FÖRORD.

Föreliggande anteckningar i räknemetodik vilja icke göra normalplanens metodiska anvisningar öfverflödiga. De tvärt om förutsätta dem, liksom de i öfrigt ansluta sig till denna plans innehåll. Endast i fråga om området för småskolans hufvudräkning och i fråga om den inledning till bråkläran, som bör föregå decimalbråk, afvika de därifrån.

Vår erfarenhet är nämligen den, att hufvudräkningen i småskolor med hel undervisningstid utan svårighet kan utsträckas till talområdet 1—100, därest multiplikations- och divisionsöfningarna med större produkt och dividend än 30 i regel begränsas till multiplikationstabellens tal.

Hvad decimalbråk angår, hafva vi funnit, att barnen hafva svårt att tillägna sig dem, om de ej förut blifvit bekanta med allmänna bråk åtminstone till det omfång, som föreslås i den afdelning af andra kapitlet, som har till öfverskrift: Lärogång utan luckor.

* * *

Anteckningarna utgifvas närmast i syfte att underlätta våra elevers arbete. För den händelse att man vid något annat seminarium skulle finna dem användbara, vilja vi nämna, att deras innehåll vid härvarande seminarium plägar genomgås i följande ordning.

I andra årsklassen behandlas den del af det tredje kapitlet, som rör småskolan, och meddelas det behöfliga af andra kapitlets innehåll. I tredje årsklassen genomgås första och andra kapitlen i sammanhängande följd och behandlas den del af det tredje kapitlets innehåll, som berör den klassens praktiska öfningar. I fjärde årsklassen behandlas återstoden af tredje kapitlet.

Hernösand i oktober 1894.

G. W. B. och J. A. S.

FÖRSTA KAPITLET.

Historik.

Vårt sätt att beteckna tal är uppfunnet af indierna under något af århundradena närmast efter Kristi födelse (före år 400). Det egendomliga hos detta beteckningssätt är, att tio tecken äro tillräckliga för att uttrycka alla i talsystemet förekommande tal. Detta är möjligt därigenom, att hvarje siffra betecknar på samma gång *talsort* och *antal:* talsort genom sin plats och antal i sig själf. Uti talet 345 t. ex. betecknar siffran 3 talsorten hundratal genom sin plats och antalet tre (af den talsorten) i sig själf, siffran 4 talsorten tiotal genom sin plats och antalet fyra i sig själf samt siffran 5 talsorten ental genom sin plats och antalet fem i sig själf.

Af högsta betydelse för vårt beteckningssätt är tecknet 0, som angifver, att enheter af någon talsort saknas i ett tal. Innan man uppfunnit detta tecken, var det ej möjligt att genom en siffras plats angifva hvilken talsort som helst.

Från indierna kom det nya beteckningssättet öfver till araberna, och då dessa på 700-talet öfver Gibraltarsund inträngde på Pyreneiska halfön, förde de indiernas uppfinning med sig till Spanien. Härifrån spridde sig denna småningom till det öfriga Europa och undanträngde den förut brukliga beteckningen med romerska siffror.

* * *

Genom Luthers reformation kallades folkskolan till lif i Tyskland. I 1500-talets folkskolor meddelades icke någon räkneundervisning, och i 1600- och 1700-talens folkskolor var räkningen på långt när icke ett allmänt förekommande läroämne. Mången ansåg ännu kunskap häri obehöflig för menige man. Det är först i vårt århundrade, som räkningen blifvit ett obligatoriskt ämne i folkskolan.

Ända till början af vårt århundrade var förfaringssättet vid räkneundervisningen i allmänhet mycket mekaniskt. Lärjungen fick i sin räknebok lära sig reglerna för det räknesätt, som skulle inhämtas, och därpå använda dem på de i boken upptagna exemplen. Att först åskådliggöra och förklara det, som var föremål för undervisningen, ansågo lärarne icke behöfligt. Målet var att bibringa mekanisk färdighet; om insikt i räkning var det ej någon fråga.

Den, som omdanade räkneundervisningen och lade grunden till dess nuvarande metod, var den schweiziske pedagogen *Johan Henrik Pestalozzi* (1746—1827). Dennes förtjänster om räkneundervisningen äro förnämligast följande.

a) Pestalozzi byggde räkneundervisningen på *åskådningen*. Därigenom blef det möjligt att begynna denna undervisning med 6- och 7-åriga barn. Före Pestalozzi hade man ansett, att räkning icke kunde begynnas med barnen, förrän de nått 9 eller 10 års ålder. Då hade man utgått från det rena talet.

b) Pestalozzi införde i skolan verklig *hufvudräkning*. De försök till hufvudräkning, som förut undantagsvis förekommit, hade ej varit någonting annat än ett till fantasien öfverflyttadt räknande med siffror. Pestalozzi åter frigjorde hufvudräkningen från bundenheten vid siffror och gjorde den till ett åskådligt räknande med *tal*.

c) Pestalozzi införde *klassundervisning* i räkning. Före hans tid hade det icke varit brukligt att vid räkneundervisningen sammanhålla en hel klass eller en större grupp af lärjungar, utan dessa hade fått räkna hvar och en för sig och därigenom kommit att befinna sig på vidt skilda områden.

Men vid sin verksamhet för en bättre räkneundervisning gjorde Pestalozzi sig skyldig till åtskilliga ensidigheter. Han lade all vikt på insikten i talens byggnad och deras inbördes förhållanden. Därför sysslade han endast med rena tal och försummade att låta barnen öfva sig att lösa uppgifter ur lifvet.

Han odlade vidare nästan uteslutande hufvudräkning och tillbakasatte följaktligen den skriftliga räkningen. Före Pestalozzi hade räkningen öfvats i skolorna blott för dess nytta i lifvet; Pestalozzi använde den blott som medel för själskrafternas odling.

Nyare pedagoger sökte utjämna Pestalozzis ensidigheter och gifva tillbörligt utrymme äfven åt den skriftliga räkningen och öfningen att lösa praktiska uppgifter. Bland dessa pedagoger intager tysken *Ernst Hentschel* († 1875) ett framstående rum. Såsom seminarielärare och läroboksförfattare utöfvade han ett stort inflytande på räkneundervisningen i folkskolan. Så t. ex. förvisade han från denna skola sättet att lösa reguladetri-uppgifter medelst analogimetoden, hvilken dittills uteslutande användts, och fordrade, att man vid dylika uppgifters lösning skulle gå till enheten.

* * *

I de folkskolor, som funnos i Sverige vid tiden för växelundervisningens införande (omkr. 1820), öfvades endast undantagsvis räkning. Allmänt upptogs detta ämne däremot i växelundervisningsskolorna, och folkskolestadgan af år 1842 gjorde det obligatoriskt för folkskolan.

Året efter denna stadgas framträdande utgaf föreståndaren för Uppsala seminarium *Anders Oldberg* († 1867) en handbok i pedagogik och metodik. Enligt denna skulle åskådningen tagas till hjälp vid räkneundervisningen. Såsom åskådningsmedel föreslog Oldberg räknetabeller, utgifna af växelundervisningssällskapet, rörliga träkulor på ståltrådar, som voro fästa vid väggen, slantar, streck på svarta taflan o. dyl. Men åskådningen skulle icke vara utgångspunkt utan komma först i andra rummet som hjälpmedel för att rätta ett oriktigt svar. Om man t. ex. ville inlära, att 4 till 5 är 9, så skulle man kräfva svaret af barnen utan tillhjälp af kulorna — hvilka voro det vanligaste åskådningsmedlet — och endast i det fall, att ett oriktigt svar gafs, framskjuta 4 kulor och låta ett barn därunder räkna: 6, 7, 8, 9. »Ty», säger Oldberg, »svarar barnet rätt, böra kulorna icke onödigtvis begagnas.»

Oldbergs anvisningar voro beräknade för växelundervisningsskolor. För monitörer skulle de första grunderna inhämtas; barnen ställdes därvid i cirkel framför en räknetabell eller framför de på ståltrådar trädda kulorna. Sedan de vunnit hjälplig färdighet t. ex. i additionstabellen, fingo de på egen hand räkna additionsexempel, hvilka voro tryckta antingen på större väggtabeller eller på mindre tabeller, afsedda för hvart barn. Exemplen på dessa tabeller voro i allmänhet sifferexempel. Barnen kunde därför på sin höjd förvärfva sig mekanisk färdighet att utföra de särskilda räknesätten men vunno icke förmåga att lösa uppgifter ur lifvet.

Mot växelundervisningen uppträdde bland andra grefve *Torsten Rudenschöld* († 1859). Han sammanhöll vid hufvudräkning hela skolan, och vid den skriftliga räkningen bildade han så få afdelningar som möjligt. Dessa skulle alla undervisas omedelbart af läraren. Genom Rudenschöld infördes i den svenska folkskolan klassundervisning i räkning.

Växelundervisningen med sitt cirkel- och monitörsystem fick sin dom genom kungl. cirk. af den 22 april 1864, som föreskref bland annat, att barnen skulle indelas i vissa klasser eller afdelningar, hvilka, så vidt möjligt var, skulle omedelbart undervisas af läraren. I medlet af 1860-talet utvidgades folkskoleläraresemiarierna, och de lärare, som därefter utgingo från dessa anstalter, voro bättre utbildade än de äldre. Genom normalplanen af år 1878 gafs anvisning till en ordnad klassindelning med bestämda lärokurser. I fråga om räkneundervisningen medverkade alla dessa omständigheter samfäldt därtill, att denna småningom frigjordes från sin förra mekanism och började bedrifvas efter en mera utvecklande metod.

Slutligen har lärobokskommittéens utlåtande af år 1887 gifvit uppslag till bättre läroböcker och därigenom bidragit att föra räkneundervisningen framåt.

ANDRA KAPITLET.

Allmänna grundsatser.

1. Mål.

Räkneundervisningens mål är dels materiellt: *att meddela barnen den räknefärdighet, som lifvet fordrar af dem;* dels formellt: *att lära barnen att tänka klart.*

Hvad den materiella sidan af målet angår, så må erinras om att i vår tid ingen människa kan undvara räknefärdighet, hon må vara ung eller gammal, man eller kvinna, kroppsarbetare eller hänvisad till intellektuell verksamhet.

Det är visserligen icke tankeförmågan ensam af själskrafterna, som öfvas genom räkneundervisningen. Äfven andra förmögenheter utbildas genom den, t. ex. minnet, viljekraften, ordningssinnet. Men, då det i främsta rummet är tankeförmågan, som utvecklas vid denna undervisning, så har hänsyn tagits endast till nämnda förmåga vid angifvandet af räkneundervisningens formella mål.

2. Åskådning, insikt, färdighet.

I. Räkningen rör sig med *tal.* Men talen äro abstrakta, d. v. s. de äro ej till i och för sig själfva utan endast i förbindelse med någonting konkret (för sig självt bestående). Såsom t. ex. egenskapen skönhet förefinnes endast hos ting, om hvilka man kan säga, att de äro sköna, så finnes t. ex. ett femtal i verkligheten icke till på annat sätt än såsom bestämning hos ting, som till mängden eller antalet äro fem (t. ex. fem gossar, fem flickor, fem kuber, fem kulor).

Då nu det abstrakta vanligtvis icke kan fattas af barn på annan väg än i förbindelse med någonting konkret, så har man vid räkneundervisningen, liksom vid all annan undervisning, att utgå från det konkreta. Det vill med andra ord säga, att man bör utgå från hvad barnen antingen för tillfället se eller ock förut hafva sett eller på något annat sätt erfarit. Förfar man på detta sätt, så säges man utgå från åskådningen. *Åskådningen är den grundval, på hvilken räkneundervisningen har att bygga.*

Man skiljer mellan omedelbar och medelbar åskådning.

Omedelbar är åskådningen, då man utgår från hvad barnen för tillfället se. *Medelbar* är åskådningen, då man utgår från hvad barnen förut sett eller eljest erfarit.

På det lägsta stadiet bör man i regel utgå från den omedelbara åskådningen. Särskildt gäller detta klargörandet af antalsförhållandet (talområdet 1—10), förmedlandet af uppfattningen af talsorterna tiotal och hundratal samt inlärandet af räknesätten inom området 1—20. Längre fram är den omedelbara åskådningen oundgängligen nödvändig vid bråklärans behandling. Eljest är den medelbara åskådningen i allmänhet tillräcklig och den omedelbara mindre ofta behöflig, nämligen i fråga om själfva räknandet.

* * *

För den omedelbara åskådningen är särskild åskådningsmateriel erforderlig.

Åskådningsmaterielen bör hafva passande form och tillräcklig storlek, för att lärjungarne med lätthet må kunna uppfatta den från sina platser. Den bör vidare vara delbar för att väl lämpa sig för klargörande af det helas olika sammansättning och delarnas förhållande inbördes och till det hela samt för klargörande af nya talsorters uppkomst.

Lämpliga åskådningsmedel äro t. ex. räknekub; kulram; pinnar och buntar af pinnar med tio i somliga buntar och hundra i andra; meterstaf; meterkvadrat, indelad i decimeterkvadrater;

s. k. talbilder, d. v. s. pappskifvor, på hvilka talen äro åskådliggjorda medelst punkter, rutor eller på något annat sätt.

Utom dylika för räkneundervisningen särskildt afsedda åskådningsmedel kunna för samma ändamål användas slantar, stenar, pennor m. m. sådant. Genom uppritande af punkter, kors, ringar o. s. v. på svarta taflan kan man ock åskådliggöra antal. Linier äro synnerligen lämpliga för åskådliggörande af bråksorters uppkomst och förhållande till hvarandra.

Åskådningsmedlen böra ställas så, att alla barn i klassen kunna se dem. Då större antal än fyra skall åskådliggöras, böra åskådningsmedlen ställas i grupper med högst fyra i hvarje. Med tillhjälp af räknekubens delar åskådliggöres t. ex. 5 sålunda: ■ ■ ■ ■ ■, 9 sålunda: ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■, 12 sålunda: ▮ ■ ■. (Fyrkanterna utmärka »kuber» och den aflånga lodrätt stående figuren »pelare».)

Åskådningsmedlen böra visas tillräckligt länge för hvarje gång. Då de blifvit använda för ett visst fall, böra de få stå kvar, under det att det inlärda inöfvas och tillämpas, på det att de svagast begåfvade barnen må hafva tillgängligt hjälpmedel, då så behöfves.

Det är ej nödigt, ja, ej ens önskligt, att läraren alltid själf handhar åskådningsmedlen. Ofta böra barnen få gå fram och räkna med föremålen efter lärarens föreskrift. Detta bereder dem omväxling och nöje under arbetet.

* * *

II. Vid åskådningen får läraren ej låta barnen stanna, utan han skall leda dem till *insikt* om att hvad som gäller om talen i förbindelse med de åskådade föremålen, det gäller om dem under alla förhållanden. Detta sker genom behandling af lämpliga exempel på ett utvecklande sätt.

Ex. 1. Vid inlärandet, att 5 och 3 är 8, få lärjungarne se, att 5 kuber och 3 kuber utgöra 8 kuber. Men man stannar ej därvid utan låter dem räkna med kulor, kronor, meter o. s. v., till dess de klart uppfattat, att det ej är endast om kuber, som det gäller, att 5 och 3 är 8, utan att 5 och 3 är 8, dessa tal må stå som bestämning till hvilka slags föremål som helst eller ock tänkas för sig själfva, d. v. s. som fristående tal.

Ex. 2. För att klargöra bråks uppkomst uppritas på svarta taflan flera lika långa linier öfver hvarandra. Den öfversta af dem förblir odelad, den andra i ordningen delas i två lika delar, den tredje i tre o. s. v. Genom ledande frågor gör nu läraren klart för barnen, att, om en linie delas i två lika delar, hvardera delen är en half linie, att, om den delas i tre lika delar, hvar del är en tredjedels linie o. s. v. — allt under utpekning på delarna af linierna. Vidare gör han på samma gång klart för dem, att, om man vill hafva halfva linier, man måste dela en hel linie i två lika delar, att, om man vill hafva tredjedels linier, man måste dela en hel linie i tre lika delar o. s. v. Detsamma öfvas med pappersark, äpplen, kakor m. fl. föremål, som man delar eller föreställer sig dela. Härigenom vinna barnen slutligen den insikten, att bråk uppstår genom att ett helt af hvad slag som helst delas i ett visst antal lika delar och man tager en eller flera sådana delar.

* * *

III. Det är emellertid ej insikt, som är det yttersta målet för räkneundervisningen, utan det är *färdighet.* Till färdighet för blott en väg, nämligen *öfning* och åter *öfning.* Det inlärda skall genom trägen öfning göras till barnens oförytterliga egendom för att vid behof kunna användas snabbt och säkert.

* * *

Åskådning, insikt och öfning till färdighet äro de tre grundfaktorerna vid räkneundervisningen, om man vill komma till ett godt resultat. Hvad som upptages bör, sedan insikt vunnits däri på åskådningens väg, öfvas så, att barnen uppnå mekanisk färdighet.

3. Lärogång utan luckor.

I hvarje tal kan man åtskilja två sidor, nämligen *antal* och *talsort.*

Vid behandlingen af talområdet 1—10 klargöres antalsförhållandet för barnen. Af högsta vikt är, att detta talområde, som bildar grundvalen för all räkning, genomgås med yttersta sorgfällighet. Hvarje tal för sig bör behandlas allsidigt och inläras så noggrant, att barnen ögonblickligen kunna besvara lärarens frågor, vare sig han frågar efter det hela eller efter delarna.

Sedan barnen blifvit väl förtrogna med antalsförhållandet, få de lära sig, huru den nya talsorten *tiotal* bildas ur den hittills behandlade talsorten *ental*. Vidare få de öfva sig att förvandla mellan de bägge talsorterna och att räkna med dem. Tiotalsområdet (10—99) är det, som näst entalsområdet kräfver det sorgfälligaste inöfvandet.

Sedan barnen vunnit erforderlig säkerhet inom området 1—99, göras de bekanta med talsorten *hundratal*, som behandlas i samma ordning som tiotal. Med högre talsorter göras barnen förtrogna, i den mån större tal skola användas vid räkneundervisningen.

Läran om decimalbråk inledes med en grundlig utredning af bråkbegreppet. Hit höra följande stycken: bråks uppkomst, beteckning och arter; förvandling mellan hela och delar; förvandling af större delar till mindre (förlängning) samt förvandling af mindre delar till större (förkortning).

Vid behandlingen af decimalbråk böra, liksom i fråga om hela tal, de talsorter, som ligga närmast talsorten ental — här *tiondelar* och *hundradelar* —, genomgås med jämförelsevis större grundlighet. Lämpligast är att en tid bortåt röra sig endast med tiondelar och hundradelar (i och utan förbindelse med helt tal) och att, först sedan barnen vunnit nödig öfning i de fyra räknesätten inom detta område, öfvergå till mindre delar.

Hvad de allmänna bråken beträffar, bör man till en början repetera och ytterligare inskärpa det, som af bråkläran genomgåtts som inledning till decimalbråk. Därpå har man att inlära det slag af förvandling, som ännu återstår, innan man kan gå till de fyra räknesätten, nämligen förvandling af olika slags delar till delar af samma slag (liknämniggöring).

För en säker uppfattning af bråkbegreppet är det af vikt, att man vid de inledande öfningarna rör sig med jämförelsevis stora delar, d. v. s. med små nämnare. Delarna böra i regel ej vara mindre än hundradelar.

Framgången af räkneundervisningen, då man hunnit öfver talområdet 1—10, är helt och hållet beroende af insikten om förhållandet mellan de talsorter, med hvilka man för tillfället rör sig, och af färdigheten att förvandla från en af dem till en annan. Äga barnen denna insikt och färdighet, så lära de sig lätt och säkert räknesätten inom motsvarande område; hvar om icke, så blifva räknesätten svåra för dem att inlära, och till någon egentlig räknekunskap komma de näppeligen, om de än i bästa fall kunna nå en viss mekanisk färdighet.

Ett par exempel må anföras för att åskådliggöra den vikt, som ligger på insikten om talsorternas förhållande till hvarandra och på färdigheten att förvandla mellan dem.

Ex. 1. Gäller det att dela 72 i 6 lika delar, så delar man först de 7 tiotalen i 6 lika delar, hvarvid man erhåller 1 tiotal på hvar del. 6 tiotal gå åt. Det återstående tiotalet måste man *förvandla* till mindre talsort för att erhålla ett så stort antal, att detta vid delning i 6 lika delar kan lämna minst 1 på hvar del.

Ex. 2. Får man till uppgift att dela $^1/_4$ i 3 lika delar, så finner man, att antalet 1 (täljaren) ej kan lämna minst 1 på hvar del, då det delas i 3 lika delar. Man måste då *förvandla* fjärdedelarna (nämnaren) till en så beskaffad mindre talsort, att man af den kan erhålla tillräckligt stort antal för att vid delningen i 3 lika delar få minst 1 på hvar del. Den närmast mindre så beskaffade talsorten är tolftedelar. Förvandlas 1 fjärdedel ($^1/_4$) till tolftedelar, erhållas 3 tolftedelar ($^3/_{12}$), af hvilka vid delningen i 3 lika delar 1 tolftedel ($^1/_{12}$) kommer på hvarje del.

* * *

Med hänsyn till de särskilda räknesätten inom hela tal, decimalbråk och allmänna bråk gäller samma fordran på sträng ordningsföljd. Inom ett räknesätt bör man gå från det enklare till det mera sammansatta, från det lättare till det svårare, men öfvergången får ej ske, förrän det förra är så inöfvadt, att det bildar en fast grundval för det senare. Likaså får man ej gripa sig an med ett nytt räknesätt, innan det föregående är väl inhämtadt inom behörigt talområde.

4. Exempel.

Man skiljer mellan sifferexempel och sakexempel.

I *sifferexemplen* finnas endast tal, t. ex. $8 + 5 = ?$

I *sakexemplen* äro talen förbundna med sorter, t. ex. 8 kr. + 5 kr. = ?

De i folkskolan förekommande sifferexemplen afse i de flesta fall endast räknefärdighetens uppöfning.

Af sakexemplen afse somliga endast räknefärdighetens uppöfning; andra afse därjämte och i främsta rummet uppöfvande af förmågan att tillämpa räknekunskapen på förhållanden i det praktiska lifvet. I det förra slaget af sakexempel är sättet för räkningens utförande angifvet, i det senare måste det sökas. 8 kr. + 5 kr. = ? är ett sakexempel af förra slaget. Af det senare slaget är följande exempel: En person köpte kött för 8 kr. och fisk för 5 kr.; huru mycket penningar behöfde han för uppköpet?

Sifferexemplen och de sakexempel, i hvilka sättet för räkningens utförande är angifvet, kallas tillsamman *öfningsexempel.*

De sakexempel, i hvilka sättet för räkningens utförande måste sökas, kallas *tillämpningsexempel.*

Lösningen af ett tillämpningsexempel ställer två uppgifter på barnen: 1) att *utreda innehållet,* d. v. s. att tänka efter, *a*) hvad som är gifvet, *b*) hvad som sökes, och *c*) huru detta skall finnas; 2) att *utföra räkningen.*

Ex. En familj förbrukar mjölk för 42 öre om dagen; huru mycket kostar mjölken för den familjen i veckan? — 1) Hvad är gifvet? (Priset på mjölken för 1 dag.) Hvad sökes? (Priset på mjölken för 1 vecka, d. v. s. för 7 dagar.) Huru skall det finnas? (Genom att taga 7-falden af 42 öre.) 2) Nu återstår endast uträkningen, som gifver till resultat 2 kr. 94 öre.

* * *

Det är på praktiska uppgifter, som barnet i lifvet kommer att använda sin räknekunskap. Därför bör skolan hämta sina tillämpningsexempel ur det praktiska lifvet. Lär sig ej barnet att lösa dylika uppgifter, så har det föga nytta af sin färdighet att räkna.

Till sitt innehåll böra tillämpningsexemplen vara *sanna.* Detta innebär, att de i exemplen förekommande mått, vikter, värden och öfriga förhållanden öfverensstämma med hvad som möter i lifvet. Mot denna fordran felar man, om man t. ex. låter ett bantåg gå med en hastighet af 23 m. i minuten, 1 m. kläde kosta 50 öre, 1 säck innehålla 19 hl. säd, 1 kg. smör kosta 9 kr. I de två första exemplen äro måtten för små och i de två senare för stora. Genom sådana uppgifter få barnen falska föreställningar om förhållandena i lifvet.

Till formen böra exemplen vara *korrekta*. Fel mot denna fordran erbjuda exempel, som innehålla oklara uppgifter, motsägelser, språkliga oriktigheter o. d.

* * *

I sammanhang härmed må påpekas några mycket vanliga formella oriktigheter vid lösningen.

1. 3 ggr *större*, 3 ggr *mindre* i st. f. 3 ggr *så stor*, tredjedelen *så stor*.

2. Förväxling af uttryck vid de olika slagen af divisionsuppgifter. Ex. Huru många veckor utgöra 56 dagar? Här får man ej säga, att man skall *dela* 56 dagar i 7 delar, utan att man skall undersöka, huru många ggr 7 dagar *innehållas* i 56 dagar.

3. $\frac{1}{3}$ *ggr* 5 kr. i st. f. $\frac{1}{3}$ *af* 5 kr.

4. Multiplicera 5 kr. 8 *ggr* i st. f. taga 5 kr. 8 ggr eller multiplicera 5 kr. *med* 8.

5. Omkastning af faktorer. Man får ej *säga*, att man finner priset på 27 päron efter 3 öre st. genom att taga 27 3 ggr utan genom att taga 3 öre 27 ggr. Vid *uträkningen* må faktorerna byta plats, där bekvämligheten så fordrar.

6. *Vända upp och ner* på divisorn i st. f. låta divisorns täljare och nämnare *byta plats*.

7. *Multiplicera* ett *bråk* i st. f. *förlänga* det; *dividera* ett *bråk* i st. f. *förkorta* det; *förlänga täljaren* (*nämnaren*) i st. f. *multiplicera* den; *förkorta täljaren* (*nämnaren*) i st. f. *dividera* den.

8. Minska 5 öre *från* 12 öre i st. f. minska 12 öre *med* 5 öre eller draga 5 öre från 12 öre.

* * *

Talen i exemplen böra ej vara större än nödigt är, för att barnen må vinna erforderlig öfning. Bättre många exempel med små tal än få exempel med stora tal. I lifvet möta sällan uppgifter med mer än fyrsiffriga tal.

* * *

Mycket viktigt är, att man vid gifvandet af ett exempel väl betonar de däri förekommande talen.

Då ett exempel gifvits, bör man omedelbart därpå förvissa sig om att barnen fattat det. Detta sker därigenom, att de få återgifva det antingen i sammanhang eller genom svar på frågor af läraren.

5. Regler.

Vill man gifva barnen en regel för förfaringssättet t. ex. vid det fall af subtraktion i decimalbråk, då minuenden innehåller färre decimaler än subtrahenden, så utgår man från ett exempel, såsom 3,5 kr.—0,75 kr. Man påvisar medelst lämpliga frågor, att minuenden här innehåller blott tiondelar men subtrahenden både tiondelar och hundradelar, att man måste hafva hundradelar för att kunna draga bort hundradelar, och att följaktligen minuendens bråk måste förlängas så, att det får samma nämnare som subtrahendens. Sedan man på samma sätt genomgått några likartade exempel, låter man barnen ur dessa draga regeln, hvilken kommer att lyda på ungefär följande sätt: Gör minuendens bråk till samma slags delar som subtrahendens och förfar sedan såsom vid subtraktion i hela tal.

Då man vill lära barnen en regel, bör man gå till väga på nu antydt sätt. Regeln bör följaktligen *finnas af barnen* genom deras eget tankearbete och får ej gifvas af läraren som en minnessak, hvars innehåll först längre fram möjligen blir klart för barnen.

Vid räkneundervisningen behöfvas ej många regler. De, som upptagas, böra vara korta, bestämda och enkla.

6. Hufvudräkning och skriftlig räkning.

Räkningen försiggår på två olika sätt: i hufvudet och skriftligen.

Hufvudräkningen är af två slag: förberedande hufvudräkning och tillämpande hufvudräkning.

Den förberedande hufvudräkningen har att bana väg för den skriftliga räkningen steg för steg. Då nämligen något nytt i skriftlig räkning skall inläras, bör detta förberedas medelst hufvudräkningsuppgifter, genom hvilka det nya göres klart för barnen. Dessa uppgifter böra vara synnerligen lätta och behandlas i samma ordning, som sedan skall följas vid den skriftliga räkningen.

Om man t. ex. har att lära barnen att skriftligen mångfaldiga en tvåsiffrig multiplikand med en ensiffrig multiplikator, så tager man först några sådana inledande hufvudräkningsuppgifter, i hvilka icke förvandling af produktens ental till tiotal behöfver äga rum, t. ex. 3×12 öre, och går sedan till sådana exempel, i hvilka en dylik förvandling måste ske, t. ex. 4×18 kr. Man mångfaldigar den mindre sorten först (i det senare ex. 8 enkr.), verkställer erforderlig förvandling (32 enkr. = 3 tiokr. och 2 enkr.), mångfaldigar den större sorten (tiokr.) och lägger till produkten det nyss genom förvandling erhållna antalet af samma sort (3 tiokr.). Sedan så många exempel med olika slags sorter (till sist talsorter) blifvit behandlade på detta sätt, att barnen fått gången af lösningen klar för sig, så öfverflyttas lösningen af ett eller flera af de genomgångna exemplen på svarta taflan, och därmed är man inne på den skriftliga räkningen.

Den tillämpande hufvudräkningen har att öfva barnen att i hufvudet lösa sådana lättare uppgifter, som man i lifvet vanligen nödgas lösa i hufvudet.

Den skriftliga räkningen är afsedd företrädesvis för sådana fall, då man har att röra sig med större tal och mera invecklade förhållanden.

Den tillämpande hufvudräkningen och den skriftliga räkningen böra sättas i nära samband, så att de komma att understödja hvarandra.

* * *

De väsentligaste olikheterna i förfaringssättet mellan den skriftliga räkningen och den tillämpande hufvudräkningen äro följande.

Vid den skriftliga räkningen räknar man med siffror. Vanligen fäster man sig endast vid det antal de beteckna och tager icke förr hänsyn till den talsort de därjämte angifva, än man kommit till slutresultatet. Den ordning, i hvilken man går, är städse densamma.

Vid den tillämpande hufvudräkningen åter räknar man utan siffror. Man är under räknandet fullt medveten om talens verkliga värde och låter vanligen gången bestämmas af lättheten att verkställa räkningen och bevara i minnet de särskilda talen. Så snart en genväg erbjuder sig, slår man därför gärna in på denna.

Ex. 1. Om jag har att sammanlägga 48 kr., 33 kr., 32 kr. och 17 kr., så utför jag detta skriftligen genom att ställa upp talen under hvarandra och addera först entalsraden och sedan tiotalsraden. — Utför jag åter sammanläggningen i hufvudet, så blir gången helst följande: 48 kr. + 32 kr. = 80 kr.; 33 kr. + 17 kr. = 50 kr.; 80 kr. + 50 kr. = 130 kr.

Ex. 2. Är det fråga om att beräkna priset på 28 m. tyg efter 75 öre m., så förfar jag i skriftlig räkning så, att jag multiplicerar 75 öre först med 8 och sedan med 2, skjuter den senare delprodukten därvid ett steg till vänster och sammanlägger slutligen bägge delprodukterna. — Genom hufvudräkning kan jag lösa exemplet på flera sätt, t. ex. så, att jag tager 1 kr. 28 ggr och minskar produkten med 28-falden af 25 öre (28 kr. — 7 kr.); eller så, att jag tager 75 öre 30 ggr och minskar produkten med 2-falden af 75 öre (22 kr. 50 öre — 1 kr. 50 öre); eller så, att jag söker summan af 28 halfva kronor och 28 fjärdedels kronor (14 kr. + 7 kr.); eller så, att jag tager $\frac{3}{4}$ kr. 28 ggr eller, med omkastning af faktorerna, $\frac{3}{4}$ af 28 kr (3 × 7 kr.); eller så, att jag löser upp faktorn 28 i 7 × 4 och tager 75 öre 4 ggr och därpå produkten 7 ggr (7 × 3 kr.).

Ex. 3. Gäller det att dela 414 kr. i 18 lika delar, så förfares vid skriftlig räkning så, att först 41 tiokr. delas i 18 lika delar, då man får 2 tiokr. på hvar del; öfverskottet 5 tiokr. förvandlas till enkr., och de förut befintliga 4 enkr. tilläggas, hvarefter summan 54 enkr. delas i 18 lika delar, då man får 3 enkr. på hvar del; alltså 23 kr. till kvot. — Skall uppgiften lösas i hufvudet, så kan man förfara antingen så, att man uppdelar dividenden i två addender, af hvilka den större, delad med 18, gifver till kvot ett jämnt tiotal, det största som kan fås (360 kr. + 54 kr), delar därpå hvardera addenden i 18 lika delar och sammanlägger slutligen kvoterna (20 kr. + 3 kr); eller ock så, att man löser upp divisorn i faktorer och delar dividenden först med en faktor och den erhållna kvoten med nästa faktor o. s. v., ifall man har mer än två faktorer (414 kr. : 9 = 46 kr.; 46 kr. : 2 = 23 kr.; — eller 414 kr. : 6 = 69 kr.; 69 kr. : 3 = 23 kr.; — eller 414 kr. : 3 = 138 kr.; 138 kr. : 3 = 46 kr.; 46 kr. : 2 = 23 kr.).

* * *

För den tillämpande hufvudräkningen inom de särskilda räknesätten bör till en början ett bestämdt tillvägagångssätt inläras. Sedan barnen blifvit fullt förtrogna härmed, anvisas genvägar. Ex. Vid lösningen af uppgifter sådana som 3 × 29 kr. förfar man först sålunda: 3 × 20 kr. = 60 kr.; 3 × 9 kr. = 27 kr.; 60 kr. + 27 kr. = 87 kr. Sedan denna gång blifvit fullt klar för barnen, så att de städse kunna taga sin tillflykt till den, då de ej finna någon lättare lösning, så visar man dem på följande genväg: 3 × 30 kr. — 3 × 1 kr. = 87 kr.

Den tillämpande hufvudräkningen bör ej upptaga längre tid för hvar gång än en half timme. I småskolor bör den öfvas om möjligt dagligen, i folkskolor Litt. E åtminstone två halftimmar i veckan med hvarje klass och i bättre lottade folkskolor oftare.

Gemensam räkning å svarta taflan öfvas i regel så länge, att barnen så fattat den ifrågavarande saken, att de kunna inöfva den på sina egna taflor. Mot slutet af denna gemensamma räkning bör man gifva dem anvisning att räkna med siffrorna, såsom om de betecknade endast antal. Repetitionsvis bör man framdeles då och då låta dem taga hänsyn äfven till talsorten.

* * *

Där någon gång så behöfs, anteckne man vid framställningen af en uppgift för tillämpande hufvudräkning de däri förekommande talen på svarta taflan. Detta får dock icke blifva regel, utan må förekomma endast undantagsvis. Att sådan anteckning ej sällan måste ske vid förberedande hufvudräkning och vid skriftlig räkning, är självklart.

Äfven under skriftlig räkning må man öfva hufvudräkning, nämligen på sådant sätt, att smärre deluppgifter lösas i hufvudet.

Vid den skriftliga räkningen bör man hålla strängt på snygg och tydlig skrift äfvensom därpå, att vederbörliga tecken och sorter utsättas.

* * *

Vid tillämpande hufvudräkning böra barnen ej förr få gifva till känna, att de löst uppgiften, än läraren gifvit tecken därtill. I annat fall störas de långsamma i sitt tankearbete af de snabbare.

Läraren må ej på något sätt antyda, hvilket svar som är riktigt, innan han fått veta svaren af alla de barn, som löst uppgiften. Eljest frestas de svagare till osanning. Upptagandet af svaren sker lämpligen så, att läraren frågar ett barn, hvad det fått, därpå hvilka som fått samma svar; så ett af de öfriga barnen, hvad det fått, vidare hvilka andra som fått så o. s. v. Härigenom vinnes tid.

Något af de barn, som löst uppgiften orätt eller ej alls löst den, bör i vanliga fall få lösa uppgiften högt. Någon gång kan det vara lämpligt att låta lösa uppgiften högt, ehuru alla barn löst den riktigt, nämligen då läraren önskar påpeka olika sätt för lösningen.

7. Repetition.

Repetition är af högsta vikt för vinnande af säkerhet och snabbhet i räkning. Man repeterar genom att låta barnen *a*) räkna om förut lösta exempel, *b*) lösa blandade exempel samt *c*) genomgå s. k. femminutersöfningar.

Repetitionsöfningarna böra vara planmässigt ordnade och ofta återkommande.

* * *

Hvad särskildt beträffar det sistnämnda slaget af repetitionsöfningar — hvilka kallas femminutersöfningar därför, att de lämpligen kunna begränsas till fem minuter för hvarje gång — är syftet med dem att innöta grundläggande saker så, att barnen må fullt behärska dem.

Genom en samling exempel åskådliggöres här nedan beskaffenheten af dessa öfningar. Hvilka af dem lämpa sig bäst för hvarje årsklass, må vederbörande lärare afgöra.

Additionsöfningar.

I. Att till *tiotal och ental* lägga *ental*, *a*) så att entalens summa icke bildar nytt tiotal, t. ex. 12 + 4; *b*) så att entalens summa bildar nytt tiotal, t. ex. 12 + 9.

II. Att till *tiotal* lägga *tiotal*, *a*) så att summan icke öfverstiger 100, t. ex. 40 + 50; *b*) så att summan öfverstiger 100, t. ex. 40 + 70.

III. Att till *tiotal och ental* lägga *tiotal*, *a*) så att summan icke öfverstiger 100, t. ex. 27 + 50; *b*) så att summan öfverstiger 100, t. ex. 27 + 90.

IV. Att till *hundratal och tiotal* lägga *tiotal*, *a*) så att icke nytt hundratal bildas af tiotalens summa, t. ex. 170 + 20; *b*) så att nytt hundratal bildas af tiotalens summa, t. ex. 170 + 50.

V. Att till *tiotal och ental* lägga *tiotal och ental*, *a*) så att summan icke öfverstiger 100 och summan af entalen 1) icke bildar nytt tiotal, t. ex. 65 + 22, och 2) bildar nytt tiotal, t. ex. 65 + 27; *b*) så att summan öfverstiger 100 och summan af entalen 1) icke bildar nytt tiotal, t. ex. 75 + 61, och 2) bildar nytt tiotal, t. ex. 75 + 68. (Lösningen, som utföres tyst, bör helst vara följande: 75 + 60 = 135; 135 + 8 = 143. Endast slutresultatet uppsäges.)

Subtraktionsöfningar.

Dessa äro en omvändning af additionsöfningarna, t. ex.

I. Att från *tiotal och ental* taga *ental*, så att resten blir tiotal och ental, *a*) utan lån, t. ex. 16 — 4, *b*) med lån, t. ex. 21 — 9.

Multiplikationsöfningar.

I. Multiplikationstabellen.

II. Multiplikation af *tiotal* med *ental*, t. ex. 3×40.

III. Multiplikation af talen 11 — 19 med *ental*.

IV. Förvandling af helt tal till oegentligt bråk, hvars täljare icke öfverstiger 100, t. ex. $5 = \frac{30}{6}$; $7 = \frac{84}{12}$; $13 = \frac{78}{6}$.

V. Förvandling af blandadt tal till oegentligt bråk inom samma område, t. ex. $5\frac{1}{6} = \frac{31}{6}$; $7\frac{5}{12} = \frac{89}{12}$; $13\frac{5}{6} = \frac{83}{6}$.

VI. Att taga jämna delar, dock ej mindre än tiondelar, af tal, som ej öfverstiga 100, t. ex. $\frac{3}{8}$ af 56; $\frac{2}{3}$ af 57.

Divisionsöfningar.

Dessa öfningar utgöra en omvändning af multiplikationsöfningarna, t. ex.

I. Divisionstabellen.

VI. Huru mycket är det hela, om $\frac{3}{8}$ däraf är 21? — om $\frac{2}{3}$ däraf är 38?

Öfningar med talet 100.

I. Sönderdelning af talet 100 i två delar, t. ex. $100 = 72 + ?$

II. Delning af talet 100 i 2—10 lika delar, t. ex. $\frac{1}{6}$ af $100 = ?$

Reduktionsöfningar.

T. ex. 785 betecknar gr. Uttryck det i hg. och gr.! — Det betecknar cm. Uttryck det i dm. och cm.! — Det betecknar hundradelar. Uttryck det i hela, tiondelar och hundradelar!

0,785 betecknar kg. Uttryck det i hg. och gr.! — Det betecknar m. Uttryck det i dm. och mm.!

* * *

På det att man må hinna genomgå en hel mängd uppgifter på den korta tiden af fem minuter, bör man ställa så till, att uppgifterna och svaren gifvas i möjligast korta form.

Ex. 1. Läraren säger: Lägg 6 till de tal jag angifver, hvarpå han säger t. ex. 18, lärjungen: 24; läraren: 27, lärjungen: 33 o. s. v. Läraren: Lägg 40 till de tal jag angifver, hvarpå han säger t. ex. 20, lärjungen: 60; läraren: 50, lärjungen: 90 o. s. v.

Ex. 2. Läraren: Tag $\frac{3}{4}$ af 16, lärjungen: 12; läraren: af 28, lärjungen: 21 o. s. v.

Ex. 3. Läraren: Utgå från 6 och öka med 7, tills du erhåller första summan öfver 100. Lärjungen: 6, 13, 20, 27 o. s. v.

* * *

Om läraren börjar den omedelbara undervisningen hvarje gång med en femminutersöfning, så bör han i en folkskola Litt. E kunna gifva hvarje årsklass åtminstone två dylika öfningar i veckan. I mera gynnsamt lottade skolor kunna och böra de förekomma oftare.

Vi antaga, att det ej är mer än två femminutersöfningar läraren kan gifva en folkskoleklass i veckan. Öfningarna kunna då fördelas t. ex. på följande sätt:

1:a timmen genomgås . . .	additionsöfningar,
2:a » » . . .	subtraktionsöfningar,
3:e och 4:e timmen genomgås	multiplikationsöfningar,
5:e och 6:e » »	divisionsöfningar,
7:e » »	öfningar med talet 100,
8:e » »	reduktionsöfningar.

På fyra veckor har man alltså genomgått den föreslagna serien af öfningar. Den femte veckan börjar man samma serie å nyo. Vid den åttonde veckans slut är serien behandlad för andra gången. Vid den nionde veckans början begynner man den åter, och så fortfar man till läsårets slut. I mån af barnens växande förmåga af snabbhet och säkerhet inflätar man för hvarje ny gång en eller annan svårare öfning.

Nästa läsår äro barnen uppflyttade i en högre årsklass. Föregående årets öfningar repeteras, och något svårare öfningar tilläggas. Så fortsättes år efter år.

Det är klart, att stor säkerhet och raskhet särskildt i hufvudräkning måste uppnås genom dessa öfningar, om de bedrifvas med plan och energi. Den färdighet, som barnen på detta sätt vunnit, hafva de fått liksom på köpet, då det är blott fem minuter af några få timmar, som i en klass hvar vecka användts till dem.

Femminutersöfningarna taga lärjungarnes krafter rätt mycket i anspråk. De böra därför förekomma om möjligt i början af en timme och i alla händelser före den öfriga omedelbara undervisning, som meddelas samma klass.

* * *

Femminutersöfningarna böra börja i småskolans andra årsklass. I addition och subtraktion böra till en början ännu enklare öfningar förekomma därstädes än de här ofvan exempelvis anförda.

8. Kursfördelning och begränsning.

I fråga om kursfördelningen hänvisas till normalplanen.

Viktigt är, att stoffet för räkneundervisningen noggrant begränsas. Som den tid, öfver hvilken folkskolan har att förfoga, är knapp, så bör man i regel ej medtaga annat än sådant, som antagligen kommer att af flertalet barn användas i lifvet. Man bör således utmönstra ur denna skolas undervisning åtskilligt, som räkneböckerna ej sällan upptaga, men som icke försvarar sin plats, om det mätes med det praktiska lifvets vanliga behof som måttstock.

Följande saker torde kunna utan olägenhet förbigås.

I. Af *bråkläran:* uppsökande af den största gemensamma divisorn till två tal;

addition af flera än två oliknämniga bråk samt följaktligen ock uppsökande af den minsta gemensamma dividenden till flera än två tal och liknämniggörande af flera än två oliknämniga bråk. Om någon gång undantagsvis behofvet af att sammanlägga flera än två oliknämniga bråk inträder för den, som har blott folkskolebildning, så kan han reda sig ändock. Han kan ju addition i decimalbråk; han kan ock reda sig genom att sammanlägga först två af bråken och sedan till deras summa lägga det tredje o. s. v.

II. Af *reguladetri-exempel* alla sådana, som hänföras under rubriken sammansatt reguladetri. Sådana träffas nästan endast i räkneböckerna, ytterst sällan i lifvet. Huru ofta har man i det verkliga lifvet behof af att räkna ut uppgifter af t. ex. följande art: »Huru många personer kunna i $1\frac{3}{4}$ år hafva sin brödföda af 40 hl. 32 l. råg, om 4 personer därtill i hvarje månad behöfva 1 hl. 28 l.?» eller: »En vattenhållare, som är 45 m. lång, 15 m. bred och 3,6 m. djup, fylles med 6 tilloppsrör på 5 dagar. Huru många lika vida rör behöfvas för att på 9 dagar fylla en annan hållare, som är 54 m. lång, 13,5 m. bred och 3 m. djup?»

III. Af *tideräknings-exempel* sådana, i hvilka det gäller att söka dagen för en persons födelse eller död, äfvensom sådana, i hvilka det fordras att uttrycka en persons ålder i så små mått som timmar och minuter. Hvad det förra slaget angår, så torde man i lifvet sällan eller aldrig behöfva räkna ut dagen för en persons födelse eller död men väl någon gång året därför. Och i fråga om det senare slaget anmärkes, att ej ens den mest omständliga dödsannons plägar angifva den dödes ålder i mindre mått än dagar.

IV. De flesta exempel med de särskilda måtten uttryckta i *mer än två sorter*. Man säger ej i det dagliga lifvet: Jag har köpt 1 m. 2 dm. 5 cm. band, utan antingen 1 m. 25 cm. eller 125 cm. Man säger ej: Köttet väger 5 kg. 6 hg. 50 gr., utan 5 kg. $6\frac{1}{2}$ hg. eller möjligen 5 kg. 650 gr.

9. Förloppet af en räknetimme.

För arbetets fördelning och gång under en räknetimme torde följande regler i allmänhet kunna tillämpas.

I. Lärjungar, som tillhöra samma klass, böra sammanhållas i ett räknelag.

II. Om läraren har att undervisa blott en klass, så bör han sysselsätta den under den ena hälften af räknetimmen med hufvudräkning och under den andra hälften med skriftlig räkning.

III. Om läraren har att samtidigt undervisa två klasser, som ej med fördel kunna sammanhållas i ett räknelag, så bör han ställa så till, att hvardera klassen får omedelbar undervisning under den ena hälften af timmen och under den andra hälften sysselsättes med tyst öfning.

IV. Har läraren att handleda flera än två klasser under en och samma räknetimme, så bör han likväl dela timmen i blott två delar. Under hvardera halftimmen meddelar han omedelbar undervisning åt en klass (eller åt en afdelning, om två klasser kunna sammanhållas) och sysselsätter de öfriga klasserna med tyst öfning. Sålunda komma under hvarje timme minst två klasser att erhålla omedelbar undervisning.

Vid tillämpande hufvudräkning kunna två klasser erhålla omedelbar undervisning på samma gång, äfven utan att sammanslås till en afdelning, ifall läraren förfar på följande sätt. Han gifver den ena klassen först en uppgift, och därpå, medan denna löser den, gifver han den andra klassen en annan uppgift. Så hör han efter, huru den förra klassen löst sin uppgift, och gifver den därpå en ny, allt medan den andra löser sin. Sedan går han öfver till den sistnämnda klassen för att höra efter, huru den löst sin uppgift, och gifva den en ny sådan. Så går han turvis från den ena klassen till den andra under den för hufvudräkning bestämda halftimmen.

V. Då läraren har att undervisa två eller flera klasser samtidigt, bör han, förrän han börjar sin omedelbara undervisning med en klass, gifva den eller de andra klasserna uppgifter till tyst öfning. Efter den omedelbara undervisningens slut bör han kontrollera det under den tysta öfningen utförda arbetet.

Med särskild hänsyn till de *tysta öfningarna* äro följande saker att beakta.

1. Hvarje barn i folkskolan bör hafva sitt särskilda räknehäfte. I detta böra svårare, endast för de bättre begåfvade barnen afsedda exempel vara på något sätt utmärkta. Läraren bör väl känna barnens räknehäften, så att han kan förelägga dem till tyst öfning uppgifter, som för sin lösning erfordra ungefär den tid han ämnar sysselsätta en annan afdelning med omedelbar undervisning.

2. De uppgifter, som föreläggas barnen till tyst öfning, böra vara väl förberedda, så att läraren ej behöfver afbryta sin omedelbara undervisning för att hjälpa de barn, som räkna för sig själfva. Af hvarandra få barnen ej söka hjälp.

3. Kommer ett barn till ett exempel, som det ej kan lösa, må det antingen gå förbi det exemplet genast, eller ock må det dessförinnan räkna en gång till de förut under den tysta öfningen räknade exemplen. Det är möjligt, att barnet genom denna repetition får klart för sig, huru det exempel skall lösas, som det nyss icke fattade.

4. Exempel, som äro af den beskaffenhet, att särskild förberedelse kräfves för att klargöra det sakliga innehållet i dem, kunna förberedas på det sätt, att barnen få läsa upp ett erforderligt antal af dem och därvid med hjälp af lärarens ledande frågor redogöra för hvad som i de särskilda exemplen är gifvet, hvad som sökes, och huru detta skall finnas. Man kan förbereda dylika uppgifter äfven på det sätt, att man låter barnen i hufvudet lösa liknande uppgifter med mindre tal.

5. Kontrollerandet af den skriftliga räkningen bör anordnas så, att det tager blott en helt kort stund i anspråk. Därför böra barnen tillhållas att uppskrifva nummern på hvarje uppgift, att så vidt möjligt gifva räkningen en öfversiktlig form, att understryka resultatet och utsätta behörig sort. Barnen böra vänja sig att säga upp utan att söla. I nödfall kan läraren låta uppgifterna uppsägas för ett mera försigkommet barn. Rådligast torde vara, att de räknande själfva icke få använda facitbok. Denna kan nämligen begagnas så, att säkerheten och själfständigheten i räknandet komma att lida.

6. Skulle läraren någon gång behöfva afbryta sin omedelbara undervisning för att ägna uppmärksamhet åt de barns arbete, som sysselsättas med tysta öfningar, så bör han se till, att de barn, hvilkas omedelbara undervisning afbrutits, under tiden icke äro sysslolösa. Om han ej kan sysselsätta dem på annat sätt, så kan han under alla förhållanden gifva dem en hufvudräkningsuppgift att lösa.

7. Viktigt är, att barnen vänjas att pröfva räkningens riktighet. I addition sker pröfningen genom att man räknar hvarje rad först uppifrån nedåt och sedan nedifrån

uppåt; i subtraktion genom addering af subtrahend och rest eller genom subtrahering af resten från minuenden; i multiplikation, sedan division inlärts, genom dividering af produkten med den ena faktorn och i division genom multiplicering af kvoten och divisorn eller genom dividering af dividenden med kvoten. Vid tillämpningsexempel sker pröfningen genom omvändning af uppgiften. Ex. 6 kg. socker kosta 4 kr. 44 öre; hvad kostar då 1 kg.? (74 öre.) Pröfning: 1 kg. kostar 74 öre; hvad är då priset på 6 kg.? Eller: för 74 öre får jag 1 kg.; huru mycket får jag då för 4 kr. 44 öre?

Om barnen tillhållas att pröfva räkningens riktighet, vinna de säkerhet i räkning. Härigenom fördubblas ock uppgifterna i räknehäftet.

TREDJE KAPITLET.

Metodiska anvisningar
för behandling af åtskilliga enskilda fall.

Småskolan.

A. Lärogång.

För räkneundervisningen i småskolor föreslås följande lärogång.

1:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talen 1—5.*

Omedelbart efter det talet blifvit uppfattadt, bör lärjungen få lära sig beteckna och uppnämna detsamma.

Beteckningen bör till en början ej ske med siffror utan med streck, på det att barnen må vid räknandet hafva en åskådlig bild af talens innehåll. Siffrorna äro för öfrigt för de små barnen svåra att skrifva och äfven därför mindre lämpliga att använda på det allra första stadiet i räkning.

2:o. *Undersökning af det helas och delarnas förhållande till hvarandra **i hvarje tal för sig** inom talområdet 1—5.* (Sammanläggning, fråndragning, mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning.)

I sammanhang med dessa räkneöfningar inläras de vanligaste matematiska tecknens betydelse och namn.

För att underlätta inlärandet af dessa tecken föreslås, att plus och likhetstecken inläras vid behandlingen af talet 2, minus och frågetecken vid behandlingen af talet 3 samt multiplikations- och divisionstecken vid behandlingen af talet 4.

Då de nämnda tecknen äro inlärda, ger man vid den omedelbara undervisningen barnen till lösning på deras taflor uppgifter sådana som dessa: ||+|=?; |||−||=? o. s. v. Härigenom förbereder man lösningen af uppgifter vid de första tysta öfningarna.

3:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talen 6—9.*

4:o. *Inlärande af siffrorna.*

Dessa inläras i den ordning de äro lätta att skrifva, exempelvis 1, 4, 7, 3, 5, 0, 6, 9, 2, 8.

5:o. *Undersökning af det helas och delarnas förhållande till hvarandra **i hvarje tal för sig** inom talområdet 6—9.*

6:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talet 10.*

7:o. *Undersökning af det helas och delarnas förhållande till hvarandra inom talet 10.*

Sedan antalsförhållandet under behandlingen af serien 1—10 blifvit af lärjungarne klart uppfattadt, inträder räknandet med mer än en talsort. Därvid inläras sätten för lösningen i olika fall. Under räknandet med mer än en talsort är nämligen uppgiften icke i *första hand* att, såsom vid behandlingen af talområdet 1—10, inprägla i lärjungarnes minne *resultaten* af räkningen utan att lära dem, *huru* de skola *förfara* i hvarje fall.

Förfaringssättet inom talområdet 1—10 skall i det följande åskådliggöras genom behandling af talen 4 och 10 och tillvägagåendet inom högre talområde genom valda exempel för de skilda fallen.

8:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talen 11—20.*

I sammanhang med dessa öfningar böra lärjungarne läras att till ett tiotal lägga ental, att till hvart och ett ental lägga ett tiotal, att från ett tiotal och ental draga entalen, så att tiotalet återstår, och att från ett tiotal och ental draga tiotalet.

Efter genomgåendet af dessa öfningar behöfver omedelbar åskådning i allmänhet ej vidare användas vid addition och subtraktion. I fråga om multiplikation och division torde det däremot vara lämpligast att använda åskådningsmedel under hela det första skolåret eller med andra ord under behandlingen af talen 1—20.

9:o. *Undersökning af det helas och delarnas förhållande till hvarandra i talen inom området 11—20.*

10:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talen 21—99.*

11:o. *Undersökning af det helas och delarnas förhållande till hvarandra i talen inom området 21—99.*

Vid behandlingen af detta område inläras skriftlig addition och subtraktion samt multiplikation och division med ensiffriga faktorer. Om förfaringssättet därvid se sid. 37 f.

12:o. *Uppfattning, beteckning och uppnämning af talen 100—999.*

B. Förfaringssätt.

1. Talet 4.

1. Uppfattning, beteckning och uppnämning.

Läraren ställer fram 3 kuber (eller kulor, pinnar, slantar o. s. v.) och frågar: Huru många kuber ställde jag fram? Därefter ställer han fram ännu en kub och frågar: Huru många kuber ställde jag intill de 3 kuberna? Huru många kuber erhöllo vi därigenom? Huru många fingrar räcker jag upp? (4.) Huru många ringar, kors, punkter o. s. v. ritade jag på svarta taflan? (4.) Huru många ben har vanligen ett bord? — en stol? Huru många tassar har katten? Kom fram och ställ 4 kuber på bordet! Rita 4 streck på din tafla! Uppgif några föremål, af hvilka det brukar finnas 4 tillsamman! (4 ben under ett bord, 4 hjul under en vagn o. s. v.)

Vid uppfattningen af hvarje tal inom talområdet 1—10 bör man låta barnen räkna olika slags föremål till motsvarande antal (här: 4 kulor, 4 kuber, 4 grifflar, 4 slantar o. s. v.) och verkställa detta räknande så många gånger, att en bestämd föreställning af ifrågavarande antal uppstår i deras medvetande. Under detta räknande ställer läraren den ena gången fram det antal föremål, som är i fråga, och låter barnen uppgifva antalet, en annan gång uppgifver han antalet och låter barnen framställa föremål för att åskådliggöra detsamma.

Huru många kuber ställde jag fram? (4.) Dessa vill jag beteckna med streck. (Beteckningen verkställes.) Huru många kuber har jag betecknat? Med huru många streck har jag betecknat kuberna? Barnen få sedan på sina taflor med streck efter lärarens uppgift beteckna 4 slantar, äpplen, gossar o. s. v. samt uppnämna de betecknade talen.

* * *

Sedan talen 1—5 blifvit uppfattade och betecknade, såsom vidstående talbilder utvisa, öfvas barnen att nämna talen i ordning efter hvarandra så väl rättfram som baklänges.

I sammanhang härmed inläres skillnaden emellan ordningstal och grundtal.

|
||

Läraren säger: Kom hit och afskilj 2, 3, 4 kulor! Peka på första, andra, tredje o. s. v. kulan! På hvilken kula pekar jag nu? — nu? o. s. v.

2. Sammanläggning och fråndragning.

a) Läraren ställer fram 3 kuber. Huru många kuber ställde jag fram? Huru många kuber ställde jag bredvid dem? (1.) Till huru många kuber lade jag 1 kub? Huru många kuber utgöra 3 kuber och 1 kub tillsamman? Huru många kuber skola vi lägga till 3 kuber för att få 4 kuber? Till huru många kuber skall jag lägga 1 kub för att erhålla 4 kuber?

Huru många kronor äro 3 kr. och 1 kr.? Huru många öre skall jag lägga till 3 öre för att få 4 öre? Till huru många äpplen skall jag lägga 1 äpple för att erhålla 4 äpplen? o. s. v.

En smörbytta vägde 1 kg.; smöret den innehöll vägde 3 kg.; huru många kg. vägde både bytta och smör? Huru många kronor måste du ytterligare anskaffa för att kunna köpa en hatt för 4 kr., då du äger endast 3 kr.? o. s. v.

Huru mycket är 3 och 1? Huru mycket skall jag lägga till 3 för att få 4? Till huru mycket skall jag lägga 1 för att erhålla 4?

b) Läraren ställer fram 4 kuber. Huru många kuber stå här? Huru många tog jag bort? (1.) Från huru många kuber tog jag bort 1 kub? Huru många kuber återstå, då vi från 4 kuber taga 1 kub? Huru många kuber skola vi taga från 4 kuber för att få 3 kuber kvar? Från huru många kuber skall jag taga 1 kub för att få 3 kuber öfver?

Huru många kr. blifva öfver, då man från 4 kr. tager 1 kr.? Huru många bräder skall jag taga från 4 bräder, för att 3 bräder skola återstå? Från huru många l. mjölk skall jag taga 1 l. för att få 3 l. öfver? o. s. v.

Ett tygstycke var 4 m., ett annat 1 m. kortare; huru långt var det senare stycket? Sedan en gosse gifvit sin kamrat 1 skorpa, hade han 3 skorpor kvar; huru många hade han från början? o. s. v.

Huru mycket återstår, då 1 tages från 4? Huru mycket skall man taga från 4 för att få 3 kvar? Från hvilket tal skall man taga 1 för att få 3 öfver?

I sammanhang härmed inläras begreppen längre än, kortare än, högre än, lägre än, lättare än, tyngre än, äldre än, yngre än, öfverstiga, understiga, öfverskott, skillnad m. fl. dyl. Så vidt möjligt är, bör detta ske med tillhjälp af åskådningsmedel.

Det inlärda inskärpes ytterligare, därigenom att barnen få uppdela talen (här 4) i tvenne delar på så många sätt, som kan ske. Ex.: Jag har 4 slantar, somliga af silfver, somliga af koppar; huru många af hvartdera slaget kan jag hafva? I ett rum voro 4 barn, gossar och flickor; huru många af hvartdera slaget kunde det vara? o. s. v. — $4 = 3 + ?$; $4 = ? + 2$; $4 = ? + 3$.

3. Mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning.

a) Tag 2 kuber! Tag 2 kuber en gång till! Huru många gånger har du tagit kuber? Huru många kuber tog du hvarje gång? Huru många kuber fick du genom att taga 2 kuber 2 gånger? Huru mycket är således 2 gånger 2 kuber? Huru många gånger skall man taga 2 kuber för att få 4 kuber? Hvilket antal kuber skola vi taga 2 gånger för att erhålla 4 kuber?

Huru mycket är 2 gånger 2 öre? Huru många gånger skall du taga 2 ägg för att erhålla 4 ägg? Huru många skorpor skall du taga 2 gånger för att få 4 skorpor? o. s. v. Att taga ett antal 2 gånger kallas att taga 2-falden af detsamma. Huru mycket är 2-falden af 2 pennor? Af huru många ark äro 4 ark 2-falden? Hvilken mångfald äro 4 timmar af 2 timmar? o. s. v.

Huru mycket kosta 2 m. tyg, då 1 m. kostar 2 kr.? Om 1 hl. potatis i ett hushåll räcker för 2 veckor, för huru lång tid böra då 2 hl. räcka i samma hushåll? o. s. v.

Huru mycket är 2 gånger 2? Huru många gånger skall du taga 2 för att få 4? Hvilket tal skall man taga 2 gånger för att erhålla 4? Huru mycket är 2-falden af 2? Af hvilket tal är 4 2-falden? Hvilken mångfald är 4 af 2?

b) Huru många kuber stå här? (4.) Kom och tag 2 kuber! Tag 2 kuber en gång till! Huru många kuber äro kvar? Huru många gånger kan du taga 2 kuber, där det finnes 4 kuber? Huru många kuber behöfvas, för att man från dem skall kunna taga 2 kuber jämnt 2 gånger? Huru många kuber kan du taga jämnt 2 gånger, där det finnes 4 kuber?

Huru många gånger kan du taga 2 öre, där det finnes 4 öre? Huru många m. tyg behöfvas, för att man af dem skall kunna taga 2 m. jämnt 2 gånger? Huru många karameller måste du köpa 2 gånger för att få 4 karameller? o. s. v.

En bonde hade 4 hästar, huru många par hästar hade han? Huru många tvåöreskakor kan man köpa för 4 öre? o. s. v.

Huru många gånger kan man taga 2 ur 4? Man kan ock säga, att 2 innehålles i 4 2 gånger. Huru många gånger innehålles 2 i 4? I hvilket tal innehålles 2 jämnt 2 gånger? Hvilket tal innehålles i 4 jämnt 2 gånger?

c) Huru många kuber stå här? (4.) Dessa vill jag dela mellan Per och Olof. Denna får Per, och denna får Olof. Åter ger jag Per en och Olof en. Kunna de få någon mer? Hvad har jag gjort med kuberna? Mellan huru många barn har jag delat dem? I huru många delar har jag således delat dem? Äro delarna lika eller olika stora? Huru många kuber komma på hvar del, då man delar 4 kuber i 2 lika delar? Huru många kuber skall jag dela i 2 lika delar för att få 2 kuber på hvar del? I huru många lika delar skola vi dela 4 kuber för att erhålla 2 kuber på hvar del?

Då man delar någonting i 2 lika delar, kallas hvar del halfva eller hälft. (Åskådliggöres genom delning af ett ark papper, ett äpple, en linie eller dyl.) Huru mycket är hälften af 4 kakor? Af huru många pennor äro 2 pennor hälften? Hvilken del äro 2 m. af 4 m.? o. s. v.

En gosse är 4 år, en annan är hälften så gammal, huru gammal är den senare? Huru många blyertspennor åtgå till fördelning mellan 2 gossar, då hvardera gossen skall hafva 2 pennor? Huru många lås kunna fastsättas med 4 skrufvar, då det fordras 2 skrufvar för att fastsätta ett lås? o. s. v.

Huru mycket kommer på hvar del, då 4 delas i 2 lika delar? I huru många lika delar skall jag dela 4 för att få 2 på hvar del? Hvilket tal skall delas i 2 lika delar, för att man skall få 2 på hvar del? Huru mycket är hälften af 4? Hvilken del är 2 af 4? Af hvilket tal är 2 hälften?

Läraren må ej glömma att vid hvarje nytt steg låta barnen flitigt repetera det förut inlärda dels muntligen, dels skriftligen.

De muntliga repetitionsöfningarna kunna ordnas så, att man en gång har additionsöfning, en annan gång subtraktions-, en tredje multiplikations- och en fjärde divisionsöfning. (Jmfr. femmin.-öfn.)

2. Inlärande af plus och likhetstecken.

Huru många streck skref jag på taflan? (|.) Huru många skref jag nu? (|.) Huru många streck få vi, om vi lägga 1 streck till 1 streck? För att utmärka, att jag vill lägga 1 streck till 1 streck, sätter jag detta tecken (+) mellan dem. Detta tecken kalla vi tills vidare *och.* (|+|.) Läs, hvad som står här! Huru många streck erhållas, då 1 streck lägges till 1 streck? Dessa antecknar jag efter de förut skrifna strecken.

För att utmärka, att dessa (|+|) äro lika många som dessa (||), sätter jag detta tecken (=) mellan dem. (| + | = ||.) Detta tecken kallas *lika med*. Läs, hvad som står här! (Härpå följer öfning att skrifva tecknen dels ensamma, dels i förening med nyssnämnda addender och summa.)

3. Inlärande af siffran 4.

Huru många streck måste jag använda för att beteckna, huru många ben hästen har? (Beteckningen verkställes.) I stället för dessa streck använda vi ett sådant här tecken (4), hvilket betecknar lika många. Huru många betecknar detta tecken? Detta tecken kallas siffra. Hvilket namn har tecknet? Därför att den betecknar 4, kalla vi den siffran 4. Beteckna med siffra, huru många hjul som finnas på en vagn! o. s. v. Huru många hjul har du betecknat? o. s. v.

Siffrornas form och betydelse inöfvas t. ex. på följande sätt.

<table>
<tr><td>Än skrif-</td><td>| =</td><td>sätta siff-</td><td>1 =</td><td>afskrifva</td></tr>
<tr><td>ver läraren på</td><td>|||| =</td><td>rorna efter</td><td>4 =</td><td>dem på sina</td></tr>
<tr><td>svarta taflan</td><td>|||| ||| =</td><td>likhetsteck-</td><td>7 =</td><td>taflor samt</td></tr>
<tr><td>vidstående</td><td>||| =</td><td>nen. Än skrif-</td><td>3 =</td><td>vidfoga</td></tr>
<tr><td>talbilder jämte</td><td>|||| | =</td><td>ver läraren</td><td>5 =</td><td>talbilderna</td></tr>
<tr><td>likhetstecknen,</td><td>=</td><td>siffrorna jämte</td><td>0 =</td><td>efter likhets-</td></tr>
<tr><td>och barnen</td><td>|||| || =</td><td>likhetstecknen</td><td>6 =</td><td>tecknen för</td></tr>
<tr><td>afskrifva</td><td>|||| |||| | =</td><td>på svarta</td><td>9 =</td><td>att angifva</td></tr>
<tr><td>dem på sina</td><td>|| =</td><td>taflan, och</td><td>2 =</td><td>siffrornas</td></tr>
<tr><td>taflor samt</td><td>|||| |||| =</td><td>barnen</td><td>8 =</td><td>betydelse.</td></tr>
</table>

4. Beteckning och uppnämning af talet 10.

Åskådningsmedel: lösa pinnar och en bunt med tio pinnar eller ock lösa kuber och en pelare innehållande tio kuber.

Huru många lösa pinnar har jag här? (10.) Dessa tio pinnar förenar jag till en bunt, som vi för korthetens skull kalla »tiobunt». Vi kunna ock säga om denna bunt, att den innehåller ett tiotal af pinnar. Huru många tiotal af pinnar innehåller bunten? Nu vill jag beteckna den. Huru många buntar skall jag beteckna? Med hvilken siffra skall jag beteckna *en* bunt? (Verkställes, och en lös pinne ställes till höger om bunten från barnens sida sedt.) Äfven denna pinne vill jag beteckna. Med hvilken siffra bör det ske? Denna etta ställer jag till höger om den etta, som betecknar tiobunten. Huru många tiobuntar och lösa pinnar har jag betecknat? Den etta, som betecknar den lösa pinnen, säges stå i första rummet. I hvilket rum står då den siffra, som betecknar tiobunten? Hvad betecknar siffran i första rummet? — i andra rummet?

(Den lösa pinnen tages bort.) Huru många lösa pinnar har jag nu vid sidan af tiobunten? Det vilja vi beteckna. Hvilken siffra skola vi använda för att beteckna, att *ingen* lös pinne finnes vid sidan af tiobunten? I hvilket rum bör nollan skrifvas? På hvilken sida alltså om ettan, som betecknar tiobunten? Tala om, hvad som står betecknadt på taflan! Men huru många lösa pinnar innehåller bunten? Huru många pinnar har jag således betecknat med siffrorna, såsom de nu äro ställda?

Men, då dessa siffror äro ställda så här, kunna de beteckna tio af hvad slag som helst. Beteckna med siffror, huru många fingrar jag har på båda händerna! (Meterstafven visas.) Den här stafven är en meter lång. Räkna efter, i huru många lika delar den är uppdelad på den här sidan (decimetersidan)! Hvarje sådan del kallas decimeter. Beteckna, huru många dm. som gå på en m.! Huru många dm. har du betecknat? Huru många tiotal af dm. har du betecknat?

Alla tal, som äro mindre än ett tiotal, kallas ental! Huru kallas alla tal, som äro mindre än ett tiotal? Räkna upp alla ental! Huru många tiotal och ental äro här betecknade? Huru många tiotal och ental finnas i tio?

5. Sammanläggning och fråndragning inom talområdet 1—20.

1:o. *Att till ental lägga ental, så att summan bildar tiotal och ental* (t. ex. 7 + 8);

att från tiotal och ental draga ental, så att resten blir ental (t. ex. 15—8).

a) Lägg 3 öre till 7 öre! Lägg 5 öre till de erhållna 10 örena! Huru många öre lade du först till 7 öre? Huru många öre lade du ytterligare till? Huru många öre har du således lagt till 7 öre? Huru många öre äro 7 öre och 8 öre?

b) Tag 5 nötter från 15 nötter! Tag bort 3 nötter från de 10, som äro kvar! Huru många nötter tog du först bort? Huru många tog du sedan bort? Huru många nötter har du således tagit från de 15 nötterna? Huru många nötter återstå, då man från 15 nötter tager 8 nötter?

Anm. 1. Vid sammanläggningen fylles således först tiotalet, hvarefter det öfriga tillägges; vid frångragningen borttages först så mycket, att tiotalet återstår, och därefter borttages det öfriga.

Anm. 2. Genom att barnen få lösa en hel mängd dylika uppgifter och därvid ständigt följa samma gång, vänjas de vid den väg, som lättast och säkrast för till målet, och de använda den så länge de behöfva, d. v. s. tills de i minnet inhämtat resultaten af alla möjliga additioner med två ensiffriga addender och motsvarande subtraktioner.

2:o. *Att till tiotal och ental lägga ental, så att summan blir högst tjugo* (t. ex. 12 + 5);

att från tiotal och ental eller tjugo draga ental, så att resten utgöres af tiotal och ental (t. ex. 16—3), *och att från tiotal och ental eller tjugo draga tiotal och ental* (t. ex. 19—13).

a) Vi tänka oss, att det finnes 12 pennor på bordet, fördelade i två högar med 10 i den ena högen; huru många pennor ligga då i den andra? Vi föreställa oss, att vi lägga 5 pennor till de 2; huru många få vi på det stället? Lägg dessa 7 pennor till de 10 pennorna! Huru många blifva de tillsamman? Huru många pennor tänkte vi oss från början? Huru många föreställde vi oss att vi lade dit? Huru många pennor äro 12 pennor och 5 pennor?

b) Låt oss antaga, att 16 ägg ligga här på två fat, 10 på det ena; huru många ligga på det andra? Vi föreställa oss, att vi taga bort 3 ägg. Dessa kunna vi taga antingen från de 10 eller från de 6. Vi taga dem emellertid från de 6. Huru många blifva kvar på fatet med 6 ägg? Lägg dessa 3 ägg till de 10! Huru många blifva de tillsamman? Huru många ägg funnos från början? Huru många togos bort? Huru många ägg blifva öfver, då 3 ägg tagas från 16 ägg?

c) En flicka hade 19 pärlor, fördelade i två askar, 10 i den ena; huru många voro i den andra? Hon använde alla pärlor i den ask, som innehöll 10. Huru många pärlor hade hon kvar? Af dessa 9 pärlor använde hon 3; huru många voro därefter kvar i asken med 9 pärlor? Huru många pärlor hade hon från början? Huru många använde hon? Huru många pärlor blifva öfver, då man från 19 pärlor tager 13 pärlor?

6. Sammanläggning och fråndragning inom talområdet 1—99.

Öfningarna inom detta område uppdelas lämpligen i följande slag.

1:o. *Att till tiotal lägga ental* (t. ex. 30 + 6); *att från tiotal och ental draga ental, så att tiotal återstå* (t. ex. 36—6), *och att från tiotal och ental draga tiotal, så att ental återstå* (t. ex. 36—30).

2:o. *Att till tiotal och ental lägga tiotal* (t. ex. 36 + 20); *att från tiotal och ental draga tiotal, så att tiotal och ental återstå* (t. ex. 56—20), *och att från tiotal och ental draga tiotal och ental, så att tiotal återstå* (t. ex. 56—36).

Anm. Såsom inledning öfvas sammanläggning och fråndragning med rena tiotal i termerna.

3:o. *Att till tiotal och ental lägga tiotal och ental, så att summan af entalen ej bildar ny talsort* (t. ex. 23 + 35); *att från tiotal och ental draga tiotal och ental, då antalet ental i subtrahenden ej är större än antalet ental i minuenden* (t. ex. 58—35).

4:o. *Att till tiotal och ental lägga tiotal och ental, så att summan af entalen bildar ny talsort* (t. ex. 27 + 38); *att från tiotal och ental draga tiotal och ental, då antalet ental i subtrahenden är större än antalet ental i minuenden* (t. ex. 65—38).

7. Mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning med ensiffriga faktorer samt större produkt och dividend än 20.

24 såsom produkt och dividend.

a) Huru mycket är 3 ggr 6 kr.? Huru många gånger skall du taga 6 kr. för att erhålla 18 kr.? Tag 6 kr. en gång till och lägg det du då får till 18 kr.! Huru många kr. erhåller du? Huru många gånger har du nu tagit 6 kr.? Huru mycket är 4 ggr 6 kr.? Huru många ggr skall du taga 6 kg. kött för att erhålla 24 kg.? Huru många grifflar skall du taga 4 ggr för att få 24 grifflar?

Tillämpnings- och sifferexempel böra följa härpå i enlighet med anvisningarna på sid. 31.

b) Huru många gånger skall du lägga 6 grifflar på bordet, för att det där skall komma att ligga 24 grifflar? Nu bör du lätt kunna finna, huru många ggr man kan taga 6 grifflar ur en hög, som innehåller 24 grifflar. Huru många gånger låter detta sig göra? Huru många kr. fordras, för att man af dem skall kunna taga 6 kr. jämnt 4 ggr.? Huru många ägg kan man taga jämnt 4 ggr, där det finnes 24 ägg?

Tillämpnings- och sifferexempel.

c) En gumma hade 24 kvastar hopbuntade i knippor med 6 kvastar i hvarje knippa; huru många voro knipporna? Vi kunna säga, att gumman hade sina kvastar fördelade i 4 knippor. I huru många delar voro kvastarna delade? Voro delarna lika eller olika stora? Huru många kvastar komma på hvar del, då 24 kvastar delas i 4 lika delar? I huru många delar skall man dela 24 karameller för att få 6 karameller på hvar del? Huru många kakor skall jag dela i 4 delar för att få 6 kakor på hvar del?

Tillämpnings- och sifferexempel.

* * *

Vid multiplikations- och divisionsöfningarna inläras och inöfvas de allmännaste af de i dagliga lifvet förekommande måttförhållandena, t. ex. att 2 skor, vantar, handskar, hästar utgöra ett par; att 4 strömmingar, sillar utgöra ett kast; att 1 timme innehåller 4 kvartstimmar; att veckan har 6 arbetsdagar och inalles 7 dagar; att 1 m. innehåller 10 dm., 1 mil 10 km. och andra liknande förhållanden inom det dekadiska måttsystemet; att året har 12 månader; att 1 dussin och 1 tolft innehålla 12 st., 1 tjog 20 stycken; att 1 dygn har 24 timmar o. s. v.

* * *

Lärjungarne böra få på sina taflor såsom förberedelse till multiplikations- och divisionstabellens inlärande skrifva serier, t. ex.

$$4 + 4 = 8$$
$$4 + 4 + 4 = 12$$
$$4 + 4 + 4 + 4 = 16$$

o. s. v.,

hvarefter de på grundvalen af dessa serier få uppsätta mångfaldstabell på följande sätt:

$$1 \times 4 = 4$$
$$2 \times 4 = 8$$
$$3 \times 4 = 12$$

o. s. v.

samt i närmaste samband med denna motsvarande divisionstabell sålunda:

$4 : 4 = 1$	samt	$4 : 1 = 4$
$8 : 4 = 2$	»	$8 : 2 = 4$
$12 : 4 = 3$	»	$12 : 3 = 4$
o. s. v.		o. s. v.

I sammanhang härmed öfvas de att läsa divisionstabellen på följande sätt: 8 deladt i 4 lika delar är lika med 2, fjärdedelen af 8 är 2, och 4 innehålles i 8 2 gånger.

8. Skriftlig addition.

a) *Muntligen* (= förbered. hufvudräkn.). Först gifvas några ex., i hvilka summan af entalen ej behöfver förvandlas till högre talsort, sedan sådana, i hvilka dylik förvandling inträder, t. ex.:

En gosse förtjänade på måndagen 35 öre, på tisdagen 28 öre och på onsdagen 26 öre; huru många öre förtjänade han på alla tre dagarna? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi göra för att få veta, huru stor hela förtjänsten var? Vi tänka oss, att gossen bekom sin förtjänst för hvar dag i tioören och ettören. Gör reda för huru många af hvartdera slaget han fick för hvarje dag! Vi tänka oss vidare, att, då gossen räknade öfver sin förtjänst, han lade alla ettören på ett ställe; huru många hade han af det slaget? För dessa 19 ettören växlade han åt sig så många tioören han kunde få; huru många sådana fick han, då han växlade? Huru många ettören fick han öfver? Därpå lade han tioöret till de öfriga tioörena; huru många tioören hade han? Huru många tioören och ettören hade gossen förtjänat under de tre dagarna?

Exempel med meter- och talsorter genomgås på liknande sätt.

b) *Skriftligen.* Någon eller några af de muntligen behandlade uppgifterna framställas för skriftlig behandling. Vi antaga, att det är det ofvan anförda exemplet.

Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi få veta, huru mycket han erhöll? Gör reda för huru många tioören och ettören han bekom för hvarje dag!

Vi skola nu lösa uppgiften skriftligen.

För att underlätta räkningen vilja vi ställa upp talen så, att de siffror, som beteckna ettörenas antal, komma i en rad och de, som beteckna tioörenas antal, i en annan rad. Med

3	tioören	5	ettören
2	—	8	—
2	—	6	—

hvilken sort började vi sammanläggningen vid lösningen af hufvudräkningsuppgifterna?

På samma sätt vilja vi förfara äfven nu o. s. v.

Pröfning verkställes genom att sammanlägga talen i hvarje rad i omvänd ordning; talens och räknesättets namn meddelas och inpräglas. Därpå lösas dels af hela klassen på svarta taflan, dels af hvarje barn för sig på dess egen tafla uppgifter med meter- och talsorter i syfte att inöfva det meddelade.

9. Skriftlig subtraktion.

1) *Antalet af subtrahendens ental ej större än minuendens.*

a) *Muntligen.* En person hade 67 kr. och köpte en rock för 43 kr.; huru många kr. fick han öfver? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi göra för att få veta, huru mycket han fick öfver? Huru många tiokr. och enkr. utgöra 67 kr.? Nu antaga vi, att mannens kassa bestod af 6 tiokr. och 7 enkr. Huru många tiokr. och enkr. skulle han betala ut? Han betalade först ut enkr.; huru många enkr. fick han öfver? Därpå betalade han ut tiokr.; huru många sådana fick han kvar? Huru många tiokr. och enkr. hade mannen kvar, då han betalt rocken?

Exempel med meter- och talsorter genomgås på liknande sätt.

b) *Skriftligen.* Någon eller några af de vid den förberedande hufvudräkningen lösta uppgifterna behandlas skriftligen. Antag, att detta äger rum med ofvan anförda uppgift.

Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi göra för att få reda på hvad personen fick öfver? Vi skola nu lösa uppgiften på taflan. För att vinna lättare öfversikt ställa vi upp talen såsom vid skriftlig sammanläggning; det, som skall minskas, ställa vi ofvan det, som skall tagas bort.

6	tiokr.	7	enkr.
4	—	3	—

Med hvilken sort började vi fråndragningen, då vi löste uppgiften i hufvudet? Gör på samma sätt äfven nu och anteckna återstoden under strecket! o. s. v.

Pröfning af räkningens riktighet verkställes genom sammanläggning af subtrahenden och resten; talens och räknesättets namn meddelas och inpräglas i barnens minne. Härpå följer lösning af uppgifter med meter- och talsorter dels af hela klassen på svarta taflan, dels af hvart och ett barn för sig på skiffertafla.

2) *Antalet af subtrahendens ental större än minuendens.*

Muntligen och skriftligen i öfverensstämmelse med förfaringssättet vid föregående fall.

Låneoperationen kan, om t. ex. föregående uppgift med följande förändring användes, lämpligen åskådliggöras på följande sätt. (Rocken antages kosta 49 kr.) — — — Huru många enkr. skulle mannen utbetala? Huru många hade han? Dessa räckte ju ej till. Därför tog (lånade) han en tiokr. och växlade åt sig enkr. för densamma. Huru många sådana fick han för tiokr.? Huru många hade han förut? Huru många enkr. hade han, sedan han växlat tiokr.? o. s. v.

Tysta öfningar.

Redan de första dagarna af ett läsår måste den lärare, som har att undervisa mer än en klass på en gång, hafva i beredskap uppgifter till tysta öfningar icke allenast åt de barn, som förut undervisats i ämnet, utan äfven åt dem, som äro nybörjare. För att de senare från första början med framgång skola vänjas vid arbete på egen hand, fordras, att uppgifterna för dem äro afpassade efter deras ståndpunkt eller, med andra ord, äro mycket lätta. Till en början må man nöja sig med att gifva dem till uppgift att på taflorna afskrifva med streck på svarta taflan framställda talbilder, t. ex. | || ||| |||| |||| | Litet längre fram, då de matematiska tecknen äro inlärda, få de afskrifva med streck framställda räkneuppgifter, t. ex. || + | = |||, ||| — || = | o. s. v.; sedan få de lösa liknande uppgifter och med streck utmärka resultatet; vidare få de inöfva siffrorna och därefter lösa sifferuppgifter, t. ex. $3 + 3 = ?$, $6 - 2 = ?$, $2 \times 3 = ?$, $6 : 2 = ?$, $3 + 4 - 2 = ?$

I andra klassen få barnen på den till tysta öfningar anslagna tiden lösa dels uppgifter af det sista slaget, dels vanliga additions- och subtraktionsuppgifter; därjämte sysselsättas de med uppsättande af multiplikations- och divisionstabellerna för inöfning af mångfaldigande och delning med ensiffriga faktorer (se sid. 38).

Folkskolan.

A. Hela tal.

Skriftlig multiplikation.

1) *Ensiffrig multiplikator* (i början blott tvåsiffrig multiplikand).

a) *Muntligen.* Först gifvas några ex., i hvilka icke förvandling af produktens ental till tiotal behöfver äga rum, sedan sådana, i hvilka dylik förvandling inträder, t. ex.: Huru mycket är 4 ggr 23 kr.?

Af huru många tiokr. och enkr. bestå 23 kr.? Tag 3 enkr. 4 ggr och uppgif hvad som erhålles! Uttryck dessa 12 enkr. i tiokr. och enkr.! Tag de 2 tiokr. 4 ggr och säg, huru mycket du får! Lägg till de 8 tiokr. den tiokr. du erhöll vid föregående förvandling! H. m. tiokr. har du? H. m. tiokr. och enkr. erhållas alltså, då 23 kr. tagas 4 ggr?

Exempel med meter- och talsorter genomgås på liknande sätt.

b) *Skriftligen.* Huru mycket kosta 5 m. band, då 1 m. kostar 37 öre? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi finna svaret? (Svaret tecknas: 5 × 37 öre = ?). Huru talen skola uppställas, meddelas, och räkningen verkställes under hänvisning till sättet för lösningen af hufvudräkningsuppgifterna. Talens och räknesättets namn meddelas och inskärpas.

2) *10 såsom multiplikator* (i början blott tvåsiffrig multiplikand).

Muntligen och *skriftligen.* Förfaringssättet är i hufvudsak detsamma som vid föregående fall.

Så snart förfaringssättet är klart för barnen, fäster läraren deras uppmärksamhet på att produkten i förevarande fall alltid innehåller multiplikandens siffror i samma ordning, som de förekomma i denna, med noll efteråt.

3) *Annat tiotal (20—90) såsom multiplikator* (i början blott tvåsiffrig multiplikand).

a) *Muntligen* Låt oss taga 2 enkr. 10 ggr! Huru många enkr. erhålla vi? (Detta kan åskådliggöras på sv. tafl. med ringar sålunda: $\begin{smallmatrix}\circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\end{smallmatrix}$). För dessa enkr. skaffa vi oss tiokr.; huru många sådana få vi? Dessa vill jag beteckna så här efter de enkr., som jag betecknat: $\begin{smallmatrix}\circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\circ\circ\ \circ\circ\end{smallmatrix} = \square\ \square$. Nu taga vi dessa 2 tiokr. 2 ggr; huru många tiokr. erhållas? (Åskådliggöres: $\begin{smallmatrix}\square\square\\ \square\square\end{smallmatrix}$). Huru många enkr. utgöra de? Huru många ggr finnas 2 enkr. här? (Hänvisning till de 2 öfre tiokr. i sista bilden.) Huru många ggr finnas 2 enkr. här? (Hänvisning till de 2 nedre tiokr. i samma bild.) Huru många ggr finnas alltså 2 enkr. här? (Hänvisning till hela bilden.) Huru många ggr hafva vi alltså tagit 2 enkr. för att erhålla 40 enkr.? Huru gingo vi till väga för att taga 2 enkr. 20 ggr. (Vi togo dem 10 ggr och det vi då erhöllo 2 ggr). Flera ex.

b) *Skriftligen.* I ett hushåll utbetalades dagligen under april månad 27 öre för mjölk; till hvilket belopp stego mjölkpenningarna under månaden? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? (Huru många dagar har april?) Huru skola vi göra för att få veta beloppet? (Svaret tecknas, och talet ställes upp till uträkning.) — Hvilken sort bruka vi vid skriftlig räkning först mångfaldiga? Hvilken är minsta sorten här? Huru många gånger skola 7 ettören tagas? Huru gå vi till väga för att taga dem 30 ggr? (Vi taga dem 10 ggr och förvandla till högre sort, och sedan tages dennas antal 3 ggr.) Räkningen verkställes: 10×7 ettören $= 70$ ettören $= 7$ tioören och inga ettören. (Att inga ettören blefvo öfver, antecknas i produkten.) 3×7 tioören $= 21$ tioören $= 2$ hundraören 1 tioöre. (1 tioöre antecknas i produkten, 2 hundraören på sidan för att af lärjungarne lättare ihågkommas.) Hvilken myntsort skall nu mångfaldigas? o. s. v.

Till hvilket belopp steg utgiften för mjölken under april månad?

4) Sedan tillräckligt många dylika uppgifter blifvit genomgångna, få lärjungarne lösa ex., i hvilka *multiplikatorn utgöres af tiotal och ental* (i början blott tvåsiffrig multiplikand).

Öfvergången förmedlas genom några hufvudräkningsexempel, såsom t. ex. 13×5 kr. $= (3 \times 5$ kr.$) + (10 \times 5$ kr.$) = ?$ o. s. v., hvarefter vid det skriftliga räknandet tillämpas, hvad som blifvit inlärdt vid 1), 2) och 3).

Skriftlig division.

1. Delarnas storlek sökes.

1) *Ensiffrig divisor* (dividenden i början högst tresiffrig).

a) *Muntligen.* Först gifvas några ex., i hvilka intet öfverskott uppstår vid delning af större talsort, sedan sådana, i hvilka dylikt uppstår, t. ex.: En fader ville dela 38 öre lika mellan sina 2 gossar. Beloppet bestod af 3 tioören och resten ettören. Huru många voro ettörena? Först delade han tioörena. Huru många hela tioören erhöll hvarje gosse? Huru många tioören gingo åt vid delningen? Huru många fick fadern öfver? För detta öfverblifna tioöre växlade han åt sig ettören; huru många fick han? Huru många ettören hade han förut? Huru många ettören tillsamman hade han nu? Huru många ettören fick hvar gosse, då dessa 18 ettören delades lika dem emellan? Huru många tioören och ettören erhöll alltså hvarje gosse vid delningen af 38 öre?

På samma sätt behandlas ex. med meter- och talsorter.

b) *Skriftligen.* 4 lika dyra bord kostade 96 kr.; huru mycket kostade hvarje bord? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi bete oss för att erhålla priset på 1 bord? (Svaret tecknas, och sättet för talens uppställning meddelas.) — Med hvilken sort började vi delningen vid hufvudräkningen, den största eller den minsta? Så göra vi äfven här. Huru många hela tiokr. få vi på hvar del, då vi dela 9 tiokr. i 4 lika delar? (Dessa antecknas.) Huru många äro delarna? Huru många tiokr. gå åt till 4 delar, då hvar och en skall innehålla 2 tiokr.? Dessa 8 tiokr. skola vi anteckna under de 9 tiokr. Huru många blifva öfver? Huru gjorde vi vid den muntliga delningen med det öfverskott vi erhöllo? Förvandla denna tiokr. till enkr.! Huru många enkr. hafva vi dessutom? Huru många enkr. tillsamman? (Antecknas.) I huru många lika delar skola dessa delas? Huru många enkr. komma på hvar del? Huru många äro delarna? Huru många enkr. behöfvas till 4 delar, då hvarje del skall innehålla 4 enkr? (Uppskrifves.) Huru många enkr. blifva öfver? (Inga.) Hvad hafva vi gjort? Hvilken fråga hafva vi besvarat? Huru mycket kostade hvarje bord?

Talens och räknesättets namn inläras och inpräglas.

2) *Divisorn 10* (dividenden i början högst tresiffrig).

Någon vidare svårighet torde ej möta vid denna delning, om det föregående är väl inlärdt.

3) *Divisorn annat tiotal* (20—90; dividenden i början högst tresiffrig).

a) *Muntligen.* Tag 3 öre 20 ggr och förfar på det sätt du användt vid mångfaldigandet! Dela 60 öre i 10 lika delar! Dela de erhållna 6 örena i 2 lika delar! I huru många lika delar hafva vi delat 60 öre, då vi fått 3 öre på hvar del? Huru gingo vi till väga, då vi delade 60 öre i 20 lika delar?

Flera exempel genomgås, så att lärjungarne få fullt klart för sig, huru delning i 20, 30, 40 o. s. v. lika delar verkställes på ofvan angifna sätt.

b) *Skriftligen.* 30 får lämnade under ett år 840 hg. ull; huru mycket ull lämnade öfver hufvud taget hvarje får? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi göra för att få veta, huru mycket ull hvarje får lämnade? Teckna svaret! Ställ upp talen till uträkning! Uttryck vikten i kg. och hg.! Uttryck den i tiokg., kg. och hg.! Kunna vi dela 8 tiokg. i 30 lika delar och därvid få något helt tiokg. på hvar del? Förvandla 8 tiokg. till kg. och lägg till de 4 kg. vi hafva! Huru gå vi till väga, då vi dela 84 kg. i 30 lika delar? (84 kg. : 10 = 8 hela kg.; 8 kg. : 3 = 2 hela kg. på hvar del. Antecknas.) Huru många äro delarna? Huru skola vi göra för att få reda på huru många kg. som gå åt till 30 delar, då hvar del skall innehålla 2 kg.? Men 30 ggr 2 är lika med 2 ggr 30, och därför kunna vi härefter, då vi undersöka, hvad som går åt, räkna på det sättet, att vi låta faktorerna byta plats. Huru mycket är 2 ggr 30? Anteckna svaret! Huru många kg. blifva öfver? Hvad skall du göra med dem? Huru många hg. erhåller du? Huru många hg. hafva vi dessutom? Dela 240 hg. i 30 lika delar och förfar som förut! Hvad skall du nu göra? o. s. v. — Hvad hafva vi gjort? Hvilken fråga hafva vi besvarat? Huru många hg. ull lämnade öfver hufvud taget hvarje får för året, då 30 får lämnade 840 hg.?

4) *Divisorn tiotal och ental* (dividenden i början högst tresiffrig, kvoten först ensiffrig, sedan tvåsiffrig).

Till en början tages något af talen 11—19 såsom divisor. Lärjungarne vänjas att, då entalssiffran är mindre än 5, göra det antagandet, att 10 är divisor, och att med detsamma taga i betraktande, att, eftersom delarnas *antal* i verkligheten är större än 10, måste deras *storlek* blifva mindre, än om jämnt 10 vore divisor. Då något af talen 16—19 är divisor, antages, att man delar i 20 lika delar, och på samma gång erinras, att delarna i verkligheten ej äro så många, hvarför hvarje del bör blifva större, än då delarna äro 20.

Liknande ledning lämnas, då tiotalets antal i divisorn är större än 1, t. ex. då divisorn är 21, 58 o. s. v.

I sammanhang härmed påvisas, att, om det, som beräknats gå åt, är större än det, som delades, har för mycket tagits till hvarje del, och att, om öfverskottet blir lika stort som divisorn eller större än divisorn, har för litet tagits till hvar del.

2. Delarnas antal sökes.

a) *Muntligen.* 1) Om jag byter bort 2 högar med 10 ettören i hvarje mot högar med 2 ettören i hvarje, huru många sådana högar skall jag hafva? En gosse hade 6 buntar pennor med 10 st. i hvarje och bytte åt sig mot dem buntar med 6 pennor i hvarje, huru många sådana buntar skulle han hafva? Huru många paket med 7 grifflar i hvarje kunna vi få af 7 paket med 10 grifflar i hvarje? o. s. v.

På samma sätt ledas lärjungarne att fatta, t. ex. huru många belopp med 3 kronor i hvarje man kan erhålla af 3 belopp med 100 kronor i hvarje o. s. v.

2) Huru många gånger kan jag taga 2 kr. ur 8 kr.? — ur 10 sådana belopp? Huru många gånger kan jag taga 5 m. tyg ur ett tygstycke, som innehåller 26 m.? (Öfverskottet lämnas å sido.) — ur 10 sådana tygstycken? Huru många gånger kan du taga 6 kg. kaffe ur en säck, som innehåller 38 kg.? — ur 10 sådana säckar? o. s. v.

b) *Skriftligen.* En handlande köpte tyg för 952 kr., hvarje meter kostade 7 kr.; huru många meter erhöll han? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi få reda på metertalet? — Svaret tecknas så här: 952 kr. : 7 kr. = ? och läses: huru många gånger innehållas 7 kr. i 952 kr.? Ur hvilka olika belopp skola 7 kr. tagas? (Ur 9 belopp med 100 kr. i hvarje, ur 5 belopp med 10 kr. i hvarje och ur 2 belopp med 1 kr. i hvarje.) I stället för 9 belopp med 100 kr. i hvarje tänka vi oss belopp med 9 kr. i hvarje; huru många sådana belopp erhålla vi? Huru många gånger kunna 7 kr. tagas ur 9 kr.? — ur 100 sådana belopp? Huru många kr. hafva vi på hvar del? Huru många äro delarna? Huru många kr. gå åt! (Antecknas.) Huru många hundrakr. blifva öfver? Förfar med öfverskottet såsom vid delning! Lägg till de tiokr., som vi hafva! Tänk dig i stället för 25 belopp med 10 kr. i hvarje belopp med 25 kr. i hvart och ett! Huru många sådana erhållas? Huru många gånger innehållas 7 kr. i 25 kr.? — i 10 sådana belopp? o. s. v.

B. Bråk.

1. Inledning.

Bråks uppkomst.

Åskådningsmedel: linier på svarta taflan, pappersark, äpplen o. s. v.

Ett helt ark papper visas. Huru många ark se vi här? Hvad gjorde jag med arket? (Delade det i 2 lika delar.) Hvad kallas hvarje del af ett helt ark, då delarna äro 2 och lika stora? (En linie på svarta taflan delas i 2 lika delar.) Peka ut hälften af linien på svarta taflan! (Linier delas i 3, 4, 5 o. s. v. delar, och läraren frågar efter delarnas namn samt uppmanar barnen att peka ut 1, 2, 3 o. s. v. tredjedelar, fjärdedelar o. s. v.).

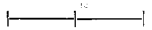
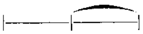
Då man delar ett helt i ett visst antal lika stora delar och tager en eller flera af dessa, uppkommer ett *bråk.* När uppkommer ett bråk?

Hvilken del är en handske af ett par? — ett tjugofemöre af en krona? — ett ettöre af ett femöre? — en dag af en vecka? — en dm. af en m.? — en knapp af ett dussin knappar? — ett ägg af ett tjog ägg? — en timme af ett dygn? o. s. v.

Huru mycket är $\frac{1}{2}$ af 4 kr.? — af 6 dagar? — af 8 timmar? o. s. v. Huru mycket är $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ af ett dussin knappar? Huru mycket är $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{10}$ af ett tjog ägg? Huru många minuter gå på $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{11}{15}$ timme? o. s. v.

Huru skall man gå till väga för att af en kaka afskilja $\frac{3}{4}$? — för att af ett äpple afskilja $\frac{7}{8}$? — för att af en meter afskilja $\frac{9}{10}$? o. s. v.

Bråks beteckning.

 I huru många lika delar har jag delat linien? Med hvilken siffra skall jag beteckna, att delarna äro 2? (2)  Huru många delar af linien afskilde jag? Med hvilken siffra skall jag beteckna *en* afskild del af linien? Den ställer jag ofvanför tvåan och skiljer dem åt medelst ett vågrätt streck. Hvilken del af linien har jag betecknat? Huru många tal har jag måst skrifva för att beteckna halfva linien? (Så förfares med några andra bråk, t. ex. $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ o. s. v.).

$\frac{2}{3}$ är uppskrifvet på svarta taflan. Nämn upp bråket! Talet 3 angifver delarnas namn eller bråksorten, på samma sätt som meter, liter och dussin angifva sorter i uttrycken 2 meter, 2 liter och 2 dussin. Det kallas nämnare. Talet 2 angifver delarnas antal. Det kallas täljare. Strecket mellan talen kallas bråkstreck. (De gjorda meddelandena utfrågas.)

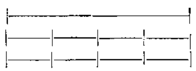
Uppgif täljare och nämnare i $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{19}{25}$, $\frac{36}{49}$ o. s. v!

Beteckna, huru stor del en sko är utaf ett par, ett tjugofemöre af en krona, en dag af en vecka, ett hg. af ett kg., ett bräde af en tolft bräder, ett ägg af ett tjog ägg! o. s. v.

Beteckna 3 tjugofemören såsom bråk af en krona, 5 dagar såsom bråk af en vecka! o. s. v.

Beteckna och uppnämn hvilka bråk som helst!

Olika slag af bråk.



Beteckna tre delar af andra linien! ($\frac{3}{4}$) Beteckna alla de delar den innehåller! ($\frac{4}{4}$) Beteckna den andra liniens alla delar och 3 af den tredje liniens! ($\frac{7}{4}$) Beteckna hela den odelade linien och omedelbart efter talet 1 del af andra linien! ($1\frac{1}{4}$).

Är bråket $\frac{3}{4}$ större eller mindre än en hel? o. s. v. Ett bråk, som är mindre än en hel, kallas *egentligt bråk.* Hvad finner du beträffande täljare och nämnare i ett sådant, då de jämföras?

Ett bråk, som är lika stort som en hel eller större än en hel, kallas *oegentligt bråk.* Hvad är att säga om täljarens och nämnarens inbördes storlek i ett sådant bråk?

Ett tal, som består af hela och delar, kallas *blandadt tal.* (Det meddelade utfrågas.)

Barnen få skrifva olika slag af bråk och uppgifva deras kännetecken, tills de äro fullt hemmastadda med saken.

Förvandling mellan hela och delar.

a) *Muntligen.* H. m. halfva kr. innehålla 2, 3, 5, 7, 9, 12 o. s. v. kr.? Huru många tredjedels böcker papper utgöra $1\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{3}$, $5\frac{2}{3}$ böcker papper? Förvandla till sådana delar, som nämnaren angifver, $2\frac{1}{4}$, $5\frac{2}{5}$, $7\frac{6}{7}$, $9\frac{5}{8}$, $12\frac{7}{9}$!

b) *Skriftligen.* $2=\frac{?}{2}$, $5=\frac{?}{3}$, $2\frac{1}{4}=\frac{?}{4}$, $15\frac{5}{6}=\frac{?}{6}$. (Tillräcklig muntlig öfning gör regel obehöflig.)

a) *Muntligen.* Huru många halfva kr. gå åt till en hel kr.? Huru många hela kr. kan jag få af 4, 6, 8, 10, 12, 14, 20 halfva kr.? Huru många hela och fjärdedels kg. erhållas af $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{13}{4}$, $\frac{15}{4}$, $\frac{18}{4}$ kg.? Förvandla till hela och delar $\frac{8}{5}$, $\frac{11}{6}$, $\frac{13}{7}$, $\frac{19}{8}$, $\frac{25}{9}$! o. s. v.

b) *Skriftligen.* $\frac{11}{2}=$ h. m. hela och halfva? o. s. v.

Bråks förlängning.

1) *Förlängningstalet är gifvet.*

a) *Muntligen.* Beteckna 1 af liniens delar! ($\frac{1}{2}$) Hvardera halfvan delas i 2 lika delar. Beteckna de med bågar utmärkta delarna af linien! ($\frac{2}{4}$) Du ser, att du i båda fallen betecknat lika mycket af linien. Vi kunna således skrifva så här: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$. Hvilka delar äro mindre, halfvor eller fjärdedelar? Vi hafva således förvandlat halfvan till mindre delar. Låtom oss betrakta täljare och nämnare i de båda bråken $\frac{1}{2}$ och $\frac{2}{4}$! Hvilken mångfald är nämnaren 4 af nämnaren 2?

Hvilken mångfald är täljaren 2 af täljaren 1? Således samma mångfald. (Flera exempel gifvas.) Häraf se vi, att större delars förvandling till mindre sker därigenom, att täljare och nämnare mångfaldigas med samma tal. (Utfrågas.) Att förvandla större delar till mindre kallas att *förlänga* bråk. (Utfrågas.) Det tal, hvarmed man mångfaldigar, kallas *förlängningstal.* Räkna upp förlängningstalen till de här uppkomna nya bråken!

b) *Skriftligen.* Förläng $\frac{1}{4}$ med 2 (skrifves: $\frac{2 \times 1}{2 \times 4} = \frac{2}{8}$), $\frac{1}{5}$ med 4, $\frac{3}{5}$ med 5! o. s. v.

2) *Förlängningstalet sökes.*

a) *Muntligen.* Huru många fjärdedelar, sjettedelar, åttondelar, tolftedelar, sextondelar gå på en hel? — på en half? ($\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{16}$ uppskrifvas.) Tänk efter, med hvilka tal bråket $\frac{1}{2}$ skall förlängas för att uttryckas med hvart och ett af de uppskrifna bråken! (Talen uppskrifvas, och ur exemplen härledes den satsen, att förlängningstalet utgöres af den kvot, som uppkommer, då den nya nämnaren divideras med den gamla.)

b) *Skriftligen.* $\frac{3}{8} = \frac{?}{56} = \frac{7 \times 3}{7 \times 8} = \frac{21}{56}$ o. s. v.

Några regler för tals delning.

Uppgif några af de tal man erhåller, då man utgår från 0 och undan för undan lägger till 2! (Talen uppskrifvas: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 o. s. v.) Hvad kallas sådana tal som dessa? Huru bildade vi dessa tal? Däraf kunna vi lätt finna, att de låta jämnt dela sig i 2 delar. Hvilka tal låta jämnt dela sig i 2 delar?

Utgå från 0 och öka med 5! (Talen uppskrifvas.) Huru bildade vi talen 5, 10, 15, 20, 25 o. s. v.? Försök att tänka ut, **i hvad slags delar alla dessa då jämnt kunna delas!** På hvilka siffror sluta talen? Hvilka tal kunna jämnt delas i 5 delar?

Dela 100 i 4 lika delar! Då 100 ensamt kan jämnt delas i 4 delar, kunna flera hundra sammantagna jämnt delas i 4 delar. Uppgif, hvilka tal inom området 1—100 som kunna jämnt delas i 4 delar! Dela ett tal, som består af ett eller flera hundra och ett af de nu nämnda talen, i 4 lika delar! (Flera ex.) Häraf kunna vi se, att de tal kunna jämnt delas i 4 delar, hvilkas två sista siffror beteckna ett tal, som kan jämnt delas i 4 delar.

Dela 1000 i 8 lika delar! Då 1000 kan delas i 8 lika delar, kunna huru många tusen som helst jämnt delas i 8 delar.

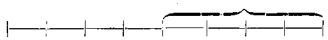
Uppgif några 2- och 3-siffriga tal, som kunna jämnt delas i 8 delar! Då ett tal består af ett visst antal tusen och ett tal, som kan jämnt delas i 8 delar, kan hela talet jämnt delas i 8 delar, eller: ett tal kan jämnt delas i 8 delar, då dess tre sista siffror beteckna ett tal, som kan jämnt delas i 8 delar.

Anse, att de särskilda siffrorna i talet 87 beteckna samma talsort, och sammanlägg talen! Det tal vi erhålla vilja vi kalla tvärsumma. (Flera ex. genomgås.) Går det att jämnt dela tvärsumman af 87 i 3 lika delar eller icke? Dela äfven 87 i 3 lika delar och lägg märke till, om äfven detta tal låter jämnt dela sig på sådant sätt! (Flera ex.) Häraf sluta vi, att alla de tal kunna jämnt delas i 3 delar, hvilkas tvärsumma jämnt kan delas i 3 delar.

För att visa lärjungarne, hvilka tal som kunna jämnt delas i 9 delar, förfar läraren såsom vid föregående fall.

Genom att låta lärjungarne söka tvärsumman af några udda och jämna med 3 delbara tal och dela denna summa i 3 delar och själfva talen i 6 delar leder man dem till insikt om att alla jämna tal kunna jämnt delas i 6 delar, då tvärsumman kan jämnt delas i 3 delar.

Bråks förkortning.

a) *Muntligen.*  Beteckna de med bågar utmärkta delarna af linien! ($\frac{4}{8}$) (Tvärstrecken på de båda halfvorna borttagas.) Beteckna den del af linien, som nu finnes under bågarna! Vi se, att $\frac{4}{8}$ och $\frac{1}{2}$ utgöra lika mycket af linien. Hvilketdera bråket har de minsta delarna? Hafva vi således uttryckt åttondelarna i större eller mindre delar? (Flera ex. genomgås.) Hvilken del af nämnaren 8 är nämnaren 2? Hvilken del af täljaren 4 är täljaren 1? (De öfriga exemplen genomgås på samma sätt.) Häraf se vi, att mindre delars förvandling till större sker därigenom, att täljare och nämnare divideras med samma tal. Att förvandla mindre delar till större kallas att *förkorta* bråk. Det tal, hvarmed man därvid dividerar, kallas *förkortningstal.* (Utfrågas.) Räkna upp de här använda förkortningstalen!

b) *Skriftligen.* Förkorta $\frac{4}{12}$, $\frac{3}{18}$, $\frac{5}{25}$! o. s. v.

2. Decimalbråk.

Decimalbråks beteckning.

Inlärandet af decimalbråks beteckning på det vanliga sättet inledes med muntliga förvandlingar af hela till tiondelar och tvärt om, af tiondelar till hundradelar och tvärt om, af hela till hundradelar och tvärt om samt af hela, tiondelar och hundradelar till hundradelar och tvärt om. Ex. Huru många tiondels m. utgöra 2, 3, 5, 6, 9 m.? Huru många hela kr. utgöra 20, 30, 40, 70, 90 tiondels kr.? Huru många tiondels l. utgöra $1\frac{3}{10}$, $2\frac{5}{10}$, $4\frac{6}{10}$, $7\frac{1}{10}$ l.? Huru många hela och tiondels kg. erhållas af 21, 34, 46, 59, 67, 89 tiondels kg.? — Huru många hundradels kr. utgöra 5, 6, 8, 9 tiondels kr.? Huru många tiondels m. fås af 50, 70, 90 hundradels m.? Huru många hundradels kr. utgöra 2 tiondels kr. och 5 hundradels kr.? Huru många tiondels kr. och hundradels kr. fås af 65 hundradels kr.? — Huru många hundradels hl. utgöra 2, 4, 7, 8, 9 hl.? Uttryck i hela kr. 200, 400, 600, 800 hundradels kr.! Huru många hundradels hg. fås af $1\frac{5}{100}$, $2\frac{9}{100}$, $6\frac{5}{100}$, $8\frac{3}{100}$ hg.? Huru många hela och hundradels har erhållas af 106, 201, 309, 507 hundradels har? — Uttryck 1 hel, 2 tiondelar och 3 hundradelar i hundradelar! Förvandla $\frac{389}{100}$ till hela, tiondelar och hundradelar! o. s. v.

Då barnen fått erforderlig öfning i dessa förvandlingar, öfvergår man till beteckningen.

Uttryck 2 m. och 7 dm. i tiondels m. och beteckna dessa! ($\frac{27}{10}$) Beteckna bråket såsom hela och tiondelar bredvid det först skrifna! ($2\frac{7}{10}$) Hvilket tal är nämnare? Hvilket är täljare? Då nämnaren i ett bråk är något af talen 10, 100 o. s. v., kallas bråket *decimalbråk*. Vid dylika bråks beteckning plägar man vanligen ej utsätta nämnaren. Endast täljaren skrifves ut men med mindre siffror än det hela. $2\frac{7}{10}$ skrifves alltså så här: 2,7. För att ännu tydligare skilja hela och delar åt sätter man ett komma mellan dem. Kommat mellan hela och delar kallas *decimalkomma*. (Utfrågas.)

Genom lämpliga frågor inpräglas hos lärjungarne, att i den vanliga beteckningen för decimalbråk endast täljaren är utskrifven.

Härefter betecknas på samma sätt tal, som bestå af hela, tiondelar och hundradelar, t. ex. $\frac{254}{100} = 2\frac{54}{100} = 2,54$. Därvid göras lärjungarne uppmärksamma på att den siffra, som betecknar tiondelarna, står i första rummet till höger om entalssiffran, och den, som betecknar hundradelarna, i andra rummet.

Därpå följer beteckning af hela och hundradelar, t. ex. $\frac{207}{100} = 2\frac{7}{100} = 2,07$. Lärjungen får lägga märke till att, då hundradelarna ej räcka till närmast högre bråksort, dennas antal måste betecknas med 0. (Jämförelse med hela tals beteckning.)

Vidare kommer beteckning af endast delar, t. ex. $\frac{75}{100}$. Därunder meddelas, att, då de decimala bråken betecknas utan nämnare, man brukar med 0 angifva, att hela saknas.

Längre fram öfvas lärjungarne i beteckning och uppnämning af decimala bråk med ännu mindre delar. Man låter dem därvid uppnämna bråken på olika sätt. Så t. ex. låter man dem uppnämna 1,354 sålunda: $1\frac{354}{1000}$, 1 hel $\frac{3}{10}$ $\frac{5}{100}$ $\frac{4}{1000}$, $\frac{13}{10}$ $\frac{54}{1000}$, $\frac{135}{100}$ $\frac{4}{1000}$ och $\frac{1354}{1000}$.

Addition och subtraktion i decimalbråk.

Har nödig säkerhet vunnits att förvandla mellan hela och delar samt mellan delar och delar, så möta inga svårigheter vid inlärandet af dessa räknesätt. Uppgiften därvid är ingen annan än att tillämpa den vid addition och subtraktion i hela tal vunna insikten.

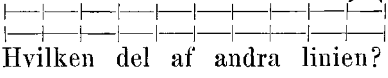
Multiplikation i decimalbråk.

1) *Multiplikanden bråk, multiplikatorn helt tal.*

Gången är densamma som vid multiplikation i hela tal.

2) *Multiplikanden helt tal, multiplikatorn bråk.*

a) *Muntligen.* (Några linier uppdelas i 10 lika delar.)



Hvilken del af första linien utmärkte jag med båge? Hvilken del af andra linien? Huru stor del af *en* linie får man genom att taga $\frac{1}{10}$ af hvar och en af 2 linier? ($\frac{2}{10}$)—$\frac{1}{10}$ af 3 linier? o. s. v. Tag $\frac{1}{10}$ af 2 kr., 3 kg., 5 hl., 7 l. o. s. v. och uppgif hvad du erhåller!

($\frac{2}{10}$ af hvar och en af de 2 första linierna afskiljas.) Huru stor del af *en* linie får du, då du tager $\frac{2}{10}$ af 2 linier? — af 3 linier? o. s. v. Huru mycket är $\frac{2}{10}$ af 3 kr.? — $\frac{3}{10}$ af 4 m.? — $\frac{4}{10}$ af 6 kg.? — $\frac{6}{10}$ af 7 har? o. s. v.

På samma sätt öfvas lärjungarne att taga 1, 2, 3 o. s. v. tiondelar af 1, 2, 3, 4 o. s. v. tiotal. (Anvisning: hela linien betraktas som 10 m., hvarje del som 1 m.)

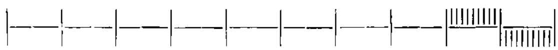
b) *Skriftligen.* Om 1 m. band kostar 85 öre, huru mycket kostar 0,6 m.?

På hvilken del af m. vilja vi veta priset? Hvilken del af meterpriset måste vi därför taga? Svaret på frågan tecknas så här: 0,6 × 85 öre =?

Uträkningen verkställes, och därunder inskärpes uttrycket »tiondelar af».

3) *Bråk i båda faktorerna.*

a) *Muntligen.* (En linie delas i 10 lika delar; några af tiondelarna delas vidare i 10 lika delar.)



I huru många lika delar är linien från början delad? (10) I huru många lika delar delade jag sedan hvar och en af dessa tiondelar? Huru stor del af hela linien är hvarje liten del? Huru stor del af hela linien är således $\frac{1}{10}$ af $\frac{1}{10}$ linie? Med hänvisning till linien utfrågas vidare, huru mycket $\frac{1}{10}$ är af $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$ linie o. s. v. — Huru mycket är $\frac{2}{10}$ af $\frac{2}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{7}{10}$ linie? o. s. v. Samma frågor tillämpas på myntsorter, metersorter och talsorter.

b) *Skriftligen.* Om 1 kg. socker kostar 0,8 kr., huru mycket kostar 0,7 kg.? (Förfarandet såsom vid 2.)

Under räknandet göras lärjungarne uppmärksamma på hvilka slags delar man erhåller, då man tager tiondelar af tiondelar o. s. v., och ledas därigenom till insikt om att produkten innehåller lika många decimaler som faktorerna tillhopa.

Först då full säkerhet härutinnan uppnåtts, må den regeln meddelas, att man räknar såsom vid multiplikation i hela tal och efteråt afskiljer i produkten så många decimaler, som faktorerna hafva tillhopa.

Division i decimalbråk. A. Delning.

1) *Dividenden bråk, divisorn helt tal.*

Gången är densamma som vid division i hela tal.

Hvad som emellertid behöfver påpekas och inskärpas är, att decimalkommat i kvoten bör antecknas genast efter det att heltalssorterna blifvit betecknade; att man i kvoten med 0 angifver entalen, då man vid delningen icke erhåller så mycket som en hel på hvar del; och att delningen afslutas, då man i kvoten fått så små delar som hundratusendelar, äfven om öfverskott ännu skulle uppstå.

Genvägen vid delning i 10, 100, 1000 o. s. v. delar må för lärjungarne påpekas.

2) *Dividenden helt tal, divisorn bråk.*

a) *Muntligen.* (En linie delas i 10 lika delar.)

Om jag jämnt fördelar ut 4 knappar på 2 af liniens delar, huru många knappar komma på hvar del? Huru många gå åt till liniens alla delar? Låt linien beteckna 1 m. band; 3 af delarna kosta 12 öre, huru mycket kostar 1 del? Huru mycket kosta alla 10 delarna eller hela m.? 7 af delarna kosta 49 öre, huru mycket kostar 1 del? — alla delarna? 4 delar kosta 1 kr. 12 öre, huru mycket kostar 1 del? — alla delarna? o. s. v.

b) *Skriftligen.* Om 0,7 kg. lax betalas med 84 öre, huru mycket kostar 1 kg.? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi få veta huru mycket $\frac{1}{10}$ kg. kostar? Teckna svaret! (84 öre: 7 = ?) Huru skola vi behandla priset på $\frac{1}{10}$ kg. för att få veta priset på 1 kg.? (Svaret tecknas så: 84 öre: 7 × 10 = ? Uträknas.)

Huru mycket kostar 1 kg.? Huru gjorde vi för att få priset på 1 kg., då priset på 0,7 kg. var kändt? (Flera dylika ex. behandlas på samma sätt, t. ex.: om 1,9 ar jord säljes för 95 kr., huru mycket kostar 1 ar? Svaret: 95 kr.: 19 × 10 = ?)

Sedan lärjungarne genom försök funnit, att resultatet vid räknandet af en uppgift, för hvars lösning fordras först division och sedan multiplikation, blir detsamma, äfven om man multiplicerar först och dividerar sedan, framletas regeln för det fall af division, då divisorn innehåller bråk. Den kommer att lyda: Multiplicera dividenden med divisorns nämnare och dividera den erhållna produkten med divisorns täljare.

Sist påpekas, att svaren i vanliga fall tecknas så: $84: 0{,}7 = ?$ i st. f. $84: 7 \times 10 = ?$

3) *Bråk i både dividend och divisor.*

Härvid behöfva lärjungarne endast tillämpa det, som de lärt under moment 2).

Division i decimalbråk. B. Undersökning af innehåll.

Om dividenden är uttryckt i större bråksorter än divisorn, förlänges dividendens bråk, så att det erhåller samma nämnare som bråket i divisorn (t. ex. 8,3 m.: 1,75 m. = 8,30 m.: 1,75 m.); i motsatt fall jämföres divisorn till en början med den del af dividenden, som har samma nämnare som divisorn. (Ex. 7,25 hl.: 2,3 hl. = ? Man undersöker först, huru många gånger 23 tiondelar innehållas i 72 tiondelar, alltså skrifves vid uträkningen: 72,5: 23 = ?)

För att klargöra uppfattningen af det fall, då divisorn blott till en del innehålles i dividenden, leder man barnen genom exempel till insikt af att, om en dividend utbytes mot en annan, som är $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ o. s. v. af den förra, under det att divisorn är oförändrad, blir kvoten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ o. s. v. af den förra kvoten.

Ex.: *a*) $60: 2 = 30$ Hvilket tal är i alla vidstående divi-
b) $30: 2 = 15$ sionsex. lika? (Divisorn.) Hvilken del är
c) $20: 2 = 10$ divid. i ex. b af divid. i ex. a? Hvilken
d) $12: 2 = 6$ del är kvoten i ex. b af kvoten i ex. a?
e) $10: 2 = 5$ o. s. v. Häraf se vi, att, om vi låta divisorn
f) $6: 2 = 3$ vara oförändrad och skaffa oss en dividend,
som är en viss del af en förut gifven, vi erhålla en kvot, som är *samma* del af den ursprungliga kvoten.

Då ett öfverskott blifvit förvandladt till t. ex. tiondelar — vi antaga, att dessa äro 50, under det att divisorn är 8 hela — utgår man från det antagandet, att antalet 50 betecknar hela, och undersöker, huru många gånger divisorn innehålles uti ifrågavarande antal. (6 ggr.) Därpå fäster man barnens uppmärksamhet på att dividenden i själfva verket är $\frac{1}{10}$

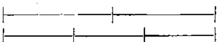
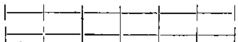
af den nyss antagna, och att kvoten här ej kan blifva 6 hela utan $\frac{1}{10}$ af 6 hela eller 0,6.

3. Allmänna bråk.

Två bråks liknämniggöring.

1) *Bråkens nämnare hafva ej någon gemensam faktor.*

$\frac{1}{3}$ och $\frac{2}{3}$ kunna omedelbart sammanläggas eller jämföras med hvarandra, emedan täljarna i dem uttrycka antal af samma sort. Men $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3}$ kunna ej omedelbart sammanläggas eller jämföras, emedan täljarna i dem uttrycka antal af olika sort. För att sammanläggning eller jämförelse af dem skall kunna äga rum, måste de bringas till samma sort.

(Två lika långa parallella linier delas, den ena i 2, den andra i 3 lika delar.)  Låt oss nu draga delningsstrecket på den öfre linien till den undre och den undres delningsstreck upp till den öfre!  (På återstoden af linierna afsättas samma slags delar, som nu uppstått. Genom mätning visas, att delarna äro lika stora.) Här fingo vi mindre delar, än dem vi hade förut. Huru många af dem gå på $\frac{1}{2}$ af linien? — på $\frac{1}{3}$ af linien? — på hela linien? Hvad heta då dessa nya delar? Med hvilken del af linien kunna vi således mäta upp $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3}$ af den? Låt oss anteckna, huru många sjettedelar som gå på $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3}$ linie! ($\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Härpå liknämniggöras t. ex. $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{4}$ på samma sätt som $\frac{1}{2}$ och $\frac{1}{3}$.) Hvad är det hos de nya bråken, som är lika? Därför sägas de vara *liknämniga*. Då de hafva lika nämnare, äro de uttryckta i samma slags delar eller sorter. Nu kan det ena sammanläggas med det andra och det ena jämföras med det andra. Huru måste man således göra med bråk, som hafva olika nämnare, för att de skola kunna sammanläggas eller jämföras med hvarandra?

Här hafva vi verkställt liknämniggöringen med tillhjälp af linier. Ett sådant tillvägagående blefve i många fall besvärligt, ja, till och med omöjligt. Vi skola därför med tillhjälp af det senare exemplet söka oss en genare väg. Hvilken mångfald är nämnaren 12 af nämnaren 3? — täljaren 4 af täljaren 1? Hvad säges man göra med ett bråk, då man mångfaldigar täljare och nämnare med samma tal? Hvad hafva vi således gjort med $\frac{1}{3}$? Med hvilket tal hafva vi förlängt det? (På samma sätt påvisas, att bråket $\frac{1}{4}$ blifvit förlängdt med 3, hvarpå regeln formuleras och inpräglas.)

2) *Bråkens nämnare hafva gemensam faktor.*

$\frac{3}{4}$ och $\frac{5}{6}$ t. ex. liknämniggöras: $\frac{3}{4}=\frac{18}{24}$, $\frac{5}{6}=\frac{20}{24}$. Här fingo vi onödigt små delar. Huru går man till väga för att af mindre delar erhålla större delar? Med hvilket tal kunna båda bråken förkortas? (Förkortningen verkställes: $\frac{3}{4}=\frac{18}{24}=\frac{9}{12}$, $\frac{5}{6}=\frac{20}{24}=\frac{10}{12}$) Då man förvandlat $\frac{3}{4}$ till $\frac{9}{12}$, har man förlängt $\frac{3}{4}$ icke med det andra bråkets nämnare (6) utan med ett annat tal; med hvilket? Hvilken del är detta af 6? $\frac{5}{6}$ har blifvit förlängdt till $\frac{10}{12}$ med ett tal, som är blott en del af nämnaren 4; hvilken del? Dessa förlängningstal erhålla vi ju, då vi dividera nämnarna 4 och 6 med 2, som är en gemensam faktor till båda talen. (Regeln formuleras och inskärpes.)

Anm. Vid det fall, att den ena nämnaren är en jämn del af den andra, fästes lärjungarnes uppmärksamhet därpå, att uppgiften är ingen annan än att förvandla större delar till mindre, då nämnaren är på förhand bestämd. (Se sid. 50!)

Addition och subtraktion i bråk.

Då lärjungarne vid räkning med hela tal och decimalbråk fått klart för sig, att endast lika sorter kunna med hvarandra sammanläggas och jämföras, och att man räknar med antal inom de särskilda sorterna, inse de lätt, att de oliknämniga bråken i förevarande fall först måste liknämniggöras, och att man därefter räknar med täljarna.

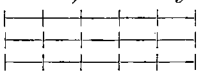
Multiplikation i bråk.

1) *Multiplikanden bråk, multiplikatorn helt tal.*

Om lärjungen erinras därom, att det är antal och ej sort, som mångfaldigas, erbjuder föreliggande fall ej några vidare svårigheter för honom.

2) *Multiplikanden helt tal, multiplikatorn bråk.*

a) *Muntligen.* (Några linier delas hvar och en i t. ex. 5 lika

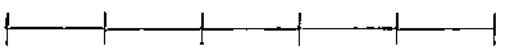


delar.) Huru stor del af *en* linie erhåller du, om du tager $\frac{1}{5}$ af första och $\frac{1}{5}$ af andra linien? —

af de tre första linierna? o. s. v. — Tag $\frac{2}{5}$ af första och $\frac{2}{5}$ af andra linien och uppgif, huru stor del du erhåller af *en* linie! Huru mycket är $\frac{3}{5}$ af 2, 3, 4 o. s. v. linier? — Huru mycket är $\frac{1}{5}$ af 2, 3, 4 o. s. v. kg.? — $\frac{2}{5}$ af 2, 3, 4 o. s. v. kg.? — $\frac{1}{7}$ af 2, 3, 4 o. s. v. veckor? — $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$ af 2, 3, 4, 5? o. s. v.

b) *Skriftligen.* Om 1 m. tyg kostar 9 kr., huru mycket kostar $\frac{3}{4}$ m.? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Hvilken del af hela meterpriset måste komma på $\frac{3}{4}$ m.? Svaret tecknas så här: $\frac{3}{4} \times 9$ kr. $=$? (Uträknas i hufvudet och antecknas: $\frac{3}{4} \times 9$ kr. $= \frac{27}{4}$ kr. $= 6\frac{3}{4}$ kr.) Flera ex. genomgås på samma sätt. Därpå fäster läraren lärjungarnes uppmärksamhet på att man i förevarande fall i resultatet fått en täljare, som är (i här anförda ex.) 9-falden af den förra, hvarefter regeln för fallet härledes ur exemplen och inpräglas i minnet.

3) *Bråk i båda faktorerna.*

a) *Muntligen.* (En linie delas i t. ex. 5 lika delar.)  I huru många lika delar är linien delad? (Femtedelarna delas i t. ex. 3 lika delar och  en afskiljes med båge.) Huru stor del af $\frac{1}{5}$ linie afskilde vi? Hvilken del af hela linien utgör denna? Huru mycket är $\frac{1}{3}$ af $\frac{1}{5}$ linie? Huru stor del af hela linien erhålles, om man tager $\frac{1}{3}$ af första och $\frac{1}{3}$ af andra femtedelen? Tag $\frac{1}{3}$ af de 3 första femtedelarna och uppgif, hvilken del du erhåller af hela linien! Huru mycket är $\frac{1}{3}$ af $\frac{4}{5}$ linie? — af $\frac{5}{5}$ linie? — Huru stor del af hela linien erhålla vi, då vi taga $\frac{2}{3}$ af första femtedelen och $\frac{2}{3}$ af andra femtedelen? (Delarna afskiljas med bågar.) Huru stor del af linien är $\frac{2}{3}$ af $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{5}$ af linien? — Huru mycket är $\frac{1}{3}$ af $\frac{1}{5}$ kg.? — $\frac{1}{3}$ af $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ hl.? Huru mycket är $\frac{2}{3}$ af $\frac{2}{5}$ m? — $\frac{2}{3}$ af $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ l.? Huru mycket är $\frac{1}{3}$ af $\frac{2}{3}$? — $\frac{2}{3}$ af $\frac{2}{3}$? — $\frac{1}{4}$ af $\frac{4}{5}$? — $\frac{3}{4}$ af $\frac{4}{5}$? o. s. v.

b) *Skriftligen.* Om 1 tjog ägg kostar $\frac{9}{10}$ kr., huru mycket kostar $\frac{4}{5}$ tjog? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Hvilken del af priset på 1 tjog skola vi taga? (Svaret tecknas så: $\frac{4}{5} \times \frac{9}{10}$ kr. $=$? och uträknas i hufvudet, hvarpå resultatet utskrifves: $\frac{4}{5} \times \frac{9}{10}$ kr. $= \frac{36}{50}$ kr. $= \frac{18}{25}$ kr.) Uppmärksamheten fästes därpå, att produktens täljare är en produkt af faktorernas täljare och produktens nämnare en produkt af faktorernas nämnare, samt att förkortning, där sådan kan förekomma, bör ske före multiplikationen, hvarefter regeln formuleras och inskärpes.

Division i bråk. A. Delning.

1) *Dividenden bråk, divisorn helt tal.*

A) Divisorn jämn del af dividendens täljare.

Förfaringssättet är detsamma som i hela tal, då rest ej uppstår. Ex. $\frac{6}{7} : 3$; $\frac{15}{19} : 5$ löses som t. ex. 6 äpplen : 3; 15 kr. : 5.

B) *Divisorn icke jämn del af dividendens täljare.*

a) Muntligen. (En linie delas i t. ex. 4 lika delar) Dela $\frac{1}{4}$ af linien i 3 lika delar och afskilj en! Hvilken del af hela linien afskilde du? Dela första och andra fjärdedelen i 3 lika delar och afskilj en sådan liten del af hvarje fjärdedel! Hvilken del af hela linien är afskild? Dela hvarje fjärdedel i 3 lika delar och tag en del från hvarje fjärdedel! Huru stor del af linien är tagen? — Dela $\frac{1}{5}$ m. i 3 lika delar; huru stor del af en hel m. kommer på hvar del? Huru stor del af en hl. erhålles, då $\frac{2}{5}$ hl. delas i 3 lika delar? Huru mycket kommer på hvar del, då $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{7}$ delas i 3 lika delar? — då $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$ delas i 4, 6, 8 lika delar? o. s. v.

b) Skriftligen. Om ett järnvägståg på 7 timmar går $23\frac{2}{5}$ mil, huru långt går det i timmen? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru skola vi göra för att få svar på frågan? (Svaret tecknas så: $23\frac{2}{5} : 7 = \frac{117}{5} : 7 = ?$) Ledning: Huru mycket kommer på hvar del, då $\frac{1}{5}$ mil delas i 7 lika delar? (Svaret skrifves så här: $\frac{1}{5 \times 7}$) Huru mycket kommer på hvar del, då 117 femtedels mil delas i 7 lika delar? (Svaret kommer då att se ut så här: $\frac{1 \times 117}{5 \times 7} = ?$) Verkställ uträkningen! Hvad fingo vi veta?

2) *Dividenden helt tal, divisorn bråk.*

a) Muntligen. (En linie delas i t. ex. 5 lika delar) Om jag jämnt fördelar ut 4 knappar på 2 af liniens delar, huru många knappar komma på hvar del? Huru många gå åt till liniens alla delar? Låt linien betyda 1 m. band! 3 af delarna kosta 15 öre, huru mycket kostar 1 del? — alla 5 delarna eller hela metern? Låt linien betyda 1 kg. af en vara! 4 af delarna kosta 36 öre, huru mycket kostar 1 del? — alla 5 delarna eller hela kilogrammet? $\frac{3}{8}$ l. kostar 18 öre, huru mycket kostar $\frac{1}{8}$ l.? — $\frac{8}{8}$ l. eller hela litern? Fördela ut 42 på $\frac{7}{8}$ och beräkna därvid, huru mycket som kommer på 1 hel! Huru mycket kommer på $\frac{1}{8}$? — på $\frac{8}{8}$ eller en hel? o. s. v.

b) *Skriftligen.* Huru mycket kostar 1 hl. säd, då $\frac{5}{8}$ hl. betalas med 8 kr. 75 öre? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? På hvad slags delar skall priset delas ut? (Svaret tecknas så här: 875 öre : $\frac{5}{8} = ?$) På huru många åttondelar skola vi först söka värdet? (Skrifves så här: $\frac{875}{5} = ?$) På huru många åttondelar ville vi veta värdet? Huru skall värdet på en åttondel behandlas, för att man skall få värdet på $\frac{8}{8}$ eller en hel? (Skrifves: $\frac{875 \times 8}{5} = ?$) Här hafva vi för oss en multiplikationsuppgift i bråk. Lös den!

3) *Bråk i både dividend och divisor.*

a) *Muntligen.* (En linie delas i t. ex. 5 lika delar) |—|—|—|—|—| Låt linien betyda 1 m. tyg! 2 af delarna kosta $\frac{3}{4}$ kr., huru mycket kosta $\frac{5}{5}$ eller hela metern? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru mycket kostar en del? ($\frac{3}{8}$ kr.) Huru många gånger måste vi betala ut $\frac{3}{8}$ kr., då vi köpa $\frac{5}{5}$ m. eller 1 hel m.? Huru mycket är 5 ggr $\frac{3}{8}$ kr.? Huru mycket kostar således 1 m.? Flera ex. genomgås.

b) *Skriftligen.* Om på $\frac{2}{25}$ har sättas $2\frac{1}{3}$ hl. potatis, huru mycket sättes på 1 har? — Hvad veta vi? Hvad vilja vi veta? Huru många tredjedels hl. skola fördelas ut på åkern? (Skrifves: $\frac{7}{3}$) På huru många tjugufemtedels har skola de $\frac{7}{3}$ hl. fördelas ut? Huru skola vi göra för att få veta, huru mycket som kommer på $\frac{1}{25}$? (Svaret: $\frac{7}{3 \times 2} = ?$) Huru skola vi behandla de $\frac{7}{6}$ hl., som gå åt till $\frac{1}{25}$ har, för att få veta, huru mycket som går åt till $\frac{25}{25}$ eller ett helt har? (Svaret nedskrifves, hvarefter räkningen utföres: $\frac{7 \times 25}{3 \times 2} = \frac{175}{6} = 29\frac{1}{6}$ hl).

Sedan flera ex. blifvit på samma sätt genomgångna, fäster läraren lärjungarnes uppmärksamhet på att dylika uppgifter lösas så, att täljare och nämnare i divisorn få byta plats och uppgiften sedan behandlas såsom en multiplikationsuppgift.

Division i bråk. B. Undersökning af innehåll.

Bråken liknämniggöras, hvarefter räkningen verkställes såsom vid division i hela tal.