SKOLÖVERSTYRELSENS HANDLEDNINGAR

Basfärdigheter i matematik

SKOLÖVERSTYRELSEN 1973

Utbildningsförlaget

Förord

En arbetsgrupp inom SÖ har behandlat problemet med undervisning i matematik av lågpresterande. Gruppen har härvid arbetat fram anvisningar med förslag och exempel för basfärdigheter i ämnet. SÖ har bedömt att dessa anvisningar kan ge god vägledning vid planeringen av undervisningen och har därför beslutat utge materialet som en handledning för grundskolan.

SÖ avser att efter hand revidera och komplettera anvisningarna med hänsyn till erfarenheterna vid tillämpningen av dem. SÖ är därför angelägen om att sådana erfarenheter på lämpligt sätt och efter hand förmedlas till SÖ.

Stockholm den 1 november 1972

Skolöverstyrelsen

Arbetsgruppen, som tillsattes av SÖ i april 1971, har bestått av rektor Sven Green, tf professor Olof Magne (ordf), speciallärare Sven Martinsson, fortbildningskonsulent Ingvar Olsson och lektor Curt Öreberg; sedan den sistnämnde hade begärt entledigande ersattes han av lektor Wiggo Kilborn. Innehållsanalyserna på s 14—37 har granskats av två av SÖ utsedda referensgrupper som bestod av speciallärare samt fortbildningskonsulenterna i matematik.

Produktion • 1973 Svenska Utbildningsförlaget Liber AB, Stockholm

Tryck • Esselte Herzogs AB
Nacka 1974

ISBN 91-47-00687-0 3 4 5 6 7 8 9 10

Innehåll

Del 1 Mål, medel och metoder 3

Matematikreformen 4

Innehållsanalyserna 5

Diagnostisering 38

Planering 42

Organisation och individualisering 46

Sammanfattande allmänna synpunkter på metodiken 49

Del 2 Metodik och organisation — några exempel 51

Tal 52

Positionssystem och algoritmer 58

Geometri 69

Praktiska uppgifter 79

DEL 1 Mål, medel och metoder

Matematikreformen 4

Innehållsanalyserna 5

Förutsättningar 5
Viktiga områden för inlärningen 5
Matematikundervisningen och de lågpresterande 6
Lärostoffet 6 • Individuella inlärningsmål 6 • Svårighetsstegringar hos lärostoffet 7 • Vilka nivåer uppnås av lågpresterande? 8
Matematikinlärningen hos lågpresterande 8
Vad är målnivå? 9
Risken för överkrav 10
De lågpresterande eleverna i matematik 11
Vilka elever kan betraktas som lågpresterande? 11
Stoffbegränsningen 12
Vad kan en hjälpklasselev klara? 13
Användning av innehållsanalyserna 13
Läromedel 13
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande i åk 3 i grundskolan 14
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande i åk 6 i grundskolan 19
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande i åk 9 i grundskolan 26

Diagnostisering 38

Vinsterna av diagnostisering 38
Lärarens eget diagnosprov 38 • Vad innebär det att diagnostisera? 39
När företas diagnostisering? 41
Hur kan kunskapsdiagnostisering ske? 41
Orsaker till svårigheter 42

Planering 42

Levnadsålder och prestationsålder 42 • En alternativ syn på planeringen 44 • Planering inom ett moment 44 • Planering på längre sikt 44 • Planering av färdighetsträning 45

Organisation och individualisering 46

Flexibel gruppindelning 46 • Arbete i egen takt 47 • Individualisering 47 • Elevattityder och föräldraattityder 48

Sammanfattande allmänna synpunkter på metodiken 49

Matematikreformen

Man möter ofta frågor av det här slaget: Varför ändrades matematikkursen? Vilken praktisk nytta kan man ha av mängdlära? Har vi tid att leka med laborativt material på matematiklektionerna? Är inte den "nya matematiken" mest lämpad för blivande matematiker? Behövs inte multiplikationstabellen längre?

Låt oss försöka skärskåda dessa och liknande frågeställningar. Den främsta orsaken till förändringen av matematikkursen var givetvis, att man tyckte att resultatet av matematikundervisningen inte motsvarade de krav som elever, avnämare och samhället i övrigt kunde ställa på den. I ett föränderligt samhälle ändras också behovet av kunskaper och färdigheter i matematik. Inom många områden utnyttjas t ex statistiska begrepp och metoder för information och för att ge underlag för prognoser och beslutsfattande. I matematiksupplementet rekommenderas insamling och enkel bearbetning av statistiskt material redan på lågstadiet. Modern marknadsföring, projektering och planering utnyttjar sannolikhetsläran, som nu införts på högstadiet. Användning av räknemaskiner liksom orientering om datorer är andra nya moment. Geometriundervisningen har förändrats och börjar redan på lågstadiet o s v. Men det är ändå inte dessa förändringar av stoffet som vållat frågor och debatt. För många betyder förändringen av matematiken främst införandet av mängdlära. Det är dock att lägga märke till att mängdlära inte står upptaget bland matematikens mål och huvudmoment och att man lugnt kan påstå att vi inte läser mängdlära i egentlig mening i dagens grundskola. Vi utnyttjar bara mängdlärans språk och symboler för att få ett bättre matematiskt språk.

Om man accepterar tanken att en inlärning grundad på förståelse ger större behållning än en mekanisk inlärning, har man accepterat att matematikundervisningen bör syfta till förståelse av begrepp och operationer. För att skapa förståelse behövs en annan metodik i undervisningen än vi hade tidigare. Ett hjälpmedel som man behöver för att kunna framställa stoffet enkelt och överskådligt är bl a ett lätthanterligt, entydigt och distinkt språk. Man har ansett att begrepp och symboler från mängdläran kan utgöra detta kommunikationsmedel. Vi utnyttjar alltså termer och begrepp från mängdläran av metodiska skäl och inte för att införa ett nytt stoff. Den praktiska nyttan av mängdläran skulle alltså kunna sägas vara, att mängdlärans språk är ett hjälpmedel för att skapa matematisk förståelse med vars hjälp man sedan kan lösa problem av praktisk eller teoretisk natur.

Som ett medel att underlätta elevernas begreppsbildning framhålls i Lgr 69 och matematiksupplementet användningen av konkret arbetsmaterial. Det påpekas att många elever behöver arbeta länge med laborativt material för att abstraktionsprocessen skall underlättas. Om man låter eleverna lämna det konkreta materialet alltför tidigt, kan man skapa problem för dem i fortsättningen. Det krävs givetvis att det laborativa arbetet bedrivs på ett metodiskt riktigt sätt och att det finns tillgång till passande material för eleven. Det är nämligen eleverna som ska laborera och inte bara bli föremål för åskådningsundervisning genom läraren. Lika litet som mängdlärans symbolspråk får bli ett självändamål, lika litet får arbetet med laborativa hjälpmedel bli det. Det är viktigt att man vid arbete med konkret material använder sådana metoder att förståelse skapas för de abstrakta processer som åskådliggörs och en successiv övergång kan ske till räkning med papper och penna.

Det finns många elever även på högstadiet, som behöver arbeta laborativt i matematik. Det besvärliga i dagens situation är att de material, som finns på marknaden, huvudsakligen har prövats på låg- och mellanstadiet, medan man saknar någon större erfarenhet av dem på högstadiet. Likaväl som man vid övning av matematiskt sett samma stoff behöver anpassa problemsituationerna till elevens intressesfär, behöver säkerligen övningar med material ges en för åldersstadiet passande utformning.

Det torde framgå att syftet med förändringarna i matematikkursen är att göra matematiken mer lättillgänglig för alla elever oavsett deras prestationsförmåga. Det framhålls i läroplanen att inlärningstakten och den verbala framställningen måste anpassas till elevernas individuella förutsättningar. Om kraven upplevs som alltför höga av eleven kan ängslan och olust skapas inför ämnet.

En grundtanke inför reformen var att alla elever skulle möta samtliga huvudmoment men i varierande utformning och omfattning. De **innehållsanalyser av baskurser** för lågpresterande elever, som presenteras längre fram får **inte** uppfattas som **en beskrivning av kursinnehållet** utan som ett **förslag till mål** för undervisningen av dessa elever. Genom att kraven begränsas till grundläggande kunskaper och färdigheter inom centrala moment kan andra moment behandlas mer översiktligt och mera tid ägnas åt inlärningen av baskursen.

Återstår frågan om den numeriska räknefärdigheten. Av någon anledning finns en rätt utbredd uppfattning att räknefärdighet inte längre skall eftersträvas. Av **läroplanen framgår emellertid klart** att matematikundervisningen bl a skall resultera i **att eleverna uppnår god färdighet vid numerisk räkning,** vilken innefattar användning av dels elementära aritmetiska räknemetoder (huvudräkning, algoritmräkning), dels tabeller, räknesticka och räknemaskin. En god färdighet i överslagsräkning **och arbete med** multiplikationstabellen **är en förutsättning** för arbete med t ex räknesticka.

Innehållsanalyserna

Förutsättningar

De innehållsanalyser för årskurserna 3, 6 och 9 som arbetsgruppen utarbetat, återfinns på s 14—37. Inledningsvis redovisas förutsättningarna. Därefter presenteras den undervisningsteknologiska bakgrunden och metodiken. Vidare behandlas några frågor om målanalyser för de 15 % lägst presterande eleverna och synpunkter ges på hur lärarna i klassen eller specialläraren kan använda innehållsanalyserna.

Läroplanen för grundskolan (Lgr 69) är f n inte så utformad att bestämda kursfordringar finns. Enligt Lgr 69 är det snarare varje elevs egna förutsättningar som utgör grundvalen för vad han bör lära sig. Det går inte att beteckna någon del av huvudmomenten som grundkurs eller minimikurs. Beteckningen **krav** bör ses som en beskrivande term som endast mycket allmänt anger vad man väntar sig att en elev i grundskolan är i stånd att prestera.

Innehållsanalyserna är utformade som en förteckning över delmål — "huvudsakliga syften" — för inlärningen. Dessa har så konkret som möjligt formulerats i beteendetermer och har vid behov närmare belysts genom exempel.

Sammanfattningsvis kan innehållsanalyserna för årskurserna 3, 6 och 9 betecknas som **basfärdigheter** för individanpassad inlärning. Basfärdigheterna bör övas vid den vanliga undervisningen, vare sig denna är uppdelad i alternativkurser eller inte. Innehållsanalyserna beskriver alltså inte en alternativkurs utan ger exempel på basfärdigheter som måste särskilt uppmärksammas i matematikundervisningen och som bör prioriteras för en lågpresterande elev.

Viktiga områden för inlärningen

Efter insatser av forskare som amerikanen Bloom och hans medarbetare har man något godtyckligt avgränsat sig till tre målområden ("domäner"), då man har formulerat och analyserat pedagogiska mål, nämligen

1. det kognitiva området — beteenden knutna till kunskaper och tankeförmåga;
2. det affektiva området — beteenden förknippade med känslolivet;
3. det psykomotoriska området — beteenden avseende fysisk aktivitet.

Det är självklart att de kognitiva och affektiva områdena är betydelsefulla i samband med det matematiska lärandet. De psykomotoriska aktiviteterna i grundskolans matematik, d v s skickligheten att forma siffror, symboler o d, vållar i regel inga större problem (obs dock s 6, 52!). Sådana färdigheter har kanske inget direkt samband med matematiska prestationer. Men indirekt spelar psykomotoriken en roll i den meningen att eleverna ofta behöver klä sina tankar i konkret form och utföra motoriska handlingar för att lösa problem. Så finns det förstadier till de matematiska operationerna, t ex på kvantitetsområdet, där barn löser problem genom att plocka med föremål. Sådana övningar är vanligen avklarade på förskolstadiet men den målgrupp som det här är fråga om behöver ofta fortsatta konkreta erfarenheter. Lågpresterande elever kan ju ofta jämföras med yngre elever i prestationshänseende. De bör därför syssla med konkreta läromedel, särskilt laborationer, längre än genomsnittseleven.

Matematikundervisningen och de lågpresterande

Lärostoffet

Det är typiskt för den moderna inriktningen hos skolmatematiken att den bygger på ett litet antal centrala begrepp som återkommer i de flesta länders läroplaner. Dessa centrala begrepp tjänar till att ge sammanhang åt ämnesstoffet på olika stadier och nivåer. Läroplanssupplementets förteckning är ett uttryck för denna inriktning. Så önskar man att de flesta elever ska lära sig eller få en orientering om följande grundidéer:

Mängder
Tal och räknesätt
Geometri
Mätningar
Statistik och sannolikhet
Funktioner och grafer (diagram)
Logiska principer
Matematisk tillämpning
Problemlösning
Terminologi och symboler

Alla elever bör ges en rimlig möjlighet att efter förmåga förkovra sig inom läroplanens samtliga huvudmoment. Inte desto mindre behöver de lågpresterande eleverna få hjälp med att begränsa sina studiemål till för dem särskilt viktiga begrepp, kunskapsfakta och räknemetoder. Deras långsamma utveckling medför att de behöver längre tid för att lära sig basfärdigheterna.

Individuella inlärningsmål

Alla elever kan inte nå lika långt, förstå lika mycket och arbeta lika snabbt. Därför ska man sträva efter att i undervisningen tillgodose individernas olika studieförmåga, intressen och sociala utveckling. Synpunkter som de följande ger bl a motiveringar för speciella inlärningsprogram för de lågpresterande eleverna.

1. **Förståelse** (eller insikt) utvecklas sällan eller aldrig på en allt-eller-intet-bas för en så komplex inlärning som matematik. Elevernas förståelse ökar under hela deras skoltid, om inlärningen är systematisk.
2. **Färdigheten** att använda symbolspråket skiljer sig starkt mellan elever i samma årskurs. Många elever arbetar vanemässigt med exempelvis algoritmer, samtidigt som andra behöver konkreta hjälpmedel för att klara samma uträkning. Eleverna bör därför tillåtas lösa samma uppgift med metoder som innebär olika grad av konkretion.
3. **Erfarenheterna** av arbete med abstrakta begrepp och samband skiljer sig på grund av olika påverkan under uppväxten. Det förefaller därför vara viktigt att ge eleverna tillämpningsuppgifter som utgår från deras egna erfarenheter.
4. **Intressena** kan skifta avsevärt, så att vissa elever med god studieförmåga väljer att inte fördjupa sig i matematik mer än i ganska ringa omfattning.
5. **Attityderna** och känsloupplevelserna utvecklas i viss utsträckning genom arbetet med ämnet. Undervisningens innehåll och form kan då inverka dels på intresset för och inställningen till matematiken, dels på upplevelser och beteenden inom ett vidare, medborgerligt sammanhang. Det är viktigt att utbilda positiva attityder till matematiken och studier över huvud.

6. **Metodik, material och behandling** i övrigt bör väljas så att man anpassar inlärningen efter elevernas ålder, intressen och erfarenheter. För lågstadieeleven passar exempelvis en lekbetonad metodik, för högstadieeleven måste undervisningen närma sig vuxenmetodik.

Svårighetsstegringen hos lärostoffet

I modern pedagogisk forskning har stort intresse ägnats åt systematiserade beskrivningar av inlärningsprocessen, s k taxonomier. De mest kända har utförts av Bloom. I sin taxonomi av det kognitiva området försöker han beskriva kunskapsmålen i ett godtyckligt ämne. Dessa är ordnade i en följd från låg till hög abstraktionsnivå på detta sätt: 1) faktakunskap, 2) begripande, 3) tillämpning, 4) analys, 5) syntes samt 6) värdering.

Taxonomins roll för undervisningen i matematik har bl a behandlats av amerikanen J F Weaver[1]. Från honom är tabell 1 hämtad. Den sammanfattar de huvudkategorier som har använts i tre taxonomier, vilka med utgångspunkt i Blooms system har tillämpats på matematik.

Kanadensarna Avital och Shettleworth använde sig av tre nivåer som motsvarade Blooms sex kategorier. De ansåg att den värderande kategorin inte kunde återfinnas i matematiken annat än som inbyggd i det matematiska beviset och att den alltså tillhörde kategorierna analys och syntes hos Bloom. Amerikanerna Romberg och Wilson[2] använde sig av sju nivåer medan Epstein[3] beskrev sex kategorier som dock inte helt sammanfaller med Blooms.

En allmän taxonomi som de nu nämnda följs sedan upp med detaljanalyser av lärokursens innehåll. Det är troligen omöjligt att göra en fullständig översikt som anger samtliga avsnitt i en matematikkurs i svårighetsordning. Inom moment och i någon mån inom samlingar av moment har man försökt göra

[1] Mathematics Education (69th Yearbook of the National Society for the Study of Education), Chicago 1970, del 1, s 335—336.

[2] De har arbetat med utvärdering i samband med den fleråriga National Longitudinal Study of Mathematical Abilities (NLSMA) i USA.

[3] Han arbetar hos Test Development Division i firman Educational Testing Service (ETS) i USA.

Tabell 1. **Nivåer av kunskaps- och tankeförmåga**, av betydelse för skolmatematiken. En jämförelse mellan fyra taxonomier.

Avital—Shettleworth	Bloom	Romberg-Wilson (NLSMA)	Epstein (ETS)
1. Igenkänning Aktivt minne	1. Faktakunskaper	1. Kunnande 2. Manipulerande med händerna	1. Komma ihåg faktakunskaper 2. Utföra matematiska konkreta uppgifter
2. Tänkande med anlitande av algoritmer Generaliserande	2. Begripande	3. Översättande	3. Lösa rutinproblem 4. Demonstrera förståelse av matematiska föreställningar och begrepp
	3. Tillämpning	4. Tillämpning	5. Lösa ej rutinbetonade problem som kräver insikt eller uppfinningsförmåga
3. Sökande efter nya lösningar	4. Analys	5. Analys	
	5. Syntes	6. Syntes	6. Använda "högre" tankeprocesser i matematik
	6. Värdering	7. Värdering	

sådana översikter (inom t ex NLSMA). Det är emellertid i sådana fall fullt möjligt att göra andra rangordningar.

En av Epsteins försöksmodeller får illustrera hur några moment har brutits upp i detaljanalyser. Hans översikt gjordes för en tänkt planering av ett prov vid slutet av Grade V i den amerikanska grundskolan (eleverna 11 år).

Denna metod är givetvis inte bara användbar vid provkonstruktion. Den kan i lika hög grad utnyttjas i praktiskt läroplansarbete. Det är viktigt att man översätter läroplanens nödvändigtvis allmänt hållna formuleringar till uttryckssätt som direkt motsvaras av iakttagbara beteenden och attityder. Förteckningar över sådana "översättningar" bör om möjligt omfatta även personlighetsdrag som inte tillhör det kognitiva området. Detta område är emellertid inte bara det lättast mätbara, utan också det viktigaste.

Genom att på detta eller liknande sätt göra en rangordnad tabell över elevers studiemål och sedan följa upp deras prestationer med diagnostisering, kan läraren säkrare bedöma hur långt den enskilde eleven efter en viss inlärningsperiod har hunnit på väg mot de uppställda målen. Självfallet får man inte isolera svårighetsgraden från den metod och det material man använder. Genom att öka åskådligheten och livsnärheten ökar man rimligtvis inlärningseffekten.

Ofta är det omöjligt att från allmänna utgångspunkter utarbeta lärokurser som passar alla elever. Behovet av matematikkunskaper för en elev som har beslutat sig för att studera matematik på universitet skiljer sig från vad den som saknar motivation och studiemål tycker sig behöva.

Vilka nivåer uppnås av lågpresterande?

Vi vet inte vilka speciella behov av matematikkunskaper som de lågpresterande upplever att de har. Vi vet inte heller på vad sätt samhällets förväntningar på prestationerna för elever med låg studieförmåga kan skilja sig från vad som förväntas av övriga elever. Ändå kan vi utgå från att vad eleverna framför allt anser sig behöva och samhället främst förväntar sig i stort sett sammanfaller: det är de **praktiska tillämpningarna** som eftersträvas. Därför måste **färdigheterna** i första hand uppmärksammas. Av de kategorier som anges i tabell 1 skulle då följande komma i fråga för de **lågpresterande eleverna:**

Avital—Shettleworth — kategorierna 1—2;

Romberg—Wilson — kategorierna 1—4;

Epstein — kategorierna 1—3.

Matematikinlärningen hos lågpresterande

I sex—sjuårsåldern förändras barnets tänkande enligt den schweiziske forskaren Piaget. Barnet klarar därefter viss problemlösning av samma slag som den vuxne. Barnet behöver dock arbeta konkret med problemen i motsats till den vuxne som klarar abstrakta tankeoperationer. Denna förändring i sättet att tänka har ett visst intresse för uppläggningen av undervisningen på grundskolans lågsta-

Tabell 2. Tvådimensionell fördelning av uppgifter i ett tänkt prov i matematik vid slutet av Grade V (enligt Epstein)

Innehållsdimensionen	Färdighetsdimensionen			
	Räknefärdighet	Rutinproblem	Ej rutinproblem	Summa
Naturliga tal: Multiplikation	2*)	3	1	6
Division	4	4	1	9
Bråk	6	3	2	11
Tal i decimalform	4	3	1	8
Mätningar	0	4	2	6
Summa	16	17	7	40

*) De angivna talen hänför sig till antalet uppgifter av varje slag som tänktes ingå i provet.

dium, eftersom inte alla elever har passerat denna övergång, när de börjar skolan. I tolvårsåldern sker en för skolan ännu viktigare strukturförändring i tankeverksamheten hos genomsnittseleven. Konkretionens roll minskar, samtidigt som den formellt logiska förmågan ökar. Konkretionen infogas i det logiska tänkandet. Tänkandet påminner därefter om enkla fall av hypotesprövning.

Piagets uppfattning om tänkandets utveckling har påverkat undervisningen. Kunskaperna hos elever med inlärningssvårigheter kan i ett eller flera hänseenden jämföras med kunskaperna hos genomsnittseleven i en lägre årskurs. Enligt Piagets teori skulle dessa lågpresterande elever stå kvar på det konkreta tänkandets nivå längre än flertalet elever. Kunskapsförmedlingen bör därför gå långsammare.

Man delar upp stoffet i små avsnitt. Repetition är nödvändig. Vanligen är de lågpresterande elevernas kunskapsförvärv instabila — de försvinner lätt om de inte ständigt underhålls. Särskilt för skolomogna barn, barn i specialklass eller barn som är i behov av samordnad specialundervisning är det konkreta arbetet av största betydelse för barnets utveckling. Barnets erfarenheter av laborativt arbete i förskolan är naturligtvis också viktiga.

Kontentan av detta är att man bör ställa tre huvudkrav på arbete med lågpresterande i matematik:

- lärostoffet måste sovras;
- arbetet måste gå långsamt framåt (jfr Lgr 69, s 77);
- inlärningen måste ständigt konkretiseras.

Piaget har mer generellt studerat den typ av tänkande som motsvaras av elevernas förmåga att förstå och logiskt tolka upplevda händelser. Det går därför inte att direkt översätta hans teori om tänkandets utveckling till matematikinlärningen, eftersom det endast delvis rör sig om gemensamma tankeprestationer. Matematiken innehåller ju endast delvis självupplevt stoff. Piagets forskning är emellertid den enda grund som vi för närvarande har för matematikundervisningens metodik.

Den pedagogiska satsen att det går att påverka elever med inlärningssvårigheter innebär bl a att med en viss metodik kan varje ämnes huvudmoment i någon utsträckning läras av vem som helst under grundskolåren. Med hänsyn till individernas och samhällets behov bör elever med inlärningssvårigheter ges samma möjligheter att tillägna sig kursmomenten. Eleverna väljer tillsammans med sina föräldrar sin studieplan, alternativkurs eller tilläggskurs. Det är lärarens uppgift att lämna information till grund för valet. Men den valda kursens kunskaps- och färdighetsnivå bör också avgöras av andra faktorer än intresset. Elever med inlärningssvårigheter bör därför också erbjudas en baskurs för att hindra att de ställs inför kognitiva överkrav.

De elever som har stora inlärningssvårigheter bör få en mera lärar- och läromedelsintensiv undervisning än genomsnittseleven. För elever med lindrigare inlärningssvårigheter kan det vara tillräckligt att öka läromedelsinsatserna, t ex genom att använda SISU-material eller genom att öka graden av konkretion. Genom tillfälliga indelningar i grupper kan man dessutom även i den vanliga klassen öka lärarinsatserna för de lågpresterande (se kapitlet Organisation och individualisering).

Vad är målnivå?

Att planmässigt lära något innebär att man förändrar sitt beteende (når ett mål) efter arbete enligt vissa förutbestämda **kriterier.** Man förutbestämmer bl a inlärningsmaterialet, inlärningstiden, inlärningsmetoden samt behållningens grad, sättet att mäta behållningen och tidpunkten för denna mätning. Låt oss illustrera detta med ett par exempel.

Exempel 1. Vi önskar undersöka kunskaperna för var och en av eleverna i en klass 3, sedan de under tre lektioner har räknat sådana multiplikationsuppgifter som 2·12, 2·42, 2·143, 3·23, 3·132 (multiplikation utan tiotalsövergång först utan, sedan med algoritm). Undervisningen har bedrivits så, att eleverna första lektionen fick en gemensam demonstration av räkning med tiobasmaterial på positionsplatta (se s 65), varefter eleverna parvis övade multiplikation med användning av detta hjälpmedel. Andra lektionen övades det algoritmiska skrivsättet tillsammans med tiobasmaterialet och positionsplattan. Tredje lektionen använde eleverna algoritmen utan konkret stöd. Emellertid kan under den tredje lektionen bara 20 av klassens 25 elever räkna utan hjälpmedlet. Av de övriga fem eleverna lyckas tre elever använda algoritmen riktigt, om de har tiobasmaterialet och positionsplattan. Två elever löser uppgifterna, när de får använda materialen, men kan inte klara algoritmformen.

Vi kan här tala om tre målnivåer efter graden av symbolkunskap, vilka ordnade från den mest konkreta till den mest symbolbestämda, är följande:

1. Lösning med hjälp av konkret material
2. Lösning med hjälp av konkret material, redovisad i algoritmform
3. Lösning med algoritm

Inlärningstiden var i detta fall i stort sett lika för alla eleverna.

Exempel 2. Vi kan i stället variera tiden och se hur länge eleverna behöver hålla på för att nå målnivå 3. Det skulle kanske visa sig att flertalet elever når denna målnivå under lektion 3, andra under lektion 5 och vissa elever inte förrän efter 15 lektioner samt att det finns en elev som inte når den i årskurs 3.

Med detta exempel vill vi demonstrera att det inte alltid går att i praktiken ställa kravet att alla elever skall lyckas komma fram till en bestämd målnivå. Eleverna behöver olika lång tid för att nå denna nivå. Vi bör acceptera att eleverna under sin inlärning arbetar på olika målnivåer jämsides. Det är genom flitigt arbete på den konkreta nivån som lågpresterande elever förbereder sig och blir färdiga att förstå lösningar på den abstrakta nivån.

För de flesta elever blir det rätt snart en ineffektiv och opraktisk metod att lösa multiplikationsuppgifter med konkreta hjälpmedel i stället för med algoritm. Metoden måste godtas, så länge som en elev inte förstår algoritmen. Men då eleven förstår algoritmen, bör han få gå vidare och lära sig den lösningsmetod som är typisk för nästa målnivå.

Det finns otvivelaktigt många liknande exempel på omständliga och från vanlig effektivitetssynpunkt olämpliga lösningsmetoder, vilka trots allt är nödvändiga att låta lågpresterande elever använda, så länge de är de enda framgångsrika metoderna för dem. Vi kan nämna följande förfaringssätt:

att räkna på fingrarna (man villar lätt bort sig och hamnar i fel tiotal),

att sätta ut minnessiffror i additionsalgoritmen vid räkning av ett litet antal termer (räkningen går då långsamt),

att markera lån i subtraktionsalgoritmen (räkningen går långsamt),

att använda lathund för multiplikationstabellen (överslagsräkning o d går långsamt),

att använda lånesiffror i divisionsalgoritmen (överblicken förloras).

Givetvis bör eleverna inrikta sig på de abstraktare, generellare eller mera automatiserade målnivåerna, eftersom både snabbheten och säkerheten ökas därigenom. Men det är oftast oriktigt att forcera de lågpresterande eleverna eller att tvinga dem att arbeta på en målnivå som de inte är mogna för. Det är bättre att låta dem dröja på en lägre målnivå så länge som deras prestationer motiverar detta. Eleven övergår i allmänhet till nästa målnivå när prestationerna fungerar väl.

Risken för överkrav

Naturligtvis finns det ett samband mellan en elevs prestationer och hans upplevelser. Uppgifternas svårighetsgrad skall stå i rimlig proportion till elevens förmåga. Inom gränsskiktet mellan för svåra och för lätta uppgifter trivs eleven bäst. Hamnar han nedanför gränsskiktet, blir framgångarna alltför lättköpta, och ovanför det råkar han bara ut för motgångar. Det är självkänslan hos eleven som påverkas. Skall man stimulera eleven till goda prestationer och ett effektivt inlärande, bör uppgifterna väljas så att eleven upplever dem som problem. De bör tillhöra det prestationsområde där eleven förmodar att han har framgång men inte är helt fri från risken att göra fel. Detta är ett förhållande som inte minst bör uppmärksammas för lågpresterande elever (se kapitlet Diagnostisering).

Hur går det för en elev som ständigt misslyckas i skolan? Det rör sig om en lång period i hans liv, inte mindre än nio år. Det är mycket som tyder på att han gradvis påverkas av de motgångar som ofta medför besvikelser. Lärokursen kan vara för svår, läromedlet kan vara för krävande, men det finns också andra ting som inverkar: dålig kamratkontakt, en arbetsmiljö som inte accepteras, otillräcklig handledning, tryck från hemmet, läraren och kamraterna. Om eleven inte klarar lärokursen i matematik, skapas en risk för att han känner vanmakt inför de alltför höga krav som kursen och läraren ställer på honom. Nya misslyckanden läggs till gamla. Olika symtom kan följa härav: avoghet mot ämnet, allmän skolleda, ängslighet, aggressivitet och hämning. För den känslomässiga anpassningen är det viktigt att den lågpresterande inte utsätts för orealistiska överkrav.

Om skolan däremot låter eleven uppleva framgångar, kan han utveckla en god anpassning, även om framgångarna i realiteten är blygsamma. Elevens psykiska balans torde kunna förbättras om man minskar kurskraven till en nivå som motsvarar prestationsförmågan. Den enklaste metoden att nå detta är att sovra, så att vissa mål inom ämnet får utgå för denna elev. På så sätt får eleven den tid som behövs för att nå de viktigaste av de uppsatta målen.

De lågpresterande i matematik

Under de senaste åren har undervisningen för de lågpresterande eleverna diskuterats på många håll. Tre behandlingsriktningar kan urskiljas:

1. Behandling av specifika inlärningssvårigheter. Denna har bl a resulterat i en försöksverksamhet i svenska skolor.
2. Tillrättalagd undervisning för elever med inlärningssvårigheter som är orsakade av torftig miljö. Intressanta forskningar om denna grupp har främst utförts i Israel och USA.
3. Behandling av elever med allmänt låga studieprestationer i matematik. Denna har bl a uppmärksammats av det amerikanska projektet SMSG[1]. Föreliggande projekt tillhör också denna behandlingsriktning.

Det har inte minst i den amerikanska diskussionen betonats att de lågpresterande elevernas matematikkunskaper och attityd till matematik måste utvecklas till nivåer där de gör eleverna till funktionsdugliga samhällsmedborgare. För att så ska ske, måste man beakta dels dessa elevers studieförutsättningar, dels deras allmänna behov av att få en personlighetsutveckling som fogar in dem i samhällets normala rollsystem.

[1]) SMSG är en amerikansk arbetsgrupp med uppgift att modernisera matematikundervisningen.

[2]) Magne, O. Matematiksvårigheter (Pedagogiska skrifter 241). Örebro 1967

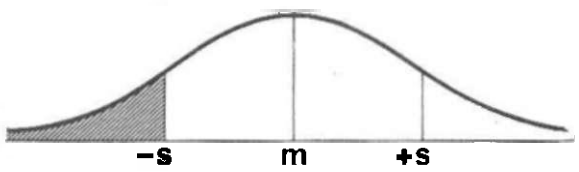
Vilka elever kan betraktas som lågpresterande?

Andelen lågpresterande elever bedöms olika stor i olika länder. Givetvis finns det ingen metod att objektivt fastställa en klar gräns mellan lågpresterande och övriga elever. I USA har man i vissa fall bedömt en tredjedel eller mer av alla elever som lågpresterande. I Sverige har elevgruppen traditionellt tänkts omfatta c 5 %. SÖ har ansett det vara orealistiskt att begränsa användningen av en handledning till den lilla minoritet av elever som kan ha rätt till specialundervisning.

I stället har SÖ beslutat sig för att avgränsa målgruppen "lågpresterande i matematik" till att omfatta de 15 % lägst presterande. Denna andel har valts dels med hänsyn till att en frekvensundersökning vid mitten av 1950-talet fann ungefär detta procenttal i den obligatoriska skolan (Magne 1967)[2], dels därför att det nära överensstämmer med den del av en normalfördelad population som befinner sig minst en standardspridningsenhet under medelvärdet.

15 % motsvarar 15 000—20 000 elever i en årskurs och omfattar alltså en stor grupp. I denna innefattas såväl eleverna i specialundervisning som elever utanför denna. På lågstadiet och mellanstadiet rör det sig om samtliga elever med 1 och omkring hälften av eleverna med 2 i matematikbetyg. På högstadiet är det närmast eleverna i allmän kurs som blir berörda, men man kan inte utesluta att också elever i särskild kurs kommer i fråga. Om man förutsätter att c 40 % valt allmän kurs, innebär detta att samtliga elever med betygen 1 och 2 samt c en fjärdedel av eleverna med betyget 3 betecknas som lågpresterande. Det är i första hand denna grupp som detta arbete avser att hjälpa. Av dessa kommer c hälften att få nöja sig med undervisningsåtgärder i den egna klassen, men lärostoff, läromedel och metoder måste anpassas för dem. För den återstående hälften av de lågpresterande i matematik kommer specialundervisning i fråga. Denna kan ges i specialklass eller i form av samordnad specialundervisning i anslutning till klassens vanliga verksamhet. Med hjälp av normalkurvan kan de lågpresterande 15 % av årskursen representeras som på figuren nedan. Det framgår av figuren att vissa elever i denna grupp är mycket svaga och att andra bara obetydligt skiljer sig från elever vilka inte enligt definitionen betecknas som lågpresteran-

de. Skillnaderna mellan duktigare och svagare elever inom lågprestationsgruppen är stora.



Det streckade området på figuren anger den del av populationen som ligger under eller på —1 standardspridningsenhet.

Innehållsanalyserna är inriktade på kunskaperna hos de elever vilka befinner sig vid den övre gränsen av det streckade området. För svagare elever bör man alltså företa ännu kraftigare begränsningar än vad innehållsanalyserna visar. Eftersom analyserna bara är utförda för årskurserna 3, 6 och 9, är det dessutom nödvändigt att för övriga årskurser göra ett urval som är anpassat för dessa.

Stoffbegränsningen

Det har framgått av det föregående att de lågpresterande eleverna helst bör arbeta med det moderna lärostoff som förekommer i Lgr 69. Kunskaper och färdigheter bör enligt arbetsgruppen i första hand förvärvas inom sådana moment som får anses vara betydelsefulla för individen i hem, arbetsliv och samhälle. De lågpresterande bör få en ännu mera konkret undervisning än de genomsnittligt presterande eleverna. I den utarbetade baskursen finns täckning för huvudmomenten.

Betraktar vi slutkunskaperna i årskurs 9 finns följande rubriker i Innehållsanalysen:

1. Naturliga tal
2. Hela tal
3. Mätningar
4. Geometri
5. Rationella tal
6. Räknemaskiner, tabeller, räknestickan
7. Statistik och sannolikhet
8. Funktionslära

Uppgifter ur det första av dessa momentområden bör presenteras i konkreta sammanhang. Eleverna använder inga andra baser än 10. De största tal som nämns är sjusiffriga. I addition och subtraktion prioriteras tal som är mindre än 10 000. I multiplikation föreslås den mindre faktorn vara högst tvåsiffrig. Division utförs med ensiffrig nämnare och med tvåsiffrig nämnare bara om nämnaren är en multipel av 10. Additions- och multiplikationstabellerna övas grundligt, medan eleverna föreslås få en begränsad färdighet i t ex terminologi och räkning med 10-potenser.

Negativa tal begränsas till praktiska situationer som t ex avläsning av termometer.

Inom momentområdet mätningar läggs huvudvikten vid att praktiskt bestämma avstånd, area, volym, massa, tid och temperatur. Mynt behandlas ingående. Enhetsbyten sker i praktiska situationer. Enheter för längdmätning kan betraktas som viktigast vid sidan om enheterna kronor och öre.

Geometri ansluts till mätningar. Eleverna bör bl a genom mätningar, ritning och iakttagelseövningar lära sig att känna igen några grundläggande begrepp som punkt, punktmängd och ett antal figurer. De övar sig att avläsa koordinater på tallinjen och i koordinatsystemet. Några exempel på avbildningar bör eleverna bekanta sig med genom att kopiera, forma eller på annat sätt efterbilda. Förstoring och förminskning bör eleverna göra i samband med att de använder arbetsritningar och kartor.

Rationella tal begränsas i stort sett till tal skrivna i decimalform och procent. De tal i bråkform som eleverna föreslås känna till har nämnarna 2, 3, 4, 5, 10 och 100. Räkning med decimaltal begränsas i addition och subtraktion till termer med fyra siffror. Multiplikation utförs med faktorer med högst två decimaler. Eleverna bör i första hand öva division med tal i decimalform där divisionen går upp. Därvid används främst ensiffrig nämnare. Om eleverna träffar på tal i bråkform eller blandad form överförs bråken i decimalform, innan beräkningarna utförs. Detta kan innebära en svår begränsning, eftersom bråken kan motsvaras av decimaltal med ett oändligt antal decimaler. Förmodligen blir det alltmera sällsynt med tal i bråkform i verkliga situationer, varför begränsningen på denna punkt förefaller praktisk. Procenträkning innefattar enkla fall, t ex där procenttalet och det hela är givet.

Eleverna bör lära sig att använda räknemaskin och att utnyttja enkla tabeller. Räknestickan förekommer däremot bara som ett orienterande moment.

Eleverna bör få tillfälle att samla in statistiska material av enkelt slag och att sammanställa dem i tabeller och diagram. De bör också få öva sig att avläsa sådana tabeller och diagram samt lära sig att beräkna medelvärde och bestämma median. Slutligen bör eleverna genom enkla försök få en orientering om sannolikheter.

Funktionslära kan också komma med som en orientering, t ex tolkning av enkla diagram och tabeller.

Vad kan en hjälpklasselev klara?

Innehållsanalysernas basfärdigheter är för omfattande för de lägst presterande fem procenten i årskurs 9. De flesta eleverna i en hjälpklass 9 eller elever med motsvarande allmän prestationsförmåga kommer inte att nå de mål som är uppställda som basfärdigheter. Innehållsanalyserna i tabellerna på s 14—37, kan tolkas så att av den lägst presterande gruppen (5 %) kan man endast kräva ett mycket begränsat minimum beträffande terminologi, namn på enheter, geometriska och statistiska begrepp.

På åtskilliga andra punkter kan de 5 % lägst presterande få svårigheter, t ex

Naturliga tal: Multiplikationstabellen, överslagsräkning, potenser.

Hela tal: Storleksordning mellan heltal.

Mätningar och geometri: Areaberäkningar samt volymberäkningar, vinkelmätning, mätning på arbetsritning.

Rationella tal: Att använda bråk även om de överförs i decimalform, avrundning, procenträkning.

Räknestickan.

Statistik och funktionslära: Även i enkla situationer kan svårigheter uppstå.

Användning av innehållsanalyserna

Innehållsanalyserna är ett förslag till en förteckning över basfärdigheter för individualiserad matematikundervisning i grundskolan. En förhoppning är dels att analyserna ska stimulera till undervisningsförsök, dels att läromedel framställs, vilka följer de idéer som handledningen presenterar.

Innehållsanalyserna *kan* givetvis användas direkt i undervisningen, t ex för att välja en studieplan åt en elev som inte på ett godtagbart sätt följer den vanliga lärokursen. Med hjälp av en sådan studieplan, som görs upp av matematikläraren i klassen, av specialläraren, av båda dessa lärare eller av annan specialist, utarbetas ett behandlingsprogram, vilket bl a kan innebära att man stryker vissa avsnitt i elevernas böcker.

Läromedel

För närvarande saknas i stor utsträckning tryckta läromedel avpassade för lågpresterande elever. När läromedel utarbetas måste man ta hänsyn till lågpresterande elevers svårigheter att förstå och utföra komplicerade studieanvisningar — i såväl skriftlig som muntlig form. Det är nödvändigt att få fram ett läromedelssystem som ger även de lågpresterande eleverna utvecklande arbetsuppgifter. Hur ett sådant system ska utformas är en uppgift att lösa för läromedelsproducenter. Vissa generella krav kan emellertid framföras:

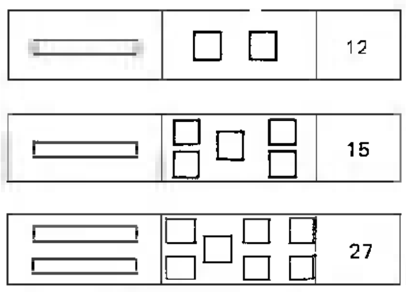
1. Materialet ska vara enkelt och lätthanterligt.
2. Materialet ska vara konstruerat på ett sådant sätt att läraren kan variera mellan traditionell "klassundervisning" och differentierad undervisning av mindre elevgrupper inom klassen.
3. Språket ska svara mot de lågpresterande elevernas läsförmåga.
4. Böckernas storlek och typografi bör vara lämpade för de lågpresterande.
5. Det är viktigt att de lågpresterande eleverna anvisas konkreta arbetssätt i anslutning till det tryckta läromedlet.

De av SÖ utsedda referensgrupperna har bedömt varje punkt utifrån dess angelägenhet att inläras och de 15 % lägst presterande elevernas förmåga att lära sig de uppgifter som avses. 0 betecknar lägsta angelägenhetsgrad resp lägsta inlärningsförmåga; 1 för förmåga innebär att knappt halva elevgruppen bedöms klara punkten.

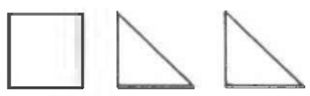
Referensgruppen för åk 3 och 6 bestod av 24 personer. Här har bara de 18 först inkomna svaren tagits med. Genomgående förstärks de här redovisade tendenserna av de resterande bedömningarna.

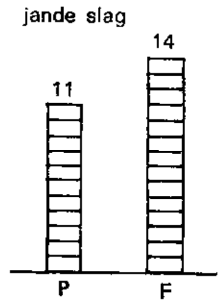
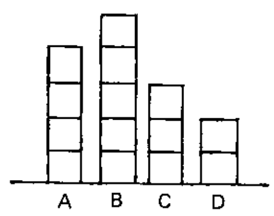
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande eleverna i åk 3 i grundskolan

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden					
			Angelägenhetsgraden			Elevgruppens förmåga att klara kravet		
			0	—1	—2	0	—1	—2
Naturliga tal								
Mängder och antal	1. Genom parbildning jämföra antal element i mängder	Ange fler än, färre än, lika många	1	0	17	0	0	18
	2. Bestämma antalet element i en mängd med överskådligt antal element	1. Hur många element är det i mängden 2. Ange antalet element i mängden med hjälp av talkort 3. Skriv det tal som svarar mot antalet element i mängden 	0	0	[illegible]	0	1	17
	3. Läsa namn på ett godtyckligt tal med högst tre siffror	Grundmängd: 0 — 999	0	1	17	0	6	12
	4. Med siffror skriva ett muntligt givet naturligt tal. (Högst tresiffriga tal)		0	1	17	0	5	13
	5. På tallinjen ordna naturliga tal t o m 30		0	1	17	0	4	14
	6. Ange tvåsiffriga naturliga tal i rätt ordning, särskilt vid tiotalsövergångar	1. Vilka tre tal kommer närmast före 31 2. Vilka tre tal kommer närmast efter 18 3. Räkna upp talen 90—77	0	1	17	0	8	10
	7. Storleksordna naturliga tal inom talområdet 0—100	Vilket tal är störst, 35 eller 53	0	0	18	0	3	15
	8. Använda ordningstalens namn 1—31	Ange datum	0	1	17	0	7	11
	9. Känna till innebörden av tecknen större än >, mindre än <, lika med =	Sätt rätt tecken mellan talen 3 7 Välj bland >, < och =	0	3	15	1	4	12
Positionssystemet	10. Med hjälp av konkreta material åskådliggöra innebörden av tiosystemet	a) Lägg talet 296 med konkret material b) Vad står 9 för i talet 296 c) Subtrahera 296 med 6	0	3	14	1	6	11
	11. Ange vilken siffra som betecknar en-, tio- resp hundratal	Talet 296	0	1	17	1	6	11
	12. Skriva tal i utvecklad form (Högst tresiffriga tal)	371 = 300 + 70 + 1	0	2	16	1	8	9

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av					
			Angelägenhetsgraden			Elevgruppens förmåga att klara kravet		
			0	—1	—2	0	—1	—2
Addition och subtraktion	13. Åskådliggöra addition och subtraktion med laborativt material		0	3	15	0	6	12
	14. Känna till innebörden av orden summa, differens, plus, minus, addera, subtrahera, addition och subtraktion	Vad är summan av 3 och 5	0	3	15	2	9	7
	15. Använda den kommutativa lagen för addition	$4 + 5 = 5 +$	0	1	17	1	5	12
	16. Använda den associativa lagen för addition i samband med övningar med laborativt material	 $12 + 15 = 10 + 2 + 10 + 5 =$ $= 10 + 10 + 2 + 5 =$ $= 20 + 7 = 27$	1	5	12	3	8	7
	17. Utnyttja sambandet mellan addition och subtraktion	$13 + \ldots = 18$ $18 - \ldots = 13$ $18 - 13 = \ldots$	0	4	13	3	9	5
	18. Ange olika namn för samma tal. (Högst tvåsiffriga tal)	1. $12 = 6 + 6 = 7 + 5 =$ $= 5 + 7 = 4 + \ldots$ 2. $3 + 1 = 6 - 2 = 10 - 6$	0	0	18	0	6	13
	19. Visa säkerhet i additionstabellerna där summan är högst 18 samt subtraktioner där största termen är högst 10		0	1	17	0	8	10
	20. Addera åtminstone två termer med hjälp av algoritm	$27 + 12$ $\begin{array}{r} 27 \\ +\,32 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 37 \\ +\,48 \\ \hline \end{array}$	0	0	18	0	6	13
	21. Subtrahera med hjälp av algoritm (för flertalet elever utan "lån")	$\begin{array}{r} 89 \\ -\,14 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 36 \\ -\,29 \\ \hline \end{array}$	0	0	18	0	8	10
Multiplikation och division	22. Åskådliggöra multiplikation och division med konkret material		1	3	14	2	4	12
	23. Känna till innebörden av orden: produkt, faktor, gånger, multiplicera, multiplikation, dividerat med och division		0	6	12	2	11	5

Moment	**Huvudsakligt syfte**	**Exempel**	**Kommentarer** Bedömning av: Angelägenhetsgraden 0 —1 —2			Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2		
	24. Använda den kommutativa lagen för multiplikation	3 · 5 = 5 .	0	2	16	0	6	12
	25. Visa säkerhet i multiplikation t o m 5 · 5 och motsvarande divisioner		0	0	[illegible]	0	7	1[illegible]
	26. Med hjälp av tabell ("lathund") utföra multiplikationer t o m 10 · · 10 samt motsvarande divisioner		0	0	1[illegible]	0	7	11
Överslagsräkning	27. Kunna avrunda öresbelopp		0	2	15	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Tillämpning av färdigheter i de fyra räknesätten	28. Lösa enkla aritmetiska problem med anknytning till elevernas erfarenheter och i konkreta situationer inom ramen för tidigare givna målanvisningar	En biobiljett kostar 4 kr. Du köper en biljett och lämnar 10 kr. Hur mycket skall du ha tillbaka?	0	1	17	1	6	11
Mätningar								
Skattning	1. Skatta avstånd upp till c 25 m och kontrollera skattningen	1. Vilken av två elever är längst? 2. Är dörren till klassrummet lika bred som dörren till materialrummet?	0	2	16	0	6	12
	2. Skatta massa och kontrollera skattningen	Vilken av dessa stenar väger mest? Kontrollera sedan med en våg om du gissat rätt	0	5	13	0	8	10
	3. Skatta volym, högst c 15 l, och kontrollera skattningen		0	8	10	3	8	7
Principen för mätning	4. Mäta med icke standardiserade enheter	Stega avstånd Mäta volym med en kaffekopp	2	2	14	1	4	13
Standardiserade enheter	5. Ge exempel på avstånd som är ungefär 1 cm resp 1 m		0	1	16	0	7	11
	6. Ge exempel på föremål som väger ungefär 1 hg resp 1 kg		1	1	15	0	10	7
	7. Ge exempel på kärl, som rymmer ungefär 1 dl resp 1 liter		1	1	15	0	8	9
Bestämma avstånd	8. Mäta i cm upp till högst 2 m och i m upp till högst 25 m		0	0	16	0	4	12
Vägning	9. Väga i hektogram och kilogram och kilogram		0	0	17	0	4	13
Bestämma volym	10. Mäta i deciliter och liter		0	0	16	0	2	14

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0 —1 —2			 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2		
Enheters inbördes storlek	11. Åskådliggöra förhållandet mellan enheters inbördes storlek	Hur många hg-vikter motsvarar en kg-vikt? Hur många deciliter går det i ett litermått?	0	1	17	1	8	10
Bestämma temperatur	12. Avläsa termometer		[illegible]	1	16	0	4	13
Mynt	13. Använda svenska mynt och sedlar	1. Ange samtliga svenska mynt 2. Enkel växling	0	0	18	0	5	13
Tidmätning	14. Avläsa klockslag på en kvart när		0	0	[illegible]	0	3	15
Geometri								
Geometriska grundbegrepp	1. Känna igen några grundläggande geometriska begrepp	Punkt, punktmängd, kurva, linje, sträcka, längd, vinkel, triangel, fyrhörning, rektangel, kvadrat, cirkel, volym, kub, tallinje	0	7	11	2	8	[illegible]
	2. Känna igen relationer mellan geometriska begrepp	Linjer som är vinkelräta mot varandra Linjer som skär varandra	0	8	9	2	6	9
Geometrisk konstruktion	3. Rita med hjälp av linjal	Rita en triangel med linjal	0	3	15	0	6	12
Tallinjen	4. På tallinjen avläsa och markera naturliga tal inom talområdet 0—30	 0 Skriv talen 1—5 på tallinjen	0	2	16	0	5	13
	5. Konstruera en tallinje genom att avsätta en enhetssträcka ett antal gånger	Rita tallinjen på ett rutat papper	0	5	13	1	8	9
Avbildningar	6. Avbilda kongruenta figurer	1. Stämpla 2. Kopiera figurer med hjälp av karbonpapper och smörpapper 3. Rita med mallar	0	5	12	1	3	13
	7. Avgöra om två figurer är kongruenta	Dra streck mellan figurer som är lika 	0	6	12	2	4	12
Tabeller	1. Avläsa enkla tabeller	Avläsa schemat	0	1	17	0	5	13
	2. Med hjälp av tabeller utföra enkla numeriska beräkningar	Vad är $2 \cdot 4$, $4 + 8$, $15 - 9$, $\frac{48}{6}$	0	3	14	1	7	9

Moment	**Huvudsakligt syfte**	**Exempel**	**Kommentarer** Bedömning av Angelägenhetsgraden 0 —1 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2
Statistik och sannolikhetslära				
Insamling av statistiskt material	1. Insamla data och sammanställa dessa i tabeller och diagram	1. Antal pojkar och flickor i klassen Det kan vara lämpligt att behandla frekvenstabell och diagram av följande slag 	0 5 13	3 6 9
Studium av statistiskt material	2. Avläsa frekvenser, högsta och lägsta värde ur enkla diagram	 Svar a) A 4 b) Högsta värdet är 5	0 7 11	4 6 8
Utsagor	Avgöra om utsagor är sanna eller falska	7 < 8 Sant Falskt ☐ ☐	1 2 15	1 7 10

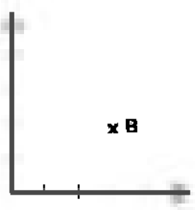
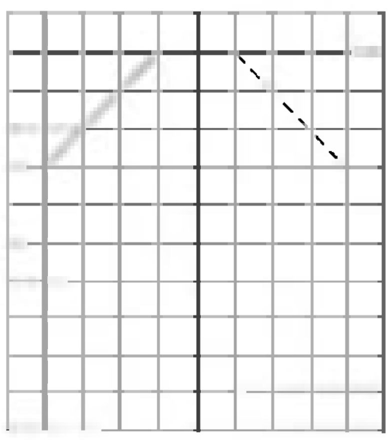
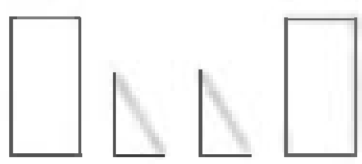
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande eleverna i åk 6 i grundskolan

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	 —1	 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	 —1	 —2
Naturliga tal								
Mängder och antal	1. Bestämma antalet element i en mängd	1. Hur många element är det i mängden 2. Skriv det tal som svarar mot antalet element i mängden	0	0	18	0	0	18
	2. Läsa namn på ett godtyckligt tal med högst sex siffror		0	3	15	1	8	9
	3. Med siffror skriva ett muntligt givet naturligt tal (högst fyrsiffriga tal)		0	1	17	1	5	12
	4. På tallinjen ordna naturliga tal t o m 1 000	500 600 700 800 900	0	3	15	0	5	13
	5. Ange tresiffriga naturliga tal i rätt ordning, särskilt vid tiotalsövergångar	1. Vilka fyra tal kommer närmast före 632? 2. Vilka tre tal kommer närmast efter 118? 3. Räkna upp talen 910 — 887	0	1	17	0	6	12
	6. Storleksordna naturliga tal inom talområdet 0—1 000	Vilket tal är störst, 35 eller 305? Vilket tal är störst, 350 eller 305?	0	0	18	0	4	14
	7. Känna till innebörden av tecknen större än $>$ mindre än $<$ lika med $=$ ungefär lika med [illegible]	Sätt rätt tecken mellan talen 3 7 Välj bland $>$, $<$ och $=$	0	2	16	0	5	13
Positionssystemet	8. Med hjälp av konkreta material åskådliggöra innebörden av tiosystemet	1. Lägg talet 1 296 med konkret material 2. Vad står 9 för i talet 1 296? 3. Subtrahera 1 296 med 8	1	4	13	0	7	11
	9. Ange vilken siffra som betecknar en-, tio-, hundra- resp tusental		0	1	16	0	5	12
	10. Skriva tal i utvecklad form (högst fyrsiffriga tal)		0	3	14	1	6	10
Addition och subtraktion	11. Känna till innebörden av orden summa, differens, plus, minus, addera, subtrahera, addition och subtraktion	Vad är summan av 3 och 5?	0	1	17	1	10	6
	12. Använda den kommutativa lagen för addition	$4 + 5 = 5 + \ldots$	0	1	17	1	3	14

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	—1	—2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	—2
	13. Använda den associativa lagen för addition i samband med algoritmräkning	$300 + 40 + 7$ $+\ 200 + 30 + 8$ $500 + 70 + 15 =$ $= 500 + 80 + 5 = 585$	0	7	10	2	6	9
	14. Utnyttja sambandet mellan addition och subtraktion	$13 + \ldots = 18$ $18 - \ldots = 13$ $18 - 13$ [illegible]	2	1	15	1	[illegible]	[illegible]
	15. Ange olika namn för samma tal	1. $12 = 6 + 6 = 7 + 5 =$ $= 5 + 7 = 4 + \ldots$ 2. $3 + 1 = 6 - 2 =$ $= 10 - 6$	0	0	18	0	4	14
	16. Visa säkerhet i additionstabellerna med två ensiffriga termer samt motsvarande subtraktioner	1. $8 + 9$ $17 - 9$	0	0	17	0	7	10
	17. Addera åtminstone tre termer med hjälp av algoritm	27 32 + 25	0	0	18	0	5	13
	18. Subtrahera med hjälp av algoritm	1 072 — 374	0	0	[illegible]	0	5	13
Multiplikation och division	19. Känna till innebörden av orden: produkt, kvot, faktor, täljare, nämnare, gånger, multiplicera, dividerat med, multiplikation och division		0	4	14	1	12	5
	20. Använda den kommutativa lagen för multiplikation	$3 \cdot 5 = 5 \cdot \ldots$	0	1	17	0	3	15
	21. Visa säkerhet i multiplikationstabellerna t o m 10 · 10 och motsvarande divisioner		0	0	18	2	14	2
	22. Använda de associativa och distributiva lagarna i samband med algoritmräkning	23 · 5 $5 \cdot 20 + 5 \cdot 3 =$ $= 100 + 15 = 115$	0	9	9	2	10	6
	23. Utföra multiplikationer med hjälp av algoritm där den minsta faktorn är ensiffrig		0	0	18	0	5	13
	24. Utföra divisioner med hjälp av algoritm där nämnaren är ensiffrig		0	0	18	0	11	7
Överslagsräkning	25. Avrunda högst sexsiffriga naturliga tal till hela 10-tal, 100-tal o s v (även avrundning av öresbelopp)		0	1	17	3	5	10

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägen-hetsgraden 0	—1	—2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	[illegible]
	26. Med hjälp av överslagsräkning lösa enkla aritmetiska problem med anknytning till elevernas erfarenheter och inom ramen för tidigare givna målanvisningar	En flaska läsk kostar 87 öre. Får du 11 st läsk för 10 kr?	0	0	18	3	11	[illegible]
Tillämpning av färdigheter i de fyra räknesätten	27. Lösa enkla aritmetiska problem som även kan innefatta flera räknesätt. Problemen väljs i anknytning till konkreta situationer och inom ramen för elevernas erfarenheter och tidigare givna målanvisningar	[illegible] Vikt i kg [illegible] 2, 3, 4, 5 Pris i kr 3, —, —, —, — b) Hur mycket ska du ha tillbaka om du köper 4 kg och lämnar 20 kr?	0	0	18	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Hela tal								
Tallinjen	1. Markera och avläsa negativa heltal på tallinjen	– 4 – 3 – 2 – 1 0	0	2	14	0	6	10
	2. I praktiska situationer skriva negativa heltal	[illegible] dag är det —5°	0	0	16	0	4	12
Mätningar								
Skattning	1. Skatta avstånd, volym, area, massa, tid och kontrollera skattningen		0	2	16	1	11	5
Principen för mätning	2. Mäta med icke standardiserade enheter	Stega upp avstånd Mäta volym med kaffekopp	1	4	13	0	3	15
Standardiserade enheter	3. Använda några av de vanligaste enheterna för längd, area, volym, massa och tid	mm, cm, m, km, cm^2, dm^2, m^2, cm^3, dm^3, m^3, dl, l, g, hg, kg, sekund, minut, timme, dygn, vecka, månad, år	0	1	17	3	7	7
Bestämma avstånd	4. Mäta längd i millimeter, centimeter och meter		0	0	17	0	5	12
Vägning	5. Väga i g, hg och kg	Väger detta brev mer än 20 g?	0	1	17	0	6	12
Bestämma volym	6. Mäta volym i liter och deciliter för vätskor samt cm^3 och dm^3 för rätblock		0	3	15	2	7	8
Enheters inbördes storlek	7. Åskådliggöra förhållandet mellan enheters inbördes storlek		0	3	12	2	4	9
	8. Känna till storleksrelationer mellan standardiserade enheter	På grundval av erfarenheter av mätningar och vägningar ange att hundra centimeter är en meter; en liter är tio deciliter; ett kilogram är tio hektogram etc.	0	1	17	2	6	9

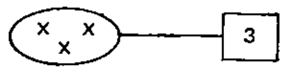
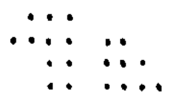
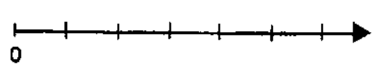
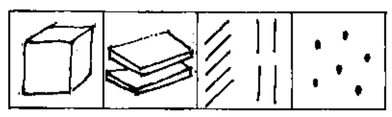
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	 —1	 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	 —1	 —2
Bestämma area	9. Mäta arean i cm^2, dm^2 och m^2		0	3	15	4	7	7
Bestämma temperatur	10. Avläsa temperatur i grader		0	0	17	0	1	16
Vinkelmätning	11. Ange att en vinkel är rät, spetsig eller trubbig		0	2	15	1	2	14
Mynt	12. Använda svenska mynt och sedlar	Ange samtliga svenska mynt Växla och ge tillbaka	0	0	17	0	1	16
Tidmätning	13. Avläsa klockan	Avläsa timmar och minuter	0	0	17	0	2	15
Enhetsbyten	14. Uttrycka mätetal i olika enheter	2 kr 5 öre = 205 öre 3 kg = 30 hg 3 kg 2 hg = 32 hg	0	0	17	0	11	6
Skala	15. Mäta på kartor eller ritningar med hjälp av skalmått och ange avstånd	Ett skalmått tillverkas för en karta eller ritning på vilken mätningarna skall utföras. Avläsning görs på skalmåttet 	0	6	12	3	7	8
Geometri								
Geometriska begrepp	1. Känna igen några geometriska grundbegrepp	Punkt, punktmängd, sträcka, kurva, linje, längd, vinkel, triangel, plan, område, area, fyrhörning, rektangel, kvadrat, cirkel, volym, kub, rätblock, klot, pyramid, cylinder, kon, yta, tallinje, koordinatsystem, skala	0	5	12	4	6	7
	2. Känna igen relationer mellan geometriska begrepp	Parallell, vinkelrät, kongruent, likformig, symmetrisk Linjer som skär varandra Linjer som sammanfaller	0	8	10	4	5	9
Geometrisk konstruktion	3. Rita med hjälp av linjal och passare	Rita en triangel Rita en cirkel	0	0	18	0	2	16
Tallinjen	4. Rita räta vinklar med mall		0	2	15	0	1	16
	5. Läsa av och markera naturliga tal på tallinjen	 Skriv talen 1—5 på tallinjen	0	0	18	0	1	17
	6. Konstruera en tallinje genom att avsätta en enhetssträcka ett antal gånger	Rita en tallinje på ett rutat papper	0	2	16	0	4	13

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0 —1 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2
Koordinatsystemet	7. Markera punkter med angivna koordinater då punkterna ligger i första kvadranten i ett rätvinkligt koordinatsystem	 Markera punkten A (2,3) i koordinatsystemet	0 7 11	[illegible]
	8. Ange koordinaterna för givna punkter, då punkterna ligger i första kvadranten i ett rätvinkligt koordinatsystem	Ange koordinaterna för punkten B i exemplet ovan	0 5 12	[illegible]
Avbildningar	9. Avbilda kongruenta figurer	1. Stämpla 2. Kopiera figurer med hjälp av karbonpapper eller smörpapper 3. Rita med mallar	0 5 13	0 3 14
	10. Spegla en figur i en angiven linje	1. Bilden ritas på dubbelvikt genomskinligt papper 2. Bilden ritas med hjälp av karbonpapper 3. Spegla triangeln i linjen (ritas på rutat papper) 	[illegible]	2 10 [illegible]
	11. Avgöra om par av figurer är kongruenta	Dra streck mellan kongruenta par 	0 6 12	1 6 11

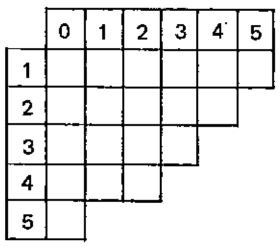
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer. Bedömning av: Angelägenhetsgraden 0 —1 —2			Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2		
	12. Ge exempel på symmetri	Visa symmetriska mönster Klippa ut och rita symmetriska mönster	1	11	5	3	4	10
Rationella tal								
Rationella tal i bråkform	1. Med konkret material åskådliggöra tal skrivna i bråkform (i första hand bråk med nämnaren 2, 4 eller 10)		0	2	15	1	3	13
	2. I konkreta situationer utläsa namn för rationella tal skrivna i bråkform (i första hand bråk med nämnaren 2, 4 eller 10)	Hur stor del av ytorna är skuggade? 	0	1	16	1	4	12
Rationella tal i decimalform	3. Med konkret material åskådliggöra tal skrivna i decimalform	Åskådliggör talet 1,5 med konkret material	1	3	14	1	6	11
	4. I konkreta situationer utläsa och skriva namn för rationella tal skrivna i decimalform (i första hand tal innehållande tiondelar och hundradelar)	Läs följande tal: 4,6, 5,9, 0,96	0	1	17	1	8	9
	5. I anslutning till konkreta situationer avrunda tal skrivna i decimalform	Avrunda till en decimal: 6,73, 5,85, 7,98	0	4	14	1	10	7
Addition och subtraktion av tal i decimalform	6. I konkreta situationer addera och subtrahera med tal skrivna i decimalform med högst två decimaler		0	2	16	0	7	11
Multiplikation av tal i decimalform	7. Utföra multiplikationer där den ena faktorn är ett naturligt ensiffrigt tal och den andra är ett tal i decimalform med högst två decimaler	$5 \cdot 0{,}25$ $6 \cdot 4{,}8$ $6 \cdot 1{,}75$	0	3	15	1	9	8
	8. Multiplicera med 10, 100, 1 000, ...		0	1	17	2	7	8
	9. Multiplicera med 20, 30, ...; 200, 300, ...; 2 000, 3 000, ...; 9 000	$0{,}15 \cdot 2\,000 = 0{,}15 \cdot 2 \cdot 1\,000 =$ $= 0{,}30 \cdot 1\,000 = 300$	0	4	12	5	6	5
Division av tal i decimalform	10. Utföra divisioner som ej ger rest, där nämnaren är ett naturligt ensiffrigt tal	$\frac{25{,}6}{8}$	0	4	14	0	12	6
Procent	12. Ange att en procent är en hundradel samt att 100 % svarar mot hela mängden	1. Vad menas med en procent? 2. Hur många procent utgör hela mängden?	0	1	17	0	8	10

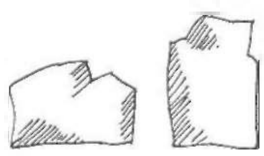
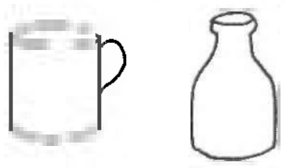
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	—1	—2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	—2
	13. Skriva ett givet procenttal i decimalform	67 % = 0,67	0	4	14	[illegible]	[illegible]	[illegible]
	14. Lösa problem där det hela angetts i multipler av 10, 100 eller 1 000 (jfr punkt 9)	1. Åke Andersson har 2 000 kr i månadslön. Han betalar 30 % av sin lön i skatt. Hur mycket får han betala i skatt? Lösning: 0,30 · 2 000 = = 0,60 · 1 000 = 600 Svar: Åke Andersson betalar 600 kr i skatt 2. Per åkte taxi. Resan kostade 9 kr. Han betalade 10 % extra. Hur mycket betalade han?	0	5	13	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Tabeller								
	15. Utnyttja enkla tabeller	1. Hur många poäng har GAIS? 2. Hur stor blir preliminärskatten på en månadsinkomst av 3 000 kr? 3. När går morgontåget?	0	2	16	1	5	12
	16. Med hjälp av tabeller utföra enkla numeriska beräkningar	1. Momstabeller; enkla kommunikationstabeller 2. Hur lång tid tar resan med morgontåget mellan X-stad och Y-by?	0	3	14	1	9	7
Statistik och sannolikhetslära								
Insamling av statistiskt material	1. Insamla data och sammanställa dessa i tabeller och diagram	1. Eleverna sammanställer data om "Min favoriträtt" Följande tabeller och diagram kan vara lämpliga att behandla: frekvenstabell, stolpdiagram och enkla histogram	0	6	11	1	6	10
Studium av statistiskt material	2. Avläsa frekvenser, högsta och lägsta värde ur enkla tabeller och diagram		0	5	12	1	7	9
	3. Känna til innebörden av medelvärde		0	3	13	0	7	11
Utsagor								
	Avgöra om utsagor är sanna eller falska	$5 + 7 > 8$ Sant ☐ Falskt ☐	0	3	15	1	5	12

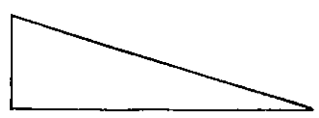
Innehållsanalys i matematik för de 15 % lägst presterande eleverna i åk 9 i grundskolan

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	—1	—2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	—2
Naturliga tal								
Mängder och antal	1. Bestämma antal element i en mängd	1. Skriv antalet element i mängden  2. Ange antalet element 	0	0	29	0	0	28
	2. Läsa namn på ett godtyckligt naturligt tal	6 003 12 005 7 885 000	0	1	28	1	8	20
	3. Med siffror skriva ett muntligt givet naturligt tal	507 1 005	0	1	28	1	4	24
	4. Ordna naturliga tal på tallinjen	Markera följande tal på tallinjen: 1, 2, 6  0	1	2	26	0	3	25
	5. Räkna upp naturliga tal i rätt ordning	Räkna upp talen 1 → 30, " " " 990 → 1 005 " " " 102 → 95	0	3	26	0	4	25
	6. Känna till innebörden av tecknen för större än >, mindre än <, lika med =, ungefär lika med ≈	Sätt rätt tecken mellan talen <, >, = 3 7	0	7	22	0	9	20
Positionssystemet	7. Med hjälp av konkreta material visa innebörden av tiosystemet	a) Visa talet 1 296 med konkret material  b) Vad står 9 för? c) Vilket tal får vi om 1 296 subtraheras med 6?	2	5	21	1	9	18
	8. Ange vilken siffra som betecknar en-, tio-, hundra- resp. tusental etc i högst 6-siffriga tal		0	0	29	2	9	18
	9. Skriva tal i utvecklad form	452 = 400 + 50 + 2	1	2	26	2	11	16

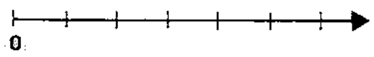
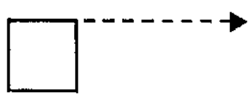
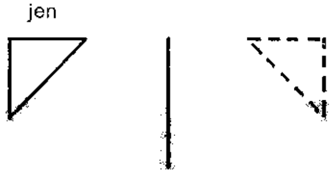
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer – Bedömning av – Angelägenhetsgraden 0	1	2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	1	2
	10. Rangordna stora tal	Stryk ett streck under det största talet: 642 139 542 139	0	1	28	1	8	20
Addition och subtraktion	11. Känna till innebörden av orden: summa, differens, plus, minus, addera, subtrahera, addition och subtraktion	Vad är summan av 3 och 5?	0	3	26	1	10	18
	12. Använda de kommutativa och associativa lagarna för addition	$4 + 5 = 5 + \ldots$ $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 10 + 2$	1	2	26	4	8	17
	13. Utnyttja sambandet mellan addition och subtraktion	$13 + \square = 18$ $18 - \square = 13$ $18 - 13 = \square$	0	5	24	3	13	13
	14. Ange olika namn för samma tal	$12 = 6 + 6 = 7 + 5 = 5 + 7 = 4 + 3 + 1 = 6 - 2 = 10 - 6 =$ $= 1 + 1 + 2$	0	3	26	1	5	23
	15. Visa säkerhet i additionstabellerna med två ensiffriga termer samt motsvarande subtraktioner		0	0	29	1	4	24
	16. Utnyttja additions- och subtraktionstabellerna samt räknelagarna vid huvudräkning inom talområdet 0—100	$7 + 5 = 12 \quad 12 - 5 = 7$ $17 + 5 = 22 \quad 22 - 5 = 17$ $27 + 5 = 32 \quad 32 - 5 = 27$ $37 + 5 = 42 \quad 42 - 5 = 37$ $27 + 15 = 20 + 7 + 10 +$ $+ 5 = 20 + 10 + 7 + 5 =$ $= 30 + 12 =$ $= 42$	0	2	27	2	14	13
	17. Addera åtminstone tre termer med hjälp av algoritm	$347 + 27 + 3\,052$	0	0	29	0	4	24
	18. Subtrahera med hjälp av algoritm	$1\,072 - 374$	0	0	29	0	5	23
Multiplikation och division	19. Känna till innebörden av orden: produkt, kvot, faktor, täljare, nämnare, gånger, dividerat med, bråkstreck, multiplikation och division		1	11	17	[illegible]	17	11

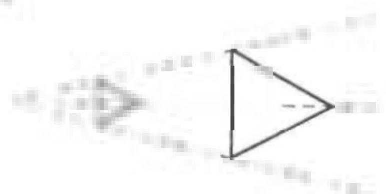
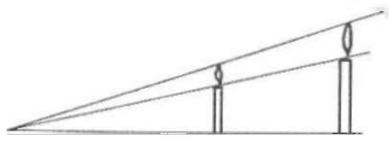
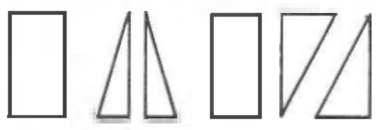
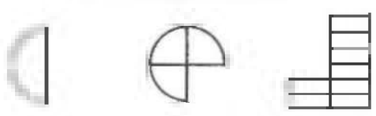
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden			 Elevgruppens förmåga att klara kravet		
			0	—1	—2	0	—1	—2
	20. Använda de kommutativa, associativa och distributiva lagarna för multiplikation	$3 \cdot 5 = 5 \cdot 3$ $20 \cdot 6 = 2 \cdot 10 \cdot 6 =$ $= 2 \cdot 6 \cdot 10 = 12 \cdot 10 =$ $= 120$ $3 \cdot 13 = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 3 = 30 + 9 = 39$	0	8	21	4	11	12
	21. Visa säkerhet i multiplikationstabellerna t o m $10 \cdot 10$ och motsvarande divisioner		0	0	29	0	15	14
	22. Multiplicera med hjälp av algoritm där den minsta faktorn är en multipel av 10, 100 el 1 000 samt ett tvåsiffrigt tal		0	0	29	0	9	20
	23. Dividera med ensiffrig nämnare och tvåsiffrig nämnare om denna är en multipel av 10		0	1	28	0	13	16
Överslagsräkning	24. Avrunda högst 6-siffriga naturliga tal till hela 10-tal, 100-tal osv	Avrunda till hela 10-tal 67, 63 709, 534, 668 Ex. Vilket av följande tal är närmast 70? 63, 64, 67	0	2	27	0	12	17
	25. Utföra överslagsräkning med hjälp av de fyra räknesätten i praktiska situationer	I första hand väljs uppgifter med högst 3-siffriga naturliga tal. Ex. Vilket tal är närmast rätt? $3 \cdot 39$ 90 eller 120 $\frac{130}{39}$ 3 eller 4	0	3	26	3	14	12
Tillämpning av färdigheter i de fyra räknesätten	26. Med hjälp av de fyra räknesätten med naturliga tal lösa enkla problem med anknytning till elevernas erfarenheter och till undervisningen i andra ämnen		0	0	28	1	11	15
	27. Utföra beräkningar som innefattar flera räknesätt i anslutning till tillämpningssituationer	Hur mycket får du tillbaka på en tia då du köper en bok för 5 kr och en penna för 2 kr?	0	2	26	1	12	15
Potenser	28. Tolka tal skrivna som 10-potenser med heltalsexponent	$10^3 = 1\,000$ $1\,000\,000 = 10^6$	10	13	5	7	18	2

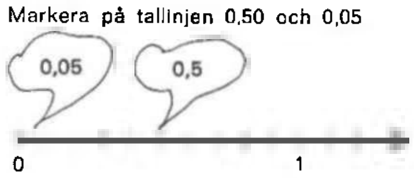
Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	 —1	 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	 —1	 —2
Hela tal								
Tallinjen	1. Markera och avläsa negativa heltal på tallinjen		0	7	22	0	11	17
	2. I praktiska situationer skriva negativa heltal	I dag är det —5°	0	1	28	0	6	23
Ordning	3. Ange storleksordning mellan heltal	Skriv något av tecknen —5 2 2 —2 —1 —3 Vilket tal är störst? 5, —3, —1, —4	4	13	12	4	20	5
Mätningar								
Skattning	1. Skatta avstånd, massa, volym, area, tid, temperatur	 Vilken av dessa sträckor är längst?  Vilken av dessa stenar är tyngst?  Vilket av dessa kärl rymmer mest vatten? Förutsättning: verkliga föremål används	0	1	28	1	4	24
Principen för mätning	2. Mäta med icke standardiserade enheter	Stega upp avstånd Mäta volym med en kaffekopp	1	2	26	1	6	22
Standardiserade enheter	3. Använda de vanligaste enheterna för längd, area, volym, massa, vinkel, tid	mm, cm, m, km, mil; (cm^2), (dm^2), m^2, har, km^2; cm^3, (ml), cl, dm^3, dl, l, hl, m^3, g, hg, kg, ton, öre, kr, grad sekund (s), minut, timme, (h), dygn, vecka, månad, år	0	1	27	0	15	13

Moment	**Huvudsakligt syfte**	**Exempel**	**Kommentarer** Bedömning av: Angelägenhetsgraden 0	1	2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	1	2
	4. Exemplifiera enheternas ungefärliga storlek	Fingrets bredd är ung en centimeter	0	4	24	0	6	22
Bestämma avstånd	5. Mäta sträckor med lämpliga mätverktyg		0	1	27	0	3	25
Bestämma area	6. Beräkna area av rektangel-, kvadrat- och triangelområden	Mät sidorna och beräkna arean av rektangeln  Mät basen och höjden i triangeln och beräkna arean	0	3	25	1	13	15
	7. Känna till att π är ungefär 3		3	17	8	4	13	8
	8. Beräkna omkrets och area till cirklar, när formeln är given		5	10	14	6	17	6
Bestämma volym	9. Mäta volymer	Eleven mäter med t ex mätglas, decilitermått, litermått	0	2	27	0	6	23
	10. Beräkna volymen av rätblock	Eleven skattar först volymen av rätblocket, mäter sedan kanterna och beräknar volymen och jämför med sin skattning	5	10	14	4	14	10
Vägning	11. Väga		1	2	25	2	3	23
Tidmätning	12. Avläsa klockan	Eleven avläser klockan Ex. Eleven mäter tidåtgången i samband med t ex skolresor, lekar, arbetsmoment	2	1	26	2	2	25
	13. Kunna olika sätt att beteckna klockslag	Klockan är 2 på eftermiddagen. Klockan är 14.00	2	1	26	0	4	25
	14. Skriva och avläsa datum och årtal	26.9.1971 71 09 26	1	5	23	0	8	21
Bestämma temperatur	15. Mäta med termometer		1	5	23	0	7	22
Vinkelmätningar	16. Använda gradskiva för att mäta vinklar		1	13	15	1	21	6
Mynt	17. Använda svenska mynt och sedlar	Ange samtliga svenska mynt Växla och ge tillbaka	0	0	29	0	6	23
Enhetsbyten	18. Utföra enhetsbyten mellan enheter för längd och massa. Mynt	I första hand utföra enhetsbyten mellan följande enheter:	1	1	26	4	10	14

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	—1	—2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	—2
		mm — cm, mm — m, cm — m, m — km, km — mil, g — hg, g — kg, hg — kg, kg — ton, dl — l, öre — kr						
Skala	19. Mäta på ritning och ange längden av en given sträcka då sträckan avbildats enligt en angiven skala	Skala 1 : 100  Bilden föreställer en bordskiva. Hur långt är bordet i verkligheten? Skala 1 : 10  Hur lång blir skärbrädan?	0	10	[illegible]	3	17	[illegible]
	20. Mäta på kartor med hjälp av skalmått och ange avstånd	Skala: 1 : 100 000 Ett skalmått kan tillverkas för den karta på vilken mätningarna skall utföras. Avstånd i km avläses på skalmåttet och närmevärdet till mätetalet anges	5	8	15	6	14	8
Geometri Geometriska begrepp	1. Känna igen grundläggande geometriska begrepp	I första hand följande urval: punkt, punktmängd, kurva, linje, sträcka, sluten kurva, plan, yta, område, rand, längd, omkrets, area, vinkel, triangel, fyrhörning, rektangel, kvadrat, femhörning, sexhörning, sida, diagonal, cirkel, radie, diameter, rymdområde, volym, kub, rätblock, klot, pyramid, cylinder, kon, hörn, kant, tallinje, koordinatsystem, vektor, skala	1	11	14	3	17	7
	2. Känna igen relationer mellan geometriska begrepp	Parallell, vinkelrät, kongruent, likformig, symmetrisk, skära, sammanfalla	3	12	13	[illegible]	14	6
	3. Beskriva egenskaper hos några geometriska begrepp	Följande begrepp kan väljas: kvadrat, rektangel, fyrhörning, triangel, cirkel, kub, rätblock, cylinder, klot I en kvadrat är sidorna lika långa. Vinklarna är 90°	4	11	11	3	18	5

Moment	**Huvudsakligt syfte**	**Exempel**	**Kommentarer** Bedömning av					
			Angelägenhetsgraden			Elevgruppens förmåga att klara kravet		
			0	—1	—2	0	—1	—2
Geometrisk konstruktion	4. Hantera redskap	I första hand linjal, vinkelhake, passare Rita en rät linje med linjal Rita en vinkel med vinkelhake Rita en cirkel med passare	0	0	27	0	4	23
	5. Rita geometriska figurer med hjälp av linjal, vinkelhake, passare	Dela en sträcka i två lika stora delar. Dela en vinkel i två lika stora vinklar. Rita parallella linjer. Rita en rät vinkel. Rita kongruenta sträckor, vinklar och polygoner. Rita avbildningar. Rita mönster	2	15	10	6	12	9
Tallinjen	6. Markera och avläsa koordinater på tallinjen	 Skriv talen 3 och 6 på tallinjen. Hur stort är avståndet mellan punkterna med koordinaterna 3 och 6?	0	3	25	1	9	17
	7. Konstruera en tallinje genom att avsätta en enhetssträcka ett antal gånger	Rita en tallinje på ett papper som inte är rutat	1	11	16	2	10	15
Koordinatsystemet	8. Markera punkter med angivna koordinater då punkterna ligger i första kvadranten i ett rätvinkligt koordinatsystem	Arbete med utgångspunkt i egna iakttagelser, t ex i statistik	1	10	17	2	11	14
	9. Ange koordinaterna för givna punkter, då punkterna ligger i första kvadranten i ett rätvinkligt koordinatsystem		3	8	17	3	9	15
Avbildningar	10. Kopiera figurer med hjälp av karbonpapper, smörpapper, rutnät, mallar etc		0	6	21	0	5	22
	11. Parallellförskjuta en figur en angiven sträcka	Bilder ritas efter mall som förflyttas till olika lägen Parallellförskjut kvadraten så långt som pilen anger. 	4	14	11	2	9	15
	12. Spegla en figur i en angiven linje	Bilder ritas på dubbelvikt genomskinligt papper. Spegla triangeln i linjen 	7	11	10	3	12	11

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0	 —1	 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	 -1	 —2
	13. Avbilda figurer genom vridning i en given punkt	**Bilden ritas efter mall genom att mallen vrides**	15	[illegible]	[illegible]	10	13	[illegible]
	14. Utföra en likformig avbildning genom sträckning	  2. Med hjälp av rutnät förstora t. ex. **en triangel i skalan 2 : 1**	11	10	[illegible]	12	10	[illegible]
Kongruens	15. Avgöra om par av figurer är kongruenta	Dra streck mellan kongruenta par 	2	9	17	2	9	15
	16. Ge exempel på symmetri	Mönster	10	8	9	7	11	8
Likformighet	17. Med hjälp av gradskiva avgöra om motsvarande vinklar i likformiga figurer är lika stora		3	17	8	3	16	9
Rationella tal								
Rationella tal i bråkform	1. Med konkret material visa tal skrivna i bråkform	I första hand tal med nämnare 2, 3, 4, 5, 10, 100 Vilka bråk föreställer bilderna? 	0	6	22	0	10	28
	2. I konkreta situationer utläsa och skriva namn för rationella tal skrivna i bråkform	I första hand tal med nämnare 2, 3, 4, 5, 10, 100	0	5	23	1	10	17
	3. På tallinjen markera och avläsa tal skrivna i bråkform	1. Placera in 3/[illegible] på tallinjen 2. Ge namn i bråkform för punkten A  Svar t ex: 2 1/[illegible], 2 2/[illegible]	2	7	19	1	15	11

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägen-hetsgraden 0	 —1	 —2	 Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	 —1	 —2
	4. Ange storleksordningen mellan två tal skrivna i bråkform	Markera på tallinjen $\frac{2}{[illegible]}$ och $\frac{2}{[illegible]}$	1	10	17	2	20	5
		Avgör vilket av dessa tal som är störst; skriv < eller > $\frac{2}{4}$ $\frac{2}{3}$	Detta exempel anges av de flesta med angelägenhetsgrad 0					
Rationella tal i decimalform	5. Med konkret material visa tal skrivna i bråkform	Visa talet 1,5 med konkret material	0	8	20	0	15	13
	6. I konkreta situationer utläsa och skriva namn för rationella tal skrivna i decimalform	I första hand tiondelar och hundradelar	0	2	26	0	6	21
	7. På tallinjen markera och avläsa tal skrivna i decimalform	I första hand tiondelar och hundradelar	1	3	24	0	10	17
	8. Ange storleksordningen mellan två tal skrivna i decimalform	Markera på tallinjen 0,50 och 0,05  Vilket är störst av dessa tal? Skriv < eller > 0,50 0,05	1	4	23	0	13	14
Rationella tal i bråkform och decimalform	9. Skriva enkla bråk i decimalform	Skriv i decimalform: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$, $3\frac{1}{10}$, $2\frac{100}{500}$	0	7	21	2	10	15
	10. Approximera tal i bråkform till tal i decimalform	$\frac{6}{[illegible]}$ [illegible] $\frac{2}{[illegible]}$ [illegible] 0,7	4	13	11	9	14	4
	11. Avrunda rationella tal skrivna i decimalform	Avrunda till en decimal 6,73, 5,85, 6,708, 7,98	0	4	24	0	15	12
Negativa rationella tal i decimalform	12. Markera och avläsa på tallinjen negativa rationella tal i decimalform		17	[illegible]	[illegible]	12	12	2

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden					
			Angelägenhetsgraden			Elevgruppens förmåga att klara kravet		
			0	—1	—2	0	—1	—2
Addition och subtraktion av positiva rationella tal i decimalform	13. Addera och subtrahera med tal skrivna i decimalform	I regel högst fyra siffror i termerna	0	1	27	0	8	20
Multiplikation av positiva rationella tal i decimalform	14. Multiplicera med positiva faktorer i decimalform med högst två gällande siffror	15 · 0,25 2,5 · 4,8 0,6 · 0,75	1	5	22	0	19	9
	15. Multiplicera med 10, 100, 1 000		1	3	24	0	12	16
Division av positiva rationella tal i decimalform	16. Utföra divisioner, som går upp, med positiv ensiffrig nämnare		1	5	22	1	12	15
	17. Dividera med 10, 100 och 1 000		1	6	21	0	12	15
	18. Dividera med positiv nämnare i decimalform med högst två gällande siffror		7	9	12	[illegible]	18	2
Addition och subtraktion av rationella tal i bråkform	19. Addera och subtrahera bråk sedan de överförts till decimalform		1	10	17	2	13	12
	20. Addera och subtrahera bråk sedan de överförts till närmevärde i decimalform		3	11	14	6	12	9
Multiplikation av rationella tal i bråkform	21. Multiplicera bråk sedan de överförts till decimalform		2	14	12	6	17	5
	22. Multiplicera bråk sedan de överförts till närmevärde i decimalform		3	14	10	6	18	2
Procent	23. Ange att en procent är en hundradel samt att 100 % betyder 1	Vad menas med en procent?	0	0	28	0	5	22
	24. Skriva ett givet procenttal i decimalform och omvänt	67 % = 0,67 150 % = 1,50	0	4	24	1	10	16
	25. Skriva $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$ och multipler av dessa tal i procentform och omvänt		3	10	15	5	15	7

Moment	Huvudsakligt syfte	Exempel	Kommentarer Bedömning av Angelägenhetsgraden 0 —1 —2			Elevgruppens förmåga att klara kravet 0 —1 —2		
	26. Lösa problem där procenttalet och det hela angetts	Andersson betalar 30 % av sin lön i skatt. Hur mycket får han behålla?	0	3	25	2	13	13
	27. Ange hur många procent a är av b, då a och b är naturliga tal och b är 100 eller en multipel av 100		2	11	15	7	11	10
Räknemaskiner; Tabeller; Räknestickan								
Addition och subtraktion med räknemaskin	1. Addera och subtrahera på räknemaskin		1	3	23	0	4	21
Multiplikation med räknemaskin	2. Multiplicera på kalkyleringsmaskin		1	11	17	1	12	12
Division med räknemaskin	3. Dividera med naturliga tal		1	14	12	1	16	8
Tabeller	4. Utnyttja enkla tabeller	1. Hur lång är Nilen? 2. Hur stor blir preliminärskatten på en månadsinkomst av 3 000 kr.? 3. När går morgontåget?	0	1	26	0	9	17
	5. Med hjälp av tabeller utföra enkla numeriska beräkningar	Till vilket belopp växer 3 000 kr på ett år efter 8 % ränta?	2	12	13	2	19	4
Räknestickan	6. Orientering om räknestickan		6	14	7	9	12	3
Statistik och sannolikhetslära								
Insamling av statistiskt material	1. Insamla material och sammanställa detta i tabeller och diagram	1. Antal av olika fordon som passerar skolan under en viss tidrymd 2. Sammanställningar av resultat från aktuella sporthändelser Följande tabeller och diagram kan vara lämpliga att behandla: frekvenstabell stolpdiagram histogram areadiagram	1	10	16	3	10	13
Studium av statistiskt material	2. Avläsa frekvenser, högsta och lägsta värde ur enkla diagram		1	1	26	1	11	15

Moment	**Huvudsakligt syfte**	**Exempel**	**Kommentarer** Bedömning av: Angelägenhetsgraden 0	—1	—2	Elevgruppens förmåga att klara kravet 0	—1	—2
	3. Ange frekvens för en viss händelse i ett visst statistiskt material		2	12	14	2	13	12
	4. Tolka diagram. Ange exempel på hur man kan "ljuga" med statistik		4	6	17	5	8	13
Medelvärde	5. Beräkna medelvärde		0	9	19	0	12	15
Median	6. Bestämma median		9	9	10	8	12	7
	7. Redovisa enkla försök angående sannolikheter	1. Gör en tabell över kast med mynt 2. Kast med tärning redovisas i tabell eller koordinatsystem	7	14	7	7	13	7
Funktionslära								
Funktioner givna genom formler	1. Bestämma funktionsvärden	1. Vikt i kg [illegible] Pris i kr 3,55, [illegible] 2. Avläs temperaturdiagram vid olika tidpunkter	3	10	12	4	10	[illegible]
	2. Beräkna värden med hjälp av formler	1. Priset = mängden · · priset per mängdenhet Nettopriset = bruttopriset · · rabatten 2. $A = n^2$ (arean av kvadratområdet)	2	10	14	6	12	[illegible]
	3. Avgöra om utsagor är sanna eller falska	$5 + 7 > 8 + 2$ Sant ☐ Falskt ☐	2	13	10	1	13	13

Diagnostisering

Vinsterna av diagnostisering

Det framgår av många undersökningar att en konsekvent diagnostik i klassrummet väsentligt ökar elevernas chanser att lära sig matematik (jfr t ex Stig Almstedt, **Kunskapsdiagnostik.** Uppsala universitet, Institutionen för pedagogik, stencil, 1965).

Diagnostiken i klassrummet ska inte vara överdrivet ambitiös. Läraren bör arbeta med enkla medel, ställa **vardagsdiagnos.**

I många fall är bristerna i kunskapshänseende lätt avhjälpta, när väl diagnosen är känd. Här följer några exempel.

Exempel 1. En elev på mellanstadiet var mycket långsam i addition och räknade ofta fel, dock inte konsekvent. Läraren iakttog eleven under övningarna. Det visade sig därvid att eleven fick fram svaren genom ramsräkning på fingrarna. Vid ett tillfälle räknades 3 + 8 så här: 3 (tre fingrar fördes tillsammans), 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 (för varje tal som uttalades — tyst — fördes ett finger över till den ursprungliga gruppen av tre fingrar). Lärarens åtgärd blev att föreskriva träning med additionstabellen.

Exempel 2. Karl (14 år) hade nyss börjat i årskurs 8. Trots att hans begåvning var hygglig räknade han som en mellanstadieelev. Matematikbetyget i årskurs 7, allmän kurs, var 1. Karls inställning till matematiken var synnerligen negativ. En genomgång av Karls räknefärdighet med vissa prov visade att han räknade långsamt på fingrarna, när han adderade och multiplicerade, att han gjorde många fel i subtraktion med lån och i multiplikation samt att han inte alls klarade divisionsalgoritmen. Diagnosen ledde till följande tolkning av orsakerna: Karl hade genomgående fått för litet av grundläggande träning under sin föregående skoltid. Det visade sig också att den lärare som han hade haft på mellanstadiet nära nog principiellt var emot drill av alla sorter. Karl fick specialundervisning i matematik och efter sex veckor prövades han på samma prov i mekanisk räkning som tidigare. Han uppvisade förbättringar som svarade mot en ökning från genomsnittet på vårterminen i årskurs 4 till genomsnittet på höstterminen i årskurs 7. Specialläraren meddelade också att Karl nu hade börjat få en mer positiv attityd till ämnet. Den noggranna diagnostiken, Karls lätthet att lära samt den effektiva specialundervisningen medverkade till att han på kort tid blev mycket säkrare i mekanisk räkning.

I andra fall kan orsakerna till matematiksvårigheterna vara svårare att finna. Elever från kulturella och sociala problemfamiljer kan vara så negativa till skolan att ingenting blir uträttat. Detsamma gäller också ofta elever med nedsatt förmåga att koncentrera sig på intellektuellt arbete.

Sådana elever måste ofta hänvisas till specialundervisning. Man kan sällan vänta sig snabba resultat. Lärokursen bör åtminstone temporärt begränsas, men samtidigt måste man organisera en energisk rehabilitering.

Lärarens eget diagnosprov

I samband med att eleverna arbetar sig igenom ett avsnitt vill läraren använda ett diagnosprov. Finns det ett sådant till elevernas studiematerial används detta. Men om diagnosprov saknas, gör läraren själv ett prov. Givetvis är det i det fallet omöjligt att göra grundliga förberedelser. Provet får bli anspråkslöst, men kan bli mycket användbart för de särskilda förhållanden som läraren har för ögonen. Förberedelserna blir ganska knapphändiga. De innefattar exempelvis följande åtgärder:

1. Att se efter vilka uppgiftstyper som finns i elevbokens aktuella kapitel (detta innebär att man tänker efter vilka mål och delmål inlärandet har). Läraren gör en lista över uppgifter, vilken börjar med de lätta och stegvis går över till de svårare uppgifterna.
2. Att tänka efter vid vilken tidpunkt provet lämpligen bör sättas in för att ge bästa vägledning för undervisningen. Bl a bör läraren med stöd av provet kunna kontrollera att han inte "tappar" de lågpresterande eleverna samt när dessa behöver få särskilda övningar.

3. Att besluta vilken form provet bör ha. I vissa fall räcker det med muntliga frågor (huvudräkning), i andra fall gör man ett skriftligt prov.
4. Att bestämma sig för vilka uppgiftstyper som bör ingå i provet. Det är nödvändigt att provet tar kort tid, och därför måste antalet uppgifter hållas nere. Provet tidsbegränsas bara när det är av betydelse att få reda på elevernas snabbhet, t ex kunskaperna om additions- och multiplikationstabellerna (de s k enkla kombinationerna).
5. Att disponera provet. Ibland kan det vara lämpligt att ha två versioner som skiljer sig åt genom att det är lika ordningsföljd mellan uppgifterna.

Exempel. I en klass 2 ska eleverna lära sig att använda additionsalgoritmen med minnessiffra. Läraren går igenom elevboken och anser att övningsföljden i stort sett bör vara denna.

a. Övningar med ensiffriga tal utan minnessiffra

$$\begin{array}{r} 2 \\ +1 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ +1 \\ \hline \end{array}$$

b. Övningar med tvåsiffriga och ensiffriga tal utan minnessiffra

$$\begin{array}{r} 20 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ 4 \\ +\ 3 \\ \hline \end{array}$$

c. Övningar med tvåsiffriga tal utan minnessiffra

$$\begin{array}{r} 20 \\ +12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ +12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ 12 \\ +13 \\ \hline \end{array}$$

d. Övningar med två ensiffriga tal med minnessiffra

$$\begin{array}{r} 3 \\ +9 \\ \hline \end{array}$$

e. Övningar med ett tvåsiffrigt och ett ensiffrigt tal med minnessiffra

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 9 \\ \hline \end{array}$$

f. Övningar med två tvåsiffriga tal med minnessiffra

$$\begin{array}{r} 13 \\ +29 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 43 \\ +89 \\ \hline \end{array}$$

g. Övningar att först skriva algoritm och sedan räkna enligt a—f

$2 + 4$, $20 + 5$, $20 + 42$, $5 + 9$, $13 + 8$, $13 + 28$

h. Blandade övningar på samtliga uppgiftstyper a—g.

Läraren anser att provet inte kan ta upp alla dessa övningsfall. Provet sätts in efter att eleverna övat uppgiftstyp f. Läraren konstruerar ett prov som består av 12 uppgifter. Detta återfinns på s 40.

Vad innebär det att diagnostisera?

Matematik har en specifik ämneskaraktär på grund av att lärostoffet i så hög grad består av abstrakta begrepp och avsnitten i stor utsträckning bygger på varandra. Inte ens talen är konkreta. I diagnossituationen är det omöjligt att direkt observera begreppsfel eller tankefel. Denna karaktär hos matematiken gör att diagnostiseringen i regel måste gå ut på att observera handlingsvanor och arbetsvanor eller snarare symtom på sådana.

Kunskapsdiagnosen går omvägen över "prov" för att ge en bild av elevens begreppsbildning. "Prov" är emellertid en oegentlig beteckning, ty därmed avser man sammanfattningen av många olika metoder som läraren använder för att ta reda på vad eleverna kan eller inte kan:

1. Direkta iakttagelser då eleverna övar sig.
2. Upplysningar från en kollega som också har undervisat eleven.
3. Diagnostiska prov på färdigheter eller kunskaper.

Diagnostisering är ett led i undervisningen och syftar till att

1. undersöka om eleverna har tillräckliga förkunskaper innan ett undervisningsavsnitt börjar
2. undersöka vilka delar av lärostoffet eleverna tillgodogjort sig medan inlärningen pågår

3. bilda underlag för att förebygga uppkommande inlärningssvårigheter (kort sagt, att hålla reda på när en elev bör få en lättare studiekurs eller en konkretare metod)
4. ge utgångspunkt för att börja om med en elev som har råkat ut för felinlärning.

Exempel 1. Låt oss börja med diagnostisering innan undervisningen börjar med ett nytt avsnitt. Särskilt viktigt är det att en lärare som får en ny klass i matematik skyndsamt bildar sig en uppfattning om elevernas kunskaper i ämnet. Följande exempel visar kunskaperna hos en nybörjarklass med 19 elever. Läraren använde ett "inledande diagnosprov" som innehöll fem delar

att räkna antalet element i mängder 1—30,

att jämföra sträckor och områden (geometri),

att skriva siffror,

att addera två ensiffriga tal,

att subtrahera ett ensiffrigt eller tvåsiffrigt tal med ett ensiffrigt tal.

Provet visade att två tredjedelar av klassen räknade 10—20 föremål genom ramsräkning och att alla dessa var säkra på antal 10—20. Alla utom två kunde skriva samtliga siffror, om också ofta med spegelvändning. 12 elever kunde skriva rätt svar på fyra givna additionsuppgifter (den svåraste var $8 + 9 = \ldots$). Två elever missade alla additionsuppgifterna. Fyra elever klarade samtliga fyra subtraktionsuppgifter (t o m $21 - 7 = \ldots$) och tre hade fel på dem alla. Svarsfrekvensen för "sträckor och områden" varierade från alla rätt till inget rätt.

Läraren bör ha nytta av sådana upplysningar. Med hjälp av dessa kan undervisningen planeras så att den passar eleverna. Läraren kan tolka utfallet så här. Eleverna har väl utvecklade kunskaper om sifferskrivning före skolstarten och många känner till addition och subtraktion. Elevernas starka benägenhet att använda spegelskrift måste medföra stor aktsamhet vid införande av grafiska tecken, vilka kan misstolkas (siffrorna samt tecknen $<$ och $>$). Sifferskriften kan dröja ett tag, däremot kan eleverna öva sig att observera och känna igen siffrorna på talkort.

Exempel 2. Följande illustrerar hur en elev har tillgodogjort sig stoffet medan inlärningen pågår. I en klass 2 hade eleverna lärt sig att använda algoritmen i addition. Därefter infördes övningar med minnessiffra. Läraren demonstrerade metoden för lågpresterande elever som hölls samman i en grupp. Därefter övade sig dessa elever individuellt. Efter några övningspass fick elevgruppen ett diagnostiskt prov som läraren hade utarbetat. Resultatet såg ut så här för en elev.

Addition utan minnessiffra			
2 1	3 0	7 2	3
+ 3 6	+ 4 5	+ 6	+ 8 4
5 8	7 5	7 8	8 8
Addition med minnessiffra i tiotalsraden			
4 6	2 1	4 6	6 0
+ 8 2	+ 9 3	+ 7 0	+ 9 1
1 2 8	1 1 4	1 1 6	1 5 1
Addition med minnessiffra i entalsraden			
3 6	3 6	1 8	9
+ 1 6	+ 5 4	+ 7	+ 3 2
4 1 2	8 1 0	1 1 5	3 1 1

Uträkningarna i första raden ger på de flesta ställen riktiga svar. Två kombinationsfel av åtta möjliga iakttas (kombinationsfel är i detta fall fel i additionstabellen). Uppgifterna i tredje raden är felaktigt lösta, men de additionskombinationer som räknats är rätt. Av siffrornas placering att döma har eleven räknat från vänster. Minnessiffrorna har använts på fel sätt. De har införts i svaret. Eleven tycks inte ha reagerat för de orimliga svaren.

Eleven måste lära om vissa saker. Men för att läraren skall välja rätt metodik för denna omskolning, krävs att elevens tankegång tolkas. Har eleven förstått de begrepp som additionen bygger på? Lärarens slutsats bör bli:

1. att eleven inte förstår tiosystemet och
2. att eleven inte förstår hur tiosystemet används i algoritmen.

De åtgärder som ska vidtas utgår från denna tolkning (se s 69). Det är alltså viktigt att känna till elevens räknevanor. Men det är också viktigt att veta något om vanliga arbetsvanor som förekommer vid räkning och försöka att undvika att de uppstår. Räknevanor kan också vara ineffektiva, utan att de leder till fel. Men räknefel och ineffektiva arbetsvanor är ofta symtom på bristande begreppsförståelse.

När företas diagnostisering?

I samband med den vanliga undervisningen kan det vara lämpligt att planera diagnostiseringen efter följande tidsplan.

1. Vid början av ett läsår kan eleverna få ett **inledande diagnosprov**. Syftet är att ge en bred kartläggning av elevernas kunskaper.
2. Under läsåret bör läraren kontinuerligt följa elevernas prestationer. Diagnoser görs vid olika tillfällen och vid behov i samband med behandlingen av momenten i kursen. En **fördiagnos** kan ofta vara till nytta före ett nytt arbetsområde.
3. Under behandlingen av ett enskilt avsnitt kan diagnoser behöva ställas. **Mittdiagnos** kan vi kalla den kunskapsprövning som sätts in under pågående inlärning av ett avsnitt, alltså innan inlärningen avslutats.
4. **Slutdiagnos** avser kunskaperna vid slutet av avsnittet.
5. Det finns ett särskilt behov av diagnostisering vid uttagning till specialundervisning.

Hur kan kunskapsdiagnostisering ske?

Olika metoder att undersöka kunskaper i matematik kan användas. Följande fem tekniker kan nämnas i första hand.

1. Den grundläggande tekniken är att läraren observerar elevernas arbete. Den enklaste **vardagsmetoden** är att fråga eleverna om de kommer ihåg exempelvis multiplikationstabellen och kontrollera detta genom att ge muntliga frågor (huvudräkning).
2. Läraren kan analysera en elevs resultat i vissa uppgifter i läroboken och försöka tolka hur eleven gått tillväga vid sin behandling av uppgiften.
3. Läraren kan fråga en kollega som tidigare har undervisat eleverna. Det är viktigt att utnyttja denna möjlighet vid stadieövergångar.
4. Färdiga skriftliga diagnostiska prov är värdefulla hjälpmedel. Det är vanligt med diagnostiska prov som tillhör läromedlet. Det finns också diagnostiska prov som har en allmännare inriktning.
5. Läraren kan slutligen göra i ordning egna prov.

En mittdiagnos kan gå till på följande sätt. Eleverna har räknat några uppgifter på en sida. Har läromedlet ett prov som passar att ge eleverna kan detta användas. Men också här kan vardagsdiagnosen utnyttjas, t ex på följande sätt: Läraren markerar fem uppgifter på sidan i elevboken — utan att eleverna behöver ha reda på det — och bestämmer att dessa är det "diagnostiska provet". Läraren går runt i klassen och ser hur eleverna klarar de fem uppgifterna. I andra hand undersöker läraren vilken typ av fel eleverna gör.

En annan vardagsdiagnos är denna: Läraren skriver fem uppgifter på skrivtavlan eller på ett papper. Då eleverna har hunnit till en bestämd uppgift i elevboken, får de räkna de på tavlan uppskrivna uppgifterna. Räknade eleverna rätt eller fel? Hur många var fel? Gick det långsamt? Måste de fråga om hjälp? Var det någon av eleverna som inte begrep? Om tre av fem uppgifter är fel kan man förmoda att eleven inte behärskar avsnittet.

Gör man snabbdiagnoser av det slag som nu har nämnts, kan åtgärder sättas in nästan omedelbart. Det resterande stoffet i elevhäftet kan användas för ny genomgång och ny övning. Har eleverna misslyckats på verkligt betydelsefulla punkter har läraren tillfälle att omedelbart handleda dem. Här är tre förslag till åtgärder:

1. Repetera hela avsnittet ingående. Blir det förbättring efter detta, fortsätter eleven med avsnittets svårare uppgifter eller med nästa avsnitt.
2. Uteblir förbättring efter repetitionen, bör eleven fortsätta med samma övningstyp, gärna med konkreta material. Repetera på nytt. Uppkommer därigenom förbättring går eleven vidare.
3. Om ändå ingen förbättring sker, sänker läraren kraven på eleven, som i regel inte finner det meningsfullt att hålla på med ett moment myc-

ket längre än sina kamrater. Kraven kan sänkas på olika sätt:

a) att låta eleven arbeta med uppgiftskategorin men använda konkreta hjälpmedel för att lösa uppgifterna (sänka abstraktionsnivån)

b) att utesluta de svårare uppgifterna (reducera svårighetsnivån med bibehållande av abstraktionsnivån),

c) att övergå till uppgifter inom ett annat, men lättare stoffområde (reducera stoffet).

Ofta finner läraren att eleven förstår hur han skall lösa uppgifterna, men ändå gör fel. Det finns då ingenting som tyder på att det är begreppssvårigheter som vållar felen. Misstanken uppstår då att det är brister i tidigare kunskaper, t ex att eleven har glömt hur man gör de uträkningar som förutsätts vara automatiserade. Det kan vara multiplikationstabellen — den kanske vanligaste felorsaken. Då kan det löna sig att fördjupa diagnosen och försöka se vilka andra brister eleven visar upp. Det är förstås viktigt att tabellträningen bedrivs med stor energi på låg- och mellanstadierna, men träningen måste vid behov fortsätta på högstadiet.

Orsaker till svårigheter

Många undrar hur elever kan ha elementära luckor i matematik så högt upp i skolsystemet som på högstadiet eller i gymnasieskolan. Vilka orsaker kan skapa sådana förhållanden? Skälen bakom misslyckandena kan givetvis vara flera och de är ofta lika individuella som elevernas uppträdande i övrigt. För att rätta till felmönstret är det därför ofta nödvändigt att undersöka andra faktorer än själva kunskapsbristen. Läraren måste i realiteten ta hänsyn till så skiftande omständigheter som elevens fysiska kondition, syn, hörsel, motorik, framgång i andra skolämnen, allmänbegåvning, hemförhållanden, attityder, intressen och arbetsvanor. Endast om man tar hänsyn till elevens hela situation och personlighet skapar man en verklig och fast grund för de åtgärder som man har att vidta. Men eleverna kan inte lära sig enskilda matematiska moment bara genom hänsynstagande och allmänterapi. All undervisning måste ha ett specifikt syfte. Det är matematik som skall läras. Därför måste diagnostiseringen också specifikt kartlägga luckorna i kunskapshänseende, i det här fallet beträffande matematik.

Planering

När man planerar för de 15 % lägst presterande eleverna i matematik, måste man komma ihåg att det är fråga om en ganska stor minoritetsgrupp. Redan i en medelstor skola blir det ett hundratal elever. Alla dessa elever kan inte ges specialundervisning. Större delen av dem måste undervisas i den vanliga klassen.

De lågpresterande eleverna i matematik är inte en homogen grupp. Inom gruppen finner man en stor spridning av såväl prestationsförmåga som färdigheter. Detta ställer större krav på läraren. Det är därför viktigt att söka nya metodiska och organisatoriska lösningar.

Levnadsålder och prestationsålder

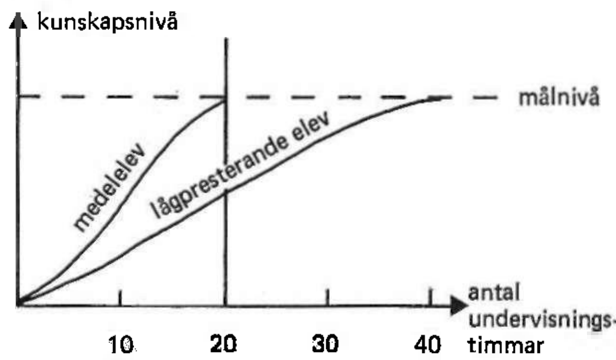
Betraktar men en grupp elever med samma levnadsålder, så är deras prestationsförmåga i ämnet matematik mycket olika. En del har en prestationsförmåga som svarar mot en högre levnadsålder, andra en prestationsförmåga som svarar mot en lägre. De flesta elever har i själva verket en **prestationsålder** som avviker från levnadsåldern. Mycket talar för att denna prestationsålder är normalfördelad på samma sätt som intelligensåldern.

På vilket sätt skiljer sig nu de lågpresterande eleverna från övriga elever?

1. **Deras prestationsålder är ofta betydligt lägre än levnadsåldern.** Statistiskt sett torde t ex 15 % av eleverna i årskurs 1 inte nå en prestationsålder av 7 år under hela det första skolåret. Dessa elever får därför ofta undervisning om addition och subtraktion innan de är mogna att helt förstå antalsbegreppet. (Jfr Piagets utvecklingspsykologi.) Liknande situationer uppstår på senare stadier. I årskurs 7 börjar man t ex undervisa om ekvationer och funktioner på en formell och logisk nivå. För att en elev ska kunna tänka på denna nivå fordras enligt Piaget en prestationsålder av 11—12 år. Statistiskt sett torde 10—15 % av eleverna inte nå denna mognad under hela högstadiet. Detta betyder att en stor del av eleverna riskerar att under hela sin skoltid få en undervisning som ligger över deras kapacitet och mognadsnivå.
2. **Deras arbetskapacitet är i de flesta fall lägre än kamraternas.** Det tar för dessa elever längre tid att lösa varje uppgift, samtidigt som de ofta behöver lösa fler uppgifter än kamraterna för att nå samma kunskapsnivå. Eftersom det endast finns ett begränsat antal undervisningstimmar till förfogande, skapar detta på sikt mycket allvarliga problem. Låt oss ge ett exempel på detta.

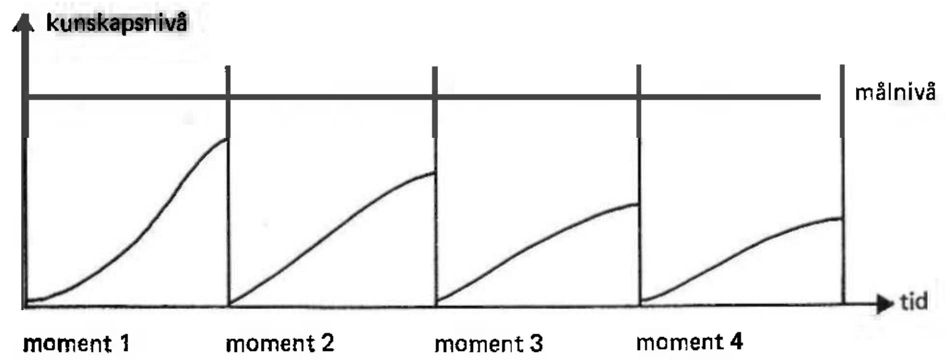
Anta att en lärare i årskurs 2 ska arbeta med additionsalgoritm. Till detta avsätts 20 lektioner. Läraren ger alla eleverna samma typ av undervisning och ställer även upp ett gemensamt mål för dem. Låt oss nu se vilket resultat man kan vänta sig för olika elever.

För en medelgod elev torde 20 lektioner vara fullt tillräckligt för att lära sig additionsalgoritmen. Under de 20 lektionerna närmar han sig målet sakta men säkert. För den lågpresterande eleven blir emellertid bilden en helt annan såsom framgår av följande figur.



Den lågpresterande eleven skulle enligt figuren ovan behöva hela 40 lektioner för att nå det planerade målet. I praktiken är det emellertid svårt att ge de lågpresterande en så lång sammanhängande undervisningstid. Undervisningen avbryts i stället ofta efter de 20 planerade lektionerna. För en lågpresterande elev ser därför kunskaperna inom olika moment ofta ut som i nedanstående figur.

Detta betyder att den lågpresterande eleven sällan eller aldrig når de uppsatta målen i vissa moment. Eftersom de olika momenten i matematik ofta bygger på varandra, får eleverna med tiden allt svårare att följa undervisningen. Att i det här läget ge extra undervisning i efterhand är en dyr och otillfredsställande lösning. Problemet bör angripas på ett tidigare stadium genom en långsiktig planering.



En alternativ syn på planeringen

Vid planeringen måste läraren i första hand ta hänsyn till tre faktorer: undervisningstid, metodik och målnivå. Av dessa faktorer är tiden den mest låsta. Det finns bara ett begränsat antal matematiklektioner per vecka. Vid planeringen för de lågpresterande eleverna bör läraren därför i första hand sikta på att variera målnivån och metodiken. Vad gäller målnivån blir det för de lågpresterande eleverna aktuellt att skära ned kursens omfång. Ju färre delmoment en elev arbetar med, desto intensivare kan han ägna sig just åt dessa moment. Vid val av delmoment kan förslagen till baskurser användas. Vad gäller metodiken innehåller de senare kapitlen en del konkreta förslag. Här bör speciellt observeras att arbete med särskilda studiematerial eller laborativt material kan underlätta inlärningen. Härigenom görs indirekta vinster i undervisningstid. Låt oss övergå till att studera ett par exempel.

Planering inom ett moment

Vid långtidsplaneringen har 20 undervisningstimmar avsatts för arbete med multiplikationsalgoritmen. Efter 10 lektioner ska minnessiffra införas. Ett diagnostiskt prov visar då följande:

En del elever kan inte **addera med minnessiffra.**

En del elever kan fortfarande inte **multiplicera** med säkerhet **utan minnessiffra.**

För båda dessa grupper krävs det kompletterande undervisning innan de kan börja multiplicera med minnessiffra. Men är detta möjligt? Om läraren ökar undervisningstiden för att alla elever ska hinna lära sig multiplicera med minnessiffra, måste något annat moment hoppas över. Om läraren i stället ägnar ett 10-tal lektioner åt att lära ovannämnda elever addera med respektive multiplicera utan minnessiffra, vad ska då de övriga eleverna sysselsättas med under tiden? Ett av de få alternativ som återstår är att välja en lägre målnivå för vissa elever. Detta kan göras på följande sätt.

1. För de elever som inte kan addera med minnessiffra är det meningslöst att för tillfället multiplicera med minnessiffra. Man kan här tänka sig:

   a) Eleven får tills vidare nöja sig med att endast multiplicera **utan** minnessiffra. Han får därför fortsätta att färdighetsträna multiplikation utan minnessiffra. Man kan även tänka sig det alternativet att eleven använder sig av ett laborativt hjälpmedel. Man kan t ex låta elever räkna uppgifter som ger minne med hjälp av Cuisenaires räknestavar eller tiobasmaterial.

   b) Ett bättre alternativ på längre sikt är emellertid att individualisera på ett sådant sätt att dessa elever under de 10 återstående lektionerna lär sig **addera med minnessiffra.** Visserligen har man då accepterat en lägre målnivå i multiplikation, men då detta moment återkommer vid ett senare tillfälle, har eleverna bättre förkunskaper. Inlärning av multiplikation med minnessiffra kan då ske vid detta senare tillfälle.

2. Även för de elever som kan addera med minnessiffra men ännu inte kan multiplicera utan minnessiffra, är det meningslöst att börja multiplicera med minnessiffra. Detta skulle bara störa deras inlärning av multiplikationsalgoritmen. Dessa elever bör också för tillfället arbeta på den lägre målnivån, d v s utan minnessiffra tills de har nått full färdighet. Givetvis kan kombinationen med ett laborativt hjälpmedel tillämpas även för denna grupp.

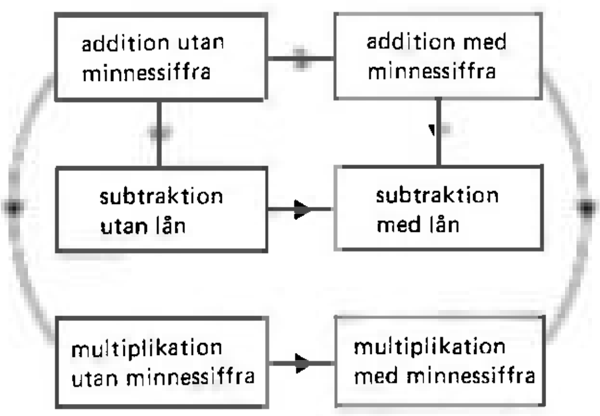
Exemplet kan sammanfattas så här. På grund av de tidsramar och de begränsade resurser som finns får läraren för vissa elevgrupper acceptera lägre målnivåer. Detta arbete på de olika målnivåerna måste läraren ta hänsyn till vid planeringen. **Undervisningen bör alltså ske på flera nivåer samtidigt i den vanliga klassen.** Endast en mindre del av eleverna kan få specialundervisning.

Planering på längre sikt

Hur ska man nu arbeta vid planering för att kunna få in de olika målnivåerna?

Som exempel kan aritmetiken i årskurserna 2 och 3 väljas. Anta att vi under en tvåårsperiod vill lära ut bl a algoritmräkning för addition, subtraktion och multiplikation. Det kan då vara klokt att låta de tre olika momenten varvas tidsmässigt. Man kan t ex arbeta en månad med addition följt av en månad subtraktion. Därefter kanske man arbetar med något annat moment innan man börjar med multiplikation. Efter en tid bör emellertid addition komma tillbaka, följt av subtraktion o s v. (Denna cirkelmetod eller spiralmetod återfinns i en del läromedel.)

Sedan ett grovschema för de två åren är klart, är det dags att tänka igenom hur de olika momenten är knutna till varandra. En enkel skiss över vilka moment som är förkunskaper till andra moment kan därvid se ut så här.



Figuren ska tolkas så att man bör kunna addera med minnessiffra och subtrahera utan lån innan man börjar subtrahera med lån. Däremot kan man t ex börja multiplicera utan att man tidigare subtraherat. Låt oss nu se hur detta planeringsförfarande inverkar på undervisningssituationen. Vi antar att vi för andra gången har kommit till momentet multiplikation.

Arne visar på ett fördiagnostiskt prov att han kan multiplicera utan minnessiffra. Däremot klarar han inte av att addera med minnessiffra. De tänkbara lösningarna för Arnes del har beskrivits tidigare (se punkt 1 ovan). Det som är väsentligt är emellertid att Arne nu inte börjar multiplicera med minnessiffra utan att ha de nödvändiga förkunskaperna. Det är bättre att han skaffar sig dessa och väntar med att multiplicera med minnessiffra till nästa omgång.

Bodil kan hjälpligt addera utan minnessiffra. Däremot kan hon inte förstå hur multiplikationstabellen fungerar. Under det förra arbetspasset i subtraktion visade hon emellertid viss förståelse för subtraktion utan lån. Även hon får vid det här tillfället stå över multiplikationen med minnessiffra och får i stället, dels övning i multiplikationstabellen, dels klinikundervisning i subtraktion med lån tillsammans med kamrater ur en annan klass.

Planering av färdighetsträning

En annan detalj som måste ingå i den långsiktiga planeringen är inlärning och repetition av additions-, subtraktions- och multiplikationstabellerna. Ett exempel på träning av de lägst presterande eleverna i tabellräkning är följande.

Eleven får en lathund för multiplikationstabellen. Denna lathund får givetvis användas under lektionerna tills eleven kan klara av multiplikationerna i huvudet. Eleven får vidare en stencil med ett 20-tal uppgifter av typen 3 • 3, 2 • 4, 4 • 1 osv. Ingen av uppgifterna överstiger i storlek 4 • 4. Med hjälp av lathunden får nu eleven lösa uppgifterna på stencilen under c 5 minuter varje lektion. Efter ett antal lektioner klarar eleven alla de givna kombinationerna även utan lathund. Läraren klipper då bort den del av lathunden som redan är inlärd och ger eleven en ny stencil som även omfattar uppgifter upp till 6 • 6. Nu vidtar ny färdighetsträning o s v. Lägg märke till två saker i detta exempel. Först och främst är det viktigt att gå fram i små steg, d v s att inte öva för stora områden åt gången. Vidare bör observeras att tabellträningen för en del elever måste spridas ut över en längre period, i vissa fall kanske flera år. Med hjälp av lathunden kan eleverna fungera i den vanliga skolundervisningen.

10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

När det gäller samordnad specialundervisning, är det viktigt att denna samplaneras med övrig undervisning. Dels bör man se till att det finns ett konkret mål för specialundervisningen, dels bör man se till att eleven inte missar väsentliga delar av den ordinarie undervisningen på grund av klinikbesöket.

Lämpliga tidpunkter för en intensifiering av klinikundervisningen är

a) då övriga elever arbetar på en "för hög målnivå". (T ex multiplikation med minnessiffra i exemplet ovan.)

b) då övriga elever arbetar med ett mindre centralt moment. (Vissa elever kan träna algoritmräkning då övriga elever arbetar med vektorer.)

Vid samplaneringen av specialundervisningen med övrig undervisning är tidsplaneringen viktig. Om flera klasser kan arbeta med ett visst avsnitt samtidigt, underlättas speciallärarens arbete. Det blir då möjligt att dels ge specialundervisningen i direkt anslutning till klassernas undervisning, dels ge fler elever specialundervisning samtidigt. För ämnesläraren eller klassläraren betyder detta en väsentlig resursökning.

Exempel: Vi utgår från att följande elever i årskurs 3 är uttagna till specialundervisning för matematiksvårigheter: Klass a en elev, klass b två elever och klass c en elev.

Låt oss nu anta att eleven i klass a får sådana problem vid subtraktion att specialläraren bör ingripa. De övriga uttagna eleverna får troligen samma problem. Om då planeringen är gemensam för alla tre parallellerna får de övriga uttagna eleverna problemen ungefär samtidigt. Specialläraren kan därför vid en tidpunkt ge en undervisning som annars skulle fått ges vid tre olika tillfällen. Detta innebär en effektivare användning av speciallärarens resurser.

Organisation och individualisering

Flexibel gruppindelning

I den konkreta undervisningssituationen visar det sig ofta att den enskilde läraren varken hinner med eller orkar arbeta på mer än ett fåtal nivåer samtidigt. När det gäller arbete på den lägsta nivån kan han få hjälp av en speciallärare. Denna hjälp kan emellertid endast ges till ett fåtal elever och då ofta efter ett visst utredningsförfarande. Det är uppenbart att denna form av hjälp inte förslår för de lågpresterande eleverna.

Vad finns det då för alternativ? En möjlighet bygger på samplanering av undervisningen i block. Detta kan t ex innebära att **2—3 klasser ur en årskurs har matematik på schemat samtidigt. Vidare görs all planering för klasserna gemensamt.** Vid planeringskonferenserna deltar en speciallärare. Vad kan man vinna med det här arbetssättet? Jo, först och främst blir det lättare att samordna specialundervisningen med övrig undervisning. Detta ger ökad kontinuitet i undervisningen för såväl lärare som elever. För speciallärarens del blir det vidare möjligt att samtidigt nå flera elever, som alla har samma eller liknande problem. På så sätt kan antingen flera elever erbjudas denna form av undervisning eller antalet specialundervisningstimmar per elev ökas.

Även de övriga lärarna kan på olika sätt lösa sådana problem som specialläraren inte kan åta sig. I klassen kan man dela upp eleverna i två till tre grupper som arbetar på olika nivåer. Några exempel på hur detta arbete kan gå till finns i andra delen. Anta nu att vissa elever, fördelade på de olika klasserna, tillfälligt får problem med ett moment i kursen. Att då dela upp arbetet i ytterligare en nivå i var och en av klasserna vore opraktiskt och i många fall kanske även omöjligt. En av lärarna i blocket kan då **tillfälligt** och under en **kortare** tid ta hand om dessa elever. Under tiden kan arbetet gå vidare med övriga elever i blocket.

Arbete i egen takt

Ett problem som rör såväl planering som organisation är valet av arbetssätt. Ska eleverna tillåtas att arbeta helt i sin egen takt eller ska de hållas samlade lektion för lektion (arbete på samma front). Sett från individualiseringssynpunkt borde givetvis arbete i egen takt vara att föredra. Tyvärr skapar emellertid detta arbetssätt stora problem för läraren. Ganska snart brukar det nämligen visa sig att spridningen bland eleverna på olika moment blir mycket stor. Läraren orkar då inte följa upp de olika individernas arbete. Bortsett från de allmänna trivselproblemen, får man nu negativa effekter på kunskapssidan. Dessa negativa effekter uppstår i första hand bland de lässvaga och de lågpresterande eleverna. Orsaken till detta är att möjligheterna att ge muntlig undervisning i grupp har minskat. (Se vidare under rubriken Individualisering s 48.)

För att lösa detta problem rekommenderas en kombination av arbete i egen takt och arbete på samma front. I detta fall tillåts eleverna att **inom varje delmoment arbeta i sin egen takt. Däremot startar alla elever i en klass eller grupp samtidigt med ett nytt moment.** Med detta arbetssätt blir spridningen mellan de olika elevernas lägen i kursen inte så stor. Speciellt under den första veckan sedan ett nytt delmoment har startat är möjligheten till en samlad muntlig undervisning stor. När sedan färdighetsträningen har börjat spelar det mindre roll om en viss spridning äger rum. Lägg märke till att det med denna metod blir möjligt att kombinera fördelarna med arbete i egen takt med den mera konventionella undervisningens fördelar.

Alla elevsvårigheter i matematik kan inte lösas på det sätt som har beskrivits ovan. För en hel del elever finns fortfarande behov av t ex mera konventionell klinikundervisning. Man bör emellertid se till att denna resurs utnyttjas så rationellt som möjligt. Observera därvid:

1. Det krävs en mycket god samverkan och planering för att eleven (och läraren) ska få kontinuitet i undervisningen. För detta är klassläraren (matematikläraren) den närmast ansvarige.
2. Se till att en elev som undervisas i kliniken inte går miste om väsentliga moment i den ordinarie undervisningen. Även om klinikbesöket löste elevens gamla problem, kan denna brist på samordning förorsaka ett nytt och kanske onödigt klinikbesök.
3. En speciallärare som svarar för samordnad specialundervisning för elever med inlärningssvårigheter i matematik har i sin undervisningsskyldighet att svara för 35—40 elever. Detta gör det nödvändigt att samplanera över klassgränserna. Genom en sådan samplanering kan ofta fler elever erbjudas en specialundervisning "när den ändå ges".
4. I vissa fall kan man prioritera ämnet matematik framför övriga ämnen. En viss försiktighet är emellertid nödvändig. Matematik bör inte prioriteras framför ett ämne där eleven känner trivsel och kanske lyckas.

Individualisering

Individualisering innebär en strävan att anpassa undervisningen efter den enskilde individens förutsättningar. Ett mål skulle nu kunna formuleras så, att varje elev ska tillåtas arbeta i sin egen takt, mot sina egna mål, med sina egna metoder och att såväl skriftlig som muntlig information ska vara anpassad till elevens språkliga förmåga.

Detta mål kommer vi sannolikt aldrig att nå. För att ge varje elev en sådan individuell undervisning krävs nämligen mycket stora ekonomiska och personella resurser. Däremot kan vi finna **grupper** av elever med relativt likartade problem. För sådana **grupper** av elever är det rimligt att arbeta med alternativa mål och metoder. (Se t ex avsnittet om geometri.)

När det gäller språklig information och individuell arbetstakt måste vi acceptera det praktiskt omöjliga i att framställa ett läromedel som tillfredsställer **alla** elevers behov. I det avseendet torde läraren vara överlägsen varje material. Problemet med läraren är emellertid att han eller hon bara kan nå en liten del av klassen i sänder med en individuellt avpassad undervisning.

Låt oss se vilken arbetssituation som kan vara rimlig för en lärare som vill individualisera. Om vi med individualisering menar att **en** lärare undervisar **en** elev, så får vi följande undervisningssituation. På högstadiet finns det i matematik sammanlagt 160 undervisningsminuter per vecka. Enligt en undersökning består denna tid enbart till c 50 % av effektiv undervisningstid. I samband med bundna auskultationer fick under ett par år lärarkandidater göra tidsstudier på lärarens arbete. Det visade sig då att i en klass med 25—30 elever c halva tiden ägnades åt aktiviteter som inte var relevanta för undervisningen: start av lektion, avslutning av lektion, tillrättavisningar, förflyttning mellan elever, kontroll av frånvaro etc. Eftersom denna tid vid en fullständig individualisering måste delas på 30 elever, så kommer varje elev att få c 3 minuters undervisning per vecka. På denna tid hinner man knappast att ge någon meningsfull undervisning. (Även om varje minut av lektionerna kunde ägnas åt effektiv undervisning skulle tiden inte förslå.) Exemplet visar ett ytterlighetsfall, men med en alltför långt driven individualisering med en lärare och en elev kan man lätt hamna i en liknande situation. Speciellt stor är risken då eleverna tillåts arbeta helt i sin egen takt. Anta t ex att en elev har råkat ut för en felinlärning som tar 30 minuter att reparera. Läraren har då inte tid att ge eleven den nödvändiga undervisningen direkt. Han har ju ytterligare 29 elever att ta hand om. Det rimliga är i detta fall att vänta tills c tio elever har fått samma problem. (10 • 3 = 30 min) Tyvärr lär läraren redan i årskurs 8 få vänta ett par månader innan tio elever har fått samma problem. Vad detta medför i fråga om motivation och arbetstrivsel (läs disciplinproblem) är väl uppenbart?

En mera praktisk form av individualisering är arbetet på "periodvis samma front", d v s då eleverna alltid startar samtidigt med ett nytt moment, men sedan t ex under två till fyra veckor tillåts arbeta i sin egen takt. Det blir med detta sätt att arbeta lätt att finna grupper av elever med gemensamma problem. Man kan därför kombinera fördelarna med arbete i egen takt med fördelarna med samma front-undervisningens möjligheter till (gruppvis) gemensamma genomgångar.

Givetvis uppstår nya individualiseringsproblem vid arbete på "periodvis samma front". Vad ska de elever göra som blir klara tidigare än kamraterna? Hur ska de elever hinna med som arbetar långsamt. Sådana problem har tagits upp senare i texten. Se t ex avsnittet om tio lektioner i areaberäkning. Principen är att de snabbaste eleverna får arbeta med fördjupningsuppgifter t ex av tillämpningsnatur. För de långsammaste eleverna blir en nedbantning av kursen, t ex enligt baskursen, aktuell.

En annan kombination av arbete på samma front och arbete i egen takt, är arbete på "gruppvis samma front". Detta innebär att man inom klassens eller storklassens ram bildar t ex tre elevgrupper, med inbördes relativt lika arbetstakt. Inom varje sådan grupp arbetar eleverna på samma front eller periodvis samma front. Däremot arbetar de tre grupperna med sinsemellan olika hastighet.

Hur man än definierar begreppet individualisering, blir effekten någon form av differentiering. Medan läraren ägnar sig åt en elev eller en grupp av elever, måste övriga elever ägna sig åt något meningsfullt arbete. Följande aspekter på differentiering bör i detta sammanhang uppmärksammas.

1. Ju större elevunderlag desto lättare att finna en homogen grupp med elever för individualiserad gruppundervisning. Om man i en klass med 30 elever kan finna fyra elever med samma problem, kan man troligen i ett undervisningsblock med 90 elever finna tolv elever med just detta problem. Genom en klok planering och organisering kan på detta sätt tillräckliga resurser skapas för en verklig individualisering.
2. Om flera lärare undervisar i samma lokal, t ex i en öppen skola, kan en rollfördelning ske mellan lärarna. Samma lärare bör då för kontinuitetens skull undervisa en viss grupp tills ett helt moment eller ett delmoment är färdigbehandlat. När man byter moment, t ex från geometri till statistik, bör nya undervisningsgrupper bildas. En elev kan ha olika förutsättningar att klara av olika moment. Eleven får därför inte låsas till att alltid tillhöra en viss grupp som arbetar på en viss nivå.

Elevattityder och föräldraattityder

Vad anser elever och föräldrar om dessa arbetssätt? De erfarenheter som finns från bl a ett högstadium i Göteborg är positiva. Det är viktigt att såväl föräldrar som elever ges en god information. Denna kan ges på följande sätt:

Exempel. Efter en månads arbete i fri hastighet kunde lärarna kartlägga elevernas arbetskapacitet. Det visade sig att Olle hade en mycket låg arbetstakt, vilket meddelades både Olle och hans föräldrar. Med denna arbetshastighet skulle Olle inte bli klar med mer än **7:ans kurs under hela högstadiet.**

Olle erbjöds då en mindre kurs. Med denna kunde han arbeta i en långsammare takt och även under vissa perioder erbjudas en lugnare miljö och mera muntlig undervisning. Men Olle och hans föräldrar fick också reda på att om Olle orkade arbeta mera så skulle han givetvis få arbeta i en "snabbare" grupp. I själva verket visade det sig att få elever ville byta grupp. Specielit de lägst presterande eleverna och deras föräldrar var nöjda. Ett par föräldrar uttryckte detta så här: "Tidigare tyckte Lars att det var deprimerande att alltid vara sämst i klassen. Läraren gick ofta igenom saker som Lars inte förstod. Nu får han emellertid uppgifter som han klarar av och han hinner också med bättre i den nya arbetstakten. Ni kommer väl att arbeta så här i 8:an också?"

Sammanfattande allmänna synpunkter på metodiken

Diagnostiken är inkörsporten till övriga åtgärder. Den bör emellertid vara enkel och får framför allt inte bli onödigt tidskrävande. De lågpresterande eleverna identifieras och deras symtom kartläggs utan överdrivna detaljer.

I tre hänseenden kan skolan påverka inlärningen i matematik för denna elevgrupp och därigenom underlätta deras möjligheter att få behållning av undervisningen, nämligen:

1. genom att begränsa och prioritera lärostoffet på ett systematiskt sätt,
2. genom att välja för dem lämpliga undervisningsmetoder (och läromedel),
3. genom att på ett utvecklande sätt organisera undervisningen.

En viktig förebyggande åtgärd är att begränsa stoffet. Man bör alltså kunna anpassa kurskraven till en nivå som är uppnåelig för de lågpresterande eleverna. Det finns risk för att föräldrar, lärare och eleven själv ställer orealistiska överkrav, vilka medför misslyckanden och besvikelser. Om skolan låter eleven uppleva framgångar åtminstone i blygsam skala kan den psykiska balansen återställas. Detta kan göras genom att i samråd med eleven och föräldrarna besluta om ett individanpassat urval av övningar. Det kan bara röra sig om ett slags principuttalande, och urvalet modifieras under läsårets lopp.

Men man måste samtidigt beakta att svårigheterna hos lågpresterande elever ofta beror på understimulering i fråga om intellektuella verksamheter, bl a genom hemmets bristande resurser. De förebyggande åtgärderna måste därför syfta till att dessa elever i skolan får erfarenheter som — ofta först på lång sikt — väcker intresset för kulturella ting. Det måste vara fel att begränsa stoffet så hårt att de nya och även för lågpresterande spännande matematikmomenten i Lgr 69 helt utesluts, t ex inom statistik, sannolikhetslära, maskinräkning och geometri. Det är viktigt att elever med låg prestationsförmåga

1. lär sig att använda kunskaper vilka inte uteslutande grundas på drill,
2. stimuleras att utveckla sitt logiska tänkande,
3. ges täta tillfällen att öva sin förmåga att läsa matematisk text,
4. ges tillfällen till muntlig framställning.

Den personliga kontakten med läraren är nästan alltid central och väsentlig, särskilt under ett avsnitts inledningsskede. Detta gäller i synnerhet de lågpresterande eleverna. Läraren måste ägna mycken tid åt att uppmuntra dessa elever, att ge dem språkliga tankemönster och att skänka dem tid och tillfälle att pröva lösningar genom praktisk handledning. Den vuxna människans föredöme är en viktig inlärningsfaktor.

Åtgärderna måste alltid sättas in i ett allmänt elevvårdande sammanhang. Det måste röra sig om både kunskapsutveckling och verksamheter med inriktning på elevanpassning och arbetsträning.

Eleverna i samma klass bör arbeta på olika kravnivåer inom ramen för ett och samma inlärningsmoment. Således kan samtidigt vid övningar med multiplikationsalgoritmen på lågstadiet en högpresterande elev använda en fullständigt automatiserad räkneteknik, en medelpresterande arbeta med lathundsteknik (för att klara multiplikationskombinationerna) och en lågpresterande lösa uppgifterna med konkret tiobasmaterial. Det bör erinras om att dessa tre elever härigenom kan lösa uppgifter av samma slag, men de använder olika räknetekniker vilka representerar olika kravnivåer.

Den låga prestationsförmågan leder — trots de förebyggande åtgärderna — ofta till att felaktiga arbetsvanor utbildas. Till följd härav inträffar en utpräglad felinlärning. Undervisningen måste då inriktas på att inte bara förebygga utan också hjälpa eleven på rätt väg. I denna rehabilitering gäller det att först bryta ned en felaktig begreppsstruktur och sedan att få eleven att börja om med de riktiga begreppen. Först därefter är eleven i allmänhet mogen att öva den önskvärda arbetsvanan.

Den rehabiliterande verksamheten måste förläggas till klassen så ofta det är möjligt och då i första hand för lättare och tillfälliga inlärningssvårigheter. Det måste vara enkla och praktiskt utförbara åtgärder som läraren planerar för eleverna i klassen. Bl a bör olika grupperingar av eleverna företas som gör att läraren inte ständigt måste instruera individuellt. Undervisningen kan också intensifieras och systematiseras genom speciella läromedelsinsatser (t ex SISU).[1]) Men man bör uppmärksamma de möjligheter som finns till förstärkning av den vanliga undervisningen. Resurstimmar (särskilt på lågstadiet), stödundervisning (främst på högstadiet), den särskilda undervisningen för sjuka barn samt invandrarundervisning bör utnyttjas i den utsträckning som skolskjutsning, schemaläggning, lokalresurser och lärartillgång medger det.

[1]) Självinstruerande specialundervisning — ett projekt vid Pedagogiska institutionen vid Lärarhögskolan i Göteborg.

För de svåraste fallen krävs intensiva rehabiliteringsåtgärder. Här anlitas specialundervisningens resurser. Samordnad specialundervisning organiseras i samarbete med läraren i klassen. Många gånger kan det gå att fördela arbetet mellan lärarna. De mera lärarintensiva verksamhetsformerna kan tas om hand av specialläraren. Den följande eller samtidigt pågående individuella träningen kan ledas av läraren i klassen.

Då en elev visar mera utpräglade inlärningssvårigheter utarbetar läraren om möjligt ett särskilt behandlingsprogram som utgår från den diagnostisering som har utförts. Följande är några bland de åtgärder som bör beaktas när behandlingsprogrammet planeras och utarbetas.

1. Lärokursen anpassas till elevens svårigheter genom sovring.
2. Behandlingsprogrammet utarbetas i form av en plan, som omfattar kursmoment där diagnostiseringen har visat att eleven företer kunskapsluckor. Hänsyn tas till elevens affektiva och sociala beteende. De framsteg som eleven efter hand gör påverkar gradvis behandlingsprogrammet i dess helhet och leder till att detta måste omarbetas.
3. Tryckta läromedel, laborativa material, kompletterande material etc väljs ut, vilka är särskilt lämpade för de kravnivåer som eleverna befinner sig på.
4. Verksamhetsformer bestäms.

DEL 2 Metodik och organisation – några exempel

I de följande kapitlen ges förslag till åtgärder för att visa metodiska och organisatoriska exempel på hur matematikundervisningen kan anordnas för hela klassen så att även de lågpresterandes behov tillgodoses. Ett begränsat antal exempel ges som främst syftar till att visa metodiska och organisatoriska möjligheter.

Tal 52
Naturliga tal 52
Exempel: Att skriva och läsa talen 10—19
Decimaltal 53
Exempel: Att lära decimaltal 53
Det fortsatta arbetet med decimaltal 55
Närmevärde 55
Procent 56
Exempel: Att lära procent 56

Positionssystem och algoritmer 58
A. Positionssystemet 58
Laborativa övningar 58 • Exempel 1 59 • Exempel 2 59
B. Additionsalgoritmen 59
Tiobasmaterial 59 • Exempel 1: Addition utan "övergångar" 60 • Exempel 2: Addition med "övergångar" 61
C. Subtraktionsalgoritmen 62
Metod a 62 • Metod b 63 • Exempel 1. Subtraktion med lån över en position 64 • Exempel 2. Subtraktion med lån över flera positioner 64
D. Multiplikationsalgoritmen 65
Tiobasmaterial 65 • Exempel 1. Multiplikation utan övergång 65 • Exempel 2. Multiplikation med övergång 66 • Multiplikation med tvåsiffriga tal 67
Division 67
Exempel 67 • Sälvtillverkat material 67
Praktiska exempel 1: Additionsalgoritmen inom talområdet 0—99 67
Förutsättningar 67 • Tillgängligt material 68 • Organisation 68 • Diagnostisering 68 • Åtgärder 68
Praktiska exempel 2: Elev med matematiksvårigheter i årskurs 5 69
Förutsättning 69 • Analys 69 • Åtgärd 69

Geometri 69
Geometriska formler 69
Längdmätning 70
Exempel: Mät hur hög bänken är
Areamätning 70
Exempel: Bestäm arean av följande triangel • En metod att lära ut areamätning 71
Tio lektioner om areamätning i årskurs 7 73
Fördiagnostiskt prov 73 • Planering 73 • De tio lektionernas utseende för olika elevkategorier 74
Kongruensavbildningar 74
Spegling i en linje 75
Vridning 76
Några lektioner om spegling 77
Skala 78

Praktiska uppgifter 79
Benämnda uppgifter och praktiska uppgifter 79
Räkneschema som "lathund"? 79 • Lågpresterande elevers problemlösning 80 • Organisationen av arbetet med praktiska problem 80
Intressen, erfarenheter och kognitiv utveckling 81
Planering 82
Exempel på aktiviteter 82
Problem: Geometri- och mätningsuppgifter 82

Tal

Naturliga tal

De flesta barn lär sig att använda talord långt innan de börjar skolan. (Den belgiska barnpsykologen Descoeudres, som studerade denna fråga, ansåg att tvååringar kunde använda orden ett och två, treåringar orden ett—tre, fyraåringar orden ett—fyra och femåringar orden ett—fem.) Användning av talorden och kunskap om vad de står för sammanfaller i allmänhet, men det finns ingen garanti att så är fallet.

De elever som utvecklas långsamt har ofta en begreppsbildning i fråga om tal som motsvarar förskolbarns, ännu något år efter att de har börjat skolan. Övningarna att förstå naturliga tals innebörd bör därför för dessa elever bedrivas konsekvent och systematiskt under alla grundskolåren med konkreta material (se kapitlet Positionssystem och algoritmer).

Äldre elever finner det ofta naturligare att använda bruksföremål än leksaker. Pengar kan betraktas som bruksföremål. På högstadiet är det i regel bäst att anknyta till elevernas intressen inom t ex teknik, musik, sport, kläder, film och andra yrkes- eller fritidsintressen.

Exempel: Att skriva och läsa talen 10—19

Klassen består av 23 elever i årskurs 1. Tidpunkten för inlärningen är februari.

Läraren har genom dagliga eleviakttagelser fått en uppfattning om elevernas olika prestationsförmåga. Flertalet elever ramsräknar till hundra och kan ange föremål i mängder mellan 20—100 element.

Sex elever har dock följande svårigheter (alla kan skriva talet 10).

Ann-Mari: Kan ramsräkna till 100, visar svårigheter att läsa och skriva siffror och tal 0—15.

Berit: Kan ramsräkna till 20, kunde vid skolgångens början inte ange antal föremål längre än 4—5, genom trägna övningar har hon nu blivit säkrare, i varje fall upp till 20.

Bertil: Osäkerhet vid ramsräkning, särskilt vid tiotalsövergångar.

Göran: Ramsräknar utan svårighet 0—100, kan inte med säkerhet tyda siffrorna.

Karl: (se Berit).

Sonja: Motoriska svårigheter vid sifferskrivning (spegelvändning m m). Räknar fel.

En duktig grupp består av följande elever:

Ivar: Läser ut tal t o m miljoner.

Lisa: (Se Ivar) Kan läsa ut decimaltal (priser).

Sven: Har räknat till tusen.

Följande material används: Förutom läroboken (åk 1) används laborativt material, demonstrationsmaterial, drillmaterial (Aktiv, Palin) samt supplerande material (stenciler samt vissa andra läroböcker).

Klassen arbetar i regel i tre grupper, men sammansättningen av dessa skiftar. Läraren planerar att för denna inlärningsuppgift gruppera eleverna så här:

Grupp 1: Ivar, Lisa, Sven (högpresterande)

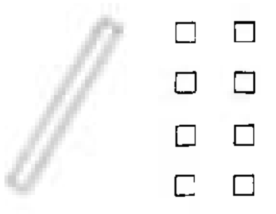
Grupp 2: Ann-Mari, Berit, Bertil, Göran, Karl, Sonja (lågpresterande)

Grupp 3: Övriga 14 elever.

Läraren låter eleverna följas åt vid genomgångar av nya moment och differentierar undervisningen på så sätt att elever med olika hög färdighet får olika svåra frågor. De högpresterande får hjälpa till att förklara. De medel- och lågpresterande följer med. Efter genomgångar av detta slag återgår eleverna till självständiga övningar. Dessutom tar läraren upp olika uppgiftsgenomgångar särskilt för grupperna. Kursen är tillrättalagd för de tre grupperna, viss sovring i stoffet har gjorts för de lågpresterande, men denna grupp har framför allt gått fram i en långsammare takt. Elevgrupperna arbetar således på olika ställen i läroboken.

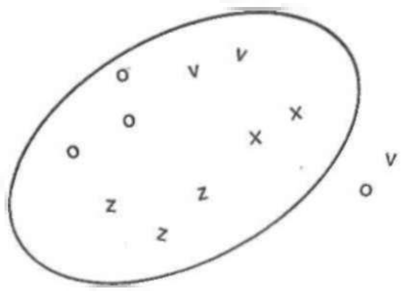
Ska arbetet i klassen differentieras, måste de olika arbetsgrupperna vänjas vid att arbeta tyst och självständigt (jämför arbetet i bB-skolor). Läromedlens utformning och lärarens noggranna planering skall möjliggöra detta.

Läraren behandlar hela området 10—19 under 5 lektioner. Alla startar på samma gång och arbetar laborativt i början. Efter hand har en del elever fattat tiosystemet och kan fortsätta att skriva tal "rent abstrakt". Men några elever (grupp 2) behöver ytterligare konkret undervisning och omedelbar hjälp. Självständiga övningar utförs alltså på olika sätt i de olika elevgrupperna. Högpresterande elever arbetar snart utan konkreta material på egen hand i läroboken, och när de är färdiga med avsnittet där, gör de övningar i andra läroböcker som finns till hands som klasslitteratur. Medelpresterande elever fortsätter i läroboken, men använder tiobasmaterial längre del av tiden. De kan också skriva namn på tal:



10 + 8 = 18
10 + 4 + 4 = 18
etc.

Lågpresterande har tidigare arbetat med talet 10 och tal under 10 och fortsätter med övningar att tyda och skriva tal 10, 11 och 12 med hjälp av läroboken, annat skriftligt material samt lämpliga plockmaterial. De samlar föremål till en tio-mängd och ser efter hur många som blir över, t ex.



10 + 2 = 12

Läraren presenterar t ex talet 18 för de lågpresterande med hjälp av flano-material på flanelltavla och samtalar med dessa fem elever. Tiosystemet framhävs: "Det är klart att vi har en tiomängd och åtta enstaka element". Talet läses och skrivs. Tallinjen på väggen används och eleverna pekar ut koordinaten för talet 18. Eleverna arbetar i par med tiobasmaterialet. De skriver också talet 18 med siffror.

Läraren diagnostiserar elevernas arbetsvanor genom direkta iakttagelser. Rättelser sker så snart som möjligt. Nytt stoff tillförs i den mån som eleverna klarat av uppgifterna. För de svagaste eleverna tillses dock att de får omväxling på ett betryggande sätt och inte för länge håller på med samma uppgiftstyp. Under resurstimmar ger läraren extra hjälp åt elever med inlärningssvårigheter. Om inte skolskjutsarna ställer hinder i vägen kan gruppernas sammansättning varieras under resurstimmarna efter elevernas behov. Detta sker i samråd med föräldrarna.

En speciallärare har sin tjänstgöring delvis avdelad för samordnad specialundervisning i årskurs 1. Vissa elever är av rektor uttagna till sådan. Tjänstgöringen för denna bedrivs ibland i klassrummet (kompanjonlärare), men ibland i "grupprummet" utanför och ibland i klinikrummet. Vid kompanjonlärararbetet hjälper specialläraren i någon utsträckning även andra elever än de uttagna, men arbetar mest med de uttagna eleverna. Dessa är

Sonja som har sina huvudsakliga svårigheter i läsning och skrivning. Hon får i dessa ämnen hjälp som berör också matematik.

Karl och Berit som är allmänt svaga och

Göran som har speciella svårigheter i matematik.

Decimaltal

Att lära eleverna decimaltal innebär en utvidgning av tiosystemet till tiondelar, hundradelar etc. En bra början för att lära eleverna decimaltalen är att diskutera olika sätt att skriva vad saker kostar.

Exempel: Att lära decimaltal

Klassen är en 3—4 (klasstyp B 1) och består av 13 elever i årskurs 3 och 12 elever i årskurs 4. Tidpunkten för inlärningen är första hälften av vårterminen.

Målsättningen för detta avsnitt är följande.
Hög- och mellangrupper: att läsa och skriva tal som 2,57, 2,50, 0,50, 0,08, 1,5, 0,5
Låggrupp: att utföra enhetsbyten i anslutning till mätningar med kr—öre, m—cm, kg—hg, l—dl. Inlärningen av decimalform uppskjuts till årskurs 5.

Diagnostisering av elevernas arbetsvanor har läraren utfört sålunda.
Årskurs 3: Genom samtal med den avlämnande läraren samt räkneprov vid höstterminens början och fortlöpande eleviakttagelser.
Årskurs 4: Standardprov i årskurs 3, diagnostiska prov i början av årskurs 4 samt eleviakttagelser.

Enligt resultatet av diagnostiseringen bör fyra elever i årskurs 3 och tre i årskurs 4 betraktas som lågpresterande. En elev i vardera årskursen presterar avsevärt mer än genomsnittet.

De tre eleverna i årskurs 4 har tydliga inlärningssvårigheter. Samtliga dessa elever visar lässvårigheter av vanlig text. De har svårt att läsa och skriva 3- och 4-siffriga tal (t ex tvåhundrafem skrivs 250, tretusensex skrivs 30006). Arbetstakten är långsam. I matematik presterar de som svaga elever i årskurs 3.

Tillgängligt material: Läroböcker för respektive årskurser, prislappar, material för längdmätning, myntsatser, andra läroböcker.

Organisation: Under detta moment bildar fyra lågpresterande elever i årskurs 3 grupp 1, övriga elever i årskurs 3 samt de tre lågpresterande eleverna i årskurs 4 grupp 2 och de återstående eleverna i årskursen bildar grupp 3.

Arbetsgång: Läraren börjar med en gemensam genomgång för samtliga elever att läsa "prislappar" såsom

4 kr 50 öre	4 kr 5 öre
10 kr 50 öre	10 kr 5 öre

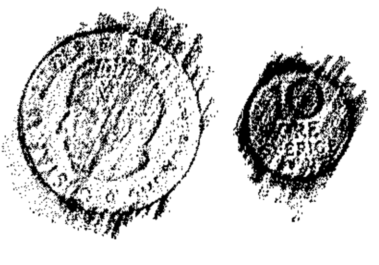
och skriva dessa priser i enheten öre.

Därefter får grupp 3 arbeta med enhetsbyte i läroboken. Läraren går igenom konkreta arbetsuppgifter för grupp 1 och 2 vilket innebär följande:

a) eleverna gör 10 prislappar och visar beloppet i mynt (myntsatser),

b) eleverna i grupp 1 löser uppgifter i läroboken med myntsatser, eleverna i grupp 2 löser uppgifterna i boken utan myntsatser.

Den lågpresterande gruppen i årskurs 3 fortsätter med liknande övningar i att göra enhetsbyten av följande typ:



_______ kr _______ öre = _______________ öre

Läraren avbryter arbetet i grupp 3 och demonstrerar skrivning av priser på prislappar i decimalform, t ex:

Kr 1:50	Kr 1,50	1:50	—:25

Affärerna använder prislappar med mer eller mindre erkända skrivsätt, t ex 0: 25, —: 25, 0.25 och 0,25. Att dessa markeringar är metoder att skilja av kronor från ören, vet eleverna redan. En första övning kan gå ut på att ta reda på hur prislappar brukar se ut. Eleverna kan ha den uppgiften i "läxa". Läraren har samlat olika varuhuskataloger, som eleverna får använda på olika sätt. De "katalogshoppar" och kopierar prisuppgifter — ju fler, desto bättre. Eleverna får sedan redovisa vilka priser de har noterat för olika varor. De ska också kunna tala om vad prislapparnas noteringar betyder i kronor och ören. Läraren får anledning att berätta om det korrekta skrivsättet av priserna.

Sedan fortsätter övningarna att skriva priser men nu godkänns bara tal skrivna med decimaltecken. Denna början medför att vi omedelbart introducerar både tiondelar och hundradelar men inte benämner dem så förrän eleverna blivit varma i kläderna.

Det fortsatta arbetet med decimaltal

Grupp 1 och 2 fortsätter med mätningar och enhetsbyten, vilka här inte närmare behandlas. I grupp 3 pågår övningar att lära decimaltal med utgångspunkt i mätningar.

En inledande laborativ verksamhet med grupp 3 kan vi få genom att eleverna två och två mäter varandras längd. De skriver resultatet i decimalform, t ex

Ingvar 1,48 m

Per 1,50 m

etc.

Finns det andra mätningar där vi skriver med decimaler? Jovisst! Vid längdhoppsgropen hoppade Ulrika "två och femtiåtta" och Per "två och femtinio". Hasse Börjes åkte 500 m på "trettiåtta och sextisju". Ulla vägde "tjugoåtta och sex" och när hon var förkyld hade hon "trettiåtta och fem".

Vi kan låta eleverna mäta och väga och använda decimaltecken då de skriver resultaten: meter och centimeter, kilogram och hektogram, liter och deciliter, hela och tiondels sekunder.

Med ledning av de olika erfarenheter som eleverna har skaffat sig kan vi ha med litet "teori". I talet 35 står 3 för tiotal och 5 för ental. I talet 365 står 3 för hundratal, 6 för tiotal och 5 för ental. Vilka "namn" kan vi då använda för 3 och 8 i 3,8 kg? Ja, 3 "är ental". Men vad kallar vi åttan? Det kan bli ett långt och krångligt samtal av detta. Förmodligen förstår eleverna detta resonemang ganska dåligt i början, och läraren måste därför bereda sig på att komma tillbaka till mera erfarenhetsdata vid senare tillfällen. Eleverna bör till att börja med konstatera att 1 kg kan delas i 10 hektogram. Det är tio lika delar. Ja, varför inte då säga "tiondelar"? Det är bra att i de första samtalen härom välja exempel som bara kan erbjuda "tiondelar", som enheterna kilogram—hektogram och liter—deciliter.

Vad betyder 5 i 3,85 kr? Eleverna vet att det går 100 öre på en krona. Kan vi tala om "hundradelar"? Sådana namngivningsövningar bör ofta återkomma.

När de lågpresterande i grupp 2 i sinom tid kommer fram till att lära decimaltal måste övningarna vara dels lätta, dels begränsade till erfarenhetsmaterial. De tre svagaste eleverna i årskurs 4 är inte mogna att lära sig tal skrivna i decimalform under läsåret. Detta meddelas den mottagande läraren i nästa årskurs (5—6 av klasstyp B1), som efter sin diagnos får lägga upp övningar för dessa elever.

Närmevärde

Närmevärde är ett viktigt begrepp som eleverna måste kunna använda i samband med mätningar. Mätningsövningar är utmärkta, också av den anledningen att de visar hur svårt det ofta är att bestämma vilket mätetal som passar bäst att använda. Eleverna bör alltså ställas inför mätningsuppgifter där det är uppenbart att man inte får ett exakt värde. Vågskålarna på balansvågen står t ex inte precis lika högt. En sträcka, uppmätt med en centimetergraderad linjal, är inte precis 2 cm lång. En kaffekopp innehåller ungefär en och en halv dl, klockor är inte precis 10 minuter över 9 (jfr mätning av idrottsprestationer). Det gäller då att finna det mätetal som förefaller vara närmast rätt.

På högstadiet anknyter man till yrkesuppgifter, t ex i sömnad, stickning, trähantering och metallarbete. Idrottsutövandet ger goda övningsmöjligheter. Hur svårt är det inte att ta tid eller att mäta kastlängder. Det är viktigt att övningarna väljs så att eleverna finner dem meningsfulla.

De uppgifter i avrundning som finns i läroböckerna har ofta en skrivbordsaktig overklighet över sig, t ex träning att utan särskild motivering avrunda till 2 decimaler. Sådana uppgifter stannar knappast i minnet hos en lågpresterande elev som dessutom ofta är lågmotiverad. Motivet för inlärning är i regel att det skall kännas meningsfullt att öva sig. Det gäller att finna situationer då avrundning kan vara intressant — så långt detta är möjligt. Mätningar och överslagsräkning är moment i vilka avrundning naturligt ingår. Också i överslagsräkning vore en stegrad övningsföljd önskvärd. Utgångspunkten är att resonera med elever och leta fram ämnesområden som eleverna känner behov av att ta reda på något om. För sportintresserade elever kan det vara rekordnoteringar, tekniskt intresserade elever kanske finner motorprestanda värda att studera. Det går åt rätt mycket tid att stimulera elever, särskilt på högstadiet, därför att de så ofta saknar studiemotivation.

Närmevärde är alltså ett begrepp som övas i samband med olika konkreta situationer.

Procent

Procent översätter vi med hundradelar, och det är med pengar vi i allmänhet förknippar procent. Men procent använder vi i många andra sammanhang, och vi får inte glömma dessa. Det lönar sig sällan att i undervisningen utgå från formella övningar om vad procent står för och hur man räknar. Läraren får försöka engagera eleverna genom att välja stoff för undervisningen från dem näraliggande och aktuella områden.

Ska de lågpresterande eleverna räkna mera exakt med procent? Det är svårt att svara generellt, överslagsräkningen är viktigast att klara. Det finns anledning att göra beräkningar av följande slag: Jag vill ge 10 % i dricks åt taxichauffören. Taxametern står på 8,75 kr. Vad betalar jag? Detta är en typisk överslagsräkningssituation.

En familj har handlat i en affär för 1 570 kr. Vid nyår får de återbäring med 3 %. Hur mycket får de? Uträkningen kan göras på olika sätt.

a) Eleven har lärt sig att 3 % = 0,03.
Uträkningen blir då

$$\begin{array}{r} 1\,5\,7\,0 \\ \cdot\ 0{,}0\,3 \\ \hline 4\,7{,}1\,0 \end{array}$$

b) En på förståelse grundad metod är

$$1\ \% \text{ av } 1\,570 = \frac{1\,570}{100} = 15{,}70 \text{ och då är}$$

$$3\ \% \text{ av } 1\,570 = 3 \cdot 15{,}70 = 47{,}10$$

c) En tredje metod är att räkna

$$3 \cdot 1\,570 = 4\,710 \text{ och } \frac{4\,710}{100} = 47{,}10$$

Vi skriver gärna om procentuttryck i decimalform t ex 20 % som 0,20. Uträkningen bör ofta vara av överslagstyp.

Exempel: Att lära procent

Tre klasser av årskurs 5 i en samskapsskola arbetar delvis tillsammans i vissa ämnen (tillsammans 87 elever). Schemaläggningen är ordnad så, att dessa tre klasser i matematik samtidigt förfogar över studiehallen två 20-minutersmoduler per dag måndag—onsdag. Klasserna använder skilda klassrum två 20-minutersmoduler på torsdag och fredag — också då samtidigt. De tre klasslärarna samt en speciallärare bildar ett lärarlag som disponerar 24 modulers samordnad specialundervisning för de tre klasserna, varav sex anslås till matematik. Lärarlaget samplanerar undervisningen i matematik.

Specialläraren har matematik samtidigt som klasserna på måndag. På tisdag och torsdag tjänstgör specialläraren på tid efter matematiklektionen. Lärarlaget bedömer momentet "procent" så viktigt från allmänbildningssynpunkt, att specialläraren bryter sitt långsiktiga behandlingsprogram för de uttagna eleverna och följer upp undervisningen i procent parallellt med undervisningen i klassen. Sex elever deltar i specialundervisning i matematik.

Tidpunkten för inlärningen är mitten av vårterminen. Beräknad tid: sex lektioner matematik (12 moduler) + en lektion i oä (två moduler).

Målen: För hög- och mellangrupperna anser arbetslagen att lärobokens målsättning accepteras. För de lågpresterande eleverna anger arbetslaget målen

a) procent betyder hundradelar,

b) 1 % = 1 hundradel = 0,01,

c) att skriva procenttal i decimalform,

d) att beräkna 1 %, 2 %, 5 % och 10 % av hela 100-tal t o m 1 000.

Lärarlagets planering:

Lektion 1:	Procentbegreppet. Användningsområde. Enkla räkneövningar.
2:	Vi skriver procent som hundradelar. Enkla räkneövningar.
3	Procenträkning.
4	Procenträkning.
5	Överkursuppgifter.
6—7	Tillämpning i oä.

Diagnostisering: Alla elever har tidigare lärt sig skrivning av tal i decimalform. Lärarna har den uppfattningen att samtliga elever kan få någon behållning av att delta i lektion 1. Diagnostisering beräknas ske under arbetets gång genom fortlöpande eleviakttagelser. På grundval av denna grupperas eleverna efter sina färdigheter och sin inlärningstakt.

Lektion 1 (torsdag). Varje klass undervisas för sig. Varje lärare går igenom procent, procenttecknet och samtalar med eleverna om användningen av procent. Eleverna föreslår: dricks, skatt, hittelön, ränta etc. Läraren frågar: Har ni hört talas om hittelön? Lisa hittade en klocka. Den var värd 100 kr. Hon fick 10 % av klockans värde i hittelön av ägaren. Hur mycket fick Lisa? (Förslag) 10 % av klockans värde är alltså 10 kr. Vad hade Lisa fått om hon fått bara 1 %? (Diskussion.) 1 % är alltså 1 hundradel.

Eleverna övergår till pararbete sedan de fått arbetsinstruktioner för räkneövningar av följande typ:

1 % av 100 kr är 1 kr

2 % av 100 kr är ______

1 % av 200 kr är ______

1 % av 300 kr är ______

etc.

Därefter får eleverna arbeta enskilt enligt läroboken.

Diagnostisering av elevernas prestationer sker genom att lärarna kontrollerar hur eleverna räknar vissa kriterieuppgifter (se s 00).

De sex uttagna specialeleverna går senare på dagen till specialläraren som på grundval av diagnostiseringen arbetar med eleverna.

Lektion 2 (fredag). Varje klasslärare undervisar sin klass i klassrummet. De går igenom för hela klassen hur man skriver procent i decimalform. Eleverna får sedan enskilda övningar efter läroboken. Eleverna räknar olika snabbt och spridningen är redan nu sådan, att en gruppering av eleverna blir naturlig. Vardagsdiagnosen ger nämligen vid handen att det finns ett tiotal elever i varje klass som är snabba. Det finns också c fem elever per klass som har svårt att förstå procenträkningen. Lärarna bestämmer sig alltså för att fördela handledningen: en tar hand om de snabbaste c 30 eleverna, en annan de omkring 40 medelpresterande och en de återstående c 15. Specialläraren hjälper de svagaste.

Lektion 3 (måndag). Fyra lärare undervisar i studiehallen. Gruppering sker enligt följande:

Högpresterande: Övningar ur läroboken jämte supplerande material.

Medelpresterande: Övningar ur läroboken.

Lågpresterande: Urval ur läroboken.

Specialelever: Urval av uppgifter ur särskild studiebok.

Lärarresurserna är fördelade så att specialläraren huvudsakligen undervisar specialeleverna medan klasslärarna gemensamt svarar för undervisningen i hela gruppen, dock så att en lärare huvudsakligen inriktar sig på de lågpresterande eleverna, en annan på mellangruppen och den tredje på de högpresterande. Varje lärare ger inledande instruktion åt sin grupp, mellangruppen i studiehallen, övriga grupper i grupprum. Övrig handledning ges individuellt.

Lektion 4 (tisdag). Tre lärare undervisar i studiehallen. I övrigt sker undervisningen efter samma plan som i lektion 3. Specialläraren undervisar sina specialelever i klinikrum på tid efter lektionen.

Lektion 5 (onsdag). Arbetet pågår i studiehallen. I den mån eleverna är färdiga med de för varje grupp planerade grunduppgifterna övergår de till överkursuppgifter som är markerade i läroboken eller har hämtats från supplerande material. Särskilda anvisningar härom har gjorts i förväg.

Lektionerna 6—7 (torsdag). Varje klass disponerar under detta arbetspass ett klassrum under fyra 20-minutersmoduler (två för matematik, två för oä). Målet är att tillämpa procenträkning i arbetsområdet Sydeuropa. Eleverna får gruppuppgifter på grundval av geografiska tabeller. Lärarlaget har gemensamt utarbetat uppgifterna. Dessa ska redovisas innan arbetspasset är slut. Specialläraren deltar i handledningen under de sista två modulerna.

Positionssystem och algoritmer

I detta avsnitt ges exempel på hur man med hjälp av laborativt material behandlar positionssystem och algoritmer. Av utrymmesskäl har en begränsning gjorts till dessa två områden. Framställningen är inte heller här fullständig utan vill i första hand visa på några idéer och principer vid arbete med laborativt material, varav ett par kan nämnas här.

1. **Eleven själv skall arbeta laborativt.** Detta innebär bl a att det inte är tillräckligt att läraren visar eller demonstrerar. Det är inte heller tillräckligt med de numera i läroböckerna förekommande illustrationerna av laborativt material. Dessa kan dock utnyttjas för att visa hur material kan användas. Eleven ska sedan använda materialet så länge som han behöver det.

2. **Arbete med laborativt material** görs så snart som möjligt parallellt med arbete med papper och penna. Detta är nödvändigt för att eleven ska se sambandet mellan å ena sidan arbetet med det konkreta materialet och å andra sidan matematiska uttryck och beräkningar.

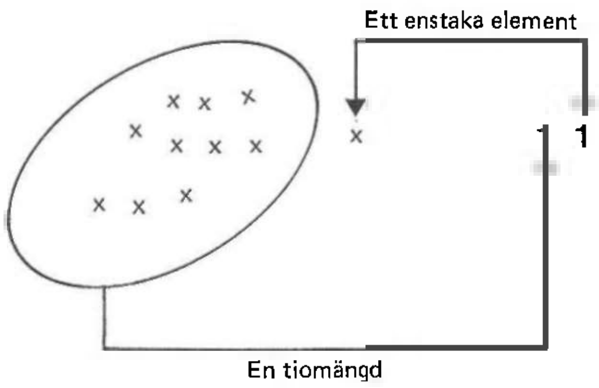
I allmänhet slutar eleverna använda konkret material själva, när de inte behöver det. Risken är troligen större att de slutar för tidigt än för sent. Ett arbetssätt som vissa metodiker tillämpar, är att eleverna då och då försöker arbeta utan material inom ett givet moment (ett enkelt sätt att diagnostisera). Klarar de uppgifterna fortsätter de utan material, och klarar de inte uppgifterna fortsätter de att arbeta laborativt.

Ett annat problem, som kan behöva nämnas här är att det finns en viss risk att för några elever t ex fem klossar *är* talet fem, eller att en träplatta *är* talet hundra i stället för att uppfattas som en bild av eller en symbol för talen fem respektive hundra.

Vissa matematikmetodiker, t ex Cattegno, försöker lösa detta problem att då och då ta upp det till diskussion med barnen. Han kan t ex visa en trästav och fråga eleverna vad det är. På svaret "fem" eller liknande påpekar han att det är en trästav, som används för att åskådliggöra talet fem.

A. Positionssystemet

Vi förutsätter att åtminstone talen 0—9 har behandlats. Avsikten är att eleven ska se sambandet mellan antalet element i mängder med fler än nio element och sättet att skriva motsvarande tal.



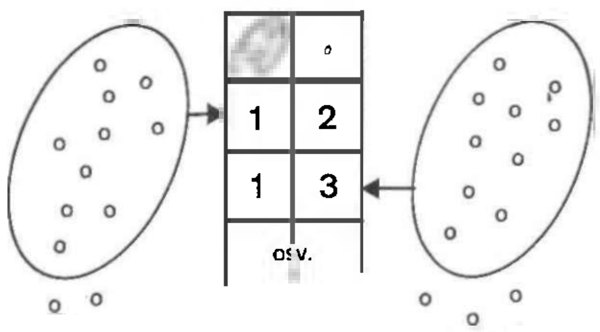
Siffrans plats (position) i en talrad bestämmer talets storlek. Därav namnet.

Laborativa övningar

För att eleverna ska se innebörden i tiosystemet kan de använda plockmaterial som kottar, kastanjer, knappar, knappformar, kulor etc. Resultatet får de redovisa i tabeller med minst två kolumner.

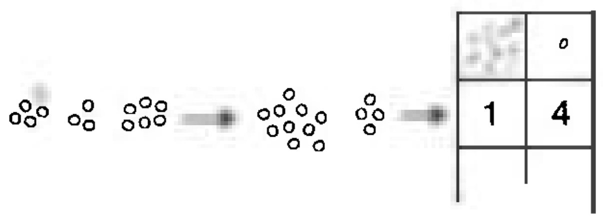
Exempel 1

Kan eleverna talen upp till 50 säger läraren t ex "Lägg upp 12 knappar" eller "Lägg upp så många knappar som jag ritar på tavlan". Om eleverna inte klarar detta kan de få askar som innehåller ett lämpligt antal knappar. Eleverna får därefter bilda så många tiomängder som möjligt. I en tabell redovisas arbetet.

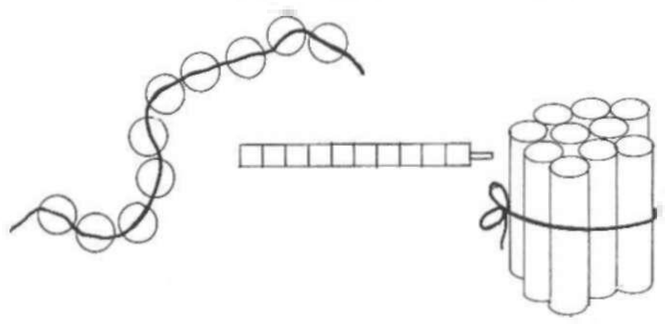


Exempel 2

Eleverna kan själva arbeta på samma sätt som i exempel 1 genom att slå 3—4 kast med en tärning och lägga upp motsvarande antal föremål. Därefter bildar de så många tiomängder de kan och skriver sedan t ex i en tabell hur många tio-mängder och enstaka element de fått.



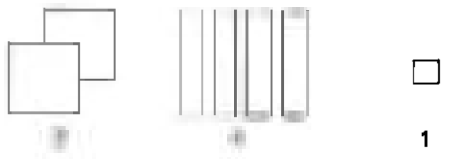
I stället för att lägga tiomängder kan eleverna göra "halsband", staplar, bunta ihop pinnar etc.



Yngre lågpresterande elever har ofta dålig finmotorik, vilket gör att övningar som de sistnämnda kan ta lång tid. I stället för att lägga motoriska övningar på särskilda arbetspass kunde man få mera tid genom att använda ovanstående övningar för finmotorisk träning.

Tiobasmaterial

Materialet lagt på ett visst sätt illustrerar tal.
Exempel

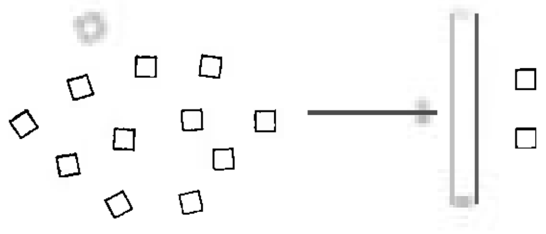


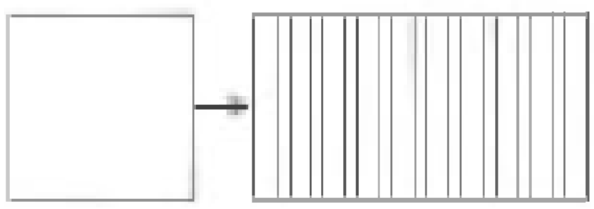
B. Additionsalgoritmen

Algoritmen införs innan additionsuppgifterna blir så krävande att en uppställning behövs.

Tiobasmaterial

Eleverna bör i förväg ha övat att växla till större och mindre bitar.



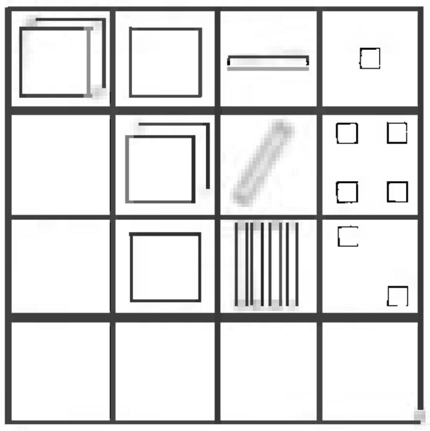


Ett underlägg är lämpligt att använda i de följande exemplen.

Exempel 1. Addition utan "övergångar"

I läromedlet förekommer t ex uppgiften:
214 + 142 .=

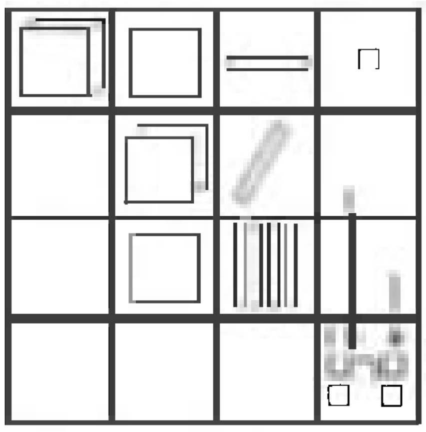
Steg I. Materialet läggs upp på underlägget.



Steg II. Eleven skriver samtidigt i räknehäftet.

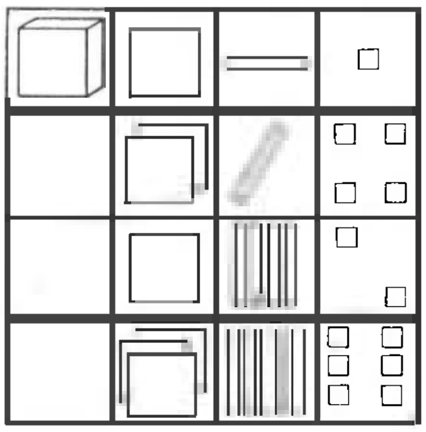
$$\begin{array}{r} 2\ 1\ 4 \\ +1\ 4\ 2 \\ \hline \end{array}$$

Steg III. Kolumnvis, med början från höger, förs sedan bitarna ned under resultatraden, på samma sätt som vid algoritmräkning.



Steg IV. Summan 356 skrivs successivt in i algoritmen.

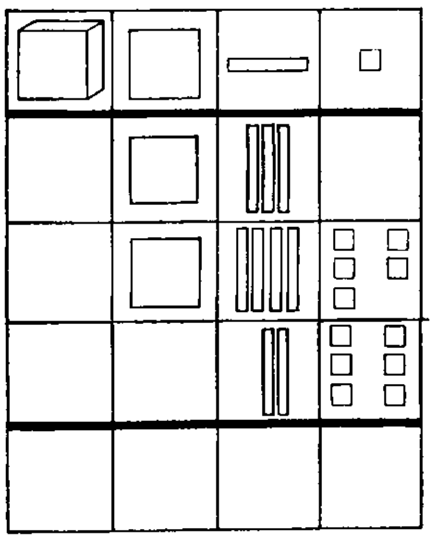
En annan relativt vanlig metod är följande. I stället för att föra ned klossarna i resultatraden låter man dem ligga kvar på sina ursprungliga platser på underlägget. Det antal klossar som motsvarar summan läggs under resultatraden. (Se bild).
Uppgift: 214 + 142 =



Exempel 2. Addition med "övergångar"

I läromedlet förekommer t ex uppgiften:
130 + 145 + 26 =

Steg I. Eleven lägger upp materialet på underlägget.



Steg II. Eleven skriver samtidigt i räknehäftet.

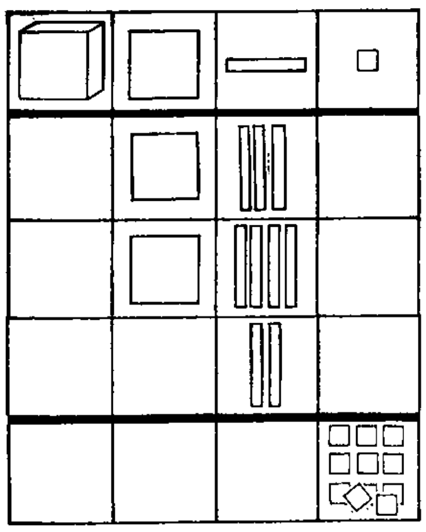
1 3 0 + 1 4 5 + 2 6 =

1 3 0

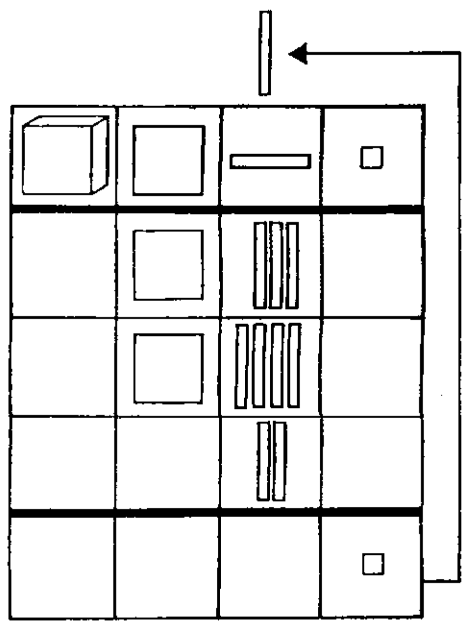
1 4 5

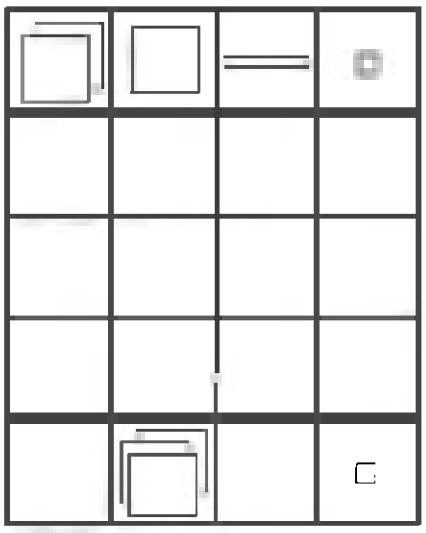
+ 2 6

Steg III. Bitarna förs ned kolumnvis och växlas till större bitar.



Steg IV. Den stav som har erhållits vid växlingen läggs i "sin" kolumn varefter stavarna förs ned. Om man arbetar på detta sätt får man en illustration av minnessiffran.





Steg V.
Summan 301 skrivs successivt in i algoritmen.

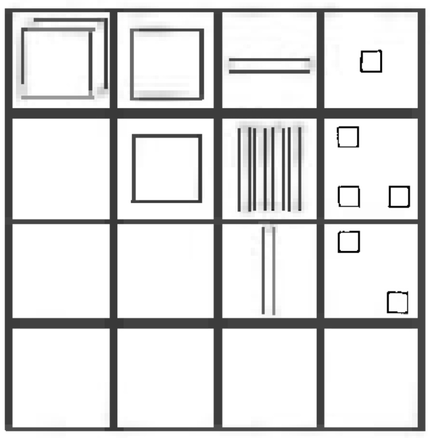
C. Subtraktionsalgoritmen

Liksom vid additionsalgoritmen förekommer alternativa metoder. Några presenteras här. Det laborativa arbetet och arbetet i räknehäftet görs parallellt som vid addition.

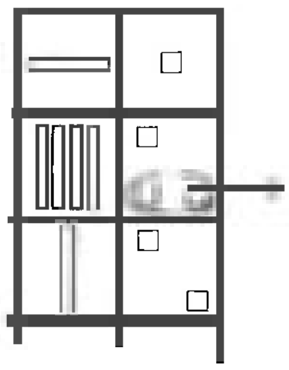
Metod a

I läromedlet förekommer t ex uppgiften:
143 — 12 =

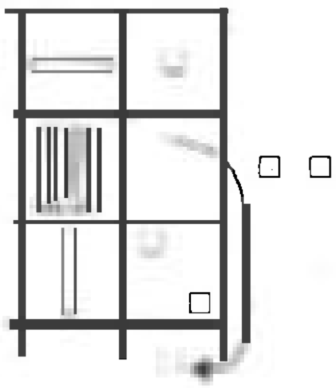
Steg I. På underlägget läggs motsvarande bitar upp.



Steg II. Från den övre raden tas lika många bitar bort som finns på den andra raden.



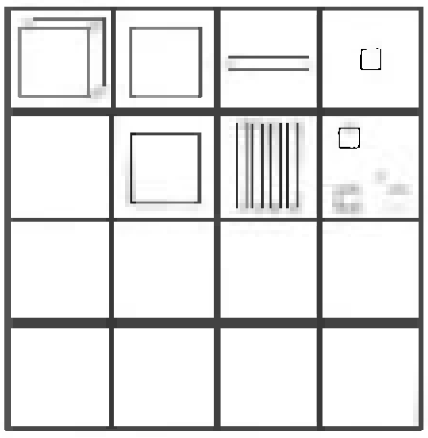
Steg III. Det som blir kvar på övre raden förs ned till resultatraden.



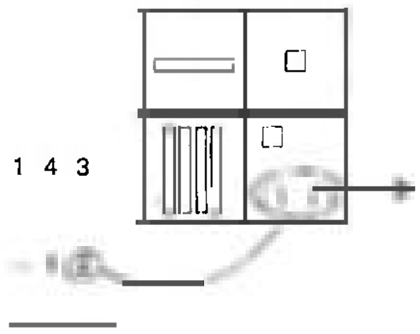
Metod b

Uppgiften i metod a kan också lösas på detta sätt.

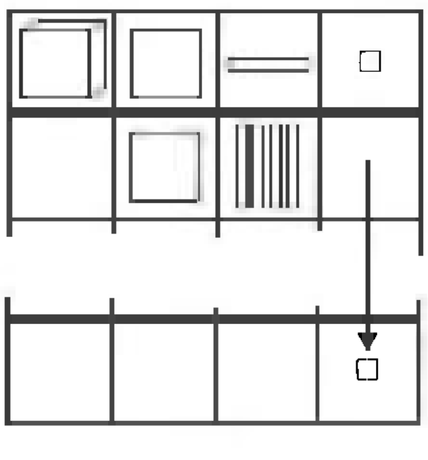
Steg I. Endast bitar motsvarande det övre talet i algoritmen läggs upp.



Steg II. Från den övre raden tar eleven bort lika många bitar som anges i den undre raden i algoritmen.



Steg III. De återstående bitarna förs undan för undan ned under resultatraden.



Steg IV. Differensen 131 skrivs successivt in i algoritmen vid båda metoderna.

Exempel 1. Subtraktion med lån över en position

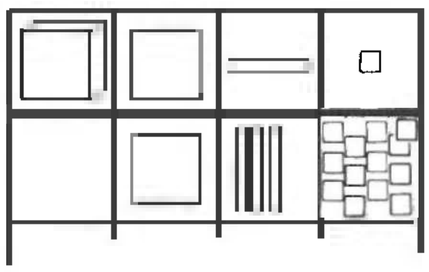
Vid subtraktion med lån tillkommer ett nytt moment, nämligen att växla från större till mindre bitar. Följande exempel visar ett av många sätt.

Uppgift: 143 — 14 =

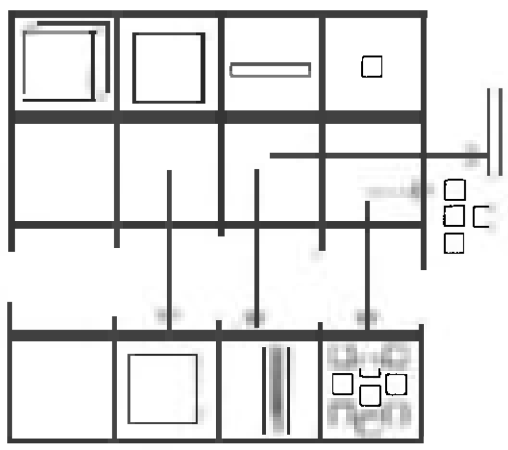
Steg I. Eleven skriver i sitt räknehäfte.

Steg II. Materialet läggs upp enligt metod a eller b.

Steg III. Eftersom man inte kan ta bort 4 bitar i högra kolumnen växlas en stav till 10 småkuber.



Steg IV. Arbetet kan nu fullföljas.

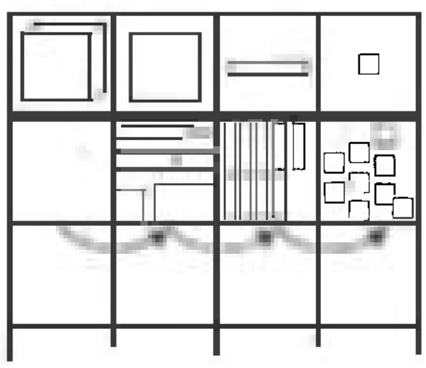


Steg V. Eleven avslutar arbetet i räknehäftet.

Exempel 2. Subtraktion med lån över flera positioner

Vid lån över flera positioner sker "nedväxlingen" stegvis.

Uppgift: 1 000 — 1 =



D. Multiplikationsalgoritmen

Algoritmen införs innan uppgifterna blir så krävande att en uppställning behövs.

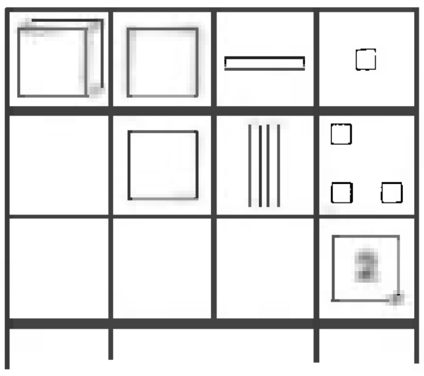
Tiobasmaterial

Vid multiplikation arbetar eleven analogt med föregående exempel, d v s arbetet i räknehäftet görs parallellt med arbetet med laborativt material.

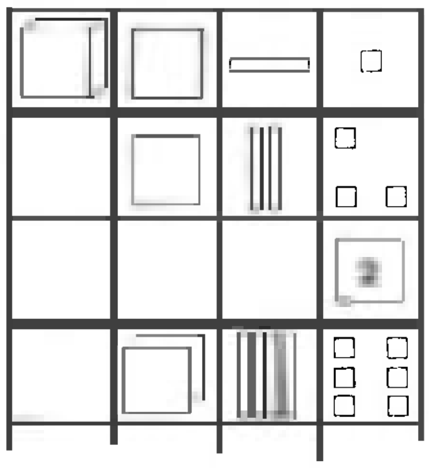
Exempel 1. Multiplikation utan "övergång"

Uppgift: 2 • 123 =

Steg I. Material motsvarande övre talet i algoritmen läggs upp på underlägget. Talkort används för att ange det undre talet. [1])



Steg II. Talkortet visar vad man ska multiplicera med.



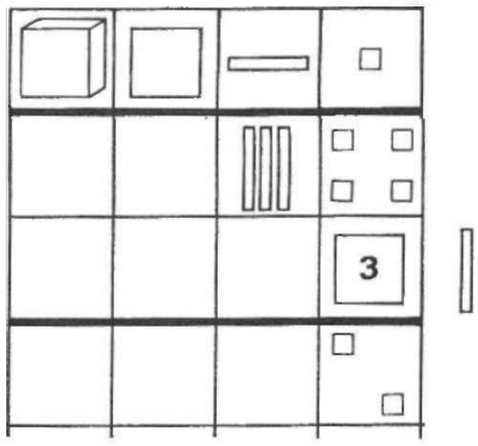
[1]) Vissa metodiker reagerar mot att laborativt material "blandas" med tal, skrivna med siffror. Andra anser att talet två här inte bör symboliseras med två enhetskuber eftersom talet två här anger "operatorn" 2, som skrivs med siffra.

Exempel 2. Multiplikation med "övergång"

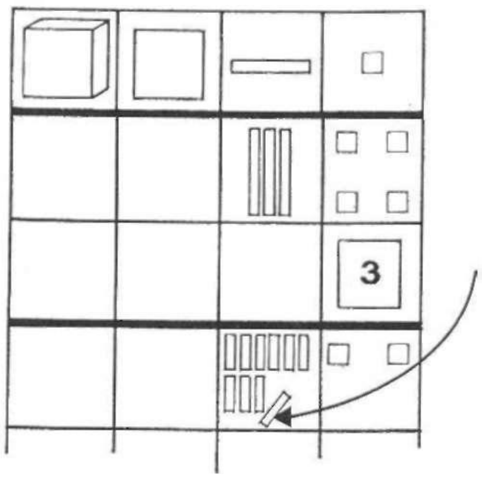
Uppgift: 3 • 34 =

Steg I. Materialet läggs som i exempel 1.

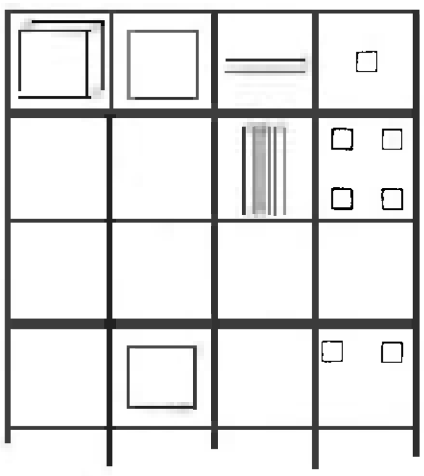
Steg II. Eleven växlar till större bitar som först läggs vid sidan av underlägget för att illustrera "minnessiffra".



Steg III. Vid nästa multiplikation förs biten till "sin" kolumn.



Steg IV. Resultatet förs sedan successivt in i räknehäftet.



Multiplikation med tvåsiffriga tal

Det går att arbeta med laborativt material på samma sätt som i de föregående exemplen när det gäller att multiplicera med tvåsiffriga tal. Ett sådant arbete bör i så fall ske först när eleven väl behärskar multiplikation med 10, 20, 30 o s v med materialet. En del anser att man här går över gränsen för vad som är naturligt med detta material.

I första hand rekommenderas att elever inte börjar med multiplikation med tvåsiffriga tal förrän de behärskar multiplikation med ensiffriga tal, samt, som nämnts tidigare, även multiplikation med 10, 20, 30 o s v.

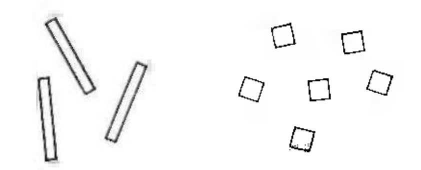
Division

Beträffande divisionsalgoritmen har vi valt att inte ta upp laborativt arbete, som direkt ansluter till algoritmen. Det beror på att vi anser att detta laborativa arbete blir komplicerat. Eleverna bör först och främst lära sig att dividera med konkret material och få slutsvaret som i exemplet nedan. Först därefter visas hur detta arbete kan systematiseras i en algoritm.

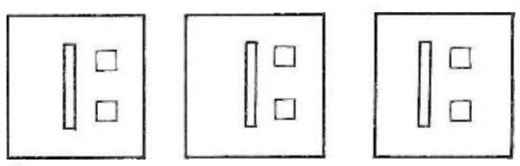
Exempel

Uppgift: $\frac{36}{\text{[illegible]}}$

Eleven lägger upp motsvarande konkreta material.



Därefter lägger han det i högar (askar) med lika mycket i varje hög (ask).



Svaret skrivs sedan in i räknehäftet $\frac{36}{\text{[illegible]}} = 12$

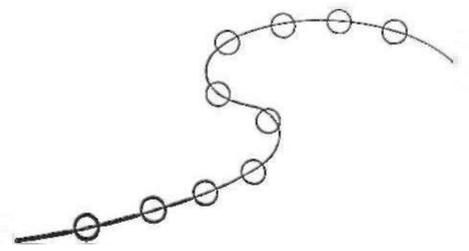
Självtillverkat material

Det laborativa arbetet med algoritmer har beskrivits enbart med s k tiobasmaterial. Om man saknar sådant material kan läraren eller eleverna tillverka sådant.

Stavar. Om stavmaterial inte finns tillgängligt, kan plattor klippas eller sågas ut ur lämpligt material. Kuber kan tillverkas av papp eller eventuellt i trä.

Plockmaterial. Finns inget matematikmaterial alls kan sådant tillverkas av t ex småslöjdsmaterial som flirtkulor, piprensare, tändstickor, tandpetare, pinnar, knappar etc.

Flirtkulor och piprensare.



Knappformar Träpinnar

Tiotal Hundrabunt Tiobunt Ental

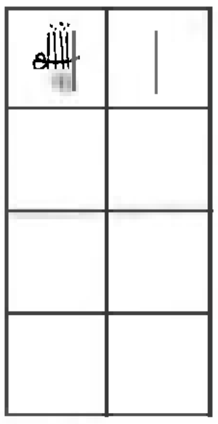
Praktiska exempel 1: Additionsalgoritmen inom talområdet 0—99

Förutsättningar

Vanlig klass i årskurs 1 eller 2. Eleverna har arbetat med addition men inte förut räknat med algoritmer. Med tändstickor, tandpetare eller piprensare har läraren enligt nedanstående beskrivning gått igenom positionssystemet enligt övningar på s 60.

Tillgängligt material

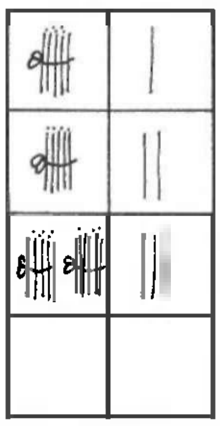
Speciellt tiobasmaterial saknas. Läraren har tillgång till tändstickor, tandpetare eller piprensare av normallängd. (Till en klass med 25 elever behövs ca 700 piprensare, om eleverna arbetar i par och piprensarna delas mitt itu). Varje grupp av elever får själva göra i ordning sitt material, t ex 9 tiobuntar och 27 enstaka stickor.
Läraren gör i ordning tolv underlägg av stora ark spännpapper så som bilden visar.



Organisation

Arbetet inleds i delad klass. Eftersom eleverna har gjort i ordning materialet själva, behövs förmodligen inga förberedande övningar för att de ska bekanta sig med det, som fallet är med redan färdigt material.

Steg I. Läraren skriver några tal — t ex 14, 23 — på tavlan. Eleverna får i uppgift att på underlägget illustrera talen så som bilden visar.



Övningen kan varieras genom att läraren eller en elev säger tal, eleven lägger stickor eller piprensare och skriver vad dessa illustrerar o s v.

Steg II. Läraren skriver två tal på tavlan och uppmanar eleverna att lägga dessa med materialet på underlägget (enligt tidigare beskrivning). Eleverna får föra samman dessa på nedersta raden och ange resultatet.

Steg III. Eleverna får i anslutning till arbetet med materialet själva skriva i sina räknehäften.

Steg IV. Eleverna får arbeta med materialet i anslutning till uppgifter i läroboken. Elever som är osäkra på addition använder materialet på ovan angivet sätt vid sina beräkningar. De elever som är säkra på addition arbetar enbart med papper och penna. Dessa elever kommer att vara klara betydligt före de andra och kan ges problem av den typ som finns i slutet av denna del.

Diagnostisering

Diagnostiseringen kan avse förmåga att använda algoritmer utan konkret material samt önskvärd färdighet i algoritmräkning.

Eleverna får några uppgifter att lösa utan material. Uppgifterna kan skrivas på tavlan, stencil eller kryssas för i läroboken. Rätt lösta uppgifter tolkas som att eleven besitter önskad förmåga. Medan eleverna räknar kan läraren även observera t ex elevernas arbetstakt.

Åtgärder

Elever som har lämnat materialet men inte klarar diagnosen får göra några uppgifter med hjälp av laborativt material.

Elever som har använt material fram till diagnostillfället och klarar diagnosen bör fortsätta att lösa några uppgifter utan material.

Elever som har arbetat laborativt hela tiden men inte klarar diagnosen fortsätter att arbeta laborativt.

Samtliga elever börjar samtidigt med nästa avsnitt, även de elever som vid slutdiagnosen fortfarande inte behärskar additionsalgoritmen.

När additionsalgoritmen nästa gång tas upp till behandling får slutdiagnosen upprepas och ligga till grund för arbetet. De elever som har haft svårigheter med algoritmräkning får då till en början enklare uppgifter med hjälp av konkret material. Övriga elever får mer komplicerade uppgifter.

Elever som klarar uppgifterna tillfredsställande kan få extra uppgifter som t ex

- hitta på egna uppgifter och lösa dem
- hitta på uppgifter åt andra elever
- lösa problem där addition ingår t ex utifrån mätningar, vägningar och statistik
  - — hur långt är det runt klassrummet? Väggarna mäts var för sig
  - — hur mycket väger föremålen tillsammans?
  - — hur många pojkar är det i årskurs 2? Gör ett diagram. Hur många är det sammanlagt?
  - — spel av olika slag
  - — hjälpa kamrater
  - — valfritt arbete.

Hastighetsindividualisering är svår att bemästra varför en viss sammanhållning underlättar.

Praktiskt exempel 2: Elev med matematiksvårigheter i årskurs 5

Förutsättning

En elev har inte klarat ett diagnostiskt prov i addition (se exemplet på s 40), bl a har han löst den sista uppgiften så här:

$$\begin{array}{r} 9 \\ +\ 3\ 2 \\ \hline 311 \end{array}$$

Analys

Analysen, bl a genom att eleven har fått räkna högt, har visat att eleven räknat från vänster (algoritmfel) samt har bristande förståelse för tiosystemet. Eleven har inte tidigare använt laborativt material.

Åtgärd

Tidigare redovisade laborativa övningar rörande positionssystemet och additionsalgoritmen föreläggs eleven antingen av klasslärare i klassen eller av kliniklärare (kompanjonlärare). Instruktionen i hur materialet används kan göras i klinik av specialläraren varefter eleven använder det i klassrummet.

Geometri

Geometriska former

Lågstadieeleverna har ofta mycket skiftande erfarenheter av geometriska former. Många elever måste i skolan läras sådana grundläggande saker som att kunna skilja mellan en triangel och en rektangel. Genom klassificeringsövningar med hjälp av t ex logiska block kan man lära eleverna att skillnaden mellan en rektangel och en triangel ligger i antalet sidor eller vinklar och inte i färg, storlek eller tjocklek. Andra lämpliga övningar är att låta eleverna avbilda och klippa ut geometriska områden. Detta lär barnen att känna igen och särskilja.

För att göra undervisningen knuten till livet utanför skolan, är det viktigt att eleverna får lära sig identifiera rektanglar, trianglar, cirklar o s v i sin omgivning, t ex i form av fönsterrutor, husgavlar, cykelhjul etc. Målet med alla dessa övningar är att

alla elever om möjligt ska få lika erfarenheter att bygga vidare på. Många problem i geometriundervisningen har sitt upphov i att eleverna saknar konkreta bilder av problemen och att de därför inte kan hänga upp undervisningen på egna erfarenheter.

Längdmätning

Det är vanligt att man alltför tidigt ställer för stora krav på elevernas förmåga att mäta. Detta gäller inte bara mätning av volym och area utan även längdmätning.

Exempel: Mät hur hög bänken är

Här ingår bl a följande svårigheter:

1. Det är det lodräta avståndet som ska mätas.
2. Rätt enhet måste väljas.
3. Resultatet måste i allmänhet avrundas och presenteras som ett närmevärde.

Vilka steg bör man då ta när man undervisar om längdmätning? Först och främst måste eleverna få klart för sig att längden av två stavar, som finns på olika platser, kan jämföras med hjälp av en tredje stav. Observera att det här är fråga om en tillämpning av någon av de transitiva lagarna

$a = b$ och $b = c$ medför $a = c$,
$a > b$ och $b > c$ medför $a > c$ ....

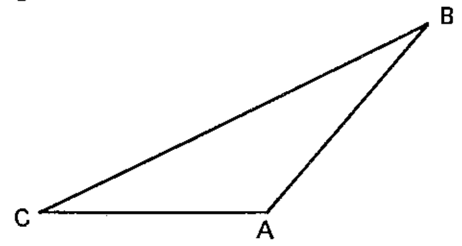
Dessa väsentliga samband måste få upplevas av eleverna. På samma sätt måste de få uppleva att längden av en sträcka i ett rum kan beskrivas för en person som inte varit i rummet. Detta kan till en början ske med hjälp av enheter som famn, steg, fot etc. Genom egen erfarenhet finner eleverna snart att det finns ett behov av standardiserade enheter i olika storlek.

Tidigare lade man ofta ned ett stort arbete på att öva enhetsbyten. Frågan är emellertid om ett sådant arbete står i rimlig proportion till utbytet. Är detta en värdefull kunskap? Tyvärr var det väl så att de flesta problemen var konstruerade. Behovet av att göra enhetsbyten är inte speciellt stort, förutsatt att man från början har utfört sina mätningar med lämpliga enheter. Arbetet med enhetsbyten bör därför i första hand koncentreras till praktiska mätsituationer. En stor del av det arbete, som tidigare lades ned på enhetsbyten, bör snarare ägnas åt för mätning mera verklighetsanknutna moment som avrundning och närmevärden.

Areamätning

Innan vi går närmare in på en lågprestationsmetodik vid areamätning, vill vi föra en principdiskussion kring ett exempel.

Exempel: Bestäm arean av följande triangel



Många gånger låser man elevernas möjligheter att lösa problem av det här slaget genom att föreskriva att sidan AC ska vara bas. Problemet blir då mycket komplicerat och få elever i allmän kurs kan klara av det. Detta är i och för sig inte så märkligt. Lösningen av problemet innehåller flera steg varav en del är rätt svåra:

1. Mätning av sträckan AC med linjal. Observera att om mätetalet inte är ett naturligt tal, så ökar svårighetsgraden ytterligare.
2. Konstruktion av höjden mot AC med hjälp av vinkelhake. Detta är svårt för en hel del elever även om höjden ligger innanför triangeln. Att höjden här måste dras mot basens förlängning gör problemet ännu mer komplicerat.
3. Mätning av höjden med linjal.
4. Multiplikation av mätetalen för höjd och bas samt division av produkten med 2. Om mätetalen angetts med decimaler eller flera siffror, blir även de aritmetiska operationerna svåra.

Man kan i anslutning till exemplet ställa följande frågor.

1. Vad är målet?
2. Är detta fråga om en väsentlig eller nödvändig kunskap?
3. Finns det andra metoder?

1. Vad är målet? Frågan kan givetvis besvaras med: att bestämma triangelns area. Detta är emellertid en kortsiktig och vag formulering. Det intressanta för den lågpresterande elevens del är vilken praktisk användning eleven har (eller kan få) för denna form av geometri. De praktiska problem eleven kan komma att ställas inför är av typen "Hur stor area har seglet?" eller "Hur stor area har den triangelformade delen av husgaveln?". I båda dessa fall är det onödigt att välja AC i figuren som bas. Målet kan därför sänkas till att den längsta sidan bör väljas till bas.

Kan målet modifieras efter andra principer än den vi nyss har behandlat? Ja, hela momentet kan uteslutas t ex av tidsskäl till förmån för ett viktigare moment. Detta problem tas upp under punkt 2. Vidare kan man modifiera målet efter de metoder som finns. Detta tar vi upp under punkt 3. Slutligen kan målet modifieras efter elevernas förmåga och förkunskaper. Eftersom även de 15 % lägst presterande eleverna är mycket olika i förmåga och förkunskaper, kan det knappast bli aktuellt med ett enda mål. Vi återkommer till detta senare.

2. Är kunskap om triangelns area en viktig kunskap? Svaret är för de lågpresterande elevernas del troligen nej. Däremot är arean av en **rektangel** en viktig kunskap. Här finner man en mängd tillämpningar för såväl arbetsliv som fritid. Vidare är förståelse av **begreppet area** en viktig kunskap. Eleven ska läras förstå det väsentliga i problemet, nämligen att en yta kan täckas med ett antal areaenheter. Antalet sådana enheter är ett mått på ytans storlek, dess area. En elev, som har detta samband helt klart för sig, har troligen lättare att några år senare ge ett acceptabelt närmevärde på ett segels area, än den elev som utan insikt har tränats att räkna triangelareor.

3. Finns det andra metoder att bestämma arean av den givna triangeln? Ja, vi har ovan antytt en metod som vi här nedan ska utveckla ytterligare. Låt oss bara först sammanfatta. I läroplanen ges mål och ibland även förslag till metodiska lösningar. Ett problem kan emellertid ofta formuleras på en mängd olika sätt. Genom en olämplig formulering får man lätt en lågpresterande elev att missa ett i övrigt rimligt mål. För de lågpresterande eleverna kan det även vara svårt att nå målet på grund av att olämpliga metoder har använts eller att lämpliga hjälpmedel saknas. Men det kan även bero på att målet för tillfället är för högt ställt eller att beräkningsarbetet är för komplicerat.

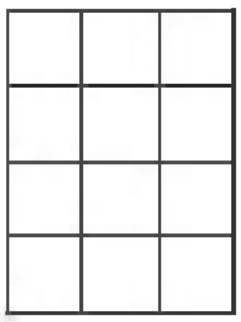
En metod att lära ut areamätning

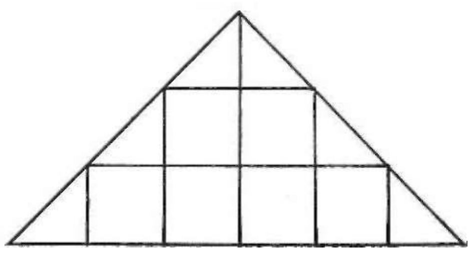
Låt oss nu på ett mera konkret sätt betrakta mål och metoder vid areamätning. Tre viktiga krav måste uppfyllas.

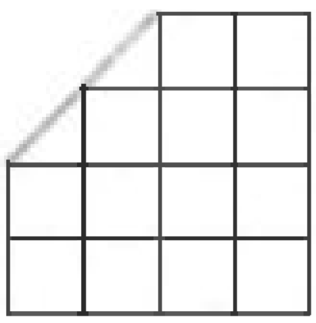
1. Den kunskap som eleven ges måste vara grundad på förståelse.
2. Kunskapen måste ha en sådan struktur att när eleven senare mognar, ska det vara lätt att bygga vidare till kunskaper på en högre nivå.
3. Metoden ska om möjligt tillåta att den lågpresterande eleven kan arbeta med samma problem och samma lärare som kamraterna.

Låt oss nu se hur dessa krav kan uppfyllas inom momentet areaberäkning. För de flesta eleverna är area ett nytt begrepp när de kommer till skolan. Det första steget blir därför, att ge samtliga elever en erfarenhet av vad area betyder och i vilka situationer man använder sig av area.

Steg I. Man kan låta eleverna börja arbeta med figurer ritade på ett cm-rutnät (se nedan). Genom



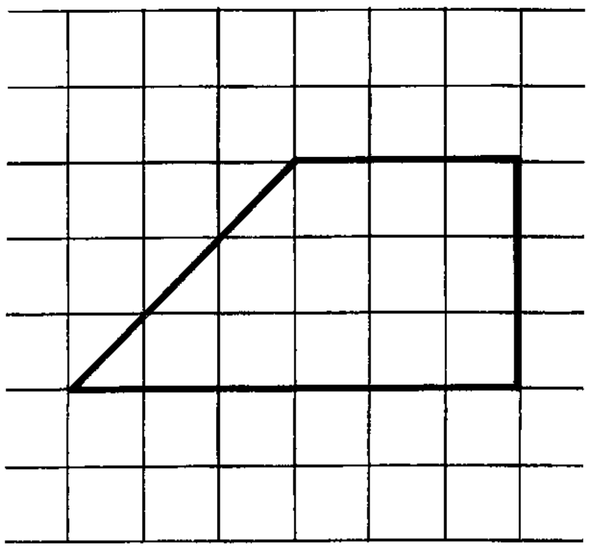




att räkna antalet **hela och eventuellt även halva** rutor, lär sig eleven vad mättalet har för samband med areaenheten. Det är här viktigt att olika typer av figurer används.

Med detta sätt att arbeta kan man efter relativt kort tid få lågpresterande elever att ge goda närmevärden t o m på cirkelns och ellipsens area. Observera att eleverna fortfarande inte har lärt sig någon formel.

Steg II. I nästa steg låter man eleverna själva rita in rutnätet i figuren. Man kan även låta eleverna använda en cm-rutad plastmall. Denna läggs ovanpå figuren på följande sätt.

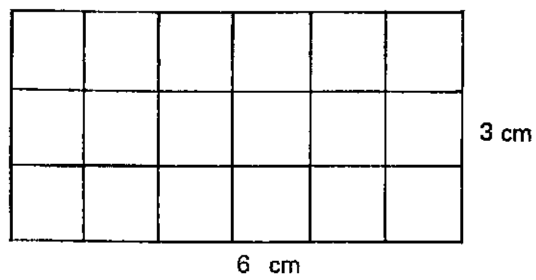


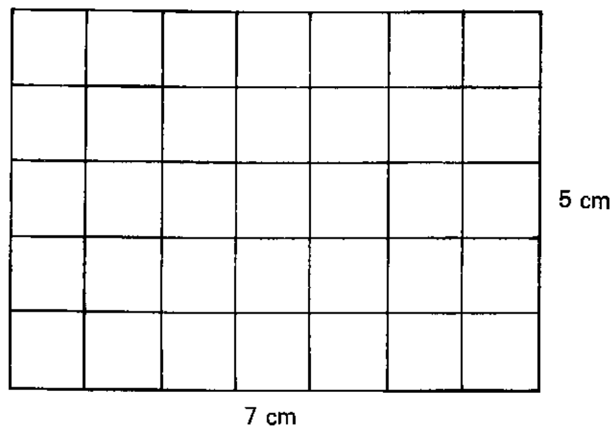
Med detta hjälpmedel kan en lågpresterande elev genom att räkna rutor lösa de flesta problem där den givna **figuren getts** i en lämplig storlek.

Steg III. I det tredje steget får eleverna klippa isär och pussla samman olika parallellogrammer, trianglar m m till rektanglar.

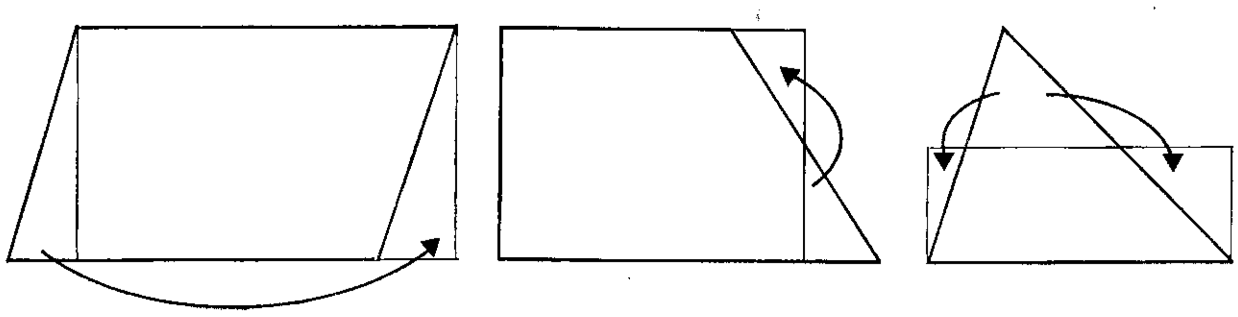
Eleverna kan sedan med rutmallens hjälp lösa en mängd nya problem, men fortfarande utan att använda sig av någon formel. För en del elever kan det vara lämpligt att stanna på denna nivå.

Steg IV. En successiv övergång till användning av formler kan nu börja. Detta kan t ex ske genom att ett antal rektanglar av följande typ presenteras.





Så småningom introduceras även rektanglar där rutnätet har tagits bort. Dessa blandas till en början med de andra rektanglarna. Tanken är att eleverna på detta sätt ska ledas till att inse sambandet mellan sidornas längder och rektangelns area.



Steg V. Genom kombination av steg 4 med steg 3 kan man nu ta reda på hur parallellogrammens och triangelns area ska bestämmas. Lägg märke till att man även sedan man har slutat räkna rutor kan använda sig av rutmallen, när det gäller att bestämma höjden i en triangel eller en parallellogram. Kombinationen av rutmall och linjal är betydligt enklare att hantera än kombinationen vinkelhake och linjal.

Steg VI. Nästa steg blir att bestämma arean av parallellogrammer och trianglar med hjälp av vinkelhake och linjal. Lägg emellertid märke till att alla elever inte kommer hit med en rimlig arbetsinsats. För sådana elever kan bland punkterna 1—5 väljas en (för tillfället) lämplig målnivå. Observera i detta sammanhang fördelarna med att krav 3 är uppfyllt. Trots att eleverna tillåts att arbeta på flera olika nivåer, blir det relativt lätt att individualisera (inom klassens ram). Eleverna löser ju i stort sett samma problem men med olika hjälpmedel.

När det gäller att arbeta efter den ovan skisserade metoden, är det viktigt att man inte går för fort fram. Detta gäller speciellt de lågpresterande eleverna. För många av dem är det viktigare att de genom att rita och klippa får en uppfattning om och en erfarenhet av geometriska samband, än att de för stunden lär sig att blint använda en formel.

Tio lektioner om areamätning i årskurs 7

Vi ska nu ge ett exempel på hur en serie lektioner kan se ut enligt metoden ovan, när man individualiserar undervisningen i en klass som omfattar 30 elever. Uppdelning i allmän och särskild kurs har här av organisatoriska skäl inte kunnat ske.

Fördiagnostiskt prov

Ett fördiagnostiskt prov visar att

- 5 elever inte har några förkunskaper om areamätning;
- 15 elever kan bestämma arean av en rektangel, om ett rutnät är utritat och bara hela eller halva rutor förekommer;
- 5 elever kan bestämma arean av en triangel med hjälp av linjal;
- 5 elever kan bestämma arean av en triangel med hjälp av linjal samt arean av en parallellogram eller triangel då höjden är utritad.

Planering

Det läromedel som används går snabbt ifrån steg 1 med rektanglar (se ovan) till att arbeta med formeln för rektangelns area. Efter ett flertal övningar på detta introduceras parallellogrammens area enligt samma princip som i steg 3. Efter ett antal övningar på parallellogrammens area introduceras triangelns area enligt samma princip och därefter följer ett antal övningar. Avsnittet avslutas med övningar av blandad typ, de flesta s k benämnda uppgifter.

Läraren planerar att 10 lektioner kan anslås till momentet areamätning. Han tänker sig då att huvuddelen av eleverna ska kunna bestämma arean av en parallellogram och en triangel med hjälp av vinkelhake och linjal. För en mindre grupp av elever, kanske 5—10, måste målet troligen sänkas till att endast rektangelns area kan beräknas med hjälp av linjal. Arean av parallellogrammen och triangeln får dessa elever bestämma med hjälp av areamallen (rutnätet). Läraren räknar vidare med att 5—10 elever når målet efter 6—7 lektioner. För dessa måste man finna en lämplig sysselsättning. Principen bör emellertid vara att denna sysselsättning har med areamätning att göra. Läraren vill nämligen låta alla elever starta samtidigt med ekvationslösning, som är nästa moment enligt läroboken.

För att kunna genomföra de 10 lektionerna enligt de steg som skisserats tidigare, bör varje elev ha tillgång till en areamall samt följande stenciler.

- En stencil (1a) med figurer enligt steg 1. Stencilen kompletteras med en andra stencil (1b). På denna stencil finns även mera komplicerade figurer såsom cirklar och ellipser. Även denna stencil har ett rutnät.
- En stencil (2) med figurer av typ 1a men utan rutnät.
- En stencil (3a) med parallellogrammer och en med trianglar (3b), båda utan rutnät.
- En stencil (4) med övningar enligt steg 4.

De tio lektionernas utseende för olika elevkategorier

Lektion 1—2. Avsnittet inleds med en gemensam genomgång av steg 1. Detta görs lämpligen, liksom övriga genomgångar nedan, med hjälp av arbetsprojektor. Efter genomgången som tar 5—10 minuter, får eleverna arbeta med stencil 1 a och 1 b. De duktigaste eleverna kan tillåtas att börja direkt med 1 b, medan de svagaste eleverna inte hinner börja med 1 b.

Sedan eleverna har övat c 20 minuter avbryts övandet och läraren visar hur man kan använda sig av areamallen om ett rutnät saknas. Eleverna får nu fortsätta att arbeta med stencil 2. De elever som blir klara med stencil 2 får arbeta med överkursuppgifter av typen: "Rita 3 olika figurer som alla har arean 6, 10, 17 respektive 24 cm^2" eller "bestäm begränsningsarean av en stor tändsticksask, en tetrapac e d."

Lektion 3—4. Först ägnas 5 minuter åt en repetition av föregående lektion. Sedan görs en gemensam genomgång av hur man genom att klippa och pussla, kan bestämma arean av en parallellogram. Eleverna får därefter arbeta med stencil 3 a. Därvid ska de först pussla ihop samtliga figurer till rektanglar. När detta är klart ska de bestämma arean för de olika figurerna. De duktigare eleverna använder sig givetvis av linjal och formel medan de övriga eleverna använder areamallen. Efter hand som en elev blir klar med stencilen övergår han/hon till att lösa motsvarande uppgifter i läroboken. Även detta arbete sker givetvis på olika nivåer. Under dessa lektioner ges goda tillfällen att handleda de lägre presterande eleverna som då samlas i ett hörn av klassrummet.

Lektion 5—6. Efter 5 minuters repetition visas gemensamt för hela klassen hur man kan klippa och pussla med triangelytor enligt stencil 3 b. I övrigt kommer lektionen för de flesta elever att bli en kopia av lektionerna 3—4.

Lektion 7—8. Efter en kort repetition presenteras steg 4. Alla eleverna utom de sex duktigaste får därefter arbeta med stencil 4. Efter hand som eleverna blir klara med stencilen och har förstått principen för bestämning av rektangelns area med hjälp av linjal, får de på nytt arbeta med stencil 3 a och 3 b, men nu med hjälp av vinkelhake och linjal. Läraren går under tiden runt och handleder eleverna samt ger tips om hur man kan komma fram till en formel. För de lägst presterande elevernas del blir det endast aktuellt med formeln för rektangelns area. Lektionerna avslutas med ett diagnostiskt prov för de 15—20 elever som under denna lektion arbetat med stencil 3 a eller 3 b. De lägst presterande eleverna får samtidigt en extra genomgång av steg 4.

De sex elever som redan lektionen tidigare klarat det diagnostiska provet, får efter den gemensamma genomgången arbeta med de blandade övningarna i läroboken. Eleverna arbetar därvid två och två eller tre och tre vilket minskar behovet av lärarhjälp.

Lektion 9—10. Under dessa lektioner görs individualiseringen mera total.

De sex duktigaste eleverna fortsätter att arbeta i grupper om två eller tre. Nu får de emellertid praktiska tillämpningsuppgifter av typen: Hur många gipsskivor (måtten anges) behövs det för att klä väggarna i grupprummet respektive korridoren? Hur många tapetrullar av olika mått behövs (måtten anges)? Uppgifterna redovisas skriftligt i slutet av lektionen.

16 elever klarade diagnosprovet tillfredsställande. Dessa elever får nu färdighetsträna i läroboken. Vissa elever måste emellertid lösa en del uppgifter med hjälp av areamallen.

De åtta lägst presterande eleverna får en ny genomgång av steg 1—4 och 20—30 minuters träning med stencilerna. Därefter får de successivt övergå till att var och en med sitt hjälpmedel lösa några utvalda uppgifter ur läroboken.

Kongruensavbildningar

Detta är i och för sig inte något nytt område i matematikkursen. Däremot har såväl uppläggning som metoder helt förändrats. Det kan därför vara på sin plats att på nytt ställa de två första frågorna från början av kapitlet.

1. Vad är målet?
2. Är detta en väsentlig kunskap?

Låt oss börja med den senare frågan. Det enklaste svaret blir då: "Se dig omkring". Mycket av det vi dagligen ser såväl i naturen som i vår uppbyggda miljö är exempel på kongruensavbildningar. Vi orienterar oss dagligen i en spegelbild, t ex då vi kammar oss, rakar oss, kör bil o s v. De föremål vi ser omkring oss är ofta symmetriska eller symmetriskt placerade. Se t ex på de flesta husgavlar, möbler, kläder etc. Man upptäcker därvid andra exempel på kongruens eller "approximativ" kongruens — dörren och dörrkarmen, tapeten och väggen, möbeltyget och möbeln o s v.

Barnen föds inte med kunskaper som får dem att förstå och orientera sig i denna omgivning byggd på kongruensavbildningar. Vi måste ge dem denna väsentliga kunskap. Därmed har vi även berört den övergripande målfrågan. Men vi kan även formulera målen mera praktiskt och konkret.

Alla ställs väl någon gång inför sömmerskans problem? Problemet att klippa till och foga samman två kongruenta (tyg)-stycken. Detta måste till råga på allt göras från avigsidan, varför hela arbetet måste göras med en spegelbild av slutprodukten. Liknande problem ställs plåtslagaren, rörmokaren, snickaren, målaren etc dagligen inför. Men det är inte bara yrkesmannen som måste lösa sådana geometriska problem. De flesta av oss möter problem även under fritiden, t ex i hemmet. Att ge eleverna en kunskapsstruktur, som gör dem förberedda att lösa dessa problem måste väl anses vara ett väsentligt mål?

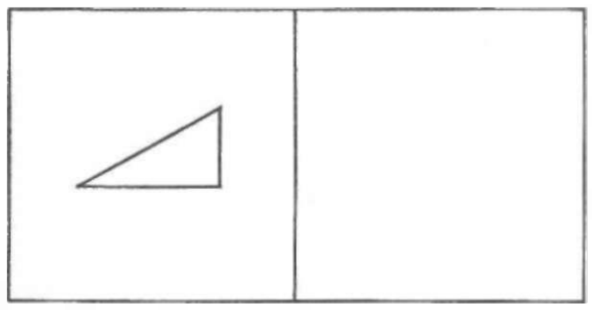
En fördel med den nya form av avbildningsgeometri som numera ingår i matematikkursen är att den lämpar sig väl för arbete med lågpresterande elever. Detta beror till stor del på att den tidigare ganska teoretiska geometrin nu fått en mera praktisk utformning. Man kan visserligen utföra fullt stringenta bevis även inom "avbildningsgeometrin", men för de lågpresterande eleverna blir detta knappast aktuellt.

Vi ska nu behandla tre typer av avbildningar, spegling i en linje, vridning kring en punkt och spegling i en punkt.

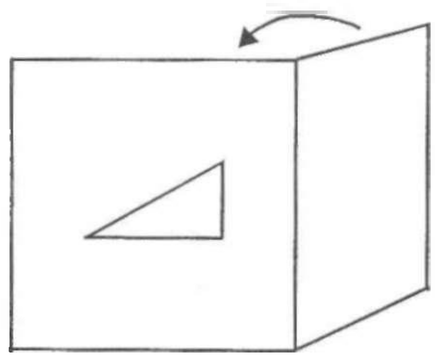
Spegling i en linje

Spegling i en linje måste för de flesta elever uppfattas som ett missvisande namn. Även om man vid introduktion av avsnittet har använt en spegel, ska ju en högst konkret bild ges samma namn som en imaginär spegelbild. Varför inte helt enkelt, åtminstone för de lägst presterande eleverna, kalla detta för vikning?

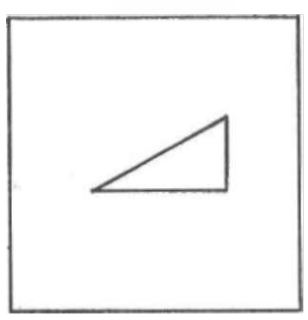
Att med hjälp av vikning spegla en triangel i en linje kan gå till på följande sätt:



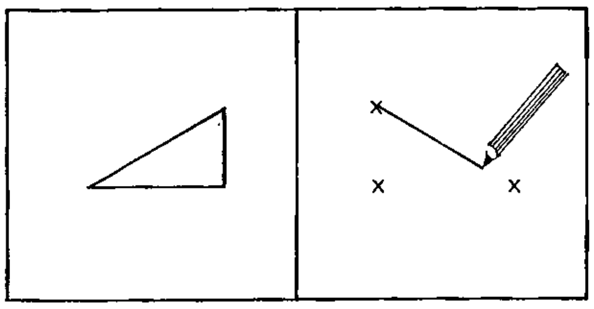
Steg I. Papperet viks utefter speglingslinjen såsom figuren visar. (För elever med svagt utvecklad motorik bör vecket vara klart i förväg.)



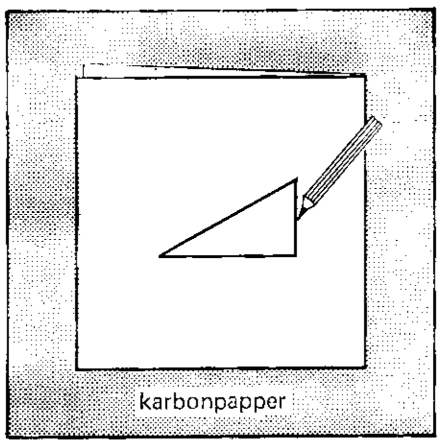
Steg II. Lägg papperet så här på bordet.



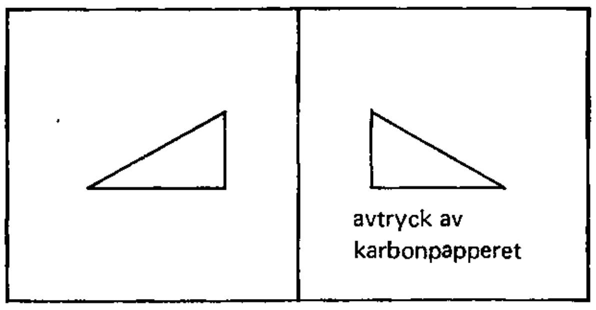
Steg III a. Stick med en nål genom triangelns hörn så att det blir märken på den andra sidan av papperet. Vik därefter upp papperet igen och drag linjer mellan nålsticken.



Steg III b. En alternativ metod till 3 a är följande. Lägg ett karbonpapper **under** det vikta papperet som i nästa figur. (Obs inte mellan bladen!) Följ därefter triangelkonturen med en penna, så att karbonpapperet ger ett avtryck på papperets undersida.



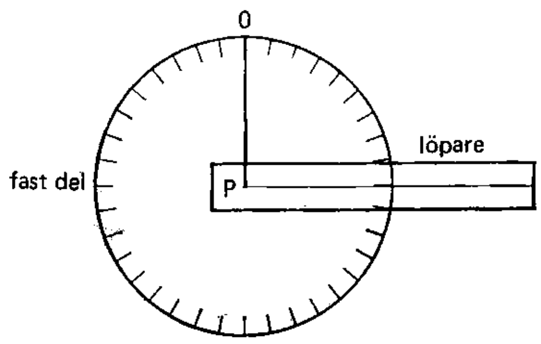
Vik sedan upp papperet igen och spegelbilden är klar.



För normalpresterande elever brukar man inom detta moment kräva lösningar med passare, vinkelhake och linjal. Man bör därvid vara uppmärksam, så att arbetet inte blir ett självändamål, utan verkligen illustrerar ett geometriskt samband.

Vridning

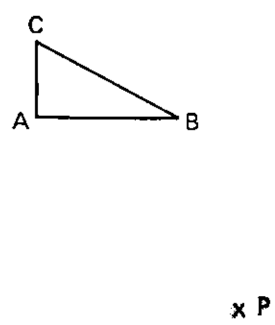
Detta moment innehåller ofta vid konventionell undervisning en hel del mätnings- och konstruktionsarbete. En av svårigheterna består i att mäta vridningsvinkeln med hjälp av en gradskiva. Denna vinkelmätning kan för de lågpresterande eleverna förenklas genom att man tillverkar en gradskiva med löpare av följande typ.



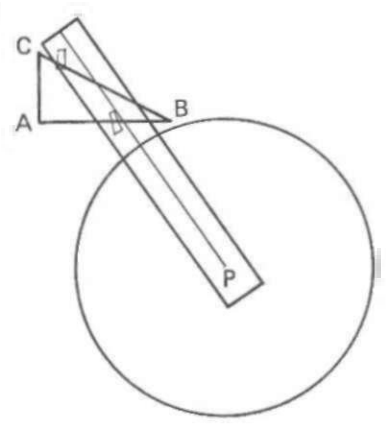
När man mäter en vinkel eller en vridning med hjälp av denna gradskiva, lägger man först den fasta delens långa noll-streck utefter det ena vinkelbenet. Därefter vrider man löparen tills denna faller utefter det andra vinkelbenet. Vridningsvinkeln kan sedan avläsas mitt för löparstrecket.

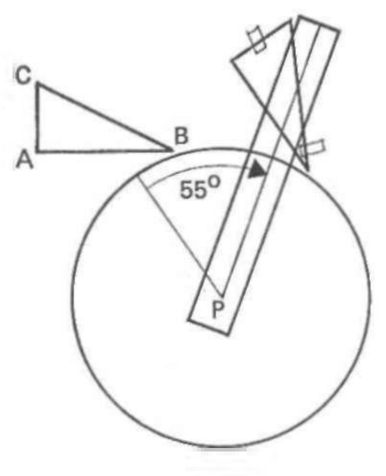
Samma gradskiva kan användas på flera sätt i samband med vridning kring en punkt.

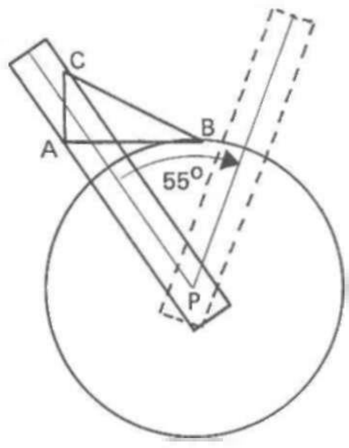
Exempel: Vrid triangeln 55° medurs kring punkten P.



Lösning 1. Triangeln ABC kopieras t ex med hjälp av karbonpapper och klipps ut. Gradskivan placeras därefter som den vänstra figuren (nedan), varefter triangelkopian tejpas fast på löparen exakt över originalet. Vrid därefter löparen 55 ° såsom figuren till höger visar. Bildens läge är nu klar och tejpen lossas från löparen och fästs på underlaget.







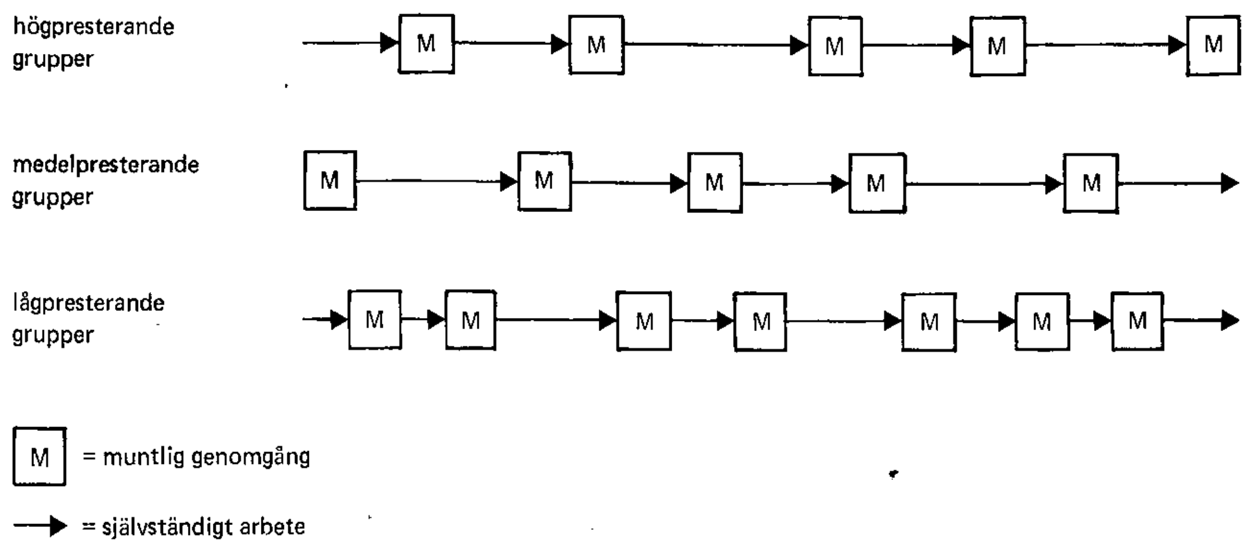
Lösning 2. Lägg gradskivan som i figuren nedan. Punkten A överförs nu (t ex med en knappnål) först till löparen och sedan denna vridits 55 ° från löparen till underlaget. Därefter fortsätter man med punkterna B och C på samma sätt. Denna metod är mera lik den konventionella metoden och kan lätt överföras till denna.

Några lektioner om spegling

Individualisering inom klassens ram blir ofta underlättad om man kan använda ett organisatoriskt sett riktigt material. Här följer ett exempel, där materialet hjälper läraren att individualisera genom att hålla klassen samlad i början av lektionerna.

Materialet består av stenciler med uppgifter av följande typ

1. Stenciler på vilka eleverna med hjälp av vikning och karbonpapper ska spegla figurer i en linje.
2. Stenciler på vilka eleverna med hjälp av knappnål och linjal ska spegla figurer i en linje.
3. Fördjupningsstenciler på vilka eleverna ska spegla figurer i två skärande linjer med knappnål eller karbonpapper.
4. Stenciler på vilka eleverna ska spegla a) en punkt b) två punkter c) tre punkter i en linje genom konstruktion med vinkelhake och linjal eller passare.
5. Stenciler på vilka eleverna ska konstruera spegelbilden i en linje till enkla figurer som är bestämda av ett fåtal punkter.
6. Fördjupningsstenciler där eleverna ska a) spegla i två parallella linjer b) lösa problem om kommutativitet, associativitet o d i samband med 3 och 6 a.



Själva lektionerna beräknas ta 4 • 40 minuter och kan disponeras på följande sätt.

Lektion 1. Gemensam genomgång och gemensam start med stencil 1 och 2. Efter hand övergår de duktiga eleverna till stencil 3.

Lektion 2. Gemensam repetition av stencil 1 och 2. Gemensam genomgång av stencil 4. De elever som inte är klara med stencil 1 och 2 fortsätter med dessa. De övergår efter hand till stencil 4. Övriga elever arbetar med stencil 4 och övergår efter hand till stencil 5.

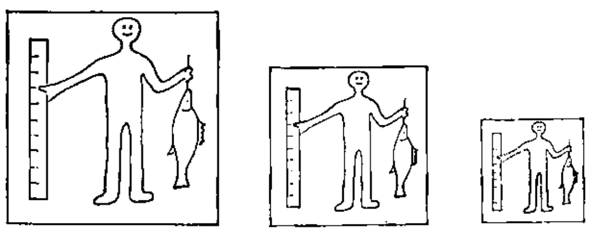
Lektion 3—4. Gemensam repetition av stencil 4 och diskussion av stencil 5. Eleverna arbetar nu på tre nivåer, 1—2, 4 och 5. De duktigaste eleverna övergår successivt till stencil 6.

För att minska lärarens arbete bör eleverna arbeta i grupper om 2—3 elever. Alla elever i en grupp bör arbeta på samma nivå. Grupper som arbetar på ungefär samma nivå bör i sin tur sitta nära varandra, vilket underlättar muntliga genomgångar med flera grupper samtidigt. En enkel skiss över hur det muntliga arbetet kan bedrivas på tre olika nivåer kan se ut som figuren ovan.

Skala

Avbildningar av geometriska områden i en skala är vanliga inom såväl yrkesliv som fritid. Det är därför viktigt att lära eleverna arbeta med ritningar och kartor. För de lågpresterande eleverna kan det sällan bli fråga om att de själva ska utföra avbildningen. Eleverna bör i stället lära sig att avläsa avstånd på kartor och ritningar med hjälp av en linjal, som har konstruerats med hjälp av den aktuella skalan. En lämplig introduktion till detta avsnitt kan vara följande.

Exempel. En bild av ett föremål och en linjal (eller ett måttband) visas med hjälp av en projektor. Till att börja med bör projektorn placeras så att bilden får naturlig storlek.



Man mäter nu olika sträckor i figuren. Därefter flyttas projektorn så att t ex en förminskad bild av figuren erhålls. Med hjälp av den på bilden avbildade linjalen tillverkas en skalenlig papperslinjal. Med denna linjal mäter man nu samma sträckor som tidigare o s v. Denna typ av övning ger eleverna en konkret bild av vad en förminskning respektive förstoring innebär. De får också konstatera hur mätning på kartor eller ritningar fungerar.

Det är relativt lätt att finna praktiska problem inom detta område. Förutom de mer eller mindre självklara möjligheterna att integrera undervisningen i matematik med slöjd, gymnastik och samhällsorientering kan vi nämna följande exempel.

Exempel. Hos fastighetsmäklare och byggmästare kan man ofta få planlösningar till bostadslägenheter. I en del av möbelhusens kataloger kan man vidare finna uppgifter om hur långa och hur breda möblerna är. Man kan nu med hjälp av en "skalenlig" linjal rita möbler i samma skala som man använt för bostadslägenheten, samt därefter klippa ut dessa möbler. Konkreta uppgifter av följande typ kan nu lösas. Får en säng plats mellan garderoben och dörren? Får bilen (måtten anges) plats i garaget om frysboxen placeras vid den ena kortväggen?

Som en avslutning vill vi på nytt påpeka att med rätt hjälpmedel och med lämpligt formulerade problem, kan geometrin göras både rolig och lätt för de lågpresterande eleverna. Detta beror bl a på att geometrin lätt kan göras konkret och att det i allmänhet inte krävs några större förkunskaper t ex i aritmetik. Vid lämpligt val av metoder och hjälpmedel är det vidare relativt lätt att individualisera geometriundervisningen inom klassens ram.

Praktiska uppgifter

Benämnda uppgifter och praktiska uppgifter

Som ett av huvudmomenten i matematik nämns "problem i anslutning till elevernas erfarenheter och undervisningen i andra ämnen". Benämnda uppgifter och tillämpningar som läraren framställer och presenterar utgör exempel på sådana problem. Ofta riktas en hård kritik mot de benämnda uppgifterna. Men de kan vara till nytta för att ge eleverna en studieteknisk träning i att läsa och tolka frågor där en matematisk lösning efterfrågas.

Men färdigformulerade benämnda uppgifter kan inte ersätta problem från verkliga situationer. Givetvis är praktiska uppgifter överlägsna benämnda uppgifter. Eleverna bör få pröva på sådana i skolan som förberedelse för problem i verkliga livet.

Följande drag utmärker problem från verkliga situationer:

1. Data finns inte givna utan måste insamlas.
2. Det finns inga färdiga frågor, utan frågorna måste formuleras under arbetet.
3. Analys och tolkning måste ta hänsyn till förhållanden som råder i samband med datainsamling och blir nödvändigtvis komplexa.
4. Ett entydigt svar är ofta svårt att få, och resultatet beror då på tillförlitligheten i förutsättningarna eller hos de data som samlats.

Räkneschema som "lathund"?

Det är inte ovanligt att eleverna får ett räkneschema eller en "lathund" som avses vara till hjälp vid deras problemlösande. Detta schema anger stegen i problemlösningen.

Ett räkneschema kan vara till viss nytta, men man bör observera att också skickliga problemlösare beter sig osystematiskt då de arbetar sig genom ett problem. Ofta är det först sedan de har funnit en acceptabel lösning som de utför en ordnad redovisning. Detta beror på att problemlösandet och den slutliga formella behandlingen vilar på olika psykologiska förutsättningar. Givetvis är problemlösandet starkt förbundet med både begåvning och den mekaniska räknefärdigheten. Svårigheterna förstoras genom brister i mekanisk läsförmåga, koncentrationssvårigheter och negativa attityder. Man är numera ganska kritisk mot att använda färdiga räknemönster.

Lågpresterande elevers problemlösning

Lågpresterande elever har nästan alltid svårigheter med matematiska problem. Detta sammanhänger ibland med lässvårigheter. Det är också vanligt att de har otillräckliga kunskaper i matematisk terminologi. Härtill kommer de övriga kunskapsbrister som de kan ha.

Det är uppenbart att den studietekniska träningen för lågpresterande elever måste vara systematisk och stegras mycket långsamt från årskurs 1 till årskurs 9. Situationer med problem bör för de lågpresterande ordnas så att en elev som kommit på en lösning, känner att han upplevt en svårighet men övervunnit den. Men samtidigt bör stegringen i svårighet vara så långsam att eleven inte känner något misslyckande. På **lågstadiet** dominerar muntligt givna problem. Uppgifterna bör i stor utsträckning avse konkreta tillämpningar i elevernas egen skolmiljö, eftersom dessa är förhållandevis lätta att organisera. Eleverna räknar föremål, växlar pengar, gör iakttagelser och jämförelser i skolrummet etc.

Också på **mellanstadiet** är det problem från elevernas omedelbara erfarenhet som ger de bästa inlärningstillfällena. Nu kan det vara nyttigt för eleverna att ibland använda grafiska metoder i problemlösning, t ex att rita bilder som åskådliggör storleksrelationerna mellan tre pojkar eller tidsåtgången vid två bilresor. Dessutom kan eleverna börja att skriftligt formulera sina lösningar. Emedan elevernas problemlösningsförmåga i hög grad beror på vana, bör antalet praktiska småuppgifter vara stort. Eleverna bör samtidigt öva upp sitt matematiska ordförråd.

På **högstadiet** fortsätter denna studietekniska träning. Huvuddelen av de praktiska uppgifterna hämtas helst från praktisk verksamhet som eleverna är sysselsatta med. Man växlar mellan småuppgifter och mera omfattande praktiska uppgifter i och utanför skolan. Elevernas fritidsintressen kan utnyttjas (min hund, min cykel, min moped, min skivspelare, min sport etc). De teoretiska ämnena erbjuder tillämpningar (samhällskunskap, fysik etc). Skolans praktiska ämnen (slöjd, teknik, ekonomi, hemkunskap) bör också lämna stoff. Dessutom bör eleverna på högstadiet få formella övningar (benämnda uppgifter). De benämnda uppgifterna bör också på högstadiet vara enkelt formulerade och utan svårighet kunna konkretiseras till verkliga situationer.

De lågpresterande eleverna har stort behov av att arbeta praktiskt och konkret. Det bästa sättet för dem att lära sig tillämpad räkning över huvud och i synnerhet lösning av praktiska vardagsproblem är att öva praktiska uppgifter. Från elevernas första skoldag bör läraren därför ta till vara tillfällena att tillämpa de räknemetoder som de lågpresterande eleverna lärt. Uttryckssätt och terminologi anpassas till deras språk. Låt dem också hjälpa till att formulera frågorna och svaren. Det är i allmänhet lämpligt att ge dessa elever en fullständig fråga, som de förstår utan svårighet. Men de bör i regel också svara med en fullständig mening. Efter hand berikar läraren elevernas ordförråd samtidigt som eleverna försöker använda orden i en alltmer precis betydelse. De praktiska uppgifterna bör vara lätta för de lågpresterande. Data bör på mellanstadiet omfatta bara ett fåtal moment, t ex att utföra två längdmätningar och jämföra mätresultaten eller att ta reda på priser och jämföra vad varor kostar i två affärer.

Organisationen av arbetet med praktiska problem

Praktiska uppgifter varierar i omfattning liksom i svårighet. Uppgiften att ta reda på portot för ett julkort, att frankera och posta kortet löses snabbt av de flesta elever. Gäller det däremot att utforska vad det kostar att ha en hund, måste läraren troligen anslå 4 à 5 lektioner jämte separat datainsamling utanför schematid, och hela klassen kan då behöva engageras. Lågpresterande elever bör ges kortare praktiska uppgifter.

Småuppgifter passar i allmänhet för enskilt arbete.

Ibland är det lämpligt att eleverna arbetar parvis, t ex vid längdmätning utomhus. Pararbete är också användbart då data behöver samlas in, t ex för att anteckna priser eller för att skaffa fram underlag för statistisk bearbetning. Dessa grupperingar kan grundas på intresse eller vara heterogena efter lärarens anvisningar.

Svårare uppgifter bör i allmänhet utföras som grupparbete. I vissa fall bildas heterogena grupper, där några elever har starkare och andra svagare problemlösningsförmåga. I andra fall kan en komplicerad uppgift betraktas som överkursuppgift för högpresterande.

Exempel. Läraren föreslår inför en studieutflykt i årskurs 6 att eleverna gruppvis eller individuellt funderar ut hur mycket mat de skulle vilja ta med sig. Vad kostar maten? Eleverna arbetar i grupper om tre eller fyra och varje grupp skriver en matlista. Sedan skaffar varje grupp fram prisuppgifter och räknar ut kostnaden.

I en klass av B1- eller B2-typ kan ibland hela klassen hjälpas åt med en för hela klassen gemensam uppgift. Varje grupp bör då helst bestå av elever från de olika årskurserna.

Exempel. Eleverna ordnar en föräldraafton. De får ett bidrag från skolstyrelsen, men övriga kostnader får eleverna själva eller deras föräldrar stå för. Vilka utgifter blir det? Hur skall man få pengar för att betala? Eleverna får tänka ut vad som behöver anskaffas och hur finansieringen ska kunna ske. De bildar grupper som var för sig gör upp förslag till programmet. Förslagen diskuteras och ett program fastställs. Skall man ha kaffe, bullar, kakor, saft, läskedrycker, blommor, servis, pappersduk, andra dekorationer och vad mera? Allt detta listas. Så får grupperna börja på nytt och kostnadsberäkna. Det blir en ny gemensam diskussion, och sedan gäller det att finna möjliga inkomstkällor. Blev det för stora utgifter i förhållande till de tänkbara inkomsterna? I så fall får eleverna försöka förbilliga sin föräldraafton. Så fortskrider planeringen och till slut är den stora dagen inne. Men räknearbetet är inte slut. Det finns en möjlighet att efterbehandla uppgiften, så att eleverna kan se hur föräldraaftonen gick ihop ekonomiskt.

Intressen, erfarenheter och kognitiv utveckling

Studiet av barns intressen visar att det är betydande skillnader mellan elever i början och slutet av grundskolåren. Den mera lekfulla studieverksamheten hos sjuåringar ersätts efterhand av en praktiskt inriktad realism hos tonåringen. Medan lågstadieeleven ofta godtar övningar som knappast har annat syfte än en funktionsträning, ställer högstadieeleven för det mesta frågan, vilken nytta det är med en bestämd övningsform.

De praktiska uppgifterna för lågstadieelever kan anknytas till lösryckta händelser, t ex att växla pengar, leka affär, räkna föremål, mäta och väga. Det är också naturligt för elever på lågstadiet att använda tiobasmaterial, Stern-, Cuisenaire-, Lindströms- och Malmer-material eller tiotåget och byggbitar, då de räknar.

Särskilt för lågpresterande elever på mellanstadiet får de praktiska uppgifterna inte bli för omfattande eller för svåra. Gradvis tränar man upp deras erfarenhet.

På högstadiet bör man också för de lågpresterande söka upp praktiska anknytningar som kan sättas in i ett något mera långsiktigt sammanhang. Från slöjden erhåller eleverna följande uppgift: Vad kostar materialet till den klänning som flickorna arbetar med? Skillnader för olika elever? Vad kunde arbetslönen för denna ha blivit? Vilka kostnader uppkommer då en klänning tillverkas i fabrik och säljs i en affär? En annan uppgift från slöjden är denna: En elev tillverkar en skål av kopparplåt. Vad kostar materialet? Vilka andra kostnader har eleven att räkna med? Hur lång tid tar arbetet med skålen? Vad kunde arbetskostnaden ha blivit? Hur tillverkas en kopparskål industriellt? Vilka kostnader kunde en industri behöva kalkylera med? Från fritidsverksamheten kan man finna uppgifter: Vi planerar en bilresa. Resmålet är bestämt, men det är många andra omständigheter som kan behöva diskuteras. Behöver vi en tidsplan för resan? Hur utforma den? Kostnader för drivmedel, mat, övernattningar etc?

Levnadskostnader är naturligtvis nyttiga att undersöka i samverkan med orienteringsämnen som samhällskunskap och biologi. Eleverna kan börja på lågstadiet med att ta reda på vad några vanliga förnödenheter kostar. På mellanstadiet kanske eleverna kan försöka med enkla kalkyler, t ex matkostnaderna för en måltid, klädkostnader för någon elev eller utgifterna för biobesök, serietidningar, grammofon. På högstadiet kan mopeden, hunden eller tobaken vara utgångspunkten för ekonomiska överväganden. Eleverna kan undersöka vilka nedsättningar i pris som görs på olika varor och vilka skillnader i pris som finns mellan olika affärer. Realisationspriser kan jämföras med ordinarie priser. Vilka varor vill man inte köpa på realisation trots prisvinster?

Levnadskostnadsstudier bör förmodligen alltid begränsas till illustrativa händelser, hur viktigt det än är att få eleverna prismedvetna i större sammanhang. Att göra en budget är säkert alltför komplicerat. Eleverna kan emellertid försöka att i översiktsform tänka efter vilka huvudrubriker som de kan använda i en sådan och skatta innehållet. Mera heltäckande ekonomiska utredningar blir mycket komplicerade, bl a på grund av det invecklade mönster av egna inkomster och sociala förmåner som genomsnittsmänniskan i vårt land kan ha att beakta.

Inte bara elevernas erfarenheter och intressen utan också deras kognitiva utveckling bör påverka valet av praktiska uppgifter. För yngre elever är det mest lämpligt att välja faktainsamling (jfr Blooms taxonomi s 7). Äldre elever bör ges tillfälle att utveckla omdömet.

Det är givet att praktiska problem kan visa sig vara alltför komplexa och svårlösta, emedan alltför mycket beror på de tillgängliga resurserna i tid, pengar och arbetskraft eller på svårförutsedda händelser. Det är i synnerhet de lågpresterande eleverna som får svårigheter.

Planering

Om man tänker på hur sällan de vanliga benämnda uppgifterna avspeglar praktiska situationer, inser man betydelsen av att planera arbetet med de praktiska uppgifterna. De större uppgifterna kan tas upp vid årskursplaneringen och förberedas väl vid en finplanering. Men vid sidan om dessa kan läraren föra in ett stort antal praktiska småuppgifter i undervisningen utan någon grundlig förberedelse. Den allmänna genomgången av de praktiska uppgifterna bör ofta få karaktären av lagarbete, eftersom det är av stort värde att uppgifterna kan planläggas av lärare och elever gemensamt.

Följande åtgärder utgör exempel på sådant som kan diskuteras under dessa förberedelser.

1. Lämpliga praktiska uppgifter väljs ut och prioriteras.
2. Man formulerar problemen så att elevernas datainsamling och bearbetning avgränsas.
3. Man undersöker vilka räknemetoder eleverna bör kunna.
4. Man tar reda på möjlig samverkan med andra ämnen.
5. Man detaljplanerar utredningsarbetets innehåll och omfattning.
6. Man kontaktar vissa personer vilka kan tjänstgöra som uppgiftslämnare åt eleverna.
7. Man väljer ut de delar av uppgiften som kan ge de lågpresterande eleverna en helt meningsfull inlärning.

Dewey förklarade 1929 att för den genomsnittliga skoleleven är matematiken — utöver vissa basfärdigheter — i huvudsak ekonomi. Även om detta påstående är väl tillspetsat kan man inte förneka att det är matematikens praktiska användning som är huvudsaken för den vanliga medborgaren. Om vi godtar detta, är det också av betydelse att vi leder eleverna till goda vanor i olika beslutssituationer och där utnyttjar matematiken. De benämnda uppgifterna har givetvis haft denna målsättning från början, men kan knappast numera anses förverkliga denna i den utsträckning som man skulle önska. Genom att öka användningen av praktiska uppgifter kan skolan vidga möjligheterna för eleverna att lära sig att samla och bearbeta data, att förstå betydelsen av att jämföra data samt att utveckla omdömet i ekonomiska och andra sammanhang.

Exempel på aktiviteter

Problem: Geometri- och mätningsuppgifter

Geometri och mätningar innefattar många moment som eleverna bör kunna tillägna sig genom att lösa praktiska problem.

Följande arbetsuppgifter utfördes av elever i årskurs 4. Läraren hade gjort i ordning 20 arbetskort, varav de fem första återges här. Formuleringarna är inte tillrättalagda för elever med lässvårigheter, eftersom arbetet ska utföras gruppvis. De lässvaga ska få hjälp av gruppens mer läsfärdiga elever.

Den första lektionen användes för att ge en orientering om arbetet, att låta eleverna bilda grupper om 2, 3 eller 4 och att visa eleverna hur de kunde använda de olika materialen. Eleverna fick också anvisningar om hur de skulle arbeta. Varje grupp skulle börja med att läsa sitt arbetskort och se till att de hade lämpliga material. Sedan skulle de utföra uppgifterna på arbetskortet och minst en elev i varje grupp skulle anteckna vad gruppen hade gjort och besvara frågorna. Sedan ett arbetskort hade genomarbetats, kunde de få ett nytt kort.

Efteråt redovisade varje grupp minst ett arbetskort.

Kort 1. Ni behöver ett måttband. Bob Beamon vann guldmedaljen i längdhopp i olympiaden i Mexico år 1968. Han hoppade 8,90 m.

1. Gruppen går till hoppgropen på skolgården.
2. Var och en gör ett längdhopp och de andra mäter hoppet.
3. Hoppade du mer än 2,50 m?
4. Sätt ut ett märke för varje hopp.
5. Mät upp 8,90 m.
6. Hur mycket längre hoppade Bob Beamon än vad ni hoppade?
7. Tycker du att Bob Beamon var värd att få en guldmedalj?
8. Ta med måttbandet in i klassrummet.
   Tack ska ni ha!

Kort 2. Ni behöver tomma gräddkartonger (t ex tetrapak eller purepak), vatten, sand, jord, småstenar, järnbitar och kritbitar. Ni behöver också en våg med kilogram- och decigramvikter. Om läraren vill göra uppgiften svårare, kan gräddkartongerna ha olika volym (t ex 2 dl och 3 dl).

1. Fyll en kartong med vatten, en med sand, en med jord, en med småstenar, en med järnbitar och en med kritbitar. Gissa först vilken som är tyngst och vilken som är lättast.
2. Pröva med vågen vilken som är tyngst, lättast.
3. Gissa i vilken ordning de skall ställas efter vad de väger.
4. Väg kartongerna. Stämde gissningen?
5. Vilket väger mest, 1 kg sten eller 1 kg fjäder? Varför?

Töm alla kartongerna och städa efter er.
Tack, det var duktigt!

Kort 3. Ni behöver ett snöre och en millimetergraderad linjal. En uppslagsbok finns det i klassrummet.

1. Tror ni omkretsen av ett träd (i brösthöjd) kan vara 15 cm? 30 cm? 1 m? 2 m? Mer än 2 m?
2. Gå ut på skolgården. Gissa omkretsen först. Lägg snöret runt ett träd. Mät med linjalen. Alla i gruppen måste få mäta. Skriv vad var och en fått.
3. Kan ni se ett träd med tjockare stam? Gissa omkretsen. Mät det på samma sätt.
4. Kan ni se ett träd med smalare stam? Gissa omkretsen och mät. Gå sedan in i klassrummet igen.
5. Har ni hört talas om mammutträden i Kalifornien? Försök att ta reda på hur tjockt ett sådant träd kan bli. Hur gamla är de äldsta mammutträden?

Lägg tillbaka sakerna som ni lånat på rätt ställe.
Tack så mycket!

Kort 4. Ni behöver några mjölk- och gräddkartonger i olika storlekar (2 l, 1 l, 0,5 l, 0,3 l, 0,2 l, 0,1 l), en vattenkran och ett stoppur. Ni måste hålla tyst och vara ordentliga. Inte slabba!

1. Vrid kranen så att vattnet inte rinner för häftigt. Stäng inte av vattnet förrän alla kartongerna är fulla. Var och en gissar hur lång tid det tar att fylla den största kartongen.
2. En kamrat håller i den största kartongen. En använder stoppuret. En säger: "klara, färdiga börja!" Vid "börja" sätts kartongen under kranen och tidtagningen börjar.
3. Ta på samma sätt tid för de andra kartongerna.
4. Stäng av kranen.
5. Sätt på kranen igen. Gör om tidtagningen med andra kamrater.
   Stäng av kranen.
6. Tog det tjugo gånger längre tid att fylla 2 l än 0,1 l?

Töm kartongerna och torka händerna och diskbänken. Lämna stoppuret till läraren. Ställ undan kartongerna. Ser det snyggt ut efter er?
Tack, det var bra!

Kort 5. Ni behöver en boll och en centimetergraderad linjal som är en meter lång. Ni får hålla till i grupprummet.

1. En kamrat håller linjalen med rätt ände i golvet (vilken?). Du håller bollen i utsträckt hand och släpper den rakt ned framför linjalen. Den första kamraten ser efter hur högt bollen studsar.
2. Ställ dig nu på en stol och släpp bollen, medan kamraterna mäter hur högt bollen studsar.
3. Ställ dig också på ett bord och kamraten mäter studsen.
4. Var stod du när bollen studsade högst?
5. Nu byter ni i gruppen och gör om mätningarna. Alla skall få mäta.
6. Blev det lika mätningar för alla kamraterna?

Lämna tillbaka bollen och linjalen.
Tack ska ni ha!