

RÄKNEUNDERVISNINGEN I FOLKSKOLAN

NÅGRA SYNPUNKTER

AV

KARL BERGGREN

Overlärare vid Malmö folkskolor

STOCKHOLM

BOKFÖRLAGET NATUR OCH KULTUR



Copyright
by
Bokförlaget Natur och Kultur

Printed in Sweden.

Lindbergs Tryckeriaktiebolag, Stockholm 1940.

Vid de diskussioner rörande barnens kunskaper och färdigheter efter avslutad folkskolekurs, som då och då återkomma, är räkneundervisningen — helt naturligt med hänsyn till dess betydelse — ett av de ämnen som oftast ställas i skottgluggen. Även om vederhäftigheten i den kritik, som vid sådana tillfällen riktas mot folkskolan och dess arbetsresultat, ej sällan — av skäl som här ej närmare skola utvecklas — kan sättas i fråga, bör det ligga i skolans intresse att låta de framförda klagomålen föranleda en omprövning av den hittills tillämpade räknemetodikens ändamålsenlighet.

Det torde därvid vara lämpligt att utgå från den situation, som väl i allmänhet kan anses föreligga vid de tillfällen, då anledning till förklenande omdömen om folkskolans räkneundervisning påvisats. En springpojke t. ex. ställes inför en praktisk räknepuppgift, som han inte kan klara. Det är ingen större räknefärdighet — i varje fall ej större, än att pojken med all sannolikhet sitter inne med den — som kräves för att utföra uppgiften. Men denna möter honom i en form, som han ej blivit förtrogen med i skolan, vilket är nog för att göra honom osäker. Pojken har visserligen fått lära sig räkna i skolan, men han har tydligen ej i erforderlig omfattning fått lära sig att göra

bruk av sina kunskaper. Undervisningen har med andra ord inte varit tillräckligt *verklighetsbetonad*.

Ett påstående som detta förefaller kanske vara överdrivet eller rent av ogrundat. Redan undervisningsplanen föreskriver ju, att undervisningen skall vara praktiskt inriktad. Och i förefintliga läroböcker i ämnet äro i anslutning härtill de s. k. benämnda uppgifterna i stor utsträckning hämtade från det dagliga livets förhållanden. Kan det rimligtvis fordras mera? På den frågan måste svaras ett obetingat ja. Det är inte nog med att Kerstin kan räkna ut, hur länge solen är uppe, om den går upp klockan 4.58 och ned 19.17. Inte heller är det tillfyllest, att Åke kan taga reda på hur lång tid det tar att resa från Stockholm till Göteborg, när tåget går från Stockholm 8.45 och är framme i Göteborg 14.54. De måste även kunna ur almanackan respektive Sveriges kommunikationer hämta de för räkningens utförande nödvändiga primäruppgifterna . . . Exemplen skulle kunna mångfaldigas, men det anförda räcker för att visa, vad som här åsyftas.

En annan orsak till att barnen efter slutad skolgång äro osäkra, när det gäller att i det praktiska livet göra bruk av sina kunskaper i räkning, torde i många fall vara att söka i otillräcklig övning i självständigt arbete. Barnen få säkerligen ofta alldeles för mycken hjälp, varigenom de fostras dels till tankelättja, dels till bristande tilltro till egen förmåga. Man skulle därför vilja tillråda våra nitiska lärare att göra mindre själva och i stället låta barnen arbeta. Det har ibland påståtts, att lärjungarna i våra B-skolor i många fall

skulle vara säkrare i räkning än sina kamrater i A-skolorna. Är detta riktigt, så måste det bero på att läraren i en B-skola helt enkelt inte har möjlighet att bedriva så mycken klassundervisning. Barnens självständiga, »tysta» arbete är här framtvingat av skolorganisationen.

Gemensamma övningar, muntliga och skriftliga, kunna ej undvaras. Klassen bör hållas samman, om inte räkneundervisningen skall glida ut i kaos. Men sedan ett visst kursavsnitt blivit gemensamt behandlat, så att barnen fått klart för sig, hur räkningen skall gå till, böra de släppas lösa på egen hand. Läraren har nog att göra ändå med att kontrollera deras arbete, hjälpa dem på traven, som kört fast, samt — inte minst — ta hand om de svagt begåvade.

I detta sammanhang är det ännu en sak, som det kanske kan vara lämpligt att ta upp till skärskådande. Det gäller frågan, huruvida barnen böra få använda facit eller ej. De flesta lärare anse nog, att så icke bör ske. Själv har jag en motsatt uppfattning, i varje fall när det gäller barnen i de högre klasserna. Jag har under åtskilliga år låtit mina elever skaffa sig facit och har haft idel goda erfarenheter härav. Förut kunde det hända, att jag kom på en och annan med fusk. Sedan barnen själva fingo börja kontrollera sina svar, har detta ej inträffat. Allt beror naturligtvis här av den anda, som är rådande i klassen. Förutsättningen för denna metod är givetvis, att läraren lyckats etablera ett förtroendefullt samarbete med sina elever, så att var och en, som inte får sina tal rätt, betraktar det som en självfallen sak att vända sig till

honom för att få hjälp. Att denna hjälp under alla omständigheter bör lämnas utan några som helst förebråelser, även om sådana måhända kunde vara befogade, är självfallet. Det är bättre att förklara en sak, som kanske inte borde behöva förklaras, än att barnen vänjas att låta bli att söka hjälp, när sådan behövs.

Bortsett från det fostrande värdet av detta tillvägagångssätt äro fördelarna härav uppenbara. Först och främst sparas tid. Viktigare är emellertid, att barnen hindras från att — ovetande — sitta och räkna kanske en hel exempelgrupp fel och därmed använda tiden inte endast till ingen nytta utan till direkt förfång för arbetet, därigenom att felaktiga metoder inövas, för vilkas bortarbetande det sedan kräves extra tid och möda.

För räkneundervisningen äro, liksom för modersmålsundervisningen, vissa regler nödvändiga. Skola dessa regler bli till verklig och varaktig hjälp för barnen, få de inte utgöra en mekaniskt inlärd utanläxa, som barnen kanske hunnit glömma bort, när de efter någon tid ställas inför liknande räkneoperationer. Regeln måste ha framgått som resultatet av övningar, vilka avse att giva barnen en på egna iakttagelser och slutsatser grundad uppfattning rörande tillvägagångssättet vid räkningen. Undervisningen måste med andra ord vara *åskådlig*.

Det bästa åskådningsmedlet vid den egentliga räkneundervisningen i exempelvis tredje klassen är samtidigt det billigaste. Det utgöres av mynttecken, som barnen själva kunna framställa genom att lägga ett vitt papper över ett mynt och gnida med den ospetsade änden av en blyertspenna på papperet, tills en tydlig

bild av myntet framträder. Dessa pappersmynt — det behövs rätt många av valörerna 1 öre och 10 öre, varför barnen kunna få i hemuppgift att färdigställa dem — höra av eleverna förvaras i en ask, som stannar i skolan, och användas dels vid åskådliggörandet av talsortsbegreppen och deras inbördes samband med varandra, dels vid inövandet av det skriftliga förfarandet vid de olika räknesätten. Tillvägagångssättet, som vid addition och multiplikation avser att lära barnen användandet av minnessiffra och vid subtraktion och division förvandling av högre talsort till lägre, ger sig självt och skall därför endast antydast.

Jag tar som exempel en divisionsuppgift, där divisionsorn ej går jämnt upp i de olika siffrorna i dividenden. Barnen få av sina pappersmynt räkna upp 2 enkronor, 2 tioöringar och 2 ettöringar, alltså tillsammans 2 kr 22 öre. Denna summa skall delas i tre lika stora delar. Hur skall detta kunna ske, då det inte finns mer än två mynt av vardera sorten? Att de måste växla de större mynten i mindre, förstå barnen genast. De inse också, att de måste börja med att växla ut enkronorna mot tioöringar. De få då tillsammans 22 tioöringar, som kunna divideras med 3, varvid 7 tioöringar komma på varje del. En tioöring blir över. Hur skall det förfaras med den? Barnen bli ej svaret skyldiga, och det dröjer inte länge, förrän delningen av hela summan är verkställd. Under en stunds »lek» ha principerna för division blivit klarlagda för barnen på ett sätt, som i fråga om åskådlighet och instruktivitet torde vida överträffa alla teoretiska utläggningar. Barnen ha samtidigt funnit utlopp för sitt verksamhetsbegär. Alla ha kunnat vara med, och alla ha

varit intresserade. Och så ha de på köpet erhållit träning i att räkna med pengar, vilket på detta åldersstadium är ett mysterium för många.

Utrymmet medgiver ej att gå närmare in på frågan om de möjligheter och utvägar, som stå till buds, när det gäller att realisera kravet på åskådlighet vid räkneundervisningen. Det må endast betonas, att varje tillfälle, som kan erbjuda sig i detta avseende, bör tillvaratagas. Den tid, som offras för detta ändamål, är väl använd. Rousseau säger på något ställe, att man måste förlora tid, om man vill vinna tid. Det är en paradox, som läraren gör klokt i att ha i minne, icke minst när det gäller denna undervisning.

Ett kapitel inom folkskolans räknekurs, som vållar många barn stora svårigheter, utgöres, såsom varje lärare vet, av bråkläran. Det kunde därför synas ligga nära till hands, att dessa svårigheter inte onödigtvis ökades. Detta är dock, vad som sker genom den traditionella uppläggnings av ämnet. Denna uppläggning är så till vida anmärkningsvärd, att den strider mot de vid all undervisning i övrigt tillämpade principerna, enligt vilka erforderliga regler förklaras och inläras i anslutning till de praktiska övningar, vid vilkas utförande barnen ha behov av att känna till reglerna. Som bekant upptager den »inledning», vilken avser att klargöra allmänna bråks uppkomst och beteckning, i regel även övningar i bråks förlängning, förkortning och liknämninggörande. Detta gör, att barnen, när de skola börja tillämpa dessa moment av bråkläran, hunnit bli mer eller mindre främmande för deras användning, varigenom åtskillig dyrbar tid

går förlorad. Värre är emellertid, att dessa övningar genom att på detta sätt brytas ut ur sitt naturliga sammanhang så att säga komma att hänga i luften, bli självändamål, vilket knappast kan vara ägnat att befordra barnens intresse för dem. Därtill kommer, att ifrågavarande övningar äro så pass komplicerade, att det torde vara lämpligt även ur denna synpunkt att breda ut dem över en längre tidrymd, så att förutsättningar kunna vinnas för nöjaktig träning av varje särskilt moment.

Först sedan de grundläggande övningarna i addition behandlats, inställer sig — i samband med övningarna i att lägga samman oliknämninga bråk — behovet av att lära barnen *förlänga*. Inövandet av konsten att söka minsta gemensamma nämnaren kan och bör anstå ännu någon tid. Få barnen på ett för tidigt stadium lära detta, frestas de att missbruka sin nyförvärvade färdighet. Hur ofta händer det ej, att en enligt traditionell lärogång uppövd elev, som skall lägga samman exempelvis $\frac{1}{4}$ och $\frac{3}{8}$, börjar upplösa nämnarna i primfaktorer, fastän han med minsta eftertanke genast borde kunna se, att gemensamma nämnaren är 8. Barnen böra alltså redan från början vänjas att söka minsta gemensamma nämnaren utan att upplösa de olika bråkens nämnare i primfaktorer och endast tillgripa denna tidsödande procedur, då de ej på annat sätt kunna finna nämnarnas gemensamma dividend. I själva verket torde denna omväg ytterst sällan vara nödvändig, under förutsättning naturligtvis, att man i enlighet med undervisningsplanens föreskrift undviker bråk med större tal till nämnare.

Förkortning av bråk har ju knappast någon praktisk betydelse förrän vid multiplikation och kan därför utan olägenhet uppskjutas, till dess detta räknesätt skall inövas. Naturligtvis förutsätter detta, att lärobokens exempel till additions- och subtraktionskursen äro valda med hänsyn till att förkortning i svaret ej kräves, likaså att barnen, sedan de lärt att förkorta, bli satta i tillfälle att använda dessa kunskaper även vid dylika uppgifter, så att de få klart för sig, att förkortning *kan* förekomma jämväl vid addition och subtraktion. Sammanfattningsvis kan sägas, att ett successivt införande av *de* i det föregående nämnda tre hjälpmedlen vid bråkräkningen inte endast kommer undervisningen till godo i så måtto, att barnen omedelbart få tillfälle att praktiskt tillämpa dessa övningar. De få genom en sådan lärogång även klart för sig *syftet* med övningarna, förstå att de äro *hjälpmedel*, som tjäna till att underlätta deras arbete. Övningarna få med andra ord mening och tillvinna sig därigenom också barnens intresse.

En av bråklärans största svårigheter torde möta, när det gäller att lära barnen *delningsdivision med bråk i divisorn*. Enda sättet att lära barnen *förstå*, varför man får veta priset på 1 meter, om man dividerar priset för $\frac{3}{4}$ (0,75) meter med $\frac{3}{4}$ (0,75), torde vara att vid uträkningen anknyta till den tankegång, som ligger till grund för reguladetriräkningen. Om tre fjärdedels meter betalas med 1,80 kr, kostar en fjärdedels meter tredjedelen härav och fyra fjärdedels meter fyra gånger detta belopp. Först sedan barnen uppfattat denna tankegång och genom jämförelse med

tillvägagångssättet vid division fått klart för sig, att resultatet i båda fallen blir detsamma, kan man låta dem använda den sistnämnda enklare uträkningsmetoden. Härav följer emellertid, att dylik division ej bör införas, förrän kursen i reguladetri är genomgången.

En synpunkt, som knappast kan lämnas obeaktad i en låt vara än så kortfattad översikt av räknemetodiska spørsmål, är förhållandet mellan allmänna bråk och decimalbråk. Alla torde numera vara ense om att räkning med decimalbråk förutsätter åtminstone en elementär kännedom om allmänna bråk. Den framstående räknemetodikern K. P. Nordlund gick t. o. m. så långt, att han förordade en fullständig kurs i allmänna bråk, innan undervisningen i decimalbråk tog sin början. I fråga om multiplikation och division med decimalbråk i multiplikatorn respektive divisorn torde Nordlunds uppfattning ha visat sig vara fullt riktig. Dessa räknesätt grunda sig på samma principer, som tillämpas vid multiplikation och division i allmänna bråk, och barnen torde därför näppeligen kunna förstå innebörden av de nämnda räknecoperationerna, därest de ej förut erhållit den närmare inblick i bråkläran, som sjätte klassens utförligare kurs i allmänna bråk avser att bibringa. Dessa räknesätt böra därför kunna med fördel överföras till sjätte klassen. För en dylik åtgärd talar jämväl den omständigheten, att femte klassens omfattande kurs i räkning därigenom erhåller en välbehöfvig avlastning. Däremot torde erfarenheten ha visat, att nyttan av en mera ingående behandling av allmänna bråk i femte klassen ej står

i proportion till den tid, som kräves härför. Då barnen ej i fortsättningen komma att syssla med dylik räkning, ha de i allmänhet glömt bort, vad de lärt, innan ämnet återupptages i sjätte klassen.

Ett av räkneundervisningens viktigaste mål är att bibringa barnen *säkerhet* i räkning. Det effektivaste medel, som härvid står läraren till buds, torde — vid sidan av ett tillräckligt och ändamålsenligt ordnat övningsmaterial — utgöras av regelbundet återkommande *repetitioner*. Säkerligen har varje lärare gjort den erfarenheten, att barnen efter att någon tid ha sysslat med ett visst kursavsnitt hunnit om ej glömma bort så dock bli mer eller mindre främmande för tillvägagångssättet vid utförandet av tidigare inövade räkneoperationer. Naturligtvis kan det bortglömda snart nog åter inhämtas, åtminstone för tillfället, men detta tar tid i anspråk, och den nödiga säkerheten i räkning torde knappast befordras genom en dylik metod. Säkerhet i räkning kan endast vinnas genom *plannässigt* ordnade repetitioner. Dessa repetitioner — som huvudsakligen böra omfatta mekanisk träning — kunna med fördel givas formen av *hemuppgifter*. Knappast något av folkskolans läroämnen torde lämpa sig bättre för detta ändamål än just räkning. Liksom vid allt annat hemarbete gäller naturligtvis även här, att det bör undvikas att arbetet blir betungande eller att barnen föreläggas uppgifter, som de ej kunna gå i land med. Uppgifterna böra väljas med hänsyn därtill, att lärjungarna, under tiden ett nytt kursavsnitt genomgås i skolan, skola få tillfälle att genom övning

i hemmet vidmakthålla och befästa, vad som tidigare behandlats i klassen.

Till säkerhet i räkning hör också förmåga att tillämpa vårt *sortsystem*. Nästan all räkning i det dagliga livet förutsätter nöjaktig insikt i detta avseende. Därest barnen icke behärska denna viktiga sida av ämnet, torde den kunskap och färdighet de i övrigt förvärvat vara skäligen värdelös ur praktisk synpunkt. Mycken övning kräves därför på detta område. Att, såsom ofta sker, förlägga den egentliga träningen med sorträkning till slutet av respektive årskurser är något i stil med att kasta jästen efter degen i bakugnen. Ju tidigare barnen i varje årsklass få tillfälle att börja syssla med sorträkning, desto större bör givetvis säkerheten på detta område bli. Det gäller emellertid här såsom vid all undervisning att skynda lagom. Sorträkningen erbjuder, såsom varje lärare vet, så pass stora svårigheter, att det är nödvändigt att varje särskilt moment övas i tillräcklig omfattning, innan man går vidare.

Av största vikt är, att barnen, innan de skola börja tillämpa sortförvandlingen vid skriftlig räkning, äro fullt förtrogna med tillvägagångssättet såväl vid förvandling till viss sort som vid uppdelning i särskilda sorter. Ej mindre betydelsefullt är, att de erhållit en riktig uppfattning av de olika måttens storlek. Metermått eller måttband samt de vanligaste vikt- och rymdmåtten höra därför till den oundgängliga materiellutrustningen. Däremot äro bilder i förminskad skala ägnade att ge barnen en oriktig föreställning om de olika måttens storlek.

14

Härmed har den uppgift, förf. förelagt sig, slutförts. Mycket kunde naturligtvis vara att tillägga. Avsikten har emellertid endast varit att — med uteslutande av alla talteoretiska spekulationer — upptaga till diskussion och i mån av förmåga medverka till klargörandet av några av de problem, som varje lärare ställes inför vid sin räkneundervisning.

MATEMATIK FÖR MILLIONER

Av prof. *Lancelot Hogben*. Två delar. 650 sid.
2:a uppl. 12: 50, inb. i ett band 17: 50.

I denna i sitt slag enastående bok berättas civilisationens historia samtidigt med att den lätt och lekande inför läsaren i den matematiska problemvärlden, utan vilken ingen civilisation varit möjlig. "Matematik för millioner" vill jaga bort matematikrädseln hos oss vanliga dödliga.

Professor *Lancelot Hogben* har gjort till sin uppgift att väcka intresset och avlägsna mindervärdeskomplexen hos en del av de millioner, som ha gett upp hoppet att kunna lära sig matematik på det vanliga sättet. Inbördes tala herrar matematiker i mystiska formler. Hogben talar på vanliga människors språk och visar, intensivt och åskådligt, att formlerna vuxit fram blott som förkortade beteckningar för *verkliga* förhållanden. Matematik är inte bara teckenlära, som Nietzsche trodde. *Den är ett hjälpmedel för att kunna förklara och behärska naturen.*

"Boken är så trevlig och underhållande skriven att man faktiskt kan sätta sig och läsa den — så matematik det är — som vore den en detektivroman. Som lärobok är 'Matematik för millioner' helt enkelt briljant. Den kan läsas och *förstås* även av personer utan några som helst förkunskaper. Lancelot Hogbens bok är ett ovärderligt tillskott till den svenska populärvetenskapliga litteraturen, vilken förut inte är alltför omfattande."

C. P.—t i Skånska Aftonbladet.

"Man ligger hoprullad på soffan och läser matematik, som om det vore en detektivroman."

Nationaltidende.

N A T U R O C H K U L T U R

Lärobok i räkning för folkskolan. Av överlärare KARL BERGGREN. 5 delar varav utkommit: Del I. *Tredje skolårets kurs.* Del II. *Fjärde skolårets kurs.* Del III. *Femte skolårets kurs.* Del IV. *Sjätte skolårets kurs.* Per del 0: 75.
Provräkningsuppgifter därtill.

Hur skall jag bli styv i matematik? Handledning för självstudium av fil. dr GÖSTA SETTERBERG. 2:a uppl. 2: 90, inb. 3: 50.

Matematik för alla. Från decimalbråk till sammansatt ränta och med ekvationslära för självstudium av EINAR ÖSTERHOLM. 3: —, inb. 3: 75.

Hur man lär sig geometri. Geometriens grunder med praktiska tillämpningar av lektor CONRAD LÖNNQVIST. 80 bilder. 3: —, inb. 3: 75.

Hur man beräknar ytor och avstånd. Planimetri med praktiska tillämpningar av lektor CONRAD LÖNNQVIST. 90 bilder. 3: —, inb. 3: 75.

Lärobok i geometri för realskolor och därmed jämförliga läroanstalter av lektor C. E. SJÖSTEDT. Kart. 2: 25.

Geometri för realgymnasiet. Likformighetslära, planimetri och rymdgeometri. Av lektor C. E. SJÖSTEDT. Kart. 3: 50.

BOKFÖRLAGET NATUR OCH KULTUR

Pris 40 öre