt. Som nämnts kan innehållet även under detta skolår vara uppdelat i områden. Bl. a. med hänsyn till områdenas omfattning kanske det dock inte är möjligt att låta samtliga uppgifter i området gruppera sig kring en intressesfär. En väg är i stället att *inom* resp. områden ha särskilda avsnitt, där uppgifterna samlar sig kring vissa intressesfärer. – Under detta tredje skolår kan också *upptakterna* till avsnitten ske på varierat sätt. I vissa fall bör man sålunda vid den gemensamma genomgången av inledande räkneexempel anknyta till problem, liksom under första och andra skolåret. Detta gäller i synnerhet, då det är fråga om helt nya inlärningsmoment. I andra fall bör man utgå från att barnen först skall inlära det tekniska förfaringssättet och därefter tillämpa det på problem. Det sistnämnda tillvägagångssättet är motiverat av att inläringen i t. ex. multiplikation och division innebär mekaniska moment, som bör göras till föremål för en särskild inlärningsprocedur. Vilken läro gång man än använder, bör emellertid problemen vara livsnära. Inte heller under tredje skolåret ger man sålunda avkall på den funktionella principen. Den bör bibehållas genom hela studie gången.

Under de två första skolåren är all räkning huvudräkning, vilket också understrykes i undervisningsplanen. Under tredje skolåret bör särskilt uppmärksammas att huvudräkning bör ha sin särskilda avdelning och att denna lämpligen bör finnas i inledningen till ett avsnitt. Om denna huvudräkning även skall omvandlas till skriftliga exempel, bör bl. a. göras beroende av klassens nivå, dvs. hur mycket barnen hinner prestera.

Som en *andra avdelning* i lärogången bör redan under första skolåret följa uppgifter för barnens självständiga, individuella arbete. Det tekniska förfaringssättet bör då vara inlärt. Under första skolåret kan uppgifterna i denna andra avdelning huvudsakligen utgöras av mekaniska sifferexempel. I den mån benämnda exempel förekommer, bör texten under detta skolår läsas av lärare och barn gemensamt. Om s. k. skriftliga räknehistorier skall skapas av exemplen i fråga, bör detta ske under lärarens ledning.

Under andra skolåret kan i andra avdelningen förekomma såväl mekaniska som benämnda exempel. Dessutom kan det vara lämpligt att under detta skolår låta andra avdelningen innehålla ett och annat avancerat exempel, som i addition och subtraktion innehåller två räkneoperationer. Närmast kan dylika exempel anses höra till överkursen (se nästa kap.). Att uppgifterna inte bör föras till överkurserna motiveras av att de senare helt är avsedda som självständigt arbete för »duktiga räknare». Under andra skolåret skulle det även vara att ställa alltför stora krav, att barnen skulle kunna självständigt lösa avancerade benämnda exempel.

Under första och andra skolåret bör här nämnda första och andra avdelning betraktas som *grundkurs*. Med grundkurs avses alltså den kurs som utan större svårigheter bör medhinnas av nästan alla barn. Den bör också överhuvud överensstämma med det som skall inläras i räkneämnet enligt undervisningsplanens kursmoment. Emellertid bör hänsyn tagas till barns olika förutsättningar och förmåga. Eftersom antalet exempel i grundkursen bör vara relativt rikligt, behöver man sålunda inte kräva att barn med vissa räknesvårigheter skall hinna med alla uppgifter. Det samma gäller även de s. k. långsamma räknarna. Härvidlag måste tagas hänsyn till att ett barn utan att vara obegåvat kan ha en långsammare arbetstakt och inte hinner prestera så mycket. Här får man som vanligt främst tänka på kvaliteten och inte bara på

kvantiteten. Givetvis skulle det bli till förfång för dessa räknare, om man skulle låta dem stanna kvar i arbetet med det gamla avsnittet, när kamraterna går över på ett nytt. Lämpligt är knappast heller att låta dessa barn få ett ökat antal hemuppgifter för att därigenom »hinna i fatt». Hemuppgifter bör enligt den nya undervisningsplanen givas med stor varsamhet. Sannolikt når man det bästa resultatet och gör hemuppgifterna mest lustbetonade, om man låter alla barn få samma hemuppgifter och i samband därmed låter barnens olika prestationsförmåga avgöra, hur mycket av dem de hinner med. Det bör därvid märkas, att överkurserna i viss grad lämpar sig som hemuppgifter för de barn som av sig själva önskar räkna mycket.

Under tredje skolåret kan gränsen mellan grundkursen i första och andra avdelningen och den följande överkursen vara mindre starkt avgränsad. Det kan vara lämpligt att överkursen är uppdelad i två grupper, varvid den första gruppen räknas av de flesta eleverna. Se vidare nästa kap.

Kapitel 8

ÖVERKURSER

Att en räknekurs även bör innehålla s. k. överkurser beror som nämnts på barnens olika förutsättningar och förmåga. Lika felaktigt som det kan vara att ställa alltför stora fordringar på barn, som har mindre fallenhet för räkneämnet, lika olämpligt skulle det vara att inte ge de räknebegåvade barnen full sysselsättning. Endast en mening torde råda om att detta bör ske. Enligt tidigare, gängse tillvägagångssätt har barnen beretts tillfälle till ökad sysselsättning genom extra häften med s. k. tilläggsuppgifter. Barnen har i dessa häften kunnat räkna sida upp och sida ner och sålunda fått sysselsättning. Nackdelen har dock varit, att denna »kursiva» räkning i regel inte blivit avpassad till det avsnitt i räknekursen som barnen hållit på med. Inte heller har uppgifterna kunnat bli ökade i fråga om svårighetsgrad etc. Uppgifterna har haft den funktionen att vara fyllnadsuppgifter av samma typ, som dem barnen tidigare arbetat med, utan att vara särskilt avpassade för de barn som arbetat fortare, begripit fortare än andra etc.

Bl. a. i samband med tillkomsten av den nya undervisningsplanen har emellertid spørsmålet om barnens fyllnadsräkning angripits från nya utgångspunkter. 1946 års skolkommision förordade sålunda *överkurser* efter vissa normer. I 1955 års undervisningsplan heter det bl. a.: »De mera försigkomna eleverna bör beredas tillfälle att genom fyllnadsuppgifter självständigt

utföra mera krävande uppgifter utöver de gemensamma övningarna inom kursavsnittet.»

I den mån dylika överkursuppgifter förekommer direkt i en lärobok, torde det vara lämpligt, att de under första och andra skolåret är klart avgränsade från grundkursen, lämpligen med rubrik, som klart anger att det är fråga om överkurs. De barn som endast räknar grundkursen bör nämligen veta att det inte är ett tvång att räkna överkursen. Genom överkursernas placering i själva läroboken når man full säkerhet för att dessa uppgifter kommer i omedelbart samband med uppgifter av samma art i grundkursen. – Som angavs i föregående kapitel, bör måhända gränsen mellan grund- och överkurs vara mera flytande under tredje skolåret. Barnen har då större mognad och kan ofta själva avgöra, om de har kapacitet nog att ge sig på en utvidgad kurs.

Som angivits i undervisningsplanen är tvenne ting av vikt, då det gäller överkurser. För det första bör uppgifterna vara av samma art som de som förekommit i den föregående grundkursen. Överkursen innebär m. a. o. inte att barnen skall räkna »på längden», dvs. ge sig in på nya inlärningsavsnitt, t. ex. nya räknesätt. De skall i stället räkna »på bredden», dvs. räkna en fördjupad överkurs. – I fråga om att uppgifterna skall vara av samma typ må dock göras den reservationen, att överkursen i viss utsträckning kan taga upp det som tidigare inlärts.

För det andra bör överkursuppgifterna vara av mera krävande art. Skall man hålla sig till överkurstermens riktiga innebörd, så bör uppgifterna främst bestå av sådant material, som ställer större krav på barn, som på ett eller annat sätt når längre i fråga om räknekunnande. Med andra ord: skillnaden mellan grundkurs och överkurs bör främst ligga i olikhet i fråga om svårighetsgrad. Som exempel kan anföras, att om uppgifter i grundkursen bara inneburit addition med två termer, så kan motsvarande uppgifter i överkursen vara addition med flera termer etc.

Som förut nämnts, är avancerade problem under andra skolåret exempel på överkursuppgifter av ökad svårighetsgrad, även om de inte ställs under överkursrubrik på grund av att läraren under detta skolår behöver följa barnen vid läsningen av texten.

Under tredje skolåret bör såväl benämnda exempel som mekaniska sifferexempel förekomma i överkursen. De barn som har större räknekunnande har nu förmåga att individuellt brottas med lösning av benämnda exempel.

Kapitel 9

BILDENS BETYDELSE VID RÄKNE- UNDERVISNINGEN

I 1955 års undervisningsplan framhålles som första punkt i anvisningarna till matematikämnet, att undervisningen så långt som möjligt bör göras åskådlig. Tidigare har berörts, hur barnen med anknytning till olika intresseområden får räkna de föremål de har omkring sig, att räkneundervisningen bör samverka med andra ämnen, där ett räknande kan komma till stånd, inte minst ämnet hembygdskunskap. Ett sådant räknande med verkliga föremål utgör givetvis det första ledet på väg mot ett systematiserat räknande. Innan detta räknande får en mera abstrakt form med hjälp av grafiska tecken och siffror, kommer emellertid *bilden* som ett betydelsefullt hjälpmedel.

Bildens uppgift i en lärobok i räkning är inte att jämföra med exempelvis bildens uppgift i en bredvidläsningsbok. Även bilder i en lärobok i räkning avser visserligen att göra arbetet lustbetonat. Man får sålunda ingalunda ge avkall på det konstnärliga. Inte heller får man utgå ifrån, att läroboken i räkning under de första skolåren kan vara i avsaknad av färg. Den stora betydelse som räkneämnet har i dagens skola bör ha till konsekvens, att de stimulerande inslagen har sin plats även i detta ämne. Det bör dock understrykas att bilden i räkneämnet i första hand avser att vara ett *hjälpmedel vid räknandet*. I en lärobok i räkning skall bilden i första hand vara matematisk, m. a. o. vara avsedd att åskådliggöra talbilder och räkneoperationer.

Här må ges några exempel på dylika matematiska bilder: Barnen ser på en bild talraden växa fram genom att ringar kastas över stolpar. De sätter genom en bild av en blockmur talen i ordningsförhållande till varandra. Bilden av sagobokens första, andra, tredje och fjärde sida skärper in ordningstalen och barnen i bolltävlingen med nummer likaså. Två bilder av samma pojke med ettöringar visar två led i hur man »lägger samman». Bilderna av sagofigurer visar hur man »lägger till» i slutet av en rad. »Är lika med» inpräglas med de *lika många* påsarna på varje vågskål. Nya additionsexempel i bild skapas genom ettöringar som flyger till sparbössan, genom djur som ökar en rad av djur i backen etc. Barnen ser centimeter konkretiserade i bild. De kan mäta bilder med centimeterremсор eller linjal. Bildexempel visar att noll är »ingenting». – Inte minst har bilden betydelse vid utfyllnadsräkning och vid lika-delning. Vid subtraktion ger bilden ett utmärkt tillfälle att visa, att något tages bort genom att man stryker ett streck över föremål i slutet av raden. (Mot bilder som visar en räkneoperation först med t. ex. fyra äpplen, därefter minustecken samt därefter ett äpple och slutligen ett »svar» med en bild av tre äpplen måste göras den allvarliga invändningen, att barnen inte erhåller en konkret bild av vad som sker.)

Särskilt på det första stadiet kan bilderna innehålla ett element av systematik genom tvågruppning. Ett »papegojräkande» genom sammanräkning av högar av äpplen, kulor o. d. i bild är av mindre värde. Om barnen däremot ser sagofigurer, eller vad det nu må vara, stående två och två, eller två och en etc. och till denna gruppering i rad kan foga ytterligare figurer vid radens slut, får de en klarare uppfattning av en räkneoperation.

I de utsträckta räkneområdena bör exempelvis bilden av klockan, termometern osv. vid skilda tillfällen sättas in i det praktiska räknandet. Mått och sorter är andra exempel, där bilden har stor betydelse. Framförallt bör pengar, som den del av kvantiteternas värld om vilken barnen har mest erfarenhet, förekomma i bild.

Som exempel på en instruktiv bild, som är lämplig under andra skolåret, må nämnas »årsringen». I undervisningsplanen rekommenderas att tidsmåttan månad och år upptas till behandling. Genom en bild av en »årsring», där årets tolv månader och deras dagantal är utsatta, underlättas barnens räkning i dessa stycken. Räklandet blir vad det bör vara, en upprepad addition, det grundar sig inte på minneskunskap i fråga om tidsmåttan.

Bilden har också betydelse i ett annat avseende. På det allra första skolstadiet kan barnen inte läsa text. Med hjälp av bilder kan de däremot skapa räknehistorier = benämnda exempel. Även i fortsättningen av skolgången är bilden ett gott stöd, då det gäller att av både text och bild skapa sakexempel.

Kapitel 10

DE FÖRSTA RÄKNEOPERATIONERNA

Räkneoperationer med räknetecken och siffror bör inte förekomma på ett alltför tidigt stadium. De första övningarna bör som angetts ägnas åt att utveckla och befästa ord, som används i räkneundervisningen, och åt att ge barnen begrepp om talvärdet. Först därefter bör tal förbindas med grafiska tecken och siffror. En onödig forcering kan ha till följd en sådan förvirring i elevernas föreställningar om räkneoperationernas innebörd, att den genom forceringen vunna tiden flerfaldiga gånger förloras genom den tid som erfordras för att skapa reda i barnens föreställningar.

Huruvida talområdet 1-4 bör bli en första separat etapp i räklandet, kan överlämnas åt den enskilda lärarens bedömning. Mycket talar givetvis för att räkneoperationerna till en tid får uppehålla sig endast inom detta mindre område. Å andra sidan kan man utgå från att barn i regel har begreppen bakom talen 1-4 ganska klara redan vid inträdet i skolan. Av detta skäl kan det vara lämpligt, att man går vidare upp till tio, när det gäller talbegreppen. Härvidlag bör det märkas att det är räklandet upp till 10 det gäller, inte själva tiotalbegreppet, vilket skall komma betydligt senare.

För det andra blir de allra första talbegreppen, om man räknar upp till 10, insatta i ett något större sammanhang, vilket kan ha sitt värde. Under alla omständigheter är det dock lämpligt,

att någon tid stanna inom det mindre området i den helt muntliga räkningen.

Det räkningsätt som först aktualiseras är givetvis addition. Barnen har redan under förskolåldern varit vana vid att »lägga samman» och »lägga till». Nu konkretiseras detta i systematiserat räknande. På det första stadiet kan man använda uttrycksätt som ansluter sig till talspråket, som t. ex. »får», »hittade» osv. Sedan barnen lärt sig tecknet för addition, bör dylika uttryck utbytas mot »lägga samman» och »lägga till». Så småningom är det också lämpligt att övergå till den terminologi som senare skall användas. Huruvida man till en början skall kalla additions-tecknet »och» eller »plus» må lämnas åt varje lärares avgörande.

Säkerligen är det lämpligt, att till en början inte införa likhets-tecknet och låta barnen skriva räkneoperationen. Att *läsa* räkneuppgifterna med additionstecken är till att börja med ofta en tillräcklig svårighet. Barnen bör få läsa uppgifterna »i två steg», t. ex.: »Jag har två ettöringar. Jag lägger till en.» – Lämpligt är också att barnen får läsa de första sifferuppgifterna med benämning. $2 + 1$ kan t. ex. utläsas som 2 öre + 1 öre osv. Den andra termen i dessa första uppgifter bör bara vara 1 eller 2. Att lägga till 1 till talen 1–9 medför i regel ingen svårighet. När man övar barnen i att lägga till 2, har man god hjälp av två-grupperingen. Additionsuppgifter med talet 3 som andra term bör först komma i ett följande avsnitt. Även i detta avsnitt stannar man vid att låta barnen läsa uppgiften i två steg, t. ex.: »Där finns fyra sagofjärilar. Det kommer 3 fjärilar flygande mot raden.» Sannolikt *tänker* sig barnen svaret redan på detta första stadium och kanske det utsäges. Med vad som här påpekats menas att *läraren* inte bör ställa krav på svar.

Som vanligt är det nu lämpligt, att inte endast hålla sig till de räkneoperationer, som finns åskådliggjorda i läroboken. Man går med fördel tillbaka de bilder, som funnits tidigare och som avsett att klargöra räknebegrepp, och låter barnen skapa räkneupp-

gifter med ledning av dessa. Man låter räknelappar föreställa ettöringar – en kvantitet som barnen är väl förtrogna med. Man går ut ifrån hörselupplevelser, t. ex. knackningar, ljud på ett instrument e. d.

Införande av likhetstecknet kan föregås av olika praktiska övningar. Om barnen lägger en linjal, en pappbit e. d. över ett föremål, så ser de att linjalen väger jämnt, om det är lika mycket av den på varje sida. Vågaxeln på en våg står vågrätt, om de saker som vägs »är lika med» varandra. Det blir sedan naturligt att visa barnen, att om man ritar en avkortad vågaxel, så blir det två små korta streck. Det blir tecknet »är» eller »är lika med».

Om skrivning av siffror övats, är barnen nu mogna för att föra över uppgifter till rutade räknehäften. Praktisk erfarenhet talar för att detta arbete är lustbetonat för barnen. Det manuella arbetet med siffer- och teckenskrivningen ger dem en paus i själva räknandet. De gläds åt att nu kunna tillämpa den prydlig-
het och noggrannhet de lärt sig vid tidigare sifferskrivning. Givetvis demonstreras på klassrummets tavla, hur uppgifterna skall placeras i arbetshäftet.

Av vikt är emellertid att barnens självständiga arbete vid räknande av mekaniska sifferexempel inte blir »sifferräkning». De bör gå »den långa vägen» fram till de mekaniska exemplen, dvs. först räkna saker, som de har i omvärlden, därefter räkna med materiel, med bilder och med grafiska tecken. I all synnerhet är det nödvändigt att låta barnen uppleva dessa faser av konkretiserande, då det gäller införande av ett nytt räknesätt. Vidare är uppgifter med talen 3, 4 osv. som andra term av så stor svårighetsgrad, att man om och om igen behöver konkretisera operationerna i fråga.

Tidigare har nämnts vissa stödpunkter, som kan underlätta barnens lösning av uppgifterna, som t. ex. $4 + 4$ och $5 + 5$. Barnen bör dock först och främst med stöd av kvantitetsbegreppen förstå, att t. ex. $4 + 5$ är 9. Därvidlag är tvågrupperingen ett gott stöd.

I underlättande syfte kan man också vänja barnen vid att »tänka på det största talet först»; t. ex. när de läser en uppgift som $3+5$. – Nollan kan presenteras i betydelsen av »ingenting», ett begrepp som bör ha förekommit redan i den inledande räkningen. På lämpligt sätt förklaras att den inte är något tal, att man kan tänka sig dess plats före talraden, att den inte ökar eller minskar något tal. Av största vikt är att nollans funktion vid räkneoperationer blir systematiskt klarlagd, *först* då den förekommer i tvåsiffriga tal, t. ex. $10+2$ eller $10-3$.

Till de första räkneoperationerna hör vidare s. k. utfyllnadsuppgifter av typen $6+. . .=8$. Alltifrån de första övningarna med att ge barnen talbegrepp, bör uppgifter av typen, »Vilket tal fattas?» ha förekommit. Detta sker bl. a. med en rutrad, där barnen får skriva tal i tomma rutor. På detta allra första skolstadium är denna form av »uppdelning av tal i termer» lättast för barnen att förstå. Typen av uppgifter anknyter också så nära till additionen, att den bör komma omedelbart efter detta räknesätt. Lämpligt är att även dessa utfyllnadsuppgifter får stöd av tvågruppsystemet, t. ex. »Jag har 5 och skall fylla ut till 8. Jag fyller först ut med 1 så kommer jag till 6. Sen fyller jag ut med 2. Då har jag fyllt ut med 3».

Begreppen *lika, större, mindre, hälften, dubbelt, par, olika, udda, jämnt* kan på ett naturligt sätt komma in i detta sammanhang. Givetvis är behandlingen av dessa moment endast förberedande. Den gör dock räknandet lustbetonat, och barnen får lätt att se det konkreta i räkneexemplen. Det är också att märka att räkneövningar med begreppet »lika» redan på detta stadium förbereder divisionen.

S. k. utfyllnadsuppgifter har även förberett lösningen av subtraktionsuppgifter. Innan subtraktionsuppgifter med tecken förekommer, bör givetvis räknesättet förberedas genom övningar »den långa vägen» med verklighetsupplevelser, räknande med materiel, bilder och grafiska tecken. Därvid används lämpligen

uttrycken »ta bort», »tappade», »gav bort» osv. När subtraktionstecknet inlärts, införs stegvis uttrycken minska, minskat med etc.

Alltifrån de första konkretiserade subtraktionsuppgifterna bör man vänja barnen att minska från slutet av talraden. Fåglar, fjärilar, igelkottar etc. ger sig iväg från slutet av en rad. Lika viktigt är att i bild konkretiserad minskning sker genom att bilder och grafiska tecken som skall tas bort *strykes*.

Kapitel 11

TALSORTER M. M.

En grundlig behandling av talområdet 1-10 är av den allra största vikt. Det kan rekommenderas, att man härför använder större delen av den första skolterminen och någon del av den andra terminen. Benämningen ental på talen 1-9 bör inte användas i början denna första skoltid. För barnen blir 1 öre, 1 cm, 1 hg, 1 dl eller annat stycketal det konkreta under denna tid. Först när man i slutet av den första skolterminen kommer fram till att 10 kan knytas ihop till ett 10-tal, blir benämningen ental aktuell. Barnen vet att 10 ettöringar kan bli en större slant, resp. 10 cm, 10 hg och 10 dl ett större mått.

Det första tiotalet kan därefter behandlas från bl. a. dessa utgångspunkter, varvid man inte bör försumma att låta de grafiska tecknen visa, hur tiotalet grupperar sig i fem tvågrupper och i två femgrupper. Både addition och subtraktion sätts in i räkandet kring 10-talet, dvs. man aktualiserar uppgifter, där två termer blir jämnt 10, och man minskar 10 med olika termer. Uppgifter där man fyller ut till 10 förbereder 10-talsövergången, som enligt undervisningsplanen skall förekomma under andra skolåret.

Med hänsyn till vikten av mognadsprocessen och den koncentriska principen i lärogången bör andra tiotalet förberedas redan i slutet av första skolterminen. Erfarenheten har visat, att barn som vid första skolterminens slut endast haft förberedande

känedom om talbegreppen inom området 11-20, vid början av den andra skolterminen haft förhållandevis klara begrepp. Det för någon tid sedan preliminärt aktualiserade har mognat.

Vid räknande inom andra tiotalet kan det vara lämpligt att utgå från penningräkning. Tioöringen är välbekant för barnen. Att lägga till resp. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 öre till jämnt 10 öre är i regel ingen svårighet för barnen. Att minska resp. 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20 öre med så många öre, att det blir jämnt 10 öre kvar är likaså en lätt sak. På samma sätt kan man öva utfyllnadsuppgifter med talet 10 som första term. Räkneövningarna inom talområdet 11-20 bör emellertid stanna härmed till en början. Som nämnts bör fullständig kunskap inte fordras under första skolterminen. Några diagnostiska prov bör inte följa de *förberedande* övningarna.

I lekens form kan man i ett sista avsnitt under första terminen aktualisera tiotalen upp till 50, alltså med tanke på mognadsprocessen och den koncentrisk principen.

Innan man i början av andra skolterminen på nytt tar upp andra tiotalet till utförlig behandling, är en repetition av första tiotalet lämplig. Nu kan benämningen »ental» ytterligare förklaras. Den kan först fattas, då barnet sedan tiotalen introducerats, bragts till viss insikt om att siffrans *position* är något väsentligt.

Att andra tiotalet får en grundlig genomgång, innan man går vidare med de andra tiotalen, motiveras bl. a. av räkneord och ordningstal inom detta tiotal. Medan räkneorden inom tredje, fjärde tiotalet etc. till namnet är liknande räkneorden inom första tiotalet, är namnen på räkneorden inom andra tiotalet ganska olika. Motsvarande gäller ordningstalen.

Nu är det även lämpligt att börja med övningar i att särskilja tiotal och ental. Man talar om entalsplatsen och tiotalplatsen. Det kan också vara lämpligt att barnen nu får börja med att

ställa talen under varandra. De får då veta att raden där entalen står heter entalsraden och att den raden alltid skall räknas först vid sådan uppställning. Erfarenheten har nämligen visat, att barn har stor benägenhet att sammanräkna t. ex. $16+3$ utan att ta hänsyn till att de först bör räkna samman entalsraden, dvs. de vill skriva svaret 19 med en gång. När man starkt understryker för dem att entalsraden skall räknas först, bör man ge den förklaringen – som barnen också finner acceptabel – att de skall vänja sig vid det förfaringssättet, därför att det är så man går till väga, när man räknar större tal.

Rekommenderas bör vidare att låta gränsen vid 50 bli nästa etapp, då man går vidare i tiotalens rad. Visserligen kan framhållas att barnen lätt förstår upp till tio tiotal, om de gör jämförelse med tio ental. Inlärningsmomenten blir dock svårare för en nybörjare, om han skall röra sig över hela registret upp till 100. Tiotalen från 50 till 100 bör därför komma som en sista etapp i slutet av det första skolåret. Enligt undervisningsplanen skall inte tiotalsovergång förekomma detta skolår. Hänsyn till svårighetsgraden bör inte tagas endast genom detta. Liksom inom första tiotalet bör man inom de följande tiotalen *först* låta den andra termen i uppgifterna vara 1 och 2, resp. 3 och 4. Tvågruppering, räkning med ordningstal och pausering anlitas också som stöd i lämplig utsträckning.

Under första hälften av andra skolåret kan man lämpligen stanna vid de 10 första tiotalen. Nya inlärningsmoment kommer då i andra avseenden. Det är emellertid nu lämpligt att inpräglade 100-talet, 100-talsplatsen, 100-talsraden etc. Liksom under första skolåret går man därefter vidare i etapper: till 200, till 500, till 1000. Inläringen bör konkretiseras med materiel och med grafiska tecken.

Under tredje skolåret bör man förfara på motsvarande sätt. Även nu bör talområdet 1-100 bli föremål för en grundlig

genomgång ifråga om talsorter. Detsamma bör vara förhållandet, när man först med lätta och sedan med något svårare steg, går upp mot 1000. Området upp mot 10000 för med sig ny talsort. Det bör observeras att räkning med pengar är ett gott hjälpmedel vid konkretiserandet.

Kapitel 12

TIOTALSÖVERGANGAR

Enligt undervisningsplanen skall räkneoperationer med tiotalsovergång inte förekomma förrän under *andra skolåret*. Räkneområdet i första klassen har i stället förlängts. Erfarenheter av kursinnehållet enligt den nya undervisningsplanen har också visat, att barnen lättare löser räkneoperationer av typen $61+3$, $78-4$ osv. än uppgifter av typen $8+7$ eller $15-8$.

Liksom i många andra fall vid inläring, bör man emellertid gå stegvis fram med tiotalsovergångarna under det andra skolåret. Förutom vad som sagts i samband med samtliga räkneoperationer om vikten av att tillämpa den funktionella metoden, »gå den långa vägen» etc., bör här understrykas en viktig synpunkt. *Tiotalsovergången bör ske i två steg*, dvs. när man ökar, så fyller man först ut till tiotalet närmast över och ökar sen med det som är kvar, och när man minskar, så tar man först bort det som är över tiotalet, och sedan tar man bort resten. Att mekaniskt lära in uppgifter över första tiotalgränsen, både när det gäller addition och subtraktion, skulle sannolikt inte innebära någon större svårighet. Möjligen skulle denna mekaniska kunskap kunna sträcka sig även över den andra tiotalgränsen. Undersökningar av t. o. m. hur en hel del vuxna tänker när uppgifter t. ex. av typen $67+8$ eller $73-9$ skall räknas, ger emellertid vid handen, att det är räknandet »i två steg» som måste tillgripas. Att denna räkneteknik får en fast grund alltifrån början

är därför i hög grad önskvärt. Till denna grund hör att barnen bör få förberedande övningar i att fylla ut till närmast över liggande 10-tal och minska till närmast under liggande 10-tal. Barnens förmåga i fråga om dessa förberedande övningar bör diagnostiseras.

Man bör även gå fram stegvis i det avseendet, att andra etappen blir övergången vid 20, nästa etapp övergången vid 30 och 40 samt slutligen sista etappen övergångarna upp till 100. Under andra skolåret bör inte förekomma någon tiotalsovergång över 100 i den huvudräkning barnen har att sköta på egen hand. Tiotalsovergångar över 100 under andra skolåret förekommer i stället i den skriftliga räkningen, när kursplanen för vidare upp mot 1000. Uppgifterna bör dock vara enkla. Även om »minnes-siffror» och »lån» förekommer, så bör man inte kräva att barnen fullständigt skall behärska räknandet i fråga. Detta bör man inte minst ta hänsyn till vid diagnostiseringen av dylika uppgifter.

Kapitel 13

SERIERÄKNING – MULTIPLIKATION OCH DIVISION

I ett av de allra första avsnitten i den första räkneundervisningen är det lämpligt att påbörja s. k. *serieräkning*. Det första ledet blir att öka med 1 i taget från 1–10. Detta räknande hjälper barnen att bygga upp talraden och medför i regel ingen svårighet. – När serieräkning sker med 2 i taget, kan detta ske antingen så, att barnen räknar: 2, 4, 6, 8, 10. Eller också så, att räkningen sker: $2+2=4$, $4+2=$ I båda fallen bygger barnen på tvågrupperingen. Man bör också visa dem, hur de skall *börja* räkandet. Det sistnämnda gäller all serieräkning på det första skolstadiet.

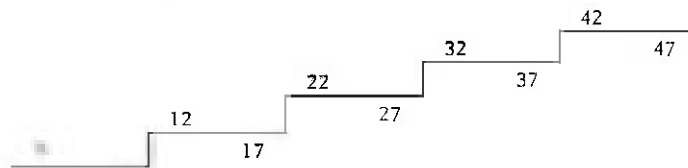
När subtraktionen blir aktuell, sker serieräkningen baklänges. Huruvida barnen då skall lära sig att säga »ta bort» 1 i taget, 2 i taget eller »minska med» etc. kan vara en omdömesfråga.

Under första skolåret kan serieräkning endast ske med 1, 2, 5 och 10, på grund av att tiotalsövergångar inte skall förekomma detta skolår. Man bör inte försumma att låta barnen tänka sig att de räknar med pengar vid denna serieräkning. Inte minst under första skolåret är serieräkningen även lämplig som fyllnadsuppgifter för de barn »som hinner mera». Den bör därför då och då gå in under de s. k. överkurserna.

Under andra skolåret bör först serieräkning med 1, 2, 5 och 10 repeteras. Nu kan det vara lämpligt, att den första termen

kommer i spridd ordning, exempelvis 1, 4, 2, 3, 5, $6+4$, dvs. 4 blir andra termen i varje uppgift. Därefter bör etappvis komma serieräkning med resp. 3 och 4, 5, 6 och 7, 8 och 9 som andra term, sedan nu barnen – också etappvis – behärskar att räkna med tiotalsovergång upp till 100.

Under andra skolåret kan även ett par andra typer av serieräkning vara lämpliga. Särskilt sen barnen lärt in tiotalsovergångarna, kan en träning sättas in av typen $8+3$, 5, 4, 6, 8, 7, 9, dvs. 8 är den första termen i varje uppgift. Eller av typen: 9, 19, 29, 39, $49+2$. Eller: » $4+4=8$, $4+4+4=12$. Fortsätt tills Du lagt tillsammans talet 4 tio gånger.» Slutligen är »taltrappan» ett sätt av serieräkning:



med uppmaningen: »Öka talet 2, talet 12 etc. med 6» samt »Minska talet 7, talet 17 etc. med 6.»

Serieräkning är, förutom att den ger säkerhet i räkning, en betydelsefull upptakt till den *multiplikation* och *division*, som enligt undervisningsplanen skall förberedas under andra skolåret. Härvidlag ger den upprepade additionen i serieräkningen en grund för multiplikationen och den upprepade subtraktionen i samma räkning en grund för innehållsdivisionen. Liksom i fråga om addition och subtraktion utgår man dock inte från den mekaniska räkningen, även om tabellerna med 2, 5 och 10 blir mycket lätta på grund av träningen från första skolåret. Även nu utgår man givetvis från livsnära problem och för därefter räkandet vidare mot abstraktionen över räkning med materiel, med bild och med grafiska tecken. Full färdighet i fråga om multiplikation och division skall inte fordras under andra skolåret.

Vid den förberedande multiplikationen kan det vara lämpligt att visa barnen på att dubbleringen kan underlätta räknandet. Om $2 \cdot 4$ är 8, så är det lätt att förstå att $4 \cdot 4$ är 16. – $5 \cdot 4$ är 4 mer än $4 \cdot 4$ osv. Barn har också intresse för »lekar» i samband med räkneämnet, men lekarna bör vara »matematiska», dvs. inte innebära ett »papegojnlärande», utan barnen skall i dem se ett klart matematiskt sammanhang. Som ex. på övningar, där barnen kan kontrollera, att de räknar rätt, kan nämnas »ruttabeller», där barnen i multiplikation med utgångspunkt från multiplikand och multiplikator kan se vad svaret blir. Barnen bör vidare visserligen öva på de multiplikationstabeller, som bör stå direkt på lärobokens sidor under detta skolår, men man bör inte utgå ifrån att de definitivt skall »lära in» tabellerna. I fråga härom se bl. a. vad som sagts i tidigare kap. om vikten av en långsam mognadsprocess.

Under första skolåret bör »lika delning» användas utan tecken i samband med bilder, grafiska tecken, dubbelt, hälften etc. Under andra skolåret förbereds division som sådan, och då blir innehållsdivisionen den del av divisionen som man börjar med. Den är lätt att konkretisera med ettöringar som plockas ur sparbössan, nötter ur påsen, böcker från bokhyllan och som tidigare nämnts genom att man väger eller mäter upp en viss mindre kvantitet ur en större kvantitet.

Delningsdivision anknyter även under andra skolåret till den i praktiken genomförda delningen, varför det kan vara lämpligt att även detta skolår behålla delningsstrecket som symbol för den operation som utföres.

Under tredje skolåret skulle däremot ett bibehållande av delningsstrecket inte vara lätt att genomföra, därför att talen då blivit större. Att använda delningsstrecket som s. k. bråkstreck och utföra förkortningar m. m. kan givetvis inte komma i fråga på detta skolstadium. Lämpligast torde därför vara, att under detta skolår ha divisionstecknet $:$, för såväl innehålls- som

delningsdivision. Emellertid bör de två divisionsförfarandena åtskiljas, och innehållsdivisionen bör alltjämt komma först.

Under första skolåret har räknesätten varit »sammanläggning» och »fråndragning» för barnen. Successivt införs emellertid de termer som sedan skall vara i bruk. Under andra skolåret kan man med fördel exempelvis införa benämningarna addition, subtraktion, multiplikation och division. Under tredje skolåret bör bl. a. tillkomma benämningarna addera, subtrahera, multiplicera och dividera.

Kapitel 14

MATT OCH SORTER

I undervisningsplanens kursinnehåll för klasserna 1–3 anges, att eleverna skall ha övningar att använda några vanliga mått och sorter. I anvisningarna till detta kursinnehåll framhålles: »Under de fyra första skolåren bör företrädesvis förekomma övningar att inlära vanliga mått och förstå deras storleksförhållanden samt enkla sortförvandlingar, i regel endast mellan två närliggande sorter.» I undervisningsplanen anges vidare, vilka mått som exempelvis bör upptas till behandling.

Vid en planläggning av hur undervisningsplanen bäst bör följas i fråga om mått och sorter framstår som självklart, att den koncentrisk principen i två avscenden bör tillämpas under de första skolåren. För det första bör under det första skolåret ett begränsat antal mått och sorter upptas, varefter antalet ökas följande år. För det andra – vilket är det mest typiska för den koncentrisk principen – bör behandlingen av de mått och sorter som upptas utvidgas och fördjupas år efter år. Som konsekvens härav utgår man under den allra första skoltiden från den sort, som ligger barnen närmast, nämligen pengar. Det blir ettöringarna, som de får röra sig med, som verkliga mynt, som materiel och i bild. Inom kort kan man även låta tvåöringar och femöringar figurera i »räknehistorier». Vid inläringen av första tiotalsbegreppet och övriga tiotal har tioöringen sin givna plats.

När räkningen under första skolåret går upp mot 100, kan

samtliga koppar- och silverslantar t. o. m. enkronan presenteras. Redan tidigare bör barnen under hand ha fått arbeta med uppgifter, som: »Vilka slantar blir tillsammans 20 öre?» »Växla 10 öre i tvåöringar», »55 öre är . . . tioöringar . . . ettöringar». – Under andra skolåret stegras svårighetsgraden: först inom det första hundralet, sedan inom följande hundratal upp mot 1000, varvid även fem- och tiokronorsedeln samt silverfemkronan bör presenteras. Eftersom man från början utgått från öre, torde det vara motiverat att låta tiokronorsedeln representera 1000. Under detta andra skolår bör man också införa benämningen mynt, därför att de pengar man rör sig med nu har högre valör.

Ett lämpligt mått att räkna med på det första stadiet är centimeter. Barnen blir förtrogna med måttet på den första linjalen. De får veta att bokstäverna cm betyder centimeter, och de kan lära sig bokstäverna som ordbild. Övningarna med centimeter bidrar att hjälpa barnen fram till abstraktion av tallinjen.

Barnen bör göra en tiocentimetersremsa av papper, men på detta första stadium bör inte läraren aktualisera måttet dm. De får mäta verkliga föremål, bilder i läroboken osv. – I synnerhet bör man vänja barnen vid att *uppskatta* mått. Lättast kanske detta sker, om de föreställer sig längden på ett känt föremål, t. ex. en tändsticka. De kan också öva sig med att rita linjer på fri hand, vilka de sedan uppskattar måtten på, varefter de kontrollerar sin uppskattning med måttremsa eller linjal. – När de kommit längre i räknandet, kan de öva sig med finger-, arm- och steglängd, hand- och fotbredd osv.

Decimetermättet inläres med fördel under andra skolterminen och kan då komma i ett naturligt sammanhang med barnens småslöjd. Barnen gör måttremsor, först 20 cm långa, senare 50 cm och mot slutet av skolåret 100 cm. De övar sig att räkna fram dm: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. 10 cm = 1 dm. 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. 20 cm = 2 dm. Så småningom lägger

de tillsammans dm och cm, och i samband därmed bör de lära sig att noga se upp, vilken sort det är fråga om. De lär sig på liknande sätt att räkna fram, hur många dm och cm de kan få av exempelvis 25 cm. Vid första skolårets slut kan det vara lämpligt att presentera meterbegreppet. Även detta mått bör konkretiseras, vid den första grundläggande övningen kanske lättast i anslutning till skolans metermått. I den mån metern på detta stadium sätts i relation till annat mått, bör detta vara dm, enligt undervisningsplanens anvisningar om att förvandling i regel endast bör ske mellan två närliggande sorter. Ett konkretiserande av exempelvis hur många decimeter 7 meter är kan ske genom att 7 meterlinjer indelade i decimeter ritas på klassrummets tavla.

För andra skolårets kurs rekommenderas i undervisningsplanen inte några nya längdmått. Uppskattningsövningarna bör fortsätta. Nu bör varje barn göra sig en meterremsa, där decimetrarna är indelade i centimeter. Alltjämt är det därvid frågan om att *praktiskt* använda måtten, i varje fall att tänka sig ett sådant praktiskt användande. Enligt undervisningsplanens anvisningar kan cm användas dels i relation till m och dels till dm. Likaså används dm dels i förhållande till m och dels till cm. I intet fall bör de tre måtten förekomma i samma uppgift. – Något ökade krav kan givetvis nu ställas, då det gäller att öka och minska dessa mått med varandra, likaså då det gäller framräknande av dm och cm av ett visst antal cm eller m och dm av ett visst antal dm. Vid den förberedande innehålls- och delningsdivisionen är längdmåtten ett gott underlag. När man mot slutet av andra skolåret går upp mot 1000 med så enkla uppgifter som möjligt, är m och cm ett lämpligt sätt att konkretisera talen. – Beträffande införande av längdmåttet km under tredje skolåret, gäller i tillämpliga delar vad ovan sagts.

Även när det gäller vikt- och rymdmått, är det lämpligt, att första skolåret gå ut från de minsta enheter, som undervisningsplanen för detta skolår anger som lämpliga, nämligen hg och dl.

Detta kan mot slutet av den första skolterminen ske i ett för barnen då livsnärt sammanhang, julbaket. Våg och hg-vikter samt dl-mått används praktiskt. Sand, jord, sågspån kan föreställa varor som vägs och mäts. Barnen får lära sig, att hektogram och deciliter förkortas till resp. hg och dl, och de får lära sig att läsa dessa förkortningar som ordbilder. På det första stadiet inlärs man inte kilogram och liter. – Ännu ett stycke in på den andra terminen av första skolåret kan man med fördel röra sig endast med hg och dl, t. o. m. när man räknar upp till 20. En god grund i fråga om förståelsen av dessa mått är nämligen synnerligen betydelsefull.

I samband med att man på våren det första skolåret går in på intresseområdet Handelsboden i hembygds-kunskapen, är det lämpligt att presentera de större måtten. Givetvis skall det första användandet av de nya sorterna ske genom praktiska vägningar och mätningar. Här kan samverkan ske särskilt mellan ämnen hembygds-kunskap och räkning. Ett gott uppslag är även att låta barnen rita 10 hg-vikter i varje rad och efter första raden skriva »=1 kg», efter andra raden »=2 kg» etc. Samma förfaringssätt kan vara lämpligt i fråga om dl- och l-mått. Barnen är ännu så små, att man gärna kan låta deras fantasi spela. I skolarbete har sålunda prövats att låta barnen kalla kg-vikten för »kilofar» och hg-vikterna för »hektopojkar», samt att kalla litermåtten för »litermor» och dl-måtten för »deciliterflickor». Måttens förhållande till varandra präglas på detta sätt in hos barnen. Att mekanisera undervisningen med att t. ex. försöka pränta in att 1 kg = 10 hg och enbart bygga på denna mekaniska inläring är inte att tillråda på detta stadium. Detta leder lätt till måttföreställningar utan konkreta förknippningar.

Fram mot en sådan mekanisering, att kunskapen om vikternas relation alltmer blir barnens definitiva egendom, går man under andra och tredje skolåret. Även då sätts måtten in i livsnära sammanhang. Barnen får t. ex. räkna fram, hur många kg och hg

man kan få av ett visst antal hg. Att väga eller mäta upp mindre kvantiteter ur en större kvantitet lämpar sig särskilt väl vid den förberedande innehållsdivisionen.

Även då det gäller tidsmått, är det lämpligt att använda den koncentriska principen. Begreppet minut kan gärna komma under den allra första skoltiden, då barnen genom hörselövningar leds fram mot abstraktionen. T. ex.: »Jag knackar nu, och jag knackar på nytt, när en minut har gått.» Barnen får också själva försöka uppskatta längden av en eller flera minuter. Räkning med minuter kommer också in i benämnda exempel, utan att det därför rör sig om några förvandlingsmoment. Timmar, dagar, veckor och år sätts under första skolåret in i lämpligt intressesammanhang vid vårterminens början. Längre fram under skolåret, då barnen räknat upp till 60, bör timmens förhållande till minuter aktualiseras. – Under andra skolåret dels fördjupas kontakten med de tidigare inlärdas sorterna samt dels presenteras nya, som t. ex. sekunder, dygn och månader. Att en urtavla bör finnas som materiel är självklart. Huruvida en sådan skall göras av varje barn i samband med arbetsövningar i hembygds-kunskap, beror givetvis på vilken tid man har till förfogande.

Stycketalssorterna dussin och tjog har i undervisningsplanen rekommenderats för behandling under de tre första skolåren. Eftersom i synnerhet tjog får alltmer minskad betydelse i det praktiska livet, bör den tid som ägnas åt räkning med dessa sorter inte tagas till i överkant.

Som allmänna anvisningar för mått och sorter må framhållas vikten av att en grund lägges redan under de första skolåren, innan följande skolår kommer med många nya kursmoment. Erfarenheten har också visat, att mått och sorter ger barnen intresse för sakexemplen. Lämpligheten av att varje sort får sitt intresseavsnitt – i varje fall i den första räkneundervisningen – bör understrykas. Meningen är nämligen, att man även vid sort-

räkning skall kunna släppa loss barnen på självständigt arbete efter den gemensamma genomgången. – Slutligen bör påpekas att de förkortningar, som används i undervisningsplanen, bör följas.

Kapitel 15

ADDITIONS- OCH SUBTRAKTIONSTABELLER

Efter det att barnen rört sig med enbart meningsfull, konkretiserad räkning, vidtar det stadium, då svaren på uppgifter med små tal mekaniskt bör intränas. Som flera gånger tidigare understrukits, är det på det första skolstadiet felaktigt att börja med den mekaniska träningen. Barnen måste lära sig insiktsfullt behärska en teknik, som de kan tillämpa i olika räknesituationer.

När de har denna teknik och när de har insikt i talbegrepp och räkneoperationer, är emellertid tiden inne att *befästa* den erhållna färdigheten genom att uppgifter mekaniskt tränas in. I undervisningsplanen anges, att additions- och subtraktionstabeller bör vara inlärd före andra skolårets slut, att tabellerna 1-10 lämpligen bör inläras före första skolårets slut och tabellerna 1-18 under andra skolåret.

Som vanligt gäller det att härvidlag gå med »små steg». Under den första terminen skulle det vara ett alltför stort krav, att barnen på en gång skulle inlära *flera* mekaniska uppgifter. Det torde då vara tillräckligt att låta barnen öva på *några* uppgifter varje gång. I första etappen t. ex. $2+2=4$, $2+3=5$, $3+2=5$, $3+3=6$. I andra etappen t. ex. $4+2=6$, $4+3=7$, $5+2=7$, $5+3=8$, $6+2=8$, $6+3=9$, alltså med en liten stegring, såväl i fråga om antalet uppgifter som i fråga om uppgifternas svårighetsgrad. Vad som här sagts om inläringen av additionsuppgifter inom det första tiotalet bör även ha tillämp-

ning på subtraktionsuppgifter inom samma tiotal. Under denna första termin bör man ha i minnet, att fullständig säkerhet inte ännu skall krävas av barnen. Som förut nämnts gäller det främst att ge dem insikt bakom räknandet.

Under första skolårets andra termin återkommer en systematisk träning av ovannämnda tabeller. Förff. till denna handledning har övervägt, huruvida resp. 2-tabeller, 3-tabeller etc. bör gå i en systematisk ordning t. ex. $1+2$, $2+2$, $3+2$ osv. eller om uppgifterna bör vara blandade t. ex. $3+2$, $2+4$, $3+4$ etc. Efter visst övervägande rekommenderas det första tillvägagångssättet. Som jämförelse kan tagas multiplikationstabellen, där uppgifterna är systematiserade. Det kan utan tvivel också under detta första skolår anses som tillräckligt stort krav, att barnen får försöka inlära tabellerna i systematiserad uppställning. Det kan däremot rekommenderas, att man i början av andra skolåret, när man repeterar första skolårets kurs, låter tabellerna i fråga återkomma i »blandad uppställning» under rubriken Öva. T. ex. resp. $2, 1, 4, 3, 5, 7, 6+3$.

Träningen av additions- och subtraktionstabellerna inom området $1-18$ under andra skolåret bör noga ha grundlagts i det insiktsfulla räknandet, *dels* i additions- och subtraktionsuppgifter vid den första tiotalsovergången och *dels* i additions- och subtraktionsuppgifter inom det andra tiotalet. Under detta skolår kan det även vara lämpligt att göra uppställningen lustbetonad för barnen. Barn brukar tycka om s. k. ruttabeller. En sådan tabell, där de i den första lodräta raden ser uppgifterna $9+2$, $9+3$, $9+4$, $9+5$ etc., kan roa dem och ge dem en viss prestationslust. De bör också få veta, att de vid det första övningstillfället endast bör öva på denna rad. – När de kommer till subtraktionen, kan raderna för omväxlingens skull läsas vågrätt. T. ex. vid första övningstillfället förekommer $11-2$, $11-3$, $11-4$, $11-5$, $11-6$, $11-7$, $11-8$, $11-9$ i en horisontell rutrad. – Att i särskilda tabeller ha uppgifter inom andra tiotalet, som t. ex. $12+4$,

$15 + 3$ etc., motiveras av att tabellerna inom 1–18 inte kan anses slutgiltigt behandlade, förrän även dessa uppgifter kommit med. Övningarna blir också en god repetition av det andra tiotalet, vilket som förut påpekats, inte är något lätt tiotal.

Kapitel 16

RAKNEMATERIEL FÖR DEN FÖRSTA RAKNEUNDERVISNINGEN

Som tidigare påpekats behövs materiel vid undervisningen i räkneämnet. Givetvis kan man tänka sig, att därvid endast använda sådan materiel, som barnen själva kan anskaffa, t. ex. slantar, stenar, kulor, stickor, knappar etc. Självfallet bör också dylika saker användas, då ju barnens räkneerfarenheter under förskolåldern ofta är anknutna till sådana föremål. Med hänsyn till att materiel för räkneundervisningen ofta måste komma till användning och att det måste finnas tillräckligt antal enheter av denna, är det emellertid som regel lämpligare att använda materiel, som är speciellt tillrättalagd för undervisningen.

I samband med användningen av räknemateriel uppkommer den viktiga frågan om materielens plats i undervisningen. Om man tillämpar den funktionella principen, blir det tämligen självklart, att man inte *utgår* från ett räknande med särskilt tillrättalagd materiel. Man utgår som förut nämnts från den konkreta verklighet som omger barnen. Räknematerielen används såsom ett medel att åstadkomma abstraktioner och då såsom ett *mellanled* mellan räknandet med konkreta föremål och användningen av rena symboler, siffror. När materielen tas i bruk, bör man också lämna spelrum för barnens fria fantasi. Räknebrickorna (räknelapparna) kan exempelvis föreställa ettöringar. I synnerhet är detta lämpligt, när man på nybörjarstadiet låter barnen ha

»låtsaffär». Materielen kan föreställa äpplen, nötter, bokmärken etc. Användandet av materielen blir sålunda ett viktigt steg mot abstraktionen – även om underlaget för barnens räkneföreställningar alltjämt är av konkret art, genom att de också får syssla med föremål.

I detta sammanhang uppkommer också frågan om materielen beskaffenhet. Erfarenheten ger därvid vid handen, att det är föga lyckligt att ge barnen t. ex. en platta med ett antal prickar, vilka ordnats i ett bestämt mönster. Barnen möter då en färdigställd materiel, där de inte själva fogat samman enheterna. Går man däremot ut ifrån, att barnen skall *skapa* talbilden, vilket bl. a. medför, att de bättre kommer ihåg talbildens struktur, så bör varje enhet föreligga separat och möjliggöra vilka grupperingar som helst. Sålunda kan t. ex. talet sju konkretiseras av sju från varandra skilda enheter, såsom sju räknebrickor, sju klossar e. d.

Vad här sagts bör inte minst uppmärksammas, om man låter nybörjare syssla med s. k. räknepussel. I de fall detta sker på det allra första skolstadiet, bör detta pussel vara så beskaffat, att barnen räknar med enheter. På ett tidigt stadium bör man t. ex. inte vänta sig, att barnen med hjälp av sifferräkning skall kunna foga samman pusselbitar för att få ett bildresultat. Gör man det, skapar man lätt en mekanisk memorering med därtill anslutande förhör av räknekunnandet, *innan* någon insiktsfull kunskap finns. Ett sysslade med räknepussel e. d. kan däremot användas som träning, när barnen kommit så långt, att de har klara räkneföreställningar och insiktsfullt behärskar räknetekniken. Det bör här påpekas, att man givetvis inte heller rent mekaniskt tränar in additions- och subtraktionstabeller, förrän barnen har talbegrepp och behärskar räknetekniken. När detta är fallet är givetvis t. ex. räknepussel, s. k. Winnetkakort etc. lämpliga som träning och fyllnadsuppgifter.

En materiel, som sedan länge ansetts lämplig, när det gäller

nybörjarnas räkning med enheter, är lappar av papp. Dessa räknelappar kan lämpligen kallas brickor. Barn är vana vid att flytta »brickor» i spel. Erfarenheten säger också, att dessa räknebrickor bör vara runda. Fyrkantiga brickor ger inte lika klara grupperingar, om de läggs bredvid varandra. Lämpligen bör brickorna ha en färg på den ena sidan och en annan färg på den andra. Barnen får härigenom lättare att illustrera räkneoperationer, t. ex. med två röda lappar och en blå. Har lapparna blå resp. röd färg, underlättar man särskiljandet för barnen. Just dessa färger förväxlas inte så lätt av de barn, som har ett svagt utvecklat färgsinne.

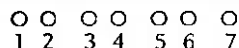
Det är viktigt, att materielns storlek är avpassad för nybörjarna. En materiel bör sålunda vara lätthanterlig och inte tung och otymplig. Små händer behöver ha föremål som passar för dem. – En helt annan sak är givetvis den s. k. lärarmaterielen, alltså en materiel som man tänker sig, att hela klassen skall se på, eller en elev i taget syssla med, medan hela klassen ser på. En sådan materiel bör vara så stor, att den kan användas för demonstrationsändamål. Ett exempel härpå är den s. k. kulramen. – I detta sammanhang bör emellertid framhållas, att en gemensam klassmateriel inte kan anses tillräcklig. Barnen bör för sitt individuella arbete ha var sin materiel, dels för att de skall kunna arbeta självständigt och dels för att de skall kunna använda materielen, när de känner, att de behöver den som stöd.

Som förut nämnts har undersökningar av barns och vuxnas föreställningar vid räkneoperationer visat, att flertalet föreställer sig talräckan i form av ett s. k. talldiagram, där talstorheterna är ordnade i en räkka efter varandra. Sådana diagram utbildas hos barnen särskilt som ett resultat av undervisningen om ordningstal. Konsekvensen härav, då det gäller räknemateriel, bör bli att barnen får ordna enheterna (räknebrickorna, klossarna, kulorna etc.) i rad, dvs. materielen bör bli linjebetonad. Praktiskt är också, att barnen har underlag (plattor), där resp. första och andra

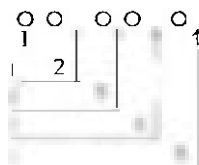
tiotalen kan läggas med räknebrickor inom ramar. Ett exempel på en sådan materiel är den av Wikström/Husen utgivna TALRADEN, Första och andra tiotalen.¹ I de psykologisk-pedagogiska anvisningar som återfinns på denna materiel heter det bl. a.:

Materielen bör speciellt avse att främja följande moment av den grundläggande räkneundervisningen:

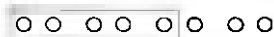
a) Att »räkna», dvs. att känna till talens namn i rätt ordning och att kunna ange talnamn till föremål, det ena efter det andra, t. ex.



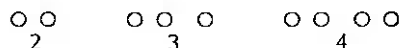
Vidare underlättar materielen att ge barnen uppfattning om att varje talnamn anger antalet föremål, som räknats t. o. m. ett visst föremål, t. ex.



Slutligen kan man klargöra för barnen, att det sista talnamnet anger antalet föremål, som räknats t. o. m. ett visst föremål, t. ex.



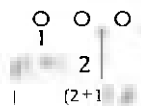
b) Antalsangivelser, dvs. att ett, två, tre etc., betecknar storleken av en grupp, t. ex.



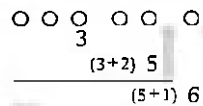
c) Ordningstal, den första, den andra, tredje etc., betecknar ordningsföljden eller positionen på en rad. Även begreppen först, sist, före, efter etc. kan belysas.

d) Addition, vilken utgör en process, där man kombinerar grupper av kända storlekar (kända antal) till en summa.

Ex.: Räkna med ett i taget.



Räkna med grupper.



¹ Utgiven på Skrivrit.

e) *Additionsfakta* kan organiseras enligt grundläggande matematiska principer, såsom

addera 1 till vart och ett av talen 1-9
addera 2 etc.

vända om grupperingar: 2 och 7 är lika med 7 och 2

göra omgrupperingar av tal som skall adderas:

$6 + 4$ är detsamma som $6 + 2 + 2$

Addera 1 till den första gruppen (första talet) eller till den andra: $4 + 3$ eller till den andra $3 + 4$. På motsvarande sätt ta bort ett från den första gruppen (första talet) eller från den andra.

Göra omgrupperingar för att fullständiga tio: $9 + 4 = 9 + 1 (10) + 3 (13)$; $7 + 5 = 7 + 3 (10) + 2 (12)$ etc.

Illustrera fakta inom andra 10-talet:

$14 + 5 = 10 + 4 + 5$ etc.

f) *Subtraktion*, vilken innebär tre begrepp, nämligen 1) »Tag bort», dvs. »Hur många är kvar?» 2) Jämförelseskillnad, t. ex. »Hur många flera eller färre finns i den här gruppen?» eller »Vad är skillnaden?» 3) Att göra förändringar, t. ex. »Hur många flera behövs?»

Viktigt att beakta vid användningen av räknematerielen är, att subtraktion naturligen utvecklas genom att man »räknar baklänges».

Under första skolåret kan det vara lämpligt, att talraden, liksom på ovan omnämnda materiel, är uppbyggd med tvågruppering. Som nämnts i kap. 6 är denna gruppering ett medel att konkretisera och ge struktur åt talbilden. Allteftersom man under läsårets gång arbetar med nya talrader, exempelvis rader av ettöringar, kan tvågrupperingen göras mindre markerad. Man kan då också använda tre-, fyr- och femgrupperingar. Självfallet är emellertid, att en rad av t. ex. tio räknebrickor, som lagts ut utan gruppering, är svårare att räkna för barnen än en rad som lagts i gruppering. Det är emellertid av största vikt att beakta, att vilken gruppering som än användes, så är denna endast ett *medel* att underlätta skapandet av talbilder. Man bör sålunda inte låsa fast barnens talbegrepp vid någon bestämd gruppering, utan då begreppen klarnar skall dessa förknippas med talsymboler, varvid det konkreta underlaget får mindre betydelse.

Under senare hälften av första skolåret och under andra skolåret gäller det att genom materiel söka konkretisera räknandet

upp till 100. Bilden kan då komma till större användning som hjälpmedel vid konkretiserandet. Barnen har då större mognad och har lättare att se t. ex. tio ritade streck som det första tiotalet, nästa tio streck som det andra etc. (Jfr vad som tidigare sagts om att tiotalen kan ses i en från vänster till höger förhöjd tallinje. – Frågan är emellertid, om inte varje barn, då det gäller hela området 1–100, bör ha egen materiel. Vad som krävs är, att barnen kan arbeta med åskådliggjorda tiotal och ental. De behöver också kunna konkretisera serieräkningen upp till 100. Att i bild, så långt detta är möjligt, söka konkretisera serieräkning med resp. 6, 7, 8 och 9 som en förberedelse till multiplikation m. m., är givetvis fördelaktigt. Det är ett effektivt mellanled mellan det konkreta och det abstrakta. Ett ännu bättre konkretiserande sker emellertid, om barnen kan arbeta med materiel i serier.

I början av andra skolåret skall också räkning med tiotalsovergång ta sin början. Att då lägga en god grund vid första tiotalsgränsen har stor betydelse. TALRADEN, Första och andra tiotalen, kan då på nytt tas i bruk. Barnen ser då klart, hur man vid ökning först fyller ut till dess första tiotalet är fullt och sedan lägger till resten, och hur man vid minskning på motsvarande sätt går den andra vägen. Vid inläringen av additions- och subtraktionstabeller 1–18 memoreras sedan dessa tiotalsovergångar. Detta bör dock först ske, sedan barnen fått en säker räkneteknik. – När det gäller tiotalsovergångarna i fortsättningen upp till 100, är det som nämnts i kap. 12 säkerligen inte lyckligt att bara bygga på mekanisk inläring. Här är själva räknetekniken synnerligen betydelsefull. Barnen – många vuxna gör det också – måste under fortsättningen av sin skoltid stödja sig på denna teknik. En materiel, där varje barn kan åskådliggöra serieräkning, alltså den förberedande multiplikationen, måste därför vara lämplig. Förff. till denna handledning har en sådan materiel för de tio tiotalen under arbete.

I fråga om materiel vid räkning med mått och sorter hänvisas

till kap. 14. Här må endast några synpunkter ytterligare understrykas. Som påpekats är pengar den kvantitet, av vilken barnen har den största erfarenheten. Det är emellertid viktigt, att man där utgår från enheten (ettöringen) och låter den stå i relation till enkronan, femkronan och tiokronan vid räknandet till resp. 100 och 1000 under första och andra skolåret. Först under tredje skolåret kan det möjligen vara livsnära för barnen att även räkna problem med tänkta hundrakronor- och tusenkronorsedlar. – Vid räkningen med längd-, vikt- och rymdmått bör ännu en gång understrykas, att man har nytta av den tid man använder till att låta barnen göra måttrensor, bilder med relationer mellan kg och hg samt l och dl osv. Man bör inte glömma bort att därvidlag – enligt undervisningsplanens rekommendationer – ha samverkan mellan räkne- och hembygdsämnet. Det senare gäller inte minst den materiel som används till tidsmått, där t. ex. klockan givetvis bör inläras under hembygdstimarna, men räkning med timmar, minuter och sekunder främst ske under räknelektionerna. Termometern är en annan sak som ger gott underlag för räkning. Möjligen kan det vara lämpligt att i varje klass ha en låda, där det finns påsar som innehåller 1 hg, 2 hg av något att använda till vägning. Vikten kontrolleras givetvis av barnen. Att anskaffa sand, jord, sågspån etc. är ingen oöverkomlig sak. I varje fall bör man självfallet inte *endast* demonstrera, t. ex. vikterna genom att sätta så många vikter på den ena vågskålen och så många på den andra eller rymdmåtten med att hålla 10 dl vatten i ett litermått.

Kapitel 17

DIAGNOSTISKA RÄKNEPROV

Sedan gammalt har lärare använt prov i räkneämnet, s. k. provräkningar. I synnerhet har detta varit fallet i folkskolans högre klasser. I de lägre folkskoleklasserna torde i allmänhet den metoden ha tillämpats, att läraren själv skapat provräkningar, vilka givetvis anslutit sig till föreliggande räknekurs.

Sedan 1944 har s. k. *standardprov* tillhandahållits av skolöverstyrelsen, bl. a. för andra skolåret. Standardprovets syfte har varit, och är (se nedan), att möjliggöra ökad jämförbarhet mellan olika läraravdelningar i fråga om betygsgivningen. Deras normer kan sägas utgöra »rikslikare» i fråga om kunskaper och färdigheter. Läraren kan därigenom bestämma den egna avdelningens genomsnitt och spridning och jämföra dessa med motsvarande värden för hela riket på ifrågavarande klassnivå. Uppgifterna i ett standardprov avser att någorlunda representativt »täcka» kursinnehållet, som regel inom en årskurs. Uppgifterna inom ramen för en sådan kurs måste av naturliga skäl bli relativt få. I varje fall kan det inte bli fråga om en djuplodning inom varje enskilt kursmoment. Svårighetsgraden stegras avsevärt inom varje särskilt prov. Vissa uppgifter är så svåra, att flertalet barn i klassen inte kan lösa dem. Som regel är proven så beskaffade, att den som löst ungefär halva antalet uppgifter har utfört en medelgod prestation. Detta beror på att provkonstruktionen syftar till att ge maximal differentiering både uppåt och nedåt i fråga om prestationerna.

Sedan 1953 har en ny serie standardprov för folkskolans 4:e och 6:e klasser varit under utarbetande under ledning av prof. Husén, vilken inom Statens psykologisk-pedagogiska institut utfört konstruktions- och standardiseringsarbetet på uppdrag av Skolöverstyrelsen. Fr. o. m. läsåret 1954-55 utsändes inte längre standardprov för andra klassen. Anledningen härtill är den, att standardproven som »rikslikare» torde få större betydelse för tredje skolåret - det skolår som efter hand kommer att bli slutår i det första skolstadiet, i och med att den nya stadiedelningen genomförs enligt skolreformen. Standardprov för tredje skolåret torde därför komma att bli behövliga.

I samband med diskussionerna om skolreformen upptogs emellertid spørgsmålet om s. k. diagnostiska räkneprov. 1946 års skolkommision säger bl. a. härom i sitt principbetänkande:

»Kommissionen har från början betonat, att provens främsta uppgift bör vara att bidra till att varje elev får den undervisning, som han bäst behöver. Med denna utgångspunkt blir slutsatsen, att vi framför allt behöver *diagnostiska prov*. Härmed avses sådana prov, som inte nöjer sig med att ange, om eleven lyckats bra eller dåligt i ett ämne utan framför allt analyserar *vari* hans skicklighet eller svaghet består. Huvudintresset gäller inte, vilket poängtal han uppnår, utan vilka delar av kursen han behärskar och vilka delar av en färdighet han har svårigheter med. Exempelvis kan diagnostiska prov i räkning på lägre stadier avslöja, att en elev ofta räknar fel vid vissa bestämda kombinationer i de grundläggande räknatabellerna, att han använder en opraktisk teknik vid subtraktion eller division, att han är osäker vid sortförvandling i fråga om vikt eller dylikt. Översiktsprov för större kursavsnitt skulle här inte lämna säkra besked. Ett diagnostiskt prov måste koncentrera sig till ett begränsat område och innehålla tillräckligt många exempel på de skilda slag av svårigheter som där möter. Användes diagnostiska prov, kan felaktiga vanor och tankegångar lätt upptäckas och motarbetas,

innan de blivit befästa. Luckor kan fyllas, så att grunden blir stark nog för det fortsatta arbetet.»

Även i 1955 års undervisningsplan har frågan om kontroll av barnens räknefärdighet tagits upp. I anvisningarna till kursinnehållet framhålles exempelvis: »Där fel vid en uppgifts lösning förekommer hos ett större antal lärjungar, göres uppgiften lämpligen till föremål för gemensam behandling i klassen . . . Hemuppgifternas innehåll skall av läraren kontrolleras . . .» Omedelbart till vad ovan sagts om prövning, ansluter sig följande i samma anvisningar: »Särskilda provräkningar, då ett kursavsnitt behandlats, har stor betydelse vid bedömandet av i vad mån lärjungarna tillgodogjort sig undervisningen.»

Kontentan av vad ovan sagts blir, att man i undervisningen behöver diagnostisera lärjungarnas kunskaper område för område i räknekursen. Den pedagogiska diagnosen har ibland i diskussionen jämförts med den medicinska, i det att bågge i viss grad har samma syfte, nämligen att söka utröna, vilka brister som föreligger. I detta kapitel behandlas även de diagnostiska provens uppgift främst i detta avseende.

Diagnostiska räkneprov bör syfta till att lämna besked om vad eleverna inhämtat inom ett eller flera mindre kursmoment, som hör till ett nyss genomgånget kursområde, beträffande såväl begrepp som räkneoperationer. Proven kan sålunda undersöka fortlöpande, inte bara vad klassen som helhet utan också vad de enskilda eleverna inhämtat. Proven skall i första hand täcka de element som ingår i grundkursen, alltså den kurs som i räkneämnet bör behärskas av samtliga elever.

Diagnostiska prov bör vidare vara en intern angelägenhet inom klassens ram, detta till skillnad från standardproven, där jämförelser mellan klasser är huvudsaken. Proven skall vara till stöd och hjälp för undervisningen för att hålla läraren kontinuerligt informerad om klassens och de enskilda elevernas framsteg. De bör innehålla betydligt flera uppgifter än standardproven just

för att kunna ge upplysningar om de mer speciella elementen inom ett kursavsnitt. I sin utformning kan de t. ex. ge läraren fingervisningar i tid om vilka elever som speciellt behöver uppmärksammas. Tyngdpunkten ligger sålunda mera på att undersöka än på att pröva.

Proven för första skolåret bör bl. a. undersöka barnens kunskaper i addition och subtraktion utan tiotalsövergång upp till hundra. I anslutning till räknekursen sker detta stegvis med a) grundlig genomgång av första tiotalet b) genomgång av andra tiotalet c) enkla uppgifter till femtio d) enkla uppgifter till 100.

Proven bör också undersöka, i vilken grad eleverna förstår att använda mått och sorter (sålunda inte sortförvandling i vanlig mening). – I anslutning till tabeller med mekaniska sifferexempel bör märkas, att man kan gå vidare i räknandet, även om inte eleverna ger rätt svar på alla exempel, då fullständig säkerhet i fråga om svar inte behöver krävas, eftersom additions- och subtraktionstabeller inom talområdet 1–10 inte behöver vara inlärd förrän vid första skolårets slut. – Som förberedelse till den grundläggande multiplikationen och divisionen kan barnens förmåga i serieräkning prövas. – Även i proven för första skolåret bör förekomma ett flertal benämnda exempel, dels sådana som läses av läraren från detta häfte och där barnen endast skriver svar på prickade linjer, och dels sådana som finns på provbladen och som läses av barnen (ev. med lärarens hjälp). Beträffande de benämnda exemplen bör framhållas, att dylika är av stor vikt, då det från räkneundervisningens början gäller att »lära barnen tänka». De utgör ett viktigt hjälpmedel för det insiktsfulla inlärande, som måste vara grunden för den mera mekaniska räkneövningen. I fråga om själva läsningen av dylika exempel gäller dock, att det är barnens räknefärdighet, inte läsfärdighet, som skall prövas. Barnens förmåga att ge svar på benämnda exempel får sålunda inte bli beroende av barnens förmåga att läsa. Av denna anledning anlitas på detta stadium ofta bilder, som

underlag för exempel. Barnen får med andra ord »läsa bilder».

– Med anledning av att barnen skall skriva siffror enligt den skrivmetod, som används av resp. lärare, bör samtliga siffror som förekommer på provbladen, presenteras med tryckstil.

Ett prov kan uppdelas på två undersökningstillfällen, om detta med hänsyn till provets innehåll anses lämpligt.

Proven bör återkomma med relativt korta intervall med hänsyn till att man inte bör gå för långt framåt i räknekursen, utan att gång efter annan kontrollera barnens räknefärdighet.

Då det gäller den tid, som åtgår för proven under räknelektionerna, bör märkas, att man i viss mån även kan betrakta proven som träning i räkning.

Erfarenheten har givit vid handen, att den tid barnen arbetar med ett prov sönderfaller i två delar: den tid barnen lämpligen bör följas åt under lärarens ledning, samt den tid de arbetar på egen hand. Under den förstnämnda tiden tas i regel de uppgifter, som inte hör till de s. k. tabellerna.

Resp. räkneprov utdelas vid undersökningstillfället. Barnen får under en kort stund granska övningsuppgifterna på provbladet. I fråga om tekniska detaljer, t. ex. kryss, streck, placering av siffror, ritning av slantar o. d., ger läraren anvisningar på klassrummets tavla. Läraren förvarar både de prov som utförts och de som skall utföras. Efter varje undersökningstillfälle sker givetvis granskning av resultaten. Uppgifter, som det visat sig att en eller flera elever gjort fel på, kan vid en efterföljande räknelektion behandlas gemensamt på klassrummets tavla. Erfarenheten har visat, att samtliga elever har nytta av att uppgifter, som medfört svårigheter för enstaka elever, behandlas gemensamt.

Givetvis kan man inte förvänta, att alla elever skall kunna uppvisa ens tillnärmelsevis samma grad av kunskaper och färdigheter. Eleverna har olika mognadstakt, vilken inverkar även på deras räknemognad. Redan när de kommer till skolan, skiljer de sig åt med avseende på sina erfarenheter av kvantiteternas och

talens värld, och dessa skillnader blir allt större ju äldre barnen blir. Vid utnyttjandet av de diagnostiska proven bör man därför ofta lägga större vikt vid kunskapernas kvalitet än deras kvantitet. Det innebär, att själva *förståendet* av begrepp och grundläggande operationer är det väsentliga, inte hur många uppgifter inom ett visst kursområde som har lösts.

Med hänsyn till att eleverna under andra skolåret har ökad räknemognad och att deras förmåga till självständigt arbete nu är större, bör kraven något ökas under andra skolåret, framför allt då det gäller en individuell lösning av räkneexempel. Under detta skolår kan benämnda och mekaniska exempel alltjämt vara blandade. Provuppgifternas antal bör även vara relativt rikligt, för att läraren skall kunna få tillräckliga upplysningar i fråga om de speciella momenten i varje kursavsnitt.

Under andra skolåret kan även vissa uppgifter i diagnostiska prov i svårighetsgrad ligga över genomsnittet i en klass. Detta kan motiveras av att man under andra skolåret kan ha behov av att till en viss grad differentiera uppåt. Även de bästa eleverna bör få tillfälle att visa, vad de kan prestera. Proven kan härigenom inte endast ge besked om vilka elever som uppvisar brister i fråga om kunskapsinhämtande. De kan även i någon mån uppvisa, vilka elever som ligger över medelnivån.

Diagnostiska räkneprov under andra skolåret bör enligt undervisningsplanen undersöka barnens kunskaper i addition och subtraktion upp till 1000. Därvid bör märkas, att barnens kunskaper inom talområdet 1-100 på nytt bör grundligt undersökas, dock med något svårare uppgifter än under första skolåret. Vid undersökningen av barnens förmåga att räkna upp till 1000 bör endast enkla uppgifter användas. I de första proven bör endast barnens förmåga att förstå förberedande multiplikation och division undersökas. I vissa av de senare proven bör barnens förståelse av multiplikation, innehålls- och delningsdivision prövas, allteftersom dessa räknesätt successivt har införts i kursavsnitten.

Liksom under första skolåret skall proven endast undersöka barnens förmåga att inlära de mått och sorter som rekommenderas i undervisningsplanen och att förstå deras storleksförhållanden.


Under detta skolår bör läggas stor vikt vid benämnda exempel. Dessa exempel speglar resultatet av undervisningen, och det väsentligaste resultatet är, att barnen kan tillämpa begrepp och operationer på verkliga problem.

Proven under andra skolåret bör vara så utformade, att de som regel kan utföras av barnen på egen hand. Den individuella tiden blir i så fall olika för eleverna. Det torde dock vara lämpligt, att »de långsamma räknarna» får anvisning om att de inte behöver räkna »överkursuppgifterna». Inte heller bör man låta dem hålla på alltför lång tid med ett prov. I de fall provtiden blir onormalt lång för dessa räknare, kan provet samlas in, även om det långsamma barnet inte har det färdigt. Man bör nämligen inte låta provet bli till förfång för eleverna, då det gäller att vara med i det vanliga arbetet i läroboken. – Det bör även beaktas, att barn kan ha långsam arbetstakt utan att därför vara svagt begåvade. I dessa fall gäller att man även bör ta hänsyn till kvaliteten av ett utfört prov, inte enbart till kvantiteten.

Om man i och för rättelser delar ut provbladen på nytt (vilket är beroende på om man har tid till förfogande), bör detta ske i så nära anslutning till undersökningstillfället som möjligt. Rättelser på provblad bör sålunda *inte* vara fyllnadsarbete i slutet av läsåret.

I anslutning till proven bör finnas ett antal resultattablåer, en för varje prov. Dessa skall vara avsedda att ge läraren tillfälle att på ett enkelt sätt få en översikt, dels över klassens prestationer och dels över den enskilda elevens svårigheter. Tablåen är liksom proven en intern angelägenhet för klassen.

I likhet med standardprov bör diagnostiska prov *standardiseras* under medverkan av lärare och vetenskaplig expertis. Syftet med en sådan standardisering är trefaldigt. 1) Det är önskvärt att få



en allmän uppfattning om provens lämplighet i fråga om barnens reaktioner, uppgifternas antal, tidsåtgång m. m. 2) Svårighetsgraden, uttryckt i s. k. lösningsfrekvenser, bör bestämmas för varje uppgift. 3) En uppfattning om hur barnens prestationer fördelar sig, dvs. hur många barn som löst ett visst antal uppgifter rätt inom varje prov, bör erhållas.

Kapitel 18

ARBETSUPPGIFTER

I samband med utgivningen av denna handledning har författarna övervägt att åstadkomma arbetsuppgifter till olika kapitel. Att dylika arbetsuppgifter är av värde, inte minst vid seminarierelevens enskilda arbete vid lärarutbildningen i matematik, har framstått klart. Författarna har dock inte velat binda dem som ev. har vissa uppslag. Nedan lämnas därför endast ett typförslag till arbetsuppgifter i anslutning till kap. 2. Författarna skulle emellertid med tacksamhet motse förslag i fråga om arbetsuppgifter till resp. kapitel.

Typförslag till arbetsuppgifter till kap. 2.

1. Barnets förmåga att »producera» antal kan undersökas på följande sätt. Man placerar en öppen tändsticksask framför barnet och säger: »Ge mig fem tändstickor.» Om barnet klarar uppgiften, fortsätter man i tur och ordning med åtta, sex, sju och tio tändstickor. Om barnet inte klarar uppgiften med fem stickor, tar man i tur och ordning tre, en, fyra och två. Barnet får en poäng för varje rätt utförd uppgift. – Undersök en klass med nybörjare och se efter vilken variation som eventuellt finns i barnens förmåga att »producera» tal.

2. Att räkna föremål: Placera tre likadana askar framför barnet. Asken till höger innehåller en stor mängd tändstickor, den i mitten är tom och den till vänster innehåller ett förutbestämt

antal stickor. Barnet uppmanas att lägga lika många stickor i asken i mitten som det finns i asken till vänster. Man låter barnet i tur och ordning placera sju, fyra, nio, tre och sex stickor i den tomma asken. En poäng ges för varje rätt utförd uppgift. – Se efter, hur barnen i nybörjarklassen klarar denna uppgift.

3. Iordningställ vanliga kort, på vilka man gör cirklar i tvågruppering. Man har ett kort med fem cirklar, ett med sex osv. till tolv, dvs. åtta kort. Man börjar med att lämna fram kortet med sex cirklar och frågar: »Är det sex eller sju ringar på det här kortet?» Barnet får inte räkna med hjälp av att peka med fingret på kortet. Därefter tar man slumpvis något annat kort, t. ex. det med nio cirklar, och frågar: »Är det nio eller tio ringar på det här kortet?» En poäng ges för varje rätt löst uppgift. Undersök hur barn i en nybörjarklass klarar dessa uppgifter.

4. Man iordningställer två serier kort av samma art som i uppgift 3. Den ena serien innehåller tvågrupperade cirklar fr. o. m. sex t. o. m. tolv sådana. Den andra serien innehåller också sex till tolv cirklar, men här är cirklarna placerade huller om buller i oregelbundna mönster. Man visar barnet ett kort med sju tvågrupperade cirklar och ett med åtta oregelbundet ordnade cirklar och frågar: »På vilket av korten finns det åtta ringar?» Man låter genomgående det tvågrupperade kortet innehålla det felaktiga antalet och det oregelbundna det rätta antalet. Däremot skall korten presenteras omväxlande med det tvågrupperade kortet resp. det oregelbundna först. En poäng för varje rätt löst uppgift.

RUTH WIKSTRÖMS OCH TORSTEN HUSÉNS RÄKNEBOKSSYSTEM
OMFATTAR HITTILLS:

- RÄKNEBOKEN** – *Första skolåret* jämte *Anvisningar* för läraren
Svenska Bokförlaget · Norstedts. Rekv.nr 2653/1. Pris 1: 90.
- RÄKNEBOKEN** – *Andra skolåret*
Svenska Bokförlaget · Norstedts. Rekv.nr 2653/2. Pris 1: 90.
- Facit** till Räkneboken – *Andra skolåret*
Svenska Bokförlaget · Norstedts. Rekv.nr 2653/3. Pris 1: –.
- RÄKNEBOKEN** – *Tredje skolåret*
Svenska Bokförlaget · Norstedts. Under tryckning.
- Diagnostiska Räkneprov I A klass 1**
Skrivrit. Rekv.nr 2654/1a. Pris 0: 60.
- Anvisningar för läraren** till Diagnostiska Räkneprov I A med facit
Skrivrit. Rekv.nr 2655/1 a. Pris 1: 85.
- Diagnostiska Räkneprov I B klass 1**
Skrivrit. Rekv.nr 2654/1b. Pris 0: 70.
- Anvisningar för läraren** till Diagnostiska Räkneprov I B
Skrivrit. Rekv.nr 2655/1b. Pris 0: 80.
- Resultattabblär** till Diagnostiska Räkneprov I A och I B
Skrivrit. Rekv.nr 2656. Pris 0: 60.
- Diagnostiska Räkneprov II.** För hela andra skolåret
Skrivrit. Rekv.nr 2654/II. Pris 0: 85.
- Anvisningar för läraren** till Diagnostiska Räkneprov II med facit
Skrivrit. Rekv.nr 2656/II. Pris 2: 25.
- Resultattabblär** till Diagnostiska Räkneprov II
Skrivrit. Rekv.nr 2656/II. Pris 0: 70.
- TALRADEN.** Materiel för den första räkneundervisningen.
Skrivrit. Rekv.nr 2657. Pris 1: –.
- RÄKNEMETODIKEN.** Psykologisk-pedagogisk handledning
för de första skolårens räkneundervisning.
Skrivrit. Rekv.nr 2658. Pris 5: 50.
- KAN DU . . .**
Arbetshäfte – 16 sidor i arbetsboksformat – för
den inledande räkneundervisningen.
Skrivrit. Rekv.nr 2651. Pris 0: 55.
- Anvisningar för läraren** till KAN DU . . .
Skrivrit. Rekv.nr 2652. Pris 0: 60.