

GEOMETRIEN I FOLKSKOLAN

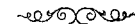
OCH

FÖR NYBEGYNNARE.

METODISKA ANVISNINGAR

ALBREKT SEGERSTEDT,

SEMINARIJ-ADJUNKT.



KARLSTAD,

HJ. PETERSSON & COMP'S FÖRLAG.

GEOMETRIEN I FÖRSTÄMNING

AFN. 1871

AV HERRN L. M. SÖDERSTRÖM

KARLSTAD

KARLSTAD,
C. FORSSELLS BOKTRYCKERI.
1871.



eröglja mid eröð aröðeasöföges / möttala nöst.

Öndum r

öörögl

Geometrien i Folkskolan.

Undervisnings mål och utsträckning, materiel m. m.

Den geometriska undervisningen i folkskolan bör hafva till hufvudmål att sätta lärjungarne i stånd att kunna upprita, äfvensom uppmäta och uträkna storleken af de vanligast förekommande linierna, ytorna och kropparne. Hafva barnen erhållit god insigt häruti, så har skolan, med afseende på detta ämne, uppfyllt sitt förnämsta åliggande; man bör då lära dessa mera försigkomna barn bevisa och konstruera några af elementargeometriens lättaste satser, såsom t. ex. dem, som här längre fram omnämnas. För att uppnå ofvannämnda mål, måste man först bibringa barnen kännedom om de geometriska storheternas förnämsta egenskaper, äfvensom de viktigaste geometriska termerna. För inhemtandet häraf äro, utom "svarta taflan", passaren och linealen, äfven gradskifvan och en sats stereometrisk figur nödvändiga. Dessa böra göras af fast och torkadt trä, men skulle sådana figurer ej kunna anskaffas, kan läraren af styft papper eller papp själf utskära och hopklistra dem. Tillika bör ett snöre med ett lod, ett vattpass — äfven ett sådant kan läraren lätt tillverka — och ett fotmått af trä eller en aln finnas. För uppmätningar på fältet behöfver man ett längre snöre med knutar för hvarje fot.

Den behöfliga materielen är således särdeles enkel och lätt anskaffad, så mycket mer som någon lärobok för barnen ej är nödvändig.

Emedan linear-ritningen, utom andra fördelar, särskildt hvad detta ämne beträffar, klargör och befäster det inhemtade, bör detta slags ritning nära ansluta sig till den geometriska åskådningsundervisningen. Tillika är ritningen en ypperlig tyst öfning uti en på flera läslag delad skola.

De af staten utgifna väggplanscherna böra här utgöra ritmönstret. I skolor, der dessa ej ännu kunnat anskaffas, uppritar läraren — före lektionens början — figuren eller figurerna, som skola aftecknas, på svarta taflan.

Ett annat ämne, som lika nära sammanhänger med geometrien, är räkningen: uträkningen af problem; sådana räkningar ske väl de flesta gånger vid svarta taflan, men barnen böra äfven för sig sjelfva uträkna enkla frågor. Dessa uppskrifvas antingen af läraren på förutnämnda tafla och få der kvarstå, tills de af barnen hunnit uträknas, eller ock få barnen ur någon exempelsamling sjelfva afskrifva och uträkna sådana. En efter dessa anvisningar lämpad liten samling problem skall möjligen snart utkomma.

Undervisningssättet.

Vid detta ämne gäller, kanske mer än vid något annat, den grundsatsen, att alla svar skola afgifvas tydligt och bestämdt i fulla satser, så att frågans innehåll kortligen återgifves i svaret; t. ex. Hvad kallas den yta, som inneslutes af en korda och en båge? Sv.: Den yta, som inneslutes af en korda och en båge, kallas segment. Ingen lärjunge får slippa ifrån en erhållen fråga förr, än han uppfyllt denna skyldighet. Hvad ett till innehållet felaktigt svar beträffar, härleder sig ett dylikt ej alltid af okunnighet, utan stundom blott af brist på eftertanke; i det senare fallet bör man, om möjligt är, göra lärjungen uppmärksam på felet, derigenom att man, utan att genom ord rätta honom, visar, huru saken enligt hans svar skulle förhålla sig, och sålunda tvingar honom att sjelf rätta det felaktiga. Säger lärjungen t. ex. att "radie" är en linie, som går från medelpunkten till "periferien", så drager man från medelpunkten i en uppritad cirkel en krokig linie till periferien och frågar, om detta är en radie o. s. v.

De flesta geometriska termer och begrepp kunna genom frågor erhållas ur barnens egen mun, och böra dessa ej af läraren föresägas. Hvad fullständiga definitioner deremot beträffar, får man ej fordra sådana annat än

på sin höjd af de på hufvudets vägnar bäst utrustade i den högsta eller de båda högsta afdelningarna. Dessa definitioner få inläras, först sedan barnen genom frågor klart fattat den afhandlade storhetens egenskaper.

De ytor, kroppar m. m., som under lektionen komma att afhandlas, skall läraren förut teckna på svarta tafian, och vid undervisningen begagna sig både af den tecknade och af den stereometriska figuren. Härigenom lära sig barnen såväl att förstå en tecknad figur som ock att lättare återgifva densamma, då de sjelfva skola afrita den. Men det är ej nog att vid denna undervisning blott använda teckningen och den stereometriska figuren: bordet, karaffinen, glaset, taket, väggarne, golvet med springorna derpå, timmerstocken, sädeslären, välten, hjulet o. s. v. korteligen alla föremål och redskap, hvilkas form barnen känna, måste utgöra ett materiel, som man flitigt använder. Blott genom ett sådant förfaringssätt lära sig barnen tillämpa det inhemtade. När man vidare börjar uträkna ytornas och kropparnes storlek, måste hvarje lärosats genom uträkning af sifferexempel fästas i minnet.

De af barnen såsom tyst öfning verkställda ritningarna och uträkningarna måste sorgfälligt granskas och rättas; om ej så sker, medföra dessa öfningar blott skada, emedan barnet derigenom då vänjer sig vid lätja och slarf.

Hvad för öfrigt enskildheterna vid undervisningssättet angår, så hänvisas till de under lärosatserna lemnade antydningarna, äfvensom till de bifogade läroprofven.

Att alla här nedan gjorda uppställningar äro tillkomna blott för lärarens skull, för att visa gången vid undervisningen, och ej för elevernas, torde vara onödigt att anmärka.

Såsom ledning för läraren, vid inhemtandet af de "stereometriska kropparnes" egenskaper, torde, om någon lärobok behöfves, den af Bergius utgifna vara den lämpligaste, såsom innehållande en temligen fullständig åskådningsslära.

Efterföljande uppställning är delad i trenne kurser,

hvaraf 1:sta kap. utgör den förste, de utan stjerna förekommande satserna i 2:dra kap. den andre, och 3:dje kap., äfvensom de med * utmärkta satserna, tredje kursen. I de flesta, under någorlunda gynnsamma förhållanden arbetande, fasta skolorna böra de 2 förste kurserna medhiusas och i de ambulatoriska, der lästiden blott är delad på två rotar, bör åtminstone 1:ste kursen kunna genomgås.

I undervisningen böra alla barn, som lemnat småskolan, deltaga.

Huru de åt geometrien anslagna timmarne bäst skola fördelas, beror naturligtvis på deras, såväl som på afdelningarnas antal och kan bäst bestämmas af läraren. Så mycket torde dock antagas för gifvet, att, om en hel timme är anslagen till hvarje lektion, denne delas midtutu, och första halfvan deraf egnas — med få undantag — åt lägsta afdelningen, med hvilken den eller de andra då som oftast förenas.

Då i det följande några figurer omtalas, behagade läraren sjelf upprita dem, hvilket är särdeles lätt, då de alla äro mycket enkla.

I. KAP.

Skema för geometriska åskådnings- undervisningen.

De stereometriska figurerna (kropparne) med plana ytor.
(Kuben, parallelepipeden, tre-, fyr-, fem- och sex-kantiga
pelarne (prismorna); tre-, fyr-, fem- och sex-kantiga spets-
pelarne (pyramiderna); regelbundna fyr-, sex-, åtta-, tolf-
och tjugu-planingarne.)

1. Ytorna.

(Kroppens gränser).

- A. Deras beskaffenhet (med afseende på delinier, som i dem kunna dragas): plana.
- B. „ olika benämning med afseende på deras ställning i kroppen: . . . a) grundytor, b) sidoytor.
- C. „ antal.
- D. „ ställning 1:o med afseende på det lugna vattnets yta: a) vågräta, lodräta (uppåt, nedåt), c) sneda.
- 2:o med afseende på hvarandra: a) jemnlöpande (parallela), b) icke jemnlöpande.
- E. „ storlek i förhållande till hvarandra.

2. Kantlinierna.

(Ytans gränser).

- A. Deras beskaffenhet (med afseende på delarnes inbördes riktning): . . . rätta.
- B. „ antal: a) kring hvarje yta, b) i hela kroppen.
- C. „ ställning 1:o a) vågräta, b) lodräta, c) sneda.
- 2:o a) jemnlöpande, b) icke jemnlöpande.

- D. Deras gränser: _____ punkter.
 E. „ storlek i höjd/ledd eller tvärsida.

3. Linievinklarne.

(Öppningen mellan tvenne linier, som skära hvarandra)

- A. Deras gränser: _____ a) ben, b) spets.
 B. „ beskaffenhet (med afseende på vinkelbens beskaffenhet): . rätliniga.
 C. „ storlek: _____ a) räta, b) trubbiga, c) spetsiga. (Obs. att en vinkels storlek ej beror på vinkelbens längd!)
 D. „ antal: _____ a) i hvarje yta, b) i hela kroppen.

4. Ytornas namn.

(Sammanfattning af det föregående för ytornas benämning).

- A. Deras beskaffenhet: _____ plana.
 B. „ gränsliniers: _____ a) antal, b) beskaffenhet, c) storlek (i förhållande till hvarandra), d) ställning (i förhållande till hvarandra).
 C. „ vinklar: a) räta, b) trubbiga, c) spetsiga.
 D. „ ytornas namn.

5. Kantvinklarne

(äfven kallade ytvinklar eller kanter).

(Rummet mellan två ytor, som skära hvarandra).

- A. Deras gränser: _____ a) ytorna, b) kantlinien.
 B. „ beskaffenhet (med afseende på kantlinien): räta.
 C. „ storlek: _____ a) rät, b) trubbig, c) spetsig.

- D. Deras riktning: a) utgående, b) ingående.
- E. „ antal: a) kring hvarje yta, b) i hela kroppen.

(Obs. skillnaden mellan kantvinkel och kantlinje!)

6. Hörnen.

(Skärningspunkten mellan tre eller flera ytor).

- A. Deras olika slag i anseende till kanternas antal: a) tre-, b) fyr-....kantiga.
- B. „ olika riktning: a) utgående, b) ingående.
- C. „ antal: a) vid hvarje yta, b) i hela kroppen.

(Obs. skillnaden mellan kant och hörn!)

7. Axlarne.

- | | | | | |
|--------------------|---|------------|---|--|
| Yt- | } | axlar: . . | } | a) antal, b) ställning (med afseende på hvarandra och med afseende på det lugna vattnets yta), c) storlek (med afseende på hvarandra). |
| Kant- | | | | |
| Hörn- | | | | |
| Kantyt- | | | | |
| Hörn- (spets-) yt- | | | | |
| Hörnkant- | | | | |

8. Kroppens namn.

(Kort sammanfattning af det föregående för kropparnes benämning).

- A. Gränssytornas a) antal, b) beskaffenhet (plana eller bugtiga), c) namn.
- B. Kroppens namn.

Läroprof. Kuben.

(Kuben tecknas på svarta taflan — före lektionens början — i perspektiv).

1. Ytorna.

- A. Utpeka grönsytorna på denna kropp! (När en yta på någon af de stereometriska figurerna skall utpekas, får barnet öfverfara hela ytan med flata handen). Nämnd detta rums-gränssytor! Om jag lägger denne räta lineal med kanten på denna (kubens) yta och sedan på karaffinens yta; faller då lin. lika på båda

ytorna? Hvarföre ligger den alldeles intill kubens yta? Hurudana äro således i detta fall kubens ytor? Hurudan var deremot karaffinens yta? Huru undersöker man med lin, om en yta är plan eller bugtig? Undersök på detta sätt bordets, glasets o. s. v. ytor! (Man göre barnen uppmärksamma på, att lin. måste falla jemt efter ytan i alla riktningar, om ytan är plan, och visar, att den hos valsen och käglan faller jemt i en riktning, fastän dessa kroppars sidoytor äro bugtiga.)

B. Hvad kallas den yta, på hvilken en kropp står? Den midtemot grundytan stående, med densamma parallela ytan, kallas ock grundyta! Hvad kallas de ytor, som omgifva en kropps sidor? Utpeka dessa grund- och sidoytor! Hvilka äro rummets grund- och hvilka dess sidoytor?

C. Af huru många ytor begränsas denne kropp? Huru många af dessa äro grund-, och huru många sidoytor? Visa på denna teckning grundytorna! sidoytorna! (Då en yta på en ritning utvisas, utpekar man dess gränser.)

D. 1:o Hurudan ställning sägas armarne på en våg hafva, då den väger jemt? Huru sägas de ytor ligga, som hafva samma ställning, som vågarmen i nyssnämnda fall? Utpeka de vågräta ytorna i denna kropp! Vet du något ämne, hvars yta alltid har vågrät ställning, när ämnet ej är i rörelse? (Vattnets och vätskors i allmänhet.) I följd deraf, att det lugna vattnets yta alltid är vågrät, kallar man detta instrument, med hvilket ytors ställning undersökes, vattpass! (Vattpasset förrevisas och förklaras.) Undersök med vattpasset, hurudan ställning bordet, golfvet o. s. v. hafva!

Om jag låter detta snöre, med det påfästade lodet, hänga fritt, hvad ställning säger jag då, att snöret har? Hvad kallas denna riktning (uppåt)? och denna (nedåt)? Huru sägas de ytor stå, som hafva samma ställning, som detta snöre nu har? Huru många lodräta ytor har denna kub? Utpeka dem! Undersök med snöret, om väggen o. s. v. är lodrät!

Hurudan ställning sägas de ytor hafva, som hvarken äro våg- eller lodräta? Visa några sneda ytor härinne! Huru många sneda ytor har kubennu? (Kuben ställes med en kantlinie utefter en vågrät bordskifva). Huru många lodräta? Håll din tafva så, att dess yta är vågrät! Lodrät! Sned!

2:o Huru långt skall jag utdraga dessa ytor (två motstående), för att de skola råka hvarandra? Hurudan ställning sägas dessa ytor derföre hafva till hvarandra? Hvad förstås derföre dermed, att två ytor äro parallela? Utvisa hvilka ytor i denna kropp, som äro parallela med hvarandra! Uppräkna några

Utvisa ytor i rummet, hvilka äro jemnlöpande! Utvisa några på detta bord! o. s. v.

Utvisa några ytor, som icke äro parallela! Håll dessa två taflor så, att deras ytor äro parallela! Att de icke äro det! Hvilken utaf dessa ytor (i kuben) är störst?

2. Kantlinierna.

A. Utpeka denna ytas gränser! Gränserna för bordskifvans yta! För denna på taflan tecknade yta (på taflan uppritas en kvadrat)! Hvad kalla vi ytans gränser? Hvaraf begränsas således en yta? Hvad ser du för olikhet mellan de linier, som begränsa denna (kubens) yta, och den här linien (en krokig linie)? Huru många slag af linier hafva vi således? Utaf hvilken beskaffenhet äro således de lin., som begränsa kubens ytor? Hvad kan jag gifva ytan för namn, som utmärker, att dess gränslin. äro räta? (rätlinig). Utvisa här i rummet några krokiga, några räta linier! Huru kan jag undersöka, om en liniea är rät? (medelst linealen, som lägges utefter linien).

B. Af huru många linier begränsas hvarje yta i denna kropp? Gif ytan ett namn, som utmärker, att den har fyra sidor! (fysiding). Huru många voro ytorna? Då hvarje yta begränsas af 4 kantlinier, och kroppen har sex ytor, huru många kantlinier skulle det då blifva i hela kroppen? (24). Räkna, om kantlinierna äro tjugufyra! Hvarföre blifva de blott tolf? (ty hvarje kantlinie hör till två ytor).

Utvisa på ritningen kantlinierna! Hvarföre äro dessa kantlinier prickade?

C. 1:o Huru ställning har denne kantlinie, i förhållande till det lugna vattnets yta? (samma ställning, eller vågrät). Huru ställning har denna? Huru många kantlinier i denna kropp äro vågräta, och huru många äro lodräta? (Kuben står på en vågrät bordskifva). Utpeka på taflan vågräta, lodräta, sneda linier! Utpeka några vågräta o. s. v. lin. här i rummet! Drag på taflan en vågrät lin. o. s. v.

2:o Huru långt skall jag utdraga dessa lin., för att de skola råkaskas? (de två motst. sidorna i en af kubens ytor). Hvad ställning hafva de således till hvarandra? (Här är blott frågan om linier, som ligga i samma plan). Med huru många andra kantlin. i kuben är denna jemnlöpande? Utvisa några kantlin. i rummet, som äro parallela! Hvad ställning hafva golfspringorna till hvarandra? Drag (på taflan) en lin. parallel med denna!

Äro också dessa linier parallela? (två icke parallela lin.

visas). Hvarföre icke? Upprita en linie, som icke är parallel med denna!

- D. Hvad kallas slutet af en linie? (punkt, gränspunkt). Utvisa denna (en kantlinie i kuben) liniens gränspunkter! Utvisa gränspunkterna för denna! (någon kantlinie i rummet).
- E. Om jag mäter längderna af dessa lin. (kantlin. i kuben), och jemför längderna med hvarandra, hvilken är störst? Hvad kallas ytan derföre, att dess gränslinier äro lika stora? (liksidig).

3. Linievinklarne.

- A. Hvad kallas öppningen, som ligger mellan dessa två linier, som råka hvarandra? Hvad kallas linierna, som omsluta vinkeln? Hvad kallas den punkt, deri vinkelbenen råkas? Visa sjelfva vinkeln (vinkelöppningen)! Utvisa några vinklar på detta bord!
- B. Af hurudan beskaffenhet (i anseende till delarnes inbördes riktning) äro de linier, som bilda desse vinklar (i kuben)? Hvad kallas en vinkel, som bildas af räta linier? (rätlinig). Hvad kallas då denne vinkel? (kroklinig).
- C. Huru stor är denne vinkel, som bildas af en vågrät och en lodrät linie? (Man bör låta de mera försigkomne redogöra för, att en rät vinkel äfven uppstår, då en rät linie står på en annan rät linie och gör vinklarne å ömse sidor, sidovinklarne, lika stora, och att den ena linien då säges hafva vinkelrät ställning mot den andra). Huru stora vinklar hafva således dessa ytor? Utvisa några flera räta vinklar i rummet! Rita på tafan en rät vinkel!
- Huru kallas den vinkel, som är större än en rät? Utvisa några trubbiga vinklar! Hvad kallas den vinkel, som är mindre än en rät! Utvisa några spetsiga vinklar! Upprita en trubbig, en spetsig vinkel! Hvilkendera af desse vinklar (en trubbig med korta ben och en spetsig med långa ben) är störst? För att göra klart för barnen, att vinkelns storlek ej beror på vinkelbenens längd, lägger man de jemförda vinklarne med det ena benet och spetsarne på hvarandra och säger, att den vinkel, hvars andra ben ligger längst bort från det gemensamma, är störst).
- D. Huru många vinklar finnas i hvarje yta? I hela kroppen?

4. Ytorna (repet. af det föreg.).

- A. Utaf hurudan beskaffenhet voro dessa ytor? (plana)
- B. Af huru många linier är hvarje yta begränsad? Af hurudan beskaffenhet äro dessa linier? (räta). Huru stora äro de, jemförda med hvarandra? Hvad ställning hafva de motstående linierna sinsemellan?
- C. Hurudana vinklar bildade linierna i denna yta med hvarandra?
- D. Hvad kallar jag en sådan yta?

Man kan nu låta någon af de mera försigkomne definiera kvadraten, hvilken definition då skall framställas i samma ordning, som här ofvan.

Upprita här på taflan en kvadrat!

5. Kantvinklarne.

- A. Hvad kallas rummet, som ligger mellan dessa två ytor, som råka hvarandra? Hvad kallas kantvinkeln med för annat namn, derföre att den bildas af ytor? (ytvinkel). Vet du något tredje namn derpå? (kant). Hvad kallas den linie, utefter hvilken ytorna skära hvarandra? (kantlinie). Utpeka denne kropps kantvinklar! (Då barnet skall utpeka en kantvinkel, får det hålla tummen och pekfingeret tillsammans och med de båda fingerspetsarne beröra hvardera ytan, som bildar vinkeln; då åter en kantlinie utvisas, begagnas blott ett finger; göres ej denna skilnad, så förblanda barnen ofta kant och kantlinie). Utvisa några kantvinklar på detta bord!
- B. Af hurudan beskaffenhet äro kantlinierna i denne kantvinkel? Hurudana är samma linie i denne (cylinderns eller kaglans) kantvinkel?
- C. Af huru många slag voro linievinklarne med afseende på storleken? Af huru många slag äro då kantvinklarne? Huru stora äro kantvinklarne i denne kropp? Utvisa härinne räta, trubbiga, spetsiga kantvinklar! Håll permen på denna bok så, att den och titelbladet bilda en rät, trubbig, spetsig vinkel!
- D. Ser jag dessa (kubens) kantvinklar utifrån eller inifrån? Huru kallas de kantvinklar, som ses utifrån? (utgående). Hvad kallas deremot de kanter, som jag ser inifrån? (ingående). Utpeka några utgående kantvinklar på dörrposten! Visa några ingående! (Af detta slag äro kantvinklarne mellan väggarne, mellan väggarne och taket och golvet o. s. v.)
- E. Huru många kantvinklar finnas kring hvarje yta? I hela figuren? Hvarföre ej 24?

6. Hörnen.

- A. Hvad kallas denne punkt, der dessa tre ytor sammanträffa? Huru uppkommer således ett hörn? Huru många kanter har detta hörn? Huru kallas det derföre? (trekantigt). Visa bland desse (stereometriska) kroppar något fyrkantigt o. s. v. hörn! Utvisa hörnen på detta bord!
- B. Ser jag dessa (kubens) hörn utifrån eller inifrån? Huru kallas de derföre? (utgående). Hvad kallas åter ett hörn (något af rummets hörn), som är riktadt som detta? Utvisa några utgående, några ingående här i rummet!
- C. Huru många hörn ligga vid hvarje yta? Huru många således i

hela kroppen? Hvarföre ej 24? (hvarje hörn hör till tre ytor).
Utvisa hörnen på denna ritning!

7. Axlarne.

Ytaxlarne. Hvad kallas den räta linie, som jag tänker mig dragen från midten af en yta till midten af den motstående? Genom hvilken punkt i figuren skall en axel gå? (genom medelpunkten). Huru många ytor har denna figur? Huru många ytaxlar således? Utvisa mellan hvilka punkter dessa gå? Utvisa, hvar de gå i detta rum! Hvilken ställning hafva dessa axlar till hvarandra? Hvilken riktning hafva de, jemförda med vattenytans ställning? Ställ kroppen så, att en af dessa axlar är vågrät och de andra sneda! Huru stora äro dessa axlar sinsemellan?

Kant- och hörnaxlarna genomgås på samma sätt.

8. Kroppens namn.

Af huru många gränsytor är denne kropp omgifven? Af hurudan beskaffenhet äro dessa ytor? (plana). Hvad kallas de? Hvad kallas en kropp, som begränsas af sex quadrater?

Anm. Det är naturligtvis icke meningen, att allt detta skall genomgås på en gång, utan blott så mycket, som medhinner på en half timme. Genomgås på detta noggranna sätt två eller tre af kropparne med plana ytor, så kan man så mycket hastigare medhinna de öfrige.

De stereometriska figurerna med bugtiga ytor.

Valsen (cylindern).

9. Ytorna (se 1).

1) Grundytorna.

A. Deras gränslinier: a) antal, b) beskaffenhet (lika höjd öfverallt).

B. „ namn: cirkel;
dess omkrets (periferi),
medelpunkt, radie, diameter, båge, korda, segment, halfcirkel, sektor, tangent;
omkretsens delning i grader.

2) Sidoytan.

- A. Dess gränslinier: a) antal, b) beskaffenhet.
- B. „ utbredning på en plan
- yta (ett plan): a) rektangel;
dess bas, höjd.

10. Kantvinklarne (se 5).

11. Axlarne.

- A. Grundytaxlar: } a) antal, ställning (mot
- B. Sidoytaxlar: } grundytan och mot
- C. Kantaxlar: } hvarandra).

12. Valsens skärning med en plan yta (*ett plan*).

- A. Planet jemulöpande med höjden: rektangel;
- B. vinkelrätt mot „ cirkel;
- C. snedt „ „ oval (ellips).

13. Valsens uppkomst.

Valsen (den räta med cirkelformiga grundytor) uppkommer genom en rektangels rörelse kring en af sidorna (t. ex. dörrens rörelse kring gångjernen).

14. Kroppens namn (se 8).

Läroprof. Valsen.

(Valsen uppritas i perspektiv på svarta tafan).

9. 1) Grundytorna.

- A. Huru många gränslinier omgifva denna yta? Huru visar sig denna linie vara, då en undersökes af linealen? Hvar är linien mest böjd eller krokig?
- B. Hvad kallas en yta, som har en sådan gränslinie? Hvad menas således med en cirkel? (Cirkel är en plan figur, som begränsas af en öfverallt lika böjd linie). Utvisa någon cirkelyta här i rummet! Hvad kallas cirkelns gränslinie? Hvad kallas denne punkt, som ligger midt i cirkeln? Hvad kallas denna räta linie, som drages från medelpunkten till periferien? Hvad kallas den räta linie, som börjar i periferien, går genom medelpunkten och slutar i periferien? Hvad kallas en del af cirkelomkretsen? Hvad kallas den räta linie, som sammanbinder bågens ändpunkter? (t. ex. på pilbågen; korda-sträng). Hvad kallas den del af cirkelns yta, som inneslutes af kordan och bågen? I huru många

segmenter delas cirkeln af kordan? Hvad kallas hvardera segmen-
tet, om de äro lika stora? Hvaraf begränsas halfcirkeln? Hvad
kallas denna yta, som inneslutes af dessa två radier och bågen?
I huru många sektorer delas cirkeln af dessa två radier? Hvad
kallas denna linie, som endast vidrör cirkeln i en punkt, men
icke skär den, äfven om den utdrages? Om en radie drages till
tangeringspunkten, hvad vinkel gör den med tang.?

Om jag genom medelpunkten drager två mot hvarandra vin-
kelräta diametrar, i huru många räta vinklar blifver då cirkeln
delad? Hvarje fjerdedels båge delas i 90 delar, och hvarje del
kallas en grad. Huru många grader innehåller då halfcirkeln?
 $\frac{3}{4}$ af cirkeln? Hela cirkeln? o. s. v.

9. 2) **Sidoytan.**

A. Utvisa denna (sidoytans) ytas gränslinier! Huru många äro de?
Af hvad form? (cirkelperferier). Utvisa samma linier på ritnin-
gen! Hvarföre är den halfva linien här prickad?

B. För att visa ytans utbredning på ett plan, klipper man af pap-
per en rektangel, lika hög som valsens och med en bas så stor,
som valsens omkrets; denne lindas om valsens, då den jemt täcker
hela sidoytan.

Om jag tänker mig sidoytan uppskuren sålunda och utbredd
på ett plan (papperet aftages och utbreddes på svarta tafan),
hvad bildar den då för figur? Utvisa här på valsens, hvar denna
rektangels bas är! Hvar dess höjd finnes!

För att visa de ytors utseende o. s. v., som uppkomma, då
valsens, käglan o. s. v. skäras af en plan yta, låter man itusåga
de stereometriska fig. i den riktning, som man tänker sig, att
ytan skär dem, och hopfäster dem genom pinnar, så att de lätt
kunna söndertagas; i brist af så skurna fig. kan man af något
löst ämne, t. ex. en kålrot, en rofva, utskära valsens och käglan
och under lektionen skära dem i de riktningar, man önskar o. s. v.

Käglan (konen).

anden hävit på
samtliga
i ned stället
samtliga arten har

15. **Ytorna** (se 1).

1) **Grundytorna** (se 9, 1).

2) **Sidoytan** (manteln).

A. Dess gränser: 1:o gränslinier: 1) antal, b)
beskaffenhet.

2:o spets.

B. Utbredning på en plan yta: cirkelsektor; dess bas
(båge), höjd (radie).

16. Kantvinklarna (se 5).

geometrisk

geometrisk

konstruktions

17. Axlarna. (se 20) konstruktions

Grundytaxlar (höjd): a) antal, b) ställning (mot grundytan).

18. Kägglans skärning med en plan yta.

- A. Planet vinkelrätt mot axeln: a) cirkel.
- B. „ snedt „ „ . . . : oval eller en icke sluten krokinie.
- C. „ parallellt med „ . . . : en icke sluten krokinie.
- D. „ draget fr. konens spets: triangel.

19. Kägglans uppkomst.

Kägglan (den räta med cirkelformig grundyta) uppkommer genom en rätvinklig triangels rörelse kring en af de sidor, som omfatta den räta vinkeln.

geometrisk

20. Kroppens namn (se 8).

geometrisk

För att visa kägelytans utbredning, utskäres en cirkelsektor, hvars båge = grundytans omkrets, och hvars radie har samma längd som sidoytan i kägglan; denne sektor kan nu läggas omkring sidoytan, så att den jemt omsluter densamma.

geometrisk

Klotet (sferen).

21. Gränsyterna.

- A. Antal.
- B. Beskaffenhet: lika bugtig öfverallt; medelpunkt, radie, diameter, poler.
- C. Skärning med en plan yta: cirkel, storcirkel; halfklot, kalott, sferiskt segment (zon), sferisk sektor.

22. Klotets uppkomst.

Klotet uppkommer genom en halfeirkels rörelse kring diametern (ex. gradskifvans rörelse kring den räta sidan).

23. Kroppens namn (se 8).

Sedan det föregående är genomgånet, sammanfattas det viktigaste deraf, för bättre översigts skull, enligt följande uppställning:

24. Linierna.

(Ytans gränser).

Liniernas utsträckning:	endast längd.
„ beskaffenhet:	räta, krokiga.
„ ställning med afseende på den lugna vattenytan: _____	vågräta, lodräta, sneda.
„ ställning med afseende på hvarandra:	jemnlöpande (parallela), icke jemnlöpande.
• „ utsträckning: _____	begränsade: genom punkter, i sig sjelfva (ex. cirkelperiferien); obegränsade.
„ mätning:	(längdmåttet inläres, och barnen få uppmäta några längder i rummet).
„ afbildning: _____	genom ett fint streck.

25. Vinklarna (linievinklarna).

(Två liniers skärning med hvarandra).

Vinklarnes gränser: _____	ben, spets.
„ beskaffenhet (med afseende på de skärande linierna): . .	rätliniga, krokliniga.
„ storlek: _____	räta, trubbiga, spetsiga.
„ uppmätning:	gradskifvan och dess användning.
„ afbildning: _____	vinkelbenens uppritning.

26. **Y t o r n a.**
(Kroppens gränser).

- Ytornas utsträckning: längd, bredd (dessa riktningars ställning mot hvarandra.)
- „ olika beskaffenhet (med afseende på de linier som i dem kunna dragas): plana, buktiga.
- „ olika ställning: vågräta, lodräta, sneda.
- „ utsträckning: begränsade: af linier, i sig sjelfva (klotets); obegränsade.

1. **Plana y t o r n a.**

- Plana ytornas (figurernas) olika slag med afseende på gränsliniernas beskaffenhet: rätliniga, krokliniga.
- „ afbildande: gränslinierna uppritning.

Rätliniga figurerna.

- De rätliniga figurernas olika slag med afseende på gränsliniernas antal: tre-, fyr- och mångsidningar (mångsidning: en figur med flera än fyra sidor); kan en yta omslutas af två räta linier?

a) Trianglarne.

(Angel = vinkel).

- Sidornas antal.
- Trianglarnes olika slag med afseende på sidornas inbördes storlek: liksidiga, likbenta, olik-sidiga.

Triangelarnes olika slag med afseende på vinklarnes storlek: trubbvinklige, rätvinklige, spetsvinklige.

„ bas, höjd.

b) **Fyrsidingarne.**

Vinklarnes antal.

De motstående vinklarnes för- ening med en rät linie: diagonal.

Fyrsidingarnes olika slag med afseende på de motstående sidornas ställning till hvarandra:

a) de motstående sidorna parallela: parallelogrammer.

b) „ „ sidorna icke parallela: oregelbundna fyrsidingar (trapezier).

Parallelogrammerna.

Parallelogrammernas olika slag med afseende på sidornas ömsesidiga storlek: liksidiga, olikvidiga.

„ olika slag med afseende på vinklarnes inbördes storlek: likvinklige, (rätvinklige): rektangeln (dess bas och höjd), olikvinklige.

Rätvinklige och liksidige parallelogrammen: kvadraten (dess bas och höjd).

c) **Mångsidingarne.**

Mångsidingarnes olika slag med afseende på sidornas antal: fem-, sex-, sju- sidig o. s. v.

- Mängsidigarnes olika slag med afseende på vink-
larnes inbördes storlek: likvinkliga, olikvinkliga.
- Liksidiga och likvinkliga mång-
sidigar: regelbundna mångsidin-
gar.

Krokiniga figurerna.

Cirkeln (se 9,1) och ovalen (se 12. C).

2. Bugtiga ytorna.

- Bugtiga ytornas olika slag: . . . rätta (icke bugtiga)
i en riktning: cylindern,
konen.
- „ „ . . . bugtiga i *alla* riktningar:
klotet, ägget o. s. v.

Cylinder- och Konytans utbredande på ett plan (se 9, 2) B) och (15, 2) B).

3. Ytors mätning.

För att gifva barnen ett klart begrepp om ytors upp-
mätning, förfärdigar man en kvadratisk skifva, med en
fots sida, af trä eller papp, samt en dylik med en tums
sida, med hvilka skifvor de sedan få uppmäta smärre
ytors i rummet.

27. Kantvinklarne.

[Två ytors skärning med hvarandra].

- Deras gränser: ytorna, kantlinien.
- „ beskaffenhet (med afse-
ende på kantlinien): rätliniga, krokiniga.
- „ storlek: rätta, trubbiga, spetsiga.
- „ uppmätning. För att noggrannt bestämma en
kantvinkels storlek, drager man
från en punkt på kantlinien två
mot kantlinien vinkelräta linier, en

i hvardera ytan; derefter tager man tvenne små, genom gångjern i ena ändan hopfästade, linealer (skråmått, smyg) och förer deras hopfästade ända till kantlinien, samt lägger en af linealerna utefter hvardera ytan, intill den uppdragna linien. Tages sedan måttet derifrån, utan att linealerna ändras, så har man vinkelns storlek mellan dem. På detta sätt böra några kantvinklar uppmätas.

Kantvinklarnes olika slag med afseende på riktningen: ut- eller ingående.
„ afbildning: de sammanstötande ytor-
nas och kantliniens upp-
ritning.

28. Hörnen.

[Tre eller flera ytors skärning med hvarandra i en punkt, eller den bugtiga ytans utlöpande i en spets].

Hörnens olika slag i anseende till kanternas antal: tre-, fyr-, femkantiga
o. s. v., runda.
„ olika slag i anseende till riktningen: ut- eller ingående.
„ afbildning: de sammanstötande kant-
liniernas uppritning.

29. Kropparne.

[Det af ytor begränsade; motsats: verdensrymden].

A. Deras utsträckning: längd, bredd, höjd,
(tjocklek och djup);
dessa riktningars ställ-
ning mot hvarandra.

B. De förut anförda stereometriska figurernas namn, (grund- och sidoytorernas form anføres).

C. Kropparnes uppmätning. För att gifva barnen ett klart begrepp om kroppens mätning, bör man hafva några kuber af en tums sida, och dermed låta dem uppmäta rymden af några små lådor e. d.; äfven skola de brukliga målkärnen förevisas, och deras användande förklaras och tillämpas.

D. Deras afbildning: gränsytornas uppritning.

[The following text is extremely faint and appears to be bleed-through from the reverse side of the page. It contains several lines of illegible text, possibly including mathematical or descriptive content related to the 'gränsytornas uppritning' mentioned in section D.]

II. KAP.

§ 1.

Problemer angående ytorna.

Qvadraten.

1. Att på en rät linie upprita en qvadrat.

Då detta och följande problemers första gången genomgås, användes gradskifvan för vinklarnes utsättande, men sedan Kap. III är genomgånget, tillämpas 53.

2. Att beräkna ytan af en qvadrat.

För att åskådliggöra denna beräkning, går man tillväga på följande sätt: på tafian uppritas af läraren en qvadrat, hvars sida jemnt kan uppmätas i tum; ett af barnen får sedan uppmäta sidans längd och utsätta delningspunkterna såväl på höjden som på basen. Derefter dragas genom t. ex. höjdens delningspunkter linier, vinkelräta mot densamma. Var då sidan t. ex. 6 tum, så blifver qvadraten delad i 6 lika långa och tumsbreda remsor. Derefter dragas äfven genom basens delningspunkter mot densamma vinkelräta linier. Hvarje remsa blifver då delad i 6 qvadrater, med en tums sidor, hvarföre alla 6 remsorna d. v. s. hela qvadraten innehålla 6 ggr 6 = 36 qv.tum.

Man skall nu visa barnen, hvarföre en qv.fot innehåller 100 qv.t., då 1 fot = 10 tum.

Ex.: Uppmät sidan och uträkna ytan af denne nya qvadrat, som jag uppritat på tafian! Huru stor är dess omkrets?

Hvarje uträkning tecknas före verkställandet, och det tecknade resultatet sättes = X, hvarvid betydelsen af X och likhetstecknet förklaras, ifall barnen förut ej äro bekanta dermed. Vore sidan

ansvåder
större
-målet
tydligt
offna bän
-lagens lördag

ob näm
-målet
-lagens lördag

ob näm
-målet
-lagens lördag

ob näm
-målet
-lagens lördag

i denna kvadrat $2,4$ fot, så finge den tecknade räkningen detta utseende: $2,4 \times 2,4 = X$. Man bör äfven nu lära dem, att $2,4 \times 2,4$ läses: "2,4 upphöjdt till kvadrat", och att uttrycket: "upphöja till kvadrat" således betyder, att talet skall multipliceras med sig sjelft, samt att detta kan korteligen tecknas genom att sätta en liten tvåa till höger om talet vid dess öfre kant; att således denna uträkning tecknas sålunda: $2,4^2 = X$; med kvadratroten förstår man det med sig sjelft 2 ggr multiplicerade talet, således här $2,4$.

Man låte *alltid* barnen först och främst genom *mätningar*, som de egenhändigt verkställa, tillämpa dessa problem: bordets, tafans, golfvets o. s. v. ytor; priset för bordets, takets, dörrens o. s. v. målning efter så och så mycket för qv.fot., bordlådans, rummets, de stereometriska figurernas, vagnens o. s. v. rymd. Barnen kunna få till hemarbete att uträkna, hvad golvet i deras stuga kostar att inlägga, efter så och så mycket för qv.f.; hvad lådan rymmer; huru mycket säd, som går i låren; ytan af en åker o. s. v. Sådana exempel, som finnas i oändlighet, göra lektionerna angenäma och roande för barnen, på samma gång de fästa det inhemtade i minnet och göra undervisningen praktisk.

Rektangeln.

3. Att af två linier (d. v. s. bredd och höjd) upprita en rektangel.

Samma anm. som vid 1.

4. Att beräkna ytan af en gifven rektangel.

Detta förfaringssätt åskådliggöres på samma sätt, som vid kvadrats uppmätning.

Ex. Uppmät ytan af detta bord! Hvad skulle skifvans målning kosta, efter 8 öre qv.f.? Beräkna golfvets yta! Huru många bräder skulle åtgå till detsamma, om hvarje bräde hade samma bredd och längd som detta? Huru många fot panel i längd skulle åtgå, om sådan sattes rundtomkring detsamma?

Uppmät och uträkna ytan af någon rektangelformig åker i din fars täppa!

Obs. Att uträkningarna tecknas innan de verkställas; skulle några barn hafva svårt att fatta betydelsen af en teknad räkning, så utför man den först utan och sedan med teckning.

5. Att, när ytan och den ena sidan i en rektangel äro gifna, genom beräkning finna den andra.

Läroprof. Huru benämner jag kortligen det tal, som erhålles genom hopmultipliering af två (eller flera) andra? Huru erhöill jag rektangelns yta, då dess höjd och bredd voro kända? Huru kan jag således anse ytan i förhållande till längden och bredden? Huru pröfvar jag om produkten i en multiplikation är riktig? Huru kan jag således, då ytan och höjden äro gifna, finna längden? Genom dylika frågor kan man få åtminstone några barn att inse, att den obekanta sidan erhålles, om den bekanta devideras i ytan.

Ex. Mät bredden på denna taffa (bord, bänk o. s. v.) och beräkna längden, då du vet, att taffans yta utgör qv.fot! (Taffans yta måste naturligtvis läraren på förhand känna; barnen få efter uträkningen sjelfva, genom mätning af längden, pröfva, om de räknat rätt. Dylika exempel roa dem mycket). Ytan af ett salsgolf skall vara 600 qv.f., huru långt måste det då anläggas, om dess bredd skall vara 20,5 fot?

Parallelogrammen.

6. Att, när två sidor och mellanliggande vinkel äro gifna, upprita en parallelogram.

Detta verkställles först med tillhjälp af gradskifva, men sedan Kap. III är genomgånget, enl. 55.

7. Att uppdraga höjden i en parallelogram.

Detta verkställles först med gradskifva, men sedan Kap. III är genomgånget, enl. 54.

8. Att beräkna ytan af en parallelogram.

Att parallelogrammens yta är lika med ytan af en rektangel med lika stor bas och höjd, åskådliggöres derigenom, att man uppritar på parallelogrammens bas en rektangel med samma höjd, som parallelogrammen; derefter visas, att desse båda figurer bestå af ett gemensamt stycke, samt dessutom af hvar sin triangel, hvilka äro lika stora (efter inhemt. af 50 få lärjungarne bevisa, att dessa trianglar äro sammanfallande). Man bör äfven af papp utskära en rektang. och en parallelogram, som hafva samma bas och höjd; man kan då — om dessa fig. hafva passande form, — genom att från en af parallelogr:s trubbiga vinklar, vinkelrätt mot basen, afskära ett stycke, visa, att båda fig. äro sammanfallande.

Ex. Uträkna ytan af denne på golfvet uppritade parallelogr.! Dess omkrets!

9. Att, då ytan och basen eller höjden i en parallelogram äro gifna, genom beräkning finna den andra af dessa sednare storheter.

Detta tillgår som vid 5.

Ex. En åkerteg i form af en parallelogr. hade 32,8 fots höjd och 505 qv.f. yta; huru stor var dess längd?

I sammanhang med parallelogr. inläres, hvad som förstås med alternat-vinklar, äfvensom att dessa vinklar äro lika stora, när linierna äro parallela, och att, om dessa vinklar äro lika, så äro linierna parallela. Härefter läres barnen

10. Att genom en gifven punkt draga en rät linie, parallel med en gifven rät linie.

Den gifna punkten sammanbindes som vanligt med linien, och alternat-vinklarne göras lika stora, förste gången med gradskifvan, men sedan Kap. III är inhemtadt, enl. 55.

Triangeln.

- 11 a). Att upprita en triangel, när två sidor och mellanliggande vinkel äro gifna.
- b). Att upprita en triangel, när två vinklar och mellanliggande sida äro gifna.
- c). Att upprita en triangel, när alla tre sidorna äro gifna.

Samma anm. som vid 6.

Barnen göras uppmärksamma på, under hvad vilkor b och c kunna verkställas, d. v. s. storleken af vinklarnes summa i en triangel, äfvensom storleken af två sid. jemf. med den tredje.

12. Att på en linie upprita en triangel, som har samma form som en annan triangel.

Detta sker sålunda, att de vinklar i den gifna triang., som stå vid den sidan, som svarar mot den gifna linien, flyttas till denna linie, hvarefter triangeln fullbordas. Denna nya triang. kallas *likformig* med den förra.

13. Att uppdraga höjden i en triangel.

Samma anm. som vid 7.

14. Att beräkna ytan af en gifven triangel.

Förfaringssättet inläres derigenom, att man visar, att triang. utgör hälften af den parallelogr., som har samma bas och höjd som triang.; detta sednare kan åskådliggöras sålunda, att man af papp utskär tvenne sammanfallande triangl. och af dem sammansätter en parallelogr.

Regeln för ytans finande kan man sedan lätteligen genom frågor få barnen att sjelfva framställa.

Ex. Uträkna ytan af denna triang.! Huru stor potatis-skörd kan påräknas af en åker, som har form af en rätvinklig triang., då de sidor, som omfatta den räta vinkeln, äro 42,2 och 56,5 f. och 2,1 kub.f. erhålles på hvarje 1,2 kv.st.? Beräkna storleken af sidoytorna på denna 5-kant. pyramid!

15. Att, då ytan och basen eller höjden i en triangel äro gifna, genom beräkning finna den andra af de båda sednare storheterna.

Härvid går man tillväga som i samma fall med rektang. och gör lärjungarne uppmärksamma på, att antingen dividenden eller den funna qvoten skola multipliceras med 2.

Ex. Uppmät höjden i denna triangelformiga pappskifva och beräkna dess bas, då du vet, att dess yta är (Ytan bör naturligtvis läraren förut hafva beräknat).

Oregelbundna figurer och Månghörningar.

16. Att på en gifven linie upprita en rätlinig figur af samma form som en annan rätlinig figur.

Detta sker, då jag har den rätliniga figuren uppritad på papperet eller taflan, sålunda, att figuren indelas i triangl., och dessa flyttas till den linie, på hvilken den nya fig. skall uppritas, enl. 12.

Vill jag återigen afbildas ett fält, såsom en åker, af oregelbunden form, så uppdelar jag det gifna stycket i triangl., nedsätter i trianglarnes spetsar störar och mäter afståndet mellan desse, hvilka afstånd utgöra längden på trianglarnes sidor. På ett papper uppritar jag på fri hand, allt eftersom mätningen framskrider, ungefärliga formen af dessa triangl. och uppskrifver på sidorna de motsvarande längderna.

Sedan uppritar man på papperet en rät linie, som man noggrannt indelar i lika stora delar, så stora nämligen, som man vill, att en fot eller en stång skall synas på ritningen; denna linie kallas *skala*. På denna skala tager jag sedan längden af de uppmätta triangelsidorerna och uppritar nu, enl. 11 c, noggrannt den förut på fri hand tecknade månghörningen, som således är en karta öfver fäl-

tet. Detta mätningssätt tillämpas först på en på golfvet med krita uppritad figur och derefter på gårdsplanen, trädgården, och utsträcker derefter till det närmast rundtomkring skolhuset liggande fältet, hvarvid äfven byggnaderna m. m. utsättas på den lilla kartan.

17. Att beräkna ytan af en gifven månghörning.

Detta tillgår sålunda, att ytan af hvarje särskild triang., hvaraf månghörningen är sammansatt, beräknas, och dessa ytor derefter hopläggas. Skall ytan af ett oregelbundet fält beräknas, så upprättas först, såsom förut är nämnt, en karta deröfver, och höjderna i trianglarne uppmätas med skalan, hvarefter ytan på förutnämnda sätt uträknas.

Ex. Uppmät och beräkna ytan af denne på taflan uppritate månghörning! Beräkna efter den uppritate skalan ytan af det fält, som denna lilla karta föreställer!

Barnen göras uppmärksamma på, att då två sidor i en oregelbunden fyrsiding äro parallela (en sådan fig. kallas parallel trapezium), hafva de båda triangl., i hvilka figuren kan delas, samma höjd, om de parallela sidorna tagas till baser. Att man således vid beräkning af denna yta kan (i stället för att multiplicera hvardera basen med den gemensamma höjden och dividera hvarje produkt med två och sedan hopaddera produkterna), hopaddera de båda parallela sidorna, dividera deras summa med två och multiplicera med höjden.

Ex. Beräkna ytinnehållet af sitsen på denna stol! ytan af sidorna och gaffarne i din faders vagn!

Regelbundna Månghörningar.

18 a). Att upprita en regelbunden (se I Kap. 26 1) c) månghörning i en gifven cirkel så, att dess spetsar stå på cirkelns periferi (detta kallas att inskrifva månghörningen i cirkeln).

Om jag tänker mig månghörningen uppritad, och dess vinklar sammanbundna med cirkelns medelpunkt, så uppkomma der lika många lika stora vinklar (månghörningens medelpunkts-vinklar), som månghörn. har sidor; vinkl. äro tillsammans = 360 grader; jag erhåller således storleken på hvar och en, om jag dividerar månghörn:s sidoantal uti 360. När nu medelpunkts-vinkeln är funnen, är det lätt att medelst gradskifvan upprita månghörn. (När detta utfrågas, tages naturligtvis först en viss månghörn. t. ex. sexhörningen).

I sammanhang härmed visas, huru kvadraten inskrives, och med tillhjälp deraf, åttahörn.; sexhörn. inskrives genom att afsätta radien sex ggr.

Ex. Inskrif i denna cirkel en femhörn.!

b). Att på en gifven rät linie upprita en regelbunden månghörning.

Tänker jag mig såsom förut månghörn. uppritad, och dess vinklar sammanbundne med medelpunkten, så erhålles så många triangl., som månghörn. har sidor; då summan af vinklarna i hvarje triangl. (enl. II. 6.) är = 2 räta, så erhålles antalet af de, i dessa triangl. befintliga räta vinklar, om sidornas antal multipliceras med 2; tager jag nu bort de vinklar, som stå vid medelpunkt., som tillsammans utgöra 4 räta, så återstår summan af månghörn:s vinklar. Denna summa multipliceras med 90, då jag erhåller den uttryckt i grader, och divideras sedan med månghörn:s vinkel-antal, då hörnvinkelns storlek erhålles uttryckt i grader, hvarefter fig. lätt uppritas medelst gradskifvan.

Ex. En snickare skall förfärdiga ett bord i form af en regelbunden sexhörning med sida afgifven storlek; upprita bordskifvan!

*19. Att beräkna ytan af en gifven regelbunden månghörning.

Månghörn:s medelpunkt sökes genom att skära två vid samma sida liggande vinklar midtuti enl.

51 och utdraga skärningslinierna, tills de råkås; den sålunda funna medelpunkten sammanbindes med vinkelspetsarne, då fig. blifver delad i lika stora triangl., till antalet lika med fig:s sidor. Ytan på en af dessa triangl. beräknas och multiplic. med sidornas antal, då månghörn:s yta erhålles.

Ex. Beräkna bottenytan i denne pelare!

Ex. Beräkna bottenytan i denna pelare!

Ex. Beräkna bottenytan i denna pelare!

Ex. Beräkna bottenytan i denna pelare!

Cirkeln.

20. Att upprita en cirkel, då dess diameter är gifven.

Diameters medelpunkt sökes först genom försök med passaren och, sedan Kap. III är genomgånet, enl. 52.

Huru det vidare tillgår att upprita en cirkel, då dess radie och medelpunkt äro gifna, är inlärdt af de föregående problemerna.

*21. Att finna medelpunkten till en uppritad cirkel eller ett cirkelsegment.

Drag i cirkeln eller segmentet tvenne kordor, som ej äro parallela; skär dessa midt itu enl. 52 och utdrag de vinkelräta skärningslinierna, till dess de råkås, då erhålles medelpunkten.

Ex. Sök medelpunkten till denna båge, (segment)!

22. Att beräkna cirkelns omkrets, då dess diameter eller radie är gifven.

För att åskådliggöra detta, skaffar man sig en cirkelrund trissa af trä med 7 tum diameter och ett mätband, hvarpå tummen äro noggrannt indelade i linier; ett sådant kan man äfven göra af papper.

Läroprof. Uppmät diametern på denna trissa! Uppmät dess omkrets! Huru får jag veta, huru många ggr. omkr. är större än diam.? Efterse då detta!

Huru många ggr. större var således omkr. än diam.? I alla cirklar är omkr. $3,14$ ggr. större än diam.! Huru erhåller jag således omkr., då diam. är gifven?

Huru man härefter lär dem att söka omkr., då, i st. f. diam., radien är gifven, är lätt att inse.

Ex. Beräkna omkr. af denna vals! Uppmät nu densamma för att se, om beräkningen slår in! Om radien i din faders vagnshjul är 1,3 fot, huru långt jernstycke åtgår till dess beskoning?

23. Att, då cirkelns omkrets är gifven, beräkna dess diameter eller radie.

Läroprof. Huru många ggr. större är omkr. än diam.? Huru många ggr. mindre är således diam. än omkr.? Huru erhålles således diam., när omkr. är gifven?

Ang. radien samma anmärkning som vid föreg. problem.

Mät omkr. på denna kägla och beräkna derefter hennes diam.! Bandet, som skulle användas till en tunna, var 11 fot långt; hur stor var tunnans radie, då 0,75 fot vid hvardera ändan af bandet åtgick för dess ihopflätning?

Ex. Till detta och föregående problem kan man ur dagliga lifvet lätteligen erhålla en stor mängd exempel; man bör bland annat låta eleverna uträkna equators längd, då de känna jordens diam.; jordbanans omkrets, då afståndet från solen är känt o. s. v.; vid dessa räkningar, der de ingående faktorerna äro stora, använder man i st. f. $3,14$ det noggrannare talet $3,1416$.

24 a. Att beräkna cirkelns yta, då dess radie eller diameter är gifven.

Läroprof. Cirkelns omkr. delas i mycket små bågar, och delningspunkterna sammanbindas med medelpunkten.

Hvad form kan jag anse dessa sektorer hafva, om bågarne äro så små, att jag kan anse dem räta? Huru erhåller jag ytan af en triang.? Hvad är höjden i dessa triang.? Huru erhålles således ytan af dessa triang.?

Om jag sammanlägger alla dessa triang., hvilken figur får jag då? Kan jag erhålla summan af alla triang. på något annat sätt, än genom att beräkna ytan af hvar triang. särskildt och sedan sammanlägga dessa ytor? (jag kan sammanlägga alla baserna och multiplicera dem med den gemensamma höjden och sedan dividera produkten med två). Om jag således lägger tillsammans alla baserna, hvilken linie i cirkeln finner jag då? Denna cirkels radie är 4 tum, huru stor är då dess omkrets, eller summan af triang. baser? (detta tecknas $2 \cdot 4 \cdot 3,14$). Detta är således triang:s bas;

huru stor är deras höjd? Huru fås då ytan? Detta tecknas sålunda: $X = \frac{2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 4}{2}$. Här skola vi således både multiplicera och dividera med 2; huru kunna vi då göra med tvåan? (vi utstryka den på båda ställen). Det tecknade får då detta utseende, om vi ställa fyrorna bredvid hvarandra

$X = 4 \times 4 \times 3,14$. Hvad är det för en linie i cirkeln, som är 4 tum lång? Hvarmed skall radien således multipliceras? Hvad kallas den produkt, som erhålles, då ett tal multipliceras med sig sjelft? Hvarmed skall radiens kvadrat multipliceras? Huru erhåller jag således i allmänhet ytan af en cirkel?

Om diam. är känd i st. f. radien, se anm. vid föreg. probl.

Ex. Huru stor yta har denna trissa? Ett blomsterland har 8,3 f. genomsärning; huru stor yta således? Huru stor yta har storcirkeln på detta klot?

b). Att beräkna cirkelns yta, då dess omkrets är gifven.

Radien beräknas först enl. 23 och, sedan den är funnen, ytan enl. föreg. probl. Genom att först teckna räkningen, kan förkortning ske, men räkningen blir då, åtminstone vid första genomgåendet, för vidlyftig.

Ex. Mät omkretsen af detta ämbar och beräkna dess bottenyta!

25. Att beräkna ytan af en cirkelring (d. v. s. den ring, som inneslutes af tvenne cirkelperiferier, af hvilka den ena ligger inom den andra).

Man kan lätt åskådliggöra, att man måste beräkna den större cirkelns yta och derifrån draga den mindres.

Ex. Den yttre diam. af en cirkelrund ridbana var 40 f. och den inre 25 f.; huru stor yta upptog banan?

26 a). Att beräkna ytan af en cirkelsektor, då bågen och radien äro gifna.

Cirkelsektorn betraktas som en triang. med bågen till bas och radien till höjd, och dess yta beräknas på samma sätt som triangelns.

Ex. Beräkna ytan af denna cirkelsektor!

b). Då i st. f. bågens längd dess gradtal är gifvet, uträknas hela cirkelns yta; denna divideras med 360, då ytan af en sektor med en grads vinkel erhålles; detta tal mult. sedan med det gifna gradtalet, då sektorns yta erhålles.

Ex. Om jag ur denna cirkel utskär en sektor, hvars båge är 16 grader, huru stor yta har han?

27. Att beräkna ytan af ett cirkelsegment.

Det kan lätteligen visas, att segmentets yta erhålles, om från den motsvarande sektorns yta subtraheras den motsvarande triang:s.

Ex. Beräkna ytan af en hvalfbåge af denna storlek! Dylika uträkningar förekomma, då man skall beräkna rymden af rum, hvilkas tak hafva formen af tunnhvalf, såsom kyrkor, källare o. s. v.

Ovalen (ellipsen).

28. Att upprita en sådan oval, som kallas ellips, då dess längd AB och bredd CD äro gifna.

Skär längden AB mitti och utdrag från skärningspunkten den vinkelräta skärningslinien åt båda sidor och afsätt på henne, å ömse sidor om O, stycken O G och O H, som hvardera äro = halfva längden af C D, så att hela G H blifver = C D. Tag sedan halfva längden d. v. s. A O eller O B till radie och upprita med G eller H till medelpunkt en cirkelbåge, som skär A B på två ställen E och F; dessa skärningspunkter kallas ellipsens *brännpunkter*. I dessa punkter fästes ett snöre lika långt som fig:s längd A B; detta snöre spännes med ett kritstycke, penna e. d. som jag förer omkring, på samma gång jag dermed spänner snöret; spåret, som erhålles, är ovalens eller ellipsens omkrets. (I förbigående anmärkes, att planeterna röra sig i elliptiska banor, i hvars ena brännpunkt solen befinner sig).

Ex. En snickare skall göra ett förmaksbord 4 fot långt och $2\frac{1}{2}$ fot bredt; upprita bordskifvan på golvet (eller taflan)!

29. Att beräkna ytan af en ellips.

Ellipsen kan anses såsom en hoptryckt cirkel med två diametrar: längden och bredden och således två radier, nemligen halfva längden och halfva bredden. För att erhålla ytan multiplicerar man dessa radier med hvarandra, d. v. s. halfva längden med halfva bredden och derefter produkten med $3,14$.

Ex. Beräkna ytan af den ellips, som har så stor bredd och så stor längd! Beräkna bottens yta i denna balja! (Man kan utan märkbart fel anse ovala bord, kärlbottnar och dylika ytor för ellipser).

Valsen (cylindern).

30. Att beräkna valsens bugtiga yta.

Denna yta utbredes på ett plan såsom vid I Kap. 9, 2) b.; barnen göras uppmärksamma på, hvad som är bas och höjd i denna rektangel; basen beräknas enl. 22 och multipl. med höjden, då ytan erhålles.

Ex. Beräkna bugtiga ytan af denne cylinder! Den bugtiga ytan af en så skall utantill grönmålas. efter 6 öre qv.f.; hvad kostar målningen, då såns diam. är 5 fot och höjden $4\frac{1}{3}$ f.?

Käglan (konen).

31. Att beräkna käglans bugtiga yta.

Den bugtiga ytan utbredes på ett plan, såsom vid I Kap. 15, 2) b.; barnen göras uppmärksamma på, hvad som är bas och höjd i denna sektor, hvar efter basen beräknas enl. 22 och sektorns yta enl. 26 a).

Ex. Uträkna den bugtiga ytan på denna kägla!

Klotet.

32. Att beräkna ytan af ett klot.

Här får man omtala, att klotets yta är 4 ggr större än storcirkelns; storcirkelns yta beräknas enl. 24 a eller b och multipliceras derefter med 4, då klotets yta erhålles.

Ex. Beräkna ytan af detta klot! (För att finna klotets diameter, lägger man det mellan tvenne plana ytor, t. ex. bordets och ytan af en bok, hvarefter man mäter afståndet mellan dessa ytor).

Huru stor är jordens yta, om dess diam. är 1200 mil? Till ett kyrktorn skall af kopparplåt förfärdigas en kula med 2,5 f. radie; huru stor plåt-yta åtgår dertill?

§ 2.

Problemer angående Rymderna.

Kuben.

33. Att beräkna rymden af en kub.

För att åskådliggöra, huru detta tillgår, begagnar man en kub, hvars sida (kantlinie) jemt kan uppmätas i tum. Vi antaga, att vi hafva en sådan kub, hvars sida är 10 tum. Man låter ett af barnen uppmäta kubens höjd och utsätta delningspunkterna; genom dessa dragas linier, parallela med basen; tänker man sig nu kubens efter dessa delningslinier sågad i skifvor, så erhåller man 10 sådana, hvardera 1 tum tjock; skifvornas antal upptecknas på taflan. Derefter uppmättes skifvans ena kant, och delningspunkterna utsättas derpå och genom dem dragas linier, vinkelräta mot kanten; tänker man sig nu skifvan efter dessa delningslinier sågad i prismor, blifver den delad i 10 sådana, hvardera 1 tum hög och 1 tum bred. Då kubens innehöll 10

skifvor, och hvarje skifva 10 prismor, blifver i hela fig. 10×10 prismor. Uppmäter man nu prismans kant och tänker sig den afsågad i delningspunkterna, vinkelrätt mot kantlinien, så får man af hvardera prisman 10 kuber, hvardera med en sida af 1 tum; då prismornas antal var 10×10 och i hvarje prisma 10 kuber, så blifver de sednares antal $10 \times 10 \times 10$.

Man skall nu visa barnen, hvarföre på en kub-fot gå 1000 kub.t., då $1 \text{ f.} = 10 \text{ tum}$.

Ex. En lär i form af en kub har en så lång kant (kantens längd utsättes på taflan eller golfvet); beräkna dess rymd! Vore kanten t. ex. $5,4 \text{ f.}$, tecknades detta sålunda $5,4 \times 5,4 \times 5,4 = \times$. Nu inläres, att $5,4 \times 5,4 \times 5,4$ läses "5,4 upphöjdt till kub", och att detta uttryck således betyder, att ett tal skall multipliceras 3 ggr. med sig sjelft, samt att detta äfven kan tecknas $5,4^3$; med kubikroten återigen förstår man det med sig sjelft 3 ggr. multiplicerade talet, således här $5,4$.

Parallelipipeden.

34. Att beräkna rymden af en rät parallelipiped (rät parallelip. är den, som begränsas af rektanglar; hit hör räta fyrkantiga pelaren).

Huru detta tillgår, åskådliggöres som i föreg. probl.

Ex. Beräkna rymden af denna låda, detta rum! Ut-räkna hemma rymden af en af din fars sädeslärar, af någon upphuggen timmerstock; huru många tegelstenar af vanlig storlek gå i en så och så stor mur! o. s. v. Här kan man med lätthet finna otaliga exempel.

35. Att, då rymden och två af de tre storheterna: längd, bredd och höjd äro gifna, genom beräkning finna den tredje.

Då rymden enl. det föreg. kan anses som produkten af basen (basytan) och höjden, eller af en af sidoytorna och bredden, eller af den andra si-

doytan och längden, så härledes förfaringssättet i detta fall på samma sätt som vid 5.

Ex. Denna låda rymmer så och så många k.f.; uppmät längden och bredden och beräkna höjden! En låda göres så stor, att den med en höjd af 4,5 f. och en längd af 8 f. rymmer 216 k.f., huru bred skall den vara? o. s. v.

Rymden af en sned parallelipiped är = rymden af en rät, som har samma bas och höjd (jmf. 8).

Pelarne (prismorna).

36. Att beräkna rymden af de räta pelarne (räta pelare äro de, hvilkas grundyt-axel är vinkelrät mot basen).

Den fyrkantiga pelarens rymd är redan funnen.

Hafva de tre-, fem- o. s. v. kantiga pelarnes bas lika stor yta, som den fyrkantiga pel., så måste 1 tum tjock skifva af den ena hafva samma rymd, som 1 tum tjock skifva af den andra och således, om höjderna äro lika (d. v. s. skifvornas antal lika stort i båda figurerna), så måste äfven deras rymder vara lika. En tre-, fem- o. s. v. kantig pelare är således lika i rymd med en fyrkantig, som har samma bas och höjd. Rymden af en tre-, fem- o. s. v. kantig pelare finnes således på samma sätt, som rymden af den fyrkantiga, d. v. s. genom att uträkna dess yta, samt multiplicera den med höjden.

Ex. Beräkna rymden af denne sexkantige pelare! För att lära barnen beräkna rymden af ett hus, t. ex. en lada, lägger man den trekantiga pelaren på den fyrkantiga, så att dessa fig. tillsammans erhålla form af en dylik byggnad.

37. Att, då rymden, jemte basytan och höjden äro gifna, genom beräkning finna andra af dessa sednare storheter.

Detta utföres som vid 35.

Ez. Huru djupt bör ett åttkantigt vattenkar göras, för att rymma 17 k.f. 9 k.r., då basens yta är 22,4 qv.f.?

Rymden af en sned pelare är = rymden af en rät, som har samma bas och höjd.

Valsen (cylindern).

38. Att beräkna rymden af en rät vals (rät vals är den, hvars grundyt-axel är vinkelrät mot basen).

Valsen kan anses som en pelare med ett mycket stort antal sidoytor, hvarföre hans rymd beräknas som pelarens. Man gör barnen uppmärksamma på, att valsens bas ej alltid har form utaf en cirkel, utan stundom af en oval, såsom i åtskilliga kar.

Ex. Beräkna rymden af detta ämbar! Huru högt borde det vara för att rymma 5 kannor mera, än det nu gör? Beräkna rymden af en af de kopparkittlar, J hafven derhemma! af en balja med oval bas! af en vält! af trädstammen (denne måste naturligtvis vara jemntjock) derute, från marken till så och så många fots höjd ofvan densamma!

På samma sätt som pelarnes och valsens rynder beräknas, beräknas äfven rymden af alla kroppar, der grundytorna äro sammanfallande och jemnlöpande och sidoytan eller sidoytorna räta i en riktning.

Ex. Gafveln i en källare har denna form (en rektangel med ett cirkelsegment ofvan), och källaren är så lång; uppmät och beräkna källarens rymd, efter denna skala!

39. Att, då rymden, jemte basen eller höjden i en valsformig kropp är gifven, genom beräkning finna den andra af dessa sednare storheter.

Detta tillgår som vid 35.

Ex. Ett cylinderformigt malkärl skall göras och hafva en sålunda formad och så stor bas (en ellips upp-ritas); huru högt skall kärlet vara för att rymma 1 kub.f.?

Rymden af en sned cylinder är — rymden af en rät, som har lika stor bas och höjd.

Spetspelarne (pyramiderna).

40. Att beräkna rymden af räta spetspelarne (räta spetspelarne äro de, hvilkas spetsytaxel är vinkelrät mot basen).

Man får säga barnen, att ur en pelare, som har samma bas som spetspelaren, kan man erhålla, genom pelarens sönderdelning, tre lika stora spetspelare; hvarefter barnen lätt fatta, huru spetspelarnes rymd beräknas. För att åskådliggöra, huru en fyrkantig pelare kan på ofvannämnda sätt delas, låter man förfärdiga tre fullkomligt lika spetspelare med kvadratisk bas; två af dessa itusågas från spetsen så, att deras bas blifver delad i två rektanglar. Af dessa fyra halvvor och den hela spetspelaren kan nu en fyrkantig pelare bildas.

Ex. Beräkna rymden af denne spetspelare! En sådes-hög upplägges på en kvadratformig bottenyta med 9 fots sida, ungefär i form af en pyramid, med 4 fots höjd; huru många tunnor innehöll högen?

41. Att, då rymden, jemte basen eller höjden är gifven i en spetspelare, genom beräkning finna den andra af dessa sednare storheter.

Detta tillgår som vid 35 och man gör barnen uppmärksamma på, att dividenden, eller den funna kvoten, skall multipliceras med 3.

Ex. En sten i pyramidform innehöll 35 k.f., och basen var en kvadrat med 5 fots sida; huru hög var pyramiden?

Rymden af en sned pyramid är = rymden af en rät, som har lika stor bas och höjd.

Käglan (konen).

42. Att beräkna rymden af en rät kägla (rät kägla, se vilkoret vid 40).

Då käglan kan anses som en spetspelare med ett mycket stort antal sidor, så beräknas käglands rymd

på samma sätt som spetspelarens. Kägla bas har stundom form af en oval eller ellips; detta är nästan alltid fallet med den sneda kägla; rymden beräknas i detta fall liksom nu (jmf. 38).

Ex. Beräkna rymden af denna tratt!

43. Att, då rymden, jemte basen eller höjden är gifven i en kägla, genom beräkning finna den andra af dessa sednare storheter.

Detta tillgår som vid 35.

Ex. En bleckslagare vill göra ett kanumått i form af en kägla, huru stor höjd skall denna hafva, då basen skall vara en cirkel med 2,5 t. radie?

Rymden af en sned kägla är lika med rymden af en rät, med lika bas och höjd.

Afstympade spetspelarne, kägla och vigg (vigg = kil).

- 44 Att beräkna rymden af den afstympade spetspelaren, kägla och vigg.

De kroppar, hvilkas grundtytor äro parallela och af samma form, men olika storlek, äro antingen spetspelare, kägla eller vigg, hvilkas öfre del blifvit bortskuren. För att med noggrannhet erhålla dessa kroppars rymder, skulle man beräkna rymden af hela kroppen, och sedan af den bortskurna delen, och draga denna sednare rymd från hela kroppens rymd. Men då beräkningen af höjden på denna ståndpunkt blefve barnen för svårfattlig, så får man närmevis beräkna rymden, genom att tänka sig en pelare eller vals, hvars bas till storleken ligger midtemellan kroppens grundtytor; en sådan storhet kallas det aritmetiska mediet mellan de båda andra. Denna yta multiplicerar jag med kroppens höjd. Ju mindre gradytorna skilja sig till storleken, ju mindre felaktigt blifver resultatet. Man hoplägger således de båda grundytornas storlek,

del dividerar summan med 2 och multiplicerar qvoten med höjden.

Ex. Hvad är rymden af trumman öfver ett par qvarnstenar, der grundytorna äro kvadrater med så stora sidor och höjden så stor? (höjdens och sidornas storlek tecknas på taflan med linier, som sedan uppmätas). Huru mycket trä innehåller en rund timmerstock, som i storändan är 10 fot och i lilländan 8,5 fot i omkrets och har 25 fots längd? Mät rymden af kärran på gården! Rymden af en kolryss! o. s. v.

De regelbundna mångplaningarne.

45. Att beräkna rymden af en regelbunden mångplaning.

Fyrplaningen: se trekantiga spetspelaren; sexplaningen: se kuben. För att beräkna rymden af de öfrige, tänker man sig dem delade i så många lika stora spetspelare, som de hafva ytor; spetsarne för dessa kroppar ligga i mångplaningens medelpunkt. Man beräknar således rymden af en af dessa spetspelare och multiplicerar denna rymd med ytornas antal. För öfrigt torde beräkningen af dessa kroppar mera sällan förekomma i praktiken.

Ex. Beräkna rymden af denne mångplaning!

Klotet (sferen).

46. Att beräkna rymden af ett klot.

Klotet kan anses sammansatt af en stor mängd pyramider, hvilkas spetsar stå vid klotets medelpunkt, och hvilkas baser stå i klotets yta; om jag nu uträknade rymden på hvar och en af desse pyramider, och sedan sammanlade dessa rymder, så skulle jag erhålla klotets rymd. Men efter alla dessa pyramider hafva samma höjd, så kan jag sammanlägga alla deras baser och sedan multipl. med deras gemensamma höjd. Pyramidernas gemensamma baser äro, om klotets radie antages vara t. ex. 5

t. = 4.5.5.3,14; pyramidernas gemensamma höjd är klotets radie, d. v. s. 5; deras sammanlagda rymd, ell. klotets

rymd, blifver således (enl. 40) $X = \frac{4 \times 5 \times 5 \times 3,14 \times 5}{3}$

eller $\frac{4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 3,14}{3}$, hvilket äfven kan tecknas

$\frac{4 \times 5^3 \times 3,14}{3}$, hvaraf regeln för beräkningen finnes.

Ex. Huru mycket jern åtgår till en kanonkula, hvars radie är så lång?

De oregelbundna kropparne.

47. Att beräkna rymden af de oregelbundna kropparne.

För att beräkna en oregelbunden kropps rymd, indelar jag kroppen, om möjligt är, i flera kroppar med regelbundnare form, uträknar och sammanlägger dessa kroppars rymder. Detta förfaringssätt kan dock ej ofta användas. — Om kroppen är mindre och kan, utan att skadas, nedsänkas i vatten, så erhåller jag dess rymd, om jag nedsänker den i ett kärl af regelbunden form och ser efter, huru högt vattnet genom nedsänkandet stiger. Äfven kan dess rymd bestämmas genom vägning, och huru detta tillgår, visas, då i Naturläran egentliga vigten genomgås. — Genom att omkring kroppen uppföra en brädställning i form af en pelare e. d. och först beräkna denna pelares rymd, samt sedan fylla rummet emellan bräderna och kroppen med sand, samt beräkna sandens rymd och afdraga den från pelarens, erhålles äfven rymden af den oregelbundna kroppen. — Vid jordschaktningar har vanligen den urschaktade gropen en regelbunden form, men skulle ej så vara, t. ex. då botten består af berg, så kan jag beräkna det urschaktade genom att uppmäta, helst före arbetets början, ytan af den plats, hvarifrån jorden skall bortföras, samt, sedan arbetet

är gjordt, på flera ställen, på lika afstånd från
hvertandra, djupet. Af dessa olika djup tages ett
medeltal, som sedan multipliceras med ytan.

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

Ex. Beräkna rymden af denna sten genom att sänka
den i vatten! Lägga detta trästycke i denna låda och
bestäm styckets rymd genom att sedan fylla lådan
med sand! Ett jordstycke af denna form är upp-
schaktadt, och de särskilda djupen äro så stora;
beräkna den bortförda jordens rymd!

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

QVA

III. KAP.

48. Om två sidor AB och BC i en triangel ABC äro lika stora med hvar sin af två sidor DE och EF i en annan triangel DEF, och mellanliggande vinkeln ABC i den ena är lika stor med mellanliggande vinkeln DEF i den andra, så äro de båda trianglarne sammanfallande.

Här äro två trianglar ABC och DEF gifna;

man vet, att två sidor AB och BC i den ena = hvar sin af två sidor DE och EF i den andra, och att mellanliggande vinkeln ABC i den ena = mellanliggande vinkeln DEF i den andra;

då skall på grund deraf bevisas, att de båda trianglarne ABC och DEF äro sammanfallande.

Ty om jag tänker mig triangeln ABC lagd på DEF, så att vinkelspetsen B faller på E och linien AB utefter DE, så måste punkten A falla på D, emedan $AB = DE$; BC måste falla på EF, emedan vinkeln ABC är $= DEF$, och punkten C på F, emedan $BC = EF$; när nu A föll på D och C på F, så måste linien AC sammanfalla med DF, emedan båda äro räta, således sammanfalla trianglarne alldeles.

Läroprof. Hvad är gifvet i denna sats? Hvad veta vi om dessa trianglar? Hvad skall bevisas om dem? Om jag tänker mig triang. ABC lagd på DEF, så att vinkeln B faller på E och lin. BA utefter ED, hvar faller då punkt. A? Hvarföre faller ej punkten A på något annat ställe på ED såsom der? Hvar faller nu BC? Hvarföre faller BC ej mellan ED och EF eller på andra sidan om EF? Hvar faller punkten C? Hvarföre? När nu punkten A föll på punkten D och punkten C på F, hvar faller då AC? Hvarföre ej sålunda? (i en båge, under eller öfver) Hvad hafva vi sålunda bevisat om dessa trianglar?

49. I en likbent triangel ABC äro vinklarna vid basen, BAC och BCA, lika stora.

Här är en triangel ABC gifven;

man vet, att den är likbent, d. v. s. att $AB = BC$;

då skall på grund deraf bevisas, att vinklarna vid basen BAC och BCA äro lika stora.

Af alla linier, som kunna dragas från triangelns spets B, måste det finnas en, som skär vinkeln B midt-itu; låt det vara linien BD; jag har då två trianglar, ABD och CBD, i hvilka två sidor AB och BD i den ena = med hvar sin af två sidor BC och BD i den andra; mellanliggande vinkeln ABD i den ena är ock = mellanliggande vinkeln CBD i den andra; då äro trianglarna (enl. 48) sammanfallande och således $BAC = BCA$.

50. Om alla tre sidorna AB, BC och CA i en triangel ABC äro lika med hvar sin af sidorna DE, EF och FD i en annan triangel DEF, så äro de båda trianglarna sammanfallande.

Här äro två trianglar ABC och DEF gifna;

jag vet, att alla sidorna AB, BC och CA i den ena = hvar sin af sidorna DE, EF och FD i den andra;

då skall på grund deraf bevisas, att trianglarna äro sammanfallande.

Ty om jag tänker mig triangeln DEF lagd på ABC, så att begynnelsen D af den största sidan DF faller på begynnelsen A af den med henne = sidan AB och vidare riktningen af dessa båda linier sammanfaller, så måste slutpunkterna

öfver denna linje är
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

F och C sammanfalla, emedan linierna äro lika långa. Vidare låter jag triangeln DEF falla under ABC, så att punkten E blifver densamma som G, och sammanbinder G med B. Då blifver triangeln DEF densamma som ACG.

Emedan då $AB = AG$, så är vinkeln $ABG = AGB$ (enl. 49), och efter $CB = CG$, så är vinkeln $CBG = CGB$; sammanläggas då vinklarna ABG och GBC , så blifver deras summa $ABC =$ summan AGC af vinklarna AGB och CGB . Här har jag således två trianglar, der två sidor AB och BC och mellanliggande vinkel ABC i den ena = två sidor AG och GC och mellanliggande vinkel AGC i den andra; de båda trianglarna äro således sammanfallande (enl. 48). Men AGC är den samma som DEF , således är DEF sammanfallande med ABC .

51. Att skära en gifven rätlinig vinkel BAC mittitu.

Här är en rätlinig vinkel BAC gifven; jag skall skära densamma mittitu.

Jag tager A till medelpunkt och uppritar en cirkelbåge, som skär AB och AC; skärningspunkterna kallar jag D och E; dessa punkter tager jag till medelpunkter och uppritar med samma radie tvenne cirkelbågar som skära hvarandra i en punkt, som jag kallar F; denne punkt sammanbindes med A och för bevisets skull med D och E.

I de båda trianglarne ADF och AEF är $AD = AE$, emedan de äro radier i samma cirkel. $DF = EF$, emedan de äro radier i lika stora cirklar, och AF är gemensam sida i trianglarne, hvarföre dessa äro sammanfallande (enl. 50) och således vinkeln $DAF = EAF$, hvadan vinkeln DAE är skuren mittitu.

52. Att skära en gifven begränsad rät linie AB mittitu.

Här är en begränsad rät linie AB gifven; jag skall skära densamma mittitu.

Jag tager A och B till medelpunkter och uppritar två cirkelbågar, som skära hvarandra; skärningspunkten C sammanbindes med A och B; den uppkomna vinkeln ACB skäres mittitu (enl. 51) genom linien CE.

I de båda trianglarne AEC och BEC är $AC = BC$, emedan de äro radier i lika stora cirklar; linien CE är gemensam i båda trianglarne och vinkeln ACE är gjord $= ECB$, (emedan ACB är skuren mittitu). Derrföre blifva nu de två trianglarne sammanfallande och AE = EB, hvadan AB är skuren mittitu.

53. Att från en gifven punkt C på en rät linie AB draga en mot henne vinkelrät linie.

Här äro en linie AB och en punkt C på henne gifna; jag skall från den gifna punkten C draga en vinkelrät linie mot AB.

Ligger den gifna punkten på linjens ändpunkt, så utdrages hon. Jag tager den gifna punkten till medel-

punkt och uppritar å ömse sidor derom en cirkelbåge, som skär AB; skärningspunkterna, som jag kallar D och E, tager jag till nya medelpunkter och uppritar bågar, som skära hvarandra; bågarne skärningspunkt F sammanbindes med D och E, och den uppkomna vinkeln DFE skäres midtitu genom linien FH (51).

I de två trianglarne FDC och FEC är sidan $CD = CE$, emedan de äro radier i samma cirkel; DF är lika stor med EF, emedan de äro radier i lika stora cirklar, och FC är gemensam i båda trianglarne, hvadan således dessa äro sammanfallande (50), och vinkeln $FCD = FCE$, och hvardera af dem således en rät vinkel.

54. Att från en punkt C, utom en obegränsad rät linie AB, draga en mot henne vinkelrät linie.

Här äro en obegränsad linie AB och en punkt C utom densamma gifna;

jag skall från den gifna punkten C draga en vinkelrät linie mot AB.

Jag tager den gifna punkten C till medelpunkt och uppritar en cirkelbåge, som skär AB — utdragen, om så behöfves — i två punkter, som jag kallar D och E; dessa punkter sammanbindas med C, och vinkeln DCE skäres midtitu med linien CF.

I de båda trianglarne CDG och CEG är sidan $CD = CE$, emedan de äro radier i samma cirkel; CG är gemensam för båda trianglarne, och vinkeln $DCG = GCE$, hvadan de båda

trianglarne äro sammanfallande (48),
och vinkeln $CGD = CGE$, och hvar-
dera af dem således en rät vinkel.

55. Att i en punkt A, vid en gifven rät linie AB,
sätta en vinkel, som är lika stor med en gif-
ven rätlinig vinkel DCE.

Här äro en linie AB, en punkt på henne A och en
rätlinig vinkel DCE gifvna;

jag skall i den gifna punkten A, mot linien AB,
sätta en vinkel lika stor med DCE.

Jag tager C till medelpunkt och
uppritar en cirkelbåge, som skär CD
och CE; skärningspunkterna F och
G sammanbindas med en linie FG;
med samma radie som förut och A
till medelpunkt uppritar jag en cir-
kelbåge HL; sedan tager jag en
cirkelöppning så stor som FG och
uppritar med denna till radie och
H till medelpunkt en cirkelbåge;
skärningspunkten K mellan den sed-
nare bågen och KL sammanbindes
med A och H.

I de två trianglarne AKH och
CFG äro alla sidorna i den ena lika
med hvar sin sida i den andra tri-
angeln, ty CF, CG och AK, AH äro
radier i lika stora cirklar, liksom FG
och HK; trianglarne äro således (50)
sammanfallande, hvadan vinkeln FCG
 $= KAK$.

Rättelser.

Sid. 9 rad. 3 nedifrån står: rums-gränsytor; läs rums gränsytor.
,, ,, ,, 5 ,, ,, gränsytorna; läs gränsytorna.
,, 15 ,, 2 ,, ,, korda — sträng; läs korda = sträng.