FRITS WIGFORSS

STUDIEPLAN I MATEMATIK

För fjärde, femte och sjätte skolaren vid pedagogisk försöksverksamhet i överensstämmelse med beslut av 1950 års riksdag

STOCKHOLM
AB MAGN. BERGVALLS FÖRLAG

Studieplanerna i denna serie har utarbetats på uppdrag av kursplanedelegationen inom 1946 års skolkommission.

Författarna till studieplanerna har icke varit bundna av andra föreskrifter än de huvudmoment för försöksverksamheten, vilka på förslag av skolkommissionen och dess kursplanedelegation fastställts av skolöverstyrelsen. Ehuru kursplanedelegationen underkastat studieplanerna viss granskning, är respektive författare helt avsvariga för planernas utformning och innehåll.

Stockholm 1952
AB Gustaf Lindströms Boktryckeri

FÖRORD

I utarbetandet av denna studieplan har Anna Maria Roman mycket verksamt tagit del. Hennes död förra året satte en gräns för vårt samarbete. En första version av studieplanen hann hon granska, men den har sedan ytterligare bearbetats på ett sätt, som gör att jag anser mig böra ensam ta ansvaret för dess innehåll. Jag är dock övertygad om att Roman inte skulle haft några väsentliga anmärkningar mot studieplanen i dess nya form.

Till rektor Hjalmar Nilsson, som granskat manuskriptet, ber jag få framföra min stora tacksamhet. Han har på många punkter lättat upp mina ofta något tunga formuleringar och har särskilt i fråga om geometrikursens innehåll givit betydelsefulla anvisningar.

Kalmar i april 1952.

Frits Wigforss

INNEHÅLL

Matematikundervisningens mål i enhetsskolan

Undervisningen i matematik har till uppgift att ge kunskap och färdighet i räkning samt någon förtrogenhet med algebrans och geometrins elementära begrepp och metoder. Eleverna bör förvärva säkerhet och snabbhet i såväl huvudräkning som skriftlig räkning. De bör göras förtrogna med allmänt brukliga matematiska uttryck, och deras natur- och samhällsorientering bör vidgas genom räkneproblemens sakliga innehåll. Ämnets logiska bildningsvärde bör tillvaratagas både inom aritmetiken, algebran och geometrin. Genom undervisningen i geometri bör förmågan av rumsföreställning uppövas och den geometriska fantasin utvecklas. Elevernas personlighetsfostran bör befrämjas därigenom, att de får erfara vikten av samvetsgrant och mycket noggrant arbete samt nödvändigheten av tanke- och viljeansträngning, för att förelagda uppgifter skall kunna lösas.

Huvudmoment i matematikkursen på låg- och mellanstadiet

A-skolor. Lågstadiet (klasserna 1—3)

Uppfattning och beteckning av talen inom talområdet 1—10 000.

Räknesättet addition. Skriftlig addition av högst 3-siffriga tal med i allmänhet ej mer än 6 termer. Inlärande av additionstabellen.

Räknesättet subtraktion. Skriftlig subtraktion av högst 3-siffriga tal. Inlärande av subtraktionstabellen.

Räknesättet multiplikation. Multiplikationsuppgifter med multiplikatorer inom talområdet 1—10, uträknade med additionsuppställning. Övning av multiplikationstabellen till 10 × 10 men utan krav på full färdighet.

Räknesättet division. Innehålls- och delningsdivisioner, uträknade med stöd av multiplikationstabellen, samt innehållsdivisioner med kvoten ej mer än 6, uträknade med subtraktionsuppställning.

Särskilda huvudräkningsövningar.

Övning att lösa enkla problem med ett räknesätt.

Allmänt brukliga längd-, vikt-, rymd- och tidsmått samt myntenheter och stycketalssorter. Enkla sortförvandlingar mellan två sorter.

A-skolor. Mellanstadiet (klasserna 4—6)

A r i t m e t i k.

Talsystemet till milliarder.

De fyra räknesätten i hela tal och decimalbråk. Inlärande av multiplikationstabellen.

Allmänna bråk: uppfattning och beteckning, förlängning och förkortning, förvandling till decimalbråk, addition och subtraktion av de vanligast förekommande bråken, multiplikation med heltalsmultiplikator och motsvarande division med heltalsdivisor.

Procentbegreppet med enkla tillämpningar.

Särskilda huvudräkningsövningar.

Ekvationer av enklaste slag.

Uppgifter med olika räknetecken och parenteser.

Uppritning och tolkning av enkla diagram.

P r a k t i s k g e o m e t r i.

Några viktiga geometriska grundbegrepp.

Längd-, yt- och rymdmåtten. Beräkning av rektangel- och triangelytor samt av räta pelares rymd.

Vinklar och vinkelmätning. Vinkelsumman i en triangel. Några egenskaper hos cirkeln.

Något om olika slag av trianglar, fyr- och månghörningar.

Något om kongruens, likformighet och symmetri.

Enkla konstruktioner med passare och linjal. Mätningsövningar.

T i l l ä m p n i n g s p r o b l e m a v s k i l d a s l a g.

Praktiska problem i vardagslivet med särskilt beaktande av barnens intressen samt problem i anslutning till undervisningen i andra ämnen.

Problem för inövande av enkla matematiska tankegångar.

t. ex. reguladetriuppgifter, beräkning av brakdel av ett tal, enkla medelvärdesproblem.

Överslagsberäkningar.

Vanliga sortförvandlingar och i samband därmed översikt av mått- och viktsystem.

B-skolor. Första och andra klassen

Uppfattning och beteckning av talen inom talområdet 1—1 000.

Räknesättet addition. Skriftlig addition av högst 2-siffriga tal med i allmänhet ej mer än 6 termer. Inlärande av additionstabellen.

Räknesättet subtraktion. Skriftlig subtraktion av högst 2-siffriga tal. Inlärande av subtraktionstabellen.

Räknesättet multiplikation. Multiplikationsuppgifter med multiplikatorer inom talområdet 1—6, uträknade med additionsuppställning. Övning av multiplikationstabellen till 10 × 10 påbörjad.

Räknesättet division. Innehålls- och delningsdivisioner, uträknade med stöd av multiplikationstabellen, samt innehållsdivisioner med kvoten ej mer än 6, uträknade med subtraktionsuppställning.

Särskilda huvudräkningsövningar.

Övning att lösa enkla problem med ett räknesätt.

Övning att använda följande sorter: Längdmått: cm, dm, m, km. Rymdmått: dl, l, hl. Viktmått: hg, kg. Tidsmått: sek, min, timme, dygn, vecka, månad, år. Stycketalssorter: dussin, tjog. Mynt: öre, kr.

Enkla sortförvandlingar mellan två sorter.

B-skolor. Tredje och fjärde klassen

Uppfattning och beteckning av högst 7-siffriga tal.

De fyra räknesätten i hela tal. Inledningsvis uträknas multiplikation med additionsuppställning och innehållsdivision med subtraktionsuppställning.

Inlärande av multiplikationstabellen.

Särskilda huvudräkningsövningar.

Praktiska problem i vardagslivet med särskilt beaktande av barnens intressen samt problem i anslutning till undervisningen i andra ämnen.

Några av de enklaste geometriska begreppen. Beräkning av rektangelytor. Enkla mätningsövningar.

Allmänt brukliga längd-, vikt-, rymd- och tidsmått samt myntenheter och stycketalssorter. Enkla sortförvandlingar mellan två till tre sorter.

B-skolor. Femte och sjätte klassen

Aritmetik.

De fyra räknesätten i hela tal och decimalbråk.

Talsystemet till milliarder.

Allmänna bråk: uppfattning och beteckning, förlängning och förkortning, förvandling till decimalbråk, addition och subtraktion av de vanligast förekommande bråken, multiplikation med heltalsmultiplikator och motsvarande division med heltalsdivisor.

Procentbegreppet med enkla tillämpningar.

Särskilda huvudräkningsövningar.

Ekvationer av enklaste slag.

Uppgifter med olika räknetecken och parenteser.

Uppritning och tolkning av enkla diagram.

Praktisk geometri.

Några viktiga geometriska grundbegrepp.

Längd-, yt- och rymdmåtten. Beräkning av rektangel- och triangelytor samt av räta pelares rymd.

Vinklar och vinkelmätning. Vinkelsumman i en triangel. Några egenskaper hos cirkeln.

Något om olika slag av trianglar, fyr- och månghörningar.

Något om kongruens, likformighet och symmetri.

Enkla konstruktioner med passare och linjal. Mätningsövningar.

Tillämpningsproblem av skilda slag.

Praktiska problem i vardagslivet med särskilt beaktande av barnens intressen samt problem i anslutning till undervisningen i andra ämnen.

Problem för inövande av enkla matematiska tankegångar, t. ex. reguladetriuppgifter, beräkning av bråkdel av ett tal, enkla medelvärdesproblem.

Överslagsberäkningar.

Vanliga sortförvandlingar och i samband därmed översikt av mått- och viktsystem.

Anmärkningar

1. Huvudmomenten anger, vad *grundkursen* i allmänhet bör omfatta, dvs. det som samtliga elever på ifrågavarande stadium bör arbeta med. En del av grundkursen — en kärna av oumbärliga färdigheter och kunskaper — bör om möjligt alla elever lära sig att säkert behärska.

Utöver grundkursen skall elevernas arbete omfatta *överkurser*. Av dessa kan en del vara gemensamma för klassavdelningens elever och avpassade med hänsyn till klassens standard, lärarnas och elevernas särskilda intressen samt lokala förhållanden. Dessutom bör så många elever som möjligt, enskilt eller i mindre grupper, arbeta med individuella överkursuppgifter, vilkas inriktning, omfång och svårighetsgrad självfallet blir beroende av varje elevs intresse och förmåga. Sådana uppgifter, såväl inom som utom huvudmomentens område, bör väljas i samråd med eleverna. I fråga om både grundkurs och överkurs bör arbetsmetoder och redovisningssätt så långt möjligt avpassas efter elevernas individuella förutsättningar.

Överkurserna i matematik kan omfatta fyllnads- och tillämpningsuppgifter men också få den formen, att elever med stora förutsättningar för ämnet tillåts att arbeta med en kurs, avsedd för högre klass.

2. Eleverna bör systematiskt övas att arbeta självständigt och under eget ansvar och att därvid utnyttja olika slags studie- och arbetsmaterial, utföra egna försök, göra egna iakttagelser och sammanställningar och på grundval därav dra slutsatser. Det självständiga arbetet, inklusive överkurserna redovisas bl. a. genom skriftliga rapporter, muntliga redogörelser och medverkan i diskussioner.

3. Målmedvetet bör man söka vänja eleverna vid produktivt och friktionsfritt samarbete med kamrater. Åtskilliga av uppgifterna inom ämnet kan lösas under grupparbete eller andra former för samarbete mellan eleverna.

4. Samverkan bör ske med undervisningen i fysik, teckning och slöjd. I görligaste mån bör valet av uppgifter stödja undervisningen också i hembygdskunskap, samhällskunskap och geografi. Undervisningen i matematik bör i görligaste mån stödja undervisningen i modersmålet genom att ge övning i muntlig framställning och i exakt läsning.

5. Ett huvudsyfte vid räkneundervisningen bör vara, att eleverna erhåller färdighet i huvudräkning. Så ofta det finnes

lämpligt, bör de åskådliggörande räkneexempel, som avser att införa eleverna på ett nytt område, väljas så, att de kan lösas genom huvudräkning. Under lågstadiets två första terminer är all räkning huvudräkning. Först efter införande av skriftliga metoder för uträkning av tecknade uppgifter blir särskilda huvudräkningsövningar behövliga.

6. Lågstadiets kurs innehåller momentet: »Uppfattning och beteckning av talen inom talområdet 1—10 000». Detta moment kan fördelas på de tre årskurserna så, att talområdet utsträckes till 100 i första klass, till 1 000 i andra klass och till 10 000 i tredje klass. Därvid måste dock iakttagas, att i första klass endast mycket lätta uppgifter behandlas inom talområdet över 10, t. ex. 56 ÷ 3, men ej 56 ÷ 8 (alltså ej tiotalsövergång). Lättare uppgifter, inom det högre talområdet behandlas i allmänhet före svårare inom det lägre.

7. Additions- och subtraktionstabellerna bör i allmänhet vara inlärda före andra skolårets slut. Med additionstabellen menar här summorna av två ensiffriga tal vilka som helst, och med subtraktionstabellen de motsvarande subtraktionsuppgifterna.

8. Multiplikationstabellen övas särskilt under tredje skolåret och bör inläras fullständigt i fjärde klass.

9. Den mera systematiska kursen i allmänna bråk torde böra påbörjas under femte skolåret. Men i god tid före arbetet med de särskilda kursmomenten bör barnen göras bekanta med bråktal och deras beteckning. Denna förberedelse kan ske redan under fjärde skolåret. Ges den förberedande undervisningen i allmänna bråk först i femte klassen, bör likväl tillses, att rätt lång tid förflyter mellan denna förberedelse och den följande kursen i allmänna bråk.

Jämförelse mellan kursen i matematik på enhetsskolans mellanstadium och motsvarande kurser i folkskola och läroverk

Den kursplan i matematik, som av Skolöverstyrelsen fastställts för enhetsskolans mellanstadium, skiljer sig i åtskilliga avseenden från föreskrifterna i 1919 års undervisningsplan för folkskolan och 1950 års undervisningsplan för rikets allmänna läroverk.

En viktig olikhet är, att enhetsskolans plan ej gör någon uppdelning i årskurser, så som sker i de övriga planerna. De »huvudmoment», som anger kursens omfattning på mellanstadiet (alltså klasserna 4—6) fastställer endast det slutmål, som bör ha uppnåtts vid slutet av sjätte skolåret. Ledning i fråga om lärogången ger visserligen i någon mån de »anmärkningar», som hör till huvudmomenten, och framför allt de studieplaner, som utarbetats på uppdrag av skolkommissionens kursplanedelegation. Dessa är emellertid inte bindande för läraren utan visar endast, hur författaren av studieplanen för sin del skulle vilja gestalta lärogången.

Vi gör nu en detaljjämförelse mellan planerna. Vi citerar punkt för punkt huvudmomenten i enhetsskolans plan för mellanstadiet och jämför med motsvarande bestämmelser för klasserna 4—6 i 1919 års undervisningsplan för folkskolan och för klasserna 1[5] och 2[5] i 1950 års undervisningsplan för rikets allmänna läroverk.

1. »*Talsystemet till milliarder.*»

I en anmärkning till 1919 års plan säges »Allt för stora tal böra i allmänhet undvikas». Någon övre gräns anges varken i 1919 års plan eller i realskolans kursplan.

2. »*De fyra räknesätten i hela tal och decimalbråk. Inlärande av multiplikationstabellen.*»

Enligt enhetsskolans kursplan för lågstadiet bör additions- och subtraktionstabellerna inläras och multiplikationstabellen grundligt övas. I den senare skall full färdighet fordras först på mellanstadiet.

I 1919 års plan behandlas tabellinlärandet mycket knappt. Additions- och subtraktionstabellerna omnämnes inte och multiplikationstabellen behandlas endast i »anvisningarna»: »Multiplikationstabellens inlärande grundlägges genom additionsserier — — —. Det bör icke fordras, att lärjungarna under de två första skolåren skola uppnå färdighet inom multiplikationstabellen.»

Någon skillnad mellan planerna i övrigt finnes knappast. I 1919 års plan för klass 5 står: »Decimalbråk: de fyra räknesätten jämte tillämpningar; i multiplikation och division dock endast sådana uppgifter, i vilka multiplikator och divisor äro hela tal», och för klass 6: »något fullständigare behandling av decimalbråk — — —». I läroböckerna har detta allmänt tolkats som innebärande, att i decimalbråksräkningen skall behandlas även uppgifter med bråkmultiplikator och bråkdivisor. Ej heller i realskolans kursplan göres något sådant undantag. Decimalbråksläran skall i realskolan vara färdigbehandlad redan i klass 1[5].

3. *»Allmänna bråk: uppfattning och beteckning, förlängning och förkortning, förvandling till decimalbråk, addition och subtraktion av de vanligast förekommande bråken, multiplikation med heltalsmultiplikator och motsvarande division med heltalsdivisor.»*

I realskolans kursplan finns ingen särskild begränsning av kursen i allmänna bråk. För klass 1[5] anges den så: »Allmänna bråks uppkomst och beräkning, förlängning och förkortning; enkla exempel i anknytning härtill». För klass 2[5] står endast: »De fyra räknesätten i allmänna bråk jämte tillämpningar». 1919 års plan för folkskolan föreskriver för klass 5: »Allmänna bråk: bråks uppkomst och beteckning, addition och subtraktion, med begränsning till sådana uppgifter, som innehålla bråk med liten gemensam nämnare, någon övning i multiplikation och division, dock endast sådana uppgifter, i vilka multiplikator och divisor äro hela tal, tillämpningsuppgifter». Och för klass 6: »— — —, något fullständigare behandling av decimalbråk och allmänna bråk, dock med den begränsningen, att i fråga om allmänna bråk upptagas blott uppgifter, innehållande bråk med liten nämnare och med användning i det praktiska livet».

Den viktigaste skillnaden mellan dessa kurser och enhetsskolans är, att den senare ej upptar multiplikation med bråkmultiplikator och division med bråkdivisor. Den besvärliga »upp- och nedvändningsregeln» vid division med bråk hör alltså ej längre till mellanstadiets kurs. Först på enhetsskolans högstadium fullständigas bråkläran på denna punkt. Att uppflyttningen till högstadiet av detta kursmoment är berättigat, är otvivelaktigt. Erfarenheten har tydligt nog visat, hur svårt det varit att bibringa eleverna någon förståelse av kursmomentet. Däremot är det ej troligt, att läran om allmänna bråk, som nu brukar påbörjas under femte skolåret, helt och hållet bör flyttas högre upp såsom ibland påyrkas. Den rätta lösningen är sannolikt i viss mån den motsatta: barnen behöver viss förberedelse, innan den systematiska undervisningen sätter in. I anmärkningarna till huvudmomenten säges härom: »Den mera systematiska kursen i allmänna bråk torde böra påbörjas under femte skolåret. Men i god tid före arbetet med de särskilda kursmomenten bör barnen göras bekanta med bråktal och deras beteckning. Denna förberedelse kan ske redan under fjärde skolåret. Ges den förberedande undervisningen i allmänna bråk först i femte klassen, bör likväl tillses, att rätt lång tid förflyter mellan denna förberedelse och den följande kursen i allmänna bråk.» Man skulle kort kunna säga, att barnen i god tid, innan de adderar, subtraherar, multiplicerar och dividerar bråk, bör ha gjorts förtrogna med hur bråktal benämnes och betecknas. Denna anmärkning till huvudmomenten i enhetsskolans kursplan är visserligen av metodisk art, men då den ej har någon motsvarighet i 1919 års plan och är av stor vikt, har det synts lämpligt att här omnämna den.

Enhetsskolans kurs är vidare mera preciserad i detaljer. Det viktiga momentet: »förvandling från allmänt bråk till decimalbråk» omnämnes inte i de andra undervisningsplanerna men behandlas naturligtvis i läroböckerna. Ordet »motsvarande» i uttrycket: »multiplikation med heltalsmultiplikator och motsvarande division med heltalsdivisor» är av viss betydelse. Det utesluter en sådan heltalsdivision som

$\frac{3}{4}$ kg : 2 kg = $\frac{3}{8}$, som svarar mot följande uppgift med bråkmultiplikator: $\frac{3}{8} \cdot 2$ kg = $\frac{3}{4}$ kg.

Däremot uteslutes ej heltalsdivisionen: $\frac{3}{4}$ kg : 2 = $\frac{3}{8}$ kg, som svarar mot $2 \cdot \frac{3}{8}$ kg = $\frac{3}{4}$ kg, alltså en uppgift med heltalsmultiplikator.

Återstående olikheter mellan planerna är av mera formell art. Uttrycket »de vanligast förekommande bråken» ersätter »bråk med liten nämnare».

4. »*Procentbegreppet med enkla tillämpningar.*»

Här är 1919 års plan utförligare: »Procenträkning, huvudsakligen omfattande beräkning av ränta, av vinst eller förlust vid inköp och försäljning, av rabatt och provision samt av olika ämnens sammansättning». Ungefär samma är formuleringen i kursplanen för 2[5].

I enhetsskolans plan överlämnas det åt läraren (och läroboksförfattaren) att bestämma, vilka tillämpningar som på detta stadium kan vara lämpliga. I den detaljerade studieplan, som i det följande presenteras, har affärsproblemen ej ägnats så stort utrymme som 1919 års plan synes vilja ge dem. Eleverna på högstadiet torde vara mera mogna för vinst eller förlust vid inköp och försäljning» än eleverna på mellanstadiet.

5. »*Särskilda huvudräkningsövningar.*»

Formuleringen är densamma i 1919 års plan. I realskolans står endast: »Huvudräkning».

6. »*Ekvationer av enklaste slag.*»

Här är en viktig olikhet mellan enhetsskolans plan och 1919 års plan för folkskolan. Den senare innehåller ingenting om ekvationslösning i klasserna 4—6. I klass 7 nämnes ekvationer men endast som ett hjälpmedel vid lösandet av procent- och ränteuppgifter, »där så finnes ändamålsenligt».

Genom införandet av ekvationer på mellanstadiet har enhetsskolans kurs på denna punkt gjorts likformig med realskolans. Kursmomentet i 2^5 lyder: »enkla sifferekvationer av första graden med en obekant jämte tillämpningar». De ekvationer, som i föreliggande studieplan föreslås, är ungefär desamma som brukar behandlas i 2^5.

7. »*Uppgifter med olika räknetecken och parenteser.*»

I 1919 års plan och i realskolans nämnes ej detta kursmoment, men det behandlas i allmänhet i läroböckerna.

8. »*Uppritning och tolkning av enkla diagram.*»

Ovanstående kursmoment omnämnes i 1919 års plan först i kursen för sjunde klassen under rubriken: enkla övningar i grafisk framställning. I realskolans plan finns det först i klass 4^5.

9. »*Praktisk geometri: Några viktiga geometriska grundbegrepp. Längd-, yt- och rymdmåtten. Beräkning av rektangel- och triangelytor samt av räta pelares rymd.*»

Jämförelse med 1919 års plan visar, att enhetsskolans kurs på mellanstadiet beskurits i fråga om yt- och rymdberäkningar. Den förra planen upptar för *fjärde klass* beräkning av kvadratens och andra rektanglars ytor samt kubens och andra rätvinkliga kroppars rymder. I *femte klass* beräknas ytorna av parallellogrammer och trianglar och volymerna av sådana kroppar, som har förenämnda ytor till bas och mot basen vinkelräta sidor. Och i *sjätte klassen* omfattar yt- och rymdberäkningarna: »förut icke upptagna fyrsidingar även-som månghörningar och cirklar samt sådana kroppar, som hava förenämnda ytor till bas och mot basen vinkelräta sidor». Man kan således säga, att enhetsskolans kurs på mellanstadiet i vad det gäller yt- och rymdberäkningar inte omfattar mer än som behandlas i femte klass enligt 1919 års plan. Den betydelsefullaste minskningen av mellanstadiets kurser är, att beräkning av cirkelns yta (och omkrets) samt cylinderns volym och mantelyta flyttats till högstadiet.

I realskolans kursplan för 1^5 och 2^5 omnämnes ej yt- och rymdberäkningar. Men i de för 1^5 föreskrivna övningarna och tillämpningsuppgifterna, som åsyftar att säkert inlära användningen av yt- och rymdmåtten, kan ju ingå enkla beräkningsuppgifter av detta slag. Likaså i den förberedande kursen i geometri med laborationer i 2^5.

10. »*Vinklar och vinkelmätning. Vinkelsumman i en triangel. Några egenskaper hos cirkeln. Något om olika slag av trianglar, fyr- och månghörningar. Något om kongruens, likformighet och symmetri.*»

Vinkelsumman erhålles genom vinkelmätningar, alltså som en erfarenhetssats. »Några egenskaper hos cirkeln» innefattar ej, som redan nämnts, förhållandet mellan cirkelns omkrets och diameter eller förhållandet mellan cirkelns yta och ytan av kvadraten på radien. Dessa moment behandlas först på högstadiet.

Egendomligt nog finns ingenting om kongruens eller likformighet eller symmetri i 1919 års plan. I realskolans plan behandlas kongruens och likformighet först i klass 5^5, symmetribegreppet omnämnes ej. Naturligtvis avses ej någon mera djupgående behandling av dessa begrepp på enhetsskolans mellanstadium, men eleverna bör få veta vad orden betyder, även om några exakta matematiska definitioner kanske inte är lämpliga, och avbildning i naturlig eller förminskad eller förstorad skala är arbetsuppgifter, som eleverna på detta stadium inte bör vara främmande för. Kongruens- och likformighetsbegreppen kan klargöras på mycket enkelt sätt, se t. ex. kursmomenten i följande studieplan! Det i praktiken så viktiga symmetribegreppet tycks alldeles ha kommit bort i den vanliga geometriundervisningen i skolan.

I den »förberedande kursen i geometri med laborationer» i klass 2^5 torde rätt mycket av ovanstående kursmoment kunna rymmas. Till laborationerna har i timplanen för realskolan anslagits 1 timme varannan vecka under vårterminen.

11. *»Enkla konstruktioner med passare och linjal. Mätningsövningar.»*

Detta moment torde motsvara de uppritningar av enkla figurer, varom talas i 1919 års plan och den »förberedande kursen i geometri med laborationer» i realskolans plan.

12. *»Tillämpningsproblem av skilda slag: Praktiska problem i vardagslivet med särskilt beaktande av barnens intressen samt problem i anslutning till undervisningen i andra ämnen.»*

I 1919 års plan talas om tillämpningar av räknesätten samt om tillämpningsuppgifter av praktisk innebörd. I anvisningarna säges: »Räkneuppgifternas innehåll bör hämtas huvudsakligen från förhållandena i hemmet och skolan, från arbets- och affärslivet samt från de kunskapsområden, vilka samtidigt behandlas vid undervisningen i övriga ämnen. Den antagna räkneboken bör icke få bliva helt bestämmande i fråga om valet av räkneuppgifter. Förekomma i densamma sakexempel, som sakna intresse och praktisk betydelse för lärjungarna, böra de undvikas. Å andra sidan böra räknebokens exempel flitigt utfyllas med uppgifter, som hämtas omedelbart från förhållandena i omgivningen.»

Denna anvisning ger på ett fylligare sätt det som ovanstående kursmoment innehåller.

13. *»Problem för inövande av enkla matematiska tankegångar, t. ex. reguladetriuppgifter, beräkning av bråkdel av ett tal, enkla medelvärdesproblem.»*

Någon saklig olikhet föreligger ej här. Problem av dessa slag brukar behandlas i läroböckerna för detta skolstadium.

14. *»Överslagsberäkningar.»*

Detta moment finns ej i 1919 års plan. I anvisningarna till denna tangeras det dock. Där står: »Lärjungarna böra tillhållas att genom omräkning eller på annat lämpligt sätt pröva riktigheten av gjorda uträkningar. Även böra de vänjas att efter varje lösning av en räkneuppgift själva eftersinna, om det erhållna resultatet kan anses rimligt.

En föreställning om rimligheten får man genom en överslagsräkning. Vid en sådan kan större eller mindre grad av noggrannhet eftersträvas. Även i hög grad ungefärliga räkningar kan avgöra, om ett resultat är rimligt. Vill man kunna använda resultatet av en överslagsräkning, måste denna utföras med för ändamålet avpassad noggrannhet. Det blir en omdömessak, hur stor noggrannhet som erfordras. På mellanstadiet kan inte så mycket begäras härvid. Större krav kan ställas på högstadiet, där momentet återkommer.

15. *»Vanliga sortförvandlingar och i samband därmed översikt av mått- och viktsystem.»*

Uttrycket »särskilda sortförvandlingar» i 1919 års plan har utbytts mot »vanliga sortförvandlingar». Grundkursen bör endast innehålla sådana sortförvandlingar, som förekommer i praktiken. Sällan är det där fråga om uppgifter, i vilka mer än två sorter förekommer. Mera komplicerade uppgifter bör därför ej ingå i den för alla lärjungar avsedda obligatoriska kursen. Här må för övrigt hänvisas till »Särskilda metodiska frågor» sid. 00, där frågan ytterligare dryftas.

Den nu avslutade jämförelsen har visat, att kunskapsstoffet på enhetsskolans mellanstadium noggrannare fixerats och sannolikt också bättre anpassats efter elevernas mottaglighet än vad fallet är på motsvarande åldersstadium i folkskolan och läroverket. Förlängningen av den obligatoriska skoltiden har möjliggjort ett lugnare arbetstempo, när det gäller inlärandet av vissa särskilt svåra moment i matematiken. Den frihet, som givits enhetsskolans lärare i fråga om grundkurser och överkurser, ger möjlighet att anpassa undervisningen efter olika klassers standard och ger tillfälle till betydande variationer i studieplaner, läroböcker och enskilda lärares uppläggning av sitt arbete.

Studieplanens uppläggning

Matematikkursen för enhetsskolans mellanstadium har i denna studieplan uppdelats på 30 avsnitt. Genom att varje mera betydande område av kursen i allmänhet återkommer två gånger under varje läsår, har antalet kursavsnitt blivit rätt stort. Anordningen har vidtagits av psykologiska skäl. Vid studiet av större inlärningsområden måste nämligen mognadspauser sättas in, om eleverna skall kunna med intresse och framgång fördjupa sina kunskaper inom området. Särskilt för de elever, som haft svårigheter att sätta sig in i det nya vid första genomgången, är det en fördel, att avsnittet i fråga är relativt kortfattat. Bristerna kan då lättare under hand avhjälpas.

Inom varje kursavsnitt finns en s. k. A-avdelning, som ger det matematiska huvudinnehållet och som består av ett antal systematiskt ordnade kursmoment. Varje avsnitt påbörjas samtidigt med de elever, som sammanhålles i en undervisningsgrupp, och de olika kursmomenten genomgås i den angivna ordningen. Därefter ges ett prov av diagnostisk art, som kan visa, på vilka punkter eleverna behöver ytterligare hjälp.

Meningen är emellertid inte att låta denna metod helt behärska undervisningen. Mycket av det som hör till ämnet lämpar sig inte för strängt avgränsade kursmoment i bestämd ordningsföljd. För att inte programmet för det mera fria arbetet skall störa översiktligheten i planen, har sådana arbetsuppgifter förts samman i en B-avdelning, som är avsedd att löpa parallellt med A-avd. Arbetet inom B-avd. är inte bundet av någon bestämd ordningsföljd. I vissa fall kan det vara lämpligt att låta ett moment i B-serien breda ut sig över hela den tid kursavsnittet studeras genom att man ägnar några minuter av varje räknelektion åt övningarna i fråga. I andra fall lägges arbetsuppgifterna in i undervisningen, när läraren finner ett passande tillfälle.

En viktig grupp av uppgifter, som upptagits i B-avdelningen, är de genom hela kursen *fortlöpande repetitionerna*. Dessa gäller framför allt övning av färdigheter, som bör mekaniseras. Dit hör tabell- och sortinlärande och mekanisk skriftlig räkning i de fyra räknesätten. Vid en strängt genomförd kursmomentmetod blir inte dessa repetitioner tillbörligt beaktade.

En annan art av viktiga uppgifter, som blivit placerade i B-avd., är »*förberedelser*». Här är det inte fråga om ett systematiskt inlärande av ett kursavsnitt, utan endast ett förarbete, som kan väcka elevernas intresse för att lära det nya, som skall komma, och göra dem förtrogna med ord och beteckningar, som är främmande för dem och därför kan bli till hinder, när kursavsnittet skall inläras.

Ibland gäller förberedelserna kursmoment, som hör till nästa kursavsnitt, ibland är det fråga om att förbereda på lång sikt. Som ett exempel på det senare kan tagas bråkräkningen, som kommer in först under femte läsåret men bör förberedas i fjärde klassen, ja i viss mån ända från lågstadiet.

Repetitioner och förberedelser hör relativt nära samman med A-avd., och arbetsuppgifter av dessa slag föreslås därför i allmänhet avsnitt för avsnitt. B-avdelningarnas övriga arbete, utöver vad som kan räknas som inövande och mekaniserande av vissa kunskaper, bör ha en friare ställning i förhållande till A-avd. Till sådant arbete hör t. ex. *behandlingen av vissa intresseområden*, som klassens samtliga elever bör göra bekantskap med, *stimulerande och för utvecklingen av elevernas matematiska omdöme betydelsefulla övningar, särskilda huvudräkningsövningar* samt *överkursuppgifter*. De sistnämnda skall den enskilda eleven fritt välja efter anlag och intresse. Gränsen mellan dessa arbetsuppgifter och »repetitionsuppgifterna» är naturligtvis inte skarp: de särskilda huvudräkningsuppgifterna mekaniseras t. ex. ofta, då det är fråga om ren sifferräkning.

En på B-avdelningarna under »Övrigt arbete» ständigt återkommande rubrik är »*arbete med luckor i kunskaperna*». Då detta arbete måste bedrivas individuellt och eleverna kan komma att syssla med flera olika kursavsnitt samtidigt, kan denna undervisning ej tagas upp som kursmoment i A-avd.

I fråga om sakinnehållet hör räkneundervisningen samman med undervisningen i orienteringsämnena. Detta innebär bland annat, att liksom räkning kan förekomma vilken undervisningstimme som helst, kan också kunskaper av betydelse för barnens orientering i sin omvärld meddelas i samband med räkning. För detta samarbete mellan ämnena kan preciserade förslag inte ges. Det är inte heller önskvärt, att spontanitet och utnyttjande av vad tillfälligheter kan ge elimineras ur undervisningen. Några exempel på vad som kan förekomma ges i översikten över problem av skilda slag.

Skillnaden mellan A- och B-avdelningarna skulle kunna uttryckas så: A-avdelningarna är mera inriktade mot det matematiska huvudinnehållet i kursen och dess logiska uppbyggnad, medan B-avdelningarna ger mera av praktiska tillämpningar och samhällsorientering samt mera tillvaratager de psykologiska synpunkterna. Denna uppläggning bör kunna göra arbetsplanen mera rörlig och levande och stimulera läraren till personliga initiativ, utan att ämnets inneboende krav på reda behöver äventyras.

Särskilda metodiska frågor

Överkursuppgifter

Enligt skolkommissionens principbetänkande bör studieplanerna räkna med två slags stoff, grundkurs och överkurser. Då innehållet i denna studieplans kursavsnitt närmast motsvarar grundkursen, må här något sägas om överkursuppgifter i matematik på mellanstadiet.

Sådana uppgifter kan vara av två slag: de som breddar kursen på basis av gemensamt behandlade kursavsnitt och de som fortsätter kursen i längdriktningen.

De vanligaste överkursuppgifterna måste säkerligen bli av det förra slaget, som alltså breddar och berikar kursen utan att förutsätta kännedom om kursmoment, som behandlas i senare kursavsnitt. De får väl ofta karaktär av fyllnadsuppgifter till kursavsnitten men kan också inriktas mot särskilda mål. Några exempel:

Ett mål att arbeta för kan vara *uppövning av färdigheten i mekanisk räkning.* Intresset härför är stort hos många elever. Här är det också lätt att tillgodose vars och ens behov. Träning av detta slag vinner i intresse för eleverna, om de får mäta sina framsteg och föra protokoll över dem.

Problem av lämplig svårighetsgrad är en annan typ av överkursuppgifter. Var och en vill gärna gå till gränsen av sin förmåga. Blir problemen för svåra eller för lätta, mister eleverna intresset. Även de svagare eleverna kan få för dem lämpliga problem. För de mera matematiskt intresserade är ofta s. k. »tankenötter» av stort intresse.

I vissa fall kan överkursarbetet samlas om *ett intresseområde och bilda en s. k. unit.* Här kan samverkan ske mellan olika läroämnen och arbetet ofta ordnas som grupparbete. Angående förslag till lämpliga units se »Problem och problemlösning».

Det andra slaget av överkursuppgifter, de som *fortsätter kursen i längdriktningen,* kan antingen gälla hela kursen eller något avsnitt av denna. I förra fallet är det fråga om elever, som har särskilt lätt för ämnet och som är kapabla att på egen hand arbeta med de nya kursavsnitten. I senare fallet gäller det elever, som är särskilt intresserade av något visst område inom kursen. Som exempel kan nämnas *ekvationslösning,* som på mellanstadiet kan föras långt in i högstadiets kurs. Ett annat exempel är *allmänna bråk,* där intresserade elever kan arbeta med uppgifter, som inte förekommer i grundkursen förrän på högstadiet. I allmänhet torde det dock visa sig svårt att föra dessa »längdsnitt» mycket långt före den allmänna kursen.

Ett särskilt slag av överkursuppgifter är sådana, som hämtas från *områden i matematiken, vilka inte alls eller endast obetydligt behandlas i enhetsskolans allmänna kurs.* Det är fråga om moment, som kan införas vid lämpligt tillfälle och som är oberoende av momenten i de följande kursavsnitten. Exempel: Tals delbarhet och i samband därmed de s. k. 9- och 11-proven; »genvägar» vid mekanisk räkning och vid huvudräkning; »korsvis multiplikation».

Slutligen må framhållas, att inom många områden kan eleverna *själva framställa överkursuppgifter.* Sedan några exempel på en uppgiftstyp räknats, kan eleverna få fortsätta och hitta på uppgifter av samma typ. Då elevernas aktivitet härvid är mera allsidig än vid arbete med av läraren givna uppgifter och då de själva bestämmer uppgifternas svårighetsgrad, är arbete av detta slag mycket lämpligt som överkurs. Exempel: Läraren ritar upp en »magisk kvadrat» (se härom t. ex. Wigforss: Den grundläggande matematikundervisningen), och eleverna får till uppgift att på basis av denna göra nya sådana kvadrater så många och svåra, som de behagar.

Ju större förmåga eleverna har, dess mera självständigt kan de framställa uppgifter inom det område, som de behandlar.

Varje lärare måste naturligtvis arbeta ut förslag till överkursuppgifter och därvid ta hänsyn till de enskilda elevernas förmåga och intressen. Man torde för övrigt kunna säga, att varje uppläggning av studiearbetet, som på ett tillfredsställande sätt differentierar arbetet efter de enskilda elevernas förutsättningar, förverkligar det mål man velat vinna med kravet på överkursuppgifter.

Huvudräkningen

Huvudräkning övas främst i anslutning till genomgången av de olika moment, som varje kursavsnitt upptar, och kan såtillvida anses höra till uppgifterna i A-avdelningarna. Sedan gammalt har dock i undervisningsplanen för folkskolan fordrats »särskild huvudräkning». Denna bör i främsta rummet öva räkning av betydelse i det praktiska livet, alltså i allmänhet gälla sakproblem. Givetvis bör även ren sifferräkning övas. Den kan i många fall ordnas på ett nöjsamt sätt. Vid dessa särskilda huvudräkningsövningar, som i allmänhet endast bör ta kort tid, har man möjlighet att låta eleverna repetera väsentliga moment i den förut behandlade kursen.

Svårighetsgraden i fråga om huvudräkningsövningarna kan inte generellt anges. Elevernas förmåga är mycket växlande, och uppgifterna måste anpassas därefter. Svårighetsgraden bör dock stegras successivt, så att svårare uppgifter ges vid slutet av mellanskolestadiet än vid dess början.

Vid huvudräkningen kan eleverna ofta få stöd för minnet genom de siffror de skriver av från tavlan eller från läroboken. Huvudräkning utan sådant stöd för minnet bör också övas och kan med fördel användas som uppryckning och drill. Det är viktigt, att övningarna göres så lätta, att även de svagaste barnen kan följa med något, men lika viktigt är, att uppgifterna även kan sporra de duktigare till ansträngning. Ett par exempel ges här:

Tänk på 3! Fördubbla! Fördubbla igen! osv., så långt någon kan följa med.

Tänk på 320! Halvera! Halvera igen osv., så långt någon kan fortsätta! Följande grupper av exempel avser att visa, vad som i genomsnitt torde kunna presteras vid sjätte läsårets slut:

1. *Räkning inom talområdet 1—100.*

Additioner, subtraktioner, multiplikationer och lättare divisioner. Ex. 35 + 6, 41 — 6, 41 — 35, 24 + 47, 85 — 38, 6 · 16, 90 : 15.

2. *Lättare räkning inom talområdet över 100.*

Ex.: 5 kr 35 öre + 3 kr 50 öre; 10 kr — 7 kr 65 öre; 564 — 8; 365 + 35; 8 · 25; 1 000 : 200; 850 : 2; multiplikationer med 10 och 100, lätta kvadrat- och kubiktal samt fördubblingar, så långt eleverna kan. Observera, att exempel med sort i allmänhet är lättare än exempel med obenämnda tal.

3. *Enkla bråk- och procenträkningar.*

Ex.: $\frac{3}{4}$ dussin, $\frac{3}{5}$ av 100, hälften av en tredjedel, hälften av en halv, hälften igen osv., så långt eleverna kan. 3 % av 600. $\frac{1}{4}$ = ? %, $\frac{3}{4}$ = ? %.

Tabellinlärandet

Enligt huvudmomenten skall på lågstadiet additions- och subtraktionstabellerna inläras och multiplikationstabellen grundligt övas. En viktig uppgift på mellanstadiet är alltså att ge den fulla färdigheten i multiplikationstabellen åt dem, som inte redan på lågstadiet uppnått sådan. Naturligtvis måste man också räkna med att det på mellanstadiet finns barn, som ej fullt behärskar additions- och subtraktionstabellerna.

Tabellarbetet får härigenom en annan karaktär än på lågstadiet. Under det man där måste lägga upp övningen från grunden, bör man på mellanstadiet inrikta sig på att avhjälpa de brister, som förefinnes. *Diagnostiska prov* måste alltså sättas in från början. Och sedan läraren fått veta, vilka tabellkombinationer, som de enskilda barnen är osäkra i, får varje barn det övningsarbete, som lämpar sig för avhjälpande av bristerna. Som diagnostiska prov rekommenderas *tabellproven i Rostads standardprov i mekanisk räkning.* Dessa prov kan rekvireras från Rostads elevförbund, Kalmar. De tabellprov det här närmast är fråga om är: Addition I (tabellen inom talområdet 1—10), Addition II (återstoden av tabellen), Subtraktion I (motsvarande Add. I), Subtraktion II (motsvarande Add. II) samt Multiplikation I (den vanliga multiplikationstabellen). För provens användning hänvisas till Wigforss, Den grundläggande matematikundervisningen. 4:e uppl (Magn. Bergvalls Förlag.)

Proven är närmast avsedda som grupprov men kan mycket väl användas även som individualprov, då läraren direkt kontrollerar lärjungens skriftliga eller muntliga svar på uppgifterna. Individualprövningen ger säkrare besked om ev. förefintliga »luckor i kunskaperna» men är naturligtvis mera tidskrävande och torde väl därför i stora klasser endast komma till användning, när grupp-prövningen ej givit klart utslag.

För den övning, som de enskilda lärjungarna är i behov av, finns många trevliga hjälpmedel. Här må följande nämnas:

1. *Winnetkametoden.*

Denna är synnerligen värdefull, kanske den bästa av alla. Redogörelse finns i Wigforss a. a.

Korten kan erhållas från Bergvalls förlag och ingår i Roman—Wigforss räknemateriel.

2. *Pallinspelen.*

Även dessa är mycket lämpliga på detta stadium. De kan erhållas från Ehlins förlag, Stockholm.

Vid dessa spel användes kort med en räkneuppgift på ena sidan och något slags geometrisk figur på den andra. Vidare behövs en platta med svar på uppgifterna i rutor, som passar till korten, samt en ram och vändskiva, så att alla korten kan vändas på en gång. Efter vändningen framträder på baksidan av korten en regelbunden geometrisk figur, som visar, om korten lagts rätt.

3. *Räknepussel av olika slag.*

Läraren och barnen kan själva tillverka pussel av liknande art som pallinspelen, så att efter kortens vändning framträder en bild av något slag, t. ex. en landskapstavla. Man kan också ordna så, att på baksidan framkommer en text, t. ex. »Du har räknat alla talen rätt. Det var mycket bra.»

Enklare än pussel av dessa slag, där alla korten vändes på en gång med hjälp av en vändskiva, är de, i vilka varje kort vändes för sig. De är lätta att tillverka. På baksidan av korten kan också här framträda en bild eller berättelse.

Även pussel, där korten ej behöver vändas, kan vara mycket effektiva, t. ex. »pytagoreiska multiplikationstabellen» (se a. a.).

I det föregående har endast additions-, subtraktions- och multiplikationstabellerna omnämnts. Skall man inte öva någon divisionstabell? Svaret blir, att så skall ske men endast genom att divisionsuppgifterna uträknas med hjälp av motsvarande uppgifter i multiplikationstabellen. Som övningsmaterial kan användas »Division I» och »Division II» i Rostadsproven.

I studieplanen omnämnes på några ställen övning av »stora additionstabellen» (addition av ett ensiffrigt och ett tvåsiffrigt tal). Det är ej här fråga om en memorering av samma slag som i den vanliga additions- eller multiplikationstabellen utan endast om *en rationellt lagd övning av dessa additionsuppgifter.* Om lärjungarnas uppmärksamhet fästes vid hur lika sådana uppgifter som 7 + 8 och 17 + 8 eller 27 + 8 osv. är, så underlättas uträknandet.

Sorter

Skulle lärjungarnas kunskaper i de på lågstadiet övade sorterna och sortförvandlingarna ej vara tillfredsställande, inläres nu sorterna på det sätt, som rekommenderades i studieplanen för lågstadiet. Det betonades i denna, att det primära vid inlärandet av en ny sort ej skulle vara dess samband med förut inlärda sorter utan så att säga sorten själv, oberoende av all »sortförvandling». Första bekantskapen t. ex. med »meter» göres genom mätningar med metermåttet, och först sedan barnen blivit förtrogna med det nya måttet, inriktas tankarna på dess samband med förut inlärda längdmått, i första hand centimetern.

När det gäller *de nya mått, som skall inläras på mellanstadiet,* torde det emellertid vara lämpligt att redan från början inlära deras samband med någon förut inlärd sort. Det är i allmänhet fråga om sorter, som lärjungarna mera sällan kommer att själva handha, och det är då svårt att vinna åskådlig föreställning om sorten, oberoende av all sortförvandling. Exempel: På mellanstadiet skall de mycket små viktsorterna decigram, centigram och milligram inläras. Det är klart, att dessa vikter skall domenstreras, men så mycket övningar med en var av dem kan det väl inte bli fråga om. Naturligast synes det då vara att tala om, att 1 decigram är ett tiondels gram, att 1 centigram är ett hundradels gram och att 1 milligram är ett tusendels gram, och att i det sammanhanget tala om och låta eleverna lära sig, vad de främmande orden deci, centi och milli betyder.

På liknande sätt behandlas centiliter och milliliter. Och i det sammanhanget behandlas naturligtvis också det sedan gammalt kända måttet deciliter. Alla dessa mått åskådliggöres genom volymmätningar med hjälp av mätglas.

Även vid inlärandet av de stora måtten ton, deciton samt hektoliter torde från början deras samband med resp. kilogram och liter meddelas.

Liksom på lågstadiet bör även på mellanstadiet *sortförvandlingarna* i allmänhet endast göras mellan *två* sorter. Kraven på färdighet bör inskränkas därtill. Men »svåra» sortförvandlingsproblem kan naturligtvis ges i samma utsträckning som »svåra» problem från andra områden. Någon träning med alla eleverna på sådana problem bör inte förekomma.

Mekanisk räkning

För att övningarna i mekanisk räkning skall ge ett gott resultat, är det av väsentlig betydelse, att eleverna är intresserade av övningen. Man kan dock inte begära, att de skall finna nöje i att räkna det ena sifferexemplet efter det andra bara för övnings skull. Det måste finnas ett verkligt mål för arbetet. Det närmaste målet är att öka färdigheten i att räkna fort och säkert. Skall barnen kunna intresseras härför måste deras färdighet mätas. Bäst är, om mätningen sker med standardiserade prov, men i avsaknad av sådana får läraren konstruera lämpliga mätningsprov, så gott det låter sig göra. Mätningarna upprepas vid lämpliga tidpunkter. Sannolikt kommer eleverna ofta att påminna läraren om sådana prov.

En annan viktig betingelse för att intresset för den mekaniska räkningen skall upprätthållas är, att exempeltyperna varieras. »Omväxling roar» både vuxna och barn. Genom att t. ex. additionsuppgifter, till omväxling med vanlig uppställning, sättes in i en upprutad rektangel, där både kolumnerna och raderna adderas, blir arbetet intressantare. Denna uppställning möjliggör dessutom en automatisk kontroll av alla exemplen. Roligt är också, om uträkningarna leder till något mera anmärkningsvärt resultat. Ex.: Uträkning av produkter av 142 857 och ett annat tal, vilket som helst. Läraren gör klokt i att samla på uppgifter av detta slag.

Övning i mekanisk räkning bör förekomma i alla kursavsnitt på mellanstadiet. Läraren får efter eget omdöme bestämma övningarnas omfattning.

I övrigt hänvisas till Wigforss: a. a.

Problem av skilda slag

Blandade problem.

1. Repetition av problemtyper, som behandlats i kursavsnitten.
2. Problem särskilt ägnade att öva elevernas omdöme och förmåga av kritik, t. ex. rimlighetsprov, mycket enkla överslagsräkningar, gåtor.
3. Problem som av någon anledning blivit aktuella, t. ex. tävlingsresultat.
4. Problem till vilka eleverna själva skaffar behövliga sak- och prisuppgifter. Ex.: »Vad kostar dina läroböcker?»
5. Problem och laborationer i anslutning till undervisning-

en i andra ämnen, t. ex. geografi, naturkunnighet, slöjd och annat praktiskt arbete.

6. Laborationsuppgifter av olika slag, t. ex. bestämning av vad 1 cm^3 av ett ämne väger, tillverkning av geometriska modeller, ytmätning på kartan med hjälp av rutat, genomskinligt papper.

7. Problem av annat slag, som kan väcka elevernas intresse.

Då ett nytt kursmoment skall tagas upp till behandling, är det ofta lämpligt att börja med *inledande problem,* som visar barnen, vad den nya uppgiften går ut på och hur den kan lösas.

Vid slutet av de olika kursavsnitten ges *tillämpningsexempel,* som är avsedda att öva in det man lärt sig. För att undvika slentrianmässigt räknande bör barnen i viss utsträckning själva hitta på exemplen. Viktigt är, att de utför arbetet ordentligt och lär sig göra reda för det genom teckning av uppgifterna, uppställning och uträkning samt fullständigt svar.

Om många olika slag av räkneuppgifter från samma område sammanföres, blir arbetet ofta intressantare och kommer i bättre kontakt med verkliga livet. Sådana grupper av problem kallas ibland för *units.* Units kan ges som individuella överkursuppgifter eller som grupparbete. Här några exempel:

1. »Sparsamhet».

Hur mycket skulle en pojke, som äter två kola om dagen, kunna spara i veckan? I månaden? På ett år? Under skoltiden?

Hur mycket skulle en flicka, som går på bio varje söndag, kunna spara på biobiljetter på ett år? Under skoltiden?

Vad skulle du själv kunna spara på och hur mycket? Vad skulle du vilja använda dina sparmedel till? Pengar på banken och hur de växer.

2. »I speceriaffären».

Eleverna bör själva ta reda på priser och lära sig skriva enkla räkningar.

3. »Julen».

Vad kostar julgran, julljus, julgåvor etc.

4. »Ur almanackan».

Uträkning av nätternas och dagarnas längd under olika delar av året och på olika platser (Lund, Stockholm, Luleå).

5. »Sommarkläderna».

Vad kostar nya sommarkläder till en pojke? En flicka?

6. »I lanthushållet».

En del enkla kostnadsberäkningar.

7. »Hos skomakaren eller en annan hantverkare».
Enkla prisberäkningar.
8. Post, telegraf och telefon.
Användning av uppslagsböcker för kostnadsberäkningar.
9. Resor i vårt land.
Användning av »Sveriges kommunikationer».
10. Resor utomlands.
Utländska mynt och mått.
11. »Vad skulle en lägerutrustning gå till?»
12. Bokföring och redogörelse över kostnader för en skolresa.

Prov. »Luckor i kunskaperna»

Enligt studieplanen hör i allmänhet till ett kursavsnitt prov, genom vilka barnen får visa, om de lärt sig det väsentliga av det, som behandlats i avsnittet. Dessa prov bör ges på sådant sätt, att barnen uppfattar dem som övningsarbete och inte som krav, som läraren ställer på dem. Utan att barnen oroas, bör proven emellertid läggas så, att läraren får en klar uppfattning om eventuella brister i barnens kunnande. Och meningen med proven är att sätta läraren i stånd att ge barnen lämplig undervisning. Man brukar säga, att *proven skall vara av diagnostisk art*, och menar därmed, att de inte bara skall upplysa om barnets större eller mindre duktighet i ämnet utan ge besked om i vilka särskilda avseenden, som event. osäkerhet förefinnes. Härför behöver man både *grupprov och individualprov.* Ju mer detaljerad upplysning, som provet ger om förefintliga brister, dess bättre. Det gäller att upptäcka »luckor i kunskaperna».

En ständigt återkommande rubrik i studieplanens B-avdelningar är just »luckor i kunskaperna». De övningar, som det där är fråga om, har stor betydelse i undervisningen. De motsvarar vad som i engelskspråkig litteratur kalllas »remedial teaching». Eleverna kan ha svårt att tillgodogöra sig undervisningen på grund av frånvaro vid genomgången av ett kursmoment, långsamt arbetstempo eller andra orsaker. Svårigheterna skall naturligtvis avhjälpas så fort sig göra låter.

Av särskilt stor betydelse är diagnostiska prov vid tabellinlärandet. Proven skall här visa, om det finns några tabellkombinationer, som inte är ordentligt inlärda. Övningen skall sedan koncentreras just på dem.

Även om dessa diagnostiska prov är av stor betydelse vid betygssättningen, räcker de dock ej helt till för denna. De ger besked om huruvida lärjungen sitter inne med det mest nödvändiga vetandet men ger ej klarhet om hans hela kapacitet i ämnet.

De för klass 2 utarbetade s. k. *standardproven*, som tillhandahålles av Skolöverstyrelsen, lämpar sig bättre för en genomförd betygsgradering. Dessas uppgift är dock framför allt att ge läraren möjlighet att justera sin betygsskala, och läraren bör även, oberoende av standardproven, nå fram till en betygssättning. För denna behövs repetitionsprov, som innehåller uppgifter från större områden av kursen och av mycket olika svårighetsgrader — från så lätta, att alla barnen kan klara dem, till så svåra, att endast någon enstaka går i land med dem. Vid sådana prov är det emellertid av stor vikt, att läraren talar om för barnen, att de flesta av uppgifterna är så svåra, att han inte alls fordrar, att alla talen skall räknas.

Räknemateriel och metodisk litteratur

Studieplanen ger på åtskilliga ställen anvisningar om den räknemateriel sam kan behövas. Något samlad översikt skall inte ges här, utan läraren hänvisas att taga del av de prospekt som olika förlag tillhandahåller.

Den räknemetodiska litteraturen är ofantligt rik. Skolkommissionens kursplanedelegation har under utarbetande en översikt av viktigare metodisk litteratur i de olika skolämnena. Intresserade hänvisas även till Pedagogiska Biblioteket, Stockholm, som har mycket av intresse för matematikläraren.

Här skall endast några få arbeten omnämnas.

En räknemetodisk framställning, som nära ansluter sig till lärogången i denna studieplan, ges i:

Wigforss: Den grundläggande matematikundervisningen (Magn. Bergvall).

Följande utländska arbeten rekommenderas:

Ribsskog: Regning (Gyldendal Norsk Forlag).
Ballard: Teaching the Essentials of Arithmetic.
Thorndike: The Psychology of Arithmetic.

Även matematiska arbeten som ej direkt sysslar med metodiska frågor kan vara av värde för undervisningen:

Örne: Förtrollade siffror (Wahlström & Widstrand).
Mc Kay: Siffrornas sällsamma värld (Natur och Kultur).
Almquist: Matematiska tidsfördriv (Natur och Kultur).

Hagström: Sagan om de tio tecknen (Albert Bonnier).

Av läroböcker, som på ett mera grundligt sätt än som kan ske i skolböckerna, behandlar aritmetiken, må slutligen nämnas:

Nilsson-Wigforss: Aritmetik (Hugo Geber).

Översikt av kursavsnitten

För kursen i matematik har i timplanen anslagits 5 veckotimmar i vardera av klasserna 4—6. De 30 kursavsnitten i denna studieplan tänkes uppdelade på mellanstadiets tre klasser med 10 avsnitt på varje. De olika avsnitten kan dock ej beräknas ta lika lång tid i anspråk, varför det är nödvändigt att läraren överväger, hur lång tid han kan ägna åt varje del av kursen.

Som inledning till de egentliga kursmomenten har satts en allmän orientering angående barnens förkunskaper. Hur undervisningen sedan ordnas för de enskilda barnen, blir i viss mån beroende av de upplysningar läraren får genom en sådan orientering. Den är därför av stor betydelse.

Den individual- och gruppundervisning, som studieplanen förutsätter, kommer föga till synes i kursavsnitten. Dessa redogör närmast för en lärogång, passande för barn, vilka inte förut inhämtat det, som behandlas i kursavsnitten. Avvikelser från denna lärogång bör göras, då så visar sig behövligt.

Det är möjligt att hålla flertalet eller alla elever samlade i arbetet på samma kursavsnitt — utan men för vare sig de snabbt eller de långsamt arbetande — om svårighetsgraden av »fyllnadsuppgifterna» inom kursområdena anpassas efter de enskilda elevernas förmåga. Om läraren finner det ändamålsenligt, bör han emellertid låta enskilda elever eller grupper arbeta igenom kursen i olika tempo. Men härvid måste noga tillses, att ingen elev går vidare i kursen utan att ha säkra kunskaper i det föregående.

Här nedan ges en översikt av kursavsnitten. Den upptar endast innehållet i kursavsnittens A-avdelningar. För B-avdelningarnas innehåll har redogjorts i särskilda artiklar.

I. Allmän orientering angående barnens förkunskaper.

II. Talområdet utvidgas till 50 000. Ny sort: ton. Skriftlig addition av högst 6 termer. Sorträkning: addition av termer med två olika sorter.

III. Talområdet utvidgas till 90 000. Skriftlig multiplikation: Multiplikatorn en-siffriga tal och 10, multiplikanden högst 4-siffrig.

IV. Talområdet utvidgas till 100 000. Skriftlig subtraktion: första termen 4- och 5-siffrig.

V. Geometriska grundbegrepp: yta, linje, punkt. Lodrät och vågrät. Parallella linjer. Rektangel och kvadrat. Omkrets. Översikt av längdmåtten.

VI. Talområdet utvidgas till 900 000. Skriftlig division: divisorn en-siffrigt tal och 10, kvoten högst 3-siffrig, prövning med multiplikation.

VII. Talområdet utvidgas till 1 000 000. Skriftlig multiplikation. 2- och 3-siffrig multiplikator.

VIII. Problem av olika slag.

IX. Skrifltig division, en- och 2-siffrig divisor.

X. Prov av olika slag. Arbete med luckor i kunskaperna. Överkurser.

XI. Geometri: Ytbegreppet, ytmåtten (m^2, dm^2, cm^2, mm^2), beräkning av rektanglars och kvadraters ytor.

XII. Talområdet utvidgas till milliarden. Hela tal: skriftlig multiplikation och division fullständigt.

XIII. Problem av olika slag, i allmänhet mer än ett räknesätt i var uppgift, användning av parentes.

XIV. Allmänna bråk, innebörd och beteckning, förvandling mellan några mycket vanliga bråksorter, enkla additioner och subtraktioner av bråk med samma nämnare.

XV. Decimalbråk: tiondelar och hundradelar, skriftlig addition och subtraktion, skriftlig multiplikation och division med helt tal.

XVI. Geometri: Ytmått och ytberäkningar, rymdmått (m^3, dm^3, cm^3, mm^3, hl, liter, dl, cl och ml) och rymdberäkningar, kuben och räta pelare, ytutbredning.

XVII. Allmänna bråk, enkla additioner och subtraktioner, multiplikation och division med helt tal och utan bråksortförvandling.

XVIII. Decimalbråk, tusendelar, skriftlig addition och subtraktion samt multiplikation och division med helt tal. Förvandling av allmänt bråk till decimalbråk.

Avkortning av decimalbråk. Nya sorter: decigram, centigram och milligram.

XIX. Geometri: Rymdmått och rymdberäkningar. Vinklar och vinkelmätning. Något om cirkelns, triangelns och parallellogrammens egenskaper.

XX. Problem av olika slag.

XXI. Översikter: Talsystemet och räknesätten samt mått- och viktsystemen. Lösning av ekvationer av enklaste slag.

XXII. Allmänna bråk, fortsatta övningar på förlängning och förkortning, addition och subtraktion av de allmännast förekommande bråken, multiplikation och division med helt tal.

XXIII. Decimalbråk: Skriftlig multiplikation med bråkmultiplikator samt motsvarande division. Avrundning av decimalbråk.

XXIV. Problem av skilda slag: reguladetri, bråkdelsräkning, medelvärden, fördelnings-, arbets- och blandningsproblem.

XXV. Procentbegreppet med enkla tillämpningar.

XXVI. Geometri: Något om kongruens och likformighet. Beräkning av triangelns yta med tillämpning på rätliniga figurer.

XXVII. Ekvationer, någon utvidgning av förut behandlade typer.

XXVIII. Problem av skilda slag, särskilt procentproblem.

XXIX. Geometri: Enkla konstruktioner med passare och linjal. Fortsatt övning på kongruens och likformighet. Något om symmetri. Ytberäkningar. Rymdberäkning av räta pelare.

XXX. Prov av olika slag. Individuella uppgifter.

KURSAVSNITT I

Allmän orientering angående barnens förkunskaper

Då man på mellanstadiet tar emot en klass från lågstadiet, behöver man någon tid för att lära känna barnen, innan den regelrätta undervisningen kan sätta in. Det är då lämpligt att genom olika slags övningar och prov ta reda på barnens förkunskaper i matematik.

Att börja arbetet i en ny klass med prov kan emellertid leda till missförstånd av olika slag. För att förebygga detta bör proven i allmänhet föregås av lektioner, ägnade att väcka intresse och göra barnen frimodiga. »Provuppgifterna» bör så långt möjligt utföras som individuellt övningsarbete, och man bör under arbetets gång ge varje barn den hjälp, som det behöver. Genom anteckningar om sådan hjälp blir det klart, vad som brister i fråga om underlaget för det kommande studiearbetet.

1. *Uppfattning och beteckning av talen 1—10 000.*

Barnen får skriva tal inom talområdet efter diktamen, räkna framåt i talserien från ett givet tal samt lösa uppgifter, som »Skriv de fyra talen, som kommer närmast efter 6 998!»

2. *Skriftlig addition med högst 3-siffriga termer.*

Olika slag av svårigheter bör vara representerade.

3. *Skriftlig subtraktion med högst 3-siffriga termer.*

Se föregående kursmoment!

4. *Multiplikation utan användning av den vanliga skriftliga uppställningen.*

Uppgifter av typen 5 · 684 uträknas med användning av additionsuppställning.

Ett prov på *multiplikationstabellen* ges. Anteckningar föres över vilka kombinationer, som behöver ytterligare övas. Om »Multiplikation I» i Rostads Standardprov i mekanisk räkning ges som grupprov, bör barnen få räkna igenom hela provet och inte avbryta efter den i anvisningarna angivna tiden. Vill man använda standardtabellerna till provet för klass 4, kan man låta barnen sätta ett streck, som visar, hur långt de hunnit, när den utsatta tiden förflutit.

5. *Division utan användande av den skriftliga metoden.*

Delningsuppgifter tecknas med vågrätt streck och löses med huvudräkning, ex. $\frac{24 \text{ öre}}{6} = 4$ öre.

Innehållsuppgifter tecknas med tvåpunkts-tecken och löses med huvudräkning, ex. 24 öre : 6 öre = 4.

Enkla uppgifter av båda dessa typer ges som övning och prov.

6. *Sortförvandlingar.*

Övning och prov på förut inlärda sorter och sortförvandlingar.

Ex. 13 kr 45 öre = 1 345 öre	8 liter = 80 dl
4 m 70 cm = 470 cm	5 hl 6 l = 506 l
2 km 500 m = 2 500 m	och omvänt:
4 kg 875 g = 4 875 g	1 345 öre = 13 kr 45 öre
1 kg 6 hg = 16 hg	osv.

7. *Problemlösning.*

Problem av olika svårighetsgrad. Uppgifterna bör vara omväxlande svåra och lätta, några så lätta, att praktiskt taget alla barnen kan lösa dem, och några mycket svåra. Ju större poängspridningen blir, dess bättre fyller ett prov av detta slag sitt ändamål.

8. *Additions- och subtraktionstabellerna.*

Barnens färdighet i de på lågstadiet inlärda tabellerna prövas, och eventuella brister avhjälpes. Prövningen kan ske med Rostadsproven »Addition II» och »Subtraktion II». De kan användas båda som grupprov och individualprov.

KURSAVSNITT II

A. *Kursmomentserie: Talområdet utvidgas till 50 000. Ny sort: ton. Skriftlig addition av högst 6 termer. Sorträkning: addition av termer med två olika sorter*

9. *Uppfattning och beteckning av tal inom området 1—50 000.*

Exempel på övningar: 3 kg 400 g = 3 400 g. 15 km 600 m = = 15 600 m. 10 tusental och 300 = 10 300.

Även omvändningarna övas.

Räkna till 20 000 med 500 i taget.

Ordna följande tal efter storlek: 41 003, 10 998, 17 683, 15 888, 20 000. Vilket tal kommer närmast före 20 000?

Börja med 15 897 och angiv de fyra närmast följande talen.

Vad betyder varje siffra i talet 12 345? (1 bet. 10 000, 2 bet. 2 000, 3 bet. 300, 4 bet. 40, 5 bet. 5.) Talet kan alltså skrivas: 10 000 + 2 000 + 300 + 40 + 5.

Skrivning av stora tal efter diktamen övas.

10. *Ton.*

Hur mycket ett ton är åskådliggöres genom jämförelser med föremål av känd vikt, t. ex. 10 st mjölsäckar på 100 kg vardera. Förvandlingar mellan de båda sorterna ton och kg övas.

11. *Övning inom »stora additionstabellens» område.*

Stora additionstabellen innehåller summorna av tvåsiffriga och ensiffriga tal. Ex.: 18 + 7. Vid övning av uppgifter, som slutar på t. ex. 8 och 7, påpekas, att siffran 5 återkommer i alla summorna. Andra kombinationer övas på samma sätt. Ex.: Eftersom 6 + 7 ger ett tal, som slutar på 3, vet man, att 16 + 7, 26 + 7 osv. skall ge summor, som slutar på 3. Övningen fortsättes lämpligen till 96 + 7.

Arbetet med denna tabell kan fortgå under hela mellanstadiet. Det är ej fråga om memorering av tabellen utan endast om en rationellt lagd övning.

12. *Addition: 3- och 4-siffriga tal, minnessiffra endast i en kolumn.*

Ex.: 3 200 + 162 + 210 + 1 004 + 1 213 + 1 630.

Barnen få ställa upp talen under varandra. Likaså när talen dikteras.

Benämningarna addition, termer, summa och plus användes.

Uträkningar prövas genom att kolumnerna adderas i motsatt riktning mot vid uträkningen.

13. *Addition: lika med föregående moment men med minnessiffra i flera kolumner.*

Ex.: 2 321 + 1 072 + 561 + 320 + 3 764 + 1 750.

14. *Addition: varierande antal siffror i termerna.*

Ex.: 234 + 4 087 + 25 + 2 234 + 8 + 165.

15. *Sorträkning: addition av termer med två olika sorter.*

Ex.: 3 ton 500 kg + 400 kg + 7 ton +	Uträkning:	
+ 8 ton 50 kg =	3 500	
1 km 345 m + 4 km + 300 m +	400	Svar:
+ 2 km 80 m = ?	7 000	18 ton
	+ 8 050	950 kg.
	18 950	

Svårare uppgifter införes så småningom.

16. *Tillämpningsuppgifter.*

Viktigt är, att barnen vid dessa övningar får göra bekantskap även med typer av additionsproblem, där formuleringen inte direkt pekar mot räknesättet. I ex. 1 här nedan ser barnen lätt, att det är fråga om en sammanläggning, i ex. 2 däremot är detta inte lika uppenbart.

Ex. 1. Tre pojkar lägger samman till en boll. Den ene lägger till 75 öre, den andre 2 kr och den tredje 1 kr 5 öre. Hur stor summa fick de ihop?

Ex. 2. Eva räknar sina pengar och säger: Om jag ger lillebror 1 kr 45 öre till en boll, så har jag ändå 5 kr 18 öre kvar. Hur mycket pengar var det i Evas kassa?

Barnen bör också själva hitta på uppgifter.

I övrigt hänvisas till »Särskilda metodiska frågor».

17. *Prov på kursavsnittet.*

Ett diagnostiskt prov på skriftlig addition lägges in bland andra övningar, resultatet bokföres. Genom Rostadsprovet Addition III kan barnens färdighet i »stora additionstabellen» prövas. Provet kan lämpligen upprepas ett par gånger varje år i mellanskolan. Barnen kan då avläsa gjorda framsteg.

B. *Exempel på arbete parallellt med II: A*

Sortförvandlingar: Lämpligen övas här de förvandlingar, för vilka reduktionstalet är 1 000. Ex.: 14 km 600 m = 14 600 m, 5 m = 5 000 mm, 11 kg 50 g = 11 050 g, 16 ton 500 kg = = 16 500 kg. Även omvändningarna övas. Ex.: 7 800 kg = = 7 ton 800 kg etc.

Multiplikationstabellen: Övningarna bör nu helst drivas som individuellt arbete eller i grupper på två barn, vilka prövar varandra. Se »Särskilda metodiska frågor».

Förberedelse för multiplikationstekniken: Det kan vara lämpligt att här öva additioner, som förekommer vid skriftlig räkning i multiplikation, alltså tilläggning av minnessiffror till produkttalen i multiplikationstabellen. Särskild svårighet bereder de additioner, i vilka summan överskrider närmast högre tiotal.

Den vanliga multiplikationstekniken blir ofta i början för tung för barnen, beroende dels på att multiplikationstabellen inte fullt behärskas och dels på att barnen har svårighet med tilläggningen av minnessiffrorna.

Förberedelse för bråkräkning. Cirklar med 10 cm:s radie ritas på papper samt delas i 2, 3, 4, 5, 6 och 8 lika delar. Delarna klippes ut och benämningarna en halv, en tredjedel etc. skrives på dem. Cirklarna kan få föreställa olika slag av runda föremål, som tårtor, äpplen e. d. Övningen är en repetition av liknande övningar på lågstadiet.

Övrigt arbete: Särskilda huvudräkningsövningar, helst en kort övning varje dag. Problem av olika slag bör ofta läggas in i undervisningsarbetet. Utfyllandet av luckor i kunskaperna och fritt arbete med överkursuppgifter är av mycket stor betydelse och får inte förbises.

I fråga om innehållet i B-avdelningarna hänvisas i övrigt till »Särskilda metodiska frågor».

KURSAVSNITT III

A. *Kursmomentserie: Talområdet utvidgas till 100 000. Skriftlig multiplikation: ena faktorn en-siffrigt tal eller 10, andra faktorn högst 4-siffrig*

18. *Uppfattning och beteckning av tal inom talområdet 1—100 000.*

Liksom i föregående avsnitt får barnen öva sig att uppfatta 4- och 5-siffriga tal som tusental plus 3-siffrigt tal.

19. *Multiplikationstabellen.*

Innan arbetet med den skriftliga tekniken börjar, bör barnen få ytterligare studera tabellen. De bör ledas till att göra vissa upptäckter, t. ex.:

Alla produkter, som har någon jämn faktor, är själva jämna tal.

Produkterna på 5-tab. slutar på 0 eller 5, allteftersom den andra faktorn är ett jämnt eller ett udda tal.

Nio-tabellens produkter har siffersumman 9.

Omkastning av faktorerna ändrar inte produkten.

Barnen kan få konstatera att t. ex. $8 \cdot 7$ är lika mycket som $6 \cdot 7 + 2 \cdot 7$ eller $2 \cdot 4 \cdot 7$, men det är av betydelse, att barnen därvid inte lägger sig till med vanan att »räkna ut» produkterna på multiplikationstabellen i stället för att memorera dem.

Även 1- och 0-tabellerna studeras. Ex.: $1 \cdot 5$, $5 \cdot 1$; $2 \cdot 0$, $0 \cdot 2$.

20. *En-siffrig multiplikator, två-siffrig multiplikand.*

Barnen får jämföra additions- med multiplikationsuppställning:

```
  38
  38
  38     38
+ 38     · 4
```

och konstatera, att resultatet av uträkningen blir detsamma i båda fallen men att tid och papper sparas genom det nya sättet att skriva.

Benämningarna multiplikation, faktor och produkt användes. Däremot ej termerna multiplikator och multiplikand. Uträkningen prövas genom omräkning, dvs. granskning siffra för siffra. Jämförelser mellan t. ex. $7 \cdot 6 = 42$ och $7 \cdot 60 = 420$ göres. Efter någon övning skriver barnen direkt produkten i sådana multiplikationer som $9 \cdot 50 = 450$, $8 \cdot 70 = 560$.

En uppgift som $1 \cdot 43$ kan »på skämt» räknas på samma sätt som de andra uppgifterna:

```
 43
· 1
 43
```

21. *En-siffrig multiplikator, 3-siffrig multiplikand.*

Svårigheterna införes efter hand. Det är en stor skillnad i svårighetsgrad mellan uppgifter som $2 \cdot 324$ och $7 \cdot 789$. Först ges exempel utan och sedan med minnessiffra.

Uppgifter med slutnolla uträknas på samma sätt som de andra. Alltså:

```
  800  och  460
  · 6       · 7
4 800     3 220
```

Samma sorts uppgifter övas även utan att talen skrives under varandra. Jämförelse av följande slag göres:

$6 \cdot 12 = 72$ $8 \cdot 7 = 56$
$6 \cdot 120 = 720$ $8 \cdot 70 = 560$
$8 \cdot 700 = 5\,600$

Efter någon övning av detta slag kan barnen direkt utföra sådana multiplikationer som $4 \cdot 120$; $6 \cdot 800$.

Uppgifter som $1 \cdot 789$ ges även här som skämtproblem.

22. *En-siffrig multiplikator, 4-siffrig multiplikand.*

Behandlas analogt med föregående moment.

23. *Hur man multiplicerar med 10.*

365	2 434
· 10	· 10
3 650	24 340

Barnen löser till en början uppgifter som vidstående genom att räkna: »Tio gånger 5» etc. Snart upptäckes, att ett tal blir multiplicerat med 10, om man sätter en nolla efter talet. Att detta är detsamma som att multiplicera med ett» och därefter sätta dit nollan påpekas.

24. *Multiplikation med 11—19 som multiplikator.*

a. 2-siffrig multiplikand.

Först ges uppgifter, där uträkningen sker genom uppdelning av multiplikatorn i ental och tiotal.

Ex.: 12 · 25 uträknas:

2 · 25 = 50
10 · 25 = 250
12 · 25 = 300

Ex.: 11 · 30 uträknas:

1 · 30 = 30
10 · 30 = 300
11 · 30 = 330

Därefter går man över till den vanliga skriftliga uppställningen.

Ex.:		
25	och	48
· 12		· 11
50		48
250		480
300		528

Även när multiplikationen slutar på noll, räknas på samma sätt. Lämpligt är dock att uträkna sådana uppgifter även med bredvidstående »huvudräkningsmetod»: 13 · 5 = 65
13 · 50 = 650

Benämningarna multiplikation, multiplicera, faktor och produkt användes. Uträkningar prövas genom omräkning.

b. *3-siffrig multiplikand.*

Arbetet bedrives analogt med de exempel, som givits under a.

Ex.:				
341	674	806	650	700
· 12	· 17	· 14	· 19	· 15

För tal, som slutar på noll, utföres räkningen även på följande sätt:

Ex.: 15 · 4 = 60	Ex.: 13 · 3 = 39
15 · 40 = 600	13 · 30 = 390
15 · 400 = 6 000	13 · 300 = 3 900
osv.	osv.

25. *Uträkning genom omkastning av multiplikator och multiplikand.*

Ex.: 18 · 6 kr.

18	6
· 6	· 18
108	48
	60
	108

Det är klart att barnen räknar ut produkten 18 · 6 på det lättaste sättet, alltså genom omkastning av faktorerna, men de kan tillfälligt få räkna på båda sätten och jämföra:

I detta sammanhang erinras de om att omkastning av faktorerna i multiplikationstabellen inte ändrar produkten. Att omkastning aldrig kan ändra värdet av produkten tar nog barnen som en självfallen sak, men det skadar inte om läraren demonstrerar satsens sanning genom ett geometriskt exempel av typen:

x x x x x x x
x x x x x x x
x x x x x x x

Antalet kryss kan ju uppfattas som 3 · 7, men också som 7 · 3. Och det blir samma sak, vilket antal kryss som finns i raderna och hur många de är. I detta kursavsnitt kan således ges multiplikationsuppgifter med flersiffrig multiplikator och ensiffrig multiplikand.

Ex.: 365 · 8 kr, 4 562 · 10.

26. *Sorträkning.*

Ex.: 6 · 3 kr 75 öre. Uträkning:

375	Svar:
· 6	22 kr 50 öre.
2 250	

Ex.: 7 · 1 hl 8 liter = 7 hl 56 l
10 · 5 m 15 cm = 5 150 cm = 51 m 50 cm.

27. *Tillämpningsuppgifter.*

Exempel på olika typer av multiplikationsproblem:

1) Hur mycket väger tre säckar socker på 65 kg vardera?

2) Ett band delas lika mellan 8 flickor. De får 36 cm vardera. Hur långt är bandet?
3) Olle köpte 12-örcs kulor för så mycket pengar han hade. Det räckte till 9 kulor. Hur mycket pengar hade han?
Se för övrigt »Särskilda metodiska frågor»!

28. *Prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med III: A*

Sortförvandling: Här kan övas förvandlingar med 10 som reduktionstal. Ex.: 25 kg = 250 hg, 4 000 mil = 40 000 km.
Multiplikationstabellen: En kort stund varje dag torde kunna anslås till övning på tabellen. Som förberedelse till divisionstekniken övas uppdelning av multiplikationstabellens produkter i faktorer. Ex.: 56 = 7 · 8; 24 = 3 · 8 och 4 · 6.
Särskilda huvudräkningsövningar: »Stora additionstabellen» övas. Särskilt beaktas den för multiplikationstekniken erforderliga övningen. Se mom. 11 och II: B.
Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor».

KURSAVSNITT IV

A. *Kursmomentserie: Skriftlig subtraktion: första termen högst 5-siffrig*

29. *Subtraktion: första termen högst 4-siffrig, ingen ändring av talsort.*

Ex.: 4 578 — 1 325, 1 576 — 375, 4 865 — 15, 1 324 — 3, 3 054 — 2 034.

Den vid subtraktion vanliga terminologien användes: subtraktion, termer, rest och skillnad. Uträkningarna prövas alltid med addition. I fråga om uträkningsmetod hänvisas till Wigforss—Roman: Studieplan i matematik för lågstadiet. Där förordas den s. k. lika-tilläggsmetoden. Barnen i klass 4 bör få räkna på samma sätt som de gjorde i klass 3.

30. *Subtraktion som i föregående moment men med första termen 5-siffrig.*

Ex.: 26 798 — 24 598, 16 900 — 4 500, 34 256 — 1 230, 54 673 — 673, 13 245 — 35.

31. *Subtraktion som i de två föregående momenten men med ändring av en talsort.*

Ex.: 54 625 — 12 308, 41 679 — 31 286, 74 500 — 13 700, 60 581 — 51 480.

32. *Subtraktion som i föregående moment men med ändring av flera talsorter.*

Ex.: 34 172 — 8 682.

33. *Subtraktion med förenklad teknik.*

Det är säkerligen nu tid, att — om det inte redan skett — börja lägga bort de extra hjälpmedel, som ev. använts vid uträkningarna, t. ex. utskrivning av 10 vid »växling» och punkten vid »lika-tilläggsmetoden». Man bör inte fordra, att alla samtidigt skall lägga bort dessa stöd för minnet, men man bör se till, att barnen inte onödigt länge håller fast vid en primitiv teknik.

34. *Sorträkning: subtraktion där termerna är olika sorter.*

Huvudräkning:

Ex.: 5 kg — 3 hg; 5 kg 6 hg — 1 kg 6 hg; 10 liter 5 dl — — 9 dl; 34 mil 2 km — 18 km; 25 cm — 25 mm.

Skriftlig räkning:

Ex.: 30 kr 70 öre — 18 kr 90 öre. Uträkning:

Svar: 11 kr 80 öre.

3 070
— 1 890
1 180

10 m — 6 m 45 cm; 35 hl — 15 liter; 5 ton — 345 kg; 1 kg 50 g — 75 g; 35 km 500 m — 1 200 m.

35. *Tillämpningsexempel.*

Exempel på olika typer av subtraktionsproblem:

1. En mjölkaffär har på morgonen 10 liter grädde och säljer under dagen 8 liter 7 dl. Hur stor är resten?
2. Hur mycket får man tillbaka, om man köper en bok för 3 kr 75 öre och betalar med en 10-krona?
3. Hur mycket skall man lägga till 4 kr 18 öre, för att summan skall bli 15 kr?
4. En person, som köpt en bok, fick 4 kr 35 öre tillbaka på en 50-krona. Hur mycket kostade boken?

Se för övrigt »Särskilda metodiska frågor»!

36. *Prov på hela avsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med IV: A*

Multiplikationstabellen: Multiplikationstabellen bör nu vara inlärd. Olika slags prov användes för att undersöka säkerheten. De barn, som ännu är osäkra, får träna intensivt.

»Stora additionstabellen»: Övningarna från mom. 11 avsnitt I fortsättes. Även motsvarande subtraktionstabell övas, t. ex. 24 + 7, 31 — 7, 31 — 24. Den är av betydelse för s. k. kort division.

Mekanisk räkning: Här övas särskilt multiplikationstekniken. Se i övrigt »Särskilda metodiska frågor».

Förberedelse för divisionstekniken: Övning i divisionstabellen utan och med rest är av stor betydelse som förberedelse till skriftlig division. Det är inte fråga om att memorera tabellen, endast att uppöva barnens färdighet att bestämma, hur många gånger ett tal går i ett annat. I början har de hjälp av en multiplikationstabell, exempelvis av den typen, där produkterna är insatta i ett rutnät. Av tabellen ser de genast, att t. ex. »3 går i 24» 8 gånger, men det är också lätt se, hur många gånger 3 går i 25 eller 26.

Barnen behöver skola sitt omdöme. De bör t. ex. inse, att 53 : 7 är mer än 53 : 10 och att det därför är lämpligt att börja prövningen med ett kvottal, som är större än 5. Om ett barn inför uppgiften 53 : 7 säger, att det går 6 eller 8 gånger, bör det inte uppmanas att tänka efter utan i stället att pröva med multiplikation, alltså: 6 · 7 eller 8 · 7. Det ena visar sig vara för litet och det andra för stort. Rätta svaret är sedan lätt att finna. Viktigt är, att barnen under sitt arbete konsekvent följer gången: ett snabbt omdöme och därefter prövning.

Ett lämpligt övningsmaterial är »Division I» och »Division II» i Rostadsproven.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT V

A. *Kursmomentserie: Geometriska grundbegrepp: yta, linje, punkt. Omkrets. Översikt av längdmåtten. Ytmåtten dm² och cm². Rektangel och kvadrat.*

37. *Geometriska grundbegrepp: yta, linje, punkt.*

Begreppen kan inläras genom att barnen får räkna antalet sidoytor, kantlinjer och hörnpunkter på olika kroppar. Benämningarna räta och krokiga linjer samt plana och buktiga ytor användes.

38. *Den räta linjen. Avstånd och längdmätning.*

Barnen bör få klart för sig, att en linje inte behöver vara ett streck, som ritas i boken eller på tavlan, att en linje också kan vara en spänd lina, kanten av en ask eller en tänkt linje, såsom gränslinjen mellan två länder på kartan. De bör få framställa räta linjer med en lina i trädgården och med ett kritat snöre på en bordsskiva.

De intresseras för begreppet avstånd och får genom mätningar övertyga sig om att den räta linjen är det kortaste avståndet mellan två punkter. Längder bedömes efter ögonmått och kontrolleras genom mätning. Omkretsen av figurer av olika slag mätes.

Barnen får lära sig känna igen och benämna rektanglar, kvadrater samt trianglar och något undersöka deras egenskaper.

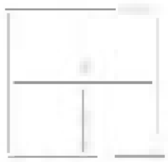
En allmän erfarenhet är, att barn lätt förväxlar begreppen omkrets och ytstorlek. De bör ej få den föreställningen, att t. ex. en rektangel är en figur, som består av fyra linjer, utan att rektangeln är en yta, som begränsas av linjerna. Det är därför lämpligt att låta barnen klippa ut rektanglar av olika form av färgat papper och klistra upp dem i sin arbetsbok i såväl »liggande» som »stående» ställning. Man bör komma ihåg, att barnen inte lätt uppfattar, att en kvadrat, som står »på hörn», är samma figur som en kvadrat i normalläge. På samma sätt kan barnen få klippa ut och klistra upp trianglar och fyrsidingar av olika typer.

Mätningar utomhus utföres lämpligen av flera lärjungar gemensamt. Även vid geometriskt arbete i klassrummet kan det ofta vara lämpligt, att eleverna arbetar i grupper. För att stimulera undervisningen kan då och då anordnas tävlingar mellan grupper, vare sig dessa är mera permanenta eller tillfälligt sammansatta. Uppgifterna kan vara t. ex. att på fri hand rita en rät linje mellan ett par på tavlan utmärkta punkter, att dela en rät linje mitt itu efter ögonmått, att rita en linje dubbelt så lång som en annan, att gissa avståndet mellan två utritade punkter, att rita en rät linje, som är ett visst antal dm lång, att rita en kvadrat med förbundna ögon.

39. *Ytbegreppet. Ytmåtten dm² och cm².*

Under förutsättning att barnen sedan lång tid tillbaka är väl förtrogna med omkretsbegreppet, kan ytbegreppet uppbyggas i anslutning till detta, på så sätt att barnen göres upp märksamma på att en figur kan vara större än en annan trots att de ha samma omkrets.

Ex.: Fig. 1



Omkrets 8 cm

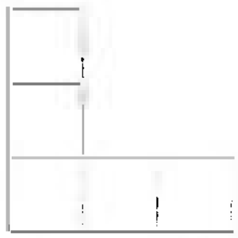
Fig. 2

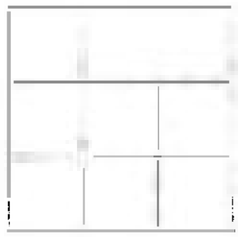
Omkrets 8 cm

Fig. 1 kan täckas av 4 cm^2-rutor, fig. 2 av 3 cm^2-rutor. Ma säger, att den ena figuren har en yta av 4 kvadratcentimeter den andra en yta av 3 kvadratcentimeter.

Flera figurer med lika stora omkretsar och olika stora yto ritas och jämföres med varandra.

Ex.:





På figurer uppritade på tavlan mätes omkretsen i dm oc ytan med dm^2-rutor.

40. *Rektanglar och kvadrater. Mätning av deras ytor.*

Rektanglar och kvadrater ritas efter givna mått och mäte med utklippta dm^2- och cm^2-rutor. Uttrycken bas och höj användes.

Vid mätandet med dm^2- och cm^2-rutorna upptäcker barne lätt, att de skulle kunnat bestämma antalet rutor, som be hövs för att täcka en rektangel eller en kvadrat, genom at mäta figurernas bas och höjd och sedan räkna ut ytan. Dett sätt att mäta ytor med hjälp av längdmått övas. Ingen »for mel» för beräkning av dessa ytor användes ännu.

41. *Något om figurer ritade i viss skala.*

Skalan anges endast genom att man talar om att 1 cm på ritningen motsvarar 1 meter i verkligheten. Längderna på ritningen överföres till längderna i verkligheten. Praktisk användning i samband med undervisningen i andra ämnen, t. ex. slöjd och geografi.

42. *Tillämpningsuppgifter och prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med V: A*

Taluppfattning och talbeteckning: Samma sorts övningar som i kursmoment 9 och 18.

Sortförvandlingar: Se »Särskilda metodiska frågor».

Mekanisk räkning: Skriftlig addition, subtraktion och multiplikation. Se för övrigt »Särskilda metodiska frågor»!

Förberedelse för divisionstekniken: Övning av divisionstabellen utan och med rest. Se motsvarande stycke i föregående avsnitt.

Divisionstekniken förberedes även genom åskådlig delning. Vi kan dela på olika sätt: genom klippning och vikning, delning av linjer efter ögonmått, inpassande av linjer mellan de parallella linjerna i en skrivbok. Resultatet av delningen prövas med multiplikation och korrigeras ev. Ex.: $\frac{\text{[illegible]}}{2}$. Om barnen vid delning skulle få t. ex. 38 cm, finner de vid prövningen 2 · 38 cm = 76 cm, att de fått ett något för litet tal, och försöker med 39, prövar än en gång och konstaterar, att nu är det rätt.

Förberedelse för bråkräkning: Barnen behöver få höra och själva använda de olika bråkbenämningarna. Detta kan ske dels under huvudräkning, dels genom kombinerade skriv- och räkneövningar av typen: 2 åttondelar + 5 åttondelar = = 7 åttondelar; 8 åttondelar — 5 åttondelar = 3 åttondelar. Barnen får klippa en cirkel i 8 lika stora sektorer och åskådligt utföra additionerna och subtraktionerna. På samma sätt övas andra bråksorter, t. ex. tiondelar.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT VI

A. *Kursmomentserie: Talområdet utvidgas till 900 000. Skriftlig division: divisorn en-siffrigt tal och 10, kvoten högst 3-siffrig, prövning med multiplikation*

43. ***Uppfattning och beteckning av tal inom talområdet 1—900 000.***

Exempel på övningar:

Räkna till 200 000 med 10 000 i taget.

Räkna från 700 000 till 900 000 med 10 000 i taget.

Ordna följande tal efter storlek: 100 001, 99 999, 195 000, 200 000, 199 199.

Vilket tal kommer närmast före 100 000, 900 000, 150 000, 123 450, 765 000?

Angiv de fyra närmaste talen efter 99 998, 120 000, 199 996, 589 998!

Angiv vad varje siffra i talet 153 769 betyder (1 bet. 100 000, 5 bet. 50 000, 3 bet. 3 000, 7 bet. 700, 6 bet. 60 och 9 bet. 9)! Talet kan alltså skrivas: 100 000 + 50 000 + 3 000 + 700 + + 60 + 9. Skriv på samma sätt talen 457 836, 132 540, 895 764.

44. ***Om beteckning och uträkning av de båda divisionsarterna delning och innehållsräkning.***

För delnings- och innehållsdivision har vi hittills använt olika beteckning: det vågräta strecket vid delning och tvåpunktstecknet vid innehållsberäkningar. Båda slagen av räkneoperationer har emellertid utförts med hjälp av multiplikationstabellen.

Ex.: 35 öre : 5 öre = 7, ty 7 · 5 öre = 35 öre. Utan sort: 35 : 5 = 7.

$\frac{35 \text{ öre}}{5} = 7$ öre, ty 5 · 7 öre = 35 öre. Utan sort: $\frac{35}{5} = 7$.

I båda fallen säger man, att man dividerat 35 med 5, och i båda fallen blir svaret lika med 7. Då svaren alltså blir lika, bryr man sig inte om att vid uträkningen tänka efter, om det är fråga om delning eller innehållsberäkning. Man använder också samma tecken för båda fallen. Endast sorten visar, vad för slags division det är fråga om.

Ex.: 35 öre : 5 öre = 7 eller $\frac{35 \text{ öre}}{5 \text{ öre}} = 7$ är en innehållsberäkning.

35 öre : $5 = 7$ öre eller $\frac{35 \text{ öre}}{5} = 7$ öre är en delning.

Uppgifter tecknade med sort tolkas genom att barnen berättar »räknehistorier», dvs. hittar på problem, som passar till dem.

Sambandet mellan multiplikation och division kan ytterligare klargöras genom repetition av övningarna i IV: B. Sedan barnen räknat och prövat några uppgifter av typerna 18 öre : 6 öre = 3, ty $3 \cdot 6$ öre = 18 öre och $\frac{45 \text{ cm}}{5} = 9$ cm, ty $5 \cdot 9$ cm = 45 cm, får de öva sig med att »översätta» multiplikationsuppgifter till motsvarande divisionsuppgifter. Ex.: $8 \cdot 5$ öre = 40 öre ger divisionerna 40 öre : 5 öre = 8 och $\frac{40 \text{ öre}}{8} = 5$ öre. Även rena sifferexempel kan ges, t. ex. $8 \cdot 9 = 72$ ger divisionerna $72 : 9 = 8$ och $72 : 8 = 9$.

45. *Divisionstekniken med användning av den s. k. korta metoden.*

Man väljer först uppgifter, där divisorn går jämnt upp i varje talsort. Ex.: 862 öre : 2. Barnen räknar: 8 kr delat i två delar är 4 kr i varje del, 6 tioöringar delat i två delar är 3 tioöringar, och 2 ettöringar delat i två delar är 1 ettöring. Så snart det är klart, att det är fråga om att dela talsort efter talsort, går man över till den uppställning och det uträkningssätt, som det är meningen, att barnen sedan skall använda, och räknar 2 i 8 går 4 gånger osv.

I det följande placeras kvotsiffrorna över motsvarande talsort i dividenden, men varje lärare använder naturligtvis den metod han anser fördelaktigast. Fördelen med nämnda skrivsätt är, att kvotsiffrornas talvärde genast uppfattas, varför risken för de vanliga felräkningarna av typen $1\,212 : 4 = 33$ borteliminera s.

Exempel på uppställning och uträkning:

8 kr 62 öre : 2 = 4 kr 31 öre.
$$\begin{array}{l} 431 \\ 862 : 2 \end{array}$$

Benämningarna division, dividend, divisor och kvot användes.

Resultatet prövas alltid med multiplikation.

Även uppgifter med nollor i dividenden ges. Ex.: 609 : 3. 360 : 3.

Uppgifter, där divisorn inte går jämnt upp i varje talsort, löses därefter på samma sätt.

Ex.:	203		71
	812 : 4	och	284 : 4

Vid uträkningen av det sista exemplet konstateras, att det är onödigt att sätta en nolla över tvåan.

46. *Den vanliga divisionstekniken (s. k. långa metoden).*

Att använda den »korta metoden», dvs. att endast skriva ned kvotsiffrorna, blir svårt för barnen, då divisorn är större än 5. Man räknar några exempel med metoden och går sedan över till den »långa metoden».

Ex.:	119	275	10 634
	714 : 6	1 925 : 7	95 706 : 9
	6	14	9
	11	52	57
	6	49	54
	54	35	30
	54	35	27
	0	0	36
			36

Uppgifter med rest. Ex.:

231
1 850 : 8
16
25
24
10
8
2

47. *Hur man dividerar med 10.*

Uppgifter med 10 som divisor löses på samma sätt som visats i föregående moment, först utan och sedan med rest. Barnen ledes emellertid att observera, att tal, som slutar på noll, blir dividerade med 10, om man tar bort sista siffran, och att tal, som slutar på annan siffra, förhåller sig på samma sätt, utom att sista siffran anger resten. Ex.: 530 : 10 = = 53; 532 : 10 = 53, rest 2.

48. *Sorträkning.*

Inlärda sorter övas. Ex.: 47 m 25 cm : 7

```
       675
      4 725 : 7
      4 2
      ----
        52          Svar: 6 m 75 cm
        49
      ----
         35
         35
      ----
```

Sortförvandlingar med reduktionstalet 10 övas. Ex.: Hur många tioöringar kan man få av 6 870 öre? 560 hg = ? kg. 3 650 km = ? mil. 9 753 = ? tiotal ? ental.

49. *Tillämpningsuppgifter.*

Exempel på olika typer av problem:

1) Delning: A, B och C delar 14 kr 40 öre lika. Hur mycket får var och en?

2) Innehållsberäkning: A delar ut 2 kr 50 öre till sina kamrater, 10 öre till var, så långt det räcker. Till hur många räcker pengarna?

Barnen måste vid varje problem placera sorterna rätt. Som divisionstecken kan användas såväl det vågräta strecket som tvåpunktstecknet. Alla uträkningar sker på samma sätt och med samma uppställning för båda arterna av division.

50. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med VI: A*

Tabellträning: Övningen av de grundläggande tabellerna i de fyra räknesätten sker vid lämpliga tillfällen under hela mellanstadiet.

Divisionstabellerna memoreras ej men övas flitigt.

Likaså övas den »stora additionstabellen» (summan av ett två-siffrigt och ett en-siffrigt tal), utan att det är fråga om någon memorering. Ex.: 8 + 4, 18 + 4, 28 + 4, 98 + 4.

Någon övning på tabeller av olika slag bör normalt förekomma i varje kursavsnitt. Hur omfattande övningarna skall vara och vilka åtgärder, som kan vidtagas i individualiserande syfte, överlämnas åt läraren att bestämma. Se vidare »Särskilda metodiska frågor».

Mekanisk räkning: Antalet termer i en additionsuppgift kan nu vara mer än 6. Se »Särskilda metodiska frågor».

Förberedelse för multiplikationen i nästa kursavsnitt: Eleverna kan ha vissa svårigheter att förstå räknetekniken, då multiplikatorn är ett tal, som slutar på nollor. Lämpligt valda huvudräkningsuppgifter kan bidraga till att jämna vägen för förståendet. Effekten av upprepad multiplikation studeras. Med algebrans språk skulle man kunna säga att barnen får konstatera att $a(bc) = abc$.

Ex.: 1) 2 st kostar 2 · 15 öre = 30 öre. Vad kostar 4 st? 6 st? 8 st? osv. till 20 st.

2) 3 st väger 3 · 5 gram = 15 gram. Vad väger 6 st? 9 st? 12 st? osv. till 30 st.

3) 6 st kostar 75 öre. Vad kostar 60 st?

4) Jämför 2 · (5 · 12) med 10 · 12.

5) Vilket är mest: 10 · (2 · 25) eller 20 · 25?

Förberedelse för bråkräkning: Ex.: Eleverna kan här göras förtrogna med beteckningen av stambråk. Som åskådningsmedel kan alltjämt användas utklippta cirkelsektorer. Beteckningarna skrives på dessa. Följande bråk är jämförelsevis lätta att framställa: [illegible] och bör därför medtagas.

Eleverna öva sig att förknippa benämning och beteckning med varandra. Ex.: En sjättedel tecknas $\frac{1}{6}$, en tiondel tecknas $\frac{1}{10}$ osv.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT VII

A. *Kursmomentserie: Talområdet utvidgas till 1 000 000. Skriftlig multiplikation: ena faktorn högst 2-siffrig, andra faktorn högst 4-siffrig. Multiplikation med 100 och 1 000*

51. *Uppfattning och beteckning av tal inom talområdet 1—1 000 000.*

Ex.: Hur många tusental finns i en million?

Vilket helt tal kommer närmast före 1 000 000?

52. *Hur man multiplicerar med 10, 100 och 1 000.*

Hur man multiplicerar med 10 är redan känt. Barnen får nu lära, att man kan multiplicera med 100 genom att två gånger efter varandra multiplicera med 10 — och med 1 000 genom att tre gånger efter varandra multiplicera med 10. Barnen får sedan upptäcka, hur man enklast multiplicerar med 100 resp. 1 000 genom att »multiplicera med ett» och sätta till två resp. tre nollor efteråt.

$$100 \cdot 75 = 7\,500$$
$$1\,000 \cdot 75 = 75\,000$$

53. *Multiplikation: ena faktorn 2-siffrig med slutnolla.*

a. *Andra faktorn utan slutnolla.*

Genom lämpligt valda huvudräkningsexempel ledes barnen till att tänka på följande sätt: Då 2 · 12 st är 24 st, måste 20 · 12 st vara 240 st, ty 20 duss. är 10 gånger så mycket som 2 duss.

Skriftlig uppställning:

12	37	453	6 084	3 009
· 20	· 50	· 80	· 90	· 30
240	1 850	36 240	547 560	90 270

Att den första siffran som skrives ned i produkten måste sättas under den siffra man multiplicerar med påpekas. Lätta uppgifter räknas utan uppställning av faktorerna under varandra.

Ex.: 20 · 13 = 260, 40 · 25 = 1 000.

b. *Andra faktorn med en eller flera slutnollor.*

Än så länge räknas inte uppgifter med flera slutnollor än att de skulle kunna tagas med i uträkningen. Förenkling av uträkningen bör emellertid redan nu ske.

Först räknas enkla exempel »på raden» så att barnen kommer underfund om regeln för nollornas placering.

Ex.:	3 · 25 = 75	30 · 25 = 750
	3 · 250 = 750	30 · 250 = 7 500
	3 · 2 500 = 7 500	30 · 2 500 = 75 000

Sedan regeln för nollorna funnits, utföres räkningen så:

80 · 670 = 53 600

```
 67
· 8
536
```

Till en början kan vid något tillfälle en jämförande uträkning av följande slag ställas upp:

```
   670
  · 80
53 600
```

Ex.: 90 · 3 700 = 333 000

```
 37
· 9
333
```

Barnen använder konsekvent denna enklare uppställning, då det finns nollor i båda faktorerna.

Ex.: 4 600 · 80 = 368 000

Faktorerna omkastas:

```
 46
· 8
368
```

4. *Multiplikation: ena faktorn 2-siffrig utan slutnolla.*

a. *Andra faktorn utan slutnolla.*

Ex.:

```
   56       312      3 009
 · 31      · 53       · 95
   56       936     15 045
1 680    15 600    270 810
1 736    16 536    285 855
```

Ex.: 4 075 · 48

Uträknas genom omkastning av faktorerna:

```
4 075
 · 48
```

b. *Andra faktorn med en eller flera slutnollor.*

Då som här endast den ena faktorn har slutnollor, bereder det inte mycket besvär att räkna på samma sätt som ovan, alltså:

Ex.: 60 · 34 = 2 040

```
   34
 · 60
2 040
```

Ex.: 75 · 5 600 =

```
  5 600
  ·  75
 28 000
392 000
420 000
```

Ex.: 8 400 · 62 =

Uträknas genom omkastning av faktorerna:

```
8 400
 · 62
```

Enklare är dock att räkna:

Ex.: 60 · 34 = 2 040

```
 34
 ·6
───
204
```

Ex.: 75 · 5 600 = 420 000

```
   56
  ·75
─────
  280
3 920
─────
4 200
```

Ex.: 8 000 · 43 = 344 000

```
 43
 ·8
───
344
```

Det blir emellertid lättast för barnen, om de får gå efter regeln att alltid då en faktor slutar på noll, utföra multiplikationen med »hjälpräkningen» utan nollorna. Man bör därför rätt snart låta barnen konsekvent räkna på det enklare sättet. Multiplikationsuppgiften tecknas »på raden» och uträknas med »hjälpräkning». Detta tillämpas även på sådana uppgifter som i moment 53 a räknades på annat sätt.

Ex.: 30 · 3 009 = 90 270 »Hjälpräkning»:

```
3 009
    3
─────
9 027
```

55. *Tillämpningsuppgifter.*

56. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med VII. A*

Förberedelse för bråkräkning: De åskådliga övningarna med stambråk fortsättes. Ex.: Utklippta cirkelsektorer, på vilka bråkbeteckningarna är utskrivna, ordnas efter storlek. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ osv.

Två delar, vilka som helst, jämföres till storleken, och barnen antecknar, t. ex. $\frac{1}{2}$ är större än $\frac{1}{3}$.

Cirkelsektorerna lägges samman till hela cirklar, och barnen får konstatera, att tre tredjedelar tillsammans är lika med en hel cirkel.

Det är inte meningen att barnen skall lära sig skriftlig addition i bråkräkning. Det är endast fråga om att ge dem tillfälle att syssla med bråkdelar, deras benämning och beteckning och att bibringa dem någon förståelse av bråkbegreppets innebörd.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT VIII

A. *Kursmomentserie: Problem av olika slag*

57. ***Enkla problem med ett räknesätt i varje uppgift.***

Problemen tages från barnens intresseområden. Alla räknesätt användes. Inlärda sorter repeteras. Uttryck som inkomster och utgifter, varans vikt och omslagets vikt etc. användes.

58. ***Köp och betalning.***

Ex.: 1) Hur mycket får man tillbaka på 10 kr, om man köper en bok för 2 kr 75 öre och en för 3 kr 50 öre?

2) Hur mycket får man tillbaka på 50 kr, om man köper 20 st böcker för 1 kr 25 öre stycket? Enkla räkningar skrives ut till kamrater för fingerade köp.

59. ***Tidsberäkningar.***

Exempel på problem:

1) Hur många tim. är det från kl. 11 till kl. 23? Hur många minuter från 1.50 till 2.15? Hur många sek. är det på en halv minut?

2) Hur många år är det från och med nyårsdagen 1949 till och med nyårsafton 1952?

3) Hur många dagar är det från och med 3/5 till och med 12/5?

60. ***Prov på hela avsnittet.***

B. *Exempel på arbete parallellt med VIII: A*

Förberedelse för division med 2-siffrig divisor: En multiplikationstabell för talen 13—19 med talen 3—9 som multiplikatorer skrives.

På tabellen övas uppgifter av typen: hur många gånger gå 13 i 65? i 95? etc.

Även översättning av multiplikationsuppgifter till divisionsuppgifter kan övas. Ex.: $7 \cdot 12 = 84$ ger två divisioner: $84 : 7 = 12$ och $84 : 12 = 7$.

Förberedelse för bråkräkning: Barnen kan nu få framställa och beteckna andra bråk än stambråk, t. ex. [illegible], $\frac{3}{5}$. En cirkel delas genom ritning i femtedelar och genom klippning i $\frac{2}{5}$ och $\frac{3}{5}$. Bråkbeteckningarna skrives på delarna. En annan lika stor cirkel klippes i femtedelar; och barnen får visa att [illegible] — [illegible] = [illegible] och att $\frac{2}{5}$ + [illegible] = [illegible].

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT IX

A. *Kursmomentserie: Skriftlig division: divisorn en- och tvåsiffrigt tal samt 100 och 1 000.*

61. *En-siffrig divisor och användning av »korta metoden».*

Den korta metoden användes vid uppgifter med ensiffrig divisor.

Ex.:	**321**	**63**	**43**	71	rest 2.
	963 : 3	126 : 2	172 : 4	641 : 9	

Uttrycken division, dividera, dividend, divisor, kvot användes. Uträkningar prövas med multiplikation.

62. *Divisorn 11—19.*

Här är det till att börja med svårt för barnen att finna kvotsiffran. De bör därför få använda en hjälptabell. Denna kan omfatta produkter av faktorerna 3—9 och 13—19 (se B-avd. föregående avsnitt). Uppgifter med divisorerna 11 och 12 samt kvotsiffrorna 1 och 2 bör kunna klaras utan tabell.

Utan hjälp av tabell löses alltså uppgifter, som

506		22	**23**
6 072 : 12	och	374 : 17	255 : 11
6 0		34	22
72		34	35
72		34	33
			2

Med hjälp av tabell löses uppgifter, som

```
 45                       534
765 : 17    och        8 015 : 15
68                     7 5
---                    ----
 85                      51
 85                      45
---                    ----
  0                       65
                          60
                         ---
                           5
```

63 *Divisorn rent tiotal.*

Ex.: 360 : 30 = 12
Prövning: 12 · 30 = 360

Läraren ger regler för att finna kvotsiffrorna och ser till att barnen prövar uträkningarna, men han fördjupar sig inte i lärda förklaringar av tekniken.

64. *Divisorn vilket 2-siffrigt tal som helst.*

Ex.: 345 : 20; 7 950 : 75; 86 625 : 25
Angående regeln att finna kvotsiffran se Wigforss a. a.

65. *Hur man dividerar med 10, 100 och 1 000.*

Hur man dividerar med 10, har barnen redan lärt. De får nu lära att dividera med 100 och 1 000, efter samma metod som för andra divisioner. Under arbetet ledes de att själva upptäcka enklaste sättet att lösa dessa uppgifter. Jämför mom. 47.

66. *Sortförvandlingar.*

Reduktionstalet kan vara 10, 100 eller 1 000.

Ex.: 4 370 dt = ? ton
16 310 = ? tiotal
18 900 l = ? hl
74 600 = ? hundratal
45 000 kg = ? ton
732 000 = ? tusental

67. *Tillämpningsuppgifter.*

Viktigt är, att barnen får göra bekantskap med olika slag av divisionsuppgifter, såväl delningar som innehållsberäkningar. Både det vågräta strecket och tvåpunktstecknet användes som divisionstecken.

Ex.: 1) En bräda på 280 cm delas lika mellan 14 pojkar. Hur stor bit får var och en?
2) Av ett stycke tyg på 5 m får flickorna i en slöjdgrupp 75 cm var. Hur många var flickorna?
3) Tio barn fick lika mycket var av en summa pengar på 18 kr. Hur mycket fick var och en?
4) Hur många gånger behöver man tömma ett spann vatten på 25 liter för att med det fylla en tunna på 300 liter?
5) Vilket tal måste man ta 25 gånger för att få 650?
6) Jag tänker på ett tal. Om man multiplicerar det med 40, får man 880. Vilket är talet?

68. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med IX: A*

Taluppfattning och talbeteckning: Fortsatta övningar inom talområdet 1—1 000 000.

Mekanisk räkning: Övning av de fyra räknesätten. Hänsyn till talområdets utvidgning tages.

Förberedelse för bråkräkning: Fortsatta övningar ägnade att göra barnen förtrogna med bråktalens uppkomst, benämning och beteckning. Åskådningsmedel användes.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT X

Prov av olika slag. Arbete med luckor i kunskaperna. Överkurser

Mot slutet av fjärde läsåret kan det vara lämpligt att göra en paus i kursmomentserien för att få tillfälle att ägna sig åt kontroll och befästande av de förvärvade kunskaperna samt åt avslutandet av överkursuppgifter.

Fjärde klassen i enhetsskolan kommer visserligen inte att som nu bli »avslutningsklass» för avgång till läroverk, men det är dock av betydelse att efter ett års arbete i mellanskolan få till stånd en riktig bedömning av klassen. I B-skolor händer det ofta, att lärarbyte äger rum efter fjärde skolåret, och en översyn av de genomgångna kursmomenten blir därför för dessa skolor i ännu högre grad motiverad.

Standardiserade prov för betygssättningen.

De prov, som nu tillhandahålles av Skolöverstyrelsen, är visserligen avpassade efter nuvarande kurser i folkskolan, men den för enhetsskolan i denna studieplan föreslagna kursen avviker inte mer från den nuvarande än att standardproven med lätt justering kan användas även här. Viktigaste skillnaden är, att enligt föreliggande arbetsplan den skriftliga multiplikations- och divisionstekniken inte blir fullständigt behandlade förrän under femte skolåret. Uppgifter med mer än 2-siffrig divisor eller multiplikator har inte förekommit under fjärde årets arbete (frånsett med 100 och 1 000). Mot slutet av »kursprov i mekanisk räkning» i nuvarande standardprov finns ett par sådana uppgifter, som alltså bör utbytas mot andra av motsvarande svårighetsgrad. Även i den nya serien av standardprov utarbetade av Statens psyk.-ped. institut, finns några uppgifter, som av samma anledning måste utbytas.

Individuellt arbete i anslutning till proven i de olika kursavsnitten.

En paus i införandet av nya kursmoment kan även behövas för vinnande av tid till att fylla de »luckor» i kunskaperna, som uppdagats genom de diagnostiska proven i anslutning till kursavsnitten.

Överkursuppgifter.

Även för överkursuppgifternas slutförande är det lämpligt att vid läsårets slut ge barnen tid att utan störning av nya obligatoriska kursmoment få ägna sig åt de uppgifter, som de själva valt.

KURSAVSNITT XI

A. *Kursmomentserie: Geometri: ytbegreppet, ytmåtten (m^2, dm^2, cm^2, mm^2), beräkning av rektanglars och kvadraters ytor*

69. *Repetition av kursavsnitt V.*

Terminologien från avsn. V återkallas i minnet. Mätning av olika figurers omkretsar utföres (även utomhus).

70. *Lodräta och vågräta linjer. Räta vinklar. Parallella linjer.*

Med utgångspunkt från praktiska problem får barnen göra bekantskap med olika metoder att avgöra, om linjer och ytor är lodräta resp. vågräta. Begreppet rät vinkel införes. Parallella linjer ritas med hjälp av vinkelhake och linjal.

Barnen bör inte få den föreställningen, att för geometriska konstruktioner nödvändigt fordras vissa apparater. Man kan använda en vikt pappersremsa som linjal, man kan vika en rät vinkel, som kan användas som vinkelhake, man kan rita en cirkel med en pappersremsa eller en tråd osv.

Lämpligt är, att varje barn har en särskilt för geometri avsedd *arbetsbok* med lösblad. Allt efter uppgiftens art ritas på linjerat eller cm-rutat papper.

71. *Ytmåttet m^2. Jämförelse mellan ytmåtten m^2, dm^2, cm^2.*

En kvadratmeter och en kvadratdecimeter uppritas, och barnen får genom olika slag av beräkningar ta reda på hur många dm^2 resp. cm^2-rutor de skulle behöva för att täcka dem.

72. *Ytmåttet mm^2. Jämförelse mellan cm^2 och mm^2.*

Om mm-rutat papper finns att tillgå, kan barnen få klippa ut cm^2-rutor av det. De får ta reda på att en $cm^2 = 100\ mm^2$.

73. *Tillämpningsuppgifter och prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XI: A*

Förberedelse till bråkräkning: Barnen kan få illustrera olika bråk, t. ex. $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$ genom ritningar.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XII

A. *Kursmomentserie: Talområdet utvidgas till 1 milliard. Hela tal: skriftlig multiplikation och division fullständigt*

74. *Uppfattning och beteckning av tal inom talområdet 1—1000 000 000.*

Övningar på det nya talområdet.

75. *Tre- och fler-siffrig multiplikator.*

Svårigheterna införes efter hand. Om tal med nollor förekommer, löses dessa uppgifter på samma sätt som i avsnitt VII. Mer än 3-siffrig multiplikator förekommer ej ofta, men barnen bör lära sig att klara även sådana fall. Uppgifter med faktorer som slutar på nollor behandlas som förut visats.

I allmänhet prövas uträkningarna som förut genom omräkning, dvs. granskning siffra för siffra. I några fall kan barnen dock få pröva genom en ny uträkning med faktorerna omkastade.

Ex.: 2 300 · 52 000 = 119 600 000.

Uträknas alltså:

52
23
[illegible]
1 040
1 196

Nollorna räknas och sättes till i svaret efter likhets- [illegible]

76. ***Division med en-siffrig divisor samt med 10, 100 och 1 000 (repetition).***

Några uppgifter av vardera sorten ges. Prövningsförfarandet repeteras: kvot · divisor — rest = dividend.

77. *Divisorn 11—19.*

Olika slag av svårigheter beaktas, särskilt nollor i kvoten. Barnen övas att lösa dessa uppgifter utan att använda någon hjälptabell.

78. *Två- och flersiffrig divisor.*

Tekniken läres rent praktiskt. Prövning av uträkningen visar om den utförts riktigt.

79. ***Division av tal, som slutar på nollor.***

Genom några inledande huvudräkningsuppgifter klargöres att t. ex. 3 600 : 900 är lika mycket som 36 : 9.

Eleverna kan sedan, om läraren så finner lämpligt, använda regeln att stryka liga många slutnollor i dividend och divisor före uträkningen.

Ex.: 103 500 : 2 300 = Man räknar 1 035 : 23 = 4

Prövningen 45 · 2 300 = 103 500 visar att divisionen utfört rätt.

Problemet om ev. resters talsort, när nollor strukits i dividend och divisor, tas längre fram upp till diskussion, t. ex. vid repetition av heltalsräkningen på högstadiet.

80. *Tillämpningsuppgifter.*

Se »Särskilda metodiska frågor»!

81. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XII: A*

Sortförvandlingar: De fyra räknesätten med förvandlingar mellan två sorter, se mom. 7, 24, 33, 48.

Förberedelse till bråkräkning: »Bråksektorer» till enkla bråk som $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ delas ut, och barnen bestämmer bråkdelen och skriver på sektorerna beteckningar för resp. bråktal. Liknande uppgifter med rektanglar, på vilka viss del streckats, gives. Här kan något svårare bråktal ges, t. ex. 2/[illegible] 3/[illegible] 5/[illegible]

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XIII

A. *Kursmomentserie: Problem av olika slag, även med mer än ett räknesätt i var uppgift, användning av parentes*

82. *Tecknade uppgifter med flera räknetecken.*

När det gäller att lösa en uppgift sådan som »K. köper två bollar för 75 öre stycket och en racket för 6 kr 50 öre. Hur mycket kostar alltsamman?», är det naturligt att räkna multiplikationen före additionen. Man tecknar som man räknar, alltså 2 · 75 öre + 650 öre.

Barnen får sedan veta, att man har en överenskommelse om hur uppgifter med mer än ett räknetecken skall uträknas. Överenskommelsen innebär, att multiplikationer och divisioner skall räknas före andra räknesätt. Hur skall vi räkna om vi har både multiplikation och division i samma uppgift?

Ex.: $\frac{6 \cdot 120 \text{ öre}}{4}$ Räkna först divisionen $\frac{120 \text{ öre}}{4}$ och därefter multiplikationen 6 · 30 öre! Räkna sedan först multiplikationen 6 · 120 öre och därefter divisionen $\frac{720 \text{ öre}}{\text{[illegible]}}$ samt jämför!

Tecknade uppgifter tolkas och löses.

83. *Användning av parentes.*

Inledningsexempel: **D. köper tre böcker. De har kostat 1 kr 30 öre stycket men säljes nu med en nedsättning i priset av 14 öre per stycket. Hur mycket skall betalas för böckerna?** Barnen inser, att här måste subtraktionen räknas före multiplikationen. För att visa, att den förut nämnda överenskommelsen inte kan tillämpas här, sätter man parentes omkring det som skall räknas först, alltså: 3 · (130 öre — 14 öre).

Tecknade uppgifter tolkas och löses.

84. *Reguladetri.*

Enkla problem ur vardagslivet ges.

Ex.: **3 kakor kostar 75 öre. Vad kostar 25 kakor efter samma pris?**

Ex.: **En liter saft kostar 1 kr 80 öre. Vad kostar 8 dl efter samma pris?**

Ex.: **7 kritor kostar 1 kr 5 öre. Vad kostar ett dussin efter samma pris?**

I några fall kan eleverna få göra samma undersökning, som rekommenderades i första momentet av detta avsnitt, och än en gång konstatera, att resultatet blir detsamma, om multiplikationen utföres före divisionen eller tvärtom. Man väljer det sätt, som förefaller vara lättast att räkna. Ett par exempel diskuteras ur denna synpunkt.

85. *Medelvärden.*

Samtal om vad man menar med medelvärde och om fall, då dessa uträkningar kan vara av betydelse. Enkla medelvärden beräknas, t. ex. steglängden.

86. *Tidsberäkningar.*

Ex. 1) **A. föddes den 1 maj 1949. När fyller han 11 år? När är han 11 år och 3 mån.? 11 år, 3 mån. och 10 dagar?**

Ex. 2) **B. föddes den 5 april 1942. Hur gammal är hon den 5 aug. 1950?**

87. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XIII: A*

Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XIV

A. *Kursmomentserie: Allmänna bråk, innebörd och beteckning, förvandling mellan några mycket vanliga bråksorter, enkla additioner och subtraktioner av bråk med samma nämnare*

88. *Innebörd och beteckning av bråktal.*

En del av detta kursmoment har redan behandlats under rubriken »Förberedelser» i tidigare kursavsnitt.

a. En utklippt cirkel delas i fyra lika delar. Barnen har lärt att kalla de delar som uppstår för fjärdedelar och att teckna en sådan del $\frac{1}{4}$. Tar vi tillsammans tre av delarna får vi $\frac{3}{4}$.

Att $\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$ konstateras. Flera liknande delningar utföres, men endast små nämnare användes.

b. Figurer ritas på tavlan, och olika delar utmärkes genom streckning. Barnen får genom bråkbeteckning ange, hur stor del av varje figur, som är streckad. Ex. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$.

c. Barnen får i uppgift att rita figurer och på dem strecka t. ex. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$.

d. Hur ett blandat tal uppkommer och hur det betecknas, visas analogt med föregående. Alltså: först verkliga föremål, delar och hela, sedan streckning av t. ex. $2\,\frac{1}{3}$ på uppritade figurer, till sist uppgiften att genom en ritning visa, vad som menas med t. ex. $1\frac{1}{4}$.

e. Additioner som $\frac{4}{5}+\frac{1}{5} = 1$.

f. Bråkdelar av sammansatta enheter som dussin och tjog m. fl. framställes med åskådningsmedel och betecknas.

Ex.: 1 cm = $\frac{1}{10}$ dm; 1 öre = $\frac{1}{100}$ krona; 1 månad = $\frac{1}{12}$ år.
2 cm = $\frac{2}{10}$ dm; 5 öre = $\frac{5}{100}$ kronor; 3 månader = $\frac{3}{12}$ år.

89. *Enkla additioner av egentliga och oegentliga bråk.*

Som åskådningsmedel kan användas de utklippta bråkdelarna från föregående kursmoment.

Ex.: $\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$; $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$; $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5} = 1\,\frac{2}{5}$.

Det behövs inga regler för hur det oegentliga bråket ; förvandlas till blandat tal. Barnen får klippa sönder dei mindre sektorn och foga samman delarna så: $\frac{4}{5} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = 1\frac{2}{5}$ Sedan några exempel räknats så omständligt, kan barnen utai åskådningsmedel utföra uppgifter av detta slag.

[illegible]

90. ***Enkla additioner av blandade tal (samma nämnare).***

De första exemplen löses med hjälp av åskådningsmedel Därefter övas enkla tillämpningsproblem och ren sifferräk ning.

Ex.: $2\frac{1}{5} + 1\frac{3}{5} = 3\frac{4}{5}$; $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$; $2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + 2\frac{3}{4} = 5\frac{9}{4} = 7\frac{1}{4}$

91. ***Enkla subtraktioner med egentliga och oegentliga lik nämniga bråk.***

Åskådningsmedel användes, enkla tillämpningsproblem oc ren sifferräkning övas.

Ex.: $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$; $\frac{7}{4} - \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.

92. ***Enkla subtraktioner med blandade tal (samma namnare***

Växling eller »lån» bör ännu ej förekomma.

Ex.: $4\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4}$; (men *ej* $4\frac{1}{4} -$ [illegible]

93. ***Enkla multiplikationer och delningar.***

Ex.: $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$, $2 \cdot \frac{7}{4} = \frac{14}{4} = 3\frac{2}{4}$.
Ex.: $\frac{6}{5} : 3 = \frac{2}{5}$, $\frac{14}{4} : 2 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

94. ***Förvandlingar mellan några mycket vanliga bråksorte***

a. De förut utklippta delarna av olika slag användes, oc barnen får i uppgift att dela dem än en gång samt undersök vad det är för slags delar, som därigenom uppkommer. Bråk talen skrives på delarna.

b. Exempel av typen $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$, $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$ övas.

c. Samma sorts övningar som under a och b i detta mon men i motsatt ordning. Två sjättedelar sättes tillsamma till en tredjedel, fyra åttondelar till en halv osv.

95. ***Rest vid heltalsdivision uttryckt genom ett bråk.***

Genom enkla delningar visas, att t. ex. $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Det våg räta strecket som divisionstecken är förut bekant för barne

Delningsproblem, som ger rest, löses, och resten skrives i svaret som en tecknad division.

Ex. 1) 5 chokladkakor delas lika mellan 4 barn. Hur mycket får var och en? $\frac{5 \text{ kakor}}{4} = 1\frac{1}{4}$ kaka.

2) 3 568 kg : 12 = $297\frac{4}{12}$ kg.

```
   297
 3 568 : 12
 2 4
 ----
 1 16
 1 08
 ----
    88
    84
 ----
     4
```

96. *Tillämpningsuppgifter och prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XIII: A*

Sortförvandlingar: Övningar på de icke dekadiska sorterna, ett tredjedels dussin, 3 fjärdedels dussin, ett och ett halvt dussin, osv.

Förberedelse för ekvationslösning: Barnen ställes inför »talproblem» i form av två uttryck förbundna genom likhetstecken. Bokstaven x användes ej. Problem av detta slag har givits redan på lågstadiet.

Ex.: 999 — = 1 000; en million — = 900 000.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XV

A. *Kursmomentserie: Decimalbråk: tiondelar och hundradelar, skriftlig addition och subtraktion, skriftlig multiplikation och division med helt tal*

97. *Beteckning av tiondelar.*

Ex.: 2 m 3 dm är $2\frac{3}{10}$ m och tecknas 2,3 m;
5 liter 4 dl är $5\frac{4}{10}$ liter och tecknas 5,4 liter;
5 hg är $\frac{5}{10}$ kg och tecknas 0,5 kg.

Även omvändningarna övas, alltså: 3,8 mil = 3 mil 8 km. Man bör även öva att skriva samma tal som allm. bråk och som decimalbråk.

Ex.: $2\frac{1}{10} = 2{,}1$.

98. *Beteckning av hundradelar.*

Ex.: 4 m 25 cm är $4\frac{25}{100}$ m och tecknas 4,25 m;
1 kr 25 öre är $1\frac{25}{100}$ kr och tecknas 1,25 kr;
25 öre är $\frac{25}{100}$ kr och tecknas 0,25 kr;
5 öre är $\frac{5}{100}$ kr och tecknas 0,05 kr.

Omvänt:

1,2 m = 1 m + 2 dm; 1,2 = 1,20; 1,20 m = 1 m 20 cm.

Vi ser att det inte är detsamma att sätta nollor efter hela tal som efter decimalbråk.

Även ex. av typen $\frac{125}{100} = 1.25$ övas.

99. *Analys av tal skrivna som decimalbråk.*

Ex.: 1,25 kr = 1 kr + 0,2 kr + 0,05 kr;
0,25 kr = 0,2 kr + 0,05 kr.

100. *Addition.*

Vi börjar med sammanläggning av tiondelar. Enkla problem av intresse för barnen löses med huvudräkning. Skriftlig sifferräkning övas.

Samma övningar med hundradelar och till sist med tiondelar och hundradelar.

101. *Subtraktion.*

Motsvarande övningar som vid addition.

102. *Multiplikation av decimalbråk med helt tal.*

Enkla problem av intresse för barnen löses först med huvudräkning och sedan med skriftlig räkning.

Ex.: a) 7 · 3 hg; 7 · 0,3 kg; 24 · 75 mm; 24 · 7,5 cm;
b) 4 · 35 öre, 4 · 0,35 kr; 15 · 125 öre, 15 · 1,25 kr.

Barnen ledes till att lägga märke till decimalernas antal i svaren.

103. *Multiplikation med 10, 100 och 1 000.*

Innan barnen ställes inför uppgiften att försöka upptäcka ett enkelt sätt att multiplicera med 10, 100 1 000, måste de varnas för att utan vidare tillämpa metoden från hela tal.

Ex.: 10 · 1,5 kan inte bli 1,50 för 1,5 = 1,50.

Några uppgifter löses sedan med vanlig uträkning.

Ex.: 10 · 3,6 = 36,0 = 36; 10 · 1,23 = 12,30 = 12,3;
100 · 3,65 = 365,00 = 365; 100 · 1,4 = 140,0 = 140;
1 000 · 123,45 = 123 450,00 = 123 450.

Under arbetet med sådana uppgifter upptäcker barnen lätt, att de skulle kunnat spara tid genom att endast flytta decimalkommat. Ytterligare övning, nu med tillämpning av regeln.

104. *Division av decimalbråk med hela tal, utan tillsättning av nollor i dividenden.*

Enkla problem av intresse för eleverna löses först med huvudräkning, sedan med skriftlig räkning.

Ex.: 6 kg 9 hg : 3 = 2 kg 3 hg; 6,9 kg : 3 = 2,3 kg; 8 dl : 4 = 2 dl; 0,8 liter : 4 = 0,2 liter.

Svårigheter införes efter hand. Dividenden skall **inte** ha mer än två decimaler, divisorn skall vara en-, två- eller flersiffrigt helt tal. Alla exempel måste gå jämnt upp, utan att nollor behöver tillsättas i dividenden. Eleverna vänjes vid att sätta decimalkommat i kvoten, så fort entalssiffran i denna är bestämd.

105. *Division med tillsättning av nollor i dividenden.*

Här ges endast exempel, där kvoten blir ett avslutat decimalbråk. Momentet inledes med huvudräkningsuppgifter som 3 m : 4. Först konstateras, att svaret inte kommer att uppta hela meter, sedan förvandlas dividenden till dm och därefter till cm. Alltså: 3 m : 4 = 7 dm 5 cm eller 3 m : 4 = 0,75 m.

Skriftlig räkning:

a)	b)
4,5	0,42
162 : 36	14,7 : 35
144	14,0
180	70
180	70
0	0

106. *Division med 10, 100 och 1 000.*

Se mom. 103.

107. *Tillämpningsuppgifter.*

Vid val av exempel fästes vikt både vid att olika sorters additions-, subtraktions-, multiplikations- och divisionsproblem blir övade, och vid att olika svårigheter i decimalbråksräkningen blir representerade.

108. *Prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XV: A*

Taluppfattning och talbeteckning: Skrivning av allmänna bråk och decimalbråk efter diktamen.

Mekanisk räkning: Utom heltalstekniken övas här lämpligen uppgifter i allmänna bråk.

Förberedelse för ekvationslösning: I likheterna kan nu införas även decimalbråk och allmänna bråk.

Ex.: $0{,}75 + \quad = 1; \quad 3 - \quad = 2{,}25.$

$\frac{4}{5} + \quad = 1; \quad 3 - \quad = 1\frac{3}{4}.$

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XVI

A. *Kursmomentserie: Geometri: Ytmått och ytberäkningar, rymdmått (m^3, dm^3, cm^3, mm^3, hl, liter, dl, cl och ml) och rymdberäkningar, kuben och räta pelare, ytutbredning*

109. *Rektangelns och kvadratens omkrets och yta.*

Rektanglar och kvadrater ritas med hjälp av linjal och vinkelhake. Omkretsar mätes med linjal och måttband, ytor med utklippta kvadratcentimetrar och kvadratdecimetrar. Metermåttet är ett *längdmått*, cm^2- och dm^2-rutorna är *ytmått*. Då det gäller att mäta större figurer, kommer man överens om att använda »tänkta» ytmått.

Rektanglars och kvadraters ytor beräknas efter givna mått. Uttrycken bas och höjd användes.

110. *Översikt av ytmåtten.*

Ytmåtten m^2—mm^2 ritas, och ytorna jämföras. *Ett ar* ritas eller märkes ut på en lekplan. *Ett hektar* får barnen en föreställning om genom att taga reda på två platser, som ligger på 100 m:s avstånd från varandra, och sedan tänka sig kvadraten på denna sträcka. På liknande sätt kan de skaffa sig föreställningar om km^2 och mil^2. På en generalstabskarta i skalan 1 : 100 000 motsvarar 1 cm^2 1 km^2 och 1 dm^2 1 mil^2. De större ytmåttens förhållande till varandra beräknas. Förkortningar inläres, och förvandlingar övas.

111. *Beräkning av längder och ytor på figurer ritade i viss skala.*

Ex.: En rektangulär bricka är avbildad, 5 cm lång och 3 cm bred. Vad är brickans längd och bredd i verkligheten, om 1 cm på ritningen motsvaras av 1 dm i verkligheten? Hur stor är omkretsen? Ytan?

Barnen får rita t. ex. en 8 m lång och 6 m bred rektangulär gräsmatta och låta 1 m i verkligheten motsvaras av 1 cm på ritningen.

112. *Kuben. Volymbegreppet.*

Något om kubens egenskaper, antal sidor, kantlinjer, hörnpunkter. En kubikdecimeter studeras och jämföres med en liter. Båda är *rymdmått.* I stället för rymd kan man säga volym.

Barnen får ta reda på hur många kubikcentimetrar, som går i en kubikdecimeter, på något sätt konstruera en kubikmeter och beräkna, hur många kubikdecimetrar den kan rymma, samt försöka föreställa sig storleken av en mm^3. Förkortningarna inläres, och förvandlingar övas.

113. *Ytutbredningar.*

Yt-utbredningar ritas till alla kubikmåtten upp till m^3. Den senare ritas utomhus.

114. *Mätning med cm^3.*

Rymden av små askar mätes med kubikcentimetrar. Uttrycken basyta och höjd användes.

Räta pelare av olika storlek bygges upp av kubikcentimetrar, och rymden eller volymen anges.

115. *Rymden av räta pelare med kvadrater och rektanglar som basytor.*

Under arbetet med föregående kursmoment har barnen kanske kommit underfund med att man kan ta reda på rymden av en rät pelare, om man vet basytan och höjden. Nästa steg blir att med »tänkta» mått kunna mäta rymden av samma sorts föremål, om man vet längd och bredd av basytan samt pelarens höjd. Ingen »formel» användes. Övningarna kan betraktas som förberedande.

116. *Rymdmåtten hektoliter, liter, deciliter, centiliter och milliliter.*

Måttens storlek och deras förhållande till varandra demonstreras. Något säges om deras användning.

Jämförelser med kubikmåtten göres men endast med åskådningsmedel. Barnen övas i samband därmed att uppskatta rymden av olika kärl. Om tillgång finns till mätglas, kan man göra mätningar även med sådana. Att en dm^3 är lika med en liter inläres.

117. *Ytterligare tillämpningsuppgifter samt prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XVI: A*

Mekanisk räkning: De fyra räknesätten i decimalbråk. Uppgifter med flera räknetecken och parentes.

Förberedelse för ekvationslösning: Enkla problem överflyttas till ekvationer.

Ex.: 38 kulor — »förlusten» = 15 kulor.
27 kulor + »vinsten» = 39 kulor.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XVII

A. *Kursmomentserie: Allmänna bråk, enkla additioner och subtraktioner, multiplikation och division med helt tal och utan bråksortförvandling*

118. *Förvandling mellan några vanliga bråksorter.*

Ex.: $\frac{1}{[illegible]} = \frac{2}{[illegible]} = \frac{3}{[illegible]} = \frac{4}{[illegible]} = \frac{5}{[illegible]}$

Ex.: $\frac{[illegible]}{12}$ [illegible] $\frac{[illegible]}{6}$ [illegible] $\frac{[illegible]}{3}$; $\frac{[illegible]}{100} = \frac{[illegible]}{10} = \frac{[illegible]}{2}$.

Ex.: Förvandla till tolftedelar

a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{4}$.

Ex.: Försök uttrycka i så enkel form som möjligt

a) $\frac{6}{12}$, b) $\frac{50}{100}$, c) $\frac{15}{20}$.

119. *Addition av bråk och blandade tal med samma nämnare.*

Ex.: a) $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$; $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$; b) $2\frac{1}{7} + 1\frac{2}{7} = 3\frac{3}{7}$.

120. *Addition av bråk och blandade tal med nämnarna 2, 4, 8; 3, 6, 12; 10, 100.*

Ex.: a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; $\frac{3}{10} + \frac{5}{100} = \frac{30}{100} + \frac{5}{100} = \frac{35}{100}$;
b) $2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{6} = 2\frac{2}{6} + 5\frac{1}{6} = 7\frac{3}{6} = 7\frac{1}{2}$;
c) $1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{4} = 3\frac{5}{4} = 4\frac{1}{4}$.

121. *Subtraktion, samma nämnare, med och utan lån.*

Metoden bör ej mekaniseras. Barnen får lösa problemen med hjälp av resonerande undervisning samt, om så behövs, åskådningsmedel och förklarande ritningar. Då uppgifter av denna art är relativt sällsynta, är det inte någon olägenhet, om uträkningssättet är något omständligt.

Begripande är här viktigare än mekanisering.

Ex.: a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$; b) $4\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$;
c) $3 - \frac{3}{4} = 2\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4}$;
d) $3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = 2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$.

122. *Subtraktion, olika nämnare.*

Se anvisningar till föregående moment.

Ex.: a) $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$;
b) $5\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6} = 5\frac{2}{6} - 2\frac{5}{6} = 4\frac{8}{6} - 2\frac{5}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$;
c) $3 - 1\frac{1}{4} = 2\frac{4}{4} - 1\frac{1}{4} = 1\frac{3}{4}$;
d) $4\frac{1}{5} - \frac{7}{10} = 4\frac{2}{10} - \frac{7}{10} = 3\frac{12}{10} - \frac{7}{10} = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$.

123. *Multiplikation med helt tal.*

Ex.: a) $4 \cdot \frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$; b) $3 \cdot 2\frac{1}{5} = 3 \cdot \frac{11}{5} = \frac{33}{5} = 6\frac{3}{5}$.

Jämför med heltalsräkning, med multiplikation och division i samma uppgift! Ex.: $6 \cdot \frac{120}{4} = \frac{6 \cdot 120}{4}$

124. *Division med helt tal, divisorn går jämnt upp i täljaren.*

Ex.: a) $\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$; b) $12\frac{6}{8} : 2 = 6\frac{3}{8}$.

Även här fortsätter man med det resonerande undervisningssättet. Eftersom man rör sig med små nämnare, blir barnen förtrogna med dem och gör lättare upptäckter. Lämpligt är nog att från början välja en »normalmetod» för uträkningen men för övrigt ge barnen frihet att göra upptäckter och använda sig av dem. Exempel på de båda metoder det kan bli fråga om ges här nedan.

I. $13\frac{6}{8} : 2 = 6$, rest $1\frac{6}{8}$

$1\frac{6}{8} : 2 = \frac{14}{8} : 2 = \frac{7}{8}$ alltså $13\frac{6}{8} : 2 = 6\frac{7}{8}$

II. $13\frac{6}{8} : 2 = \frac{110}{8} : 2 = \frac{55}{8} = 6\frac{7}{8}$.

Den senare metoden lämpar sig bäst som »normalmetod».

125. *Tillämpningsuppgifter.*

Enkla uppgifter ges.

Ex. 1) Per har $1\frac{1}{4}$ dussin kulor och Sven $\frac{3}{4}$ dussin, hur mycket tillsamman?

2) Eva är $12\frac{3}{4}$ år och Asta $11\frac{1}{4}$ år, hur stor är skillnaden i ålder?

3) Hur många liter saft rymmer 12 flaskor på $\frac{2}{3}$ liter vardera?

4) Två pojkar delar $3\frac{1}{3}$ chokladkaka lika, hur mycket får var?

Här är det lämpligt att räkna med tid och stycketal. Även tjog kan användas. Barnen får veta, i vilka fall det förr brukade användas.

126. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XVII: A*

Sortförvandlingar: Övningar med ytmått.

Mekanisk räkning: Övning på de fyra räknesätten i decimalbråk. Exempel med flera räknetecken, parentes och vågrätt streck som divisionstecken.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XVIII

A. *Kursmomentserie: Decimalbråk, tusendelar, skriftlig addition och subtraktion samt multiplikation och division med helt tal. Förvandling av allmänt bråk till decimalbråk. Avkortning av decimalbråk. Nya sorter: decigram, centigram och milligram*

127. *De små vikterna: dg, cg och mg.*

Samtal om de små vikternas användning. Undersökning av deras förhållande till grammet.

128. *Uppfattning och beteckning av tusendelar.*

Ex.: 1 mg = 0,001 gram; 35 mg = 0,035 gram; 655 mg = 0,655 g; 3 g 95 mg = 3,095 g. Övning att skriva efter diktamen, t. ex. 3 hela 5 tusendelar. Jämförelser mellan t. ex. 1,5 och 1,50 samt 1,500.

129. *Addition.*

Termer med samma och med olika antal decimaler. Benämningarna addition, addera, termer och summa användes. Prövning genom omräkning.

130. *Subtraktion.*

Termer med samma och med olika antal decimaler.
Ex.: 0,765 — 0,634; 1,75 — 0,28; 50,6 — 35,785.
Benämningarna subtraktion, subtrahera, termer, rest och skillnad användes. Prövning genom addition.

131. *Multiplikation med helt tal.*

Räkning med vanlig uppställning övas samt därjämte multiplikation med 10, 100 och 1 000 etc.
Benämningarna multiplikation, multiplicera, faktor och produkt användes. Prövning sker genom omräkning.

132. *Division med helt tal, även uppgifter i vilka kvoten blir ett ej avslutat decimalbråk. Om avkortning av decimalbråk.*

I samband med först huvudräkningsövningar, sedan svårare divisioner, som fordrar skriftlig uträkning, tas problemet om avkortning av decimalbråk upp och regler härför ges. Även divisioner med 10, 100 och 1 000 etc. övas.

133. *Förvandling av allmänt bråk till decimalbråk.*

Resten vid heltalsdivision har förut uttryckts med ett allmänt bråk. Den kan nu uttryckas genom decimalbråk.

I anslutning därtill övas förvandling av ett allmänt bråk, vilket som helst, till decimalbråk.

134. *Tillämpningsuppgifter.*

Vid valet av exempel lägges mera vikt vid att de olika räknesättens innebörd klargöres än vid övning av tekniken i decimalbråksräknandet.

135. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XVIII: A*

Sortförvandlingar: Övning att skriva tal med två sorter som decimalbråk.

Ex.: 6 mil 7 km = 6.7 mil; 14,8 kr = 14 kr 80 öre. Alla inlärda sorter övas, särskilt ytmåtten samt rymdmåtten: liter, dl, cl och ml.

Mekanisk räkning: Här kan övningarna gälla allmänna bråk.

Förberedelse för ekvationslösning: Enkla problem överflyttas till ekvationer.

Ex.: »Veckopenningen» — 85 öre = 1,15 kr.
2,75 kr + »gåva» = 4 kr.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XIX

A. *Kursmomentserie: Geometri: Rymdmått och rymdberäkningar. Vinklar och vinkelmätning. Något om cirkelns, triangelns och parallellogrammens egenskaper.*

136. *Något om cirkeln och dess egenskaper.*

Cirklar ritas med passare. Några vanliga benämningar förklaras: omkrets, yta, radie, diameter, medelpunkt, tangent.

137. *Vinklar och vinkelmätning.*

Större och mindre vinklar, trubbiga, spetsiga och räta ritas i arbetsboken.

Vinklar mätes i grader. En nittiondedel av en rät vinkel är lika med en grad (1°). Numera räknar man även med s. k. nygrad, som är hundradelen av en rät vinkel. Vinklar mätes med gradskiva.

Rita en vindros. Öva väderstrecken på kartan. Bestäm riktningen från en plats mot en annan och mät avvikningen från nord-, syd-, öst- och västriktningarna i grader.

Man kan jämföra två vinklar i olika läge och avgöra vilken som är störst genom att rita av den ena på genomskinligt papper och sedan flytta papperet så, att vinklarna kommer över varandra.

138. *Trianglar.*

Olika trianglar studeras. Benämningar som rät-, trubb- och spetsvinklig samt likbent, liksidig och oliksidig triangel inläres och förklaras i samband med enkla konstruktioner. Barn har svårt att bilda abstrakta begrepp. Ritar man likbenta trianglar av olika form och i olika lägen, är det ej lätt för barnen att sammanföra alla dessa trianglar till en gemensam grupp. En bra övning är att låta barnen klippa ut likbenta trianglar med spetsig, rät och trubbig vinkel vid spetsen och låta dem klistra upp trianglarna i olika lägen i arbetsboken.

139. *Parallellogrammer.*

Benämningarna rät- och snedvinkliga parallellogrammer inläres och förklaras i samband med enkla konstruktioner, varvid parallella linjer ritas med linjal och vinkelhake.

Diagonaler ritas i såväl rät- som snedvinkliga parallellogrammer. Deras längder i samma figur mätes och jämföres.

140. *Rymden av räta pelare med rektanglar som basytor.*

Rymden av räta pelare beräknas även med givna mått på längd, bredd och höjd.

141. *Översikt av rymdmåtten.*

De förut behandlade rymdmåttens förhållande till varandra repeteras.

Rymdmåtten km³ och mil³ kan barnen få en på detta stadium tillfredsställande uppfattning om genom att man berättar för dem något om vad som skulle rymmas i en kub med en km:s sida resp. en kub med en mil lång sida.

De stora rymdmåttens samband med varandra och med kubikmetern klargöres. Förkortningar inläres. Förvandlingar övas.

142. *Enkel grafisk framställning.*

En grafisk framställning av t. ex. hur många fel en elev (fingerat namn) haft på 10 rättskrivningar visas för barnen och tolkas.

Klassen lägger upp en grafisk framställning av de gemensamma resultaten av terminens provräkningar.

Några enkla uppgifter utföres av enskilda barn efter tabeller i en uppslagsbok.

143. *Tillämpningsuppgifter och prov på avsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XIX: A*

Sortförvandlingar: Övning att skriva två sorter som decimalbråk.

Ex.: 3 km 50 m = 3,05 km och 1,08 m = 1 m 8 cm. Alla inlärda sorter övas, särskilt yt- och rymdmått samt dg, cg, mg, dl, cl, ml.

Mekanisk räkning: Lösning av sifferuppgifter med flera räknetecken och parenteser samt uppgifter tecknade med det vågräta strecket som divisionstecken.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XX

A. *Kursmomentserie: Problem av olika slag*

144. *Uppgifter som tecknas med parentes.*

Ex.: När Eva var liten, sydde hennes mor ett förkläde åt henne av 1,25 m tyg. Nu behöver hon 25 cm mera till varje förkläde. Hur mycket tyg går det då åt till 3 förkläden?

Teckning: 3 · (1,25 m + 0,25 m).

145. *Reguladetri.*

Ex.: 4 hg choklad kostar 3 kr. Vad kostar 10 hg?

Teckning: $\frac{10 \cdot 300 \text{ öre}}{4}$

Ex.: Vad kostar 500 ark papper efter ett pris av 70 öre för 25 ark?

Teckning: $\frac{500 \cdot 0{,}70 \text{ kr}}{\text{[illegible]}}$

146. *Bråkdelsberäkning.*

Huvudräkning övas. Ex.: 2 tredjedelar av 75 stycken. $\frac{4}{5}$ av en hektoliter = 80 liter. $\frac{1}{4}$ duss. = 3 st; $\frac{3}{4}$ duss. = 9 st, $1\frac{1}{4}$ duss. = 15 st. Lämpligt är att här repetera de icke dekadiska sorterna samt tidsmåtten.

Svårare uppgifter uträknas skriftligt. Ex.: [illegible] av 3 450 kr = ?

Uträkning: $4 \cdot \frac{3\,450}{\text{[illegible]}}$ kr = 138 kr.

Uppgifter tecknade med decimalbråk kan lösas på samma sätt. Ex.: 0,7 av 5 600 = ?

Uträkning: $7 \cdot \frac{5\,600}{10} = 3\,920.$

När divisionen inte går jämt upp, är det ofta lämpligt att utföra multiplikationen först.

Lösning av enkla problem och ren sifferräkning övas.

147. *Medelvärde.*

Exempel från barnens intresseområde, t. ex. klassens standard i räkning.

148. *Blandade problem.*

Då eleverna löst några exempel av vardera problemtypen, kan det vara lämpligt att blanda uppgifterna för att få tillfälle att upprepa resonemangen. Som övning av betydelsefulla matematiska tankegångar förlorar problemen en del av sitt värde, om eleverna alltid på förhand vet, vilken problemtyp det är fråga om.

149. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XX: A*

Taluppfattning och talbeteckning: Är barnen nu säkra att räkna från ett givet tal till ett annat? Ex.: Börja med 9 995 och räkna tio tal framåt. Skrivning av hela tal, allmänna bråk och decimalbråk efter diktamen.

Sortförvandlingar: Rubrikerna Mynt, Längd, Ytmått, Rymd och Vikt sättes upp, och barnen skriver under dem ut förvandlingar, som de nu kan utföra. De kan finna exempel i sina läroböcker.

Mekanisk räkning: Övning av uppgifter i hela tal, allmänna bråk och decimalbråk. Prov ges i samband med övningarna.

Förberedelse för ekvationslösning: Enkla problem överflyttas till ekvationer.

Ex.: »Dagsinkomsten» + 1,25 kr = 5 kr.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXI

A. *Kursmomentserie: Översikter: Talsystemet och räknesätten samt mått- och viktsystemen. Lösning av ekvationer av enklaste slag*

150. *Översikt av mått- och viktsystemen.*

Samtal om måttens och vikternas användning i samband med studium av sortöversikter i läroböcker och uppslagsböcker, dekadiska och icke dekadiska sorter uppmärksammas, reduktionstalen 10, 100, 1 000 kan sättas som rubriker och förvandlingar utföras.

151. *Översikt av talsystemet för hela tal till billioner.*

Redogörelse för talsorter upp till billionen. Tal bestående av endast ettor eller av andra lika siffror skrives, och eleverna göres uppmärksamma på att en siffra, som står till vänster om en annan likadan, betecknar ett tal, som är tio gånger så stort som det, som siffran till höger betecknar.

Tusen-, million- och milliardtalens dominans påvisas.

152. *Översikt av decimalbråksystemet.*

Eleverna har hitintills gjort bekantskap med endast tion-, hundra- och tusendelar. Detta får väl anses vara tillräckligt för räknandet även i fortsättningen, men det är lämpligt, att de i samband med en översikt får veta, vad ett decimalbråk med flera decimaler betecknar.

Läsning av och redogörelse för talsorterna i decimalbråk övas. Eleverna göres uppmärksamma på att i decimalbråk med enbart lika siffror varje siffra, som står till vänster om en annan, betecknar ett tal, som är tio gånger så stort som det tal, som siffran till höger betecknar.

153. *Översikt av de fyra räknesätten och den mest använda terminologien.*

Ett problem på vart och ett av räknesätten ges. De båda divisionsarterna (innehålls- och delningsdivision) beaktas, skillnaden mellan dem markeras genom sorten, inte genom räknetecken. Det vågräta strecket och de två punkterna användes som divisionstecken för båda fallen.

Ex.: 75 öre : 25 öre = 3 och 75 öre : 25 = 3 öre,

men också $\frac{75 \text{ öre}}{25 \text{ öre}} = 3$ och $\frac{75 \text{ öre}}{25} = 3$ öre.

I heltalsräkning med de fyra räknesätten skulle talen, som man räknar med, kunna kallas det hela, delarnas storlek och delarnas antal. Låt eleverna studera alla räknesätten ur denna synpunkt och redogöra för vad som är känt och vad som sökes, t. ex. att i en delningsdivision det hela och delarnas antal är kända, medan delarnas storlek sökes.

Ett siffertal av vardera av de olika räknesätten ställes upp till uträkning, och terminologien repeteras och övas in (räknesättens namn: addera, subtrahera, multiplicera, dividera; termerna: summa, rest, skillnad, faktor, produkt, dividend, divisor, kvot).

154. *Uppfattning av ett allmänt bråk som en tecknad division och i samband därmed förvandling av allmänna bråk till decimalbråk.*

Genom ritningar klargöres, att om 3 chokladkakor delas lika mellan 4 barn, får vart och ett $\frac{3}{4}$ av en kaka. Att bråkstrecket är ett delningstecken, känner eleverna till, men att bråket $\frac{3}{4}$ är en tecknad division kan ändå vara svårt att fatta. Egentliga och oegentliga bråk uträknas som tecknade divisioner på vanligt sätt, decimalkomma utsättes, och avkortning utföres, då det visar sig behövligt.

Några praktiska exempel på förvandling av allmänna bråk till decimalbråk ges. Ex.: Hur mycket väger 2,5 kg mjöl och $1\frac{1}{\text{[illegible]}}$ kg socker tillsammans?

155. *Lösning av mycket enkla ekvationer.*

Ekvationslösning är intet nytt för eleverna, de har sysslat med uppgifter av detta slag alltsedan lågstadiet. Sifferekvationer av följande typer behandlas: 1) x — a = b; 2) x + a = = b; 3) x : a = b; 4) $\frac{\text{[illegible]}}{a}$ = b; 5) x · a = b.

För a och b användes i de två första typerna hela tal, decimalbråk och allmänna bråk, i de övriga endast hela tal.

Ex.: 1) Vad är det för ett tal, som blir 13, om man minskar det med 7? Uppställning: x — 7 = 13. Uträkningen sker utan användning av mekaniserade metoder. Det gäller för barnen att lösa en räknegåta, de kan försöka sig fram eller resonera så: »Det hela» är okänt, men eftersom det är delat i en del = 7 och en del = 13, måste det vara lika med 7 + 13.

2) Vad är det för ett tal, som blir 1, om man ökar det med $\frac{1}{\text{[illegible]}}$? Uppställning: x + $\frac{1}{4}$ – 1. Här är 1 »det hela», $\frac{1}{\text{[illegible]}}$ är den ena delen, vad är då den andra?

3) Vilket tal blir 3, om man dividerar det med 4? Uppställning: x : 4 = 3. En del och delarnas antal är kända, »det hela» sökes.

4) Åke delar några kulor lika mellan Ove och Per. Ove får 14 kulor. Hur många kulor delade Åke ut? Uppställning:

[illegible]

5) Med vilket tal skall man multiplicera 5, för att produkten skall bli 20? Uppställning: x · 5 = 20. Det hela och en del är kända, delarnas antal sökes.

156. *Blandade uppgifter och prov på avsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXI: A*

Sortförvandlingar: Övning av sortförvandlingar fortsättes under hela mellanstadiet och ges som förut, några uppgifter åt gången, inlagda i det övriga arbetet, var det kan befinnas lämpligt. Se »Särskilda metodiska frågor»!

Bråkdelsräkning:

Ex.: 3 fjärdedelar av 300 meter.

Ex.: $\frac{3}{8}$ av 144 stycken.

Förberedelse för procenträkning: Lätta huvudräkningar.

Ex.: 1 hundradel av 500 kr.
3 hundradelar av 500 kr.
8 hundradelar av 500 kr.
1 hundradel av 600 meter.
5 hundradelar av 600 meter.
7 hundradelar av 600 meter.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXII

A. *Kursmomentserie: Allmänna bråk, fortsatta övningar på förlängning och förkortning, addition och subtraktion av de vanligast förekommande bråken, multiplikation och division med helt tal*

157. *Förlängning och förkortning av bråk (som förberedelse till addition och subtraktion av bråk med olika nämnare).*

Intresset riktas först på att förlänga bråk, så att en viss bestämd nämnare erhålles.

Därefter ges den vanliga förlängningsregeln.

Motsvarande förkortningar övas, och den vanliga förkortningsregeln ges.

158. *Addition av två allmänt använda bråk med olika nämnare.*

Ex. a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$; b) $1\frac{1}{3} + 2\frac{5}{6} = 1\frac{2}{6} + 2\frac{5}{6} = 3\frac{7}{6} = 4\frac{1}{6}$.

159. *Subtraktion, olika nämnare.*

Ex. a) $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$; b) $2\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = 1\frac{5}{4} - \frac{2}{4} = 1\frac{3}{4}$;
c) $5\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2} = 4\frac{5}{4} - 1\frac{2}{4} = 3\frac{3}{4}$.

160. *Multiplikation med heltalsmultiplikator.*

Ex.: $3 \cdot \frac{5}{6} = \frac{3 \cdot 5}{6} = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2}$.

Uppgiften kan även uträknas så: $\dfrac{3 \cdot 5}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

Jämförelserna förbereder kommande kursmoment.

161. *Division med heltalsdivisor.*

Ex. a) $\frac{1}{5} : 2 = \frac{1}{10}$; b) $3\frac{1}{2} : 2 = \frac{7}{2} : 2 = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$;

c) $\frac{7}{8} : 3 = \dfrac{7}{8 \cdot 3} = \frac{7}{24}$.

162. *Förkortning av uppgifter tecknade på bråkstreck.*

Ex.: Förkorta, så långt det går: $\frac{4}{8}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{15}{80}$, $\frac{75}{100}$!

Eleverna får lära sig, att om täljare eller nämnare i ett bråk är uppdelad i faktorer, så kan förkortningen ske genom att en faktor i täljaren och en faktor i nämnaren divideras med samma tal.

Ex.: $\dfrac{4 \cdot 5}{5 \cdot 8}$ räknas enklast genom två förkortningar.

163. *Tillämpningsuppgifter.*

Enkla praktiska problem ges. Problemen tages från elevernas intresseområden och väljes så, att svarens rimlighet lätt kan inses. Tillämpningarna avser allmänna bråk, men detta behöver inte utesluta hela tal och decimalbråk.

Ex.: Ulla arbetade på sina läxor $8\frac{1}{2}$ tim. under 5 dagar. Hur lång tid per dag blir det i medeltal?

Uträkning: $8\frac{1}{2} : 5 = \dfrac{17}{2 \cdot 5} = 1\frac{7}{10}$.

164. *Prov på hela avsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXII: A*

Förberedelse för division med decimalbråk: Huvudräkningsexempel, som visar, att kvoten inte förändras, om dividend och divisor multipliceras eller divideras med samma tal, övas.

Ex.: a) 9 : 3; 90 : 30; 900 : 300; 9 000 : 3 000;

b) 8,8 : 0,8 (88 tiondelar : 8 tiondelar); 88 : 8; 880 : 80.

Förberedelse för procenträkning: Exempel med skriftlig multiplikation räknas:

Inl.-ex.: 1 hundradel av 3 800 kr.

Ex.: 7 hundradelar av 3 800 kr.
16 hundradelar av 3 800 kr.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXIII

A. *Decimalbråk: Skriftlig multiplikation med bråkmultiplikator samt motsvarande division. Avrundning av decimalbråk*

165. *Räkning med bråkmultiplikator.*

Man går ut från kända typproblem, t. ex.: Hur mycket kostar 2 kg, då priset per kg är 2,1 kr? Tecknas: 2 · 2,1 kr. Hur mycket kostar 2,5 kg, då priset är 2,1 kr per kg? Tecknas: 2,5 · 2,1 kr. Så långt accepteras beteckningen lätt av eleverna.

Vid huvudräkningsövningar påvisar man, att då priset per kg är 2,1 kr, blir priset per hg 0,21 kr, och 25 hg kostar alltså 25 · 0,21 kr. Att produkten kommer att innehålla lika många decimaler som faktorerna tillsammans, upptäckes snart av eleverna, varefter regeln prövas på ytterligare exempel av samma sort.

Svårare uppgifter ställes upp och räknas på vanligt sätt med skriftlig räkning.

Ex.:
```
 2,1
 3,5
----
 105
[illegible]
----
7,35
```

Och regeln för kommats placering användes. Problem med pris- och ytberäkningar lämpar sig väl för dessa övningar. Multiplikationsbeteckningen av för sådana uppgifter ligger nära till hands, och svarens riktighet kan lätt prövas.

I analogi med det föregående kan man även lösa problem som: Hur mycket kostar 0,3 kg, när priset per kg är 2,10 kr? Då eleverna föreslår beteckningen 0,3 · 2,1 kr, behöver läraren inte gå närmare in på problemet om multiplikation med bråkmultiplikator än som här skett. Ytterligare utredningar sparas till högstadiet.

166. *Träning av multiplikationstekniken.*

Genom ren sifferräkning med varierande antal decimaler tränas tekniken för multiplikation i decimalbråk, tills säkerheten kan anses tillfredsställande.

167. *Räkning med bråkdivisor eller bråkkvot.*

Även här är det lämpligt att endast ge sådana problem, för vilka eleverna utan tvekan använder divisionsbeteckning. Uträkningar med skriftlig metod bör förberedas ytterligare genom övningar, som visar, att kvoten inte förändras, om både dividend och divisor multipliceras med samma tal.

Ex. 1) Hur många m band kan man köpa för 7,5 kr, om priset per meter är 0,25 kr? Teckningen göres analogt med samma sorts problem med heltalsdivisor, alltså:
7,50 kr : 0,25 kr =

Uträkning av vidstående ex.: Dividend och divisor multipliceras med 100. Man får 750 : 25 = 30.
Svaret prövas:
30 • 0,25 kr = 7,5 kr.

Ex. 2) Hur många hg får man för 2,5 kr, om priset är 0,4 kr per hg?
Teckning: 2,5 kr : 0,4 kr =

Uträkning: 25 : 4 = 6,25.
Svar: 6,25 hg.
Svaret prövas:
6,25 • 0,4 kr = 2,5 kr.

Även delningsuppgifter räknas och prövas på samma sätt.

Ex. 3) Vad kostar en vara per kg, om man får betala 7,8 kr för 3,25 kg?
Teckning: 7,8 kr : 3,25 =

Uträkning: 780 : 325 = 2,4.
Svar: 2,4 kr.
Svaret prövas:
3,25 • 2,4 kr = 7,8 kr.

Ex. 4) 3,4 kg kostar 15,64 kr. Vad kostar 1 kg?
Teckning: 15,64 kr : 3,4.

Uträkning: 156,4 : 34 = 4,6.
Svar: 4,6 kr.
Prövning:
3,4 • 4,6 kr = 15,64 kr.

Ex. 5) Vad kostar en vara per kg, om man får betala 2,40 kr för 0,3 kg?

Vid lösningen av ett sådant problem användes *ej* divisionsbeteckningen 2,40 kr : 0,3, utan problemet löses med hjälp av regula de tri: 1 hg kostar 2,40 kr : 3 = 0,80 kr, och 1 kg kostar alltså 10 • 0,80 kr = 8 kr.

Utförligare teoretiska förklaringar av division med bråkdivisor sparas till högstadiet.

168. *Träning av divisionstekniken.*

Man följer regeln att förlänga med ett tal så stort som behövs, för att divisorn skall bli ett helt tal. Att förlänga, så att både dividend och divisor blir hela tal, är mindre lämpligt.

169. *Blandade tillämpningsuppgifter.*

Pris- och ytberäkningar samt enkla problem av annan sort övas med decimalbråk som multiplikator och divisor.

170. *Prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXIII: A*

Mekanisk räkning: Här kan ges uppgifter, i vilka eleverna får öva förkortning. Ex.: $\frac{14 \cdot 36}{\text{[illegible]}} = 72.$

Förberedelse för procenträkning: Barnen ritar kvadrater med hundra rutor och streckar eller färglägger, t. ex.

25 hundradelar
50 hundradelar
100 hundradelar
1 hundradel.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXIV

A. *Kursmomentserie: Problem av skilda slag, reguladetri, bråkdelsräkning, medelvärden, fördelnings-, arbets- och blandningsproblem*

171. *Reguladetri och bråkdelsberäkning.*

Då barnen nu vunnit någon förtrogenhet med förkortning vid tecknade divisioner, kan förkortningen införas också i reguladetri- och bråkdelsräkning.

Ex. 1) 4 kg kostar 120 kr. Vad kostar 3 kg?

Uträkning: $\frac{3 \cdot 120 \text{ kr}}{4} = \frac{360 \text{ kr}}{4} = 90 \text{ kr}.$

Här kan man även använda sig av förkortning.

$$\text{Uträkning: } \frac{3 \cdot \overset{30}{120}\text{ kr}}{1} = 90 \text{ kr.}$$

Ex. 2) A. har betalat 33,75 kr för 25 m tyg; vad skall B. betala för 7,5 m efter samma pris? Man resonerar: en meter kostar $\frac{33,75}{25}$ och 7,5 m kostar alltså: $\frac{7,5 \cdot 33,75\text{ kr}}{25}$

Uträkningen kan även här ske med förkortning:

$$\frac{\overset{\overset{0,3}{1,5}}{7,5} \cdot 33,75\text{ kr}}{\underset{\underset{1}{5}}{2,5}} = 10,125\text{ kr.}\quad \text{Svar: } 10,13\text{ kr.}$$

Ex. 3) Hur mycket är $\frac{3}{5}$ av 7,5 hl? Man resonerar: $\frac{1}{5}$ är $\frac{7,5\text{ hl}}{5}$ och $\frac{3}{5}$ alltså $\frac{3 \cdot 7,5\text{ hl}}{5}$

Även rena sifferuppgifter ges. Ex.: $\frac{3}{4}$ av 3 548; [illegible] av 5 200.

172. *Brutto-nettovikt och vikten av omslag, förpackning eller emballage.*

Brutto- och nettovikten av en vara bestämmes med vågens hjälp. Den förr vanliga benämningen tara för omslaget användes numera sällan och kan undvaras.

173. *Fördelningsproblem.*

Mycket enkla fördelningsproblem löses.

Ex.: B. och C. har tillsammans fått 20 kr för ett arbete, som de utfört. De har haft 6,50 kr i utgifter för arbetet. Hur mycket skall var och en ha i förtjänst, om man förutsätter, att de arbetat lika mycket?

174. *Arbetsproblem.*

Momentet inledes med samtal om olika sätt att mäta arbete: dagsverke, arbetstimme. Därefter löses några av de enklaste typerna av arbetsproblem.

Ex.: En pojke har rensat betor 6 tim. om dagen i 5 dagar.

Han skall ha 1,25 kr i timmen. Hur mycket går rensningen av betorna till?

G. har huggit familjens vinterved på 36 arbetstimmar. Hur lång tid skulle det tagit, om han fått hjälp av sin bror och båda pojkarna arbetat lika bra?

175. *Blandningsproblem.*

Ex. 1) 2 liter saft, som kostar 2,50 kr, blandas med 1½ liter vatten. Vad kostar den utspädda saften per liter?

2) 3 kg konfekt, som kostar 7 kr pr kg, blandas med 2 kg, som kostar 4,50 kr per kg. Vad kostar blandningen per kg?

176. *Medelvärde.*

Olle har sålt 3 liter smultron för 1 kr, 1,50 kr och 2 kr. Han räknar ut, vad det skulle ha blivit per liter, om han fått lika mycket varje gång.

$$\frac{1 \text{ kr} + 1{,}50 \text{ kr} + 2 \text{ kr}}{3} = 1{,}50 \text{ kr.}$$

177. *Blandade problem.*

Problem av det slag, som behandlats i kursavsnittet, har stor betydelse för inövandet av viktiga matematiska tankegångar. Då eleverna löst några exempel av varje typ, är det av vikt, att de får förnya bekantskapen med dem och upprepa resonemangen. Om de på förhand vet, vilken sorts problem det är fråga om, förlorar övningen något av sitt värde.

178. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXIV: A*

Förberedelse för procenträkning:

1 hundradel av en meter.
3 hundradelar av en meter.
5 hundradelar av 5 m.
Här användes sorter med reduktionstalet 100.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXV

A. *Kursmomentserie: Procentbegreppet med enkla tillämpningar*

179. *Procentbegreppet.*

Hundradelar kallas även procent och tecknas då %. En figur med 100 rutor ritas på smårutat papper, varpå först en, sedan flera procent av figuren skuggas eller färgläggs.

En och flera procent bestämmes av t.ex. 1 hg, 1 hl, 1 m, 1 ha, 1 kr samt av 100 kr, 200 kr, 300 kr osv., 100 kg, 50 kg, 25 kg.

Som huvudräkning övas exempel av typen: Beräkna 1 % av 500 kr, 2 %, 5 %, 10 %, 50 %, 100 %, 150 % osv. av 500 kr. Procenttalet bör vara helt tal, alltså ej $3\frac{1}{2}$ % etc.

180. *Enkla procenträkningar.*

Här ges endast problem, där procenttalet är mindre än 100.

Ex. 1) En två-öring väger 400 cg. 95 % av vikten är koppar. Hur mycket koppar innehåller den? Teckning och uträkning: $\frac{95 \cdot 400\ \text{cg}}{\text{[illegible]}} = 380$ cg.

Ex. 2) Från en skola med 900 elever rapporterades, att 3 % av dessa insjuknat i mässling. Hur många elever är sjuka?

Även uppgifter av typen hur mycket är 9 % av 8,75 kr? 30 % av 48,95 liter?

181. *Blandade uppgifter på hela avsnittet.*

Olika slag av procentproblem samt rena sifferuppgifter ges.

182. *Prov på avsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXV: A*

Mekanisk räkning: Ex. av typen $\frac{2{,}5 \cdot 6{,}15}{\text{[illegible]},5}$

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXVI

A. *Kursmomentserie: Geometri: Något om kongruens och likformighet. Beräkning av triangelns yta med tillämpning på rätliniga figurer.*

183. *Något om kongruens och avbildning i naturlig storlek.*

Trianglar ritas med given storlek på en vinkel och de omfattande sidorna. Trianglarna klippes ut och jämföres. Då de lägges den ena på den andra, täcker de varann. Man säger, att de är kongruenta.

Trianglar med given storlek på en sida och två bredvid liggande vinklar ritas och jämföres på samma sätt. Deras kongruens konstateras.

Enkla tillämpningsuppgifter ges. Ex.: Ett slöjdföremål är avbildat i naturlig storlek. Trä till en av detaljerna skall sågas ut. Hur kan man gå tillväga, om det är fråga om en kvadrat, en triangel, en figur av oregelbunden form.

184. *Något om likformighet och avbildning med förminskning och förstoring.*

Två trianglar med en vinkel lika och de omfattande sidorna i den ena hälften så stora som i den andra ritas och klippes ut. Trianglarna lägges som förut över varandra, mätningar göres, och därvid konstateras för det första, att alla vinklar är lika stora, och för det andra, att alla sidor i den ena triangeln är hälften så stora som motsvarande sidor i den andra. De mindre triangeln är en avbildning av den större i skalan $\frac{1}{2}$.

På samma sätt övas avbildning i andra skalor.

Därefter bör några praktiska tillämpningsuppgifter ges, t. ex. förstoring eller förminskning av ritade föremål, i given skala.

185. *Beräkning av triangelytan.*

a. Rätvinkliga triangeln.

En rektangel ritas, ytan mätes, och figuren delas mitt itu genom en diagonal. Att ytan av var och en av de trianglar som uppstår är hälften av rektangelns yta konstateras.

b. Spetsvinkliga trianglar.

En spetsvinklig triangel ritas, begreppet höjdlinje införes, att höjdlinjen delar triangeln i två rätvinkliga trianglar påvisas, en rektangel med samma bas och höjd som den spetsvinkliga triangeln prickas ut omkring denna. Det hela klippes ut, och jämförelser göres. Att ytan av den spetsvinkliga triangeln är hälften av en rektangel med samma bas och höjd som triangeln konstateras.

c. Trubbvinkliga trianglar.

Samma övningar som under b. En trubbvinklig triangel delas i rätvinkliga genom en höjdlinje mot längsta sidan. Rektangeln med samma bas och höjd prickas ut, och jämförelser göres.

186. *Beräkning av parallellogrammens yta.*

En parallellogram ritas, delas genom en diagonal i två trianglar, vars ytor beräknas och sammanlägges.

Ett annat sätt att beräkna ytan demonstreras också: en rektangel med samma bas och höjd som parallellogrammen ritas, båda figurerna klippes ut, och jämförelser göres.

187. *Beräkning av olika rätliniga figurers ytor.*

Olika rätliniga figurer presenteras, och några egenskaper påvisas. Uttryck som fyrhörning, månghörning, regelbunden, oregelbunden användes. Därefter visas, hur även dessa figurers ytor kan beräknas genom uppdelning i trianglar.

188. *Tillämpningsövningar.*

Ex.: Kostnaden av en tomt; form och behövliga mått angivna.

189. *Prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXVI: A*

Mekanisk räkning: Även procenträkning kan nu övas. Ex.: 3 % av 25 000.

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXVII

A. *Kursmomentserie: Ekvationer, någon utvidgning av förut behandlade typer*

190. *Sifferekvationer av typen $x + a = b$ och $x - a = b$ (a och b hela tal, decimaltal eller allmänna bråk).*

Eleverna har redan löst sådana ekvationer. Här är det alltså endast fråga om repetition.

Ex.: $x + 15 = 300$. Lösning: $x = 300 - 15$, $x = 285$.

$x - 4{,}6 = 10{,}5$. Lösning: $x = 10{,}5 + 4{,}6$, $x = 15{,}1$.

$x - \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$. Lösning: $x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$, $x = 1\frac{1}{4}$.

191. ***Sifferekvationer av typen $a \cdot x = b$ och $a = b$ (a och b hela tal eller decimaltal).***

Ex.: $6 \cdot x = 262{,}5$. Lösning: $x = \frac{262{,}5}{6}$, $x = 43{,}75$.

$6{,}5 \cdot x = 71{,}5$. Lösning: $x = \frac{71{,}5}{6{,}5}$. $x = 11$.

$\frac{x}{30} = 17{,}5$. Lösning: $x = 30 \cdot 17{,}5$, $x = 525$.

$\frac{x}{4{,}5} = 3{,}2$. Lösning: $x = 4{,}5 \cdot 3{,}2$, $x = 14{,}40$.

192. ***Sifferekvationer av typen $a \cdot x - b = c$ och $a \cdot x = c$ (a, b, c heltal eller decimaltal).***

Ex.: Vad är det för tal, som multiplicerat med 3 och ökat med 5 blir 17? Uppgiften leder till ekvationen: $3 \cdot x + 5 = 17$. Lösningen sker i två etapper: $3 \cdot x = 17 - 5 = 12$, $x = \frac{12}{3} = 4$.

Genom prövningen $3 \cdot 4 + 5 = 17$ övertygar man sig, att man löst ekvationen rätt. Eleverna bör vänjas att pröva lösningen.

Ex.: $1{,}2 \cdot x - 0{,}5 = 5{,}5$. Lösning: $1{,}2 \cdot x = 5{,}5 + 0{,}5$, $1{,}2 \cdot x = 6$, $x = 5$. Prövning: $1{,}2 \cdot 5 - 0{,}5 = 5{,}5$.

193. ***Sifferekvationer av typen $\frac{a \cdot x}{b} = c$ (a, b, c heltal eller decimaltal).***

Ex.: Vad är det för tal, som blir 9, om man multiplicerar det med 3 och dividerar det med 4? Uppgiften leder till ekvationen: $\frac{3 \cdot x}{4} = 9$. Lösningen sker i två etapper:

$$3 \cdot x = 9 \cdot 4 = 36$$

$$x = \frac{36}{3} = 12$$

Prövning: $\frac{3 \cdot 12}{4} = 9$.

Ex.: $\frac{8{,}1 \cdot x}{} = 40{,}5$. Lösning: $8{,}1 \cdot x = 4 \cdot 40{,}5 = 162$

$$x = \frac{162}{8{,}1} = 20$$

Prövning: $\frac{8{,}1 \cdot 20}{4} = 40{,}5$.

194. *Blandning av ekvationstyperna.*

Eleverna får ställa upp ekvationerna till mycket enkla problem. De får lösa tecknade ekvationer och även hitta på problem till ekvationer.

195. *Prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXVII: A*

Mekanisk räkning: Procenttal. Ex.: 20 % av 36 000.
Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXVIII

A. *Kursmomentserie: Problem av skilda slag, särskilt procentproblem*

196. *Förut behandlade problemtyper.*

Här behandlas samma sorts uppgifter som i kursavsnitt VIII, XV, XX, XXIV och XXV, med beaktande av att svårighetsgraden kan stegras något för flertalet av eleverna. Särskilt övas reguladetriuppgifter samt bråkdelsräkning med användning av hela tal, decimalbråk och allmänna bråk. I det senare fallet användes endast allmänt använda bråk.

197. *Förvandling av ett allmänt bråk till procent.*

Följande metod kan användas: 1 = 100 %, alltså $\frac{1}{2}$ = 50 %.

198. *Procentproblem med helt procenttal.*

Problem med beräkning av årsränta samt ränta för månader och dagar. Affärsproblem av olika slag. Blandade procentuppgifter, även sådana med ren sifferräkning.

199. *Affärsproblem med procenträkning.*

Problemen bör i möjligaste mån hålla sig inom elevernas intresseområden.

Benämningarna inköpspris och försäljningspris användes. Det i räkneböcker förr vanliga ordet vinst bör inte användas för tillägg på inköpspriser i allmänhet, utan endast då det är fråga om ren förtjänst. Andra uttryck, som bör komma till användning, är: betala kontant, få kassarabatt, köpa på avbetalning, återbäring, prishöjning, prisnedsättning.

200. ***Beräkning av årsränta samt ränta för halvår och kvartal.***

Begreppet ränta klargöres. Enkla problem ges. Benämningarna kapital, årsränta samt halvårsränta och kvartalsränta förklaras. Vid beräkning av ränta på annan tid än ett år blir det lättfattligare, om man först beräknar räntan för år och sedan för den tid det är fråga om.

201. *Blandade exempel jämte prov på kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXVIII: A*

Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXIX

A. *Kursmomentserie: Geometri: Enkla konstruktioner med passare och linjal. Fortsatt övning på kongruens och likformighet. Något om symmetri. Ytberäkningar. Rymdberäkning av räta pelare.*

202. *Enkla konstruktioner med passare och linjal.*

Figurer som eleverna redan gjort bekantskap med ritas, och iakttagelser repeteras. Den inlärda geometriska vokabulären användes. Se avsnitt XIX! Som övningar föreslås: att dela en vinkel mitt itu och att dela en linje mitt itu, att dra en normal till en linje, att dra parallella linjer.

I samband med dessa övningar studeras sådant, som ligger nära till hands vid undervisningen och är lätt för eleverna att uppfatta, t. ex. att vinkelsumman i trianglar, vilken form dessa än har, alltid blir densamma. Dessutom användes alla möjligheter för användning av de förvärvade färdigheterna på praktiska uppgifter.

203. *Fortsatt övning på kongruens och likformighet.*

I anslutning till undervisningen i astronomi bestämmes solstrålarnas vinkel mot marken vid olika årstider, då solen står i söder. Man mäter längden av en lodrät käpp och skugglängden samt ritar en bild av käppen och skuggan i förminskad skala och mäter den vinkel, varom fråga är på ritningen.

Detta moment lämpar sig som överkursuppgift.

204. *Något om symmetri.*

Symmetriska figurer ritas, t. ex. formen av ett pepparkakshjärta, några stiliserade träd, blad, vaser etc. Vad som menas med symmetri klargöres därvid.

Symmetriska figurer klippes av papper, och knepet med att vika papperet dubbelt och låta den vikta kanten utgöra en mittlinje användes. Mittlinjen kallas i geometrien symmetriaxel.

I en på ovan nämnda sätt utklippt gran är den tänkta stammen symmetriaxeln. De båda halvorna på var sin sida om axeln är lika, men ändå inte alldeles lika. De täcker inte varandra, om de lägges med rätsidan upp, den ena ovanpå den andra. Bilden av en människa sedd framifrån är ett exempel av samma slag. Man kan tänka sig en symmetriaxel från hjässan och nedåt. Vänsterhalvan och högerhalvan är i det allra närmaste symmetriska (med varandra).

Drag en symmetriaxel och rita ett par handskar eller ett par skor, en på vardera sidan av axeln. Rita på samma sätt rätvinkliga trianglar. Låt en uppritad rektangel föreställa en vägg, och rita bord och stolar samt tavlor med iakttagande av att symmetri skall uppnås.

Dela en utklippt symmetrisk figur i två halvor utefter symmetriaxeln och sätt en spegel intill den ena halvan, spegelns kant vinkelrätt mot underlaget och tätt intill symmetriaxeln, och se, hur den utklippta halvan tillsamman med sin spegelbild visar figuren hel.

Studera avbildningar av konstverk och se, hur konstnärerna eftersträvar, inte ofta fullständig symmetri men dock ett slags jämvikt.

205. *Ytberäkningar.*

Repetition av redan bekanta figurers ytor.

206. ***Beräkning av höjd eller bas.***

Då ytan och basen eller höjden är givna, kan den okända höjden resp. basen beräknas. Ex.: Hur stor är höjden av en vägg, som upptar 60 m² och har en bas av 8 m? Uträkningen kan lämpligen ske med användning av ekvationsmetoden. Uppställning: $8 \cdot x = 60$.

207. *Rymdberäkning.*

Beräkning av räta pelares rymd bör begränsas till sådana fall, där eleverna lärt sig beräkna basytan. Beräkningar utföres först i samband med mätningar, sedan efter givna mått.

Ex. 1) Beräkna hur mycket luft det finns i klassrummet.

2) En trädgårdsgång är 20 m lång och 1,2 m bred. Den skall sandas med 1 cm högt lager. Hur mycket sand går det åt?

Att en liter är lika med en dm³ konstateras än en gång, och uppskattning av volym övas något.

208. ***Uppritning och tolkning av enkla diagram.***

Exempel på såväl kolumn- som kurvdiagram bör ges. Tabeller i barnens läroböcker och tillgängliga uppslagsböcker användes.

209. *Tillämpningsuppgifter på yt- och rymdberäkningar jämte prov på hela kursavsnittet.*

B. *Exempel på arbete parallellt med XXIX: A*

Sortförvandlingar: Särskilt övas kubikmåtten.
Mekanisk räkning: Uppgifter med flera tecken, parentes och bråkstreck ges.
Övrigt arbete: Se »Särskilda metodiska frågor»!

KURSAVSNITT XXX

Prov av olika slag. Individuella uppgifter.

Standardiserade prov för betygssättningen.

Standardiserade prov tillhandahålles nu av Skolöverstyrelsen. Dessa prov är visserligen avpassade för kurserna i den nuvarande folkskolan, men olikheten mellan kursplanerna för enhetsskolan och den nuvarande är inte större, än att proven med en lätt justering kan användas. Den väsentligaste olikheten är, att multiplikation och division med allmänna bråk inte ingår i den nya skolan på mellanstadiet. En uppgift som $2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3}$ kan utbytas mot $2 \cdot 2\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ av $2\frac{1}{3}$.

Individuella uppgifter för arbetet med »luckor» i kunskaperna.

Vid slutet av varje kursavsnitt har prov givits, vilka visat, hur eleverna tillgodogjort sig undervisningen. Trots det arbete, som i anslutning till dessa prov nedlagts på utfyllandet av luckor i kunskaperna, återstår säkerligen åtskilligt, som behöver bättras på. Varje elev bör nu få tid att ägna sig åt de uppgifter, som för honom är av betydelse.

Överkursuppgifter.

Vissa av överkursuppgifterna torde vara av den art, att de bör avslutas före läsårets slut. Tid härtill bör beredas.

Med hänsyn till att arbetet med detta sista avsnitt av mellanskolans kurs är av mycket stor betydelse, bör det tillses, att god tid för avsnittet finns att tillgå.