BIBLIOTEK FÖR UNDERVISNINGEN.
En samling åskådliga skildringar till skolbruk
och självstudium
utgifna under redaktion af
FRIDTJUV BERG.

Andra följden: Räkning.

I.

LÄROGÅNG

VID DEN GRUNDLÄGGANDE UNDERVISNINGEN

I

RÄKNING

JÄMTE METODISKA ANVISNINGAR

af

K. P. NORDLUND
LEKTOR VID GEFLE HÖGRE ALLMÄNNA LÄROVERK

STOCKHOLM
C. E. FRITZE'S K. HOFBOKHANDEL

STOCKHOLM, GERNANDTS BOKTRYCKERI-AKTIEBOLAG, 1890.

FÖRORD.

Af förevarande arbete hafva afdelningarna XCVIII—CXI förut varit utgifna i »Veckoblad för folkundervisning». De öfriga afdelningarna hafva ej förut varit utgifna i tryck. Lärogången har dock vid några skolor under flere år varit tillämpad och lemnat tillfredställande resultat. Följande af undertecknad utgifna arbeten ansluta sig till förevarande lärogång: »Räkneöfningsexempel för skolor» i tvänne häften, »En samling räkneuppgifter jämte fullständig redogörelse för deras lösning» och »Förslag till materiel vid undervisningen i räkning». »Räkneöfningsexempel för småskolor» äro under utarbetning och skola under nästa år blifva tillgängliga i bokhandeln.

Gäfle i december 1890.

K. P. Nordlund.

Inledning.

Ett ganska ofta förekommande fel vid skolundervisning är, att minnet alltför mycket tages i anspråk, under det att de öfriga själsförmögenheterna alltför litet anlitas. Den kunskap, som på detta sätt vinnes, kan aldrig blifva lefvande.

Därför är det vid all undervisning ytterst viktigt att lära barnen efter förmåga själfva pröfva och granska de ämnen, som äro föremål för denna undervisning; barnen måste lära sig vara *själfverksamma*. Detta är den grundprincip, som jag främst haft för ögonen vid utarbetandet efterföljande skematiska framställning af det sätt, hvarpå räkneundervisningen enligt min åsikt bör ordnas för att blifva fruktbringande. Då denna lärogång i flere afseenden afviker från den, som vanligen plägar följas i skolorna, har jag ansett mig böra på grunden af denna princip i korthet framställa några synpunkter, som böra tagas i skärskådande vid den svåra frågan om ordnandet af räkneundervisningen, och i sammanhang därmed framlägga de skäl, som föranledt mig till de viktigaste skiljaktigheterna, samt slutligen meddela några råd och upplysningar till ledning för dem, som vilja använda denna lärogång.

Krafvet på att barnen skola vara självverksamma ställer den fordran på undervisningen, att den är så ordnad, att barnen verkligen *kunna* med eget förstånd granska och begripa de ämnen, som framställas. Undervisningen bör därför vara lämpad efter barnens utvecklingsgrad, den bör vara klar och lättfattlig, den bör utgå från det enkla och tydliga för att sedan därifrån komma till det mera invecklade och svårfattliga, den bör vara systematiskt och följdriktigt ordnad, så att det ena logiskt följer ur det andra.

Härvid har jag måst uppsöka en enklare och säkrare grundval att bygga räkningen på, än de s. k. fyra enkla räknesätten med de många latinska termerna, hvilkas verkliga mening barnen ej kunna fatta, och denna enklare grund har jag funnit i begreppet *om det hela, delarna och delarnas antal* (XXXV). Först då detta begrepp blifvit fullt tydligt för barnet, kan det se det verkliga sambandet mellan och innebörden i de räkneoperationer, som pläga kallas de fyra enkla räknesätten. Barnet får då ock bättre syn på den enhet, som förenar dem. För förklaringen af »multiplikation» och »division» i bråk har det varit nödigt att utbyta benämningarna *det hela, delarna* och *delarnas antal* mot *den föregående, den efterföljande* och *förhållande.* Ehuru benämningen »förhållande» kan anses vara mångtydig, har den dock blifvit vald, emedan den användes af de flesta författare i matematik.

I följd däraf, att talen äro abstrakta, är det nödvändigt, att läraren i början sätter talen som bestämningar till föremål, som äro för barnen välbekanta och äro af den beskaffenhet, att de tilldraga sig deras uppmärksamhet, på det att barnen, som stå på en konkret ståndpunkt, må kunna fatta talen. Läraren bör äfven begagna sig af nödiga hjälpmedel, såsom tärningar, sedlar, stickor ordnade i buntar, m. m. för att för barnen tydliggöra räkningen med talen och deras inbördes förhållande. I sammanhang härmed framhålles särskildt vikten af, att barnen få lära sig *mäta, väga, bestämma tiden* o. s. v., innan läraren förelägger dem räkneuppgifter, hvari talen sättas som bestämningar till *meter, kilogram* o. s. v. Utom det, att dessa öfningar intressera barnen, få de därigenom en säkrare och fylligare kunskap om de i lag bestämda måtten och deras inbördes förhållande, än den de kunna erhålla genom tabeller eller lärarens meddelande.

I afseende på *ordningsföljden* mellan räknelärans olika delar anser jag, att den s. k. sorträkningen (en mycket oegentlig benämning) ej bör, såsom nu vanligen sker, behandlas särskildt, utan i samband med det öfriga, emedan den är särdeles lämplig, såsom varande enklare, att tydliggöra den öfriga räkningen. Frågan om ordningsföljden mellan läran om de allmänna bråken och läran om decimalbråken har under en längre tid utgjort ett stående tvisteämne mellan lärare. I denna fråga ställer jag mig afgjordt på deras sida, som yrka på, att läran om de allmänna bråken skall föregå läran om decimalbråken. Skälen äro:

1) Omöjligheten för barnen att förstå decimalbråken och deras användning utan en *grundlig* insikt i läran om de allmänna bråken. I synnerhet gäller detta om uppgifter, som komma under rubrikerna »multiplikation» och »division».

2) Att alla de uppgifter, som rimligtvis kunna föreläggas barnen och kunna lösas med decimalbråk, kunna enklare lösas med de hela talen (se afd. XCIII ex. 1, s. 56!)

3) Antalet af de uppgifter, som förekomma i det dagliga lifvet och kräfva kunskap om de allmänna bråken, är betydligt större än de uppgifter, som förutsätta kunskap om decimalbråken. Genom besök på handelskontor, brukskontor, banker m. m. kan hvar och en själf därom göra sig öfvertygad.

4) Att läran om decimalbråk är mycket lätt inlärd, sedan läran om de allmänna bråken blifvit *säkert* inhämtad.

5) Att sysslandet med decimalbråken, som lärjungarna ej kunnat fatta, förledt dem att gissa sig fram, hvilken ovana sedan lagt stora hinder i vägen för inhämtandet af läran om de allmänna bråken och utöfvat de menligaste följder för deras vidare matematiska utveckling.

6) Oaktadt ifrigt sökande bland flere hundra lärjungar har jag ej ännu påträffat *en enda,* som saknande kunskaper i de allmänna bråken visat sig kunna räkna med och använda decimalbråk, oaktadt han däri blifvit undervisad.

I en del räkneböcker, som utkommit under den senare tiden, hafva åtskilliga tillägg till den vanliga skolkursen blifvit gjorda. Det ena, som utgör ett slags inledning till algebran, behandlar läran om parenteser och exponenter. Denna lära, som i och för sig är ganska nyttig, förefaller de flesta bland barnen mycket svår och tar därför mycken tid, som nyttigare kunde användas. Skola dylika uppgifter förekomma, böra de endast föreläggas lärjungar med bättre begåfning, hvilka i en framtid skola genomgå algebran, ehuru jag anser, att äfven dessa kunna sysselsättas på ett nyttigare sätt.

Det andra tillägget handlar om de s. k. tecknade svaren på räkneuppgifter. Dessa öfningar, som äro importerade från Tyskland, förefalla barnen ganska svåra och kräfva äfven en lång tid, som bättre kan användas. Författarne själfva fela ofta vid uppställandet af dessa svar. Vid praktisk räkning förekomma de ej, utom i det fall, att det tecknade svaret blir ett s. k. produktbråk (s. 76), hvars uppställning är ett hjälpmedel för svarets erhållande. Uppställning af dylika bör däremot flitigt öfvas.

I st. f. frågetecknet har man börjat använda bokstafven x. Huruvida man använder det ena eller det andra tecknet är alldeles likgiltigt. Dock bör man respektera det häfdvunna matematiska skriftspråket, som bjuder, att bokstafven x, om den förekommer på flera ställen i en likhet, skall betyda *samma* tal. I likheten

4773 centimeter = x meter x decimeter x centimeter

är x = 43 och icke 47, 7 och 3, som facitböckerna angifva.

Läraren bör vid undervisningen använda ett klart och tydligt språk samt aldrig lemna oriktiga och dunkla svar oanmärkta. Åtskilliga oriktiga, oegentliga och intetsägande uttryck och talesätt hafva så småningom inrotat sig vid räkneundervisningen. De hafva utöfvat ett högst menligt inflytande, hvarför deras utrotande är ett önskningsmål. Här nedan skola anföras några, som jag anser vara af ofvannämnda beskaffenhet. Åt de läsare, som anse de gjorda anmärkningarna vara alltför pedantiska och obetydliga, får jag rekommendera till genomläsning och noggrant begrundande Tegnérs utmärkta arbete: »Språkets makt öfver tanken». De skola då komma att inse sakens stora vikt och betydelse.

Många uttryck förekomma, i hvilka *tal* utbytes mot *siffra.* Sådana uttryck äro: *siffersumma, multiplicera med siffran 5, låna af siffran 5, hälften af siffran 8* o. s. v., hvilka gifva ett starkt stöd åt barnens vanliga missuppfattning att anse siffra och tal vara detsamma. I st. f. siffersumma kan, såsom det sker i våra grannländer, användas *tvärsumma.* Ett synnerligen förrädiskt ord är *siffertal,* hvarmed förstås ett uttryck af siffror, som tillsammans beteckna ett tal. Talen äro abstrakta och böra ej förväxlas med de sammanställningar af siffror, som användas för att beteckna talen. Vid innanläsningsöfningarna i skolorna tillhållas barnen att säga t. ex. a vara ett själfljuds-*tecken* och ej ett *själfljud,* hvilket i forna tider var det vanliga. Lika angeläget är att för barnen starkt framhålla, att siffrorna äro tecken för talen och ej talen själfva.

Somliga författare indela talen *dels* i konkreta och abstrakta, *dels* i benämnda och obenämnda. Alla tal äro dock abstrakta, hvarför en dylik indelning är oegentlig. Man har kallat »7 kronor» och »8 meter» konkreta eller benämnda tal, men »7 kronor» är en penningsumma och »8 meter» en längd; de äro således ej tal. Denna indelning af talen i benämnda och obenämnda har onödigt invecklat och betydligt försvårat räkneläran. Vid räkning sysslar man *endast* med tal och ej med de verkliga storheterna. Man sammanlägger ej *öre* och *öre, kronor* och *kronor* o. s. v., hvilket uppgifves i räkneböckerna, utan dét är *öretalen,* som sammanläggas med hvarandra, och *krontalen* med hvarandra.

I Tyskland framställdes för flere år sedan ett förslag att indela talen i klasser och sorter. Man sade t. ex. att talet *sju*, som ingick i »7 kr.», och talet *fem*, som ingick i »5 meter», hörde till olika klasser, att talen *sju* och *fem*, som ingingo i 7 meter och 5 decimeter, hörde till *samma* klass, men voro af olika sorter, samt att talen *sju* och *fem*, som ingingo i 7 meter och 5 meter, hörde till *samma* klass och *samma* sort. Detta förslag förkastades snart. Man visade nämligen, att t. ex. talet *sju* ej undergår någon förändring, när det sättes som bestämning till verkliga storheter. Talen äro konstanta och oföränderliga. Egendomligt nog har samma förslag nyligen framkastats här i Sverige från ett håll, hvarifrån man minst väntat det. Förslagets öde här i vårt land kommer naturligtvis att blifva detsamma som i Tyskland. Felet har kommit däraf, att man sammanblandat *talet sju* med *penningsumman* 7 kr., *talet fem* med längden 5 *meter* o. s. v. I storheterna *åtta* öre, *åtta* kilogram, *åtta* hundra o. s. v. betecknar *åtta* samma begrepp. Förkonstlingen har till och med gått så långt, att lärare och räkneböcker tvingat barnen att afgifva oriktiga svar på framställda frågor (se ex. 3 anm. s. 2).

Vid undervisning i räkning har man ofta behof af att bilda särskilda substantiv, som motsvara åtskilliga tal, företrädesvis decimalsystemets grundenheter: *ett, tio, hundra* o. s. v. I forna tider användes *etta* (ettor), *tia* (tior), *hundrade* (hundraden) o. s. v., hvilka återfinnas i svenska akademiens ordlista. På senare tiden har det däremot blifvit brukligt att i stället använda *ental, tiotal, hundratal* o. s. v. Sålunda säger man, att t. ex. talet 735,89 består af 7 *hundratal*, 3 *tiotal*, 5 *ental*, 8 *tiondelar* och 9 *hundradelar*. Egendomligt är, att man ej varit följdriktig och sagt: *tiondelstal* och *hundradelstal*. En annan, ännu märkligare egendomlighet är, att författarne vid framställandet af reglerna för de fyra räknesätten frångå detta benämningssätt och säga talet 7 vara ett *hundratal*, 3 ett *tiotal* o. s. v. Att i talet »sju hundra» den ena gången säga *sju* vara ett *hundratal*, och den andra gången säga, att *hundra* är ett *hundratal* måste naturligtvis hos lärjungarna åstadkomma oreda och förvirring. Att bilda ett substantiv af *hundra* genom tillägg af ordet *tal* är en *pleonasm* och kan hänföras till samma klass af ordsammanställningar som: »handelsförsäljning», »*rektangelyta*» o. s. v. När t. ex. ett land har *fem* millioner invånare, så borde sägas, att *milliontalet* till landets invånarantal är *fem*, men ej, att landet har fem *milliontal* invånare. Sålunda är det språkriktigare och i följd däraf för undervisningen ändamålsenligare att säga om talet 735,89, att det är sammansatt af 7 *hundraden*, 3 *tior*, 5 *ettor*, 8 *tiondelar* och 9 *hundradelar*, samt att dess *hundratal* är 7, *tiotal* 3, *ental* 5, *tiondelstal* 8 och *hundradelstal* 9. Därigenom förebygges det stora felet att låta samma ord motsvara tvänne olika begrepp.

När storleken till en storhet a skall bestämmas, jämföres a med en i lag bestämd storhet af samma slag som a. Om storheten a är en längd, hvars storlek skall bestämmas i förhållande till längdenheten *decimeter*, uppdelas a i delar, som äro lika med en decimeter. Antages för enkelhetens skull a vara en mångfald af en decimeter, och att delarnas antal är 7, så säges a vara 7 decimeter. Därvid har man att taga i betraktande: 1) längden a, som benämnes *7 decimeter*, 2) längdenheten *decimeter*, 3) talet 7, som angifver förhållandet mellan längden a och en decimeter. Behofvet af ett namn på detta tal (7) gör sig kännbart vid många tillfällen, då man besinnar, att det är *endast* talen, hvarmed man sysslar vid räkning. I de af mig utgifna räkneöfningsexempel användes i förevarande fall benämningen *decimetertal* för talet 7. I öfverensstämmelse härmed användas benämningarna *metertal, krontal, gramtal, tiotal* o. s. v.

Man har gjort tvänne invändningar mot dessa benämningar: 1) att de strida mot svenska språkets ordbildningslära, 2) att införandet af dylika benämningar skulle bereda barnen alltför stora svårigheter vid undervisningen.

Såsom svar på den första invändningen får jag anföra, att svenska språket äger en mängd ord, som bildas efter samma lag, t. ex. *årtal, fyrktal, stycketal, lästetal, hemmantal, invånarantal* o. s. v. Innan jag beslöt mig för upptagandet af dessa benämningar, rådfrågades ock personer, som studerat svenska språket. Dessa förklarade, att benämningarna äro fullt berättigade och ej stå i strid med svenska språkets lagar. Hvad den andra invändningen angår, så kan jag åberopa såväl andra lärares som egen erfarenhet, att dessa benämningar, långt ifrån att vara svårfattliga, tvärtom äro lätt inlärda samt att de bidraga att göra begreppen klara för lärjungarna. Det händer stundom, att dessa i sina svar sammanblanda t. ex. en penningsumma och dess krontal o. s. v., men detta fel har sin grund i en föregående undervisning, genom hvilken de blifvit ålagda att svara t. ex. 7 kronor i st. f. endast 7 o. s. v.

Bristen på benämningar för storhetens storlekstal har gifvit upphof till en mängd egendomliga frågformer och uttryckssätt, hvaraf jag här nedan skall anföra några.

a) *Hvad gör 8 kronor i öre?* På denna fråga svara några författare 800 öre, andra endast 800. Den uttryckes på det matematiska skriftspråket med:

$$8 \text{ kronor} = ?\ \text{öre},$$

i hvilken likhet det sökta talet är 800. Återgifves denna fråga på svenska språket, så bör den få följande form:

»*Hvilket är öretalet till 8 kronor? Svar:* 800.

b) *Huru många gånger innehålles 1 meter i* $7\frac{1}{2}$ *decimeter?*
På denna fråga svaras vanligen: $\frac{3}{4}$ gånger.
Mot denna frågform anmärkes, att en storhet ej kan innehållas i en, som är mindre. Får frågan någon af följande former, så blir hon tydlig och begriplig:
Hvilket är metertalet till $7\frac{1}{2}$ *dm.? Svar:* $\frac{3}{4}$, eller
Hvilket är förhållandet mellan $7\frac{1}{2}$ *dm. och 1 m.? Svar:* $\frac{3}{4}$.

c) Om läraren på svarta taflan uppritar en rät linje och frågar:

Huru stor är denna linje?, så är frågan obestämd, emedan den enhet, i afseende på hvilken storleken skall bestämmas, ej är angifven. Om linjen är 72 cm., så kan den tillfrågade utom 72 cm. svara 720 mm., 0,72 m., 7 dm. 2 cm. o. s. v. Frågar däremot läraren: »*Hvilket är linjens centimetertal?*, så är frågan bestämd, och svaret är endast 72. Man kan i detta fall invända, att det står lärjungen fritt att välja hvilken enhet han behagar, och att de till formen olika svaren betyda detsamma. En sådan invändning kan ej med fog göras, då den uppritade linjen är en cirkelbåge, ty vid uppmätning af dylika användas, utom de i lag bestämda måtten, äfven radien i den cirkel, af hvars omkrets bågen är en del, samt 360-delen af samma cirkel somkrets eller cirkelomkretsens grad. Frågan blir fullt bestämd, då den får följande form: »Hvilket är cirkelbågens a) metertal? b) gradtal? c) radietal?»

Vid läran om cirkeln framstår det stora behofvet af ofvannämnda benämningar. Upptoges dessa, så behöfde man ej, såsom nu är brukligt, använda sådana orimliga frågformer som: »Huru stor är den cirkel, hvars radie är 1, 2 eller något annat *tal?*», ej heller behöfde man taga sin tillflykt till den s. k. *enhetscirkeln*, som åstadkommit så mycket hufvudbry och bekymmer hos lärjungarna. Vid efterfrågan hos läraren hvilken cirkel, som särskildt kallas *enhetscirkel*, afslutas ju redogörelsen med den märkliga förklaringen, att den kan vara en cirkel hvilken som helst.

d) *För att finna ytan af en rektangel, skall man multiplicera bas och höjd.* Uttrycket »*att multiplicera bas och höjd*» är en påtaglig orimlighet. En del författare tillägga orden: »uttryckta i samma mått». Genom detta tillägg kvarstår orimligheten lika fullt.

Ger man satsen följande form: »*En rektangels kvadratmetertal är produkt af basens metertal och höjdens metertal,*» så blir den däremot tydlig och klar.

Samma anmärkning gäller äfven om uttrycket: »*att multiplicera längd, bredd och höjd.*»

e) Vid uppgifter om ytors och rymders storlek förekomma flere intetsägande uttryck, såsom *arealinnehåll, ytinnehåll, kvadratinnehåll, volyminnehåll, kubikinnehåll,* hvilka blifva öfverflödiga, om de här föreslagna benämningarna användas.

f) *Kolumnrubriker* sådana som: *vikt i kilogram, längd i meter* o. s. v. böra utbytas mot *kilogramtal, metertal* o. s. v., hvilka återgifva kolumnernas verkliga innehåll.

g) I en exempelsamling, som innehåller goda räkneuppgifter och är mycket använd, förekommer en uppgift, som har följande märkliga lydelse: »Emellan ett antal personer fördelades 247 kr. och det befanns då, att hvarje person erhållit *6 kronor mer än personernas antal.* Huru många voro de?» Personernas antal var 13, således skulle hvarje person hafva erhållit *6 kronor mer än 13,* hvilket är en logisk orimlighet. Talet 13 och penningsumman 13 kronor hafva förväxlats med hvar andra. Ändras formen till: »Emellan ett antal personer fördelades 247 kr. och det befanns då, att *krontalet* till den penningsumma hvarje person erhållit var 6 mer än personernas antal. Huru många voro de?», så blir frågan riktig.

Dylika fel förekomma ganska ofta.

Den vanliga definitionen på de s. k. operationstecknen, att de utmärka, att en viss räkning med talen, som de förena, skall verkställas, håller ej streck, hvarken i läran om de bestämda talen eller i läran om de obestämda t. ex. 3:7, a + 7 o. s. v. Man har försökt komma från motsägelsen genom den intetsägande förklaringen att »3:7» är en tecknad division. Om 3:7 kan man antingen säga, att det betecknar ett tal, hvaraf 3 är 7-falden, eller att det betecknar ett tal, som angifver förhållandet mellan talen 3 och 7 (se vidare s. 92!). De s. k. operationstecknen äro tecken, som jämte siffror och bokstäfver användas, *dels* för att beteckna tal och verkliga storheter, *dels* för att uti satser i förening med likhetstecknet uttrycka det samband, som äger rum mellan tal eller mellan verkliga storheter.

Om den oriktiga användningen af de mycket ofta förekommande uttrycken: »*gånger mer*» och »*gånger mindre*» är afhandladt på s. 99.

Slutligen meddelas några råd och upplysningar till ledning för de lärare och lärarinnor, som ämna följa denna lärogång.

Hvarje öfning inledes af undervisaren genom lämpliga frågor, till en början mycket enkla, hvilka ställas till *alla* lärjungarna, som samtidigt undervisas. Härvid är det nödvändigt, att läraren lemnar dem så lång tid, som är nödig för *alla* att finna svaret på den framställda frågan. När de genom något tecken uppgifvit sig hafva funnit svaret, låter läraren de minst begåfvade *först* afgifva sina svar. Därigenom *tvingas* dessa att begrunda frågan, hvilket mången gång ej skulle blifva händelsen, om läraren först fordrade svaren af de bättre begåfvade. De sämre skulle i sådant fall afgifva samma svar som de bättre, äfven om de ej erhållit något svar alls eller de erhållit ett, som varit afvikande från det förut afgifna. I sammanhang härmed påpekas, att läraren ej bör upphöra att upphämta svaren, sedan han erhållit det rätta, ty det är för läraren nödigt att få höra de orätta svaren för att kunna visa, hvari deras oriktighet består. Särdeles är detta förhållandet med sådana orätta svar, som gifvas *lika* af *två* eller *flere* lärjungar. Att *två* eller *flere* afgifva *samma* oriktiga svar har sin grund *dels* däri, att läraren förut oklart eller oegentligt uttryckt sig, *dels* däri att lärjungarna missuppfattat något yttrande af läraren, och i bägge fallen böra felen så fort som möjligt undanröjas. Med stort skäl kan påstås, att en lärare har synnerligen mycket att lära af oriktiga svar, förutsatt att han gör sig besvär med att uppsöka deras källa.

När lärjungarna genom frågor blifvit på detta sätt förberedda, låter läraren dem genomgå motsvarande afdelning i en exempelsamling. Lärjungarna tillsägas att genomräkna exemplen tvänne gånger eller flere, om de erhållit olika svar; helst böra de bägge räkningarna verkställas på olika sätt. Läraren bör noga tillse, att denna hans tillsägelse blir åtlydd. Emedan ett rätt svar är det, som i första hand bör eftersträfvas, måste all täflan i snabbräkning helt och hållet bannlysas, ty erfarenheten har klart visat, till hvilka menliga följder denna täflan har ledt, nämligen slarf med åtföljande osäkerhet.

Emedan de matematiska anlagen hos lärjungarna äro i allmänhet mycket växlande, kan man ej vänta, att alla samtidigt afsluta lösningarna af exemplen. Därför är det nödigt, att läraren ger anvisning på passande sysselsättning åt de lärjungar, som afslutat exemplen före kamraterna. I det följande skall meddelas förslag till »tysta öfningar», som äro lämpliga för detta ändamål.

På den mycket omtvistade frågan: »Får lärjunge begagna facitbok?» svarar jag utan betänkande *ja*, grundande detta *ja* hufvudsakligen på följande skäl:

1) Den kontroll, som skulle ligga däri, att läraren ensam är i besittning af facitboken, är i själfva verket ingen, emedan erfarenheten dagligen visar, att lärjungen kan själf anskaffa sig en facitbok i bokhandeln eller erhålla svaret af en flinkare kamrat.
2) Genom att förbjuda lärjunge använda facitbok, förleder man honom mången gång att blifva bedräglig.
3) Om läraren skall genomgå svaren med hvarje lärjunge, så blir ingen tid öfrig för honom att sköta sin egentliga undervisning.

Den försiktigheten bör dock iakttagas, att jämförelse med facitboken sker först, när exemplet, på sätt som ofvan nämnts, blifvit genomräknadt tvänne gånger.

När *alla* lärjungarna genomgått exemplen till en öfning, bör läraren noga pröfva, huruvida de rätt uppfattat dem, *dels* därigenom att de i tydliga ord få redogöra för tillkomsten af svaren i några exempel, *dels* genom uträkning af proftal, som undersökas af läraren. Härigenom erhåller läraren en verklig kontroll, och de olägenheter häfvas, som man ansett uppkomma däraf, att lärjungen själf får handhafva facitboken.

Innan läraren öfvergår till en ny öfning, bör repetition af det närmast föregående ske. Säkerhet i det föregående är ett nödvändigt villkor, för att lärjungen skall kunna arbeta på egen hand.

Emedan anlagen hos lärjungarna i en klass äro mycket växlande, nödgas läraren ofta bilda tvänne räkneafdelningar. I följd häraf är det nödvändigt, i synnerhet vid den första undervisningen, som företrädesvis bör vara omedelbar, att hafva till hands lämpliga öfningar, hvarmed den ena afdelningen kan sysselsättas, medan den andra undervisas af läraren.

Tysta öfningar äro äfven nödvändiga för de lärjungar, som hinna afsluta de dem förelagda uppgifterna före kamraterna.

Tysta öfningar.

A) *Talområdet 1—100.*

1) *Sifferskrifning.* Af i lärogången anförda skäl begagnas ej siffror förr än i afdelningen XXVI. Innan barnen hinna till denna afdelning, böra de flitigt öfvas att

skrifva siffrorna väl och redigt, dels i vågräta, dels i lodräta rader med lika afstånd mellan dem. I afseende på siffrornas skrifning erinras:

a) För att underlätta barnens arbete med uppskrifningen af *lodräta* sifferrader, böra barnen vänjas från början att skrifva siffrorna upprättstående.

b) Först läras barnen att skrifva siffrorna 1, 7 och 4, som äro sammansatta af räta linier, därefter 0, 6 och 9, vidare 3 och 5 samt slutligen 8 och 2. I siffran 1 bör ej användas uppstreck.

c) Alla siffrorna med undantag af 4 och 5 böra skrifvas i ett sammanhang, d. v. s. utan upplyftande af griffeln eller pennan.

d) Läraren visar barnen noga, hvarest de vid de särskilda siffrornas skrifning skola börja.

e) Vid skrifning af siffrorna 3 och 5 tillhållas barnen att väl forma den nedre ovalen samt afsluta den med en punkt genom en lätt tryckning af griffeln eller pennan.

f) När barnen någorlunda kunna skrifva några siffror, öfvas de att skrifva dem dels i vågräta, dels i lodräta rader med lika afstånd mellan två hvarandra följande.

g) Barnen böra vara försedda med spetsiga grifflar eller väl formerade blyertspennor.

2) *Skrifning af tecknen* + — × :

I afseende på skrifningen af plustecknet erinras, att de båda strecken böra vinkelräta mot hvarandra, samt att det vågräta strecket bör sammanfalla med raden. Minustecknet bör äfven sättas på raden.

3) Inlärandet af veckodagarnas namn och ordningstal.

4) » » månadernas » » ».

5) Uppritande af talbilderna.

6) Serieöfningar.

7) Inlärandet af mångfaldstabellen.

8) Sammanläggning och fråndragning:

a) då talen äro angifna genom bilderna.

b) » » » » med de vanliga ljudtecknen.

c) » » » » » siffror.

B) *Talområdet 1—1000.*

1) Undersökning af talen 1—100.
Talen 1—100 äro de, som mest förekomma i det dagliga lifvet, hvarför det är särdeles nyttigt, att barnen äro så förtrogna med hvart och ett bland dem, att de kunna uppgifva t. ex. om talet 60, att det är 30-falden af 2, 20-falden af 3, 15-falden af 4, 12-falden af 5 o. s. v.
2) Inlärandet af 11-falden, 12-falden . . . 20-falden af talen 2, 3, 4 . . . 10, d. v. s. den s. k. stora mångfaldstabellen.
3) Sammanläggning och fråndragning.

C) *Talområdet öfver 1000.*

1) Öfningar, som afse uppdrifning af mekanisk färdighet.
2) Inledningsöfningar till bråkläran.
Sedan läraren meddelat barnen en kort undervisning om arket och dess jämna delar, kunna de utan skada på egen hand sysselsättas med dessa öfningar.
3) Exempel af svårare beskaffenhet.

D) *Bråk.*

1) Prisberäkningsuppgifter.
2) Ränteberäkningsuppgifter.
3) Yt- och rymdberäkningsuppgifter.
4) Exempel af svårare beskaffenhet: B-afdelningarna i utgifvarens räkneöfningsexempel.

I.

Talorden: Ett—sex.

Dessa inläras i ordning fram- och baklänges.

Frågor:

1) Hvilket talord följer efter a) *fyra* b) *två* o. s. v.?
2) » » går före a) *sex* b) *fyra* o. s. v.?
3) » » mellan *tre* och *fem* o. s. v.?
4) Hvilka äro talorden mellan *två* och *sex* o. s. v.?

II.

Talorden ett—sex och deras användning vid bestämmande af föremåls antal.

Anm. 1. När ett barn skall bestämma föremåls antal, förfar det i början på följande sätt: Om föremålen äro t. ex. stolar, går det fram till den första stolen, lägger händerna på den och säger *en* (ett), därefter går det till den andra stolen, förfar på samma sätt och säger *två* o. s. v. Efter en tids förlopp ställer det sig på golfvet och pekar på stolarna under högt uttalande af orden *ett, två* o. s. v. Därefter nickar eller pekar det på stolarna och uttalar sakta orden *ett, två* o. s. v. Slutligen kan det bestämma stolarnas antal utan att peka på dem eller utsäga talorden. — Först när barnet uppnått denna ståndpunkt, kan L* med framgång förelägga barnet enkla räknefrågor.

Anm. 2. L bör till en början välja sådana föremål i skolan, som tilldraga sig barnens uppmärksamhet, såsom kamrater, böcker, fönsterrutor, griffeltaflor o. s. v. Punkter, kritstreck o. s. v., såsom varande för barnen alltför obetydliga, äro därtill i början mindre lämpliga. L bör ofta uppmana barnen att flitigt sysselsätta sig med bestämmande af föremåls antal såväl i hemmet som i skolan. Genom mycket sysslande med talen, blifva barnen förtrogna med dem, hvilket betydligt påskyndar deras framsteg. Det händer ganska ofta att barn själfmant lära sig i hemmen att i ordning upprepa en större mängd talord än som medhinnas i skolan och det är med en viss

* L betecknar läraren och M lärjungen.

stolthet de utropa, när de lärt sig i ordning talorden ett—hundra: »Nu kan jag räkna till hundra». L bör ej på något sätt söka att hindra dylika självfvalda öfningar, utan tvärtom uppmana barnen därtill. Dessa »förkunskaper» blifva sedan mycket nyttiga.

Anm. 3. L uppställer på golfvet till en början tre lärjungar och visar, huru barnen böra gå tillväga för att bestämma barnens antal. L går till det första, lägger handen på dess axel och säger *en* (ett), därefter till det andra och säger *två* o. s. v. Hvart och ett af barnen gör därefter detsamma som L. Därefter uppställer L fyra barn och förfar på samma sätt o. s. v. Denna öfning fortgår så länge, att hvart och ett af barnen från sina platser kan uppgifva kamraternas antal inom talområdet ett—sex utan att högt utsäga talorden eller peka på kamraterna.

Öfningar:

1) L säger till ett af barnen: led fram på golfvet *fyra* kamrater! Till ett annat: led fram på golfvet *sex* kamrater! o. s. v.

2) L. Läggen på edra pulpeter i en rad *tre* tärningar!
Läggen därunder i en rad *fem* tärningar! o. s. v.
Se F. t. M.* sid 1!

3) L uppställer på katedern t. ex. *fem* böcker.
Hvad har jag uppställt på katedern? *Svar:* Fem böcker.

Anm. Frågar L däremot: »Huru många böcker har jag uppställt på katedern?», bör svaret endast vara *fem* och icke *fem böcker*. Samma svar bör äfven afgifvas, om frågan lyder: »Hvilket är de uppställda böckernas antal?» Barnen böra från början noga lystra till ordalydelsen i en framställd fråga och därpå afgifva ett rätt svar, och ej ett sådant, som passar till en fråga, som möjligen kunde hafva blifvit framställd. Börjar en fråga med »huru många eller hvilket är antalet», så skall svaret endast vara ett antal. Börjar frågan däremot med »huru mycket», »huru stort», »huru långt», »huru länge» o. s. v., skall svaret vara en verklig storhet.

Exempel. A köper 3 kilogram järn. Hvarje kilogram kostar 18 öre.
a) Huru mycket skall A betala? *Svar:* 54 öre.
b) Huru många öre skall A betala? *Svar:* 54.

Att på dessa bägge frågor svara 54 öre, såsom vanligen plägar ske, är oriktigt.

---

* F. t. M. betyder »Förslag till materiel af K. P. Nordlund» — Andra upplagan.

4) L afskiljer ett antal (mindre än sju) kulor på den första tråden i kulramen; därefter på den andra tråden ett annat antal o. s. v.
L pekar på den första tråden.
Huru många kulor har jag skjutit åt sidan på denna tråd o. s. v.

III.

Två- och treserierna inom talområdet ett—sex.

Se F. t. M. sid. 4 D)!

IV.

Lägga tillsammans och taga bort.

1) Tagen två tärningar i den venstra handen!
Tagen tre tärningar i den högra handen!
Läggen tärningarna tillsammans på edra pulpeter!
Hvilket är de sammanlagda tärningarnas antal?
Svar: Fem.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. När två tärningar och tre tärningar läggas tillsammans, erhållas fem tärningar.
2) L upplyser barnen om betydelsen af ordet »summa».
Hvad är summan af fyra tärningar och två tärningar?
Svar: Sex tärningar.
3) Läggen på pulpeten fem tärningar!
Tagen bort två tärningar!
Hvad ligger kvar på pulpeten? *Svar:* Tre tärningar.
4) Tagen tre tärningar i den venstra handen och fyra tärningar i den högra!
Öfverflytta *en* tärning från den venstra handen till den högra!
Huru många tärningar har du i den venstra handen?

Svar: Två.
Huru många tärningar har du i den högra handen?
Svar: Fem.

5) L uppställer på katedern t. ex. sex böcker.
Hvilket är böckernas antal? *Svar:* Sex.
Därefter borttager L t. ex. fyra böcker.
Huru många böcker tog jag bort? *Svar:* Fyra.
» » » äro kvar? » Två.

6) Motsvarande öfningar med kulorna i kulramen.

V.

Ettöres-, tvåöres- och femöresmynt.

1) Utbyte af tvåöres- och femöresmynt mot ettöresmynt.
2) » » ettöresmynt mot tvåöres- och femöresmynt.

VI.

Talbilderna: Ett—sex.

Se F. t. M. sid. 14.

1) L tager fram den ena talbilden efter den andra och låter barnen angifva namnen på talen, som de afbilda.
2) L kallar fram till katedern det ena barnet efter det andra och tillsäger dem att framtaga bilden af talet a) fem b) tre o. s. v.
3) L tillsäger barnen att på sina taflor teckna bilderna af talen två, fyra o. s. v.
4) L sätter fram bilden af talet *fyra*.
Af hvilka talbilder är denna sammansatt?
Svar: Tvenne bilder af talet två.
5) L sätter fram bilden af talet *sex*, så att den längre sidan blir lodrät.
Af hvilka talbilder är denna sammansatt?
Svar: Tvenne bilder af talet *tre*.
Omtala det, som du lärt dig!
M. *Tre* tillsammans med *tre* är *sex*.
Om från *sex* borttages *tre*, så återstår det *tre*.

6) L håller fram bilden af talet *sex*, så att den kortare sidan blir lodrät.
Hvilka talbilder ser du nu?
M. a) Trenne bilder af talet *två*.
b) Bilderna af *fyra* och *två*.
L. Omtala det, som du lärt dig!
Två, två och *två* tillsammans är *sex*.
Fyra tillsammans med *två* är *sex*.
Om från *sex* borttages *fyra*, så återstår det *två*.
Om från *sex* borttages *två*, så återstår det *fyra*.
7) L håller upp bilderna af talen *två* och *tre*.
Hvilken talbild innehåller lika många punkter, som dessa båda hafva tillsammans?

VII.

Ordningstalen: Första—sjette.

1) Dessa ordningstal inläras i ordning fram- och baklänges.
2) Hvilket är ordningstalet a) framför b) efter *femte?* o. s. v.
3) Hvilket är ordningstalet mellan *tredje* och *femte?*
4) Huru benämnas ordningstalen mellan *andra* och *sjette?*
5) L uppställer framför katedern *sex* barn i en rad.
Hvilket är Eriks ordningstal?
Hvilket är Johans ordningstal?
6) L framkallar sex barn till katedern och tillsäger ett bland barnen att ordna kamraterna så, att Anna blir den *första*, Anders den *andra* o. s. v.
7) Motsvarande öfningar med kulorna i kulramen.

VIII.

Talorden: Ett—tolf och deras användning vid bestämmande af föremåls antal.

Likadana öfningar som i afdelningarna I och II.

IX.

Serierna af första slaget inom talområdet: ett—tolf.

Se F. t. M. sid. 4.D)!

Hvarje serie inläres särskildt, hvarefter meddelas exempel.

1) Anna köpte fyra ark papper. Hvarje ark kostade två öre. Huru mycket skulle Anna betala? *Svar:* Åtta öre.

Uträkning: *Ett* ark kostar *två* öre.
Två » kosta *fyra* »
Tre » » *sex* »
Fyra » » *åtta* »

2) Erland köpte grifflar för tio öre. Hvarje griffel kostade två öre.

Huru många grifflar erhöll Erland? *Svar:* Fem.

Uträkning: För *två* öre köpes *en* griffel
» *fyra* » » *två* grifflar
» *sex* » » *tre* »
» *åtta* » » *fyra* »
» *tio* » » *fem* »

Anm. Innan mångfaldstabellen (multiplikationstabellen) är inlärd uträknas tillämpningsexemplen å serierna på ofvan angifna sätt.

X.

De öfriga serierna inom talområdet: ett—tolf.

Se F. t. M. sid. 4 D)!

XI.

Gånger och falden.

1) L. Tagen två tärningar!
Tagen två tärningar!
Tagen två tärningar!
Huru många gånger ha'n i tagit två tärningar?

M. Tre.
L. Hvilket är tärningarnas antal? M. Sex.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. Tre gånger två tärningar äro sex tärningar.
L. I stället för ordet *gånger* kan du också använda ordet *falden af*. Huru skulle du då säga?
M. Tre-falden af två tärningar är sex tärningar.
Se F. t. M. sid. 2 Anm.!
2) Hvad är tre gånger tre öre? *Svar:* Nio öre.
3) Hvad är två-falden af *fyra*? *Svar:* Åtta.

XII.

Talbilderna: Ett—tolf.

Se F. t. M. sid. 14 och 15 B) och C)!
Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen VI.

XIII.

Ordningstalen: Första—tolfte.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen VII.

XIV.

Veckodagarnas namn och ordningstal.

Veckodagarnas namn: Söndag, Måndag . . . Lördag inläras i ordning fram- och baklänges.
1) Hvilket är dagarnas antal i en vecka?
2) Hvilken dag kommer a) framför b) efter Onsdag?
3) Huru kallas den a) tredje b) sjunde dagen i veckan?
4) Hvilket ordningstal har a) Söndagen b) Torsdagen?
5) Huru många äro dagarne från och med Tisdagen till och med Lördagen i samma vecka? *Svar:* Fem.
6) Hvilka äro dagarne mellan Tisdagen och Lördagen i samma vecka.

Anm. L bör för barnen tydligt förklara betydelsen af orden »från och med» »till och med» och »mellan», som förekomma vid tidsbestämningar.

XV.

Delning.

Se F. t. M. sid. 4. Anm.

1) L. Tagen sex tärningar!
Läggen dem i rader så, att hvarje rad kommer att innehålla två tärningar!
Hvilket är radernas antal? M. Tre.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. När sex tärningar läggas så, att hvarje rad innehåller *två* tärningar, så blir radernas antal tre.

2) L. Tagen tolf tärningar!
Läggen dem i rader så, att radernas antal blir tre med lika många tärningar i hvarje rad!
Hvilket är tärningarnas antal i hvarje rad? M. Fyra.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. När tolf tärningar läggas i tre rader med lika många tärningar i hvarje rad, så blir tärningarnas antal i hvarje rad fyra.

3) L upplyser barnen om betydelsen af ordet »hälften». Hvad är hälften af a) åtta tärningar b) tio öre c) tolf kronor?

Anm. L bör ej här meddela upplysning om betydelsen af orden »tredjedel», »fjärdedel» o. s. v., emedan barnen på denna ståndpunkt hafva svårt att fatta betydelsen af dessa ord. Ett af skälen härtill är, att ordningstalen tredje, fjärde o. s. v. i denna ställning blifvit oegentligt använda.

Se F. t. M. sid. 3 Anm.!

XVI.

Månadernas namn och ordningstal.

Barnen inläras att i ordning fram- och baklänges upprepa månadernas namn.

1) Hvilket är månadernas antal i ett år?
2) Hvilken månad kommer a) före b) efter September?
3) Huru benämnas månaderna mellan Maj och Augusti?

4) Hvilket ordningstal har a) Juni b) Mars?
5) Huru benämnes årets sjunde månad?
6) Hvilket är månadernas antal från och med April till och med November?
7) Hvilket är månadernas antal mellan April och November?

XVII.

Sammanläggning och fråndragning.

1) L. Läggen i första raden tre tärningar!
» » andra » två »
» » tredje » fyra »
» » fjärde » tre »
Beräkna de utlagda tärningarnas antal!
M. Tre tillsammans med två är fem.
Fem » » fyra » nio.
Nio » » tre » tolf.
L. Börja med tärningarnas antal i fjärde raden och fortsätt uppåt.
M. Tre tillsammans med fyra är sju.
Sju » » två » nio.
Nio » » tre » tolf.
L. Flytta första raden under den fjärde!
Beräkna tärningarnas antal dels uppifrån och nedåt dels tvärtom o. s. v.

Anm. Genom dylika omflyttningar erhållas nya öfningar.

När barnen uppnått färdighet med dylika uppgifter, låter L dem endast utsäga de särskilda summorna i ordning, således säga de, när räkningen i ofvanstående exempel går uppifrån och nedåt, *tre*, *fem*, *nio*, *tolf*, samt när räkningen sker tvärtom *tre*, *sju*, *nio*, *tolf*. — På samma sätt förfares vid fråndragning.

2) (Fortsättning af ex. 1) L. I ha'n tolf tärningar utlagda.
Tagen bort tärningarna i den första raden!
Hvilket är de kvarliggande tärningarnas antal?
M. Nio.

L. Tagen bort tärningarna i den öfversta raden!
Hvilket är de kvarliggande tärningarnas antal?
M. Sju. O. s. v.
Därefter verkställes fråndragningen utan L:s frågor.
Tre från *tolf* är *nio*
Två » *nio* » *sju*
o. s. v.
Slutligen säger M endast: nio, sju, tre, intet.
3) Motsvarande öfningar med talbilderna.
Se F. t. M. sid. 16. E)!

XVIII.

Talorden: Ett—tjugu och deras användning vid bestämmande af föremåls antal.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningarna I och II.

XIX.

Ordningtalen: Första—tjugonde.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen VII.

1) L pekar på en af kulorna, som sitta på kulramens tvenne öfversta trådar och tillsäger barnen att bestämma hennes ordningstal.

Anm. För att underlätta denna öfning, böra kulorna på de tvenne första raderna sättas glest.

XX.

Serierna af första slaget med tillämpningar.

Se afdelningen IX och F. t. M. sid. 4 D)!

XXI.

De öfriga serierna.

Se F. t. M. sid 4. D)!

XXII.

Sammanläggning och frårdragning.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen XVII.

XXIII.

Mångfalderna af två inläras jämte tillämpningar.

Se F. t. M. sid. 6. »Om mångfaldstabellens inlärande.»

XXIV.

Mer, mindre och skillnad.

1) L. Läggen i första raden *fem* tärningar!
» » andra » *tre* »
I hvilken rad är tärningarnas antal störst? M. Första.
L. Huru många tärningar *mer* ligga i den första raden än i den andra? M. Två.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. Fem tärningar äro två tärningar mer än tre tärningar.

2) L. Läggen i första raden *fem* tärningar!
» » andra » *åtta* » !
L. I hvilken rad är tärningarnas antal minst?
M. Första.
L. Huru många tärningar *mindre* ligga i den första än i den andra? M. Tre.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. Fem tärningar äro tre tärningar mindre än åtta tärningar.

3) L. Läggen i första raden *tolf* tärningar!
» » andra » *sju* »
Hvad är skillnaden mellan det, som ligger i den första raden, och det, som ligger i den andra raden?
M. *Fem* tärningar.
L. Omtala det, som du lärt dig!

M. Skillnaden mellan tolf tärningar och sju tärningar är fem tärningar.

4) L. Läggen i första raden *sex* tärningar!

» » andra » *fjorton* »

Hvad är skillnaden mellan tärningarnas antal i den andra och i den första raden? M. Åtta.

Anm. **När L frågar efter skillnaden mellan tvenne antal, bör det större antalet nämnas först.**

5) När L några gånger framställt dylika frågor, böra barnen öfvas att i sammanhang utan L:s frågor utsäga eller på sina taflor uppskrifva satser likartade med följande: (L uppvisar t. ex. bilderna af *tio* och *fyra*:)

M. *Summan* af tio och fyra är fjorton.

Skillnaden mellan tio och fyra är sex.

Tio är sex *mer* än fyra.

Fyra är sex *mindre* än tio.

6) L uppskrifver på svarta taflan ofullständiga satser af följande beskaffenhet och tillsäger barnen, att uttänka den bristande delen.

a) . . . . äro sex öre mindre än åtta öre.

b) Tolf kronor äro sju kronor mer än . . . .

c) Tolf kronor äro sju kronor mindre än . . . .

d) Sexton är . . . . mer än nio.

e) Sexton är . . . . mindre än nitton.

f) . . . . är sju mer än tretton.

g) . . . . är sju mindre än tretton.

XXV.

Delning af tärningar i tvenne rader, då skillnaden mellan tärningarnas antal i de bägge raderna är uppgifven.

1) L. Tagen fjorton tärningar!

Läggen dem i tvenne rader så, att första raden kommer att innehålla *fyra* tärningar mer än den andra raden!

Hvilket är tärningarnas antal i första raden? M. Nio.
» » » » » andra » ? M. Fem.

L. Huru verkställde du delningen!

M. Jag tog först undan *fyra* tärningar. Sedan delade jag de återstående *tio* tärningarna i tvenne rader med samma antal i hvarje rad. Tärningarnas antal i hvarje rad blef då *fem*. Därefter lade jag de först undantagna fyra tärningarna till den första raden.

Anm. Vanligen verkställa barnen delningen så, att de först bilda tvenne rader med sju tärningar i hvar och en, hvarefter de öfverflytta fyra tärningar från den andra till den första raden. De märka då, att skillnaden mellan tärningarnas antal i de bägge raderna blir *åtta* i st. f. *fyra*. L bör då visa barnen, hvari felet består, på följande sätt. Läggen sju tärningar i hvar och en af tvenne rader! Tagen bort *fyra* tärningar från den andra raden! Hvad är nu skillnaden mellan tärningarnas antal i de bägge raderna? M. Fyra. L. Läggen nu de borttagna tärningarna till den första raden! Hvad är nu skillnaden mellan tärningarnas antal i första och andra raden? M. Åtta.

2) L. Anton och Erik hafva lika många tärningar.
Anton ger Erik *fem* tärningar.
Huru många tärningar har Erik mer än Anton?
M. Tio.
L. Huru många tärningar hafva Anton och Erik tillsammans? M. Frågan kan ej besvaras.

XXVI.

Siffrorna.

1) Huru betecknas antalen: två, sex, sjutton o. s. v. med siffror?

2) Hvilka antal betecknas med siffrorna: 7, 9, 6, 16 o. s. v.?

Anm. 1. L bör ej nu i början nämna för barnen, att t. ex. talet *sexton* betecknas med 16, därför att det är summa af 1 tia 6 ettor. Uttrycket *en* tia är för barnen på detta skede af utveckling en motsägelse, ty för barnen är *tio* en mångfald af *ett*. När barnen skola försöka att fatta talet *tio*, föreställa de sig *tio* som bestämning till öreslantar, tärningar, böcker eller andra föremål, som äro för dem bekanta. Säger man däremot *en* bunt med *tio* stickor eller *ett* led med *tio* gossar, så fatta de lätt hvad som därmed menas. Tals sönderdelning i tior och ettor bör därför uppskjutas till dess barnen kunna i decimaltaflan sätta ett uppgifvet antal stickor, som äro ordnade i buntar med tio i hvar och en, samt bestämma och med siffror beteckna ett antal stickor uppsatta i decimaltaflan, hvarefter talens sönderdelning i tior och ettor blir fullt naturlig och begriplig för barnen.

Anm. 2. Skälet till att läran om talens beteckning med siffror blifvit så långt framflyttad är, *dels* att barnen först böra lära sig skrifva siffrorna *väl* och *redigt*, innan de få använda dem som hjälpmedel vid räkning, *dels* har erfarenheten visat, att, när siffrorna användas, innan talbegreppet är fast grundadt, siffrorna träda i talens ställe, hvilket är ett grundfel vid räkne-undervisningen.

Orsaken till denna sammanblandning af siffra och tal, som är så allmän, har man att söka, utom i siffrornas för tidiga införande vid räkneundervisningen, äfven i en del vilseledande uttryckssätt, som förekomma i läroböckerna, såsom »siffersumma» »siffrorna äro divisibla med 4», »låna af siffran 5» m. fl., hvilka gifva kraftigt stöd åt barnens missuppfattning.

XXVII.

Sammanläggning och fråndragning med användning af siffror såsom tecken för talen.

Likadana öfningar, som förekomma i afdeln. XVII.

Anm. Talen, som skola sammanläggas och fråndragas böra vara mindre än 11.

XXVIII.

Meter, decimeter och centimeter. Liter och deciliter.

Anm. Millimetern medtages ej vid längdmätningar, förrän barnen äro förtrogna med talen 1—1000. Under inlärandet af talen 1—100 användas vid längdbestämningar högst tvenne enheter hvarje gång dels metern och decimetern dels decimetern och centimetern.

1) L visar och förklarar för barnen meterns indelning i decimeter och decimeterns indelning i centimeter samt huru man går till väga vid längders uppmätning.
2) L uppritar på svarta taflan flere räta linier a, b, c . . ., hvilka äro mångfalder af decimetern, och låter barnen

med användande af meterlinjalen (se F. t. M. sid. 23) indela hvar och en af linierna så, att hvarje del blir en decimeter. Sedan uppdelningen är verkställd, skola barnen angifva hvarje linies storlek.

M. a är 2 decimeter lång.
b » 4 » »
c » 7 » » o. s. v.

L. Huru lång är summan af a och b? M. 6 decimeter.

L. » » » skillnaden mellan c och a?

M. 5 decimeter.

L. Hvilket är decimetertalet till summan af a, b, och c?

M. 13.

3) Barnen öfvas att på sina taflor upprita linier af uppgifven storlek.

4) L meddelar barnen upplysning om betydelsen af rektangel, kvadrat, omkrets, bas och höjd.

5) L. Uppriten på edra taflor en rektangel, hvars bas är 6 centimeter och höjd 2 centimeter!
Delen rektangelns sidor så, att hvarje del blir 1 centimeter!
Hvilket är centimetertalet till rektangelns omkrets?
M. 16.
L. Dragen räta linier mellan de midt emot hvarandra liggande delningspunkterna!
Huru många kvadrater innehåller rektangeln? M. 12.
Förklaring: Radernas antal är 2, kvadraternas antal i hvarje rad är 6, därför är kvadraternas antal i rektangeln 2 gånger 6, som är 12.

Anm. L bör ej nu upplysa barnen, att hvarje sådan kvadrat kallas en kvadratcentimeter, emedan barnen hafva i början svårt att skilja mellan kvadratcentimetern och omkretsen, hvilka de sammanblanda.

6) Uppriten på edra taflor en rektangel, hvars bas är 1 decimeter och höjd 6 centimeter! Delen basen och höjden så, att hvarje del blir 2 centimeter! Dragen genom basens delningspunkter räta linier jämnlöpande med höjden, så

att de träffa den mot basen stående sidan! Dragen genom höjdens delningspunkter räta linier jämnlöpande med basen, så att de träffa den mot höjden stående sidan.

Huru många kvadrater innnehåller rektangeln?

M. 15. *Förklaring:* Radernas antal är 3 och kvadraternas antal i hvarje rad är 5, därför är kvadraternas antal 3-falden af 5, som är 15.

Se F. t. M. sid. 23 och 28!

7) L visar och förklarar för barnen liter- och decilitermåttet. Ett af barnen fyller decilitermåttet med vatten och häller det i litermåttet samt fortfar på samma sätt till dess litermåttet är fullt. L tillsäger barnen att bestämma antalet decilitermått, som rymmas i litermåttet.

XXIX.

Talen: 1—30.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen II.

XXX.

Ordningstalen: Första—trettionde.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen VII.

XXXI.

Klockan.

Se F. t. M. sid. 30!

1) Om urtaflan är försedd med romerska siffror, meddelar L barnen upplysning om deras betydelse jämte motsvarande öfningar.
2) Barnen öfvas att bestämma klocktiden, då minutvisaren pekar på tolf och timvisaren på någon af urtaflans siffror.
3) Barnen öfvas att bestämma klocktiden, då minutvisaren

pekar på någon af siffrorna I, II . . . VI och timvisaren på en punkt mellan tvenne siffror, som motsvarar minutvisarens läge.

4) L uppgifver klocktiden och barnen öfvas att sätta visarna på rätta ställen.

Anm. Minuttalet bör ej nu uppgifvas större än 30.

5) L upplyser barnen, att dygnet börjar klockan XII på natten och indelas i 24 timmar samt att timmarna mellan kl. XII på natten och kl. XII på middagen kallas förmiddagstimmar och de öfriga timmarna under dygnet eftermiddagstimmar.

XXXII.

Serierna.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningen IX.

XXXIII.

Sammanläggning och fråndragning.

Likadana öfningar, som förekomma i afdelningarna IV, XVII och XXVII.

XXXIV.

Mångfalderna af 3 inläras jämte tillämpningar.

Se F. t. M. sid. 6 »Om mångfaldstabellens inlärande»!

XXXV.

Det hela, delarna och delarnas antal.

1) L tager t. ex. 12 böcker och delar dem på katedern i tre delar. I den första delen 3, i den andra 4 och i den tredje 5 böcker.

Hvilket är delarnas antal? M. 3.
Hvad innehåller den första delen? M. 3 böcker.
» » » andra » ? M. 4 »
» » » tredje » ? M. 5 ».

Anm. L bör äfven använda frågformen:
Hvilket är böckernas antal i första delen? M. 3.
o. s. v.
» » » » » det hela? M. 12.

Sedan L omväxlat med olika antal exemplar, låter han barnen i ett sammanhang utan frågor omtala, hvad de se, nämligen att

Delarnas antal är 3.
Första delen innehåller 3 böcker.
o. s. v.
Det hela innehåller 12 böcker.

M kan äfven svara på följande sätt:

Delarnas antal är 3.
Böckernas antal i den första delen är 3.
» » » » andra » » 4.
» » » » tredje » » 5.
» » » » det hela » » 12.

Detta senare sätt är lämpligare, emedan antalen, hvarmed man egentligen sysslar vid räkning, framhållas bättre än genom det förra sättet.

XXXVI.

Plustecknet (+) och likhetstecknet (=).

1) Sedan L ordnat t. ex. 12 böcker på samma sätt som i föregående afdelning, upplyser han barnen, att det, som de se, återgifves i matematisk skrift med:
3 böcker + 4 böcker + 5 böcker = 12 böcker, som kan öfversättas med:
»När delarna äro 3 böcker, 4 böcker och 5 böcker, så är det hela 12 böcker» eller
»Summan af 3 böcker, 4 böcker och 5 böcker är 12 böcker».
2) Sedan L öfvat barnen att på sina taflor uppskrifva dylika s. k. likheter, då föremålen (böcker, griffeltaflor m. m.) äro uppställda på katedern, uppmanar han barnen att uppskrifva likheter, som de själfva hitta på.

3) L uppskrifver på svarta taflan likheter med uteslutande af *en* bland delarna eller det hela och tillsäger barnen att tänka sig till det, som felas.

7 öre + 8 öre + 3 öre = ?

6 meter + 5 meter + 9 meter + ? = 27 meter.

XXXVII.

Delning i lika delar.

Se F. t. M. sid. 4, Anm.!

1) L. Tagen 15 tärningar! Delen dem så, att hvarje del kommer att innehålla 3 tärningar!
Hvilket är delarnas antal? M. 5.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. »När 15 tärningar delas så, att hvarje del innehåller 3 tärningar, så blir delarnas antal 5.»

2) L. Tagen 15 tärningar! Delen dem i 3 lika stora delar!
Hvilket är tärningarnas antal i hvarje del? M. 5.
L. Omtala det, som du lärt dig!
M. »När 15 tärningar delas i 3 lika delar, så kommer hvarje del att innehålla 5 tärningar.»

3) L tillsäger barnen, att självfva tänka ut dylika satser och uppskrifva dem på sina taflor.

4) L. Huru utfaller delningen, när 18 tärningar delas i 3 lika delar?
M. Hvarje del kommer att innehålla 6 tärningar.

5) L. Huru utfaller delningen, när 16 öre delas så, att hvarje del kommer att innehålla 2 öre?
M. Delarnas antal kommer att blifva 8.

Anm. Ändamålet med frågor liknande 4) och 5) framställda i denna obestämda form är att öfva barnen att i en räkneuppgift noga skilja mellan delarnas antal och föremålens antal i hvarje del.

Sedan barnen genom dylika öfningar blifvit förtrogna med begreppen: *det hela* (det, som blifvit eller tänkes vara deladt), *hvarje del* och *delarnas antal*, uppskrifver L på svarta taflan uppgifter liknande följande:

Barnen tillsägas, att noga taga reda på i en uppgift, hvad som är bekant och hvad som är obekant.

XXXIX.

Talen: 1—40.

XL.

Ordningstalen: Första—fyrtionde.*

XLI.

Dagarnas antal i hvarje månad.

L. tillsäger barnen att från hemmen medtaga tvenne almanacker, den ena för ett vanligt år, den andra för ett skottår.

Barnen böra uppskrifva på ett papper månadernas namn i ordning och efter hvarje månads namn dagarnas antal, hemtadt ur en almanack för ett vanligt år. Därefter framtaga barnen en almanack för ett skottår. Genom jämnförelse finna de, att hvarje månad under ett dylikt år har samma antal dagar med undantag af Februari, som under skottår har 29 dagar.

1) L. Hvilka månader hafva 30 dagar?

M. April, Juni, September och November.

L. Inlären noga namnen på dessa fyra månader!

L. Huru många dagar hafva de öfriga månaderna? M. 31.

Anm. Inläres dagantalet i månaderna genom den vanliga minnesversen, så dröjer det en lång stund, innan barnen kunna afgifva svaret, emedan de måste först tyst uppläsa versen. Icke sällan händer det, att, om frågan gäller en af månaderna, som hafva 30 dagar t. ex. Juni, glider versen så hastigt öfver barnens läppar, att de icke märka Juni, utan uppgifva, att den har 31 dagar.

2) Den 2 April under ett år infaller på en Onsdag.

Hvilka data hafva de öfriga Onsdagarna i April?

---

* Svenska Akademiens ordlista upptager detta stafsätt, oaktadt ordet läses »förtionde».

Svar: 9, 16, 23, 30.

3) Hvilka data hafva Onsdagarna i Maj månad samma år?
Svar: 7, 14, 21, 28.

4) På hvilken veckodag infaller d. 23 Maj samma år?
Svar: Fredag.

5) Hvilket är dagarnas antal från och med den 7 Aug. till och med d. 29 Aug. samma år?
Svar: 23 (skillnaden mellan 29 och 6).

6) Hvilket är dagarnas antal mellan d. 8 Maj och d. 23 Maj?
Svar: 14 (skillnaden mellan 22 och 8).

XLII.

Serierna med tillämpningar.

XLIII.

Mångfalderna af 4 inläras jämte tillämpningar.

XLIV.

Sammanläggning och fråndragning.

Om ett tal skall ökas med ett så stort tal, att summan blir större än närmaste mångfald af 10, så ökas det första talet med så stor del af det andra talet, att summan blir lika med närmaste mångfald af 10. Därefter ökas denna mångfald af 10 med den återstående delen af det andra talet. Om t. ex. 27 skall ökas med 8, så ökas först 27 med 3, då 30 erhålles; därefter ökas 30 med den återstående delen af 8, som är 5, då summan blir 35. På det att barnen snabbt må kunna afgöra, huru mycket skall tagas af tilläggstalet, böra de öfvas med besvarande af frågor liknande efterföljande:

Med hvilket tal skall a) 26 b) 23 c) 22 o. s. v. ökas, för att summan skall blifva 30?

På liknande sätt förfares vid fråndragning. Om t. ex. 8 skall dragas från 33, så fråndrages först 3 och därefter 5, då 25 erhålles.

Inledande frågor: Hvilka antal återstå, då a) 7 b) 4 c) 9 o. s. v. dragas från 20, 30, 40 o. s. v.?

I det föregående hafva talen, som blifvit sammanlagda varit mindre än **11**. I denna öfning böra äfven medtagas tal, som äro större än 11. När t. ex. 17 skall ökas med 15, så kan man förfara *antingen* i öfverensstämmelse med det föregående d. v. s. att öka 17 först med 3 och sedan med 12 *eller* att öka 17 först med 10 och sedan med 5. Det är synnerligt viktigt vid hufvudräkningen, att L bestämmer sig för ett af dessa bägge sätt och sedan låter barnen alltid använda detta. Detsamma gäller om fråndragning. Af dessa bägge sätt anser jag det första hafva företräde därutinnan, att det öfverensstämmer med det föregående.

XLV.

Delning i olika delar, då skillnaderna mellan delarna äro uppgifna.

1) L. Tagen 19 tärningar! Delen dem så, att den *första* delen kommer att innehålla 3 tärningar mer än den *tredje* delen och den *andra* delen 4 tärningar mer än den *tredje* delen!
Huru många tärningar finnas i hvar och en af delarna?
M. I den första 7, i den andra 8 och i den tredje 4.
L. Huru verkställde du delningen?
M. Först tog jag undan 3 tärningar, därefter 4 tärningar eller tillsammans 7 tärningar. Sedan delade jag de återstående 12 tärningarna i 3 lika delar, då hvarje del innehöll 4 tärningar. Slutligen lade jag de först undantagna 3 tärningarna till den första delen och därefter de öfriga 4 tärningarna till den andra delen.

Sedan barnen visat sig kunna verkställa dylika delningar med tärningar eller andra föremål, ger L dem liknande räkneuppgifter utan användande af föremål t. ex.

2) En fader gaf sina barn Nils, Anna och Sven tillsammans 25 kronor.

Nils fick 8 kronor mer än Sven och Anna 5 kronor mer än Sven.

Huru mycket erhöll hvart och ett af barnen?

Svar: Nils 12 kr., Anna 9 kr. och Sven 4 kr.

L bör af M fordra redogörelse för svaret.

XLVI.

Talen: 1—50.

XLVII.

Ordningstalen: Första—femtionde.

XLVIII.

Serierna jämte tillämpningar.

XLIX.

Mångfalderna af 5 inläras jämte tillämpningar.

L.

Minustecknet (—).

1) L uppställer ett antal böcker på katedern t. ex. 17, som delas i tvenne delar, innehållande 8 böcker och 9 böcker och meddelar barnen följande upplysning: När man i en sats vill framhålla det hela (17 böcker), säger man: »När delarna äro 8 böcker och 9 böcker, så är det hela 17 böcker», hvilken sats i matematisk skrift återgifves med

8 böcker + 9 böcker = 17 böcker.

Vill man åter i satsen framhålla en af delarna t. ex. 9 böcker, så säger man: »När det hela är 17 böcker och den ena delen är 8 böcker, så är den andra delen 9 böcker.»

Denna sats återgifves i matematisk skrift med

17 böcker — 8 böcker = 9 böcker, som äfven återgifves med

»Skillnaden mellan 17 böcker och 8 böcker är 9 böcker» eller

»Om från 17 böcker borttagas 8 böcker, så återstå 9 böcker.»

Om det hela är deladt i flere delar än två, så användas flere minustecken. Om det hela är 37 öre, som äro delade i delarna 9 öre, 7 öre, 15 öre och 6 öre och man vill framhålla en af delarna t. ex. 15 öre, så skrifves:

37 öre — 9 öre — 7 öre — 6 öre = 15 öre, hvilken sats kan återgifvas med

»När det hela är 37 öre, delarnas antal är fyra och trenne delar äro 9 öre, 7 öre och 6 öre, så är den återstående delen 15 öre.»

2) Barnen öfvas att uttänka dylika likheter och uppskrifva dem på sina taflor.

3) L uppskrifver på svarta taflan ofullständiga likheter och låter barnen tänka sig till den bristande delen t. ex.
a) 27 öre — 8 öre = ? b) ? — 23 kronor = 9 kronor
c) 42 meter — ? = 36 meter. d) 19 6 — 4 = ?
e) 34 — 7 — 8 — ? = 10.

LI.

Delning i olika delar, då förhållandena mellan delarna äro gifna.

1) L. Tagen 18 tärningar! Tagen därifrån 3 tärningar! Läggen en af dessa tärningar på ett ställe af pulpeten och de öfriga två på ett annat ställe! Tagen därifrån ytterligare 3 tärningar och läggen en af dessa på det första stället och de öfriga två på det andra! Fortsätten på samma sätt med de återstående tärningarna till dess inga tärningar finnas kvar! Huru många tärningar finnas på de bägge ställena?

M. På det första stället 6 och på det andra 12.

2) En fader utdelade 24 kronor bland sina tre barn Arvid, Bertil och Kajsa på följande sätt: Åt Arvid gaf han 1 kr., åt Bertil 2 kr. och åt Kajsa 3 kr., därefter gaf han ytterligare åt Arvid 1 kr., åt Bertil 2 kr. och åt Kajsa 3 kr. samt fortsatte utdelningen på samma sätt med de återstående penningarna.

Huru mycket fick hvart och ett af barnen?

Svar: Arvid 4 kr., Bertil 8 kr. och Kajsa 12 kr.

Förklaring 1. Vid hvarje utdelning åtgingo 6 kr. Penningsumman 24 kr. är 4-falden af 6 kr., därför kunde fadern göra 4 utdelningar. Arvid erhöll således 4-falden af 1 kr., som är 4 kr., Bertil 4-falden af 2 kr., som är 8 kr. och Kajsa 4-falden af 3 kr., som är 12 kr.

Förklaring 2. 24 kronor delas i 6 lika delar, då hvarje del innehåller 4 kr. Arvid erhöll 1 del, som innehöll 4 kr., Bertil 2 delar, som innehöllo 8 kr., och Kajsa 3 delar, som innehöllo 12 kr.

Anm. Det första sättet att uträkna denna och dylika uppgifter är naturligare än det andra. Dock användes oftast det andra sättet, som äfven är fullt klart, emedan det i synnerhet vid hufvudräkning är enklast.

LII.

Gram.

Barnen öfvas att bestämma storleken af mindre tyngder med användande af viktenheten *gram.* Vikterna å ettöres-, tvåöres-, femöres- och femtioöresmynten, som äro 2 gr., 4 gr., 8 gr. och 5 gr., böra barnen lära sig minnas.

Se F. t. M. sid. 29!

Anm. Användningen af kilogram- och hektogramvikten bör ej förekomma, förrän talen 100—1000 äro inlärda.

LIII.

Talen: 1—60.

LIV.

Ordningstalen: Första—sextionde.

LV.

Mångfalderna af 6 inläras jämte tillämpningar.

LVI.

Klockan.

Fortsättning af afdelningen XXXI.

1) L sätter tim- och minutvisaren. Barnen bestämma klocktiden.

2) L bestämmer klocktiden. Barnen sätta visarna på rätta ställen.

Anm. Till en början bör minutvisaren sättas endast på siffrorna I, II . . . XII. Först när barnen säkert kunna bestämma klocktiden i detta fall, sätter L minutvisaren äfven mellan siffrorna midtför en af omkretsens delningspunkter, så att minuttalet blir ett helt tal.

3) En gosse kom en dag i skolan kl. 8 f. m. och gick därifrån kl. 3 e. m. samma dag.

Huru många timmar hade han varit i skolan? *Svar:* 7.

Förklaring: Mellan kl. 8 f. m. och kl. 12 middagen äro 4 timmar. Mellan kl. 12 middagen och kl. 3 e. m. äro 3 timmar, således är timmarnas antal mellan kl. 8 f. m. och kl. 3 e. m. summa af 4 och 3, som är 7.

4) Adolf gick hemifrån kl. 7 f. m. på en Tisdag. Han kom hem följande Onsdag kl. 9 e. m.

Huru många timmar hade han varit borta från hemmet? *Svar:* 38.

Förklaring: Timtalet till tiden mellan kl. 7 f. m. Tisdag och kl. 7 f. m. följande Onsdag är 24. Timtalet till tiden mellan kl. 7 f. m. och kl. 12 middagen Onsdag är 5. Timtalet till tiden mellan kl. 12 middagen och kl. 9 e. m. samma dag 9, därför är timtalet till tiden mellan kl. 7 f. m. Tisdag och kl. 9 e. m. följande Onsdag summa af 24, 5 och 9, som är 38.

LVII.

Tecknet (:), då det användes för att utmärka delarnas antal.

1) Inledning lika med XXXVIII 1).

L upplyser barnen, att satsen: »När delarnas antal är 3 och hvarje del är 5 böcker, så är det hela 15 böcker» kan ändras till:

»När det hela är 15 böcker och hvarje del är 5 böcker, så är delarnas antal 3», hvilken sats i matematisk skrift återgifves med:

15 böcker : 5 böcker = 3.

I den förra satsen framhålles det hela 15 böcker och i den senare delarnas antal 3.

2) Barnen öfvas, att själfva hitta på dylika likheter och uppskrifva dem på sina taflor.

3) L uppskrifver på svarta taflan ofullständiga likheter och tillsäger barnen att beräkna det, som fattas. T. ex.

a) 28 öre : 4 öre = ? b) 15 tim. : ? = 5
c) ? : 3 dag. = 9 d) 36 : 4 = ?

Svar: a) 7. b) 3 tim. c) 27 dag. d) 9.

LVIII.

Talen: 1—70.

LIX.

Ordningstalen: Första—sjuttionde.

LX.

Mångfalderna af 7 inläras jämte tillämpningar.

LXI.

Tecknet (:), då det användes för att utmärka hvarje del.

1) Inledning lika med XXXVIII. 1).
L upplyser barnen, att satsen: »När delarnas antal är 3 och hvarje del är 5 böcker, så är det hela 15 böcker» äfven kan ändras till:
»När det hela är 15 böcker, delarnas antal är 3 och delarna äro lika stora, så är hvarje del 5 böcker», som återgifves i matematisk skrift med:

15 böcker : 3 = 5 böcker,

i hvilken sats framhålles hvarje del 5 böcker.
2) Barnen öfvas att hitta på dylika satser och uppskrifva dem på sina taflor.
3) L uppskrifver på svarta taflan ofullständiga satser och tillsäger barnen att finna det, som felas. T. ex.

a) 45 meter : ? = 5 meter. b) 56 dag. : 8 = ?
c) ? : 4 = 7 öre. d) 63 : 7 = ?

Svar: a) 9. b) 7 dag. c) 28 öre. d) 9.

Anm. I ex. d) 63 : 7 = ? är det likgiltigt, huruvida man anser 7 vara hvarje del eller delarnas antal, svaret blir i bägge fallen 9.

LXII.

Talen: 1—80.

LXIII.

Ordningstalen: Första—åttionde.

LXIV.

Mångfalderna af 8 inläras jämte tillämpningar.

LXV.

Decimaltaflan.

Se F. t. M. sid. 17 och 18!

1) L insätter i taflans rader olika antal stickor och låter barnen bestämma stickornas antal i hvarje rad.
2) L framkallar ett barn och tillsäger det att i första raden insätta ett uppgifvet antal stickor, därefter framkallas ett annat barn o. s. v.
3) I decimaltaflans rader finnas olika antal stickor insatta. L tillsäger barnen att på sina taflor med siffror beteckna stickornas antal i hvarje rad.
4) L uppskrifver på svarta taflan under hvarandra t. ex. 17, 28, 69 o. s. v. och tillsäger barnen att i taflans rader insätta motsvarande antal stickor.

LXVI.

Talen: 1—90.

LXVII.

Ordningstalen: Första—nittionde.

LXVIII.

Mångfalderna af 9 inläras jämte tillämpningar.

LXIX.

Repetition af mångfaldstabellen med användande af "taflan indelad i kvadratiska rutor".

Se F. t. M. sid. 13, 8 och 9!

LXX.

Delning i lika delar, då öfverskott uppstår.

1) L. Tagen 17 tärningar! Delen dem så, att hvarje del kommer att innehålla 3 tärningar!

Huru utföll delningen?

M. Delarnas antal är 5 och öfverskottet är 2 tärningar.

2) L. Tagen 19 tärningar! Delen dem i 6 lika stora delar! Huru utföll delningen?

M. Hvarje del innehåller 3 tärningar och öfverskottet är 1 tärning.

3) L uppskrifver på svarta taflan uppgifter liknande följande:

	Det hela.	*Hvarje del.*	*Delarnas antal.*	*Öfverskott.*
a)	37 dag.	5 dag.	?	?
b)	59 tim.	?	7	?
c)	?	7 öre	9	5 öre.
d)	3 m. 8 dm.	9 dm.	?	?
e)	1 bok 17 ark	?	5	?

Svar: a) 7, 2 dag. b) 8 tim., 3 tim. c) 68 öre d) 4, 2 dm. e) 8 ark, 1 ark.

För vinnande af tid uppskrifver L på svarta taflan en mängd tal i en rad, t. ex.

17, 26, 31, 59, 53 o. s. v. samt i andra raden

2, 3, 4, . . . 9, 10.

L pekar först t. ex. på 31 och därefter på 9.

M säger kortligen 3 och 4 i st. f.

»När 31 delas i 9 lika delar, så blir hvarje del 3 och öfverskottet 4.»

eller »När 31 delas så, att hvarje del blir 9, så blir delarnas antal 3 och öfverskottet 4.»

LXXI.

Talen: 1—100.

LXXII.

Ordningstalen: Första—hundrade.

LXXIII.

Decimaltaflans användning för inlärandet af sättet att bestämma summan till tal, då de äro betecknade med siffror.

Se F. t. M. sid. 8 C)!

1) L uppskrifver på svarta taflan under hvarandra t. ex. 34, 23 och 32 och tillsäger barnen att i decimaltaflans tre första rader insätta motsvarande antal stickor. Sedan detta blifvit verkställdt tillsäges ett bland barnen att nedflytta alla stickorna i fjärde raden.

a) Hvilket är de lösa stickornas antal? M. 9.

b) » » tiobuntarnas » ? M. 8.

c) » » samtliga stickornas » ? M. 89.

Anm. I de första öfningarna bör summan af de lösa stickornas antal vara mindre än 10 och summan af samtliga stickornas antal mindre än 100.

2) Sedan barnen genom nedflyttning af alla stickorna i en rad kunna bestämma deras antal, öfvas de att göra detsamma utan nedflyttning.

3) Motsvarande öfningar med användning af siffror.

4) I de tre första raderna hafva barnen på L:s tillsägelse insatt t. ex. 17, 32 och 29 stickor.

L. Nedflytta i fjärde raden samtliga stickorna!

Hvilket är samtliga stickornas antal? M. 78.

Emedan de 18 lösa stickorna ej få rum i fjärde radens tredje afdelning, finna barnen lätt på att utbyta tio bland de lösa stickorna mot en tiobunt, som sättes bredvid de sex öfriga tiobuntarna, då de finna stickornas antal vara 78.

5) Motsvarande öfning utan nedflyttning.

6) » » med användning af siffror.

7) » » » tiokronsedlar och enkronsedlar.

Se F. t. M. sid. 20 № 8!

LXXIV.

Att bestämma summan till storheter, som äro angifna med två enheter.

1) Hvad är summan af 2 dm. 7 cm., 3 dm. 9 cm. och 1 dm. 8 cm.? *Svar:* 8 dm. 4 cm.

Barnen upprita på svarta taflan de tre längderna med anvándande af meterlinjalen. Längderna uppdelas i öfverensstämmelse med de angifna måtten. Den första längden uppdelas i 9 delar, af hvilka de två första delarna böra vara 1 dm. samt hvar och en af de 7 öfriga 1 cm. o. s. v.

2) Hvad är summan af 3 veck. 5 dag., 4 veck. 6 dag. och 2 veck. 4 dag.? *Svar:* 11 veck. 1 dag.

3) 7 böcker 3 ark + 9 böcker 19 ark + 4 böcker 6 ark = ? *Svar:* 21 böck. 4 ark.

4) 3 duss. 2 st. + 8 duss. 11 st. + 3 duss. 11 st. = ? *Svar:* 16 dussin.

LXXV.

Decimaltaflans användning för inlärandet af sättet att bestämma skillnaden mellan tal, då de äro betecknade med siffror.

Anm. Skillnaden mellan tvenne tal kan erhållas på tvenne sätt: 1) Att beräkna det tal, som tillsammans med det mindre talet är lika med det större. Detta tal är då skillnaden mellan det större och det mindre talet. 2) Att beräkna det tal, som återstår, då man från det större talet borttager det mindre. Det återstående talet är då skillnaden mellan det större och det mindre talet.

Vid s. k. hufvudräkning användes nästan alltid det första sättet.

När en handlande skall gifva penningar tillbaka åt en person, som köpt varor för 3 kr. 83 öre och lemnat som betalning 5 kr., så lägger handlanden fram varan och säger 3 kr. 83 öre, därefter 17 öre och slutligen 1 kr. Användes det andra sättet, så händer det ofta, att han lemnar tillbaka 2 kr. 17 öre i st. f. 1 kr. 17 öre.

Då man vid räkning brukar siffror, användes i allmänhet det andra sättet, ehuru det första äfven i detta fall har ett afgjordt företräde. I synnerhet är detta förhållandet, då man skall beräkna den tid, som förflutit mellan tvenne tidpunkter.

1) L insätter i första raden 57 stickor och i andra raden 23 stickor.
Huru många stickor skola sättas i tredje raden, för att andra och tredje raden tillsammans skola innehålla lika många stickor som den första? *Svar:* 34.

2) L insätter i första raden a) 71 stickor b) 50 stickor o. s. v. och i andra raden 17 stickor.
Samma fråga som i 1).

3) Motsvarande öfningar med användning af siffror.

4) L insätter i första raden 89 stickor.
Tag bort 27 stickor!
Huru många stickor finnas kvar? *Svar:* 62.
Tag bort ytterligare 37 stickor!
Huru många stickor finnas då kvar? *Svar:* 25.

5) Motsvarande öfningar med tiokronsedlar och enkronsedlar.

6) » » » användning af siffror.

LXXVI.

Att bestämma skillnaden mellan storheter, som äro angifna med tvenne enheter.

1) L tillsäger ett bland barnen att på svarta taflan upprita en rät linie, hvars längd är 7 dm. 8 cm., samt uppdela den i femton delar, af hvilka hvar och en af de sju första delarna är 1 dm. samt hvar och en af de åtta öfriga 1 cm.
L. Huru lång är den linie, som återstår, då från denna linie borttages 2 decimeterdelar och 5 centimeterdelar? *Svar:* 5 dm. 3 cm.

2) Sedan dessa delar blifvit borttagna, frågar L:
Huru lång är den linie, som återstår, sedan 2 decimeterdelar och 7 centimeterdelar blifvit borttagna?
Svar: 2 dm. 6 cm.

Anm. För tydlighetens skull bör den decimeterdel, som är närmast centimeterdelarna delas så, att hvarje del blir 1 cm.

3) Hvad är skillnaden mellan a) 8 dm. 2 cm. och 5 dm. 7 cm. b) 7 dygn 21 tim. och 3 dygn 15 tim. c) 9 dygn 3 tim. och 6 dygn 18 tim. d) 8 böcker 9 ark och 5 böcker 17 ark e) 4 tjog 2 st. och 2 tjog 9 st.
Svar: a) 2 dm. 5 cm. b) 4 dygn 6 tim. c) 2 dygn 9 tim. d) 2 böcker 16 ark. e) 1 tjog 13 st.
4) Arvid gick hemifrån kl. 9 tim. 46 min. f. m. och kom tillbaka kl. 3 tim. 7 min. e. m. samma dag.
Huru länge hade han varit borta från hemmet?
Svar: 5 tim. 21 min.
Uträkning: Från kl. 9 tim. 46 min. f. m. till kl. 10 f. m. är 14 min. Från kl. 10 f. m. till kl. 3 tim. 7 min. e. m. är 5 tim. 7 min. Således hade han varit borta från hemmet 14 min. + 5 tim. 7 min. = 5 tim. 21 min.

LXXVII.

Decimaltaflans användning för inlärandet af sättet att bestämma mångfalder af tal, då de äro betecknade med siffror.

1) Barnen insätta i hvar och en af taflans sex första rader 16 stickor.
Huru många stickor finnas i taflan? *Svar:* 96.
Vid de första öfningarna böra barnen vid bestämmande af lika tals summa gå tillväga på samma sätt, som de använda, då talen äro olika. De märka snart den genväg, som de med användning af mångfaldstabellen kunna gå för att med mindre besvär erhålla svaret och fatta lätt det vanliga sättet för beräkning af tals mångfalder, då delarnas antal är mindre än 11.
2) Motsvarande öfningar med användning af siffror.
3) L uppskrifver på svarta taflan tolf stycken treor i en lodrät rad och låter barnen genom vanlig sammanläggning beräkna de motsvarande talens summa [se a)!]. Sedan uppmanar L. barnen att uttänka något vigare sätt att erhålla summan. Vanligen hitta de på att in-

dela talen i tvenne grupper med sex stycken i hvarje, då summan i hvarje grupp blir 18. Därefter sammanlägga de 18 och 18 [se b)!].

L indelar talen i grupper med tre stycken i hvar och en, hvarefter barnen finna, att summan är lika med 4-falden af 9, som är 36 [se c)!]

L indelar därefter talen i grupper med fyra stycken i hvar och en, hvarefter barnen finna, att summan är lika med 3-falden af 12, som äfven är 36 [se d)!].

L indelar slutligen talen i tvenne grupper. Tio stycken i den första gruppen och två stycken i den andra, då barnen finna, att summan är lika med 30 och 6 tillsammans eller 36 [se e)!]

a)	b)	c)	d)	e)
3	3	3	3	3
3	3	3	3	3
3	3	3 9	3	3
3	3	3	3 12	3
3	3	3	3	3
3	3 18	3 9	3	3
3	3	3	3	3
3	3	3	3 12	3
3	3	3 9	3	3
3	3	3	3	3 30
3	3	3	3	3
3	3 18	3 9	3 12	3 6
36	36	36	36	36

4) Hvad kosta 24 ägg, då hvarje ägg kostar 4 öre?
Svar: 96 öre.

Förklaring:

1. Priset å 8 ägg är 8-falden af 4 öre, som är 32 öre.
   » » 24 » » 3 » » 32 » » » 96 »
2. Priset å 6 ägg är 6-falden af 4 öre, som är 24 öre.
   » » 24 » » 4 » » 24 » » » 96 »

o. s. v.

3. Priset å 10 ägg är 10-falden af 4 öre, som är 40 öre.
» » 20 » » 2 » » 40 » » » 80 »
» » 4 » » 4 » » 4 » » » 16 »
» » 24 » » 80 öre + 16 öre » » 96 »

LXXVIII.

Att bestämma mångfalder af storheter, som äro angifna med tvenne enheter.

	Delarnas antal.	Hvarje del.	Det hela.
1) a)	2	4 dm. 9 cm.	?
b)	3	1 liter 6 dl.	?
c)	4	7 veck. 8 dag.	?
d)	7	5 böck. 6 ark	?
e)	9	8 tim. 10 min.	?

Svar: a) 9 dm. 8 cm. b) 4 liter 8 dl. c) 32 veck 4 dag. d) 36 böck. 18 ark. e) 73 tim. 30 min.

2) Arnold köper papper för 8 kr. och erhåller 9 böcker 17 ark.
Per köper af samma slags papper för 24 kr.
Huru mycket papper erhåller Per? *Svar:* 29 böck. 3 ark.

LXXIX.

Decimaltaflans användning för inlärandet af sättet att bestämma jämna delar af tal, då de äro betecknade med siffror.

1) L. Sätt i första raden 72 stickor! Fördela dessa på de två följande raderna så, att de bägge raderna komma att innehålla samma antal stickor!
Huru många stickor innehåller hvarje rad? M. 36.

Förklaring: Först delades de 7 tiobuntarna, då hvar och en af de bägge raderna innehöll 3 tiobuntar och 1 tiobunt blef öfver; denna tiobunt utbyttes mot 10 lösa stickor, som lades tillsammans med de 2 öfriga. Därefter delades de 12 stickorna, då hvarje rad innehöll 6 stickor. Således innehåller hvarje rad 3 tiobuntar och 6 stickor eller 36 stickor.

Anm. Till en början bör delarnas antal endast vara 2. Först när barnen visa sig ega full färdighet i denna enkla delning, ökas delarnas antal.

2) Motsvarande öfningar med linier uppritade på svarta taflan och indelade i decimeter och centimeter.

3) Motsvarande öfningar med a) tioören och ettören b) tiokronsedlar och enkronsedlar.

4) Motsvarande öfningar med användning af siffror.

När delarnas antal är mindre än 11, böra barnen endast uppteckna hvarje del, och ej såsom vanligast sker äfven de antal, som åtgå vid delningen, och de antal, som återstå efter delningen. I de första öfningarna användes uppställningen i a), därefter den i b) och slutligen den i c).

a) 7 tiobuntar 2 stickor | 2
3 tiobuntar 6 stickor
= 36 stickor.

b) 84 öre | 3
2 tioören 8 ettören
= 28 öre.

c) 92 kronor | 4
23 kronor.

5) Hvad är hälften af a) 96 öre b) 78 kr. c) 54 liter d) 98 gram?

	Det hela.	*Delarnas antal.*	*Hvarje del.*	
6) a)	78 cm.	3	?	*Svar:* 26 cm.
b)	91 veckor	7	?	» 13 veck.
c)	68 liter	4	?	» 17 lit.
d)	95 öre	5	?	» 19 öre.

7) a) 75 kr. : 3 = ? b) 96 öre : 8 = ? c) 1 tim. 18 min. : 6 = ?
Svar: a) 25 kr. b) 12 öre. c) 13 min.

Anm. Beräkningen af delarnas antal, då det hela och hvarje del äro kända, kan äfven tydliggöras med användning af stickorna. Om t ex. 72 stickor skola delas så, att hvarje del kommer att innehålla 2 stickor, tages *en* sticka ur hvar och en af 6 tiobuntar. Af de uttagna 6 stickorna bildas 3 delar med 2 stickor i hvar och en. Därefter tages ytterligare en sticka ur hvar och en af de 6 buntarna, hvaraf bildas 3 delar. Fortfar man på samma sätt, så erhållas ur de 6 buntarna 10 gånger 3 delar eller 30 delar. Af den återstående tiobunten bildas 10 lösa stickor, som förenas med de 2 lösa stickorna. Af de 12 stickorna bildas sedan 6 delar med 2 stickor i hvarje del, hvadan samtliga delarnas antal blir 30 + 6 eller 36. Denna förklaring är betydligt mer invecklad än förklaringen efter ex. 1. Det är därför ändamålsenligare att först dela stickorna i 2 lika delar och sedan bilda delarna med 2 stickor i hvar och en på det sätt, att man tager en sticka ur hvar och en af de två delarna och fortfar därmed till dess alla stickorna blifvit omflyttade. Barnen finna då lätt, att delarnas antal efter den senare omdelningen blir lika med stickornas antal i hvarje del vid den första delningen. När således i en räkneuppgift delarnas antal skall beräknas, kan man använda samma förfaringssätt, som användes, då hvarje del skall beräknas. I sammanhang härmed erinras, att, när t. ex. 72 skall »divideras» med 2, ordställningen »hälften af 7 är 3, hälften af 12 är 6» är att föredraga framför den, som vanligen användes, nämligen: »2 i 7 går 3 gånger, 2 i 12 går 6 gånger». I synnerhet framstår detta klart, då ett decimalbråk t. ex. 0,1416 skall divideras med 2, då man får höra följande orimliga sammanställning: »2 i 14 hundradelar går 7 hundradels gång, 2 i 16 tiotusendelar går 8 tiotusendels gång» i st. f. »hälften af 14 hundradelar är 7 hundradelar, hälften af 16 tiotusendelar är 8 tiotusendelar», hvilka satser äro klara och tydliga.

LXXX.

Att bestämma jämna delar af storheter, som äro angifna med tvenne enheter.

1) Hvad är hälften af a) 17 dussin 8 st. b) 87 veckor 3 dag. c) 57 tjog 16 st. d) 27 tim. 34 min.
Svar: a) 8 dussin 10 st. b) 43 veckor 5 dag. c) 28 tjog 18 st. d) 13 tim. 47 min.
Uppställning: d) 27 tim. 34 min. | 2
60 » | 13 tim. 47 min.
94 »

2) a) 56 böck. 20 ark : 4 = ? b) 47 tjog 15 st. : 5 = ? c) 38 liter 7 dl. : 9 = ? d) 65 dussin 4 st. : ? = 8.
Svar: a) 14 böck. 5 ark. b) 9 tjog 11 st. c) 4 liter 3 dl. d) 8 dussin 2 st.

LXXXI.

Tvåfalden, Trefalden, Fyrafalden o. s. v. Hälften, Tredjedelen, Fjärdedelen o. s. v.

En storhet m säges vara en mångfald af en storhet n, när m kan delas i delar, som alla äro lika med n. Storheten m säges vara a) tvåfalden b) trefalden c) fyrafalden o. s. v. af n, när delarnas antal är a) 2 b) 3 c) 4 o. s. v. Sålunda säges längden 2 m. 8 dm. vara en mångfald af 7 dm., emedan 2 m. 8 dm. kan delas i delar, som alla äro lika med 7 dm. Uppdelas 2 m. 8 dm. i delar, som äro 7 dm., blir delarnas antal 4, därför säges 2 m. 8 dm. vara 4-falden af 7 dm.

Storheten n säges vara en jämn del af storheten m, och n säges vara a) hälften b) tredjedelen c) fjärdedelen af m o. s. v., när delarnas antal är a) 2 b) 3 c) 4 o. s. v. Sålunda säges 7 dm. vara fjärdedelen af 2 m. 8 dm.

L bör åskådliggöra detta genom uppritandet af räta linier på svarta taflan.

Anm. Om olämpligheten af ordningstalens användande vid benämnandet af en storhets jämna delar, se F. t. M. sid. 3 anm.!

Sedan L meddelat upplysning om ofvanstående ords betydelse, öfvas barnen att beräkna den bristande delen i satser, liknande nedanstående:

1) a) 16 öre är . . . af 8 öre. b) 27 kr. är . . . af 9 kr. c) 3 veck. 3 dag. är . . . af 4 dag. d) 2 tjog 14 st. är . . . af 6 st.

Svar: a) Tvåfalden eller 2-falden b) 3-falden c) 6-falden d) 9-falden.

2) a) 9 dm. är . . . af 18 dm. b) 3 st. är . . . af 1 tolft. c) 8 ark är . . . af 1 bok d) 5 dag. är . . . af 7 veck. 1 dag.

Svar: a) hälften. b) fjärdedelen eller 4-delen. c) 3-delen. d) 10-delen.

3) a) . . . är 3-falden af 9 tim. b) . . . är 7 falden af 9 ark. c) . . . är 6-falden af 8 dag. d) . . . är 10-falden af 7 st.

Svar: a) 1 dygn 3 tim. b) 2 böcker 15 ark. c) 6 veck. 6 dag. d) 5 tolft. 10 st.

4) a) . . . är hälften af 12 kr. b) . . . är 3-delen af 21 m. c) . . . är 6-delen af 2 dygn. 6 tim. d) . . . är 8-delen af 3 tjog 12 st.

Svar: a) 6 kr. b) 7 m. c) 9 tim. d) 9 st.

5) a) 48 öre är 6-falden af . . . b) 5 veck. 5 dag. är 8-falden af . . . c) 1 tim. 12 min. är 8-falden af . . . d) 3 tjog 3 st. är 9-falden af . . .

Svar: a) 8 öre. b) 5 dag. c) 9 tim. d) 7 st.

6) a) . . . är 3 fjärdedelar af 20 gram. b) . . . är 5 niondelar af 81 öre. c) 18 kr. är 2 tredjedelar af . . . d) 4 veck. 4 dag. är 8 niondelar af . . .

Svar: a) 15 gr. b) 45 öre. c) 27 kr. d) 5 veck. 1 dag.

7) Hvad är a) 3 fjärdedelar af 96 öre. b) 5 sjettedelar af 1 val 4 st. c) 4 sjundedelar af 4 tjog 11 st.?

Svar: a) 72 öre. b) 70 st. c) 2 tjog 12 st.

LXXXII.

Tillämpning af mångfaldstabellen.

L. Uppriten på edra taflor en kvadrat, hvars sida är 1 dm.! Den del af taflans yta, som begränsas af de fyra linierna kallas *kvadratdecimeter.*

Summan af de fyra linierna, som begränsa kvadraten, kallas dess *omkrets.*

Delen basen så, att hvarje del blir 1 cm.! Dragen genom delningspunkterna räta linier jämnlöpande med höjden och utdragen dem till dess de träffa den mot basen stående sidan!

Delen äfven höjden så, att hvarje del blir 1 cm.! Dragen genom delningspunkterna räta linier jämnlöpande med basen och utdragen dem till dess de träffa den motstående höjdlinien!

Hvilket är kvadraternas antal? M. 100.

L. Hvarje sådan kvadrat, i hvilken hvarje sida är 1 cm., benämnes *kvadratcentimeter.*

L visar barnen pappersbladet (se F. t. M. sid. 24), hvars yta är 1 kvadratmeter.

Föreställen eder denna yta indelad i kvadratdecimeter! Hvilket är delarnas antal? M. 100.

1) Ett bord är 9 dm. långt och 6 dm. bredt.
   a) Hvilket är decimetertalet till bordets omkrets? M. 30.
   b) » » kvadratdecimetertalet till bordets yta? M. 54.
2) Ett schackbräde är indeladt i kvadrater, i hvilka hvarje sida är 3 cm. Radernas antal äfvensom kvadraternas antal i hvarje rad är 8.
   a) Hvilket är centimetertalet till schackbrädets omkrets? M. 96.
   b) Hvilket är antalet af de kvadrater, som äro ytterst? M. 28.
3) Ett bland barnen uppritar på svarta taflan en rektangel, hvars bas är 5 dm. 4 cm. och höjd är 4 dm. 2 cm. L uppvisar för barnen ett kvadratiskt pappersblad med 6 centimeters sida.

   Huru många dylika blad åtgå för att täcka denna rektangel? M. 63.

   Anm. Om något bland barnen ej kan beräkna antalet, låter L det uppdela rektangeln i kvadrater med 6 centimeters sidor.
4) 3 ark papper kosta 7 öre. Hvad kosta 12 ark?

   Svar: 4-falden af 7 öre, som är 28 öre.

   Förklaring: När 3 ark kosta 7 öre, så måste 12 ark, som äro 4-falden af 3 ark, kosta 4-falden af 7 öre, som är 28 öre.

Anm. När L skall inleda dylika exempel, kan han förfara på följande sätt: L tager ett antal ark (tärningar eller andra föremål), men uppgifver ej deras antal för barnen, och tillsäger alla barnen att uttänka, huru de skola förfara med arken för att erhålla priset på dem, då de få veta, att 3 ark kosta 7 öre. M ger då barnen tillräcklig tid att utgrunda förfaringssättet, som är, att dela arken så, att hvarje del kommer att innehålla 3 ark. Därefter lägges på hvarje del 7 öre. Är delarnas antal 4, så kostar papperet 4-falden af 7 öre, som är 28 öre.

Förklaringen öfver ofvanstående exempels uträkning kan därför till en början få följande omständliga form:

»Delas de 12 arken så, att hvarje del innehåller 3 ark, så blir delarnas antal 4. Emedan hvarje sådan del kostar 7 öre, så kosta de 4 delarna 4-falden af 7 öre, som är 28 öre.»

Exemplen böra i början vara ytterst enkla. Först när L märker, att barnen obehindradt kunna lösa dem, kan han välja något svårare.

5) 4 äpplen kosta 9 öre. Hvad kosta a) 8 b) 12 c) 32 äpplen?
Svar: a) 2-falden af 9 öre = 18 öre. b) 3-falden af 9 öre = 27 öre. c) 8-falden af 9 öre = 72 öre.

6) 8 nötter kosta 5 öre. Hvad kosta a) 24 b) 40 c) 72 nötter?
Svar: a) 15 öre. b) 25 öre. c) 45 öre.

7) 12 ark papper kosta 18 öre. Hvad kosta 4 ark?
Svar: 3-delen af 18 öre = 6 öre.
Förklaring: När 12 ark kosta 18 öre, så kosta 4 ark, som är 3-delen af 12 ark, 3-delen af 18 öre, som är 6 öre.

Anm. 1 Äfven dylika uppgifter böra förberedas. L framlägger en mängd ark, men uppgifver ej deras antal, samt penningarna, som arken kosta, och tillsäger alla barnen att uttänka, huru de skola förfara med arken och penningarna, för att få veta, hvad 4 ark kosta. Pappersarken delas så, att hvarje del kommer att innehålla 4 ark, hvarefter penningarna delas lika mellan pappersdelarna. Förklaring öfver dylika exempels uträkning kan till en början gifvas en form, likartad med den i ex. 4 anm. angifna.

Anm. 2. De bland barnen, som ej själfva kunna finna förfaringssättet för dylika uppgifters lösning, när föremålen och penningarna äro tillgängliga, öfvas med likartade uppgifter, innan skriftliga och muntliga exempel af ofvanstående beskaffenhet föreläggas dem.

8) 12 grifflar kosta 18 öre. Hvad kosta 6 grifflar? *Svar:* 9 öre.

9) 16 äpplen kosta 92 öre. Hvad kosta 8 äpplen? » 46 »

10) 1 tjog 4 st. kräftor kosta 27 öre. Hvad kosta 8 kräftor?
Svar: 9 öre.

11) 25 bokmärken kosta 65 öre. Hvad kosta 5 bokmärken?
Svar: 13 öre.

12) 27 ark papper kosta 24 öre. Hvad kosta 36 ark?
Svar: 32 öre.
Förklaring: När 27 ark kosta 24 öre, så kosta 9 ark,

som äro 3-delen af 27 ark, 3-delen af 24 öre, som är 8 öre, och då måste 36 ark, som är 4-falden af 9 ark, kosta 4-falden af 8 öre, som är 32 öre.

Anm. Innan dylika exempel föreläggas barnen, böra de öfvas att bestämma största jämna delen till tal, som förekomma inom mångfaldstabellen.

Talen 27 och 36 i ex. 12 förekomma bägge på tabellen öfver mångfalderna till talet 9, hvarför 9 är en jämn del af dessa tal. Dylika exempel inledas därför med följande frågor:

På hvilken tabell förekomma talen 24 och 56? *Svar:* 8-tabellen.
» » » » » 28 » 63? » 7-tabellen.
» » » » » 21 » 15? » 3-tabellen.

o. s. v.

För vinnande af tid kan L på svarta taflan uppskrifva tal, som förekomma inom mångfaldstabellen, och peka på tvenne tal och låta barnen bestämma deras största jämna del.

13) 21 nötter kosta 12 öre. Hvad kosta 28 nötter? *Svar:* 16 öre
14) 15 äpplen kosta 27 öre. Hvad kosta 35 äpplen? » 63 öre
15) 42 ark papper kosta 54 öre. Hvad kosta 63 ark? » 81 öre
16) 54 meter tyg kosta 84 kr. Hvad kosta 45 meter? » 70 kr.

Barnen böra afgifva förklaring till svaren i enlighet med förklaringen efter ex. 12.

Anm. Ex. 12—16 och likartade äro särdeles lämpliga för mångfaldstabellens inlärande och användande vid hufvudräkning. Därjämte äro de af stor nytta för grundläggandet af bråkbegreppet och läran om bråks förenkling.

17) Fullborda följande satser!

a) 18 öre är . . . af 27 öre. b) 56 gram är . . . 72 gram. c) 28 kr. är . . . af 63 kr. d) 6 lit. 4 dl. är . . . af 2 lit. 4 dl. e) 1 dygn 18 tim. är . . . af 18 tim. f) 8 m. 1 dm. är . . . af 3 m. 6 dm.

Svar: a) 2 tredjedelar b) 7 niondelar c) 4 niondelar d) 8 tredjedelar. e) 7 tredjedelar. f) 9 fjärdedelar.

Förklaring till a). Största jämna delen till 18 öre och 27 öre är 9 öre. Uppdelas 18 öre och 27 öre så, att hvarje del blir 9 öre, erhåller 18 öre 2 delar och 27 öre 3 delar, därför är 18 öre 2 tredjedelar af 27 öre

d. v. s. 18 öre består af 2 delar, af hvilka hvar och en är tredjedelen af 27 öre.

Barnen böra afgifva likartade förklaringar till svaren i de öfriga exemplen i 17).

18) För 40 öre köpas 28 ark papper. Huru mycket papper köpes för 30 öre? *Svar:* 21 ark.

Förklaring: När man för 40 öre köper 28 ark, så köpes för 30 öre. som äro 3 fjärdedelar af 40 öre, 3 fjärdedelar af 28 ark, som äro 21 ark.

Anm. Förklaringarna till svaren i ex. 12—16 böra af de begåfvade barnen äfven afgifvas på detta sätt.

LXXXIII.

Decimaltaflans användande för inlärandet af talen 100—1000 samt deras beteckning med siffror.

Se F. t. M. sid. 18 A) och B) samt afdelningen LXV!

Anm. För samma ändamål böra äfven sedlar användas. (Se F. t. M. sid. 20!)

LXXXIV.

Kilogram, hektogram och gram.

Barnen öfvas att bestämma storleken af kroppars tyngd dels med användning af vikterna och den likarmade vågen dels med användning af besmanet.

Se F. t. M. sid. 28 och 30!

LXXXV.

Decimaltaflans användande för inlärandet af sättet att bestämma summan af och skillnaden mellan tal, då de äro betecknade med siffror.

Se F. t. M. sid. 18 och 19 C) och D)!

Öfningar likartade med dem, som förekomma i afdelningarna LXXIII och LXXV.

LXXXVI.

Decimaltaflans användning för inlärandet af sättet att bestämma tiofalden af tal jämte tillämpningar.

1) L. Sätt i hvarje rad 3 tiobuntar och 4 stickor!
Bestämmen stickornas antal i taflans tio rader, därigenom att i räknen stickornas antal i hvarje lodrät rad.
Huru många äro stickorna? *Svar:* 3 hundra 4 tio.
Förklaring: Inom den andra afdelningen finnas tre lodräta rader med hundra i hvar och en, således tillsammans 3 hundra. I den tredje afdelningen äro fyra lodräta rader med tio i hvar och en, således tillsammans 4 tio.

2) Motsvarande öfningar med siffror.
Sedan barnen riktigt förstå, att t. ex. tiofalden af 37 är 370, tiofalden af 41 är 410 o. s. v., så böra de på egen hand lösa nedanstående uppgifter. L bör ej meddela någon upplysning om sättet att uppställa siffrorna, som beteckna talen, förr än barnen själfva besvarat frågorna. Till en början låter L då barnen utsätta nollorna i öfverensstämmelse med a) b) c) och d).

a)	b)	c)	d)
24	4	3	5
37	239	209	190
168	36	27	450
720	120	600	500
888	800	627	950
	956		

3)

	Delarnas antal.	*Hvarje del.*	*Det hela.*
a)	20	17 öre	?
b)	30	29 kr.	?
c)	50	19 m.	?
d)	80	12 lit.	?
e)	100	6	?

	Delarnas antal.	*Hvarje del.*	*Del hela.*
f)	11	57	?
g)	41	18	?
h)	62	14	?
i)	17	37	?
k)	200	3	?
l)	107	9	?
m)	290	3	?
n)	140	7	?
o)	249	3	?

Svar: a) 340 öre. b) 870 kr. c) 950 m. d) 960 lit. e) 600. f) 627. g) 738. h) 868. i) 629. k) 600. l) 963. m) 870. n) 980. o) 747.

Förklaring till svaret i o):

9-falden af 3 = 27
40-falden af 3 = 4 gånger 10-falden af 3 eller 30 = 120
200-falden af 3 = 2 gånger 100-falden af 3 eller 300 = 600
249-falden af 3 = 27 + 120 + 600 = 747

Anm. För att ytterligare förtydliga denna räkning, hopklistrar L flera pappersrimsor och uppskrifver i en lodrät rad siffran 3 några hundra gånger och ordnar siffrorna i grupper med tio i hvar och en. Därefter låter L barnen bestämma åtskilliga mångfalder af 3 med ledning af de uppskrifna siffrorna.

4) Sedan L på svarta taflan visat barnen, huru de lämpligast böra ordna siffrorna vid denna räkning, låter han dem sedan beräkna tals produkter i enlighet med de gifna föreskrifterna.

5) Hvilket är a) stycketalet till 57 dussin b) dagtalet till 57 veck. 5 dag. c) arktalet till 27 böck. 19 ark. d) timtalet till 3 veck. 5 dag. 37 tim. e) stycketalet till 41 tjog 18 st.

Svar: a) 684. b) 404. c) 667. d) 661. e) 838.

LXXXVII.

Sättet att bestämma jämna delar af tal, som äro betecknade med siffror.

Denna afdelning är en fortsättning af LXXIX.

Delning af tal, då delarnas antal är 2, 3 . . . och 10, bör fortgå så länge, att barnen utan svårighet kunna i ordning uppgifva siffrorna till antalet i hvarje del, då L på svarta taflan med siffror betecknar antalet, som skall delas. Därefter föreläggas barnen delningsuppgifter, då delarnas antal är 20, 30, . . . eller 90.

1) L håller i handen 5 stycken hundrakronor och 4 stycken tiokronor. Huru skall man gå tillväga för att dela dessa penningar lika mellan 20 personer?

M. De 5 stycken hundrakronorna utbytas mot 50 stycken tiokronor, hvilka sammanläggas med de 4 tiokronorna, då man erhåller 54 stycken tiokronor. Hvar och en af de 20 personerna erhåller då 2 stycken tiokronor. De utdelade tiokronornas antal är då 20-falden af 2, som är 40. De återstående 14 stycken tiokronorna utbytas mot 140 stycken enkronor, hvilka sedan delas lika mellan de 20 personerna, då hvar och en erhåller 7 stycken enkronor. Hvarje person erhåller således 2 stycken hundrakronor och 7 stycken enkronor eller 27 kr.

Sedan utföres samma räkning med användande af siffror. Först användes uppställningen i a), sedan den i b), och slutligen den i c).

a) 5 hundrakr. 4 tiokr.	20
54 »	2 tiokr. 7 enkr.
40 »	= 27 kr.
14 »	
140 enkr.	
140 »	

b) 540 kr.	20
40	2 tiokr. 7 enkr.
140	= 27 kr.
140	

c) 540 kr.	20
40	27 kr.
140	
140	

Då barnen kunna verkställa dylika delningar, väljas uppgifter, i hvilka delarnas antal äro i grannskapet af mångfalder till 10, såsom 21, 29, 48, 62 o. s. v., då det är lätt att bestämma antalet i hvarje del. Slutligen väljas uppgifter, i hvilka delarnas antal äro medeltal mellan tvenne mångfalder af 10 eller i deras grannskap, såsom 15, 85, 24 o. s. v., då bestämmandet af antalet i hvarje del är svårare.

2) a) 768 kr. : 2 = ? b) 814 kr. : 2 = ? c) 940 ark : 2 = ?
Svar: a) 384 kr. b) 407 kr. c) 470 ark.

3) a) 864 öre : 3 = ? b) 690 dag. : 5 = ? c) 749 met. : 7 = ?
Svar: a) 288 öre b) 138 dag. c) 107 m.

4) a) 352 veck. 1 dag. : 5 = ? b) 456 valar 15 st. : 9 = ?
Svar: a) 70 veck. 3 dag. b) 50 val. 55 st.

5) a) 960 kr. : 20 = ? b) 780 cm. : 30 = ? c) 84 dm. : 60 = ?
Svar: a) 48 kr. b) 26 cm. c) 14 cm.

	Det hela.	*Delarnas antal.*	*Hvarje del.*	*Öfverskott.*	
6)	a) 768	21	?	?	*Svar:* 36, 12
	b) 947	19	?	?	» 49, 16
	c) 863	17	?	?	» 50, 13
	d) 873	69	?	?	» 12, 45
	e) 946	?	49	?	» 19, 15
	f) 783	?	55	?	» 14, 13
	g) 556	?	18	?	» 30, 16
	h) 986	?	224	?	» 4, 90

När barnen förstå att utbyta hundratal mot tiotal och tiotal mot ental, så kan förklaringen till delningen gifvas följande form. Såsom exempel väljes 6 b).

```
947 | 19
 76 | 49
---
187
171
---
 16
```

Det *första* antalet, som delas i 19 lika delar, är 94. Hvarje del blir 4, som är ett tiotal, emedan 94 är ett tiotal. Det antal, som utdelas, är 19-falden af 4 eller 4-falden af 19, som är 76. Öfverskottet efter första delningen är skillnad mellan 94 och 76, som är 18. Det *andra* antalet, som delas är 187. Hvarje del är 9, som är ett ental, emedan 187 är ett ental. Det antal, som utdelas, är 19-falden af 9 eller 9-falden af 19, som är 171. Öfverskottet är skillnad mellan 187 och 171, som är 16.

Denna förklaring inledes af L med följande frågor:
a) Hvilket är det *första* antalet, som delas?
b) Hvilket antal erhålles i hvarje del?
c) Hvilket slags tal är detta? Skäl?
d) Hvilket antal utdelas?
e) Hvilket är öfverskottet?
f) Hvilket är det *andra* antalet, som delas?.

o. s. v.

LXXXVIII.

Benämning af de större talen, som äro betecknade med siffror samt de större talens beteckning med siffror.

När talen öfverstiga 1000, så blifva de för människan allt mer och mer dunkla och ofattliga. Siffrorna blifva då för människan nödvändiga hjälpmedel för talens uppfattning. Emedan barnen stå på en konkret ståndpunkt, bör L välja sinnliga medel för att underlätta barnens uppfattning af de stora talen, såsom stickor ordnade i buntar, sedlar af höga valörer, soldater ordnade i led med 10, 100, 1000, 10000 o. s. v. i hvart och ett.

1) L uppskrifver på svarta taflan tal, betecknade med siffror, och tillsäger barnen att beteckna talen med de vanliga ljudtecknen.
2) L uppskrifver på svarta taflan tal, betecknade med de vanliga ljudtecknen, och tillsäger barnen att beteckna dem med siffror.

LXXXIX.

Bestämning af summa och skillnad till större tal, som äro betecknade med siffror.

Med ledning af föregående likartade öfningar kunna barnen utan några förklaringar af L reda sig med dylika uppgifter.

XC.

Bestämning af produkter till större tal, som äro betecknade med siffror.

Tydliggörandet af förfaringssättet vid bestämmandet af större tals produkter framgår af öfningarna i afdelningen LXXXVI.

Det händer ofta i affärslifvet, att vid prisberäkningar m. m. samma tal förekommer som faktor i flera produkter. Vid dylika tillfällen är det mycket fördelaktigt att på förhand uppgöra en tabell öfver detta tals mångfalder till och med niofalden. En dylik tabell kan lätt erhållas genom sammanläggning på följande sätt: Antages talet vara 287, så uppskrifves först detta tal. Vid kanten af en pappersrimsa uppskrifves äfven 287. Sedan flyttas pappersrimsan så, att 287 på pappersrimsan kommer midt öfver tabellens 287. Därefter sammanläggas 287 och 287, då summan blir 574, som är 2-falden af 287. Sedan flyttas pappersrimsan så, att 287 kommer midt öfver 574, hvarefter de sammanläggas, då summan blir 861, som är 3 falden af 287. På samma sätt förfares, ända till dess niofalden erhållits. För att pröfva, huruvida något fel blifvit begånget, sammanlägges den erhållna niofalden af 287 med 287. Skulle då denna summa blifva någon annan än 2870, så har fel blifvit begånget och måste rättas, innan tabellen användes. Erhålles däremot 2870, så kan man med stor säkerhet lita på tabellens riktighet, ty är tabellen ändock oriktig, så hafva minst tvenne fel blifvit begångna i *samma* rad, som taga ut hvarandra.

För att ytterligare göra tabellen bekväm att använda, tillsättas nollor framför i de tre första sifferraderna, så att alla raderna innehålla lika många siffror.

1. 0287
2. 0574
3. 0861
4. 1148
5. 1435
6. 1722
7. 2009
8. 2296
9. 2583

Huru en dylik tabell användes vid beräkningen af 3829-falden af 287, synes lätt af uppställningen i a). Fördelen af nollornas tillsättning framgår genom en jämförelse mellan uppställningarna i a) och b).

a) (287)	b) (287)
3829	3829
0861	861
2296	2296
0574	574
2583	2583
1098923	1098923

Anm. Uppskrifningen af 287 ofvanför 3829 är vid praktisk räkning naturligtvis öfverflödig. Det har skett här för att sätta läsaren i tillfälle att jämföra uppställningarna i a) och b) med den vanligen använda. Talen äro här skrifna i omvänd ordning, emedan det är fördelaktigare att skrifva talen från venster till höger än från höger till venster, hvilket man är nödsakad att göra vid den vanliga produkträkningen.

Barnen böra öfvas att beräkna dylika tabeller och använda dem vid produkters bestämmande.

XCI.

Bestämning af jämna delar till större tal, som äro betecknade med siffror.

Denna afdelning är en fortsättning af afdelningen LXXXVII.

Äfven vid denna räkning kunna hjälptabeller, liknande den, som förekommer i förra afdelningen, med fördel användas. Antag, att uppgiften är att bestämma hvarje del, då det hela är 1098923, och delarnas antal är 287 (en omvändning af uppgiften i föregående afdelning). Se uträkning och uppställning i a)!

```
a)   (287)
      3829
   1098923
    861
    2379
    2296
      832
      574
     2583
     2583
```

Med anlitande af tabellen finner genast räknaren antalet i delen vid de särskilda delningarna äfvensom det antal, som åtgår vid hvarje delning. Räknarens egentliga tankearbete är blott att bestämma öfverskottet efter hvarje delning.

Att sätta delen (3829) ofvanför det hela i st. f., såsom vanligen sker, till höger eller venster medför åtskilliga viktiga fördelar: 1) Framgår däraf öfverensstämmelsen mellan denna räkning och mångfaldsräkningen (se ex. i XC). 2) Uppställningen skyddar räknaren från att uteglömma nollor i delen, hvilket fel förekommer ofta. Sättes nämligen den första siffran (3) i delen midt öfver den sista siffran (8) i 1098, som delas först, så skall sista siffran i delen (9), när delningen är verkställd, stå midt öfver sista siffran i det hela. Är någon nolla uteglömd, så märkes detta genast vid delningens slut. 3) Räknaren märker genast, hvilken siffra skall nedflyttas hvarje gång.

Af nämnda skäl vore det lämpligare vid delningsräkning att använda denna uppställning i st. f. den vanliga.

Anm. Med ett tals tvärsumma förstås: summan af talets ental, tiotal, hundratal o. s. v. Sålunda är tvärsumman till 3875 = 3 + 8 + + 7 + 5 = 23 och till 4851 = 4 + 8 + 5 + 1 = 18.

När ett tal delas med 9, så blir öfverskottet lika med det öfverskott, som erhålles, då tvärsumman delas med 9. Delas således 3875 med 9 och 23 med 9, så erhålles samma öfverskott nämligen 5 eller 2 + 3, som är tvärsumma till 23. Delas 4851 och 18 med 9, så blir öfverskottet 0. Bevis för denna sats finnes i utg:s räkneöfningsexempel i häftet 2.

Ett enkelt sätt att pröfva, huruvida en produkt är rätt beräknad eller icke, är följande: Man delar faktorernas tvärsummor med 9 och antecknar de erhållna öfverskotten (5 och 8) enligt följande skema; därefter tages produkten af dessa öfverskott, och denna produkt delas med 9, hvarefter öfverskottet (4) antecknas. Slutligen delas tvärsumman till den produkt, som skall pröfvas, med 9, och öfverskottet (4) antecknas. Äro de bägge sista öfverskotten olika, så är produkten oriktig. Äro de lika, så är det mycket *sannolikt*, att produkten är riktig. Detta pröfningssätt kallas *nioprofvet* och bör af barnen flitigt användas. Se följande uppställning i a) och b).

a)		b)	
437	— 5	324	— 0
17	— 8	37	— 1
3059	— 4	2268	— 0
437		972	
7429	— 4	11988	— 0

Nioprofvet kan äfven användas för att kontrollera en delning. Man delar tvärsumman till 1) delarnas antal 2) hvarje del 3) öfverskottet 4) det hela med 9 och antecknar de fyra öfverskotten 8, 7, 4 och 6 enligt nedanstående skema. Därefter tages produkten af de tvenne första öfverskotten (8 och 7), som sammanlägges med det tredje (4). Summan (60) delas med 9, och öfverskottet (6) jämföres med det fjärde (6) Äro de olika, så är delningen oriktig; äro de lika, så är det sannolikt, att den är riktig.

```
7467 | 17                   Pröfning:
68   | 439   7 × 8 = 56, 56 + 4 = 60 öfverskott 6 = 6.
 66                    6 | 8
 51                    4 | 7
 157
 153
   4
```

Barnen böra tillhållas att efter hvarje delning anställa en dylik pröfning.

XCII.

Inlärandet af det metriska mått-, mål-, och viktsystemet.

Se F. t. M. sid. 24—29!

1) Hvilket är a) dmtalet b) cmtalet till 17 m. 3 dm.?
Svar: a) 173 b) 1730.

2) Hvilket är a) artalet b) kvmtalet till 19 har 7 ar?
Svar: a) 1907 b) 190700.

3) Hvilket är a) litertalet b) dltalet till 37 hl. 8 lit.?
Svar a) 3708 b) 37080.
4) Hvilket är a) hgtalet b) gramtalet till 7. kg. 9 hg.?
Svar: a) 79 b) 7900.
5) Hvilket är a) kvdmtalet b) kvcmtalet till 8 kvm. 9 kvdm.?
Svar: a) 809 b) 80900.
6) Hvilket är a) kmtalet b) metertalet till 17 nymil 8 km.?
Svar a) 178 b) 178000.
7) Hvilket är a) cmtalet b) mmtalet till 4 m. 6 cm.?
Svar: a) 406 b) 4060.
8) Hvilket är a) kbdmtalet b) kbcmtalet till 8 kbm 17 kbdm.?
Svar: a) 8017 b) 8017000.
9) Hvilket är a) dttalet b) kgtalet till 37 ton 6 dt.?
Svar: a) 376 b) 37600.
10) Angif med metriska enheter följande storheter!
a) 1786 cm. b) 3895 lit. c) 47000 meter d) 3895 kvdm. e) 7896 gr. f) 7893 kg. g) 7896345 kbcm. h) 89643 dl. i) 78943 kvcm.
Svar: a) 17 m. 8 dm. 6 cm. b) 38 hl. 95 lit. c) 4 nymil 7 km. d) 38 kvm. 95 kvdm. e) 7 kg. 8 hg. 96 gr. f) 7 ton 8 dt. 93 kg. g) 7 kbm. 896 kbdm. 345 kbcm. h) 89 hl. 64 lit. 3 dl. i) 7 kvm. 89 kvdm. 43 kvcm.

XCIII.

Prisberäkningar.

1) Hvad kostar en topp socker, som väger 7 kg. 8 hg., när 1 kg. kostar 85 öre?
Svar: 6 kr. 62 öre.

Förklaring 1.

Öretalet till priset å 1 kg. är 85.
» » » » 1 hg. » 85 : 10 = 8,5.
» » » » 78 hg. » 78.8,5 = 663.

Denna förklaring, som förutsätter kunskap i läran om decimalbråk, kan ej användas i läran om de hela talen.

Förklaring 2.

Öretalet till priset å 1 kg. är 85

» » » » 78 kg. » 78.85 = 6630

» » » » 78 hg. » 6630:10 = 663.

Anm. Genom denna behandling kunna dessa ytterst viktiga och ofta förekommande prisberäkningsuppgifter upptagas som tillämpningar till läran om de hela talen.

På det att barnen må fatta detta beräkningssätt, är det nödvändigt, att L som inledning förklarar för barnen, att t. ex. en längd a är tiofalden af en längd b, när a^s metertal är lika med b^s decimetertal. För detta ändamål uppritar L på svarta taflan flere meterlängder bredvid hvarandra samt lika många decimeterlängder. Barnen veta, att *en* meterlängd är tiofalden af *en* decimeterlängd, därefter frågar L: hvilken mångfald äro *två* meterlängder af *två* decimeterlängder, *tre* meterlängder af *tre* decimeterlängder o. s. v.? Genom uppdelning af meterlängderna i decimeterlängder, finna barnen, att ett antal meterlängder är tiofalden af *samma* antal decimeterlängder. Har detta blifvit fullt klart för barnen, så inse de lätt, att t. ex. 17 kg. är 10-falden af 17 hg., 27 cm. är 100-delen af 27 m., 37 tjog är 20-falden af 37 st., 11 st. är 12-delen af 11 dussin o. s. v.

2) Hvad kosta 17 m. 65 cm. kläde, när 1 m. kostar 5 kr. 75 öre?
Svar: 101 kr. 49 öre.

Förklaring:

Öretalet till priset å 1 m. är 575

» » » » 1765 m. » 1765.575 = 1014875

» » » » 1765 cm. » 1014875:100 = 10149.

Anm. L upplyser barnen om, att öretalet bör ökas med 1, när öfverskottet är lika med eller större än halfva delningstalet.

3) Hvad kosta 7 tjog 14 st. ägg, när 1 tjog kostar 1 kr. 25 öre?
Svar: 9 kr. 63 öre.

Förklaring 1:

Öretalet till priset å 1 tjog är 125

» » » » 7 » » 7.125 = 875

» » » » 14 » » 14.125 = 1750

» » » » 14 st. » 1750:20 = 88

» » » » 7 tj. 14 st. är 875 + 88 = 963

Förklaring 2:

Öretalet till priset å 1 tjog är 125

» » » » 154 » » 154.125 = 19250

» » » » 7 tj. 14 st. » 19250:20 = 963.

Anm. **154 är stycketalet till 7 tjog 14 st.**

4) Hvad kosta 27 tolft. 5 st. bräder, när 1 tolft kostar 5 kr.

Svar: 137 kr. 8 öre.

Förklaring:

Öretalet till priset å 1 tolft är 500

» » » » 27 » » 27.500 = 13500

» » » » 5 » » 5.500 = 2500

» » » » 5 st. » 2500:12 = 208

» » » » 27 tolft. 5 st. är 13500 + 208 = 13708

Barnen böra särdeles flitigt öfvas i lösningen af uppgifter liknande dem, som förekomma i ex 1—4, emedan de ständigt förekomma inom det dagliga affärslifvet.

5) 7 m. 2 dm. bomullstyg kosta 9 kr. 72 öre. Hvad kostar 1 m.?

Svar: 1 kr. 35 öre.

Förklaring:

Öretalet till priset å 72 dm. är 972

» » » » 72 m. » 10.972 = 9720

» » » » 1 m. » 9720:72 = 135.

6) En person köpte 3 tjog 7 st. ägg för 3 kr. 22 öre. Huru mycket kostade 1 tjog?

Svar: 96 öre.

Förklaring:

Öretalet till priset å 3 tj. 7 st. = 67 st. är 322

» » » » 67 tj. » 20.323 = 6440

» » » » 1 tj. » 6440:67 = 96

7) A köpte ett åkerfält, innehållande 7 har 25 ar, för 5000 kr. Huru mycket betalade han för 1 har?

Svar: 689 kr. 66 öre.

Förklaring:

Öretalet till priset å 725 ar är 500000

» » » 725 har » 50000000

» » » » 1 har » 50000000 : 725 = 68966.

XCIV.

Ränteberäkningar.

L förklarar för barnen meningen med ränta samt betydelsen af uttrycket »för hundra». Ordet »procent», som är en latinsk öfversättning af »för hundra», bör ej användas, förrän barnen blifvit fullt förtrogna med betydelsen af uttrycket »för hundra». I de första uppgifterna böra krontalen i utlåningssummorna vara mångfalder af 100 och tiden vara ett helt antal år.

1) En person lånade 47 kr. och förband sig att årligen betala i ränta 4 för hundra. Två år därefter betalade han sin skuld jämte ränta.

a) Huru stor var räntan? *Svar:* 3 kr. 76 öre. b) Huru mycket betalade han? *Svar:* 50 kr. 76 öre.

Förklaring:

Öretalet till räntan å 100 öre eller 1 kr. under 1 år är 4.

» » » » 47 kr. under 1 år är 47.4 = 188.

» » » » 47 kr. » 2 » » 2.188 = 376.

2)
	Utlåningss.	Tid	För hundra hvarje år	Ränta	
a)	356 kr.	4 år	5	?	*Svar:* 71 kr. 20 öre.
b)	159 kr.	5 mån.	6	?	» 3 kr. 98 öre.
c)	563 kr.	83 dag.	4	?	» 5 kr. 19 öre.

Förklaring:

a) Öretalet till räntan å 1 kr. under 1 år är 5

» » » » 356 kr. » 1 » » 356.5 = 1780

» » » » 356 kr. » 4 » » 4.1780 = 7120

b) Öretalet till räntan å 1 kr. under 1 år är 6
» » » » 159 kr. » 1 » » 159.6 = 954
» » » » 159 kr. » 5 » » 5.954 = 4770
» » » » 159 kr. » 5 mån. » 4770:12 = 398

c) Öretalet till räntan å 1 kr. under 1 år är 4
» » » » 563 kr. » 1 » » 563.4 = 2252
» » » » 563 kr. » 83 » 83.2252 = 186916
» » » » 564 kr. » 83 d. 186916:360 = 519

Anm. Uppgifter, i hvilka procenttalet äro $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ o. s. v., kunna äfven förekomma. Man låter barnen då beräkna öretalet till räntan, då procenten är dubbelt så stor, nämligen 7, 9, 11 o. s. v. och sedan taga hälften af det erhållna öretalet. Barnen fatta lätt, att 7 är tvåfalden af $3\frac{1}{2}$ o. s. v.

XCV.

Inledning till läran om bråk.

De hjälpmedel, som äro nödvändiga för inlärandet af bråkbegreppet, finnas upptagna under N:o 9 i F. t. M, nämligen pappersarket och jämna delar däraf.

1) L tager ett pappersark och delar det i två lika delar.
Huru kallas hvar och en af dessa delar? M. Halfark.
L tager ett annat pappersark och delar det i tre lika delar.
Huru kallas hvar och en af dessa delar? M. Tredjedelsark.

o. s. v.

Anm. Ett mycket vanligt fel, som lärjungarna begå, är, att de kalla »halfarket» för »en half», »tredjedelsarket» för »en tredjedel», »fjärdedelsmeter» för »en fjärdedel» o. s. v. Detta fel, som förorsakar mycken oreda och sammanblandning, bör L *aldrig* lemna oanmärkt.

2) L fäster på svarta taflan ett pappersark med ett häftstift eller uppritar en rektangel, hvars yta är sammanfallande med arkets yta och lemnar åt en af lärjungarna en jämn del af arket t. ex. ett sjettedelsark och

tillsäger honom att undersöka, huru det skall benämnas. M finner då, att sex sådana delar behöfvas för att täcka hela arket, och att arkdelen således bör kallas sjettedelsark. Därefter framkallar L den ena lärjungen efter den andra och förfar på likartadt sätt.

När läraren på svarta taflan uppskrifver exempel, bör han i början af undervisningen i bråkläran skrifva *halfark* i stället för $\frac{1}{2}$ ark, *2 tredjedelsark* i stället för $\frac{2}{3}$ ark, *3 ark 4 femtedelsark* i stället för $3\frac{4}{5}$ ark, emedan den förra beteckningen är för lärjungen tydligare och öfverensstämmer med det beteckningssätt, som han är van vid i läran om hela tal, hvarigenom öfvergången till läran om de brutna talen blir mindre skarp. Han kommer till en början att betrakta »halfark», »tredjedelsark» o. s. v. såsom enheter, hvilka jämte »ark», »bok», »ris» och »bal» användas vid mätning af papper, »halfmeter», »tredjedelsmeter», »fjärdedelsmeter» o. s. v. såsom längdenheter jämte de öfriga »kilometer», »meter», »decimeter», »centimeter» och »millimeter». Skrifver L $\frac{7}{8}$ ark, $\frac{7}{8}$ m. i stället för 7 åttondelsark, 7 åttondelsmeter, så äro siffrorna 7 och 8 föremålen för lärjungens föreställningsförmåga och ej föremålen 7 åttondelsark och 7 åttondelsmeter. L bör i allmänhet fästa lärjungens synnerliga uppmärksamhet på vikten af att klart föreställa sig de föremål, som i en räkneuppgift finnas omnämnda, och ej blott fästa sig vid de siffror, som användas för att beteckna storheterna.

XCVI.

Delarnas antal sökes.

1) Huru många halfark kunna erhållas ur a) 3 ark (6) b) 7 ark 1 halfark (15)?

2) Huru många sjettedelsark kunna erhållas ur a) 4 ark (24) b) 1 halfark (3) c) 1 tredjedelsark (2) d) 6 ark 5 sjettedelsark (41)?

3) Huru många delar erhållas, när 3 ark 3 fjärdedelsark delas så, att hvarje del blir a) 1 fjärdedelsark (15) b) 1 tolftedelsark (45) c) 5 tolftedelsark (9)?

4) Huru många delar erhållas, när 63 niondelsark delas så, att hvarje del innehåller 9 niondelsark (7)?

5) Huru många helark äro lika med a) 35 femtedelsark (7) b) 54 sjettedelsark (9) c) 72 åttondelsark (9) d) 378 niondelsark (42)?

6) Hvilket är delarnas antal, då det hela är 3 ark 1 tredjedelsark, och hvarje del är a) 1 tredjedelsark (10) b) 1 sjettedelsark (20) c) 5 sjettedelsark (4)?

7) Hvilket är delarnas antal, då det hela är 4 ark 7 tolftedelsark, den första delen innehåller 1 tolftedelsark, den andra innehåller 5 tolftedelsark mer än den första, den tredje 5 tolftedelsark mer än den andra o. s. v.? Sv. 5.

8) a) 7 ark 4 femtedelsark =? tjugondelsark (156).
b) 88 niondelsark =? ark? niondelsark (9, 7).

Exempel, som hora till denna och de nästföljande öfningarna, böra öfvas genom flitig hufvudräkning.

Genom användande af olika former för frågorna, blifva lärjungarna allt mer förtrogna med frågans andemening, och slentrianen hindras att infinna sig, hvilket alltid blir fallet, då läraren oupphörligen använder samma frågform. Dock bör ombyte af frågform ej ske förr, än lärjungen är fullt förtrogen med de föregående.

Tillämpning.

9) 2 sjundedelsark papp kosta 5 öre. Hvad kosta a) 4 sjundedelsark (10 öre) b) 6 sjundedelsark (15 öre) c) 3 ark 5 sjundedelsark (65 öre)?

10) 3 fjärdedelsark kosta 7 öre. Hvad kosta a) 2 ark 1 fjärdedelsark (21 öre) b) 7 ark 1 halfark (70 öre)?

11) 1 sjettedels ark kostar 2 öre. Hvad kostar a) 1 halfark (6 öre) b) 2 ark 2 tredjedelsark (32 öre) c) 5 ark 1 halfark (66 öre).

12) 2 tredjedelsark kosta 16 öre. Hvad kosta a) 1 sjettedelsark (4 öre) b) 2 ark 5 sjettedelsark (68 öre).

När dessa exempel inledas, bör läraren hafva till hands en mängd öreslantar för att förtydliga räkneuppgifterna.

XCVII.

Det hela sökes.

1) Den första delen innehåller 2 sjundedelsark, den andra 4 sjundedelsark och den tredje 5 sjundedelsark. Hvad är det hela? (11 sjundedelsark eller 1 ark 4 sjundedelsark).
2) Den första delen innehåller 7 tolftedelsark, den andra 1 halfark, den tredje 2 tredjedelsark och den fjärde 1 ark 1 fjärdedelsark. Hvad är det hela? (36 tolftedelsark eller 3 ark).

Anm. Exemplen i denna öfning böra väljas så, att den minsta arkdelen är en jämn del af de öfriga, sålunda är i detta exempel tolftedelsarket en jämn del till halfarket, tredjedelsarket och fjärdedelsarket.

Förklaring: Den första delen innehåller 7 tolftedelsark, den andra 1 halfark eller 6 tolftedelsark, den tredje 2 tredjedelsark eller 8 tolftedelsark och den fjärde 1 ark 1 fjärdedelsark eller 15 tolftedelsark, således är antalet tolftedelsark i det hela 7, 6, 8 och 15 tillsammans eller 36.

3) Hvad är summan af 1 ark 2 femtedelsark, 2 ark 1 halfark och 7 tiondelsark?
(3 ark 16 tiondelsark eller 4 ark 6 tiondelsark).
4) 7 femtondelsark + 4 femtedelsark + 2 tredjedelsark =?
(29 femtondelsark eller 1 ark 14 femtondelsark).
5) Delarnas antal är 4, hvarje del är 7 niondelsark. Hvad är det hela?
(28 niondelsark eller 3 ark 1 niondelsark).
6) Hvad är 9-falden af 7 åttondelsark?
(63 åttondelsark eller 7 ark 7 åttondelsark).

7) 5 . 7 tolftedelsark =?
(35 tolftedelsark eller 2 ark 11 tolftedelsark).
8) 7 . (1 ark 1 åttondelsark) + 3 fjärdedelsark =?
(7 ark 13 åttondelsark eller 8 ark 5 åttondelsark).

Tillämpning.

9) För ett öre köpes 4 sjundedelsark.
Huru mycket köpes för 5 öre?
(20 sjundedelsark eller 2 ark 6 sjundedelsark).
10) För 6 öre köpes 5 sjettedels ark.
Huru mycket köpes för 54 öre?
(45 sjettedelsark eller 7 ark 3 sjettedelsark).
11) För 25 öre köpas 1 ark 7 åttondelsark.
Huru mycket köpes för 1 kr. 75 öre?
(7-falden af 1 ark 7 åttondelsark, som är 7 ark 49 åttondelsark, eller 13 ark 1 åttondelsark).

XCVIII.

Hvarje del sökes, då delarnas antal är en jämn del af arkdelarnas antal.

Uppgiften att bestämma storleken af hvarje del till ett bråk, då det delas i lika stora delar, *eller* att bestämma en jämn del hvilken som helst af ett bråk är för lärjungarna en af de svåraste. Det är därför af största betydelse, att L vid undervisningen i denna viktiga del af bråkläran väl ordnar sitt arbete. Här om någonsin kan L genom ett oklokt förfaringssätt skapa svårigheter, som komma att förorsaka såväl L som lärjungen mycket bekymmer och öfverflödigt arbete.

Emedan delning af bråk icke möter några synnerliga svårigheter, då delarnas antal är en jämn del af bråkets täljare, bör man börja med dylika delningar jämte åtföljande tillämpning. I förevarande afdelning komma blott sådana exempel att väljas, i hvilka delarnas antal är en jämn del af arkdelarnas antal.

1) 6 sjundedelsark äro delade i a) 2 b) 3 c) 6 lika delar. Hvad innehåller hvarje del?
a) 3 sjundedelsark b) 2 sjundedelsark c) 1 sjundedelsark.
2) Hvad är a) fjärdedelen b) sjundedelen af 3 ark 1 niondelsark? a) 7 niondelsark b) 4 niondelsark.
3) 14 ark 2 femtedelsark äro delade i lika delar. Delarnas antal är a) 8 b) 9 c) 24. Hvaraf består hvarje del?
a) 1 ark 4 femtedelsark b) 1 ark 3 femtedelsark c) 3 femtedelsark.
4) 5 ark 5 sjettedelsark äro delade i 7 lika delar. Hvad innehåller a) hvarje del b) 4 delar tillsammans? a) 5 sjettedelsark b) 20 sjettedelsark eller 3 ark 2 sjettedelsark.
5) Hvad är a) tredjedelen b) 2 tredjedelar af 2 ark 2 femtedelsark?
a) 4 femtedelsark b) 1 ark 3 femtedelsark.
6) Fullborda följande satser:
4 niondelar af 6 ark 3 fjärdedelsark äro... (3 ark).
5 åttondelar af 7 ark 1 niondelsark äro... (4 ark 4 niondelsark).
3 fjärdedelar af... äro 4 ark 4 femtedelsark (6 ark 2 femtedelsark).
4 femtedelar af... äro 5 ark 1 tredjedelsark (6 ark 2 tredjedelsark).
7) a) 8 niondelsark : 2 =? (4 niondelsark)
b) 6 ark 2 niondelsark : 8 =? (7 niondelsark).

Tillämpning.

1) För 3 öre köpas 2 ark 1 fjärdedelsark. Huru mycket köpes för a) 1 öre b) 5 öre? a) 3 fjärdedelsark b) 3 ark 3 fjärdedelsark.
2) För 18 öre köpas 5 ark 1 fjärdedelsark. Huru mycket köpes för a) 6 öre b) 42 öre?
a) 1 ark 3 fjärdedelsark b) 12 ark 1 fjärdedelsark.
3) Fullborda följande satser:
a) När man för 36 öre köper 8 ark 4 sjundedelsark, så

köper man för 9 öre..., för 81 öre och för 12 öre...
(2 ark 1 sjundedelsark, 19 ark 2 sjundedelsark, 2 ark 6 sjundedelsark).

b) när man för 2 kr. 25 öre köper 16 ark 1 femtedelsark, så köper man för 75 öre..., för 25 öre..., och för 3 kr. 75 öre...
(5 ark 2 femtedelsark, 1 ark 4 femtedelsark, 27 ark).

XCIX.

Hvarje del sökes, då delarnas antal ej är en jämn del af arkdelarnas antal.

Innan lärjungarna åläggas genomräkna exempel, som höra till denna öfning, är det mycket viktigt, att L noggrant förbereder dem genom en mängd inledande frågor. Se här några anvisningar till dessa inledningsfrågor!

L uppvisar ett halfark. Föreställen eder detta halfark deladt i tre lika delar!

Huru många sådana delar tillsammans äro lika med 1 ark?

M. 6. Emedan 2 halfark tillsammans äro lika med ett ark, och 3 sådana delar tillsammans äro lika med ett halfark, så måste 2-falden af 3 eller 6 sådana delar vara lika med ett ark.

Anm. Skulle någon lärjunge icke kunna besvara frågan under denna form, så bör L taga ett halfark skrifpapper, låta lärjungen dela detta halfark i tre lika delar, och själf undersöka, huru många sådana delar tillsammans äro lika med ett ark.

L. Huru benämnes således hvarje sådan del?

M. Sjettedelsark.

Sedan lärjungarna kunna redogöra för halfarkets jämna delar, företagas samma öfningar med tredjedelsarket, fjärdedelsarket o. s. v.

När lärjungarna ledigt kunna besvara dessa bägge frågor, framställer L sedan blott den andra frågan med förbigående af den första.

L uppvisar 1 femtedelsark. Föreställen eder detta femtedelsark deladt i 4 lika delar!

Huru benämnes hvarje sådan del?

M. Tjugondelsark. Emedan 5 stycken femtedelsark tillsammans äro lika med 1 ark, och 4 sådana delar tillsammans äro lika med ett femtedelsark, så måste 5-falden af 4 eller 20 sådana delar vara lika med ett ark, därför är hvarje sådan del ett tjugondelsark.

För att underlätta M:s tankearbete, afbildas på svarta taflan helarket och femtedelsarket med rektanglar, hvarefter M delar den senare rektangeln i fyra lika delar, då svaret tydligt framgår. Denna afbildning af helarket och arkdelarna bör äfven i det följande anlitas, då lärjungarna ej kunna besvara dylika frågor.

Sedan lärjungarna vunnit tillräcklig säkerhet i delning af 1 arkdel hvilken som helst, öfvergår L till delningen af flere arkdelar, då delarnas antal är en *mångfald* af arkdelarnas antal.

Denna öfning bör inledas med delning af helark.

L uppvisar 2 stycken ark. Om dessa 2 ark delas lika mellan 6 kamrater, hvad erhåller hvar och en?

M. 1 tredjedelsark. Om hvarje ark delas i tre lika delar, så blifva de bägge arken delade i 6 lika delar. Hvar och en erhåller således tredjedelen af 1 ark, som är ett tredjedelsark.

Sedan L öfvat lärjungarna med att bestämma jämna delar af helark, hvilkas antal är en jämn del af delarnas antal, öfvergår han till motsvarande öfningar med arkdelarna.

L uppvisar 2 stycken tredjedelsark. Om dessa 2 stycken tredjedelsark delas lika mellan 4 kamrater, hvad erhåller hvar och en?

M. 1 sjettedelsark. Om hvarje tredjedelsark delas i 2 lika delar, så blifva de bägge tredjedelsarken delade i 4 lika delar. Hvar och en erhåller en sådan del, som är hälften af 1 tredjedelsark eller 1 sjettedelsark.

Sedermera använder läraren den kortare frågformen: Hvad är a) sjettedelen b) niondelen c) tolftedelen o. s. v. af 3 sjundedelsark? Sv. a) 1 fjortondelsark b) 1 tjuguendelsark c) 1 tjuguåttondelsark.

Därefter öfvergår L till delningen af flere arkdelar, då arkdelarnas antal hvarken är en mångfald eller en jämn del af delarnas antal. Äfven denna öfning bör inledas med delning af helark.

L uppvisar 2 stycken ark. Om dessa 2 ark delas i 3 lika delar, hvad kommer hvarje del att innehålla?

M. 2 tredjedelsark. Delas 1 ark i tre delar, så kommer hvarje del att innehålla 1 tredjedelsark, delas således 2 ark i tre lika delar, så måste hvarje del innehålla 2 tredjedelsark.

L. Hvad är fjärdedelen af 17 ark?

På denna fråga kan M *antingen* svara 17 fjärdedelsark, i hvilket fall han ger följande skäl:

Fjärdedelen af 1 ark är 1 fjärdedelsark, fjärdedelen af 2 ark är 2 fjärdedelsark o. s. v. och fjärdedelen af 17 ark är således 17 fjärdedelsark, *eller* 4 ark 1 fjärdedelsark, då han ger följande skäl:

Fjärdedelen af 16 ark är 4 ark, fjärdedelen af det återstående arket är 1 fjärdedelsark, därför är fjärdedelen af 17 ark 4 ark 1 fjärdedelsark.

L uppvisar 2 stycken tredjedelsark. Hvad är tredjedelen af dessa 2 tredjedelsark?

M. 2 niondelsark. Tredjedelen af 1 tredjedelsark är enligt det föregående 1 niondelsark, därför är tredjedelen af 2 tredjedelsark 2 niondelsark.

L uppvisar 2 ark och 1 halfark. Hvad är sjundedelen af dessa 2 ark och 1 halfark?

M. 5 fjortondelsark. Sjundedelen af 1 halfark är enligt det föregående 1 fjortondelsark, därför är sjundedelen af 2 ark 1 halfark eller 5 halfark 5 fjortondelsark.

Det är i synnerhet frågor likartade med de bägge sistnämnda, som förefalla lärjungarna svåra att besvara, i synnerhet om arkdelarna ej äro åtskilda. Om man tager *ett* stycke, som är två tredjedelar af ett ark, delar detta i 5 lika delar, så finna de i början högst sällan, att hvarje del är 2 femtondelsark. Tager man däremot 2 stycken tredjedelsark, så finna de mycket lättare svaret. På samma sätt förhåller det sig, då man uppritar *en* linie, som är $\frac{3}{4}$ meter, och delar denna i t. ex. 5 lika delar, så hafva de äfvenledes mycket svårt att afgöra, att hvarje del är $\frac{3}{20}$ meter. Uppritar man däremot trenne linier, af hvilka hvar och en är $\frac{1}{4}$ meter, så besvara de samma fråga mycket lättare. L bör därför uppmana lärjungarna att i början föreställa sig t. ex. $\frac{3}{4}$ meter såsom summa af 3 stycken längder, af hvilka hvar och en är en fjärdedelsmeter, hvarigenom de lättare erhålla svaren på framställda delningsfrågor.

Innan jag afslutar dessa anvisningar, är det nödigt att påpeka följande, som förekommer vid dessa öfningar. När man förelägger en lärjunge att dela t. ex 7 niondelsark i tre lika delar (arkdelarnas antal är större än delarnas antal), så lägger han först i hvarje del 2 niondelsark, delar det återstående niondelsarket i 3 lika delar, hvarför han svarar, att hvarje del innehåller 2 niondelsark och 1 tjugusjundedelsark. Delningen är naturligtvis rätt verkställd och svaret riktigt; dock bör läraren sedan tillsäga honom att bestämma summan af 2 niondelsark och 1 tjugusjundedelsark, som är 7 tjugusjundedelsark. L bör fästa lärjungens uppmärksamhet på, att det slutliga svaret erhålles snabbare, om han föreställer sig hvarje niondelsark deladt i 3 lika delar.

1) 1 femtedelsark är deladt i a) 2 b) 4 c) 5 lika delar. Hvad innehåller hvarje del?
   a) 1 tiondelsark b) 1 tjugondelsark c) 1 tjugufemtedelsark.
2) Hvad är fjärdedelen af a) 1 sjundedelsark b) 1 femtondelsark?
   a) 1 tjuguåttondelsark b) 1 sextiondelsark.

3) Det hela är 5 ark, delarnas antal är 15, och delarna äro lika stora.
Hvaraf består hvarje del? (1 tredjedelsark).

4) Hvad är a) åttondelen b) tolftedelen c) tjugondelen af 4 ark?
a) 1 halfark b) 1 tredjedelsark c) 1 femtedelsark.

5) a) 1 tredjedelsark : 4 =? (1 tolftedelsark)
b) 3 ark : 9 =? (1 tredjedelsark).

6) Om 5 sjettedelsark delas i a) 10 b) 25 lika delar, hvad innehåller hvarje del?
a) 1 tolftedelsark b) 1 trettiondelsark.

7) Hvad är a) sjettedelen b) 5 sjettedelar af 3 fjärdedelsark?
a) 1 åttondelsark b) 5 åttondelsark.

8) a) 4 niondelsark : 8 =? (1 adertondelsark)
b) 2 tredjedelsark : 10 =? (1 femtondelsark).

9) Om 5 sjundedelsark delas i a) 3 b) 8 c) 10 lika delar, hvad innehåller hvarje del?
a) 5 tjuguendelsark b) 5 femtisjettedelsark c) 1 fjortondelsark.

10) Hvad är a) hälften b) tredjedelen c) femtedelen d) 4 femtedelar af 3 ark 1 tredjedelsark?
a) 1 ark 2 tredjedelsark b) 1 ark 1 niondelsark
c) 2 tredjedelsark d) 2 ark 2 tredjedelsark.

11) a) 5 sjettedelsark : 3 =? (5 adertondelsark)
b) 2 ark 1 tredjedelsark : 5 =? (7 femtondelsark).

12) 7 åttondelsark : 2 + 5 . 3 fjärdedelsark =?
(3 ark 3 sextondelsark).

Tillämpning.

13) För 2 öre köpes 1 tredjedelsark.
Huru mycket köpes för 1 öre?
1 sjettedelsark.

14) För 6 öre köpes ett halfark.
Huru mycket köpes för a) 3 öre b) 2 öre c) 1 öre?
a) 1 fjärdedelsark b) 1 sjettedelsark c) 1 tolftedelsark.

15) För 10 öre köpes ett fjärdedelsark.

Huru mycket köpes för a) 5 öre b) 35 öre c) 2 öre d) 18 öre?

a) 1 åttondelsark b) 7 åttondelsark c) 1 tjugondelsark d) 9 tjugondelsark.

16) För 18 öre köpas 5 ark.

Huru mycket köpes för a) 9 öre b) 6 öre c) 3 öre?

a) 2 ark 1 halfark b) 1 ark 2 tredjedelsark c) 5 sjettedelsark.

17) För 12 öre köpes 5 sjettedelsark.

Huru mycket köpes för a) 6 öre b) 4 öre c) 3 öre?

a) 5 tolftedelsark b) 5 adertondelsark c) 5 tjugufjärdedelsark.

18) För 40 öre köpas 2 ark 1 tredjedelsark.

Huru mycket köpes för a) 8 öre b) 56 öre c) 5 öre d) 45 öre?

a) 7 femtondelsark b) 3 ark 4 femtondelsark c) 7 tjugufjärdedelsark d) 2 ark 15 tjugufjärdedelsark.

C.

Repetition.

1) Huru utfaller delningen, när 3 ark 1 halfark delas så, att hvarje del innehåller 1 åttondelsark?

Sv. Delarnas antal blir 28.

2) Huru utfaller delningen, när 3 ark 1 halfark delas så, att delarna blifva lika stora och deras antal är 8?

Sv. Hvarje del blir 7 sextondelsark.

3)

	Del. ant.	*Hvarje del.*	*Det hela.*
a)	8	5 sjundedelsark	?
b)	?	5 åttondelsark	3 ark 3 fjärdedelsark
c)	5	?	4 ark 1 sjettedelsark
d)	6	?	5 ark 1 halfark.

a) (5 ark 5 sjundedelsark) b) (6) c) (5 sjettedelsark) d) (11 tolftedelsark).

4) a) 6 ark 1 åttondelsark : 7 =? (7 åttondelsark)

b) 7 . (6 ark 1 åttondelsark) =? (42 ark 7 åttondelsark)
c) 5 ark 3 femtedelsark : 4 femtedelsark =? (7).

5) Hvad innehåller det hela, när delarne äro 7 tjugondelsark, 4 femtedelsark och 3 fjärdedelsark? (1 ark 18 tjugondelsark).

6) 5 tjuguåttondelsark + 1 ark 3 fjärdedelsark — 4 sjundedelsark =? (1 ark 10 tjuguåttondelsark).

7) 7 ark 5 sjundedelsark kosta 36 öre. Hvad kosta a) 6 sjundedelsark b) 3 ark 3 sjundedelsark c) 1 ark 2 sjundedelsark?
a) 4 öre b) 16 öre c) 6 öre.

8) För 1 kr. 50 öre köpes 2 ark 5 sjettedelsark. Huru mycket köpes för a) 75 öre b) 25 öre?
a) 1 ark 5 tolftedelsark b) 17 trettisjettedelsark.

CI.

Delarna äro olika. Det hela eller en af delarna sökes.

Innan följande exempel, i hvilket det hela eller en af delarna sökes, föreläggas lärjungarna, bör L öfva dem att bestämma jämna delar till två eller flere arkdelar, dock böra exemplen väljas så, att den största jämna delen till de uppgifna arkdelarna blir större än ett hundradelsark, hvarigenom man undviker att, såsom förberedande öfning, genomgå läran om tals minsta mångfald och största jämna del, hvilken lära förefaller lärjungarne svår och bör uppskjutas till den tid, då de hunnit den mognad, att de kunna uppfatta den.

Se här några anvisningar!

L. (tager ett halfark). Kan detta halfark delas så, att hvarje del blir ett tredjedelsark? M. Nej.

L. Kan det delas så, att hvarje del blir ett fjärdedelsark? M. Ja.

L. Hvilket blir delarnas antal? M. Två.

På detta sätt förfar L, till dess lärjungarna finna, att fjärdedelsarket, sjettedelsarket, åttondelsarket o. s. v. — d. v. s. hvarannan arkdel — äro jämna delar till ett halfark. Därefter företagas samma öfningar med tredjedelsarket, fjärdedelsarket, femtedelsarket o. s. v. Sedan lärjungarna kunna uppgifva i ordning efter storleken de jämna delarna till en arkdel hvilken som helst, tager läraren t. ex. 1 halfark och 1 tredjedelsark och frågar: Hvilka jämna delar af ett ark äro äfven jämna delar till detta halfark och detta tredjedelsark? Kan någon af lärjungarna ej finna svaret: sjettedelsark, tolftedelsark, adertondelsark o. s. v., så låter L honom först uppräkna i ordning de jämna delarna till ett halfark och därefter till ett tredjedelsark, då de finna, att den största jämna delen till dessa arkdelar är 1 sjettedelsark, hvarifrån de sedan lätt leda sig till de öfriga jämna delarna. Därefter uppmanas lärjungarna att föreställa sig halfarket och tredjedelsarket uppdelade i sjettedelsark, hvarefter de lätt finna, att summan af ett halfark och ett tredjedelsark är 5 sjettedelsark och skillnaden är 1 sjettedelsark. Efter några dylika öfningar låter L dem öfvergå till exemplen.

1) Hvaraf består det hela, när delarna äro 2 tredjedelsark, 3 fjärdedelsark och 5 sjettedelsark? (2 ark 3 tolftedelsark).
2) Hvad är det hela, när den första delen är 4 niondelsark, och den andra är 1 halfark större än den första delen? (1 ark 7 adertondelsark).
3) En gosse gaf bort 1 ark 3 åttondelsark och hade kvar 7 tolftedelsark. Huru mycket hade han från början? (1 ark 23 tjugufjärdedelsark).
4) Det hela är 5 sjettedelsark, den ena delen är 4 niondelsark. Hvilken är den andra delen? (7 adertondelsark).
5) Hvad är skillnaden mellan 8 niondelsark och 5 tolftedelsark? (17 trettisjettedelsark).

6) 7 tiondelsark + 3 fjärdedelsark + 1 femtedelsark =?
(1 ark 13 tjugondelsark).
7) 11 femtondelsark — 7 tjugondelsark =?
(23 sextiondelsark).
8) Fullborda följande satser:
a) 19 tjugondelsark är 5 tolftedelsark *mer* än....
(32 sextiondelsark).
b) 19 tjugondelsark är 5 tolftedelsark *mindre* än....
(1 ark 22 sextiondelsark).

CII.

Jämna delar af metern.

Den materiel, som är nödvändig, finnes upptagen i F. t. M. sid. 26.

L förbereder dessa öfningar på det sätt, att han uppdrar på svarta taflan flere jämnlöpande linier och tillsäger lärjungarna i ordning, att med användning af träribborna på de särskilda linierna afskära stycken, hvilkas längder äro t. ex. 2 tredjedelsmeter, 3 fjärdedelsmeter, 5 tolftedelsmeter o. s. v. Därefter öfvas lärjungarna att bestämma längder i skolrummet än med halfmetern än med tredjedelsmetern o. s. v. som mått. Denna öfning innehåller exempel liknande dem, som förekomma i de föregående öfningarna. Skillnaden består blott däri, att *arket* är utbytt mot *metern*. Innan exemplen föreläggas lärjungarna, böra de af L noggrant förberedas. Se föregående anvisningar!

1) Huru många blifva delarna, när 3 fjärdedelsmeter delas så, att hvarje del blir en åttondelsmeter? (6).
2) Huru stor blir hvarje del, när 3 fjärdedelsmeter delas i åtta lika delar? (3 trettitvådelsmeter).
3) Huru utfaller delningen, när 2 meter 1 halfmeter delas så, att hvarje del blir en sjettedelsmeter? (Delarnas antal blir 15).

4) Huru utfaller delningen, när 2 meter 1 halfmeter delas i 6 lika delar? (Hvarje del blir 5 tolftedelsmeter).

5) Hvad är summan af 2 tredjedelsmeter och 3 fjärdedelsmeter? (1 meter 5 tolftedelsmeter).

6) Delarnas antal är 7, hvarje del är 3 femtedelsmeter. Hvad är det hela? (4 meter 1 femtedelsmeter).

Anm. I det följande användas följande förkortade beteckningssätt: $\frac{3}{4}$ m. i stället för 3 fjärdedelsmeter, $\frac{7}{8}$ m. i stället för 7 åttondelsmeter, $2\frac{5}{6}$ m. i stället för 2 meter 5 sjettedelsmeter o. s. v.

7)

	Del. antal.	*Hvarje del.*	*Det hela.*	
a)	7	$\frac{5}{8}$ m.	?	($4\frac{3}{8}$ m.).
b)	4	?	$2\frac{2}{5}$ m.	($\frac{3}{5}$ m.).
c)	5	?	$2\frac{2}{5}$ m.	($\frac{12}{25}$ m.).
d)	?	$\frac{5}{6}$ m.	$12\frac{1}{2}$ m.	(15).

8) $\frac{3}{8}$ m. + $\frac{7}{12}$ m. + $\frac{2}{3}$ m. =? ($1\frac{15}{24}$ m.).

9) 5 . $\frac{7}{9}$ m. — $1\frac{5}{6}$ m. =? ($2\frac{1}{18}$ m.).

10) $8\frac{2}{5}$ m. : 7 =? ($1\frac{1}{5}$ m.).

11) $2\frac{2}{3}$ m. : 7 =? ($\frac{8}{21}$ m.).

12) $9\frac{1}{3}$ m. : $1\frac{1}{6}$ m. =? (8).

Tillämpning.

13) $\frac{2}{3}$ m. tyg kosta 96 öre.
Hvad kosta a) $\frac{1}{12}$ m. b) $\frac{3}{4}$ m.?
a) Åttondelen af 96 öre, som är 12 öre b) 9-falden af 12 öre, som är 1 kr. 8 öre.

14) $\frac{5}{6}$ m. tyg kosta 75 öre.
Hvad kosta $1\frac{5}{9}$ m.?
(1 kr. 40 öre.)

I ett sammanhang meddelas här fyra sätt att lösa denna s. k. regula de tri-uppgift, af hvilka blott den första kan användas, innan läran om förhållande och produktbråk är genomgången.

Lösningar.

1) Öretalet till priset å $\frac{5}{6}$ m. är 75
» » » » $\frac{1}{18}$ m. » 15-delen af 75 = 5
» » » » $1\frac{5}{9}$ m. » 28-falden » . 5 = 140.

Anm. $\frac{1}{18}$ m. är en jämn del af $\frac{5}{6}$ m. och $1\frac{5}{9}$ m.

2) Öretalet till priset å $\frac{5}{6}$ m. är 75.
» » » » $1\frac{5}{9}$ m. » $\frac{28}{15}$ af 75 = 140.

3) Öretalet till priset å $\frac{5}{6}$ m. är 75.
» » » » $\frac{1}{6}$ m. » 5-delen af 75 = $\frac{75}{5}$.
» » » » 1 m. » 6-falden » $\frac{75}{5} = \frac{6 \cdot 75}{5}$
» » » » $\frac{1}{9}$ m. » 9-delen » $\frac{6 \cdot 75}{5} = \frac{6 \cdot 75}{9 \cdot 5}$.
» » $1\frac{5}{9}$ m. är 14-falden af $\frac{6 \cdot 75}{9 \cdot 5} = \frac{14 \cdot 6 \cdot 75}{9 \cdot 5} = 140$.

4) Öretalet till priset å $\frac{5}{6}$ m. är 75.
» » » » 1 m. » $\frac{6}{5}$ af 75 = [illegible]
» » » » $1\frac{5}{9}$ är $\frac{14}{9}$ af $\frac{6 \cdot 75}{5}$ = [illegible] = 140.

Anm. Det *första* lösningssättet bör flitigt användas vid den första undervisningen i bråk, emedan det är särdeles tankeöfvande. Det *andra* lösningssättet, som blott är en sammandragning af det *första*, är lämpligt att använda, då begreppet förhållande skall inläras. För öfrigt äro dessa bägge lösningssätt användbara vid hufvudräkning, då de i räkneuppgifterna förekommande talen äro enkla och lättfattliga. Det *tredje* och i synnerhet det *fjärde* lösningssättet lämpa sig bäst, då talen äro mera invecklade, samt då räknaren vill erhålla ett rätt svar med den minsta möjliga ansträngning af tankekraften, emedan de äro de mest slentrianmässiga bland de fyra.

Anm. 2. Ännu ett *femte* lösningssätt kan anföras, men emedan detta i läran om bråk är mindre lämpligt, har det ej här blifvit användt. För att gifva läsaren en föreställning om detta sätt meddelas här nedan tvenne enkla uppgifter jämte lösning.

1) För 18 öre köpas 57 nötter.
Huru mycket köpes för 12 öre?

Lösning. När man för 18 öre köper 57 nötter, så köper man för 36 öre (minsta mångfalden till 18 öre och 12 öre), som är 2-falden af 18 öre, 2-falden af 57 nötter, som är 114 nötter, och för 12 öre, som är tredjedelen af 36 öre, tredjedelen af 114 nötter, som är 38 nötter.

2) $1\frac{1}{2}$ m. tyg kosta 45 öre.
Hvad kosta $\frac{3}{5}$ m.?

Lösning. När $1\frac{1}{2}$ m. tyg kosta 45 öre, så kosta 3 m. (minsta mångfalden till $1\frac{1}{2}$ m. och $\frac{3}{5}$ m.), som äro 2-falden af $1\frac{1}{2}$ m., 2-falden af 45 öre, som är 90 öre, och $\frac{3}{5}$ m., som är femtedelen af 3 m., femtedelen af 90 öre, som är 18 öre.

Vid ett särskildt viktigt fall är detta beräkningssätt särdeles lämpligt att använda. T. ex. i följande uppgift.

1 kg. smör kostar en uppgifven penningesumma.

Hvad kostar 3 kg. 6 hg. 9 gr.?

Minsta mångfalden af de bägge vikterna, som är lätt funnen, är 3906 kg., hvars pris först beräknas. Sedan beräknas 1000-delen af detta pris, då priset å 3906 gr. erhålles. Detta beräkningssätt är i det föregående användt i läran om de hela talen, hvarigenom det är möjligt att beräkna dylika uppgifter utan kunskap i läran om bråktalen.

15) För 56 öre köpas $1\frac{1}{2}$ m. tyg.

Huru mycket köpes för 24 öre? ($\frac{9}{14}$ m.).

16 Fullborda följande satser!

a) När $2\frac{2}{3}$ m. tyg kosta 1 kr. 60 öre, så kosta $1\frac{5}{6}$ m.... och $2\frac{3}{4}$ m.... (1 kr. 10 öre, 1 kr. 65 öre).

b) När man för 2 kr. 75 öre köper $4\frac{2}{5}$ m. tyg, så köper man för 4 kr. ... och för 8 kr. 25 öre ... ($6\frac{2}{5}$ m., $13\frac{1}{5}$ m.).

CIII.

Utbyte af enheter.

1) Hvilket är öretalet till a) 1 halfkrona b) 3 fjärdedelskrona c) $\frac{4}{5}$ kr. d) $\frac{7}{10}$ kr.?

a) 50 b) 75 c) 80 d) 70.

2) Hvilket är minuttalet till a) $\frac{3}{4}$ tim. b) $\frac{5}{6}$ tim. c) $\frac{7}{10}$ tim.?

a) 45 b) 50 c) 42.

3) a) $\frac{7}{12}$ tim. =? min. b) $\frac{4}{5}$ tjog =? stycken c) $\frac{7}{25}$ hl. =? lit. d) $\frac{3}{8}$ dygn =? tim. e) $\frac{2}{3}$ vecka =? dygn f) $\frac{7}{8}$ km. =? m.

a) 35 b) 16 c) 28 d) 9 e) $4\frac{2}{3}$ f) 875.

4) a) 20 min. =? tim. b) 9 stycken =? dussin c) 15 ark =? bok d) 60 gr. =? hg. e) $2\frac{2}{3}$ dygn =? vecka.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{8}{21}$.

Förklaring till e). 1 dygn är lika med $\frac{1}{7}$ vecka, därför är $\frac{1}{3}$ dygn lika med tredjedelen af $\frac{1}{7}$ vecka, som är $\frac{1}{21}$ vecka, och $2\frac{2}{3}$ dygn lika med 8-falden af $\frac{1}{21}$ vecka, som är $\frac{8}{21}$ vecka.

5) 8 lit. = 3 k:or, därför är a) 1 lit. =? k:or, b) 17 lit. =? k:or c) 1 k:a =? lit. och d) 20 kbt =? lit.

a) $\frac{3}{8}$ b) $6\frac{3}{8}$ c) $2\frac{2}{3}$ d) $\frac{8}{15}$.

6) a) 4 tolftedelsmeter =? fjärdedelsmeter (1)

b) 9 tolftedelsmeter =? fjärdedelsmeter (3)

c) 15 tjugondelsmeter =? fjärdedelsmeter (3).

7) Angif följande längder med den största möjliga jämna del af metern som enhet! a) 15 adertondelsmeter b) 27 trettisjettedelsmeter c) $\frac{25}{45}$ m. d) $\frac{42}{54}$ m. e) $\frac{21}{24}$ m. f) $\frac{33}{55}$ m. g) $\frac{24}{64}$ m.

Sv.: a) 5 sjettedelsmeter b) 3 fjärdedelsmeter c) $\frac{5}{9}$ m. d) $\frac{7}{9}$ m. e) $\frac{7}{8}$ m. f) $\frac{3}{5}$ m. g) $\frac{3}{8}$ m.

Förklaring till a): 3 adertondelsmeter (3 är största jämna delen till 15 och 18) är lika med 1 sjettedelsmeter, därför är 15 adertondelsmeter lika med 5 sjettedelsmeter.

Förklaring till d) $\frac{6}{54}$ m. = $\frac{1}{9}$ m., därför är $\frac{42}{54}$ m. = $\frac{7}{9}$ m. (6 är den största jämna delen till 42 och 54).

Sedan lärjungarna visat sig kunna på ofvan angifna sätt beräkna en storhets storlekstal i afseende på en viss enhet, då samma storhets storlekstal i afseende på en annan enhet är uppgifvet, uppskrifver L på svarta taflan t. ex. likheten:

1 meter = 10 decimeter

och visar lärjungarna, att ur denna framgår, att

a) En meter är 10-falden af en decimeter.

b) En längds metertal är 10-delen af *samma* längds decimetertal.

c) En decimeter är 10-delen af en meter.

d) En längds decimetertal är 10-falden af *samma* längds metertal.

Därefter uppskrifver L t. ex. likheten:

3 kilogram = 7 skålpund,

och visar, att ur denna likhet framgår, att

a) Ett kilogram är 7 tredjedelar af ett skålpund.

b) En tyngds kilogramtal är 3 sjundedelar af *samma* tyngds skålpundstal.

c) Ett skålpund är 3 sjundedelar af ett kilogram.

d) En tyngds skålpundtal är 7 tredjedelar af samma tyngds kilogramtal.

o. s. v.

Då lärjungarna ur dylika likheter kunna härleda slutsatser liknande ofvanstående, låter L. dem fullborda satser likartade med efterföljande:

8) a) En hektoliter är . . . af en liter.

b) En penningsummas öretal är . . . af *samma* penningsummas krontal.

c) En tids timtal är . . . af *samma* tids minuttal.

d) Stycketalet är . . . af dussintalet och . . . af tjogtalet.

e) Kanntalet till en rymd är . . . af samma rymds litertal.

f) En liter är . . . af en kanna.

a) 100-falden, b) 100-falden, c) 60-delen, d) 12-falden, 20-falden, e) 3 åttondelar, f) 3 åttondelar.

9) a) Veckotalet, b) Timtalet, c) Litertalet, d) Kubikmetertalet, e) Centimetertalet, f) Kilogramtalet, g) Krontalet, h) Minuttalet till en storhet är $2\frac{3}{4}$.

Hvilket är a) dagtalet, b) dagtalet, c) hektolitertalet, d) kubikdecimetertalet, e) metertalet, f) gramtalet, g) öretalet, h) sekundtalet till samma storhet?

a) 7-falden af $2\frac{3}{4}=19\frac{1}{4}$. b) 24-delen af $2\frac{3}{4}=\frac{11}{96}$. c) 100-delen af $2\frac{3}{4}=\frac{11}{400}$. d) 1000-falden af $2\frac{3}{4}=2750$. e) 100-delen af $2\frac{3}{4}=\frac{11}{400}$. f) 1000-falden af $2\frac{3}{4}=2750$. g) 100-falden af $2\frac{3}{4}=275$. h) 60-falden af $2\frac{3}{4}-165$.

CIV.

Jämna delar af kvadratmetern och kvadratdecimetern.

Den materiel, som är nödvändig för öfningarna i denna afdelning, finnes upptagen i F. t. M. sid. 24.

1) L. pekar på den kvadratiska ruta, hvars sida är $\frac{1}{2}$ m.

Huru många dylika rutor åtgå för att täcka denna? (L pekar på den ruta, hvars sida är 1 m.)

M. 4.

L. Huru benämnes således denna rutas yta?

M. Fjärdedels kvadratmeter.

På samma sätt förfar läraren med de öfriga qvadratiska och rektangulära rutorna, hvilkas ytor äro jämna delar af qvadratmetern. Därefter anställas dylika öfningar, i hvilka kvadratmeterrutan utbytes mot en annan.

2) L pekar på den ruta, hvars sida är $\frac{1}{12}$ m. Huru många dylika rutor åtgå för att täcka denna ruta? (L pekar på den ruta, hvars sida är $\frac{1}{2}$ m.)

M. 36. Emedan $\frac{1}{2}$ m. är 6-falden af $\frac{1}{12}$ m., så blir rutornas antal i hvarje rad 6, och radernas antal äfven 6, därför blir alla rutornas antal 36.

L. Hvilken jämn del är således den förra rutans yta af den senares?

M. 1 trettisjettedel.

3) L pekar på den ruta, hvars sida är $\frac{1}{12}$ m. Huru många dylika rutor åtgå för att täcka denna ruta? (L pekar på den rektangulära ruta, hvars bas är $\frac{5}{6}$ m. och höjd $\frac{2}{3}$ m.)

M. 80. Emedan $\frac{5}{6}$ m. är 10-falden af $\frac{1}{12}$ m., så blir rutornas antal i hvarje rad 10, och emedan $\frac{2}{3}$ m. är 8-falden af $\frac{1}{12}$ m., så blir radernas antal 8, således blir alla rutornas antal 10-falden af 8, som är 80.

L. Hvilken jämn del är således den förra rutans yta af den senares?

M. 1 åttiondedel.

Sedan lärjungarna erhållit tillräcklig säkerhet i dylika frågors besvarande, öfvar L dem att bestämma förhållandet mellan en rutas yta och kvadratmetern, då ytan ej är en jämn del af kvadratmetern.

4) L pekar på den ruta, hvars bas är $\frac{3}{4}$ m. och höjd $\frac{5}{6}$ m. Hvilken yta är en jämn del till denna yta och kvadratmetern?

M. En rektangel, hvars bas är $\frac{1}{4}$ m. och höjd $\frac{1}{6}$ m.

L. Huru benämnes denna jämna del?

M. $\frac{1}{24}$ kvm.

L. Hvilken mångfald är denna ruta af denna jämna del?

M. 15-falden.

L. Huru benämnes således denna ruta?

M. 15 tjugufjärdedelskvadratmeter eller $\frac{5}{8}$ kvm.

Emedan lärjungarna i början af denna öfning hafva behof af att åskådliggöra dylika uppgifter genom figurer på sina taflor, har i de första exemplen af denna öfning blifvit tagen till enhet kvadratdecimetern, hvilken de böra upprita i ena hörnet på sina taflor.

Lärjungarna böra ej tillåtas att för beräkningarna använda satsen: »En rektangels kvadratmetertal är produkt af basens metertal och höjdens metertal», förrän de fullt fatta och klart kunna redogöra för tillkomsten af svaret på dylika uppgifter.

1) Hvilket är kvadratdecimetertalet till en kvadrat, hvars sida är a) $\frac{1}{5}$ dm. b) $\frac{1}{7}$ dm. c) 1 cm.?
 a) $\frac{1}{25}$ b) $\frac{1}{49}$ c) $\frac{1}{100}$.

2) Hvilket är kvadratdecimetertalet till en rektangel, hvars bas och höjd äro a) $\frac{1}{2}$ dm. och $\frac{1}{4}$ dm. b) $\frac{1}{6}$ dm. och $\frac{1}{9}$ dm. c) $\frac{1}{4}$ dm. och 1 cm.?
 a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{54}$ c) $\frac{1}{40}$.

3) Hvilket är kvadratdecimetertalet till en kvadrat, hvars sida är a) $\frac{2}{3}$ dm. b) $1\frac{1}{2}$ dm. c) $2\frac{2}{3}$ dm. d) $2\frac{2}{3}$ cm.?
 a) $\frac{4}{9}$ b) $2\frac{1}{4}$ c) $7\frac{1}{9}$ d) $\frac{64}{900}=\frac{16}{225}$.

4) Hvilket är kvadratdecimetertalet till en rektangel, hvars bas och höjd äro a) 3 dm. och $\frac{1}{4}$ dm. b) 5 dm. och $\frac{3}{4}$ dm. c) $\frac{5}{6}$ dm. och $\frac{3}{8}$ dm. d) $\frac{3}{4}$ dm. och $3\frac{1}{2}$ cm. e) $2\frac{3}{4}$ dm. och $5\frac{1}{2}$ dm. f) $3\frac{1}{2}$ dm. och $1\frac{2}{3}$ cm.?
 a) $\frac{3}{4}$ b) $3\frac{3}{4}$ c) $\frac{5}{16}$ d) $\frac{21}{80}$ e) $15\frac{1}{8}$ f) $\frac{7}{12}$.

5) Hvilket är kvadratmetertalet till en kvadrat, hvars omkrets är a) $2\frac{1}{2}$ m. b) $3\frac{1}{5}$ m. c) $2\frac{2}{5}$ dm.?
 a) $\frac{25}{64}$ b) $\frac{16}{25}$ c) $\frac{9}{2500}$.

6) Hvilket är kvadratmetertalet till en rektangel, hvars omkrets är $4\frac{1}{2}$ m. och bas är $\frac{3}{5}$ m.? ($\frac{99}{100}$).

CV.

Jämna delar af kubikmetern och kubikdecimetern.

Den materiel, som är behöflig för öfningarna i denna afdelning, finnes upptagen i F. t. M. sid. 25.

Af de anvisningar, som förekomma i F. t. M i föregående afdelning, kan L finna, huru materielen skall användas vid inledningsöfningarna i denna afdelning.

1) Hvilket är kubikdecimetertalet till en kub, hvars kant är a) $\frac{1}{2}$ dm. b) $\frac{1}{5}$ dm c) $\frac{1}{7}$ dm.?
   a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{125}$ c) $\frac{1}{343}$.

Anm. Lärjungarna böra på sina taflor till en början afbilda tärningarnas och kubikdecimeterns bottenytor för att underlätta bestämmandet af storlekstalen till tärningarna.

2) Hvilket är kubikdecimetertalet till en rätvinklig parallelipiped, hvars längd, bredd och höjd äro a) 1 dm., $\frac{1}{4}$ dm. och $\frac{1}{5}$ dm. b) $\frac{1}{3}$ dm., $\frac{1}{6}$ dm. och $\frac{1}{7}$ dm.?
   a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{126}$.
3) Hvilket är kubikdecimetertalet till en kub, hvars kant är a) $\frac{2}{3}$ dm. b) $\frac{5}{6}$ dm. c) $1\frac{3}{4}$ dm.?
   a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{125}{216}$ c) $5\frac{23}{64}$.
4) Hvilket är kubikdecimetertalet till en rätvinklig parallelipiped, hvars längd, bredd och höjd äro a) 2 dm., $\frac{2}{3}$ dm. och $\frac{3}{4}$ dm. b) 1 m., $\frac{5}{6}$ dm. och 4 cm. c) $3\frac{1}{2}$ dm., $2\frac{2}{3}$ dm. och $5\frac{1}{2}$ cm.?
   a) 1 b) $3\frac{1}{3}$ c) $5\frac{2}{15}$.
5) En kubs kant är $1\frac{1}{2}$ dm. Hvilket är a) decimetertalet till summan af kubens kanter? b) kvadratdecimetertalet till summan af kubens ytor? c) kubikdecimetertalet till kuben?
   a) 18 b) $12\frac{1}{2}$ c) $3\frac{3}{8}$.
6) En cigarrlådas längd utvändigt är $2\frac{1}{3}$ dm., bredd $1\frac{1}{4}$ dm.

och höjd $7\frac{1}{2}$ cm. Hvilket är a) decimetertalet till summan af cigarrlådans yttre kanter? b) kvadratdecimetertalet till summan af cigarrlådans yttre ytor? c) kubikdecimetertalet till cigarrlådan.

a) $17\frac{1}{2}$ b) $11\frac{5}{24}$ c) $2\frac{3}{16}$.

CVI.

Förhållande.

Grundsatsen om *det hela, delarna* och *delarnas antal* är fullt tillräcklig att sättas till stöd för läran om de hela talen, och således är det obehöfligt, att i denna lära upptaga begreppet *förhållande*, hvilket först med nödvändighet behöfves i läran om bråktalen. Men emedan grundläggandet af detta begrepp kräfver stor omsorg och planmässigt tillvägagående af L, på det han må kunna nå ett godt resultat med sitt arbete, är det nödvändigt, att begreppet först tillämpas på storheter, hvilkas storlekstal äro hela, hvilka för lärjungarna äro klarare än bråktalen. Denna förberedande kurs kan läraren låta bestå af följande tre afdelningar: 1) *Förhållandet är ett helt tal.* 2) *Förhållandet är ett stambråk.* 3) *Förhållandet är något annat bråk, egentligt eller oegentligt.*

Till ledning för läraren lemnas här några frågor med åtföljande svar och förklaringar.

1) a) *Hvad är förhållandet mellan 54 öre och 9 öre? Svar 6*

b) *Hvad är förhållandet mellan 6 m. 3 dm. och 7 dm. Svar 9.*

c) *Hvad är förhållandet mellan 9 veck. 1 dag och 1 vecka 1 dag? Svar 8.*

Anm. Lärjungarna märka snart att frågan: »Hvad är förhållandet mellan 54 öre och 9 öre?» o. s. v. sammanfaller med den af dem förut kända: »Hvilket är delarnas antal, då det hela är 54 öre och hvarje del är 9 öre?» hvarigenom de få ett grundläggande begrepp om förhållande.

2) a) *Hvad är förhållandet mellan 14 öre och 84 öre? Svar $\frac{1}{6}$.*

b) *Hvad är förhållandet mellan 6 tim. och ett dygn?* *Svar* $\frac{1}{4}$.

c) *Hvad är förhållandet mellan 50 öre och 8 kronor?* *Svar* $\frac{1}{16}$.

d) *Hvad är förhållandet mellan 20 kvm. och 1 ar?* *Svar* $\frac{1}{5}$ o. s. v.

Innan L öfvergår till framställandet af frågor om förhållandet mellan så beskaffade storheter, att den ena ej är en mångfald af den andra, bör han på något lämpligt sätt förbereda frågorna. L säger t. ex.: I det föregående har den ena af de jämförda storheterna varit en mångfald af den andra, men äfven andra storheter af samma slag, af hvilka den ena ej är en mångfald af den andra, kunna med hvarandra jämföras. L uppritar på svarta taflan tvenne linier a och b, af hvilka a är 4 dm. och b är 6 dm.

Kännen I någon längd, som är en jämn del af a och b?

M. 2 dm., 1 dm., $\frac{1}{2}$ dm. o. s. v.

L. Uppdela a och b så, att hvarje del blir lika med den största bland dem, nämligen 2 dm.!

Nu finnen I, att

4 dm. är två tredjedelar af 6 dm.

När man i denna sats vill framhålla 2 *tredjedelar*, ändras den till:

Förhållandet mellan 4 dm. och 6 dm. är 2 tredjedelar.

Dessa bägge satser innehålla samma sanning, ehuru formerna äro olika.

När L genom dylika öfningar, dels med dels utan linier, funnit lärjungarna förstå dylika frågor, förelägger han dem sådana till besvarande. Dock böra storheterna, som med hvarandra jämföras, väljas så, att lärjungarna med hufvudsaklig ledning af mångfaldstabellen kunna finna storheternas största jämna del. Stundom kan äfven L uppgifva storheter, hvilkas största jämna del de ej ännu kunna finna, men i sådant fall bör L uppgifva den på samma gång, han framställer frågan.

Se här några exempel på dylika frågor:

3) a) *Hvad är förhållandet mellan 27 öre och 63 öre?*
Svar $\frac{3}{7}$.

Sedan lärjungarna afgifvit svar på den framställda frågan, böra de tillhållas att förklara, huru de erhållit svaret. Denna förklaring kan till en början få följande form: Den största jämna delen till 27 öre och 63 öre är 9 öre. Uppdelas 27 öre och 63 öre så, att hvarje del blir 9 öre, så får den förra penningsumman 3 delar och den senare 7 delar, därför är de bägge penningsummornas förhållande 3 sjundedelar ($\frac{3}{7}$). Sedermera kan förklaringen få följande kortare form: 27 öre äro 3-falden och 63 öre 7-falden af 9 öre, därför är förhållandet mellan 27 öre och 63 öre $\frac{3}{7}$.

Det allmänna förfaringssättet för beräkningen af förhållandet mellan två storheter a och b är följande:

1) Bestämmes en jämn del c till a och b.
2) Tänkas a och b uppdelade i delar, som alla äro lika stora med c, hvarefter delarnas antal i a och b bestämmes.
3) Bestämmes förhållandet mellan a och b, som är ett bråk, hvars täljare är delarnas antal i a, och hvars nämnare är delarnas antal i b.

b) *Hvad är förhållandet mellan 5 m. 6 dm. och 7 m. 2 dm.? Svar* $\frac{7}{9}$.
Förklaring: 5 m. 6 dm. eller 56 dm. är 7-falden och 7 m. 2 dm. eller 72 dm. är 9-falden af 8 dm., därför är förhållandet mellan dessa längder $\frac{7}{9}$.

c) *Hvad är förhållandet mellan 4 kr. och 2 kr. 25 öre? Svar* $\frac{16}{9}$ eller $1\frac{7}{9}$.
Förklaring: 4 kr. äro 16-falden och 2 kr. 25 öre 9-falden af 25 öre, därför är förhållandet mellan dessa penningsummor $\frac{16}{9}$ eller $1\frac{7}{9}$.

d) *Hvad är förhållandet mellan 55 veckor 6 dagar och 62 veckor 3 dagar?* Svar $\frac{17}{19}$.

Upplysning: Största jämna delen till de bägge tidrymderna är 3 veckor 2 dagar.

Förklaring: 55 veckor 6 dagar eller 391 dagar äro 17-falden och 62 veckor 3 dagar eller 437 dagar 19-falden af 3 veckor 2 dagar eller 23 dagar, derför är förhållandet mellan de bägge tidrymderna $\frac{17}{19}$.

e) ***Hvad är förhållandet mellan en kvadrat A, hvars sidor äro 15 cm. och en kvadrat B, hvars sidor äro 27 cm.?*** Svar $\frac{25}{81}$.

Förklaring: A är 25-falden, och B är 81-falden af en kvadrat, hvars sidor äro 3 cm., därför är förhållandet mellan A och B $\frac{25}{81}$.

f) *Hvad är förhållandet mellan en kub A, hvars kanter äro 21 cm. och en kub B, hvars kanter äro 28 cm.?* Svar $\frac{27}{64}$.

Förklaring: A är 27-falden och B är 64-falden af en kub, hvars kanter äro 7 cm.

Bland öfningar, som äfven äro tjänliga att hos lärjungarna grundlägga begreppet förhållande, må nämnas följande: L uppritar på svarta taflan tvenne räta linjer a och b, hvilkas förhållande skall bestämmas, men uppgifver ej deras storlek. L. lemnar åt en af lärjungarna en mätstång, som är indelad i lika delar, och tillsäger lärjungen bestämma antalet skaldelar, som äro lika med a och b. Om t. ex. a är lika med 42 skaldelar, och b lika med 54 skaldelar, så är den största jämna delen till a och b en längd, som är lika med 6 skaldelar. Af denna jämna del är a 7-falden och b 9-falden, därför är förhållandet mellan a och b $\frac{7}{9}$.

Här nedan meddelas några exempel, i hvilka begreppet förhållande tillämpas på storheter, hvilkas storlekstal äro bråk. Såsom inledning till dessa meddelas följande anvisning.

L uppritar på svarta taflan tvenne räta linier, hvilkas längder uppgifvas vara t. ex. $\frac{2}{3}$ m. och $\frac{3}{4}$ m. Sedermera frågar han: Hvilka jämna delar af en meter äro äfven jämna delar af $\frac{2}{3}$ m. Svar: $\frac{1}{3}$ m., $\frac{1}{6}$ m., $\frac{1}{9}$ m., $\frac{1}{12}$ m.,

$\frac{1}{15}$ m. o. s. v., nämligen hvar tredje af meterns jämna delar.

Hvilka jämna delar af 1 meter äro jämna delar af $\frac{3}{4}$ m.? Svar: $\frac{1}{4}$ m., $\frac{1}{8}$ m., $\frac{1}{12}$ m., $\frac{1}{16}$ m. o. s. v., nämligen hvar fjärde af meterns jämna delar.

Hvilken jämn del af 1 meter är den största jämna delen både af $\frac{2}{3}$ m. och $\frac{3}{4}$ m. Svar: $\frac{1}{12}$ m. De öfriga jämna delarna af dessa längder äro hälften, tredjedelen, fjärdedelen o. s. v. af $\frac{1}{12}$ m. d. v. s. $\frac{1}{24}$ m., $\frac{1}{36}$ m., $\frac{1}{48}$ m. o. s. v.

Uppdela dessa längder i delar, som äro lika med $\frac{1}{12}$ m.! Huru utföll delningen?

Svar: Den förra längden erhöll 8 och den senare 9 delar.

Hvad är således förhållandet mellan $\frac{2}{3}$ m. och $\frac{3}{4}$ m.? Svar: $\frac{8}{9}$.

De i nedanstående frågor förekommande linier och ytor böra till en början uppritas på svarta taflan jämte den storhet, som är den största jämna delen till de bägge storheterna, sedan den af lärjungarna blifvit funnen. De bägge storheterna, som med hvarandra jämföras, böra äfven i början uppdelas i delar, som äro lika stora med denna jämna del, på det att förhållandet må framstå klart för lärjungarna.

4) a) *Hvad är förhållandet mellan* $\frac{1}{3}$ *m. och* $\frac{1}{2}$ *m.?* Svar $\frac{2}{3}$.
Förklaring: $\frac{1}{3}$ m. är 2-falden och $\frac{1}{2}$ m. är 3-falden af $\frac{1}{6}$ m., därför är förhållandet mellan $\frac{1}{3}$ m. och $\frac{1}{2}$ m. $\frac{2}{3}$.

b) *Hvad är förhållandet mellan* $\frac{4}{9}$ *m. och* $\frac{5}{6}$ *m.?* Svar $\frac{8}{15}$.
Förklaring: $\frac{4}{9}$ m. är 8-falden ocb $\frac{5}{6}$ m. är 15-falden af $\frac{1}{18}$ m., därför är förhållandet mellan $\frac{4}{9}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. $\frac{8}{15}$.

Anm. När de bägge längderna $\frac{4}{9}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. blifvit uppdelade i delar, som äro lika med deras största jämna del $\frac{1}{18}$ m., så kan L låta lärjungarna jämte förhållandet bestämma längdernas summa, som är $\frac{23}{18}$ m. eller $1\frac{5}{18}$ m., samt deras skillnad, som är $\frac{7}{18}$ m.

c) *Hvad är förhållandet mellan en rektangel A, hvars sidor*

äro $\frac{2}{3}$ m. och $\frac{5}{7}$ m., och en kvadrat, hvars sida är 1 meter, d. v. s. 1 kvadratmeter? Svar [illegible].
Förklaring: A är 10-falden och 1 kvm. är 21-falden af en rektangel, hvars sidor är $\frac{1}{3}$ m. och $\frac{1}{7}$ m., därför är förhållandet mellan A och 1 kvm. $\frac{10}{21}$.

Anm. När storleken till rektangeln A skall angifvas, kunna följande tre uttryckssätt användas: 1) Förhållandet mellan A och 1 kvm. är $\frac{10}{21}$. 2) Kvadratmetertalet till A är $\frac{10}{21}$. 3) A är $\frac{10}{21}$ kvadratmeter.

d) *Förhållandet mellan två linier a och b är $\frac{5}{7}$. Hvad är förhållandet mellan kvadraterna på a och b?* Svar $\frac{25}{49}$.
Förklaring: Kvadraten på a är 25-falden och kvadraten på b är 49-falden af en kvadrat, hvars sidor äro a:s femtedel eller b:s sjundedel, som äro lika stora.

e) *En linie a är $1\frac{1}{4}$ m. och en linie b är $1\frac{5}{6}$ m. Hvilket är förhållandet mellan kvadraterna på a och b?* Svar $\frac{225}{484}$.
Förklaring: Kvadraten på a är 225-falden och kvadraten på b är 484-falden af en kvadrat, hvars sidor äro $\frac{1}{12}$ m.

f) *Förhållandet mellan en af kanterna till en kub A och en af kanterna till en kub B är $\frac{2}{3}$. Hvad är förhållandet mellan A och B?* Svar $\frac{8}{27}$.
Förklaring: A är 8-falden och B är 27-falden af en kub, hvars kant är hälften af A:s kant eller tredjedelen af B:s kant.

Sedan lärjungarna blifvit förtrogna med bestämmandet af förhållandet mellan tvenne storheter, öfvas de med att beräkna den ena bland de jämförda storheterna, då förhållandet och den andra storheten äro gifna. Såsom inledning till dessa öfningar uppritar läraren på svarta taflan tvenne räta linier a och b, och tillsäger lärjungarna att efter ögonmått eller med skala bestämma deras förhållande och frågar:

»Hvad förstås därmed, att förhållandet mellan a och b är $\frac{3}{7}$ (om detta uppgifves)?»

Svar:

1) Om b delas i 7 lika delar, så är a 3-falden af en bland b:s delar *eller* kortare: a är 3-falden af b:s sjundedel.
2) Om a delas i 3 lika delar, så är b 7-falden af en bland a:s delar *eller* kortare: b är 7-falden af a:s tredjedel.
3) *Om a delas i 3 lika delar och b i 7 lika delar, så är hvarje del af a lika med hvarje del af b,* eller kortare: a:s tredjedel är lika med b:s sjundedel.

Af dessa trenne svar på den framställda frågan är det sistnämnda lämpligast att använda vid räkning.

För att tillämpa ofvanstående, uppritar L på svarta taflan flere räta linier a, b, c, d, o. s. v. och tillsäger en af lärjungarna att upprita en linie, hvars förhållande till a är $\frac{3}{4}$. Lärjungen delar a i 4 lika delar och uppritar en rät linie m, som innehåller 3 sådana delar. Därefter tillsäger han en annan att upprita en linie, till hvilken b har förhållandet $\frac{3}{4}$. Lärjungen delar då b i 3 lika delar och uppritar en linie n, som innehåller 4 sådana delar. L frågar sedan:

»Hvad är centimetertalet till m, när centimetertalet till a är 36?» Svar 27.

Förklaring: Emedan centimetertalet till a är 36, så är centimetertalet till hvarje del af a och således äfven till hvarje del af m fjärdedelen af 36, som är 9, och då måste centimetertalet till m vara 3-falden af 9, som är 27.

Hvad är centimetertalet till n, när centimetertalet till b är 21? Svar 28.

Förklaring: Emedan centimetertalet till b är 21, så måste centimetertalet till hvarje del af b, och således äfven till hvarje del af n, vara tredjedelen af 21, som är 7, och då måste centimetertalet till n vara 4-falden af 7, som är 28.

L tillsäger vidare en af lärjungarna att upprita en rät linie, hvars förhållande till linien c är t. ex. $2\frac{1}{3}$ eller $\frac{7}{3}$. Lärjungen delar då c i 3 lika delar och uppritar därefter en rät linie r, som är 7-falden af c:s tredjedel. Därefter tillsäger L en af lärjungarna att upprita en rät linie, till hvilken linien d har förhållandet $2\frac{1}{3}$. Lärjungen delar då d i 7 lika delar och uppritar därefter en rät linie s, som är 3-falden af d:s sjundedel. Sedermera uppgifver läraren centimetertalen till c och d, och låter lärjungarna beräkna centimetertalen till r och s. Centimetertalen till c och d böra till en början vara hela tal och så afpassade, att centimetertalen till r och s äfven blifva hela tal. När lärjungarna vunnit tillräcklig säkerhet, använder läraren äfven bråk och blandade tal såsom centimeter- eller metertal till de först uppritade linierna.

När två storheter af samma slag jämföras med hvarandra, har man att taga i betraktande:

1) Storheten, som jämföres.
2) Storheten, med hvilken den jämföres.
3) Förhållandet.

De två storheterna, som jämföras, kunna vara dels verkliga storheter dels tal. Förhållandet är alltid ett tal.

Anm. För korthetens skull kallas i det följande storheten, som jämföres, den *föregående*, och storheten, med hvilken hon jämföres, den *efterföljande*.

Frågan om storheters jämförelse ger anledning till trenne slag af räkneuppgifter.

1) *Den föregående och den efterföljande storheten äro gifna och förhållandet sökes.*
2) *Den efterföljande storheten och förhållandet äro gifna och den föregående sökes.*
3) *Den föregående storheten och förhållandet äro gifna och den efterföljande sökes.*

För att ytterligare belysa det ofvan sagda, bifogas följande exempel:

a) *Om den föregående storheten är $\frac{3}{4}$ m. och den efterföljande $\frac{5}{6}$ m., så är förhållandet $\frac{9}{10}$.*

Häraf kunna bildas följande tre räkneuppgifter:

1) *Den föregående storheten är $\frac{3}{4}$ m. och den efterföljande $\frac{5}{6}$ m. Hvad är förhållandet?* eller kortare uttryckt:
Hvad är förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m.? Svar $\frac{9}{10}$.

Uträkning: Först sökes de bägge längdernas största jämna del, som är $\frac{1}{12}$ m., därefter tänkas de uppdelade i delar, som äro lika med $\frac{1}{12}$ m., då $\frac{3}{4}$ m. erhåller 9 och $\frac{5}{6}$ m. 10 delar, hvaraf följer, att förhållandet är $\frac{9}{10}$.

2) *Den efterföljande storheten är $\frac{5}{6}$ m. och förhållandet är $\frac{9}{10}$. Hvilken är den föregående storheten?* eller kortare uttryckt: *Hvilken längd är 9 tiondelar ($\frac{9}{10}$) af $\frac{5}{6}$ m.?* Sv. $\frac{3}{4}$ m.

Uträkning: Först sökes *tiondelen* af $\frac{5}{6}$ m., som är $\frac{1}{12}$ m., därefter sökes 9-falden af $\frac{1}{12}$ m., som är $\frac{9}{12}$ m. eller $\frac{3}{4}$ meter.

3) *Den föregående storheten är $\frac{3}{4}$ m. och förhållandet är $\frac{9}{10}$. Hvilken är den efterföljande storheten?* eller kortare uttryckt: *Af hvilken längd utgör $\frac{3}{4}$ m. 9 tiondelar?* Sv. $\frac{5}{6}$ m.

Uträkning: Först sökes *niondelen* af $\frac{3}{4}$ m., som är $\frac{1}{12}$ m., därefter tages 10-falden af $\frac{1}{12}$ m. som är $\frac{10}{12}$ m. eller $\frac{5}{6}$ m.

Anm. Sättet för svarens finnande i dessa trenne uppgifter framgår otvunget af de i det föregående meddelade förklaringarna till begreppet *förhållande.* I alla tre uppgifterna sökes först jämna delen ($\frac{1}{12}$ m.) till de bägge längderna.

Enligt det föregående återgifves satsen *a)* med matematiska skriftecken på följande tre olika sätt:

1) $\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m. $= \frac{9}{10}$, som betyder:
Förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. är $\frac{9}{10}$ eller fullständigare: *När den föregående storheten är $\frac{3}{4}$ m. och den efterföljande $\frac{5}{6}$ m., så är förhållandet $\frac{9}{10}$.*

2) $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$ m. $= \frac{3}{4}$ m., som betyder:
9 tiondelar af $\frac{5}{6}$ m. är $\frac{3}{4}$ m. eller fullständigare: *När förhållandet är $\frac{9}{10}$ och den efterföljande storheten är $\frac{5}{6}$ m., så är den föregående $\frac{3}{4}$ m.*

3) $\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10} = \frac{5}{6}$ m., som betyder.
Den längd, hvaraf $\frac{3}{4}$ m. utgör 9 tiondelar är $\frac{5}{6}$ m. eller fullständigare: *När den föregående storheten är $\frac{3}{4}$ m. och förhållandet är $\frac{9}{10}$, så är den efterföljande $\frac{5}{6}$ m.*

På grund af ofvanstående kan man *antingen* uppfatta hvart och ett af uttrycken:

»$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m.», »$\frac{9}{10}$. $\frac{5}{6}$ m.» och »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$», såsom en del af en med matematiska tecken angifven sats, i hvilket fall räknarens uppgift blir att finna den bristande delen af satsen, *eller* kan man — hvilket är det vanligaste — uppfatta hvart och ett af dem såsom tecken för *en enda* storhet, sålunda säger man, att

1) »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m.» utmärker *ett tal*, som anger förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m.
2) »$\frac{9}{10}$. $\frac{5}{6}$ m.» utmärker en *längd*, som är 9 tiondelar af $\frac{5}{6}$ m.
3) »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» utmärker en *längd*, hvaraf $\frac{3}{4}$ m. utgör 9 tiondelar.

I detta senare fall blir vanligen räknarens uppgift att finna ett enklare tecken — om ett sådant finnes — i stället för det mera invecklade. Man kan nämligen i matematisk skrift alltid utbyta:

»$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m.» mot det enklare tecknet $\frac{9}{10}$
»$\frac{9}{10}$. $\frac{5}{6}$ m.» » » » » $\frac{3}{4}$ m.
»$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» » » » » $\frac{5}{6}$ m.

På det att läsaren må blifva fullt förtrogen med ofvan angifna sätt att uppfatta betydelsen af produkter och qvoter, meddelas här nedan dylika jämte nödiga förklaringar. När L på svarta taflan uppskrifver uttryck liknande efterföljande, så böra lärjungarna i enlighet med nedanstående angifva uttryckens betydelse och endast med ledning häraf leda sig till svaret. L bör ej i början lemna några föreskrifter angående siffrornas uppställning och behandling m. m.

1) »3 . $2\frac{1}{2}$ kr.» utmärker en *penningsumma* (myntstorhet), som är 3-falden af $2\frac{1}{2}$ kr. Denna penningsumma är $7\frac{1}{2}$ kr.
2) »$2\frac{1}{2}$ kr. : 3» utmärker en *penningsumma*, hvaraf $2\frac{1}{2}$ kr. är 3-falden. Denna penningsumma är $\frac{5}{6}$ kr.
3) »$2\frac{1}{2}$ kr. : 3 kr.» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan $2\frac{1}{2}$ kr. och 3 kr. Detta tal är $\frac{5}{6}$.

4) »$\frac{1}{3}$. $2\frac{1}{2}$ ar» utmärker en *yta*, som är 1 tredjedel af $2\frac{1}{2}$ ar. Denna yta är $\frac{5}{6}$ ar.

5) »$2\frac{1}{2}$ ar : $\frac{1}{3}$» utmärker en *yta*, hvaraf $2\frac{1}{2}$ ar utgör 1 tredjedel. Denna yta är $7\frac{1}{2}$ ar.

6) »$2\frac{1}{2}$ ar : $\frac{1}{3}$ ar» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan $2\frac{1}{2}$ ar och $\frac{1}{3}$ ar. Detta tal är $\frac{15}{2}$ eller $7\frac{1}{2}$ (största jämna delen till de bägge ytorna är $\frac{1}{6}$ ar).

7) »$\frac{3}{4}$. $\frac{1}{2}$ tim.» utmärker en *tidrymd*, som är 3 fjärdedelar af $\frac{1}{2}$ tim. Denna tidrymd är $\frac{3}{8}$ tim.

8) »$\frac{1}{2}$ tim. : $\frac{3}{4}$» utmärker en *tidrymd*, hvaraf $\frac{1}{2}$ tim. utgör 3 fjärdedelar. Denna tidrymd är $\frac{2}{3}$ tim.

9) »$\frac{1}{2}$ tim. : $\frac{3}{4}$ tim.» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan $\frac{1}{2}$ tim. och $\frac{3}{4}$ tim. Detta tal är $\frac{2}{3}$.

10) »0,7 . 2,52 l.» utmärker en *rymd*, som är 7 tiondelar af 2,52 liter. Denna rymd är 1,764 liter.

11) »2,52 l. : 0,7» utmärker en *rymd*, hvaraf 2,52 l. utgör 7 tiondelar. Denna rymd är 3,6 liter.

»2,52 l. : 0,7 l.» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan 2,52 l. och 0,7 l. Detta tal är $\frac{252}{70}$ eller 3,6.

12) »5 kr. : 30 öre» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan 5 kr. och 30 öre. Detta tal. är $\frac{50}{3}$ eller $16\frac{2}{3}$.

13) »5 kr. : 30» utmärker en *penningsumma*, hvaraf 5 kr. utgör 30-falden. Denna penningsumma är $\frac{1}{6}$ kr.

14) »$2\frac{1}{4}$. $2\frac{2}{5}$ m.» utmärker en *längd*, som är $2\frac{1}{4}$ eller 9 fjärdedelar af $2\frac{2}{5}$ m. Denna längd är $\frac{27}{5}$ m. eller $5\frac{2}{5}$ m.

15) »$2\frac{2}{5}$ m. : $2\frac{1}{4}$» utmärker en *längd*, hvaraf $2\frac{2}{5}$ m. utgör 9 fjärdedelar. Denna längd är $\frac{48}{45}$ m. eller $1\frac{1}{15}$ m.

16) »$2\frac{2}{5}$ m. : $2\frac{1}{4}$ m.» utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan $2\frac{2}{5}$ m. och $2\frac{1}{4}$ m. Detta tal är $\frac{16}{15}$ eller $1\frac{1}{15}$. Den största jämna delen till de bägge längderna är $\frac{3}{20}$ m., hvaraf den föregående är 16-falden, och den efterföljande är 15-falden. Såsom jämn del till de bägge längderna kan man äfven använda $\frac{1}{20}$ m., i hvilket fall förhållandet blir $\frac{48}{45}$, som förenkladt blir $\frac{16}{15}$.

Anm. 1. Det förekommer mycket ofta, att följande med matematiska tecken uttryckta sats:

»$\frac{2}{3}$ *m.* : $\frac{3}{4}$ *m.* = $2\frac{2}{3}$ *kr.* : 3 *kr.*» återgifves i vanlig skrift med $\frac{2}{3}$ *m. förhåller sig till* $\frac{3}{4}$ *m., såsom* $2\frac{2}{3}$ *kr. till* 3 *kr.*

Den ordagranna »öfversättningen» till denna sats är:

Förhållandet mellan $\frac{2}{3}$ *m. oeh* $\frac{3}{4}$ *m. är lika med förhållandet mellan* $2\frac{2}{3}$ *kr. och* 3 *kr.* Denna senare tydning af satsen är att föredraga, emedan den klarare och bestämdare återger satsens matematiska innehåll. Såväl »$\frac{2}{3}$ m. : $\frac{3}{4}$ m.» som »$2\frac{2}{3}$ kr. : 3 kr.» äro lika med talet $\frac{8}{9}$.

Anm. 2. Någon gång finner man i räkneböcker och exempelsamlingar följande oriktiga likheter:

7 tum × 8 tum = 56 kv.-tum, $\frac{2}{3}$ m. × $\frac{7}{5}$ m. = $\frac{10}{21}$ kvm. o. s. v.

Uttrycken »7 tum × 8 tum,» »$\frac{2}{3}$ m. × $\frac{5}{7}$ m.» o. s. v. hafva lika litet någon matematisk betydelse, som 7 kr. × 8 kr., $\frac{2}{3}$ tim. × $\frac{5}{6}$ kr.

Anm. 3. Oftare förekommer följande likhet:

$\frac{1}{3}$ *kr.* × $\frac{3}{4}$ = $\frac{1}{4}$ *kr.*, som i vanlig skrift återgifves med

»$\frac{1}{3}$ *kr. multipliceradt med* $\frac{3}{4}$ *är (lika med)* $\frac{1}{4}$ *kr.*

Denna öfversättning är otydlig och kräfver således en förklaring, för att meningen af lärjungarna skall begripas. Ger man åt likheten formen

»$\frac{3}{4}$ × $\frac{1}{4}$ kr. = $\frac{1}{4}$ kr.,» och återgifver den med

3 *fjärdedelar af* $\frac{1}{3}$ *kr. är* $\frac{1}{4}$ *kr.*, är det fullt begripligt.

I de föregående exemplen hafva de jämförda storheterna varit verkliga. I det följande meddelas några exempel, i hvilka de jämförda storheterna äro *tal.*

17) »$\frac{3}{7}$. $\frac{1}{4}$» utmärker ett *tal,* som är 3 sjundedelar af talet $\frac{1}{4}$. Detta tal är $\frac{3}{28}$.

18) Om uttrycket »$\frac{1}{4}$: $\frac{3}{7}$» kan man säga:

1:o) att det utmärker ett *tal,* hvaraf talet $\frac{1}{4}$ utgör 3 sjundedelar. Detta tal är $\frac{7}{12}$.

Uträkning: Först tages *tredjedelen* af talet $\frac{1}{4}$, som är $\frac{1}{12}$. Därefter tages 7-falden af $\frac{1}{12}$, som är $\frac{7}{12}$.

2:o) att det utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan talet $\frac{1}{4}$ och talet $\frac{3}{7}$. Detta tal är äfven $\frac{7}{12}$.

Uträkning: Först sökes den största jämna delen till talen $\frac{1}{4}$ och $\frac{3}{7}$, som är $\frac{1}{28}$. Af detta tal $\frac{1}{28}$ finner man sedan $\frac{1}{4}$ vara 7-falden och $\frac{3}{7}$ 12-falden, således är förhållandet $\frac{7}{12}$.

Anm. Ofta får man höra, att »$\frac{1}{4}$: $\frac{3}{7}$» skulle betyda ett tal, som anger, huru många gånger talet $\frac{3}{7}$ innehålles i talet $\frac{1}{4}$. Med stöd af denna bestämning är det ej möjligt att leda sig till uttryckets betydelse, emedan $\frac{3}{7}$ är större än $\frac{1}{4}$, och kan således ej innehållas i $\frac{1}{4}$. Likväl har man utgått från denna oriktiga bestämning på uttrycket, och gjort följande både i språkligt och logiskt hänseende märkliga härledning:

1 innehålles i $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ gång, således måste $\frac{1}{7}$, som är 7 gånger mindre än 1, innehållas i $\frac{1}{4}$ 7 gånger mer och således $\frac{7}{4}$ gånger, och i följd däraf måste $\frac{3}{7}$, som är 3 gånger mer än $\frac{1}{7}$, innehållas i $\frac{1}{4}$ 3 gånger mindre än $\frac{7}{4}$, som är $\frac{7}{12}$ gånger. Svaret blir således, att $\frac{3}{7}$ innehålles i $\frac{1}{4}$ $\frac{7}{12}$ gånger. Att lärjungarna ej fatta uppgiften framställd under denna form, ej heller svaret jämte dess härledning, kan ej läggas *dem* till last. I ofvannämnda dunkla svar kan ej inläggas någon annan mening än, att *talet* $\cdot$ $\frac{1}{4}$ *är 7 tolftedelar af* $\frac{3}{7}$ eller med andra ord, att *förhållandet mellan talet* $\frac{1}{4}$ *och* $\frac{3}{7}$ *är* $\frac{7}{12}$, hvilka tydningar äro fullt klara och bestämda.

19) 0,17 . 0,6443 utmärker ett tal, som är 17 hundradelar af 0,6443. Detta tal är 0,109531.

Uträkning: Först tages hundradelen af 0,6443, som är 0.006443, därefter tages 17-falden af 0,006443, som är 0,109531.

20) Om uttrycket 0,6443 : 0,17 kan man säga,

1:o) att det utmärker ett tal, hvaraf 0,6443 utgör 17 hundradelar. Detta tal är 3,79.

Uträkning: Först tages 17-delen af 0,6443, som är 0,0379, därefter tages 100-falden af 0,0379, som är 3,79.

Samma svar erhålles äfven, om man först tager 100-falden af 0,6443, som är 64,43, och därefter 17-delen af 64,43, som äfven är 3,79.

2:o) att det utmärker ett *tal*, som anger förhållandet mellan 0,6433 och 0,17. Detta tal är $\frac{6443}{1700}$, hvilket är lika med decimalbråket 3,79.

Anm. 1. Om man vill hafva svaret angifvet i decimalbråk, såsom vanligen är förhållandet, bör det *första* sättet användas vid den »mekaniska» räkningen, emedan man därigenom i de flesta fall snabbast och säkrast erhåller svaret. Beräknar man t. ex. 0,06356 : 0,7 på det första sättet, så kan man utan någon »mekanisk» räkning finna svaret 0,0908. Skall man däremot beräkna det efter det andra sättet, så erhålles först $\frac{6356}{70000}$, hvaraf sedan skall beräknas decimalbråket 0,0908. Då det senare talet har lika många eller flere decimaler till höger om decimaltecknet än det förra, är det likgiltigt, hvilketdera sättet man använder.

Anm. 2. Med *multiplikation* menar man sättet att finna *den föregående* storheten, då förhållandet och den efterföljande storheten äro kända. Med *division* åter menar man, *dels* sättet att finna den *efterföljande* storheten, då förhållandet och den föregående storheten äro kända, *dels* sättet att finna *förhållandet*, då den föregående och den efterföljande storheten äro kända. Att benämningarna »multiplikation» och »division» på dessa »räknesätt» äro oegentliga och vilseledande, är förut anmärkt.

CVII.

Procent.

Procent, som står i nära samband med förhållande, användes mycket ofta, hvarför en säker kunskap i detta ords betydelse och användning bör meddelas lärjungarna. Såsom inledning väljer L några exempel ur det dagliga affärslifvet, som lärjungarna kunna förstå. T. ex.

L. En handlande A. köpte för 375 kr. varor, hvilka han sålde för 405 kr. Huru stor vinst erhöll han vid försäljningen? M. 30 kr.

L. Nu säger man, att A vid detta köp haft en vinst af »30 för 375» eller vanligen »2 för 25», hvarmed förstås, att A vid försäljning af en varumängd, som i inköp kostat 25 myntenheter (kronor, öre, franc o. s. v.) erhållit i vinst 2 dylika myntenheter utöfver de 25 myntenheterna, som han gifvit för varan. Efter dylika upplysningar förelägger L lärjungarna till lösning räkneuppgifter.

1) En handlande B köpte för a) 240 kr. b) 540 kr. varor, hvilka han sålde med en vinst af 7 för 80.
Huru stor var B:s vinst? *Svar:* a) 21 kr. b) 47 kr. 25 öre.

Förklaring:

1. a) krontalet till vinsten å 80 kr. är 7.
» » » » 240 kr. är 3. 7=21.
b) » » » » 80 kr. är 7.
» » » » 540 kr. är $\frac{540}{80}$. 7 = 47,25.

2. Emedan B sålde varorna med en vinst af 7 för 80, så är vinsten 7 åttiondelar af a) 240 kr., som är 21 kr. b) 540 kr., som är 47 kr. 25 öre.

Af dessa bägge beräkningssätt har det andra ett afgjordt företräde och bör användas af lärjungarna. Vid inledningsuppgifterna böra de likväl för öfnings skull använda bägge.

2) I enkronsmynt ingår silfret till 4 för 5 d. v. s. silfrets vikt är 4 femtedelar af enkronsmyntets vikt. Hvarje enkronsmynt väger $7\frac{1}{2}$ gram.

Hvad väger silfret i 17 stycken enkronsmynt?

Svar: 102 gr.

Förklaring:

Gramtalet till vikten å ett enkronsmynt är $7\frac{1}{2}$

» » » » silfret i » » $\frac{4}{5}.\ 7\frac{1}{2}=6$.

» » » » » i 17 » » $17.\ 6=102$.

3) I en blandning af tenn och andra metaller ingår tennet till a) $3\frac{1}{2}$ för 20. b) $2\frac{2}{3}$ för 40. c) 15 för 100. d) 3,5 för 100. e) 0,7 för 100.

Hvad är förhållandet mellan tennets vikt och metallblandningens vikt?

Svar: a) $3\frac{1}{2}$ tjugondelar $=\frac{7}{40}$. b) $2\frac{2}{3}$ fyrtiondelar $=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$. c) 15 hundradelar $=\frac{3}{20}$. d) 3,5 hundradelar $=\frac{7}{200}$. e) 0,7 hundradel $=\frac{7}{1000}$.

Därefter meddelar L upplysning om, att man till jämförelsetal vanligen använder 100, och att man i st. f. 7 för 100, $3\frac{1}{2}$ för 100 o. s. v. använder 7 procent, $3\frac{1}{2}$ procent, samt att ordet *procent* betyder *för hundra.*

4) I en blandning, hvari koppar ingår, är förhållandet mellan kopparns vikt och metallblandningens vikt a) $\frac{4}{5}$. b) $\frac{13}{20}$. c) 0,3. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{4}{7}$.

Hvilket är motsvarande procenttal?

Svar: a) 80. b) 65. c) 30. d) $66\frac{2}{3}$. e) $57\frac{1}{7}$.

Förklaring till e) $1=100$ hundradelar.

$\frac{4}{7}=\frac{4}{7}.\ 100$ » $=57\frac{1}{7}$ hundrad.

Anm. Af dessa exempel framgår, att procenttalet, som motsvarar ett förhållande, är förhållandets 100-fald.

L uppritar på svarta taflan tvenne räta linier m och n, hvilkas förhållande är $\frac{4}{5}$.

Linien m delas i 4 lika delar och linien n i 5 lika delar, då delarna till m och n blifva lika stora.

Vid en jämförelse mellan m och n uttrycker man sig på följande olika sätt:

A) 1) *m är 4 femtedelar af n.*

2) *m är 80 procent (hundradelar) af n.*

3 a) *m är en fjärdedel af m mindre än n.*

b) *m är en femtedel af n mindre än n.*

4) *m är en femtedel mindre än n.*

5) *m är 20 procent mindre än n.*

Anm. 1. Uttrycket »af n» i sats 3 b) är uteslutet i sats 4). För öfrigt äro de lika. Däremot tillåter ej språket och logiken att af sats 3 a) bilda en sats med uteslutning af uttrycket »af m». I ofullständiga satser, sådana som 4) och 5) får blott underförstås den storhet i afseende på hvilken jämförelsen sker.

Jämföres n med m, så uttrycker man sig på följande sätt:

B) 1) *n är 5 fjärdedelar af m.*

2) *n är 125 procent af m.*

3 a) *n är en fjärdedel af m större än m.*

b) *n är en femtedel af n större än m.*

4) *n är en fjärdedel större än m.*

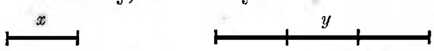
5) *n är 25 procent större än m.*

Se föregående *anm. 1!*

Anm. 2. Jämföras satserna 4) och 5) i de bägge satsgrupperna A och B, så tyckas de strida mot hvarandra, men denna skenbara motsägelse häfves genom de fullständiga satserna 3 a) och 3 b).

Lärjungarna öfvas att uppställa dylika satser med ledning af uppritade linier.

Ett anmärkningsvärdt fall, nämligen då den ena af de jämförda storheterna är en mångfald af den andra, förtjänar särskild uppmärksamhet. L uppritar på taflan tvenne linier x och y, hvaraf y är 3-falden af x.



A) x ***jämföres med*** y.

1) *x är en tredjedel af y.*

2) *x är $33\frac{1}{3}$ procent af y.*

3 a) *x är 2 gånger x mindre än y.*

b) *x är 2 tredjedelar af y mindre än y.*

4) *x är 2 tredjedelar mindre än y.*

5) *x är $66\frac{2}{3}$ procent mindre än y.*

Anm. Af satserna 3 a) och 4) framgår oriktigheten af det vid undervisningen så ofta förekommande påståendet, att »x är 3 gånger mindre än y». I denna sats måste något underförstås efter »gånger», och språket tillåter ej något annat än »y». Insättes y, så blir satsen: »x år 3 gånger y mindre än y», som är påtagligen orimlig.

B) y ***jämföres med*** x.

1) *y är 3-falden af x.*

2) *y är 300 procent af x.*

3 a) *y är 2 gånger x större än x.*

b) *y är 2 tredjedelar af y större än x.*

4) *y är 2 gånger större än x.*

5) *y är 200 procent större än x.*

Anm. Af 3 a) och 4) framgår oriktigheten af det ofta förekommande påståendet: »y är 3 gånger större än x». — Särskildt anmärkningsvärda äro de följande tvenne satserna, då de jämföras med hvarandra, nämligen

»6 kronor äro 2 gånger mindre än 12 kronor» och

»6 kronor äro en half gång mindre än 12 kronor».

I dessa satser betyda de bägge uttrycken: »2 gånger mindre» och »en half gång mindre» detsamma. Att dylika »oegentligheter» måtte försvinna, är ett önskningsmål. Den ena oegentligheten har dragit andra med sig. Sålunda förekomma i en nyligen utkommen mycket förmånligt anmäld räknebok satser liknande följande: »8 kr. är $1\frac{1}{2}$ gånger mindre än 12 kr.» Författaren måtte hafva ansett satserna »8 kr. är 2 tredjedelar af 12 kr.» och

»8 kr. är 1 tredjedel mindre än 12 kr.» vara otydliga.

Jämförelse mellan storheter, hvilkas storlekar äro angifna med kända enheter.

1) 2 kr. 50 öre äro 5 sjettedelar af 3 kr.

2) 2 kr. 50 öre äro $83\frac{1}{3}$ procent af 3 kr.

3) 2 kr. 50 öre äro 50 öre mindre än 3 kr.

4) 2 kr. 50 öre äro en sjettedel mindre än 3 kr.

5) 2 kr. 50 öre äro $16\frac{2}{3}$ procent mindre än 3 kr.

Anm. I satserna 4) och 5) underförstås »af 3 kr.»

Lärjungarna öfvas att uppställa dylika satser, då de jämförda storheterna uppgifvas af L.

4) I en stad X är invånarantalet 2700 och i Y 3000.
Fullborda följande satser!
a) Invånarantalet i X är ... procent mindre än i Y.
Svar: 10.
b) Invånarantalet i Y är ... procent större än i X.
Svar: $11\frac{1}{9}$.

Förklaring a) Förhållandet mellan 2700 och 3000 är $\frac{9}{10} = 90$ hundradelar, således är det förra antalet 10 hundradelar = 10 procent mindre än det senare.

b) Förhållandet mellan 3000 och 2700 är $\frac{10}{9} = 111\frac{1}{9}$ hundradelar, således är det förra antalet $11\frac{1}{9}$ procent större än det senare.

5) A köpte en häst, som han sedan sålde till B, och förlorade 8 procent. Sedan sålde B hästen till C och fick lika mycket, som A hade betalt.
Huru många procent vann B? *Svar:* $8\frac{16}{23}$.

Förklaring: Förhållandet mellan den penningsumma, som B betalade, och den, som A betalat, var $\frac{92}{100} = \frac{23}{25}$, således var förhållandet mellan den senare och den förra penningsumman $\frac{25}{23} = 108\frac{16}{23}$ hundradelar. Således fick B. $8\frac{16}{23}$ procent mer än han gifvit för hästen.

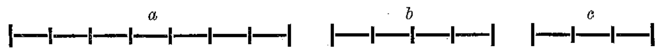
6) Fullborda följande satser!
a) ——— är $8\frac{1}{3}$ procent mindre än 72 kr.
b) $2\frac{2}{3}$ m. är ... procent längre än $1\frac{1}{2}$ m.
c) $9\frac{3}{4}$ hl. är $2\frac{1}{2}$ procent mindre än ....
Svar: a) 66 kr. b) $77\frac{7}{9}$ c) 10 hl.

Anm. Först sökes förhållandet, från hvilket man sedan leder sig till det sökta. Sålunda finner man i c) förhållandet mellan $9\frac{3}{4}$ hl. och den sökta rymden vara $\frac{39}{40}$. af hvilket tal man sedan finner den sökta rymden vara 10 hl.

CVIII.

Tillämpning af förhållande på praktiska räkneuppgifter.

I många räkneuppgifter förekommer det, att en af storheterna är summa af tvenne andra.



Låt a, b och c vara tre räta linier så beskaffade, att a är summa af b och c. Jämföras nu med hvarandra två af dessa linier, hvilka som helst, så erhållas 6 tal eller förhållanden.

1) Förhållandet mellan a och b.
2) Förhållandet mellan b och a.
3) Förhållandet mellan a och c.
4) Förhållandet mellan c och a.
5) Förhållandet mellan b och c.
6) Förhållandet mellan c och b,

Om ett af dessa förhållanden är kändt, så är det lätt att beräkna de öfriga. Vore t. ex. förhållandet mellan c och b $\frac{3}{4}$, så vet man, att om c delas i 3 och b i 4 lika delar, c:s och b:s delar skola blifva lika stora. Men a antogs vara lika stor med b och c tillsammans, därför skall a vara 7-falden af en bland c:s eller b:s delar, och i följd deraf skall förhållandet mellan

1) a och c vara $\frac{7}{3}$,
2) c och a vara $\frac{3}{7}$,
3) a och b vara $\frac{7}{4}$,
4) b och a vara $\frac{4}{7}$, och
5) b och c vara $\frac{4}{3}$.

Är nu centimetertalet till någon af de tre linierna kändt, så är det lätt att beräkna centimetertalen till de bägge öfriga. Centimetertalet till a är t. ex. $3\frac{1}{3}$. Emedan förhållandet mellan b och a är $\frac{4}{7}$, så är centimetertalet till b 4 sjundedelar af a:s centimetertal $3\frac{1}{3}$, som är $1\frac{19}{21}$. Om centimetertalet till c vet man,

1) att det är skillnad mellan a:s och b:s centimetertal $3\frac{1}{3}$ och $1\frac{19}{21}$, som är $1\frac{9}{21}$, eller $1\frac{3}{7}$,

2) att det är 3 sjundedelar af $3\frac{1}{3}$, som äfven är $1\frac{3}{7}$.

Lika lätt är det att beräkna centimetertalen till a och en af delarna, när centimetertalet till den andra delen är kändt.

När en storhet är summa af tvenne andra, så förekomma

1) de tre storlekstalen till de trenne storheterna och

2) de 6 förhållandena.

I det föregående är visadt, att, när *ett* storlekstal och *ett* förhållande äro kända, så kan man finna de öfriga sju talen.

Äro däremot två bland storlekstalen kända, så är det äfvenledes lätt att beräkna den tredje storhetens storlekstal, och därefter de sex förhållandena.

För att tillämpa det ofvan sagda meddelas här nedan några exempel.

1) *Ett stycke tyg, hvars längd är 55 meter, skall delas mellan A och B så, att A:s andel blir 3 åttondelar af B:s. Hvilka äro metertalen till A:s och B:s andelar?*

Svar: 15 och 40.

Låt CD föreställa tygstycket, CE A:s andel och ED B:s andel.

Lösning: Emedan A:s andel CE är 3 åttondelar af B:s andel ED d. v. s. förhållandet mellan CE och CD är $\frac{3}{8}$, så måste, om CE delas i 3 lika delar och ED i 8 lika delar, CE:s och ED:s delar blifva lika. Därigenom blir CD delad i 11 lika delar. Nu är metertalet till CD 55, derför är metertalet till hvarje del af CD 11-delen af 55, som är 5, och metertalet till CE 3-falden af 5 eller 15, samt metertalet till ED 8-falden af 5 eller 40.

Denna fullständiga form för lösningen kan läraren till en början låta lärjungarna använda. Sedan de blifvit fullt förtrogna med begreppet *förhållande*, kunna de använda följande kortare form för *lösningen:* Emedan förhållandet mellan CE och ED är $\frac{3}{8}$, så måste förhållandet mellan CE och CD vara $\frac{3}{11}$, och förhållandet mellan ED och CD $\frac{8}{11}$. Metertalet till CD är 55, därför är metertalet till CE 3 elftedelar af 55 eller 15, och metertalet till ED 8 elftedelar af 55 eller 40.

2) *Tim- och minutvisare på ett ur täcka hvarandra mellan 4 och 5.*

Huru mycket är klockan? Svar: 4 tim. $21\frac{9}{11}$ m.

Kalla den punkt a på urtaflans omkrets, som beröres af ändpunkterna på visarna, då de täcka hvarandra!

Anm. Den del af urtaflans omkrets, som ligger mellan 12 och a (12—a) är lika med summan af de delar, som ligga mellan 12 och 4 (12—4) samt mellan 4 och a (4—a).

Lösning: Emedan förhållandet mellan timvisarens hastighet och minutvisarens är $\frac{1}{12}$, så är förhållandet mellan bågen (4—a) och bågen (12—a) $\frac{1}{12}$, och i följd däraf förhållandet mellan bågen (12—4) och bågen (12—a) $\frac{11}{12}$, därför är förhållandet mellan den senare och den förra bågen $\frac{12}{11}$. Bågen (12—4) innehåller 20 delstreck, därför måste bågen (12—a) innehålla 12 elftedelar af 20 delstreck, som är $21\frac{9}{11}$ delstreck, och i följd däraf är kl. 4 t. $21\frac{9}{11}$ m., när tim- och minutvisare täcka hvarandra mellan 4 och 5.

3) *A köpte varor, hvilka han sålde med en vinst af 8 procent af inköpssumman. Försäljningssumman var 1566 kr.*

Hur stor var A:s vinst? Svar: 116 kr.

Anm. Försäljningssumman är lika med inköpssumman tillsammans med vinsten.

Lösning: Emedan vinsten var 8 procent af inköpssumman, så måste förhållandet mellan vinsten och inköpssumman vara 8 hundradelar eller $\frac{2}{25}$, därför var förhållandet mellan vinsten och försäljningssumman $\frac{2}{27}$. Försäljningssumman var 1566 kr., därför var vinsten 2 tjugusjundedelar af 1566 kr., som är 116 kr.

Anm. För att underlätta lösningen af denna uppgift uppritar på taflan räta linier, som föreställa *inköpssumman*, *vinsten* och *försäljningssumman.* På samma sätt förfar L med de följande uppgifterna.

4) *En annan gång köpte A varor, hvilka han nödgades sälja med en förlust af $5\frac{1}{3}$ procent af inköpssumman. Försälj-säljningssumman var 4757 kr.*

Huru stor var A:s förlust? Svar 268 kronor.

Anm. Inköpssumman är lika med försäljningssumman tillsammans med förlusten.

Lösning: Emedan förlusten var $5\frac{1}{3}$ procent af inköpssumman, så måste förhållandet mellan förlusten och inköpssumman vara $5\frac{1}{3}$ hundradelar eller $\frac{16}{300}$ eller $\frac{4}{75}$, och i följd däraf är förhållandet mellan försäljningssumman och inköpssumman $\frac{71}{75}$, och förhållandet mellan förlusten och försäljningssumman $\frac{4}{71}$. Försäljningssumman var 4757 kr., därför var förlusten 4 sjuttiendelar af 4757 kr., som är 268 kr.

5) *Ett granitstyckes vikt, när det under vägningen hölls helt och hållet nedsänkt i vatten, befanns vara 2 kg. 8 hg. Granitens egentliga vikt är $2\frac{3}{4}$.*

Hvad vägde granitstycket i luften? Svar 4 kg. 4 hg.

Anm. 1. En fast eller flytande kropps egentliga vikt är förhållandet mellan kroppens vikt och vikten på rent vatten af 4 gr. med lika stor rymd som kroppens. Emedan fasta och flytande kroppar hafva olika rymd vid olika temperaturer, så växlar en kropps egentliga vikt med hans gradtal. Det tal eller förhållande, som i tabeller finnes upptaget såsom egentlig vigt, är bestämd för en fast kropp, då hans temperaturs gradtal är 0, och för en vätska, då hennes tempera turs gradtal är 15. Det tal däremot, som i tabellen är upptaget såsom egentlig vikt till en gas, är förhållandet mellan vikten på en rymd af denna gas och vikten på en lika stor rymd luft, då gradtalet är 0 och millimetertalet till trycket hos gasen och luften är 760. När i räkneuppgifter om egentlig vikt en kropps gradtal ej är angifvet, så förutsättes det vara 0, om kroppen är fast, och 15, om kroppen är flytande. Vid räkneuppgifter om gaser böra alltid temperaturens gradtal och tryckets millimetertal vara angifna.

Anm. 2. Enligt den Archimediska principen *förlorar en kropp, som delvis eller helt och hållet nedsänkes i en vätska, så mycket af sin vikt, som den af honom undanträngda vätskan väger*, eller med andra ord: *En kropps vikt i luften är summan af kroppens vikt i en vätska och den undanträngda vätskans vikt.*

Lösning: Emedan granitens egentliga vikt är $2\frac{3}{4}$, så är förhållandet mellan det undanträngda vattnets vikt och kroppens vikt i luften $2\frac{3}{4}$ eller $\frac{11}{4}$, därför är förhållandet mellan kroppens vikt i luften och kroppens vikt i vattnet $\frac{11}{7}$. Granitstyckets vikt i vattnet var 2 kg. 8 hg., eller 28 hg. därför var granitstyckets vikt i luften 11sjundedelar af 28 hg., som är 44 hg. eller 4 kg. 4 hg.

6) *De nuvarande mynten å 1 krona, som väga $7\frac{1}{2}$ gr., innehålla 80 proc. silfver och 20 proc. koppar. En guldsmed nedsmälte 66 dylika mynt för att erhålla s. k. arbetssilfver, som är $13\frac{1}{4}$-lödigt.*

Huru mycket silfver borde han tillsätta? Svar 81 gram.

Anm. Viktenheten för silfver var 1 mark (49 ort 55 korn), som indelas i 16 lod. Enär värdet af en blandning af silfver, och någon eller några oädla metaller bestämmes efter vikten på silfret, är det nödvändigt att på något sätt ange sifvermängden i en blandning. Detta skedde på det sätt, att man angaf antalet lod silfver, som hvarje mark af blandningen innehöll. Sålunda sades en blandning vara $13\frac{1}{4}$ lödig, när hvarje mark af blandningen innehöll $13\frac{1}{4}$ lod silfver. Att en legering, hvari silfver ingår, är $13\frac{1}{4}$-lödig betyder således, att silfret ingår till »$13\frac{1}{4}$ för 16».

Lösning: Emedan ett mynt å 1 krona väger $7\frac{1}{2}$ gr., och 80 procent däraf är silfver, så måste vikten på silfret i hvarje mynt vara 80 hundradelar eller 4 femtedelar af $7\frac{1}{2}$ gr., som är 6 gram, och i följd häraf är vikten på kopparn i hvarje dylikt mynt $1\frac{1}{2}$ gr. Vikten på silfret i de 66 mynten är således 66-falden af 6 gr. eller 396 gram, och vikten på kopparn 66-falden af $1\frac{1}{2}$ gram eller 99 gram. I $13\frac{1}{4}$-lödigt silfver är förhållandet mellan vikten på silfret och vikten på blandningen $13\frac{1}{4}$ *sextondelar*, som är $\frac{53}{64}$, därför är förhållandet mellan vikten på silfret och vikten på kopparn i en dylik blandning $\frac{53}{11}$. Vikten på kopparn i alla mynten var 99 gram, därför bör vikten på silfret vara 53 elftedelar af 99 gram, som är 477 gram, för att blandningen må blifva $13\frac{1}{4}$-lödig. Vikten på silfret i alla mynten var 396 gram, således måste guldsmeden tillsätta skillnaden mellan 477 gram och 396 gram eller 81 gram silfver.

7) *En guldsmed hade en blandning af guld och koppar, hvilken var $23\frac{5}{12}$ karat fin. Blandningen vägde 2 hg. 88 gr. Till denna blandning smälte han koppar, så att den nya blandningen blef $18\frac{1}{3}$ karat fin.*

Huru mycket vägde den tillsatta kopparn? $79\frac{47}{55}$ gr.

Anm. Viktenheten för guld var 1 *mark* (52 ort 8 korn), som indelades i 24 karat. Finheten af en blandning, hvari guld ingick, angafs genom det antal karat, som 1 mark af blandningen innehöll. I handeln förekomma tre olika guldblandningar. 1) *Dukatguld,* som är $23\frac{5}{12}$ karat fint. 2) *Pistolguld,* som är $20\frac{1}{3}$ karat fint, och 3) *Kronguld* (äfven kalladt 18 karats guld), som är $18\frac{1}{3}$ karat fint. Att en legering, hvari guld ingår, är $23\frac{5}{12}$ karat fint betyder, att guldet ingår till »$23\frac{5}{12}$ för 24».

Lösning: Emedan den första guldblandningen var $23\frac{5}{12}$ karat fin, så var förhållandet mellan guldets vigt och blandningens vigt $23\frac{5}{12}$ tjugufjärdedelar eller $\frac{281}{288}$. Den första blandningen vägde 2 hg. 88 gr., därför var guldets vigt $\frac{281}{288}$ af 2 hg. 88 gr., som är 281 gr., och i följd däraf var kopparns vikt 7 gr. Den nya blandningen var $18\frac{1}{3}$ karat fin, därför var förhållandet mellan guldets vikt och blandningens vikt $18\frac{1}{3}$ *tjugufjärdedelar* eller $\frac{55}{72}$, därför var förhållandet mellan kopparns vikt och guldets vikt $\frac{17}{55}$. Vikten på guldet i den nya blandningen var äfven 281 gram, därför var kopparns vikt $\frac{17}{55}$ af 281 gr., som är $86\frac{47}{55}$ gr. Men i blandningen funnos 7 gr. koppar, därför skulle den tillsatta kopparn väga $79\frac{47}{55}$ gr.

I en af mig utgifven »samling räkneuppgifter jämte fullständig redogörelse för deras lösning» finnas uppgifter behandlade på samma sätt som ofvanstående.

I det föregående har jag sökt visa, huru en mängd uppgifter lätt kunna lösas med tillhjelp af begreppet *förhållande.* En del af dessa uppgifter har man ansett vara för svåra att upptagas i de aritmetiska läroböckerna och exempelsamlingarna och först i algebran upptagit dem såsom tillämpningar till läran om likheter. Af en del andra har man bildat fristående »räknesätt», ehuru de blott i grunden äro tillämpningar till den allmänna läran om tal.

Den stora betydelsen af begreppet förhållande framstår ännu klarare, när talläran tillämpas på geometriska storheter. Redan när man skall uppmäta storheter såsom längder, ytor, rymder m. m. med i lag bestämda mått, framträder detta begrepp, ty att uppmäta t. ex. en längd med metern som mått vill ingenting annat säga, än att bestämma förhållandet mellan längden och längdenheten meter, och att uppmäta en yta med qvadratmetern som mått betyder att bestämma förhållandet mellan ytan och ytenheten qvadratmeter.

Anm. Att förhållandet mellan en längd och metern *kallas* längdens *metertal*, och förhållandet mellan en yta och kvadratmetern *kallas* ytans *kvadratmetertal* o. s. v., ändrar ej saken. Det händer deremot mycket ofta, att man för korthetens skull använder särskilda namn på en del förhållanden; sålunda hafva vi sett, att *egentlig vikt* är namnet på *förhållandet* mellan vikten af en kropp och vikten på en lika stor rymd vatten. På samma sätt förhåller det sig med ordet *kurs,* som är namnet på förhållandet mellan tvenne länders myntenheter.

Att »*kursen* på London» är 18,16 betyder, att förhållandet mellan den engelska myntenheten *pound sterling* och den svenska myntenheten *krona* är 18,16. Till grund för den del af matematiken, som kallas *trigonometri,* ligger begreppet förhållande, hvilket äfven där får särskilda namn, såsom *sinus, cosinus, tangent* o. s. v. Vid matematikens tillämpning på de fysiska företeelserna förekommer oupphörligt förhållande, hvilket äfven der tilldelas olika namn, såsom *utvidgningskoefficient, brytningsexponent, egentligt värme* o. s. v. Man kan således med skäl säga, att det begrepp, som benämnes med ordet *förhållande,* är ett af matematikens viktigaste, hvarför det ej bör, såsom hitintills skett, helt och hållet försummas vid undervisningen i räkneläran, särdeles som betydelsen af de s. k. multiplikations- och divisionsuppgifterna i bråk ej kunna på något nöjaktigt sätt förklaras *utan* detta begrepp.

CIX.

Decimalbråk.

Sedan läran om de allmänna bråken blifvit grundligt inlärd, är läran om decimalbråken synnerligen lätt inhemtad. Till en början behandlas decimalbråken såsom enskilda fall af de allmänna. Nämnarna i talens sifferuttryck utskrifvas till en början, sedan utmärkas de genom det vanliga decimaltecknet. Sedan lärjungarna blifvit förtrogna med det nya beteckningssättet, behandlas läran om decimalbråken såsom en fortsättning och utveckling af läran om de hela talen. I afseende på val af uppgifter hänvisas L till afdelningarna XXXI—XXXVI i de af mig utgifna räkneöfningsexemplen för skolor, häftet 2 — Femte upplagan.

CX.

Läran om tals största jämna del och minsta mångfald samt om bråks liknämniggörande.

Se afdelningarna XXXVII och XXXVIII i ofvannämnda exempelsamling!

CXI.

Om talens benämning och sifferbeteckning, då grundtalet är något annat än tio.

Genom att använda andra tal än tio som grundtal för talens benämning och sifferbeteckning erhåller lärjungen en inblick i talläran och decimalsystemet, som ej kan ernås på annat sätt. Då meningen ej är att bibringa lärjungarna någon räknefärdighet, äro några få lektionstimmar fullt tillräckliga att bibringa dem den nödiga kunskapen i förevarande ämne.

Se afdelningen XXXIX i ofvannämnda samling!

Decimaltaflan kan användas vid inledningsöfningarna, då grundtalet tages mindre än *tio*. Är grundtalet *nio*, så täckas en lodrät rad af hål i hvarje afdelning med pappersrimsor, då de lodräta hålradernas antal i hvarje afdelning af taflan blir 8. På likartadt sätt förfares då grundtalet är 8,7, o. s. v. Stickornas antal i buntarna ordnas efter det grundtal, som väljes.