

# RÄKNEMETODIK

*Ha^d6<'cAv| . jMpu| \.'it % hJk cfå. /*

*Almcfvist & Wiksdts*

**HANDEDNINGAR FÖR LÄRARE**

2.

# R Ä K N E M E T O D I K

i.

De två första skolårens räkneundervisning

AV

SVEN LINDSTRÖM

ALMQVIST & WIKSELLS SKOLBÖCKER

HUGO GEBERS FÖRLAG

BOKTRYCKERI AKTIEBOLAG

UPPSALA 1945



## F Ö R O R D

Undervisningen i folkskolan — särskilt på de lägre stadierna — har alltmer frigjorts från systematik, schabloner och tankeschemata. En förskjutning har ägt rum från kunskapsämnenas yttersida till deras verkliga, levande innehåll — och till barnet självt, till dess sätt att tänka och arbeta.

En motsvarande förändring har skett i fråga om övningsämnena. Teckning och välskrivning innebär sålunda inte längre, att man av olika detaljer konstruerar bilder och bokstäver med hjälp av punkt- och rutsystem. Man utgår i stället från en helhetsuppfattning av förebilden och lägger stor vikt vid att träna in de riktiga handrörelserna.

I räkneundervisningen har man ofta alltför tidigt och alltför energiskt inriktat sig på ämnets yttersida: siffrorna och de övriga räknetecknen, talsystemet, reglerna och formlerna. Men också i räkneundervisningen bör man utgå ifrån och starkt betona ämnets »inre» sida. Denna utgöres av de *föreställningar* om storlek, läge, rörelse o. s. v., vilka utgör grunden för uppfattningen av talen och räkneoperationerna. I stället för att basera räkneförmågan på sifferteknik och schabloner bör man alltså i första hand inrikta sig på att utveckla barnens föreställningsliv på de olika områden, som

har betydelse för ämnet. Den räknefärdighet, som bygges upp på denna grund, blir både säkrare och varaktigare.

I föreliggande skrift behandlas några av den första räkneundervisningens principer, samtidigt som anvisningar lämnas om, hur principerna lämpligen kan omsättas i praktiskt undervisningsarbete. Framställningen ansluter sig till Räkneboken för folkskolan, häft. 1—1.

*Sven Lindström.*

# ÅSKÅDLIGHET I RÄKNEUNDERVISNINGEN

XVedan mycket tidigt blir barnen intresserade av föremålen i omgivningen. Det kan vara tingens rörelse, färg, frambringade ljud eller andra omständigheter, som spontant tilldrar sig uppmärksamheten. Att världen också kan betraktas ur talförhållandenas synpunkt, kommer barnen däremot tämligen sent och i vissa fall endast med svårighet till klarhet om.

Målet för folkskolans räkneundervisning är emellertid just detta: barnen ska utveckla en viss förmåga att bedöma verkligheten ur räknesynpunkt. Denna förmåga förutsätter dels klara föreställningar om talen, måtten och räkneoperationerna, dels teknisk räknefärdighet. I den första undervisningen dominerar de övningar, genom vilka barnen ska utveckla de nödvändiga grundföreställningarna.

Det medel man har att lita till, när det gäller att uppnå det angivna målet, är i första hand de verkliga föremålen själva. Utsikterna till att barnen slutligen ska kunna uppfatta tal och räkneoperationer, som möter i verkligheten, måste bli desto större, ju närmare undervisningen om dessa ting ansluter sig till verkliga förhållanden. Det är visserligen möjligt att lära

in räknetekniken som en rent maskinell process, men inte ens den bäst innötta tekniska färdighet medför i och för sig förmåga att uppfatta och lösa räkneproblem (s. k. praktiska eller tillämpade uppgifter). Undervisningen måste åstadkomma det erforderliga sambandet mellan tekniken och uppfattningen av de sakförhållanden, som ska bedömas ur räknesynpunkt. Den tekniska räkningen bör därför i så stor utsträckning som möjligt växa fram ur den åskådliga räkningen med verkliga föremål. Framför allt måste det kortfattade skrivsättet med siffror och övriga räknetecken liksom den speciella terminologien utvecklas ur mera konkreta betecknings- och uttryckssätt.

Kravet på åskådlighet i räkneundervisningen är gammalt, men det bör ges en utvidgad och fördjupad innebörd.

Det är sålunda inte tillräckligt med en enstaka åskådlig demonstration av ett visst förhållande, t. ex. att  $4 + 4 + 4 = 3 \times 4$ . Åskådlighet betyder en många gånger upprepad åskådning.

Inte heller är det tillfyllest att endast lita till synintryck, utan förståelsen skall grundas på en så allsidig sinnenas övning som möjligt, varvid också barnens rörelseapparat har stor betydelse.

Att använda ett enda åskådningsmedel och därifrån gå direkt över till abstrakt räkning innebär inte tillräckligt hög grad av åskådlighet. I stället bör olika åskådningsmedel planmässigt utnyttjas. Man går därvid i riktning mot åskådningsmedel, som blir allt enklare och allt fattigare på individuella drag, så att barnen från de enskilda konkreta fallen kommer fram till det allmängiltiga. En sådan gradvis skeende av-



konkretisering understödjes, om barnen t. ex. får förvärva begrepp om talen genom att först räkna med verkliga föremål (frukter, blommor, barn, leksaker etc.), därefter med särskilda räkneföremål (kuber, pinnar, kulor o. s. v.), med bilder av verkliga föremål och med enkla grafiska tecken (streck, punkter, ringar o. s. v.).

Åskådlighet betyder slutligen också uttryckens enkelhet och anslutning till enskilda konkreta fall. I stället för de abstrakta uttrycken »och», »minskat med» o. s. v. använder man till en början sådana ord som »fick», »hittade» resp. »gav bort», »tappade» etc. När man börjar öva innehållsräkning — för att ta ett annat exempel — utföres den som upprepad subtraktion, och uttryckssättet bör då också ansluta sig härtill. Barnen säger alltså t. ex.: »Från 12 äpplen skall jag ta bort 3 äpplen gång på gång, och det går 4 gånger.»

Att mera i detalj utveckla de ovan anförda synpunkterna skall bli den följande framställningens uppgift.

## MUNTLLIG OCH SKRIFTLIG RÄKNING

För att ett gott resultat av räkneundervisningen skall uppnås, fordras noggrann planläggning, klar och åskådlig framställning, grundlig övning samt omsorgsfull kontroll. I läraravdelningar, där läraren har att samtidigt undervisa mer än en klass, bereder följaktligen undervisningen i räkning speciella svårigheter. Det är särskilt den muntliga och åskådliga undervisningen, som blir svårare att ordna i en flerklassig än i en enklassig avdelning.

Naturligtvis är det av största vikt, att eleverna får tillräcklig tid för de övningar, som avser att befästa och till säker färdighet inträna det som är undervisningens föremål, t. ex. talbegreppet, begreppet ökning, begreppet minskning, begreppet »lika med», tekniken vid skriftlig räkning, resultaten av vissa räkneoperationer o. s. v. Detta träningsarbete sker med fördel som skriftliga övningar och torde alltså kunna bedrivas lika bra i en flerklassig som i en enklassig läraravdelning. Men det måste föregås av en längre eller kortare stund eller period av förklaringar, utredningar, undersökningar. Under denna period, då sålunda det nya stoffet för första gången framlägges, dominerar räkning med föremål och bil-

der, vägningar, mätningar etc. — med ett ord sagt den åskådliga och manuellt betonade undervisningen. Denna del av undervisningen bör tillmätas så god tid och bedrivs med sådan grundlighet, att åtminstone den övervägande delen av klassen efteråt verkligen kan utföra det skriftliga arbetet på egen hand.

Nu brukar det göras en del invändningar mot den muntliga klassundervisningen, dels den redan antydda, att den är svår att ordna i flerklassiga läraravdelningar, dels invändningar av principiell art.

Om läraren har att samtidigt undervisa första och andra årets elever, är det ibland lämpligt att låta andra klassen vara med, när första klassen får muntlig undervisning. Det är ett faktum, som alltför litet beaktas, att barnen inte bara har nytta av att repetera räknetekniken, utan att de också behöver repetera åskådningarna. Likaväl som den mekaniska färdigheten ökas genom upprepad övning, så vinner också själva begreppen i tydlighet och livfullhet genom lämpligt inpassade repetitioner av åskådningarna. Att då och då låta andra klassen delta i första klassens åskådningsundervisning om de matematiska grundbegreppen är därför motiverat.

När detta inte lämpar sig, bör man naturligtvis ordna det så, att den ena klassen arbetar med träningsuppgifter för skriftlig behandling, medan den andra får direkt undervisning.

Då man rest principiella invändningar mot den direkta undervisningen av en hel klass eller en hel avdelning, har man velat göra gällande, att klassundervisningen i mindre grad än det individuella arbetet är ägnad att utveckla vanan

vid självständigt räknearbete. Här som annars, när man diskuterar principiella spörsmål, är det av vikt, att man gör klart för sig, i vilken betydelse man använder de väsentligaste orden, i det här fallet orden klassundervisning, individuellt arbete och självständighet.

När man kritiserat klassundervisningen, har man ofta frammanat bilden av den ensamme eleven, som framme vid krittavlan eller kulramen under lärarens inseende skriver eller manipulerar med materielen, under det att de övriga eleverna är mer eller mindre passiva åskådare och åhörare. Om det funnits eller finns en sådan form av klassundervisning, och även om den skulle ha utgjort eller alltjämt utgör ett dominerande arbetssätt, är därmed inte andra och riktigare former av klassundervisning utdömda.

I stället för att bara en enda elev får vara i direkt verksamhet, kan alla barnen samtidigt få skriva upp och lösa typuppgifterna i sina räknehäften. För räkning med åskådningsmateriel bör inte bara finnas ett demonstrationsexemplar av materielen i fråga utan också ett exemplar (i lämplig storlek) för varje barn. Hur denna materiel kan vara beskaffad, och hur den bör användas, därom ska detaljerade uppgifter lämnas i det följande. Här må endast framhållas, att den åskådliga och manuellt betonade räkneundervisningen är en nödvändig förutsättning, för att barnen ska vinna verklig insikt i räkning.

Att denna del av undervisningen skall kunna ordnas som individuellt arbete får anses uteslutet. Det skulle förutsätta, att varje barn förfogade över tryckta eller skrivna detaljerade arbetsanvisningar, samt att barnen hade tillräcklig ini-

tiativ-, fattnings- och läsförmåga för att med hjälp av arbets-anvisningarna kunna utföra alla övningar med materielen och själva kontrollera resultaten. Men dessa förutsättningar är inte förhanden. När s. k. individuellt arbete i räkning till-lämpas, sker det därför genom att den åskådliga delen av un-dervisningen starkt begränsas eller helt bortfaller. Den un-dervisning, som kallas »individuell», tar då tydligen ingen hänsyn till barnens uppenbara behov av en åskådlig fram-ställning utan låter alla arbeta på samma abstrakta sätt och baserar lärandet på mekanisk sifferräkning. (Se härom t. ex. Lorentz Larson, Nya skolor i U. S. A.)

En i ordets egentliga bemärkelse individuell undervisning skulle däremot innebära, att varje barn alltid finge arbeta på det sätt, som motsvarar dess matematiska utveckling. När ett visst område, t. ex. multiplikationen, under någon tid be-handlats, skulle följaktligen något eller några av barnen ha kommit fram till det vanliga beteckningssättet med siffror och X-tecken (t. ex.  $4 \times 5$ ). Andra sysslade alltjämt med serie-räkning och behandlade alltså multiplikationens förstadium, d. v. s. den upprepade additionen ( $5 + 5 + 5 - 1 - 5$ ). Åter andra vore kvar på »talbilsstadiet» och lade sina uppgifter med räknemateriel, t. ex. på detta sätt:

Men en sådan verkligt individuell undervisning är endast tänkbar, om antalet barn i avdelningen är mycket litet, och den bereder, som lätt inses, även då alldeles särskilda svå-righeter. I folkskolans lägre klasser — och i all synnerhet

under de två första skolåren — är därför klassundervisningen den naturliga formen vid alla tillfällen, då de grundläggande begreppen ska förvärfvas genom en åskådlig och manuell betonad framställning.

Att en sådan form av klassundervisning skulle föranleda en osjälvständig inställning till räkneämnet från elevernas sida är oriktigt. Den elev, som mer eller mindre mekaniskt löser sina uppgifter efter regler och schabloner, arbetar naturligtvis i själva verket mer osjälvständigt, än den som genom lärarens direkta åskådningsundervisning förvärvar verklig insikt om talens och räkneoperationernas innebörd. Den förre arbetar »självständigt» endast i den bemärkelsen, att han på egen hand kan utföra vissa intränade tekniska grepp, men till själva ämnet har han en högst osjälvständig inställning, alldeles som den som lärt sig att köra bil genom att öva in vissa grepp men inte har en aning om, hur en bilmotor fungerar. Det visar sig också att elever, som erhållit en övervägande mekanisk undervisning, blir starkt beroende av inlärdas räknescema, och att den minsta avvikelse från en viss ur-typ av uppgifter föranleder hänvändelse till läraren med förfrågningar om, »hur man ställer upp det här».

Om eleverna däremot på åskådningens väg förvärvat en klar taluppfattning och lärt sig förstå, att räkneoperationerna — tecknade med +, — o. s. v. — har sin konkreta motsvarighet i rörelser, förflyttningar och grupperingar, som utföres i verkligheten, då skall man finna, att de erhållit en i ordets egentliga bemärkelse självständig inställning till räkneämnet.

FÖRSTA SKOLÅRETS  
RÄKNEUNDERVISNING

Talen två, tre, fyra, ett, fem och sex

(Räkneboken i: 3-4)

V\_y lika författare i räknemetodiska ämnen framhåller, att talet *ett* (*en*) inte utgör någon utgångspunkt för kunskapen om talen. Orden »ett» och »en» är för barnen till en början endast obestämda artikeln, och de får sin karaktär av räkneord, först sedan några av de bestämda talbegreppen över *ett* förvärvats.

Den allra första undervisningen har till enda uppgift att göra barnen förtrogna med själva talen. Man bör alltså inte för varje inlärt tal öva de för varje gång tänkbara öknings- och minskningsfallen, t. ex. talet 2 samt  $1 + 1 = 2$ ,  $2 - 1 = 1$ ; talet 3 samt  $2 + 1 = 3$ ,  $1 + 2 = 3$ ,  $1 + 1 + 1 = 3$ ,  $3 - 1 = 2$ ,  $3 - 2 = 1$  o. s. v.

Innan barnen kan utföra räkneoperationer, måste de förvärva tydliga talföreställningar. Detta kan emellertid inte ske, förrän åtminstone de tolv—femton, gärna de tjugo första talen behandlats.

Inte heller lär man in sifferskriften parallellt med varje be-

handlat tal. Man bör ta var sak för sig, och till en början gäller det uteslutande att ge barnen begrepp om talen.

Det har i den metodiska litteraturen förts en ingående diskussion om, hur barnen förvärvar talbegrepp. Å ena sidan har hävdats, att man når det bästa resultatet genom att använda någon form av talbilder, t. ex.:



Andra har gjort gällande att taluppfattningen skall grundas på uppfattningen av föremål ordnade i vågrät linje:

Skall man försöka bilda sig en på fakta grundad uppfattning om hur barnen förvärvar talbegrepp, är det lämpligt att utgå från frågan, vad ett tal egentligen är.

Det är då inte alldeles omotiverat att först framhålla, att talet inte är detsamma som siffran. Till och med i läroböcker finner man nämligen sådana uttryck som »divisorn går jämnt upp i varje siffra», vilket tydligen innebär en förväxling av själva saken (talet) och dess tecken (siffran).

Talet är naturligtvis inte heller detsamma som räkneordet utan något som ligger bakom både tecknet och ordet.

Man får en god uppfattning om talens väsen genom att tänka sig in i en konkret situation, som spontant ger impuls till räknande. Om man på en väg möter en rad personbilar, förnimmer många människor ett starkare eller svagare behov av att räkna dem. Däremot faller det knappast någon in att räkna fordonen, om de är en hästskjuts, en bil och en cykel.



Ännu mindre kommer någon på tanken att räkna tillsammans skjutskarlen, hästen, vagnen, bilen, chauffören, cykeln och cyklisten.

Även andra förnimmelser än synförnimmelser kan väcka intresse för själva antalet, t. ex. hörsel förnimmelser, om de är likartade och upprepas med en viss regelbundenhet.

Vad som ger impulsen till räknande, är alltså det regelbundna upprepanget av samma intryck. Ju mera regelbundet intrycket upprepas och ju mindre det förändras för varje upprepning, desto klarare blir talförnimmelsen.

Man torde alltså kunna säga, att talet är ett begrepp för mätning av tingens och företeelsernas upprepning i rummet och tiden.

Det blir då naturligt, att man vid undervisningen om talen grundar taluppfattningen på barnens upplevelse just av talraden. Flera psykologer är också av den uppfattningen, att talraden är det primära i taluppfattningen. Meumann konstaterar t. ex., att svagt begåvade barn har lättare att lära sig uppfatta tal, som framställs genom en rad av föremål eller tecken än att komma till kunskap om talen genom att räkna grupperade föremål. Brandenberger<sup>1</sup> framhåller som sin åsikt, att uppfattningen om talen som en rad måste vara grundad i människans psyke, i det sätt på vilket hon uppfattar världen. Betydelsen av ett antal är inte omedelbart given, den förutsätter uppfattningen av raden.

Full enighet råder dock inte på denna punkt. Andra anser, att de mycket små talen kan uppfattas spontant som en grupp, alltså utan successivt räknande. Möjligen finns emel-

<sup>1</sup> Brandenberger, Die Zahlauffassung beim Schulkinde.

lertid här individuella olikheter, och det förefaller som om mycket svaga räknare har svårt att spontant uppfatta även så små tal som tre och två.

Den pedagogiska konsekvensen torde då bli, att man beträffande de små talen använder båda tillvägagångssätten, alltså låter barnen både räkna utefter raden och räkna föremål, ordnade i olika grupper. När man emellertid sedan utvidgar talområdet (över *fem* eller *sex*) låter man dem endast räkna utefter raden.

Sedan barnen väl förvärvat begrepp om talen, är det synnerligen lämpligt att låta dem öva sönderdelning av talen i olika stora grupper (t. ex. sex är fyra och två; sex är tre och tre o. s. v.). Här kommer alltså de s. k. talbilderna till användning, och de är också ett gott hjälpmedel, när det gäller att införa barnen i tialssystemet.

Efter denna korta mera teoretiska utläggning skall några direkt praktiska frågor angående den allra första undervisningen behandlas.

På sid. 3—4 i Räknebokens första häfte framställes talen *tvä—sex*. Innan dessa sidor studeras, bör emellertid samma tal ha behandlats med verkliga föremål och med den speciella räknematerielen. Man räknar alltså fönster och fönsterrutor, stolarna i skolrummet, tavlorna på väggarna, blyertspennor, böcker o. s. v. Dessa räkneövningar kan med fördel kombineras med hembygdsundervisningen och alltså ingå som ett led i en allmän orientering i skolrummet.

Därefter får barnen med räknelappar, kuber, pinnar eller

någon dylik materiel själva framställa talen *två—sex*. övningarna utformas som enkla berättelser, t. ex. sålunda. Bänkklocket föreställer ett trädgårdsland. Herr Nilsson satte ärtor. Tre duvor slog ner på trädgårdslandet. (Markeras med kuber, brickor eller dylikt.) Nu kommer det två duvor till. Räkna från vänster hur många det nu är! Tre flyger sin väg. Räkna bort från höger! Räkna (från vänster) dem som är kvar! (Någon övning i addition och subtraktion avses ej med dylika övningar.)

Sedan barnen på angivet sätt vunnit en viss förtrogenhet med de sex första hela talen, övergår man till sid. 3—4 i läroboken.

Bilderna bör ge anledning till korta berättelser och ges ett levande innehåll.

Slutligen får barnen framställa talen *ett—sex* med enkla figurer (streck, punkter, ringar o. s. v.), och även nu ges övningarna en lekmässig utformning.

## Talraden t. o. m. tjugo

(*Räkneboken i: 5-9*)

Övningarna bedrives på samma sätt, som när det gällde talen *ett—sex*, fast med den skillnaden att man nu endast räknar utefter den vågräta raden.

Först övas alltså med verkliga föremål och med den speciella räknematerielen. Barnen får t. ex. lägga upp *tolv* räkne-

brickor eller dylikt, och så berättar man, att det är i gästtiden och att en handlare har *tolv* gäss. En fru som har matgäster köper *fyra* gäss. Räkna bort från slutet! Räkna dem som är kvar (från vänster)! Herr Lund köper *två* gäss o. s. v.

Efter en del sådana övningar övergår man till sid. 5—9 i läroboken. Bilderna har här för varje sida samlats kring ett visst sakområde: staden, leksaksaffären o. s. v. Själva räkneövningarna inpassas alltså i samtalen och berättelserna om de olika sakområdena. Som exempel kan måhända följande tjäna (läroboken sid. 5):

Anna är i stan hos sin moster. Hon tycker det är roligt att stå vid fönstret och titta ut på gatan. Hon ser många människor, som går förbi. En del går åt höger. Räkna dem! Andra går åt vänster ner mot torget. Räkna! Hur många syns just nu mellan de två träderna? Den förste är en farbror med väska i handen. Vem är den andre? Vad gör den tredje? Sedan kommer en glad sjöman. Vilken i ordningen är han?

Där kommer Annas kusin Elsa. Hon kommer från skolan. Vilken i ordningen är hon, om du räknar från vänster? o. s. v.

Så många bilar där kommer! Hjälp Anna att räkna dem! Vilken i raden är mjölkbilen? Vad är den sjätte för en bil? o. s. v.

Nu kommer Elsa in och står bredvid Anna. De »paxar» för kläderna på skyltdockorna i det stora affärsfönstret i huset på andra sidan gatan. »Pax för den fjärde», säger Elsa. Vilka kläder får hon då? »Jag paxar för den sjätte», säger Anna. »Ja, men det är ju

pojkläder», säger kusinen. »Dem ska min bror Olle få», svarar Anna. — Vilka skulle du paxa för?

Bredvid affärshuset står ett lägre hus. Hur många våningar har det? Där bor Elsas skolkamrat Inga. Ser du i vilket fönster hon står och vinkar? Där bor också tant Svensson, som tycker om blommor. Man kan gott se vilket fönster som är hennes. I samma hus bor också katten Mirre. I vilket fönster sitter han? Hur många fönster syns i nedre våningen? I övre våningen?—

Det är en omstridd fråga, huruvida barn först kommer till klarhet om ordningstalen eller om grundtalen. Förf:s egna iakttagelser pekar närmast i den riktningen, att barn före skolåldern först använder räkneorden som namn på föremålen utan att egentligen ha någon klar uppfattning varken om ordningstal eller grundtal. Därefter lär de sig att uppfatta grundtalen och sist ordningstalen.

För en del barn innebär själva orden första, andra, tredje o. s. v. vissa svårigheter. Man kan i så fall komma åt själva saken genom att i stället använda orden »nummer ett», »nummer två» etc. Det väsentliga är, att barnen klart skiljer på grundtal och ordningstal. De bör därför till en början göra en sammanfattande rörelse med handen, när de räknat en grupp eller en rad, t. ex. *fem* stycken, under det att de visar på den femte, när de menar ordningstalet.

Näst sista bildraden på sid. 12 kan passas in i lämpligt sammanhang och användas för fortsatt övning av ordningstalen.

På sid. 5 behandlas som synes endast talet *sju*, under det att de närmast följande sidorna tar med mer än ett tal varje

gång: sid. 6 talen *åtta*, *nio* och *tio*, sid. 7 talen *elva* och *tolv*, sid. 8 talen *tretton*, *fjorton* och *femlon* samt sid. 9 talen *sexton*, *sjutton*, *aderton*, *nitton* och *tjugo*.

Förutom de här beskrivna övningarna bör man också ge uppgiften att räkna ljud: knackningar, klockans slag o. s. v. Man gör t. ex. en berättelse om ett skolbarns dag, markerar klockslagen på något sätt och samtalar om vad som händer på olika klockslag (uppstigning, skolan börjar, förmiddagslektionernas slut, klockringningen i radio, skoldagens slut, far slutar arbetet etc).

## Ökning och minskning med ett, två och tre

(*Räkneboken i: 10-12*)

De första räkneoperationerna utföres som räkning fram och tillbaka utefter talraden med *ett*, *två* eller *tre* i taget.

Liksom när det gäller taluppfattning och talframställning börjar man övningarna med verkliga föremål, övergår där- efter till den speciella räknematerielen och sedan till lärobokens bilder för att slutligen låta barnen rita och räkna med streck och enkla figurer.

Först visar man hur talraden växer med *ett* i taget. Barnen har väl i allmänhet redan lagt märke till den saken vid de föregående övningarna, men nu skall just denna talradens utökning med en enhet i taget ställas i uppmärksamhetens centrum.

ökning med *två* och *tre* sker genom fortsatt räkning

framåt från radens slut. Om *nio* ökas med *två*, räknar man alltså: *tio*, *elva*. Det är inte alldeles säkert, att alla barn omedelbart fattar, att hela raden består av *elva*, och det kan därför vara lämpligt att till en början räkna om hela raden från och med *ett*. Man kan nu införa andra rader än den vågräta och räkna också i lodrät riktning (stegar) eller i snett uppstigande led (trappor).

Liksom förut bör uppgifterna få lek- och berättelsekaraktär. T. ex.: Far sätter upp ett staket. Nisse bär fram spjälor. Far spikar fast dem. Han har spikat fast *sex* spjälor. Nisse kommer med *tre* nya spjälor.

Sid. 10 i läroboken har några enkla ökningsuppgifter i bildframställning.

Till slut kan man försöka att låta barnen räkna utan stöd av yttre åskådning. Att börja med, och så ofta någon uppgift bereder svårigheter, bör man emellertid direkt uppmana barnen att föreställa sig något verkligt. T. ex.: »Tänk er att vi har en stega! Olle står på nionde pinnen (pinnen nummer *nio*). Nu kliver han uppåt *två* pinnar. Till vilken pinne kommer han då?»

Minskning övas på motsvarande sätt som ökning. Man börjar med att lära in talraden bakåt från *tjugo* till *ett*. Minskning med *ett*, *två* eller *tre* i taget sker sedan som räkning bakåt utefter talraden. Om *tolv* minskas med *tre*, är det den *tolfte*, *elfte* och *tionde* som går bort och *nio* stycken som blir kvar. Alla barn uppfattar inte omedelbart sambandet mellan den uppkomna resten samt det ursprungliga talet och det tal som tagits bort. Man bör därför till en början räkna igenom den rad, som återstår efter minskningen.

Sedan en del minskningsuppgifter behandlats i berättelseform och med verkliga föremål, övergår man till räknematerielen och senare till uppgifterna på sid. 11 i läroboken.

På sid. 12 i läroboken finns bilduppgifter för räkning med större tal. Med t. ex. en linjal täcker barnen över alla simmande ankor utom den sista i första bildraden på sidan. Bilden visar då *en* anka, som simmar på vattnet, och *en*, som håller på att dyka upp, d. v. s. »*en* och *en*». Genom att flytta linjalen åt vänster kan man framställa uppgifterna *två* och *en*, *tre* och *en* etc.

Bildraden nummer två ger på samma sätt möjlighet att framställa alla ökningsuppgifter fr. o. m. *en* och *tvä* t. o. m. *ciderton* och *tvä*.

I den tredje bildraden får man uppgifterna *en* och *tre* t. o. m. *sjutton* och *tre*.

De återstående tre bildraderna på sid. 12 illustrerar minskningsuppgifter och behandlas på motsvarande sätt som raderna ovanför.

Slutligen får barnen försöka att räkna minskningsuppgifter utan stöd av åskådningsmedel.

## Talsystemet

(*Räkneboken i: 13*)

Genom grundlig övning av de förut angivna uppgifterna förvärvar barnen uppfattning om talen och om deras storleksförändringar. De får en inre bild av talen som en rad



samt en bild av hur denna rad växer och krymper. Denna föreställning om talraden utgör grunden för räknekunskapen.

Nästa steg blir att förbereda talsystemet (alltså med uppskjutande tills vidare av siffersystemet).

Varje regelbunden indelning av talraden i *två* och *två*, *tre* och *tre* eller på annat sätt kan naturligtvis betraktas som ett talsystem. Man kunde alltså tänka sig *fuå*-talssystem, *tre*-talssystem o. s. v.

Det har prövats många olika sätt att åskådliggöra tio-tals-systemet. Ett enkelt men mindre överskådligt sätt är att behålla den vågräta talraden och endast markera tio-talen med ett längre avstånd mellan 10 och 11, 20 och 21 etc; alltså på detta sätt:

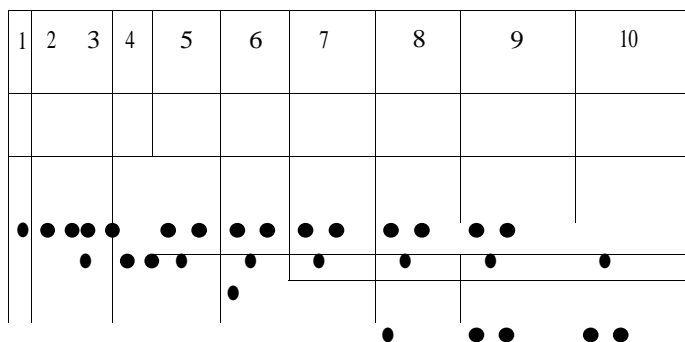
En annan metod erbjuder talbilderna. De utgöres — som förut visats — av punkter (ringar eller kvadrater) ordnade i regelbundna grupper. Under det att talraden endast utökas i *en* riktning, växer således dessa talbilder i två dimensioner. (Jfr läroboken sid. 13!)

När man åskådliggör en-talen med kuber, tio-talen med pelare, hundra-talen med skivor och tusen-talen med nya, större kuber, växer tydligen bilden av talen i alla tre dimensionerna.

Man bör till en början använda ett sådant åskådningsmedel, som gör det möjligt för barnen att urskilja enheterna, även när de sammanförts till tio-tal. De ovan nämnda talbilderna — tryckta med punkter, ringar eller kvadrater — har fördelen att vara lättframställda och tydliga. Under hand

kan man införa andra åskådningsmedel, t. ex. pinnar, som buntas ihop till tio-tal, eller kuberna och pelarna. Måtten och mynten tages inte upp till behandling, förrän barnen vunnit förtrogenhet med något eller några av de nämnda åskådningsmedlen. (Se sid. 47 i denna bok!)

Av talbilder finnes flera olika typer. Hur några av de vanligaste bildas, visar nedanstående avbildningar av talen *ett* —*tio*.



De viktigaste krav, som bör ställas på användbara talbilder, torde gälla tydligheten i fråga om enheternas storlek och inbördes avstånd, kontrastverkan mellan själva figurerna och bakgrunden samt regelbundenheten i enheternas gruppering.

System C har en karakteristisk och lätt uppfattbar bild av talet *fem*, varigenom identifieringen även av tal över *fem* underlättas. Talbilderna i detta system kan emellertid inte med samma fördel som de övriga användas för att åskådliggöra räkneoperationer. Om man från *sex* ska ta bort *två*, behöver man på talbilden för *sex* enligt system A och B endast täcka över *två* punkter i talbildens slut. Förfar man på samma sätt

med talbilden för *sex* enligt system C, får man inte tillbaka systemets egen talbild för *fyra*.

Enligt en av Lay företagen undersökning, som omnämnes av Walsemann<sup>1</sup>, skulle system B ha företräde framför system A. Walsemann själv har emellertid vid experiment kommit till motsatt resultat. Vid jämförelse mellan talbilden för *nio* enligt det av Lay rekommenderade system B (nio = . . . . \*) och system A (nio = \* \* \* . \*) fick Walsemann vid 864 bestämningar av vardera typen 84 fel för den förstnämnda och 61 för den sistnämnda.

Även vid andra av Walsemann företagna undersökningar, t. ex. uppdelning av en talbild i två grupper genom användande av olika färger, gav typ A lägre felprocent. Walsemann lämnar också förklaring till det motsatta resultatet av sina egna och Lays undersökningar. När man tagit del av denna utredning, vill man tillerkänna Walsemanns undersökning den större tillförlitligheten. Sålunda har Lay bl. a. låtit försökspersonerna fixera resultatet i punkter och inte i siffror, vilket tydligen gynnat talbilderna enligt system B. Dessa har kunnat korrekt återges genom att deras olika delar reproducerats, utan att därför det hela behövt bestämmas och alltså inte heller med säkerhet varit klart uppfattat.

System A, där talbilden för *tio* inte delats upp i mindre grupper, är att föredra också därför att det ger en klarare bild av tio-talssystemet.

Som inledning till behandlingen av tio-talssystemet kan

<sup>1</sup> Walsemann, Anschauungslehre der Rechenkunst.

man räkna upp tio enheter i två-rytm. Barnen lägger föremål eller räknebrickor i två-gruppering utefter en rad:

Man påvisar sedan att det finns en annan möjlighet:

Själva uppställningen i par känner barnen antagligen redan till. En del övningar inskräper denna form för ordnande av enheterna i ett tal: uppställning på två led, sista paret ut, teckning av trädrader, fönster o. s. v.

Allt ifrån början vänjes barnen att läsa ut talbilderna på följande sätt:

|            |             |            |             |            |
|------------|-------------|------------|-------------|------------|
| <i>ett</i> | <i>tre</i>  | <i>fem</i> | <i>sju</i>  | <i>nio</i> |
| <i>två</i> | <i>fyra</i> | <i>sex</i> | <i>åtta</i> | <i>tio</i> |

På sid. 13 i lärobokens första häfte visas talbilderna för talen *ett—tio* i jämförelse med de motsvarande talraderna, framställda med bilder av föremål.

## Ökning och minskning med talbilder

(*Räkneboken i: 14-15*)

När barnen blivit förtrogna med talbildernas utseende, övergår man till att utföra ökning och minskning inom talområdet *ett—tio* med hjälp av talbilderna. Varje barn bör då ha en uppsättning lämpliga räkneföremål, som ordnas

t. ex. enligt det förut nämnda talbildssystemet A. Räknebrickor med de två sidorna i olika färger är mycket användbara, under förutsättning att de är något så när kraftigt tilltagna.

Skall uppgiften *fem* och *tre* lösas, lägger man upp t. ex. *fem* röda och *tre* blå lappar. Man konstaterar att det är den sjätte, sjunde och åttonde, som kommer till, och avläser resultatet.

Uppgiften *sju* minskat med *fyra* löses så, att *sju* lappar med samma färg lägges upp, varefter *fyra* toges bort. Man räknar följaktligen bort den sjunde, sjätte, femte och fjärde. (Barnen visar ut deras platser i denna ordning.)

Användningen av räknebrickorna underlättas, om de placeras på en platta, som har upprutning i överensstämmelse med talbildssystemet.

För övningar i subtraktion kan man ha nytta av en täckskiva, med vilken man markerar det givna talets gräns. Resten framstår i en punktbild, och det tal, som tagits bort, anges genom de tomma rutorna till vänster om markeringsbrickan, alltså sålunda:



Vid markering av udda tal användes markeringskivan så som framgår av ovanstående bild. De jämna talen markeras genom att skivan skjutes uppåt och placeras så som bilden nedan visar:

Man övar särskilt grundligt de uppgifter, som inte tidigare förekommit inom talområdet *ett—tio* vid ökning resp. minskning med *ett*, *två* och *tre* i taget. De nya ökningsuppgifterna blir av två typer. Först ömvändningen av de förut övade ökningsuppgifterna, alltså *ett* och *nio*, *ett* och *åtta* etc, *två* och *åtta*, *två* och *sju* o. s. v. samt *tre* och *sju*, *tre* och *sex*, *tre* och *fem*, *tre* och *fyra*. Därtill kommer uppgifterna *sex* och *fyra*, *fem* och *fyra*, *fyra* och *fyra*, *fyra* och *sex*, *fyra* och *fem* samt *fem* och *fem*. Slutligen har man de minskningsuppgifter inom talområdet *ett—tio*, som inte övats vid räkning utefter raden, d. v. s. minskning med *fyra*, *fem*, *sex*, *sju*, *åtta* och *nio*.

Sedan man på här angivet sätt räknat inom talområdet *ett—tio*, går man över till läroboken sid. 14 och 15. I anslutning till bilderna får barnen sedan försöka att tänka sig liknande uppgifter och räkna ut resultatet.

## Sönderdelning av talen två — tio

(*Räkneboken i: 16*)

Räkneoperationerna har i det föregående i regel uppfattats som en rörelse, ökning innebär att ett antal rör sig mot talraden eller talbilden och lägges till vid dess slut. Minskning

betyder att ett antal lösgöres från raden eller talbilden samt rör sig därifrån och försvinner.

För att barnen ska bli väl förtrogna med talen *tvä—tio*, bör de emellertid också öva sig att dela sönder dessa tal i två delar på de olika sätt, som för varje gång är möjliga, samt att åter foga samman dem till det ursprungligen givna talet. De får sålunda klart för sig att *fem* kan delas sönder i *ett* och *fyra*, *tvä* och *tre*, *tre* och *tvä* samt *fyra* och *ett*. Uppgiften »*fem* och *noll* är *fem*» saknar egentlig mening på ifrågavarande stadium.

För övningar av detta slag har man god nytta av talbilderna. Man börjar t. ex. med att säga: »Ballongmannen hade *tre* ballonger kvar. En del var röda, andra var blå. Lägg upp räknelapparna och visa, hur ni tror att det var!» På samma sätt delar man upp talen *fyra*, *fem* och *sex*. Barnen får redogöra för de olika sätt, som de har funnit på.

Sedan kan man variera temat och säga: »I ett hus finns *sju* fönster åt gatan. En kväll lyste det i en del fönster, men i andra var det mörkt. Lägg upp röda lappar för de fönster, som det lyser i, och blå för de andra!» På samma sätt kan man behandla talen *åtta*, *nio* och *tio*.

Skulle det visa sig erforderligt, får man gå igenom samma sak flera gånger. Uppgifterna kan då varieras på många sätt. T. ex. 1) »I en familj fanns det *tre* barn, både pojkar och flickor. Tänk efter hur många pojkar och hur många flickor det kunde vara!» 2) »Lisa hade plockat röda och blå astrar, tillsammans *sju* stycken.» 3) »Det fanns *tio* krokare under klädhyllan i tamburen. På en del hängde det kläder, andra var tomma.»

Sedan uppgifterna behandlats på detta påtagliga sätt, får barnen med hjälp av talbilderna på sid. 16 i lärobokens första häfte försöka föreställa sig uppdelningen av talen *fyra* *t* o. m. *tio*. Alltså: *fyra* kan delas upp i ett och *tre* eller *tre* och *ett* samt *tvä* och *tvä* etc.

Slutligen får barnen lösa samma uppgifter utan stöd av yttre åskådning, övningen kan lämpligen ta form i den bekanta leken, då något av barnen gömmer ett antal kulor eller andra föremål i högra och vänstra handen, och de övriga får gissa, hur det givna antalet fördelats. Uppgiften blir tydligen enklast, om det bara gäller att avgöra, hur många som finns i »ena» eller »andra» handen, under det att flera möjligheter uppstår, om man ska gissa, hur många som finns i »högra» och »vänstra» handen.

## Siffrorna

(*Räkneboken i: 17*)

Hur länge man bör dröja med att införa siffrorna som tecken för talen (eller räkneorden), kan inte allmängiltigt fastställas i en handledning eller en kursplan. Det enda som med bestämdhet kan sägas om denna sak är, att siffrorna inte bör införas, förrän barnen genom åskådlig räkning gjort bekantskap med åtminstone de *femton—tjugo* första hela talen samt utfört räkneoperationer ungefär i den omfattning och på det sätt, som här förut angivits. Först därefter kan barnen ha arbetat upp så tydliga talföreställningar, att siffrorna får ett verkligt innehåll. Sifförskriften blir då, vad den



bör vara: ett förenklat sätt att ange redan förut bekanta förhållanden.

Siffrorna kan presenteras för barnen på olika sätt. Men hur man än går tillväga, så är det viktigaste naturligtvis, att siffrornas betydelse blir fullt klar, innan barnen börjar använda dem vid uppställning och lösning av räkneoperationer.

Inträning av siffrornas betydelse sker dels genom att barnen med siffror får beteckna tal, som framställts med föremål eller bilder, dels genom att de får lägga upp föremål eller rita enkla figurer i det antal, som anges med siffror, t. ex. på krittavlan.

För översättning av bilder till sifferskrift finns en del uppgifter i läroboken (sid. 17).

Man lär till en början endast in sifferskriften för talen 1—9. Det vore att hopa för många svårigheter, om man redan nu skulle behandla siffersystemet och sättet att beteckna två-siffriga tal.

Barnen ska vänjas att klart skilja på orden tal och siffror. Uttryck sådana som »minska med entalssiffran» bör inte tillåtas. Det är också önskvärt, att man inte kallar räkneuppgifter för »tal» utan konsekvent använder uttrycken räkneuppgifter, delningsuppgifter, hemuppgifter o. s. v.

## Plustecknet

*(Räkneboken i: 18)*

Införande av plustecknet för addition bör utgöra en särskild undervisningsenhet med särskild övningsperiod, infö-

rande av minustecknet för subtraktion en annan och införande av likhetstecknet en tredje. Förståelse för dessa tecken förutsätter en hög grad av abstraktionsförmåga. Särskilt gäller detta likhetstecknet, som därför sparas till sist.

Att börja med betyder + alltid något konkret, t. ex. fick, hittade, plockade upp, steg in (bland de andra) etc. Man utgår alltså från någon »räknehistoria», som får »spelas» av barnen. En bänkrad föreställer en buss. Det sitter 6 personer i bussen. Vid nästa hållplats stiger 3 nya in. — De uppträdande talen kan barnen redan representera med siffror. Problemet blir alltså, hur man ska visa att talen 6 och 3 ska föras tillsammans eller sättas ihop. Jämförelse kan göras med hur man binder ihop saker, limmar ihop dem, spikar ihop dem o. s. v. Man konstaterar sedan, att när man sätter ihop tal, visar man det med tecknet +. Flera »historier» behandlas grundligt på samma sätt. Uppgifter i stil med dem på sid. 18 i lärobokens första häfte skrives sedan en i taget på krittavlan. Man går först igenom samtliga uppgifter eller en del av dem och låter därvid hela tiden tecknet + betyda »resande stiger in i bussen». Därefter genomgås samma uppgifter, varvid man låter + betyda »fick». Först ger undervisaren ett antal konkreta uppgifter till sifferuppgifterna: Lisa hade 1 sagoböcker. På sin födelsedag fick hon 1 ny o. s. v. Efter att ett antal sådana uppgifter genomgåts, får barnen försöka att själva hitta på »räknehistorier» med »fick» till sifferuppgifter, som skrivits upp på krittavlan.

På samma sätt behandlar man ett flertal räknehistorier i följd för var och en av typerna »plockade» (fallfrukt, blommor), »förtjänade» etc.

Först efter en ingående behandling på angivet sätt med konkreta (i mån av behov »dramatiskt» utförda) uppgifter kan man övergå till det abstrakta uttryckssättet med »och».

Lärobokens uppgifter (1:18) studeras nu gemensamt. Därefter kan barnen få lösa dessa uppgifter individuellt. De antecknar svaren (ej själva uppgifterna) i lodräta rader i sina räknehäften.

Uppgifterna i läroboken är av enklaste slag, då de måste hållas inom ett område, där summan inte överstiger 9, och det främst gäller att öva tolkning av tecknen.

## Minustecknet

*(Räkneboken i: ig)*

På motsvarande sätt som plustecknet inläres minustecknet. Jämförelse kan göras med hur man klipper bort, sågar av, hugger bort etc. I följd behandlas ett antal uppgifter, som alla är av typen »gav bort». Därefter följer ett antal uppgifter, där man »säljer». Sedan kommer uppgifter med »tappar», »äter upp», »resande stiger av» etc. Barnen får också försöka att själva hitta på »räknehistorier».

Efter gemensam genomgång av uppgifterna i läroboken (1:19) övas individuellt med samma uppgifter. Barnen antecknar svaren (ej själva uppgifterna). Subtraktionsuppgifterna är av enklaste slag och av motsvarande typ som de närmast föregående additionsuppgifterna.

Det är av stor betydelse, att de ovan angivna öknings- och minskningsuppgifterna behandlas grundligt, åskådligt och gärna »dramatiskt». Den uppfattning av inlärningsförloppet, som kommit till uttryck bland annat i vissa anvisningar för individuellt arbete i räkning, nämligen att barnen först lär in det mekaniska förfaringssättet vid lösandet av rena sifferuppgifter och sedan »tillämpar» denna kunskap på praktiska uppgifter, är felaktig. Kunskapen uppstår inte — allra minst hos svagt begåvade barn — genom en så ensidigt intellektuell akt. Sedan talbegreppet blivit klart, ska barnen tvärtom räkna allehanda verkliga uppgifter, så att de på olika sätt (även motoriskt) upplever vad som tilldrar sig i verkligheten. De ska alltså med syn, hörsel, känsel och rörelsesinne förnimma t. ex. en öknings- eller minskningsprocess.

Det primära är alltså själva »räkneupplevelsen», inte den mekaniska färdigheten. Anknytes inte begreppen ökning, minskning, delning o. s. v. till en rikedom av öknings-, minsknings-, delnings- och andra räkne-»upplevelser», så uppstår den av alla undervisare konstaterade klyftan mellan barnens mekaniska räknefärdighet och deras förmåga att lösa s. k. problem eller praktiska uppgifter.

## Likhetstecknet

*(Räkneboken i: 20-23)*

Likhetstecknet torde vara det mest abstrakta av de räknetecken, som användes under de två första skolåren. Det är därför tillrådligt att till en början ge det en mera konkret

form och en för barnen lättare tillgänglig benämning. Man kan med fördel utgå från gungbrädet eller vågen. I Räkneboken har gungbrädet använts. Det torde vid en sådan behandling av begreppet »matematisk likhet» knappast bli behov av någon mera ingående utredning om att två (eller flera) tal tillsammans kan »väga jämnt» med ett enda (större) tal, och att ett större tal kan minskas, så att resten »väger jämnt» med ett mindre tal. Barnen kan av bilderna direkt se vad som åsyftas.

Det är lämpligt att först på krittavlan rita av bilden överst på sid. 20 i läroboken och samtala om den för att sedan rita upp följande uppgift:



Barnen vet redan, att man får *jyra*, om man har *tvä* och *tvä*. Sätter man nu upp 4 i andra änden av gungbrädet, bör detta inte längre stå lutande, utan då kommer det att »väga jämnt»:



Man ritas nu upp och övar några stycken liknande sifferuppgifter. Sedan kommer man överens om, att det går fortare, om man omedelbart skriver hur det blir, när det »väger jämnt», och om man då endast sätter ut själva »brädet» (utan bock):

$$2 + 2 = = = = = = = = = 4$$

När man kommit så långt, kan barnen på egen hand få teckna och lösa uppgifterna 1—4 på sid. 20.

Minskingsuppgifterna på sid. 21 behandlas på motsvarande sätt.

De uppgifter som sedan följer på sid. 22 kan lämpligen först göras till föremål för ett samtal, varvid man att börja med berättar om fåglar (i anslutning till bilderna på sidan) och sedan låter barnen själva hitta på andra räknehistorier, så att de får översätta plustecknet med »fick» o. s. v. samt minustecknet med »gav bort» etc. Därefter skriver barnen uppgifterna i sina räknehäften med »bräde» och svar efter.

Sedan man behandlat sid. 23 i läroboken och motiverat det korta »brädet» med att det är bekvämare att skriva, har man kommit fram till den teckenskrift, med vilken barnen i fortsättningen har att röra sig.

## Inträning av öknings- och minskningsuppgifterna inom talområdet ett—nio.

### Centimeter. Oren

*(Räkneboken i: 24-31)*

De hittills bedrivna övningarna har haft till huvudsakligt syfte att ge barnen de nödvändiga grundföreställningarna om talen och räkneoperationerna (ökning och minskning) samt att på åskådlig väg träna in betydelsen av siffrorna (1—9) och tecknen +, —, =.

I fortsättningen bör man mera direkt inrikta sig på inövning av resultaten av de angivna räkneoperationerna inom talområdet 1—9. För dessa övningar erbjuder sid. 74—77 en del material. Dessa sidor bör inte endast ges för skriftlig räkning och sedan anses avverkade, utan de bör behandlas upprepade gånger och på olika sätt.

Man börjar med muntlig genomgång av sid. 74 och låter barnen berätta till sifferuppgifterna. De kan då erinra sig de uppgifter av samma typ, som tidigare behandlats i anslutning till talbilderna (sid. 31 i denna bok). Alltså kan de till uppgift A 1 och 7 berätta t. ex. om olika familjer med 4 barn. I en familj var det 3 pojkar. Då måste det alltså vara 1 flicka. I en annan var det 7 pojkar, och då var det tydligen också 7 flickor etc. Vid behandling av uppgift A 3 och 4 kan man övergå till att tala om 5 duvor. Ibland satt 4 uppe på taket och 1 nere på marken o. s. v.

För att ge ytterligare omväxling åt räkneövningarna inom talområdet 1—9 har centimeter införts på sid. 76 och ören på sid. 77.

Med hjälp av måttbandet överst på sid. 76 kan barnen själva tillverka en måttremsa av papper och med den göra en del mätningar — gärna flera än de fem som upptagits i läroboken.

Sedan får de vika remsan i två delar på olika sätt (uppg. 7), därefter klippa bort 1 cm och vika 8 cm i två delar på olika sätt (uppg. 3) o. s. v.

I anslutning till sid. 77 övas på motsvarande sätt med ören.

För att barnen ska få tillfälle att mera självständigt öva

användningen av tecknen +, — och = har på sid. 28 och sid. 30 upptagits en del bilduppgifter. Sedan barnen fått berättat vad bilderna visar, och man förklarat hur uppgifterna ska lösas, får barnen själva översätta varje bild till teckenskriften. Alltså översattes på sid. 28 A 1 med  $2 + 1 = 3$ , A 4 med  $2 + 2 = 4$ , A 7 med  $2 + 3 = 5$ , B 1 med  $6 - 1 = 5$ , B 4 med  $3 - 1 = 2$ , B 7 med  $5 - 1 = 4$  o. s. v.

På samma sätt är uppgifterna i grupp A på sid. 30 »ökningshistorier», under det att uppgifterna i grupp B är »minskningshistorier».

På sid. 31 är övningen av motsatt art. — Där gäller det — som framgår av texten — att hitta på räknehistorier till sifferuppgifterna. Sedan sidan — eller en del därav — behandlats på detta sätt, får barnen arbeta igenom uppgifterna som tyst övning.

Övningarna att översätta bilder till teckenskrift och — omvänt — översätta räknetecknen till muntliga berättelser hör till de viktigaste övningarna under de två första skolåren. De ger barnen vanan att bakom tecknen föreställa sig något verkligt, och härpå skall man i sin tur framdeles grunda deras förmåga att lösa räkneproblem, framlagda i en text.

## Talet tio. Liter och deciliter

(*Räkneboken i: 33-35*)

Den stora betydelse, som talet *tio* har, motiverar att detta tal göres till föremål för en speciell behandling. Barnen har visserligen redan mött talet *tio* både vid räkning utefter tal-



raden och som talbild. Nu gäller det emellertid att lära in de olika sätt, på vilka talet *tio* kan delas upp, att placera in det i talsystemet och att lära sig beteckna talet *tio* med siffror.

Med tanke på sifferskriften för talet 10, lär man att börja med in betydelsen av siffran 0. Det kan t. ex. ske genom ett enkelt tärningsspel. Man tillverkar en speciell tärning, som har två blanka sidor, två sidor med *en* punkt och två sidor med *två* punkter. Barnen kastar tärningen i tur och ordning, en, två, tre eller fyra gånger var. Resultatet skrivs upp på krittavlan, och blankt betecknas med 0.

Uppgifterna 1—4 på sid. 33 har också till ändamål att göra barnen förtrogna med begreppet »ingenting» och siffran 0.

Som förberedelse till de uppgifter i läroboken, som innebär att »bygga» talet 10, bör man utföra dessa räkneövningar i mera påtaglig form med hjälp av räknematerielen. Man lägger alltså upp t. ex. 9 röda brickor och konstaterar att det behövs ytterligare 1 bricka, för att man ska få 10. Därefter lägger man upp 8 brickor och finner att det då fattas 2 i 10 o. s. v.

För att förklara hur man skriver talet 10 med siffror, kan man byta ut 10 en-punkts-brickor (10 en-tal) mot 1 tio-bricka. För denna tio-bricka skriver man siffran 1, och för att tala om att det inte längre finns några lösa en-brickor skriver man 0.

Barnen får därefter räkna uppgifterna 5—8 på sid. 33.

Sönderdelning av talet 10 (läroboken sid. 34) kan lämpligen först ännu en gång utföras med räknebrickorna (9 röda + 1 blå, 8 röda + 2 blå etc). Sedan övergår man till uppgifterna A 1—8 och B 1—4 på sid. 34.

Det får anses naturligt, att man i det här sammanhanget behandlar några mynt och mått, ett-öringar och tio-öringar, resp. dl och liter. Naturligtvis bör därvid en del verkliga mätningar med dl-mått utföras.

## Siffersystemet

(*Räkneboken i: 36-38*)

Även för den fortsatta behandlingen av tal- och siffersystemet har man god nytta av talbilderna. Genom att sammanställa dem med sifferskriften kan man ge en klar uppfattning om förhållandet mellan tiotal och ental samt dessas beteckning med siffror. Upptill på sid. 36 i läroboken finns en sådan sammanställning för talen 10—19.

Innan dessa bilder studeras, bör man emellertid först låta barnen framställa talen 11—19 med räknebrickorna. Man låter dem alltså lägga upp en hel tia till vänster och ett ental till höger. Sedan ökar man med ett ental i taget och får alltså talen 12, 13, 14 o. s. v. Enheterna i andra tiotalet placeras i samma ordning som i det första, och man får sålunda talen i denna ordningsföljd:

11 13 15 17 19  
12 14 16 18



11



12

Det skadar inte att åskådliggöra talsystemet på mer än ett sätt. Använder man pinnar, som buntas samman till tiotal, kommer tio-talet att skilja sig tydligare från entalen än fallet är i fråga om talbilderna. Däremot blir enheterna inom tio-talet mindre lätt urskiljbara, när man använder pinnarna.

Från pinnarna kan man gå över till att framställa talen 11—19 med ett-öringar och tio-öringar. Där går en-talen (ett-öringarna) helt upp i tio-talet, och barnen bör nu så småningom få ett begrepp om tio-talet som en ny, högre enhet. Detta är emellertid en abstrakt och besvärlig sak, till vilken man bör återvända upprepade gånger. Lämpliga tillfällen härtill har man vid behandlingen av dm och cm, kg och hg.

Bilden av cm och dm på sid. 38 kan användas för att åskådliggöra både tiotalssystemet och räkneoperationerna (ökning och minskning) inom talområdet 10—19.

## Räkning inom talområdet 10—19

*(Räkneboken 1: 38-48)*

Lppgifterna i detta avsnitt medför endast den nyheten, att man rör sig inom ett högre talområde än vid de tidigare övningarna i ökning och minskning. Inga uppgifter med tiotalsovergång har ännu medtagits. Barnen bör först bli väl förtroga med själva talen inom talområdet 10—30.

Den svårighet, som det innebär att öka ut talområdet till 30, är mindre än de svårigheter, som det bereder barnen att lösa uppgifter med tiotalsovergång. Sålunda är uppgifter så-

dana som  $23 + 1$ ,  $23 + 2$ ,  $23 + 3$  uppenbarligen lättare än t. ex.  $7 + 8$ . ökning och minskning med 1, 2 eller 3 i taget kan utföras som ett enkelt räknande framåt resp. bakåt utefter talraden. Uppgifter med tiotalsovergång fordrar där- emot utförandet av olika tankeprocesser och fasthållandet i minnet av de olika resultaten. T. ex. vid uppgiften  $7 + 8$ : Om jag har 7, så fattas det 3 i 10;  $8 = 3 + 5$ ;  $7 + 3 = 10$ ;  $10 + 5 = 15$ .

De första övningarna i föreliggande avsnitt (sid. 39—48) har med avsikt gjorts enkla. Så småningom kommer barnen underfund med, att det är lika lätt att räkna t. ex.  $12 + 5$  som  $2 + 5$ . Bilderna på sid. 39—41 visar, att ingen förändring sker med »tioalet». En direkt jämförelse mellan de motsvarande uppgifterna inom första och andra tioalet göres på sid. 42.

I det angivna avsnittet (sid. 38—48) ingår också övningar med hg och kg (sid. 43) samt med stycken och dussin (sid. 46), två sidor med bilduppgifter och en sida med sifferuppgifter, till vilka barnen bör berätta räknehistorier.

## Talen 20—29

*(Räkneboken: 1: 50-55)*

Liksom talet 10 gjordes till föremål för en speciell behandling, bör också särskild uppmärksamhet ägnas åt talet 20 (sid. 50). Barnen bör först med hjälp av t. ex. räknebrickorna bilda talet 20 genom sammansättning av  $10 + 10$ ,

11+9 etc. Likaså får de hitta på olika sätt att bilda talet 20 av 10 och två andra tal, av 11 och två andra tal o. s. v. Bland de sifferuppgifter, som i anslutning till dessa övningar finns på sid. 50, förekommer även sådana additioner, där summan blir mindre än 20.

Sedan barnen förvärvat god förtrogenhet med talet 20, får de med räknebrickor bilda talen 21—29. Dessa bildas genom att man lägger ut två hela tio-brickor samt erforderligt antal en-brickor på detta sätt:



21

22



23

24

På sid. 51 i läroboken åskådliggöres samma sak med bilder av pinnar och av mynt.

Liksom man förut gjort jämförelse mellan ökning resp. minskning inom första och andra tiotalet, visar man nu hur ökning och minskning gestaltar sig inom de tre lägsta tiotalen (sid. 52).

På sid. 55 finns nya uppgifter med dm och cm, nu inom det utökade talområdet. Sortförvandling förekommer endast i den formen att 1 dm eller 2 dm uttryckes i cm.

## Talet 30

*(Räkneboken 1: 56-60)*

Talet 30 bildar slutstenen i det talområde, som behandlas under första skolåret. Det bör, liksom förut talen 10 och 20, få sin särskilda behandling, men naturligtvis kan inte för den skull alla sifferuppgifter för ökning och minskning i detta avsnitt röra sig med talet 30.

Att det på sid. 58 (liksom tidigare på sid. 31 och sid. 48) upptagits sifferuppgifter, till vilka barnen uppmanas att berättat räknehistorier, innebär inte att sådana övningar bör inskränkas till dessa sidor. Det kan vara lämpligt att också på andra ställen i kursen först på detta sätt muntligt gå igenom ett antal sifferuppgifter, innan dessa ges som skriftlig övning. Det är naturligtvis angeläget, att barnen lär sig räkna i den meningen, att de kan finna svaren till de räkneoperationer, som hör till kursen, och att de kan teckna uppgifterna och svaren med siffror. Men det är — så som tidigare framhållits — också viktigt, att de kan föreställa sig verkliga räknehändelser bakom siffrorna och talen. Därpå beror i hög grad, hur de framdeles ska lyckas, när det gäller att räkna s. k. benämnda eller tillämpade uppgifter.

De mynt, vikter och litermått, som ingår i kursen, övas på sid. 59—60 inom talområdet 1—30.

Som förberedelse till ökning resp. minskning med tiotalsovergång repeteras sammansättning och sönderdelning av talet 10 i uppg. 11—13 på sid. 60.

## Ökning och minskning med tiotalsovergång

*(Räkneboken i: 61-63)*

De öknings- och minskningsuppgifter inom talområdet 1—20, som fordrar tiotalsovergång, har sparats till sist. Dessa uppgifter är, som redan i det föregående betonats, obestridligen svårare än de öknings- och minskningsuppgifter inom det högre talområdet 20—30, som inte medför tiotalsovergång. Har barnen grundligt övat räkneoperationerna inom talområdet 1—10, så bereder det ingen större svårighet att lösa motsvarande uppgifter inom talområdet 10—20 och 20—30 (t. ex.  $5 + 3$ ,  $15 + 3$ ,  $25 + 3$ ). övningar av detta slag med jämförelse mellan de olika tiotalen har också bedrivits systematiskt (läroboken sid. 42 och sid. 52). Det brukar också visa sig, att sedan barnen på här föreslaget sätt fått räkna utefter talraden inom talområdet 1—30, så innebär uppgifterna med övergång av första tiotalet inga stora svårigheter.

Figurerna på sid. 61 avser att ge en åskådlig bild av hur tiotalet fylls ut (pojkraden) och hur ett visst antal (flickorna) kommer till utöver det hela tiotalet.

På motsvarande sätt visar bilderna på sid. 62, hur först så mycket går bort, att ett helt tiotal återstår, och hur sedan själva tiotalet minskas.

ANDRA SKOLÅRETS  
RÄKNEUNDERVISNING

## Repetition av första årets kurs

*(Räkneboken 2: 3-7)*

**Repetitionskursen** omfattar sex moment: sönderdelning och sammanfogning av täl inom talområdet 3—10, ökning inom talområdet 1—20 med tiotalsövergång, minskning inom talområdet 1—20 med tiotalsövergång, bilduppgifter, sifferuppgifter att översätta till räknehistorier samt sortuppgifter. Hur grundligt dessa olika moment behöver behandlas, får erfarenheten utvisa, ökning och minskning inom talområdet 1—20 bör emellertid nu kunna utföras med en viss säkerhet och snabbhet.

Skulle det visa sig nödvändigt, får bilderna på sid. 4 och 5 förklaras med hjälp av räknebrickorna.

Av uppgifterna på sid. 6 är 1—6 samt 10—12 ökningsuppgifter, 7—9 samt 13—18 minskningsuppgifter.

Om bilderna i Räkneboken må framhållas, att de inte endast avser att »glada upp» sidorna utan också — och främst — att bevara barnens kontakt med verkligheten under räknearbetet. Det är synnerligen viktigt, att utvecklingen av bar-



nens räknekunskap går i två motsatta riktningar: både mot större mekanisk färdighet samt mot ökad förmåga att konkret föreställa sig tal och räkneoperationer. Erfarenheten visar att en ensidig mekanisk drill trubbar av känslan för det konkreta, för talens verklighetsunderlag och kan ge upphov till en tanklös sifferräkning. Barnen behöver därför under arbetets gång ofta återkommande påminnelser om den verklighet, som talen representerar. Bilderna utgör ett medel härtill. Ett annat medel har rekommenderats i det föregående, nämligen att låta barnen berätta räknehistorier till sifferuppgifterna.

## Talen 31—40

(*Räkneboken 2: 8-g*)

För varje gång talområdet utvidgas, bör man låta barnen framställa de nya talen t. ex. med hjälp av räkneplattan och räknelapparna:



31

32

o. s. v.

I läroboken har andra sätt använts för att åskådliggöra talen 31—40. Att på detta sätt utnyttja olika åskådnings-

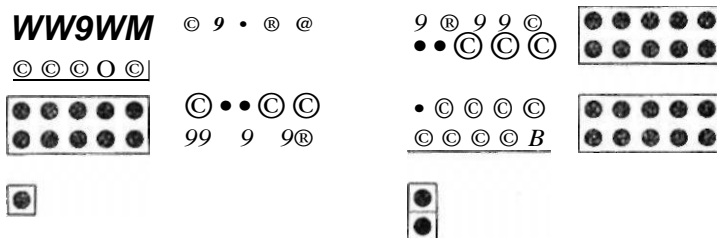
medel är gynnsamt för begreppsbildningen. Barnen frigöres därigenom lättare från åskådningsmedlen. Men den först brakade materielen eller bilden bör naturligtvis användas så länge, att själva den sak det gäller blivit tillräckligt klart uppfattad av barnen.

I vad mån man också behöver låta barnen utföra räkneoperationerna med åskådningsmedlen, beror naturligtvis på deras förmåga att räkna utan sådant stöd. En grundlig åskådlig räkning inom talområdet 1—30 gör att åskådlig framställning av räkneoperationerna också inom talområdet 31—100 blir mindre nödvändig. Då det gäller barn med större eller mindre räknesvårigheter, kan det dock bli erforderligt att för varje nytt talområde vädja till den direkta åskådningen också vid utförandet av räkneoperationerna.

## Talen 41—50

(Räkneboken 2: 10-11)

Även nu framställer man först talen med räknebrickorna



Därefter kan man lämpligen öva växling av tioöringar till ettöringar samt framställa talen 41—50 med dessa mynt. Som förut framhållits är detta ett mera abstrakt sätt att representera tal, eftersom entalen (ettöringarna) inte kan urskiljas i tiotalen (tioöringarna). Men barnen bör nu vara så förtrogna med själva begreppen tiotal och ental (ehuru inte nödvändigtvis med namnen), att det inte behöver bereda dem några större svårigheter att översätta 4 tioöringar 4-1 ettöring till talet 41 o. s. v.

Bilderna på sid. 11 har en dubbel uppgift. Dels visar de — liksom motsvarande bilder på sid. 9 — hur talen bygges upp av ental och tiotal, samt hur ökning och minskning sker, dels åskådliggör de det från det dagliga livet kända förhållandet mellan ökning och minskning, nämligen att ökning på ett håll motsvaras av minskning på ett annat. Det har sitt inte ringa värde, att barnen får uppmärksamheten fästad på detta förhållande. Dylika möjligheter att sammanställa räkneövningarna med verkliga förhållanden bör utnyttjas. Härigenom minskas den annars vid skolarbetet ganska överhängande risken, att »räkning» nästan uteslutande blir en från verkligheten isolerad formell träning.

## Räkning med sorter och med två tvåsiffriga tal

*(Räkneboken 2: 12-13)*

Genom att ofta återkomma till uppgifter av typen 1 dm + 1 cm, 3 1 + 8 dl etc. nöter man in förhållandet mellan tiotal

och ental samt de i kursen förekommande längd-, liter- och viktsorterna.

Vid de första öknings- och minskningsuppgifterna med tvåsiffriga tal håller man sig till sådana, som inte föranleder tiotalsovergång.

## De första enkla räkneproblemen

*(Räkneboken 2: 14-15)*

I den del av räknekursen, som hittills behandlats, förekommer tre slags uppgifter: rena sifferuppgifter, sortuppgifter och bilduppgifter.

Sifferuppgifterna bör — som redan förut framhållits — ofta konkretiseras genom att talen sättes in i naturliga sammanhang («räknehistorier»). Även sortuppgiftema kan med fördel behandlas på samma sätt vid den muntliga undervisningen. Vid bilduppgifterna går man den motsatta vägen, alltså från de konkret framställda talen till den abstrakta sifferbeteckningen.

Genom övningarna på sid. 14—15 i häfte **I** sammanställs bilduppgifterna med enkla räkneproblem, givna i en text. Bilden på sid. 14 ger en enkel ökningsuppgift, som sedan återges i texten i uppgift 1 och slutligen tecknas med sifferskrift i uppgift 2. Om man vill, kan man gå så grundligt tillväga, att man, innan bilden diskuteras, låter barnen själva utföra uppgiften i verkligheten. Man får då räkneuppgiften framställd i fyra olika former: verkligheten, bilden, den fullständiga texten och den kortfattade teckenskriften. Barnen ska så

småningom lära sig att uppfatta dessa fyra former som en och samma »räknetanke», framställd på olika sätt.

Det skadar inte att gå igenom ytterligare några uppgifter lika grundligt, t. ex. uppg. 3 och 4 i läroboken (sid. **I**: 14). Barnen utför alltså först uppgiften som en liten scen, varefter läraren ritar en motsvarande bild på krittavlan. Därefter skrives under barnens medverkan en kort berättelse nedanför bilden, och slutligen kommer man fram till sifferskriften.

Uppgifterna på sid. 7:15 behandlas på motsvarande sätt.

Barnen ska alltså vänjas att klart föreställa sig de tal- och sakförhållanden, som uppgifterna innehåller. Skulle någon elev under det skriftliga arbetet inte lyckas att lösa en viss uppgift, bör han alltså uppmanas att föreställa sig det som enligt räkneuppgiften händer i verkligheten: hur människor kommer eller går, hur Erik står framför sin bokhylla och ställer in tre nya böcker, hur Elsa tar kakor från fatet o. s. v. När så fordras, får man på nytt ta bilder eller föremål till hjälp.

De övningar, som beskrivits i anslutning till sid. 7:14—15 i läroboken, får alltså inte betraktas enbart som en rolig lek. De har sitt mycket stora praktiska värde. De hjälper till att skapa den förbindelse mellan verkligheten och den abstrakta teckenskriften, som måste uppstå, om barnen ska kunna förvärva förmågan att självständigt lösa räkneproblem. När de möter problemen i lärobokens textuppgifter, ska de ha vanan att i föreställningen se en bild av motsvarande händelser och förhållanden i verkligheten och sedan kunna översätta denna bild till den vanliga teckenskriften med siffror, **-f**, **—**, **=**.

## Ökning och minskning med tiotalsovergång

(*Räkneboken 2: 16*)

I första årets kurs behandlades uppgifter med övergång av första tiotalet först sedan övriga öknings- och minskningsuppgifter inom hela talområdet 1—30 blivit genomgångna. På samma sätt har i andra årskursen uppgifterna med övergång av andra tiotalet sparats, tills övriga öknings- och minskningsuppgifter inom hela talområdet 31—50 behandlats.

När uppgifterna med tiotalsovergång nu tages upp på sid. 16 i andra häftet, har emellertid en jämförelse gjorts mellan de olika tiotalen, t. ex.  $19 + 3$ ,  $29 + 3$ ,  $39 + 3$ , varigenom förståelsen för den räkneprocess, som det här gäller, bör underlättas.

## Ökning och minskning med tvåsiffriga tal så att hela tiotal uppnås resp. underskrides

(*Räkneboken 2: 17*)

Innan man ger öknings- och minskningsuppgifter med tvåsiffriga tal och tiotalsovergång, bör man låta barnen öva sådana uppgifter, där man vid sammanläggning uppnår ett helt tiotal eller vid fråndragning tar bort från ett helt tiotal.

En del lärare anser, att man i detta — och även i andra tillämpliga — fall bör lära in ett enda tillvägagångssätt, under det att andra håller före, att barnen bör få pröva olika

metoder och välja den, som för varje gång är mest ändamålsenlig.

Kanske frågan kan lösas genom en kompromiss. Det är både intressant och lärorikt att upptäcka och pröva olika lösningsmetoder. Men det är också mycket värdefullt att säkert behärska en standardmetod. Det förefaller därför lämpligt att först påvisa eller låta barnen försöka upptäcka olika sätt att lösa uppgifterna men sedan till säker färdighet träna in en metod.

Vilken av de möjliga metoderna man väljer torde i det här föreliggande fallet inte ha alltför stor betydelse.

Ex.  $16 + 14$  a)  $10 + 10 = 20$ ;  $6 + 4 = 10$ ;  $20 + 10 = 30$

b)  $16 + 10 = 26$ ;  $26 + 4 = 30$ ;

c)  $16 + 4 = 20$ ;  $20 + 10 = 30$ .

De här ovan som b) och c) betecknade metoderna för mera direkt till målet. Uppgifter av samma typ som de två deluppgifterna, t. ex.  $16 + 10$  och  $26 + 4$  har tidigare övats var för sig, varför tillvägagångssättet inte torde behöva bereda alltför stora svårigheter.

## Talområdet 1~100

*(Räkneboken 2: 18-33)*

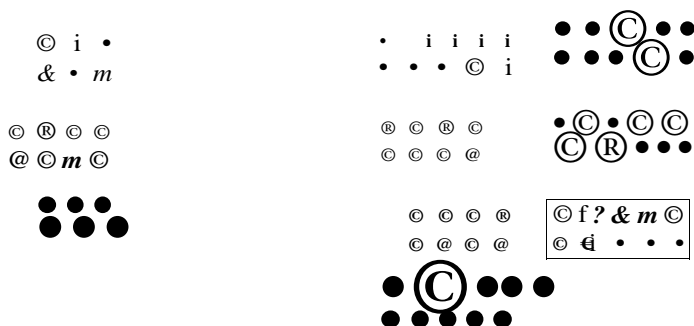
Talområdet bör nu kunna utökas ända till 100, utan att man gör varje tiotal till föremål för speciell behandling.

Man kan börja med att låta barnen framställa en del

olika tal över 50 med hjälp av räknematerielen. Brickorna lägges därvid ut i denna ordning:

|    |     |
|----|-----|
| 10 | 20  |
| 30 | 40  |
| 50 | 60  |
| 70 | 80  |
| 90 | 100 |

Ex.



Uppgifterna på sid. 19 och 20 i andra häftet av läroboken torde vara tämligen lätta, men de utgör en träning i användningen av de nya talen (talområdet 50—100).

Särskild övning i räkning med talet 100 företages i form av räkning med 1-kronan (sid. 21).

Uppgifter för grundlig träning av ökning och minskning med ett två- och ett ensiffrigt tal samt med tiotalsovergång upptages på sid. 22—25. Här och där har med avsikt lagts in en uppgift, som inte föranleder tiotalsovergång.



Sedan ökning och minskning med tvåsiffriga tal och med tiotalsovergång övats (sid. 29—30), har alla typer av öknings- och minskningsuppgifter inom talområdet 1—100 blivit behandlade.

## Multiplikation

(*Räkneboken 2: 34-47*)

Multiplikationen sådan den utföres i verkligheten är endast ett specialfall av additionen, nämligen sammanläggning av två eller flera lika stora tal, t. ex.

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \times 3.$$

Tack vare tiotalssystemet samt möjligheten att lära in resultatet av alla ifrågakommande additionsserier från

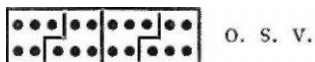
$$1 + 1 = 2 \quad \text{till} \quad \text{och} \quad \text{med}$$

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 81$$

har man kunnat införa en speciell multiplikationsteknik, som högst avsevärt underlättar uträkningen.

Vid undervisningen bör man ta hänsyn till båda de nu nämnda fakta. Man utgår alltså — här som annars — från verkligheten och övar under viss tid multiplikationen som upprepad addition med samma tal. Därvid kan man lämpligen gå tillväga på följande sätt:

1. Barnen får ett par gånger lägga upp 5-serien med talbilder och för varje gång räkna ut och säga upp hur mycket de har, när de lagt ut 5 två gånger, tre gånger, fyra gånger etc.



2. Man går därefter över till läroboken (sid. 34 uppg. 1—5). Uppgifterna behandlas först muntligt, och uppg. 2—5 skrives sedan av barnen som upprepad sammanläggning.

3. Fem-serien läres därefter in, så att barnen säkert kan läsa upp de olika svaren i ordningsföljd fr. o. m. 5 t. o. m. 50.

4. Slutligen framhåller läraren, att det är bra att kunna svaren »utantill», så att man vet hur mycket det blir, när man lagt upp 5 tre gånger, sju gånger o. s. v. utan att behöva räkna upp hela serien från början. Och så prövar man, hur många som kan den konsten. Barnen skriver t. ex.  $5 + 5 + 5 = .$  »Vilka kan med detsamma säga hur mycket det blir?» De som inte kan, får naturligtvis räkna ut svaret genom sammanläggning och försöka att lägga det på minnet. Därefter prövar man med andra uppgifter utan att ta dem i ordningsföljd.

På det sätt som nyss beskrivits övas också 10-serien (sid. 34 uppg. 6—12) och 2-serien (sid. 35, uppg. 1—4).

Genom uppgifterna 5—10 på sid. 35 repeteras 5-, 10- och 2-serien.

Genom de figurer, som använts för 4- och 8-serien (sid. 36), för 3-, 6- och 9-serien (sid. 38) samt för 7-serien (sid. 39) kan vissa jämförelser göras mellan serierna. Vid jämförelse mellan 4- och 8-serien (sid. 36) finner barnen t. ex., att om man tar 8 två gånger, får man lika mycket som när man tog 4 fyra gånger. De tal i 8-serien, som också finnes i 4-serien har därför inte satts ut i 8-seriens figur.

De ifrågavarande figurerna har det stora värdet, att de ger en synbild av själva talen och hur dessa växer. Genom

figurerna framhäves också upprepningen av multiplikanden i varje serie, vilket måste anses betydelsefullt, eftersom det är det karakteristiska för multiplikationen.

Något annat slags »multiplikationstabell» än en dylik grafisk tabell bör inte användas. En »multiplikationstabell», som endast består av sifferfaktorer, multiplikations- och likhetstecken samt siffersvar ( $1 \times 2 = 2$ ;  $2 \times 2 = 4$  etc), ger varken någon storleksföreställning om talen eller någon bild av talens upprepning. Men det är av stor betydelse, att barnen får en sådan storleksuppfattning av talen och en tydlig föreställning om talens upprepning vid multiplikation. På en klar taluppfattning och en levande föreställning om räkneoperationerna beror barnens förmåga att självständigt och med verklig insikt lösa de olika räkneproblem, som de kommer att möta. Själva det tekniska förfaringssättet vid multiplikation skapar ingen förståelse för multiplikationens natur. Om barnen aldrig så väl behärskar de olika räknesätrens teknik, så är därmed inte givet, att de inser hur tekniken ska användas för lösning av olika slags räkneproblem.

Genom multiplikationstekniken införes ett helt nytt talbegrepp. I det föregående har »tal» alltid betytt »antal», t. ex. 3 päron-1-5 päron. Vid den speciella teckenskriften för multiplikation, t. ex.  $3 \times 5$  päron, har man två olika tal. Talet 5 anger ett antal päron, men talet 3 säger endast, hur många gånger man ska ta 5 päron. Talet 5 är om man så vill ett substansstal, under det att 3 är ett funktionstal. Denna skillnad bör bli klar för barnen. Naturligtvis kan det inte ske genom resonemang, utan det bör framstå som ett resultat av lämpligt valda övningar. Därför bör den tek-

niska multiplikationen förberedas genom övningar i upprepad addition med samma tal (serieräkning), så som förut beskrivits. Även för synsinnet bör skillnaden mellan substansstal och funktionstal tydligt framstå. Det kan ske t. ex. genom användning av de nämnda figurerna i läroboken (sid. 36, 38 och 39). Det »verkliga» talet (multiplikanden alltså) kan då direkt uppfattas som en storhet. Det andra talet (multiplikatorn) uppfattas endast genom själva upprepningen.

När man lämnar den åskådliga räkningen med föremål och bilder och övergår till sifferskriften, bör man konsekvent hålla på, att barnen sätter ut sort både efter multiplikanden och efter svaret, t. ex.  $7 \times 3$  ljus = 21 ljus. Därigenom framhäves de olika talens karaktär.

För att ännu tydligare markera skillnaden mellan substansstal och funktionstal har i läroboken funktionstalet till en början skrivits med bokstäver, t. ex. *fyra* påsar kaffe med 5 hg i varje påse.

Sedan 5-, 2-, 10-, 4-, 8-, 3-, 6-, 9- och 7-serien övats som sammanläggning, följer en sida repetitionsuppgifter (2:40), varvid också förut genomgångna öknings-, minsknings- och sortuppgifter tages upp. Många barn glömmer det som de tidigare lärt sig, medan de arbetar med ett nytt område. Man får därför inte alltför länge släppa de förut behandlade uppgiftstyperna ur sikte.

Genom uppgifterna på sid. 41—44 inövas den speciella teckenskriften för multiplikationen, samtidigt som de olika serierna ytterligare tränas.

Slutligen sammanställs de två beteckningssätten — den

upprepade additionen och multiplikationen (sid. 45) — samt övas multiplikationen som »sifferräkning» (sid. 46).

Som sammanfattning av det som sagts om multiplikationen kan följande schema uppställas:



Multiplikanden (substanstalet) anges med en talbild, multiplikatorn (funktionstalet) genom talbildens upprepning.

1. 5 päron+5 päron+5 päron+5 päron.

Multiplikanden utsattes i sifferskrift med angiven sort, multiplikatorn anges genom, siffrans upprepning.

3. Fyra X 5 päron.

Multiplikanden betecknas med en siffra, med utsatt sort, multiplikatorn anges i bokstavsskrift.

4. 4 X 5 päron.

Både multiplikand och multiplikator anges med siffror. Skillnaden mellan de två talen markeras endast genom att sorten utsattes efter multiplikanden.

## Innehållsräkning

*(Räkneboken 2: 48-51)*

Innehållsräkningen är en upprepad subtraktion med samma tal och alltså en ömvändning av multiplikationen. Det är dock för den skull inte lämpligt att alltifrån början

sammanställa multiplikationen och innehållsräkningen, som understundom sker. Vid undervisning av särskilt räknebegåvade barn kan det vara motiverat att behandla de två förloppen parallellt, men svaga räknare blir endast förvirrade, om en sådan jämförelse kommer för tidigt.

I vanliga skolklasser med blandat barnmaterial bör man först göra barnen väl förtrogna med multiplikationen, innan man påvisar förhållandet mellan multiplikation och innehållsräkning.

Liksom multiplikationen till en början övades som upprepad addition, övas innehållsräkningen först som upprepad subtraktion, varvid även uttrycken ansluter sig till subtraktionsförfarandet.

Allra först lär man in 5-serien »baklänges» från 50 till 0. Därefter behandlar man tal efter tal i 5-serien och låter barnen räkna ut, hur många gånger man kan ta bort 5. »Du har 10 kulor. Hur många gånger kan du ta bort 5?» — »Anna har 15 knappar. Hur många gånger kan hon ta bort 5 (för att sy fast på dockkläder)?» O. s. v. Barnen resonerar därvid t. ex. på följande sätt: »Anna har 15 knappar. Först tar hon bort 5 knappar. Då är det 10 kvar. Sedan tar hon 5 en gång till. Nu är det 5 kvar.» O. s. v. För varje gång 5 tages bort, sätter barnen ett streck eller markerar antalet gånger med fingrarna eller anger på något annat sätt, hur många gånger »det går».

Visar det sig behövt, får man ta till åskådningsmedlen för att klargöra uppgifternas natur.

Det är lämpligt att nämna det största talet först, så att de

två talen kommer i den ordning, i vilken de sedan ska skrivas vid den vanliga sifferskriften ( $10:5$ ).

Att lära in innehållsräkningen genom att låta barnen läsa en i sifferskrift given multiplikationstabell baklänges, är inte att rekommendera ( $2 \times 5 = 10$ , alltså  $10 : 5 = 2$ ). Därigenom vinnes ingen förståelse för själva räkneförloppet. Men en verklig insikt om innehållsräkningens karaktär är naturligtvis lika viktig som kunskap om de olika »svaren». Antag att någon inte förstår uppgiften: Hur många 5-öres frimärken får du för 30 öre? Inte kan man då förklara uppgiften genom att hänvisa till multiplikationstabellen och möjligheten att läsa den baklänges. Det finns ingen annan väg till förståelse än att låta eleven utföra den upprepade subtraktionen: »Jag köper ett 5-öres frimärke och har då 25 öre kvar. Jag köper ett till och har nu 20 öre kvar.» O. s. v. Genom att ett flertal gånger utföra denna procedur (i verkligheten eller i tanken) vinnes uppfattning om innehållsräkningens natur.

För att underlätta förståelsen för de typiska innehållsuppgifterna har dessa i läroboken till en början delats upp i två moment t. ex.: a) Hur många gånger kan Ebba köpa ett 5-öres frimärke, om hon har 20 öre? b) Hur många 5-öres frimärken får Ebba, om hon på en gång köper för 20 öre? Det är mera konkret att tänka sig, att man köper ett frimärke i taget och lämnar fram 5 öre varje gång, än att man köper ett visst antal på en gång och därvid lämnar fram hela beloppet. I det senare fallet utföres i verkligheten ingen upprepad fråndragning.

En god föreställning om räkneprocessens karaktär får bar-

nen också, om man låter dem tänka sig, att de köper frimärken i en automat (för den händelse de varit med om det i verkligheten).

Sedan man på ovan angivet sätt behandlat 5-seriens tal i ordningen 10, 15, 20 o. s. v., ger man samma uppgifter utan bestämd ordningsföljd. Man påpekar för barnen värdet av att lära in de olika svaren, så att man snabbt kan säga, hur många gånger 30 kan minskas med 5, 45 kan minskas med 5 etc. Den som inte kommer ihåg svaren, får ta reda på dem genom upprepad fråndragning.

För 3-, 4- och 6-serien finns i läroboken särskilda tabeller (sid. 49 och 50 i häfte 2). Man skulle för detta ändamål också kunna använda multiplikationstabellerna på sid. 36, 38 och 39 genom att läsa dem från höger till vänster. Det kan emellertid ha sin betydelse att till en början även i fråga om figurerna skilja multiplikationen och innehållsräkningen från varandra.

Med t. ex. en linjal täcker barnen över högra delen av 3-tabellen (sid. 49) fram till talet 6 och säger: »Jag har 6 och ska ta bort 3 gång på gång. Om jag tar bort 3 en gång, har jag 3 kvar. Jag tar bort 3 en gång till, och då blir det inget kvar. Från 6 kan jag ta bort 3 två gånger.»

Tre-seriens övriga tal t. o. m. 30 genomgås sedan i ordningsföljd, varefter lärobokens »blandade» uppgifter övas. Därefter kommer turen till 4- och 6-serien.

Av utrymmesskäl har inga särskilda tabeller för 7-, 8- och 9-serien medtagits i läroboken. Barnen torde emellertid själva kunna tillverka erforderliga remsor för 7-, 8- och 9-serien och i övrigt använda figuren på sid. 50. Det sista



talet i 8-serien (80) och de två sista i 9-serien (90 och 81) saknas i tabellen på sid. 50. Om man emellertid på angivet sätt övar de nämnda serierna så långt tabellen på sid. 50 möjliggör, torde man sedan kunna övergå till tabellen på omslagets 3:e sida och använda den enligt anvisningarna på sid. 64 i läroboken. Det är viktigt, att man först lär barnen att hitta de tal i måttskalan upptill på omslagets 3:e sida och de rutor i figurerna nedanför, som svarar mot varandra. Man redogör alltså för udda tal, som ligger överst både i måttskalan och i figurerna, och jämna tal, som ligger under.

Kapitlet om innehållsräkning avslutas med sid. 51, där det speciella betecknings sättet för innehållsräkning införes.

## Likadelning

*(Räkneboken 2: 53-58)*

För den som inte utantill lärt in de olika svaren utan är nödsakad att genom åskådlig räkning själv ta reda på dem, är likadelningen en mer invecklad process än innehållsräkningen. I uppgiften 20 kulor innehåller 5 kulor är det redan i själva uppgiften utsagt, att man ska ta bort 5 varje gång, och man har alltså endast att utföra denna fråndragning, så många gånger det går. Uppgiften »20 kulor ska delas lika mellan 5» blir svårare, om man inte omedelbart vet, hur mycket var och en kan få. Man måste då vid likadelningen pröva sig fram, och vill man vara på den säkra sidan, får man nöja sig med att dela ut 1 åt var och en, ända tills inget

finns kvar att dela ut, eller tills det som återstår inte räcker till ytterligare 1 åt var och en.

Detta något omständliga tillvägagångssätt bör vara den första form av likadelning, som barnen får stifta bekantskap med. Därigenom får de en riktig uppfattning om vad likadelningen innebär, och insikten härom bör förvärvas, innan svaren till de olika delningsuppgifterna tränas in.

De första uppgifterna, t. ex. »8 äpplen ska delas lika mellan 2 barn», löses med hjälp av åskådningsmateriel. Åtta kulor, kuber, räknelappar eller dylikt lägges upp. Man ställer också fram två askar eller markerar på något sätt två ställen på bänkklocket. Ett föremål i taget lägges ut på vardera stället, och man konstaterar till slut, att var och en får 4.

Om man därefter tar uppgiften »12 äpplen ska delas lika mellan 2 barn», så inser åtminstone en del av barnen, att det nu är onödigt att börja med att ge 1 åt var och en. Man vet från föregående uppgift, att var och en bör få minst 4, och man kan alltså våga börja med 4 för att därefter fortsätta med 1 i taget.

Under övningarnas gång ökas barnens träffsäkerhet, och de lär sig så småningom att komma det riktiga talet allt närmare. De duktigaste börjar för övrigt snart att i tanken göra en beräkning av resultatet och med stöd av sin kunskap i multiplikation finna det rätta svaret.

Sedan man med föremål utfört delning med 2, övergår man till uppgifterna på sid. 53 i läroboken.

Slutligen får alla försöka att lösa liknande uppgifter utan hjälp av yttre åskådning.

På samma sätt övas delning med 3, 4 och 5, alltså först med åskådningsmateriel, därefter med stöd av lärobokens bilder (sid. 54—55 i häfte *T*), och slutligen genom att barnen endast föreställer sig talen och räkneoperationerna.

Skulle man finna det behöfligt, kan också likadelning med 6, 7, 8, 9 och 10 utföras på det sätt som nyss beskrivits. Läraren ritar då figurerna på krittavlan, och barnen avbildar dem i sina böcker. Så småningom kommer man emellertid fram till det förenklade beteckningssätt, som använts på sid. 56—58 i lärobokens andra häfte. Något ännu enklare sätt har inte använts i läroboken. Steget till det vanliga skrivsättet för delningsdivisionen örej ».....]1,, t i d inte långt,

9

och ingenting torde hindra, att man till slut begagnar detta kortfattade sätt att beteckna likadelningen.

## Den speciella uppställningen för skriftlig sammanläggning och frändragning

*(Räkneboken 2: 62-64)*

Den särskilda formen för skriftlig uträkning av sammanläggnings- och frändragningsuppgifter har i läroboken sparsats till sist. Den lärare, som så önskar, kan naturligtvis ta kapitlet i fråga tidigare. Man bör emellertid inte betrakta det som någon väsentlig uppgift för andra skolårets räkneundervisning att låta barnen göra bekantskap med — eller till säkerhet träna in — den speciella skriftliga räknetekni-

ken. Betydligt viktigare är de övningar, som ger de grundläggande föreställningarna om talen, måtten och räkneoperationerna samt de uppgifter som ger färdighet i huvudräkning.

Uppgifterna 11 och 12 på sid. 62 avser att erinra barnen om de tvåsiffriga talens uppdelning i ental och tiotal, innan man börjar med de sammanläggningsuppgifter, som ger en »minnessiffra». På motsvarande sätt avser uppgifterna 6—8 på sid. 63 att påminna om tiotalets sönderdelning i 10 ental, innan man övergår till de fråndragningsuppgifter, som fordrar växling av tiotalet.

# INNEHÅLLSFÖRTECKNING

|  | Sid.         |
|--|--------------|
| <b>Förord</b> .....  | <b>5</b>     |
| <b>Åskådlighet i räkneundervisningen</b> .....   | <b>7</b>     |
| <b>Muntlig och skriftlig räkning</b> .....   | <b>10</b>    |
| <i>första skolårets räkneundervisning</i> .....  | <b>15—47</b> |
| <b>Talen två, tre, fyra, ett, fem och sex</b> .....  | <b>15</b>    |
| <b>Talraden t. o. m. tjugo</b> .....   | <b>19</b>    |
| <b>ökning och minskning med ett, två och tre</b> .....   | <b>22</b>    |
| <b>Talsystemet</b> .....   | <b>24</b>    |
| <b>ökning och minskning med talbilder</b> .....  | <b>28</b>    |
| <b>Sönderdelning av talen två—tio</b> .....  | <b>30</b>    |
| <b>Siffrorna</b> .....   | <b>32</b>    |
| <b>Plustecknet</b> .....   | <b>33</b>    |
| <b>Minustecknet</b> .....  | <b>35</b>    |
| <b>Likhetstecknet</b> .....  | <b>36</b>    |
| <b>fnträning av öknings- och minskningsuppgifterna inom tatom-</b><br><b>rådet ett—nio. Centimeter, ören</b> ..... | <b>38</b>    |
| <b>Talet tio. Liter och deciliter</b> .....  | <b>40</b>    |
| <b>Siffersystemet</b> .....  | <b>42</b>    |
| <b>Räkning inom talområdet 10—19</b> .....   | <b>43</b>    |
| <b>Talen 20—29</b> .....   | <b>44</b>    |
| <b>Talet 30</b> .....  | <b>46</b>    |
| <b>Ökning och minskning med tiotalsovergång</b> .....  | <b>47</b>    |
| <i>andra skolårets räkneundervisning</i> .....   | <b>48—68</b> |
| <b>Repetition av första årets kurs</b> .....   | <b>48</b>    |
| <b>Talen 31—40</b> .....   | <b>49</b>    |

|   | Sid. |
|---|------|
| Talen 41—50 . . . . .   | 50   |
| Räkning med sorter och med två tvåsiffriga tal . . . . .  | 51   |
| De första enkla räkneproblemen . . . . .  | 52   |
| ökning och minskning med tiotalsovergång . . . . .  | 54   |
| ökning och minskning med tvåsiffriga tal så att hela tiotal<br>uppnås resp. underskrides. . . . . | 54   |
| Talområdet 1—100 . . . . .  | 55   |
| Multiplikation . . . . .  | 57   |
| Innehållsräkning . . . . .  | 61   |
| Likadelning . . . . .   | 65   |
| Den speciella uppställningen för skriftlig sammanläggning och<br>fråndragning . . . . .           | 67   |

