

## MATEMATIKUNDERVISNINGENS REFORMERING.

*Severin Johansson.*

Jag har såsom ämne för mitt föredrag valt matematikens och matematikundervisningens ställning i vårt land. Jag har därvid utgått ifrån den tanken att det vid detta forskarmöte icke endast handlar om en uppvisning av vad vi kunna kalla kulturens nyvinningar. Också den verksamhet, undervisningen, som förmedlar kulturens vandring från generation till generation, bör här ha sin plats och kunna påräkna sitt intresse. Sådant är ju också förhållandet inom de stora kulturländerna, där vi förresten ofta möta de ledande forskarpersonligheterna i verksamhet på undervisningens område.

Vad nu särskilt matematiken vidkommer, så är den ju en integrerande beståndsdel i det matematisk-naturvetenskapliga bildningsideal, som på grund av förskjutningarna i kulturen alltmera rycker i förgrunden. Detta är ju redan ägnat att länka uppmärksamheten in på frågan om dess ställning. Därtill kommer, att matematikundervisningen vid skolan för närvarande är föremål för alldeles särskild uppmärksamhet. Det handlar om en omläggning av hela denna undervisning, en omläggning, som icke endast avser metodiken utan hela lärostoffet.

Det är en alldeles speciell sak med undervisningen. Den är icke något särintresse, något som endast vidkommer fackmannakretsar. Hela dess betydelse för bevarande av samhällets historiska kontinuitet gör den till ett vitalt allmänt intresse, ett av samhällets mest betydande. Att det härvid är ett levande material, samhällets spröda framtidsmaterial, som det hela går ut över och som har att taga emot följderna

av eventuella missgrepp, gör undervisningen till en alldeles särskilt ömtålig verksamhet, som det är samhällets rätt och skyldighet att ägna oavlåtlig uppmärksamhet. Lägga vi därtill det rent personliga intresse, som knyter varje medborgare vid undervisningen — hans egen och senare hans barns skolgång, saker som sträcka sig över decennier av hans liv —, skall man förstå, att opinionen är mer än vanligt känslig, då det gäller skolan och dess verksamhet.

Denna opinion bör icke förbises, då det är fråga om undervisningen. Pedagogen, fackmannen, undgår sällan faran att överskatta det, som ligger honom nära. Saker, som i verkligheten äro rätt betydelselösa, få isolerade från jämförelse med viktigare ting en otillbörlig betydelse. I sådana fall är en sund och allvarlig opinion på sin plats. Jag vågar påståendet, att många värdefulla förskjutningar i undervisningen förberetts av en dylik oförvillad allmän uppfattning. Detta utesluter ju icke, att opinionen ofta kan skjuta över målet. I varje fall är det skäl, att då opinionen gör sig starkt gällande i en bestämd riktning, underkasta densamma och dess orsaker en noggrann analys. Den lönar sig nog i de flesta fall.

Jag framhåller ett välbekant sakförhållande, då jag i fråga om denna opinion konstaterar, att den bildade allmänheten i vårt land icke är välvilligt stämd mot matematiken. Jag borde snarare säga, för att ge saken ett adekvatare uttryck, att det handlar om en växande animositet. Att detta icke är en företeelse, som gjort sig gällande endast i vårt land, är likaså välbekant. Vi behöva blott tänka på de angrepp mot matematiken och dess herravälde, som senaste vinter kommo till synes i Sverige. Det blev där en allvarlig sammandrabbning, under vilken man emellertid ingalunda kom fram till sakens kärna. Hos oss har situationen nått den tillspetsning, att man redan belagt sakläget med det graverande slagordet: matematikeländet i våra skolor. Det skall bli mitt föredrags huvudsyfte att gå hela denna uppfattning in på

livet. Tillsvidare vill jag endast ha sagt, att den mot matematiken mindre välvilliga opinion, som sökt sig denna skarpa formulering, har sina djupa orsaker i matematikundervisningens hittillsvarande ståndpunkt i vårt land. Den är härvid i stort sett inne på en riktig väg. Man känner bland laici intuitivt på sig att någonting är på tok, om man också saknar möjlighet att exakt formulera sin uppfattning. Jag skall i det följande försöka klargöra, var felet ligger.

Nu skjuter emellertid denna opinion på tvenne väsentliga punkter över målet. Den har svårt att erkänna matematikens betydelse för den kulturella utvecklingen och matematikens betydelse för det moderna samhällslivet. Denna obnägenhet bottnar i okunnighet om det verkliga saken, vilken okunnighet i sin tur kan återföras till just det, som är sakens kärna, nämligen matematikundervisningen vid våra skolor.

Jag behöver ju icke inför denna krets av forskare resa något äreminne över matematiken. Alla forskare inom naturvetenskaperna skola villigt erkänna, att matematiken ger dem skarpa vapen i deras arbete. De skola också erkänna matematikens sammanhållande filosofiska kraft, som samlar observationernas och experimentens strödda detaljer och skådar sammanhangen. Matematiken är nog också med i kretsen av alla dessa vetenskaper, som manifesterar människans eviga sökande efter sanningen.

Detta är ju dock saker, som mindre intressera en bredare allmänhet. Där hör man ofta uttryck av dubier om matematikens betydelse för det moderna samhällslivet. För den ytliga betraktaren ser det ju också ut, som om det hela skulle röra sig inom ramen för quattuor species. Emellertid veta vi ju, att det finnes ansenliga verksamhetsfält inom det moderna samhället, i vars arbetares utbildning ett i varje fall icke ringa, i många fall rätt högt drivet mått av matematiskt vetande måste ingå, ett mått som icke föreskrivits av någon matematiskt vilseledd doktrin, utan av den enkla nödvändigheten.

Vi få en föreställning om dessa arbetsfält utbredning i sam-

hället, om vi besinna att icke mindre än 54 % av de ungdomar, som arbeta vid landets högskolor, förbereda sig för verksamhet inom dessa arbetsfält. Detta procenttal stiger till 60, om vi inskränka oss till den manliga ungdomen. Därvid ha vi lämnat åsido den militära utbildningen och utbildningen vid navigationsskolor och tekniska mellanskolor av olika art, för vilka matematiken är ett ofrånkomligt villkor. Mot denna bakgrund förflyktigas alla tvivel om matematikens betydelse för samhället.

Det finnes en omständighet, som är ägnad att engång årligen göra den matematikfientliga opinionen akut. Det är maturitetsprovet i matematik. Detta beror naturligtvis i första hand på irritationen över det till en tradition vordna dåliga resultatet och på indignationen över de likaledes till en tradition vordna undersleven. Allt detta sammanhänger nu med den diskontinuitet, som uppenbarligen föreligger mellan skolans prestation och de anspråk dessa prov uttrycka och skall här icke debatteras. Men detta är icke det väsentliga. Inför den uppmarsch av skolans kunskapsanspråk i matematik, som dessa uppgifter representera, kan den stora allmänheten icke undgå att finna, och här är opinionen inne på en riktig väg, att det vilar någonting av stark och onyttig specialisering över dessa uppgifter, som föreläggas till lösning, och man känner sig irriterad över att ungdomen skall hejdas av dylika som det tyckes artificiella hinder.

Jag skänker detta sista moment en alldeles särskild betydelse. Visserligen vänder sig opinionen till oriktigt forum, ty studentexamen har ju endast att konstatera förefintligheten av ett visst kunskapsmått hos abiturienterna, ett kunskapsmått, vars sammansättning den icke bestämmer, men det inneligger i denna uppfattning en sund reaktion mot det, som är den yttersta och verkliga orsaken till matematikens ringa anscende i den allmänna uppfattningen.

Det är ju uppenbart att hela denna periodiska studentexamenskampanj skall vara ägnad att skärpa stämningen mot matematiken. Emellertid är man inne på en alldeles oriktig väg, om man söker den mot matematiken bryska opi-

nionens innersta orsaker på detta håll. Man kan ju lätt avhjälpa hela denna sak. Man behöver ju endast sänka anspråken i matematiken, så att de komma i konformitet med anspråken i de övriga prövning underkastade ämnena och hela detta ärligen återkommande hysteriska skede skall försvinna. Men man skall därigenom icke avlägsna den uppfattning, som på fullaste allvar frågar, om det nu icke ifråga om matematiken handlar om någotslags doktrinär överskattning, som det gäller att så snabbt som möjligt revidera, för att bereda ungdomen större möjlighet att ägna sig åt verkligt betydande och nyttiga läroämnen. Det behövs alldeles andra och vitt gående åtgärder för att avlägsna denna icke endast för matematikens ställning vid våra skolor utan även för den därmed nära sammanhängande kulturella utvecklingen icke ofarliga åskådning.

Därmed äro vi framme vid sakens kärna. Det är matematikundervisningens nuvarande ståndpunkt i vårt land, som innerst bär skulden till den skeva uppfattningen om matematikens ställning. Den saknar i sin föräldrade form möjlighet att ge en riktig bild av matematikens verkliga betydelse.

Om vi vända oss till en högt bildad medborgare och fråga honom om hans behållning av exempelvis historieundervisningen i skolan, så skall han utan tvivel skänka den sitt erkännande. Han har naturligtvis glömt allt det dynastiska smågnabb, som fyller läroböckerna, men han skall erkänna att denna undervisning givit honom många lärdomar, visat hurusom många av de idéer, som nu verka i världen redan i gångna århundraden uppstått, kulminerat och domnat bort. Han skall också ifråga om exempelvis botaniken erkänna, att även den givit ett värdefullt element i hans bildning, om han också självfallet glömt alla de detaljer, på vilka en nitisk undervisning trott sig böra slösa en ansenlig tid. Men ifråga om matematiken skall hans omdöme säkert bli nedslående. Han skall erinra sig att han sysslat med omfattande räkningar med polynom, att han i årtal löst sällsamma aritmetiska och algebraiska problem, att han genomgått en drill

i begagnande av logaritmiska tabeller, men framförallt skall han erinra sig, att han bevisat geometriska teorem. Han skall knappast erkänna, att han senare haft kontakt med någonting av allt detta. Visserligen skall han medge, att detta ju icke är det enda utslaggivande, då det gäller att bedöma en undervisnings betydelse för den högre bildningen, men han skall icke vara villig att erkänna, att allt detta givit en behållning som står i någon som helst rimlig proportion till den därpå använda tiden.

Jag går nu till en närmare analys av matematikundervisningen.

Jag har höga tankar om skolan och skolundervisningen. Den bör icke endast följa deras signaler, som i undervisningen se en uppfostran till kommande samhällelig verksamhet, den bör eftersträva en allmänbildning, som äger kännedom om kulturföreteelsernas utveckling. Skolan bör skänka den i livet invandrande generationen en så fyllig världsbild som möjligt, en världsbild, som ger en vid överblick över alla de krafter, som verka i den värld, där denna generation skall kämpa sin kamp.

För matematikens vidkommande inneligger i detta en bestämd fordran. Matematikundervisningen skall ge det inslag i denna världsbild, de matematiska insikter och det mått av matematiskt tänkande och bedömande, som erfordras för att man skall vara fullt orienterad.

Det vore nu av intresse men faller tyvärr utom det möjliga gränser att här följa denna undervisnings utvecklingsgång under herraväldet av växlande kulturideal i de ledande länderna. Från upplysningstidens utilitetsepok komma vi in i nyhumanismens för matematikundervisningen så ödesdigra skede. Dess starka ensidiga betonande av den formella bildningen, inför vilket ifråga om matematiken det sakliga innehållet, dess omfattning och betydelse sjunka ned till fullkomlig värdelöshet, inleder och fullbordar den förstel-

ningsprocess, ur vilken denna undervisning haft så svårt att komma ut och där den hos oss i stort sett ännu är kvar. Vi ha sedan såsom en motsatt pol att i samband med den tekniska undervisningens genombrott observera starka anspråk på ett fullständigt tillbakaträngande av alla andra moment i matematikundervisningen och ett ensidigt framskjutande av dess användbarhet, typiska anspråk av den moderna ingenjörkulturen.

Det som nu här är av intresse att yeta, är att frågan om matematikundervisningen under de senaste decennierna där ute haft ett betydande utvecklingskede, som utvecklat sig högt över alla dylika specialåskådningars plan. Det har varit en kooperation av vetenskap, teknik, samhällelig kunskap och pedagogisk erfarenhet med det fast formulerade syftet att skapa en till sitt lärostoff och sin metodik fullt modern undervisning. Före kriget fortgick denna utveckling på det internationella samarbetets breda bas med den internationella matematiska undervisningskommissionen som samlande centralinstitution. Det var en sammandragning av de yppersta krafterna kring undervisningsproblemet. Ett motstycke till detta uppbåd av andlig kapacitet torde väl få sökas inom någon annan undervisningsgren. Bland annat ha vi här en litteratur som det redan är svårt att överblicka och behärska.

Denna litteraturs kvantitativa ansvällning bekräftar visserligen i stor utsträckning det kända uttalandet att när konungarna bygga få kärdragarna arbete. Men där finnes i den första linjen imponerande enquêter över matematikundervisningens ställning och skiftande anordning inom olika länder, där finnas vetenskapliga fördjupningar av alla elementarmatematikens aktuella frågeställningar och så finnes där ett allsidigt klarläggande av matematikens ställning inom kulturen och samhället.

Nu bör hela denna i stora drag tecknade bild av undervisningsproblemet utveckling ses mot bakgrunden av en samtidigt fortgående förändring i universitetens undervisningsbild. Utilitetsepokens grunda och encyklopediska uni-

versitetsundervisning i matematik efterträddes av de höga specialföreläsningarna. Därmed inleddes den divergens mellan universitetsmatematik och skolmatematik, som för den senare blev skickelsediger. Skollärares utbildning gick över de höga specialföreläsningarna. Man opererade här medvetet eller omedvetet med den föreställningen, att den på en enskild punkt högt drivna vetenskapliga utbildningen garanterade orientering inom den framtida verksamheten. Man har kallat denna modus för lärarutbildningen *das System des doppelten Vergessens*, därmed hänsyftande på att den unga studenten glömde sin skolmatematik under sin färd i matematikens högre rymder och sedan vid inträdet på lärarbanan åter glömde hela den under studietiden vunna högre insikten, som ingen kontakt hade med hans verksamhets speciella kunskapsbehov. Det är klart, att denna hiatus mellan universitetsmatematiken och skolmatematiken utlevererade den senare åt det matematiskpedagogiska kanstöperiet hos allehanda mindervärdiga auktorer, som där gjorde sig breda.

Vi befinna oss nu inne i en alldeles annan fas av universitetsundervisningen. Självfallet kvarstå de höga specialföreläsningarna, men det har också samlats ett starkt intresse kring fackutbildningen för det blivande värvet och denna utbildnings specifika kunskapsbehov. Det är här vi ha att söka en av de starkaste orsakerna till det livliga intresset för elementarmatematiken, skollärares kunskapsfält.

Återvända vi nu till den för matematikundervisningen betydelsefulla epok, som det var fråga om, så kunna vi säga, att densamma haft en ofantlig betydelse och lett till en fullständig omläggning av matematikundervisningens hela lärostoff och metodik. Man har nu framförallt gjort upp räkningen med den formella epokens övertro på matematikens formellt bildande kraft. Man har också hävdat matematikens eget filosofiska och estetiska bildningsvärde inför de extrema anspråken på användningar. Det matematiska tänkandet i dess olika yttringar har blivit det centrala. Man återgår helt enkelt till att undervisa matematik.



Nu har detta genast haft ett betydande resultat. Hela den formella epokens uppsjö av artificiella tillämpningar, tillkomna i för matematiken främmande syften, har utmönstrats. I stället har man recurrerat till matematikens och det matematiska tänkandets verkliga inlägg uti det vetenskapliga arbetet och samhällslivet, och där funnit en rik fond för verkliga och betydelsefulla användningar.

Detta betecknar ju uppenbarligen en sund utveckling. Därtill komma emellertid såsom logiska konsekvenser ännu andra genomgripande förändringar av mera matematisk art.

Matematikens betydelse för kulturen och samhällslivet sammanhänger med ett inom matematiken dominerande begrepp, som saknar plats i den formella åskådningens stela systembildning. Det handlar överallt om sammanhang mellan variabla kvantiteter och lagarna för dylika sammanhang. Det är detta funktionsbegrepp, det matematiska tänkandets centrala begrepp, som bildar det fullkomligt nya inslaget i den moderna undervisningen både i analys och geometri, avsett att genomsila hela lärobyggnaden. Det följer härmed en i den tidigare undervisningen okänd skolning av ett för tänkandet överhuvudtaget väsentligt moment.

I nära samband med funktionsbegreppet opererar man sedan flera århundraden inom den matematiska vetenskapen med den grafiska framställningen av funktionala sammanhang. Denna är ett till den grad betydande hjälpmedel, att den förbi skolan, där den icke haft någon plats, trängt in i samhället och där blivit ett tämligen vanligt verktyg, då det gäller att åskådliggöra olika arter av variabilitet. Med funktionsbegreppet har den grafiska framställningen, diagrammet, kurvan ryckt in i den nya undervisningens plan och är där ett betydande element.

Det finnes vidare en annan fas av det matematiska tänkandet, som är av betydelse och som i stort sett står främmande för den formella åskådningens undervisningsideal. Det är rymdåskådningen, vars skolning i den nya undervis-

ningen beretts ett anseeligt rum inom den tidigare av systemet helt och hållet utfyllda ramen.

Detta är nu de ledande principer, som karakterisera den moderna matematikundervisningen, sådan den utgått ur detta utvecklingsskede. Det är nämligen att märka att det icke handlar om allmänna oprövade idéer. Det hela kan sammangjutas till en säkert arbetande matematikundervisning.

Det är nu det karakteristiska för denna undervisning, att den försiggår i matematikens egen stora verkstad, där eleverna, lärlingarna, göras förtrogna med dess verkliga arbetsmetoder och dess verkliga betydelse och insats.

Till detta kommer sedan en alldeles grundväsentlig omständighet, som på det intimaste sammanhänger med hela denna undervisnings bärande idé. Dess metodik bryter icke längre in över barnasjälen med färdiga mallar och stupida anspråk. Den äger möjlighet att röra sig på ett större psykologiskt djup. Den blir till en fint och känsligt arbetande undervisningskonst, som söker sina förebilder i det matematiska tänkandets egen utvecklingsgång, dess långsamma vandring från det konkreta och systemfria till det abstrakta och systematiska. Undervisningen genomvandrar i stark förkortning människosläktets egen mödosamma utveckling.

Det är naturligt, att denna undervisningskonst skall skänka arbetet, verksamheten en central ställning. Vi äro ju alla villiga att erkänna, att den fastaste beståndsdelen i vår kunskapsvärld konstitueras av allt det vi under vår verksamhet, vårt arbete genom erfarenhet inhämtat. Det lästa, det hörda och det sedda röra sig på ett annat plan. Den, som aldrig arbetat, kan ingenting. Det är nu denna undervisningskonsts stora överlägsenhet, att den kan gå fram längs denna av den pedagogiska konsten i stort sett föga utnyttjade väg. Det handlar därvid icke om själlös övning och tillämpning, utan om en medverkan, som är ett konstitutivt element i det helas utvecklingsgång.

Sådan är denna matematikundervisning. Den har sitt bestämde kunskapsvärde, den levande och verksamma mate-

matikens kunskapsvärde, den äger det estetiska värde, som vilar över den matematiska tankebyggnaden, den innesluter i sitt på verkligt och sunt arbete vilande inlägg i den allmänna undervisningsbilden ett etiskt moment. Den tillför sålunda allmänbildningen beståndsdelar, som fullt kunna mäta sig med de från annat håll kommande. Matematiken blir till ett med de övriga läroämnena jämbördigt läroämne.

Jag vänder mig nu till matematikundervisningen vid våra skolor.

Jag vill då genast säga ifrån, att denna undervisning ännu befinner sig inne i den formella epoken. Jag förbiser därvid icke, att man på någon enstaka punkt arbetar med nya metoder och att man väl numera vid de flesta skolor ritar ett eller annat diagram.

Gäller det att anlägga en finare analys av situationen, så är där dock en sak att iakttaga. Den tidigare av intet rubbade uppfattningen om systemets ofelbarhet har råkat i gungning. Jag tror mig träffa det riktiga, då jag konstaterar förefintlighet av en fullt förnimbar osäkerhet. Matematiklärarna skola villigt erkänna, att de i detta nu befinna sig i den besvärande situationen att icke på varje punkt veta, huru de skola ställa sin undervisning.

Den formella epokens långa duration hos oss sammanhänger i viss mån med djupare liggande kulturella idéers långsamma vandring. Tidens händelser ha härvid verkat ytterligare retarderande. Men där finnas andra för vårt land speciella orsaker. Visserligen ha de höga specialföreläsningarna av begripliga orsaker icke dominerat inom vår universitetsundervisnings tidigare skeden, men den åskådning, som utrustade den blivande läraren med specialinsikter i minimalytornas och de dubbelperiodiska funktionernas teorier, ledde i alla fall till den hiatus mellan universitetsmatematiken och skolmatematiken, som var för de höga specialföreläsningarna typisk. Det går nu icke i en handvändning att ändra dylikt isynnerhet i ett land som vårt med dess ringa utbud av mera betydande krafter. Bakom den mönsterbild av en i alla riktningar fullt modern universitetsunder-

visning, som vuxit fram under den nuvarande matematikprofessorns händer, ligger många års arbete, vetenskapligt och pedagogiskt arbete. Det har där bland annat gällt att vetenskapligt utbilda den från början icke förefintliga stab av krafter, som erfordras för att uppbära en dylik undervisning. Att det hela utan en effektiv lärarutbildning är dömt att skära in på orätt spår, ser man redan i de valhända offer åt tidens nya fordringar, som tagit sig uttryck i avslutningen av särskilda kapitel om funktionsbegreppet och grafisk framställning till den redan nedtyngda skolkursen.

Jag går nu denna formella undervisning in på livet.

Aritmetiken erbjuder det alldeles naturliga fältet för en förnuftig undervisning. Aritmetiken är ju det medborgerliga livets matematik par préférence. Det är detta som skall ge aritmetikundervisningen dess färg. Talet, det genom uppmätning och uppräknig utvunna talet, intar ju en dominerande plats i samhällslivet såsom medel för behärskande och jämförande av samhällsföreteelsernas kvantitativa sida. Räknesätten äro därvid räknekonstens svar på de frågeställningar, som osökt växa fram ur detta arbete.

På detta sätt fattad blir aritmetiken ett betydande läroämne. Den blir till ett slags kvantitativ samhällslära. Utgående från elevens anspråkslösa erfarenhetsvärld med dess måttliga och överskådbara tal, för denna aritmetik honom stegvis ut till samhällets mera storstilade kvantitativa förhållanden. Den för honom också in i det moderna samhällets finare mekanism. Bankväsendet, lånerörelsen, statens och kommunernas finansoperationer, försäkringsväsendet inryckas i arbetet. Fluktuationerna, hela det levande samhällslivets kvantitativa variabilitet, de funktionala sammanhangen komma att invävas i hans erfarenhetsvärld. Det är med en betydande fond av fasta sociala insikter han utgår ur en dylik undervisning. Han för därjämte med sig den riktiga kvantitativa orientering i samhället, det kvantitativa omdöme, som äger förmågan att inställa storleksförhållandena i deras riktiga belysning och draga riktiga slutsatser.

På detta sätt ser nu icke skolans aritmetikundervisning

ut. Den rör sig innanför den formella åskådningens galler. Räknesätten, de formella operationerna äro de primära. Vad sedan det ymniga fältet av isolerade exempel vidkommer, så är detta inordnat i det formella systemets schema. Där finnes enkel och sammansatt reguladetri, intresseräkning, rabatträkning, bolagsräkning, kedjerekning och vad allt dessa urgamla skolastiska formationer heta.

Nu är det det betänkliga, att dessa exempel, som i legio lösas av skolbarnen, icke hålla inför en förnuftig kritik. De äga en falsk anstrykning av verklighet, men en blick i de digra exempelböckerna är nog för att man skall inse, att de äro artificiella. De äga sålunda intet socialt aktualitetsintresse. Men saken är allvarligare. De äro hopkonstruerade för att tjäna såsom substrat för den formella exercisen. Därvid har i de flesta fall talmaterialets realitet till den grad fått träda i bakgrunden, att dessa exempel med sina befängda taluppgifter äro en bestämd fara för det kvantitativa verklighetssinnet. De ha mycket litet, i stor utsträckning ingenting alls med matematikens betydelse för samhället att skaffa. De färdigheter och tankekombinationer de inträna äro också i stort sett överflödiga.

Inom skolans algebraundervisning är sakläget betydligt allvarsammare. Där har man tillskapat sig ett fält för användningar, som icke finnas i verkligheten. Jag tänker på de algebraiska problemen, som finnas i hundradetal i exempelböckerna och vid vilka eleverna i årtal kvarhållas. De äro på några enstaka undantag när på sin höjd att beteckna som något slags matematiska skämtuppgifter som ingenting ha med en allvarlig undervisning att skaffa. Jag behöver ju endast påminna om familjen, som löser en ekvation av andra graden för att bestämma familjemedlemmarnas antal och trots detta stannar i okunnighet om sakläget enär ekvationen visar, att antalet är antingen 5 eller 13, för att inställa hela denna trafik i dess rätta plan. Dessa problem ha tillkommit under den andfådda jakten efter tillämpningar. Det är endast skollärarne och deras elever, som syssla med dem.

Nu lider algebraundervisningen av ett annat grundväsent-

ligt fel, som i hög grad förringar hela dess värde. Den är så över sig formell. Den aritmetiska realitet, som ju underst ligger under symbolernas transponering, faller utom denna undervisnings intresse. Det hela stannar längs hela linjen på något sätt på ytan, på avstånd från den verkliga innebörden. Det blir ett spel med bokstavssymbolerna. Skolans algebra kan närmast betecknas som en gigantisk bokstavspatience.

Det är på denna punkt den moderna undervisningen sätter in en anseelig kraft. Den vill föra tvärs genom symbolernas formella förknippning in till den ofta betydande konkreta realitet, som ligger därunder. Den vill göra formlernas språk, det matematiska tänkandets fint arbetande verktyg, till ett för eleverna levande språk. Detta är ifråga om algebra den nya undervisningens centrala programpunkt.

Geometriundervisningen avvecklar sig inom ramen av ett bestämt geometriskt system, som är en för skolan omarbetad bild av Euklides' system. Undervisningen för eleverna från sats till sats genom hela systemet.

Denna åskådning hör till de allra ålderdomligaste formationerna i hela vår elementarundervisning. Dess grundfel är att den i stället för det konkreta kunskapsmaterialet framskjuter en abstrakt systembildning, som arbetar på en annan psykologisk nivå än den där eleverna befinna sig.

Nu följer med denna systembildning en bestämd tvångsanordning av kunskapsmaterialet. Den visar sig däri, att lätt tillgängliga och viktiga beståndsdelar på grund av systemets speciella struktur komma in på ett sent, ofta alldeles för sent stadium. Tvångsanordningen tar sig emellertid framförallt det uttryck, att undervisningen under sitt begynnelsestadium en otillbörligt lång tid arbetar med ett alldeles banalt kunskapsmaterial.

Detta kunskapsmaterial är nu icke heller det centrala i denna undervisning. Det bildar endast substratet för den alldeles speciella drill i bevisföring, som ännu intar en betydande plats. Denna bevisföring faller till sina grundelement utom barnens psykologiska sfär. Hela denna ännu på många

håll odlade geometriska elokvens saknar den verkliga uppfattningens säkra struktur och blir sålunda i stort sätt värdelös.

Nu följer vidare med denna systematiserande undervisning, att den står främmande för hela den rika geometriska kunskapsvärld, som faller utom systemets ram. Där ligger bland annat hela den avbildande geometrin med dess mångskiftande inlägg i kulturen och samhällslivet.

På alla dessa punkter sätter den nya undervisningen in. Den vill göra geometrin till en arbetande geometri. Det konkreta är där det primära och centrala. Abstraktionen är en långt senare process.

Detta är nu i stora drag bilden av matematikundervisningen. Den rör sig som vi sett i föråldrade former. Det är den, som ytterst betingar matematikens skeva ställning i den allmänna uppfattningen.

Det är nu uppenbarligen en betydande uppgift att föra undervisningen ut ur denna ställning. Här måste landets matematiker, vetenskapsmännen och skolmännen, träda i samarbete. Det är en svår uppgift det gäller. Det behövs djup vetenskaplig bildning och verklig pedagogisk erfarenhet för att lösa matematikundervisningens svåra problem.