Allmänna grundsatser.

Räkneundervisningens mål i folkskolan är: *att sätta barnen i stånd att förstå och lösa de räkneuppgifter, som det praktiska lifvet förelägger hvar och en medborgare, hvad klass eller stånd han än må tillhöra.*

Skall lärjungen genom denna undervisning ledas till att förstå de uppgifter, praktiska lifvet erbjuder, så måste undervisningen vara *förståndsbildande.*

Men denna förståndsutveckling får ej vid räkneundervisningen i folkskolan sättas såsom mål i och för sig, utan den skall eftersträfvas och befrämjas just i syftningen af att vinna klara talföreställningar och att lämpa dem på förhållandet i lifvet.

För att vid räkneundervisningen kunna se fordran på förståndsbildning till godo, måste läraren anse såsom sin hufvuduppgift ej att vara den gifvande, den meddelande, utan den *ledande,* som ordnar uppgifterna, angifver utgångspunkterna och riktningen, för att sedan låta barnen sjelfva sluta sig till följderna, draga slutledningarna, fullända bevisningen.

Vidare har läraren, för att se den ofvan angifna fordran till godo, att gå *systematiskt* tillväga. Hvarje talföreställning är visserligen något för sig, men alla föreställningarna hänga på det närmaste med hvarandra tillsammans. Alla utveckla sig ur den föreställning, som betecknas med ett, eller enheten. Hvart och ett föregående är grunden för det efterföljande. Försummas den säkra grundläggningen, blifver allt osäkert; hvarje lucka hämnar sig här som på intet annat område.

Den andra synpunkten, som läraren har att beakta för uppnåendet af det angifna målet, är att den skall vara en *sakundervisning,* men en sakundervisning, som alltjemt öfvar uti talbildande.

Talen förekomma i lifvet aldrig nakna, aldrig såsom något i och för sig. De tillämpas oupphörligen på förhållanden och ting. Att göra barnen i någon mån förtrogna med dessa ting och förhållanden t. ex. mynt, mått, vigt, kapital och procent o. s. v. och att lära dem att på desamma tillämpa de särskilda talföreställningarna, det hör med nödvändighet till uppgiften för räkneundervisningen i folkskolan, på det att barnen, när de derifrån utgå och räkneuppgifterna, som lifvet förelägger, träda dem till mötes, måtte träffas af dem såsom af något bekant och kändt, för hvars rigtiga lösning de äro beredda och iståndsatta.

Lärarens bemödanden måste derföre gå ut på att ända från början och sedan alltfort använda talen på konkreta fall. Detta medför dessutom för räkneundervisningen såsom sådan, för sjelfva talföreställningarna, den fördelen, att det sprider ljus öfver desamma samt väcker och lifvar intresset derför genom att inlägga ett verkligt innehåll. I början äro väl talföreställningarna hufvudsak, men sedan blifver tillämpningen af talföreställningarna på förhållandena i lifvet det vigtigaste.

Den tredje synpunkten vid räkneundervisningen är, att de särskilda operationerna skola *öfvas*, till dess att färdighet vinnes. Denna fordran måste folkskolan se till godo dels derföre, att hennes elever ur skolan direkt införas uti lifvet, som tränger sig på dem med sina uppgifter och kräfver deras lösning — folkskolan får ej vänta att färdigheten skall tillföras dem från något annat håll — dels ock derföre, att öfningen är nödvändig för att stadga insigten och för att rotfästa henne, så att hon förblifver; — utan öfning skall insigten snart förgå och det på insigtens meddelande nedlagda arbetet blifva utan frukt. Men uppgifterna äro dels af en svårare art med större, mera invecklade förhållanden, dels af en lättare med tal af ringa omfång, med enkla förhållanden och med fordran på mera ögonblicklig lösning. Deraf följer att öfningen af räkneoperationerna skall vara af dubbel beskaffenhet: dels uti att med griffel eller penna behandla de större och mera invecklade uppgifterna, och dels uti att utan yttre hjelpmedel i hufvudet söka resultaterna af de enklare problemerna, som fordra lösning — så att säga — på stående fot.

Första Kursen.

Talen 0—99.

Iakttagelser rörande behandlingen af denna talserie.

1:o. *Dessa tal måste med synnerlig noggrannhet behandlas,* emedan de bilda grundvalen för all räkning och emedan de i lifvet oftast användas.

2:o. *Den erforderliga grundliga kännedomen om talen meddelas genom allsidig behandling af hvarje tal för sig.* Det är nämligen erkändt och af erfarenheten bestyrkt, att denna kännedom bättre vinnes genom sådan behandling af de särskilda talen, än genom liktidig behandling af hela talserier.

3:o. *Vid behandlingen af de enskilda talen utgår man från åskådningen; först fattas det hela i sigte; sedan efterses, af hvilka delar det består, och i hvilket förhållande det hela och delarne stå till hvarandra; slutligen undersökes, i hvad mån det nya talet och de redan bekanta skilja sig från hvarandra.*

Obs.! Talen och operationerna åskådliggöras fullständigt och omsorgsfullt. Åskådliggörandet är visserligen närmast lärarens sak, men barnen måste tillhållas, att sjelfva, så snart möjligt är, taga del deruti. Således bör läraren ej blott visa t. ex. 4 kuber och säga: detta är antalet fyra, utan äfven tillsäga barnen visa mig 4 (6, 8 etc.). Detta är det bästa medel att förflytta lärjungen från sitt mer eller mindre passiva förhållande till sjelfverksamhet. Härvid är att märka, att läraren måste vara försedd med ett tillräckligt åskådningsmaterial, såsom ej blott kuber, kulor, utan ock grifflar, slantar, pinnar, och så vidare, hvilket omväxlande begagnas, liksom föremålen i rummet.

4:o. *Allt, som lärjungen förmedelst åskådning klart uppfattat, måste strax fritt i hufvudet öfvas till säkerhet och fasthet.* Till den klara insigten måste öfning och färdighet komma.

5:o. *Med de formela räkneöfningarna förbindes genast och så innerligt som möjligt det tillämpade räknandet.* Så snart derföre ett talförhållande genom åskådning blifvit uppfattadt, tillämpas det på förhållanden lånade från det praktiska lifvet (räkning med *använda* tal ex. A. köpte 8 äplen och gaf bort 4; huru många hade han sedan qvar?) på ett sätt, som motsvarar barnens ståndpunkt.

Obs.! Särdeles uppmärksamhet förtjenar det senare slaget af det »tillämpade räknandet». I det förstnämda slaget deraf är sjelfva operationen angifven; den räknandes uppgift är endast att utföra densamma. I det sistnämda deremot måste äfven sjelfva operationen af den räknande uttänkas och detta är just uppgiftens tyngdpunkt.

6:o. *Vid hvarje steg, mindre eller större,* — efter behandlingen af hvarje särskildt tal, särdeles efter behandlingen af hvarje series sluttal — *sker en tillbakablick, en repetition, som sträcker sig öfver hela det behandlade området och vid hvilken synnerlig vigt lägges vid tillämpningen på det praktiska lifvet.* Föreställningar och begrepp, särdeles rent abstrakta, äro ej en verklig egendom derigenom, att de en gång uppfattats. Blifva de ej tid efter annan uppfriskade och förnyade, förblekna de snart och förloras slutligen alldeles.

Som serien 0—99 är för stor att på en gång behandlas, så sönderdelas den i mindre serier, hvilka lämpligen kunna blifva 0—4, 5—9, 10—19 (eller om man så vill 10—14 och 15—19) och 20—99.

Innan räkningen med en series tal börjar, gifver man barnen en öfversigt af samtliga talen inom denna serie, samt behandlar sedan samtidigt addition och subtraktion, och samtidigt multiplikation och division.

Talen 0—4.

I. Uppfattning, bildande och betecknande.

1:o. *Uppfattning och bildande. Talet 1.* Läraren ställer fram en kub, (en slant, en kritbit, framskjuter en kula o. s. v.)

och frågar: Hvad är detta? (en *kub*, en *slant* o. s. v.). Huru många kuber stå här? (*en* kub). Säg någon sak, hvaraf blott en finnes här i rummet! (*en* kakelugn). Huru många fingrar håller jag upp? (*ett* finger).

Talet 2. Bredvid det förut framstälda föremålet ställes ett annat af samma slag. Huru många kuber stå här? (*en* kub). Och här? (*en* kub). Huru många kuber äro dessa tillsammans? (*två* kuber). Huru många kuber blir således *en* kub och *en* kub? (*en* kub och *en* kub blir *två* kuber). Huru många luckor har kakelugnen? Huru många händer (ögon, fötter) har du? På samma sätt behandlas talen 3 och 4.

Betecknande. Om jag nu på taflan skall draga ett streck för att beteckna hvarje kula, jag har, huru många streck skall jag då draga för att beteckna denna? (|). För att beteckna dessa? (||) o. s. v. Drag på taflan så många streck, som du har händer! Som det finnes fötter på stolen! Drag två, tre streck!

Huru många streck drager jag på taflan för att beteckna *ett?* (|). I stället för att göra strecket sådant (|), gör jag det vanligen på detta vis (på taflan skrifves en etta, 1). Detta tecken kallar jag en *etta!* Huru många streck utmärker ettan? (ettan utmärker *ett* streck). Huru många streck skall jag draga för att beteckna två? (||). För att slippa skrifva så många streck, skrifver jag i stället för || ett tecken, som ser så ut (2) och kallar det en *tvåa!* (Detta skrifves sålunda || 2). Huru många grifflar betecknar tvåan? Om jag i stället för tvåan vill skrifva streck, huru många bör jag då skrifva? På samma sätt 3 och 4.

Huru många kuber har jag nu i handen? (inga). För att beteckna, att jag ingen kub har, skrifver jag ett tecken, som ser så ut (0), och detta kallas noll!

Det på taflan skrifna har nu följande utseende:

	0
I	1
II	2
III	3
IIII	4

De till höger stående tecknen kallas med ett gemensamt namn siffror!

Räkna upp siffrorna! (noll o. s. v.). Börja med fyran och uppräkna dem i omvänd ordning!

Uppskrif med siffror, huru många fötter du har! Med streck, huru många fötter en oxe har! Med streck, huru många horn han har! Med siffror, huru många horn en hund har! o. s. v.

Huru många streck utmärker ettan? För att kortligen utmärka detta, skrifver jag tvenne streck sålunda (=) mellan (| = 1) och utläser detta: ett streck är lika med (eller utmärkes med) ettan o. s. v.; på samma sätt genomgås de öfriga siffrorna; det ofvan skrifna får då följande utseende:

0
I = 1
II = 2
III = 3
IIII = 4

Anm. Att redan nu lära barnen siffrorna och deras betydelse möter ingen svårighet, men medför ganska många fördelar, bland andra den, att man genom deras införande får tillgång till ett stort antal tysta öfningar, såsom t. ex. denna då

läraren skrifver:	och barnen skrifva:
1 = ?	1 = I
2 = ?	2 = II
3 = ?	3 = III
4 = ?	4 = IIII
5 = ?	5 = IIIII.

eller omvändt, då

läraren skrifver:	och barnen skrifva:
I = ?	I = 1
II = ?	II = 2
III = ?	III = 3
IIII = ?	IIII = 4.

På samma sätt kan man använda +, —, ×, och : o. s. v.

Den *naturliga talföljden* är nu också inlärd. Läraren låter barnen räkna från 0—4 och från 4—0 först med, sedan utan åskådningsmedel; frågar: hvilket tal följer på 2, på 3; hvilket tal står före 4, efter 1? o. s. v.

Skilnaden mellan *antal* och *ordning*. 4 kuber framställas (4 streck dragas) och läraren frågar: hvilken är den första kuben (som jag framsatte)? — den tredje? Visa mig *två* kuber! Visa mig den *andre* kuben? Visa mig 3 k.! Visa mig den 3:dje! o. s. v.

Sedan barnen sålunda fått en öfverblick öfver talen inom serien, öfvergår man till hvart och ett särskildt af dessa tal, samt lär barnen räkna inom det område, talet omfattar. Denna räkning föregås af öfningar med åskådningsmaterial, hvilka öfningar afse att visa talens sammansättning och egenskaper.

II. Sammanläggning, jemförande och fråndragning.

(Föröfningar för addition och substraktion.)

1. Sammanläggning.

a) *Medelst åskådningsmedel. Talet 2.* Två kuber framställas, skilda från hvarandra, och läraren frågar: huru många kuber stå här? (en kub). Och här? (en kub). Nu ställa vi kuberna tillsammans; huru många få vi då? (två kuber). Huru mycket blir således en kub och en kub? (en kub och en kub blir två kuber.)

b) *Medelst hufvudräkning.*

1) *I uppgifter med benämda och använda tal.* En fader hade *1* gosse och *1* flicka; huru många barn hade han? A. hade *1* öre, och fick dertill *1*; huru många hade han sedan?

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Man kan ock låta barnen få några uppgifter med obenämda tal, såsom: hvad är 1 och 1? 2 och noll?

c) *På taflan.* Huru många kuber stå här? (1 kub). Och här? (1 kub). Skrif upp, huru många kuber som stå här! Och huru många som stå här! Nu skola vi lägga dessa tillsammans Detta utmärka vi genom att mellan talen sätta ett sådant tecken (+)! Huru ser det tecknet ut? (som ett rätt upp stående kors). Detta tecken kallas plus! Hvad utmärker nu plustecknet! att de tal, mellan hvilka det står, skola läggas tillsammans). Lägg nu tillsammans dessa tärningar! (tärningarne ställas tillsammans). Huru många få vi då? (2 tärningar). Skrif upp detta! Huru mycket är 1 + 1 lika med? I stället för att nu skrifva upp orden lika med, sätta vi ett tecken som ser så (=) ut, och detta kallas likhetstecken! Huru ser likhetstecknet ut? Hvad utmärker likhetstecknet? att de tal, mellan hvilka det står, äro lika med hvarandra). Läs nu, hvad vi skrifvit! (1 + 1 = 2)' Man låter barnen också lägga 0 till 2 och 2 till noll, samt sedan läsa allt det sålunda tecknade, som då har detta utseende:

$$0 + 2 = 2$$
$$1 + 1 = 2$$
$$2 + 0 = 2$$

Då 3 sönderdelas sålunda fås:

$$0 + 3 = 3$$
$$1 + 2 = 3$$
$$2 + 1 = 3$$
$$3 + 0 = 3.$$

För att vid hufvudräkning få barnen att inse, huru tal på detta sätt kunna sönderdelas, gifver man frågor sådana som: Jag såg 4 barn, gossar och flickor; huru många gossar, och huru många flickor kunde det vara? Jag har 3 slantar i båda händerna tillsammans; huru många slantar kunna vara i högra och huru många i venstra?

2. Jemförande.

a) Barnen lära känna, hvad som förstås med lika och olika storheter och tal.

2 lika stora vågräta linier uppdragas bredvid hvarandra. Hvilken är större än den andra? (Ingen). Hvilken är mindre än den andra? (Ingen). De äro lika (stora). Nu dragas två sådana linier af olika storlek. Hvilken är större? Hvilken är mindre?

Derpå genomgås detsamma med tal. Ex.:

0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0

4 och 4. Lär. (visande på den ena fyran): Huru många är detta? (4). (Visande på den andra): huru många är detta? (4). Hvilket tal är större (4 som står *öfver* eller 4, som står *under*)? (De äro lika). 4 och 4 äro alltså två *lika* tal. Hurudana tal äro, sade vi, *4* och *4?* (Två lika tal).

4 och 3. Lär. (visande på 3): huru många är detta? (visande på 4): huru många är detta? Hvilket är således större 4 eller 3? Hvilket är mindre?

b) Barnen lära uppfatta, huru mycket en storhet eller ett tal är större än ett annat.

Genom åskådningsmedel. Två linier dragas af olika längd:

Så mycket den längre linien går utöfver den mindre, så mycket större är hon än denna.

Huru mycket längre måste jag göra den öfre linien, för att den skall blifva lika stor med den nedre? (Genom en prickad linie tillsättande det stycke, som fattas): så mycket. Hvarföre måste jag göra henne just så mycket större, (längre)? Emedan hon är just så mycket mindre (kortare).

0 0 0 |

0 0 0 | 0

3 och 4. Lär. (visande på 4): Huru mycket är detta? (Visande på 3): huru mycket är detta? Hvilket tal är större? Huru mycket går *4* utöfver *3?* Alltså: *4* är *1* större än *3.* Huru mycket skall jag lägga till *3* för att få *4?* Detta kan ock visas med kuber, kulor o. s. v.

3. Fråndragning.

a) Medelst åskådningsmedel. Talet 2. Huru många kuber stå nu på bordet? (2 kuber). Om vi derifrån borttaga en kub, huru många hafva vi då qvar? (1 kub). Hafva vi således fler eller färre kuber än förut? (färre). Huru många mindre? (1 mindre). Huru mycket är således 2 kuber minskade med 1 kub? (2 kuber minskade med 1 kub blir 1 kub; eller: om från 2 kuber tages 1 kub, återstår 1 kub). Om jag från dessa 2 kuber tager bort 2 kuber, huru många äro då qvar? o. s. v.

b) Medelst hufvudräkning.

I. *I uppgifter med benämda och använda tal.* En gumma hade 2 gäss och sålde 1; huru många hade hon qvar? (hon hade 1 qvar). En gosse hade 2 slantar och köpte ett äple för hvardera slanten; huru många slantar hade han qvar? (han hade inga qvar).

II. *I uppgifter med obenämda tal.* Huru mycket är 2 minskadt med 1? 2 minskadt med 2? o. s. v.

c) *På taflan.* Huru många kuber stå här? (2 kuber). Skrif upp deras antal på svarta taflan! Nu skola vi taga bort 1 kub. Skrif upp, huru många kuber vi skola taga bort! Denna siffra sätta vi till höger om den förra! För att utmärka, att 1 kub skall tagas från 2 kuber, sätta vi ett sådant (—) tecken mellan den. Huru ser det ut? (som ett rakt streck). Detta streck kallas minus! Hvad utmärker minus? (Att det tal, framför hvilket det står, skall dragas från det föregående). Tag nu bort 1 tärning! Huru många stå qvar? (1 tärning). Skrif upp detta! Huru mycket är 2 minskadt med 1? Huru utmärka vi, att 2 — 1 är lika med 1? Man låter nu barnen minska 2 med 2 och med noll. Det skrifna får nu detta utseende:

$$2 - 0 = 2$$
$$2 - 1 = 1$$
$$2 - 2 = 0.$$

Sedan ett tal är på detta sätt behandladt, öfvar man barnen i hufvudräkning inom detta tal, och öfvergår sedan till det följande.

III. Mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning.

(Föröfningar för multiplikation och division.)

I. Mångfaldigande.

a) *Medelst åskådningsmedel. Talet* 2. Lär. gifver barnet 1 kub. Hvad har du fått? (en *kub*). Huru *många* kuber? (*1* kub). Huru många *gånger* räckte jag dig *1* kub? (1 gång). Huru många kuber har du? Om jag således *1* gång räcker dig *1* kub, så har du huru många? *1* gång *1* är således *1*. Hvad är *1* gång *1?* Lär. räcker barnet *2 gånger 1* kub. Huru många gånger har du fått kuber? (*2* gr). Huru många fick du hvarje gång? (*1*). Huru många har du nu, sedan jag gifvit dig *1 två* gånger? (*2*). 2×1 således = ? (2).

Anm. Man göre väl tydligt, hvad som förstås med gånger.

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* Ex. A. fick på morgonen *1* öre och vid middagen ännu *1*; huru många ören? B. fick af sin syster *1* äple och af sin bror *1*; huru många äplen? Huru många gånger fick han *1* äple? — Dessa uppgifter tarfva i början en lösning ungefärligen sålunda: För *1* öre får jag *1* griffel; huru många för *3?* För *1* öre får jag *1* griffel; för *1* öre och *1* öre får jag *1* griffel och ännu *1* griffel, d. v. s. för 2 öre får jag *2* grifflar; för *1* öre och *1* öre och *1* öre får jag *1* griffel och *1* griffel och *1* griffel, d. v. s. *3* grifflar, o. s. v.

II) *I uppgifter med obenämda tal.* 2 gånger *1* = ? (2). Alla: 2 gr 1 = 2; 2 är huru många gr *1?*

c) *På tafla.* Tag dig *1 gång* 1 kub! Huru många *gånger* tog du kuben? (en gång). Skrif upp detta på taflan! Huru *många* kuber tog du? (*1* kub). Skola vi utmärka, att du ett visst antal *gånger* tagit föremål, så skrifva vi ej gånger, utan i stället ett tecken, som ser så (×) ut! Detta tecken utmärker gånger! Hur ser det tecken ut, som utmärker gånger? (som ett snedt kors). Hur såg det tecken ut, som utmärkte, att tal skola sammanläggas? Tag en gång 2 kuber! o. s. v. Man låter barnen också taga 2 kuber *ingen* (0) gång och *inga* kuber 2 gånger, samt upptecknar äfven detta. Det skrifna ser nu så ut:

$$0 \times 2 = 0$$
$$1 \times 2 = 2$$
$$2 \times 1 = 2$$
$$2 \times 0 = 0.$$

2. Undersökning af innehåll.

a) *Medelst åskådningsmedel.* Huru många kuber har du nu? (*2*). Gif mig båda på en gång! Huru många gr har du nu gifvit mig kuber? (*1* gång). Huru många gaf du mig den gången? (*2*). Huru många har du qvar? (*0*). Du tog således *2 en gång* ur *2*, och huru många hade du sedan qvar? (*0*). Huru många gånger kan du taga *2* ur *2?* Om du tager 2 *en* gång ur *2*, huru många har du qvar? (*0*). Jag gifver dig igen de 2 kuberna. Huru många har du nu? (*2*). Gif mig dem, men gif mig *1* hvarje gång? (*1* gng, 2 gr). Huru många gr har du nu gifvit mig kuber? (*2* gr). Huru många hvarje gång? (*1*). Huru många har du qvar? (*0*).

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *1 uppgifter med benämda och använda tal.* En gosse har *2* ören, som han vill gifva bort åt sin kamrat. Han vill ej gifva dem på en gång, utan endast *1* öre hvarje gång; huru många *gr* får han gifva honom penningar? Huru många gifver han bort hvarje gång?

II) *I uppgifter medelst obenämda tal.* Huru många *gr* kan jag taga *1* ur *2?* (*2 gr*). Huru många *gr* finnes *1* uti *2?* (*2 gr*). Hvilket tal innehålles *2 gr* uti *2?* (*1*). I hvilket tal innehålles *1 två gr?*

c) *På taflan.* Huru många kuber stå här? (2 kuber). Skrif upp detta på taflan! Tag nu bort 2 kuber! Skrif upp, huru många kuber du tog bort! Huru många gånger kunde du taga 2 kuber, då du hade 2 att taga af? (1 gång). Huru många gånger innehålles således 2 uti 2? Att vi skola se, huru många gånger ett tal innehålles i ett annat, det utmärka vi genom ett sådant (:) tecken! Hvad utmärker detta tecken? Huru ser det ut? (som tecknet kolon, eller som två punkter, stående den ena öfver den andra). Skrif, huru många gånger 2 innehölls i 2! Sätt ock ut likhetstecknet! På samma sätt skrifves 2 : 1 = 2. Det skrifna får nu detta utseende:

$$2 : 2 = 1$$
$$2 : 1 = 2$$
$$0 : 2 = 0.$$

Anm. Divisorn läses först.

3. Delning.

a) *Med åskådningsmedel.* Jag har nu *2* kulor; dem vill jag gifva åt er båda. Nu kunde jag dela så, att jag gåfve dig *1* hel och en del af den andra, men åt dig blott den återstående delen af den här. Hvilken af er hade då fått mest? Hvilken minst? Men nu vill jag dela så, att I få *lika* mycket *hvar*. Jag gifver dig den här, men åt dig den här. Hafven I fått *lika* många eller *olika* många? (*Lika* många). Huru många har du? du? *Hvad* har jag delat eder emellan? (*Två*). *Mellan huru många* har jag lika delat *2?* *Huru* har jag delat det emellan eder? (*Lika*). Och huru mycket får således hvar och en, om jag delar *2* lika emellan *2?* Eller I hafven fått *hälften* hvar. (Detta kan visas genom att sammanställa de två kuberna och sedan taga bort en, då det synes, att hälften — halfva höjden — af den höjd, de båda uppnådde, återstår).

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* *2* flickor få 2 äplen att lika dela; huru många hvar? Huru många flickor? Huru många äplen att lika dela? Får en behålla båda två? Hvad skola de då göra med dem? (Lika dela). Huru många delar måste jag göra deraf? Hvarför? (Emedan de äro *2*). Huru många blifver det i hvar del, om *2* lika dela *2?* Huru många äplen får då hvarje flicka? En fader ville dela *två* päron mellan sina *två* barn och gifva dem lika mycket; huru många får hvar? Huru stor del af *två* päron får hvar? En gosse hade *två* plommon, men gaf bort hälften; huru många gaf han bort? Huru många hade han sedan qvar? *Två* bröder fingo dela äplen så, att de fingo *ett* hvar; huru många hade de att dela?

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Huru mycket får hvar och en, om jag delar *2* lika mellan *2?* Huru stor del är *1* af *2?* Hvilket är hälften af *två?* Huru många skola dela *2*, för att få *1* hvar? Af hvilket tal är *1* hälften.

c) *På taflan.*

Huru många kuber stå här? (2 kuber). Skrif upp detta antal! Nu skola vi dela dessa kuber mellan 2 personer. Skrif upp, mellan huru många vi skola dela dem! Att vi skola dela ett tal i lika delar, det utmärka vi genom samma tecken, hvarigenom vi utmärkte »innehålles uti». Huru såg detta tecken ut? Sätt ut det! Dela nu kuberna! Huru många kommo på hvarje del? Skrif upp detta! Sätt ock ut likhetstecknet! Läs det vi skrifvit!

Det skrifna ser nu sålunda ut:

$$2 : 2 = 1.$$

Härefter öfvas nu lärjungarne i hufvudräkning inom det behandlade talet.

Anm. Man kan vid genomgåendet af serien välja tvänne vägar, nämligen antingen behandla alla fyra räknesätten för hvarje tal särskildt, eller ock först genomgå addition och subtraktion med alla talen inom serien, och sedan multiplikation och division. Så synnerligen stor vigt ligger ej på, hvilket sätt man väljer. När man väljer den senare vägen, få barnen ej så många tecken att inlära på en gång, en omständighet, som medför åtskilliga fördelar.

IV. Repetition.

Då alla fyra räknesätten inom ett tal äro behandlade, eller då inom en serie alla dessa räknesätt genomgåtts, sker en repetition, så väl genom räkning i hufvudet, som genom räkning på taflan efter lärarens förskrift eller efter en exempelsamling. Dervid gifvas ock under räkningen i hufvudet liksom, när barnen vunnit någon större färdighet, också under räkningen på taflan, exempel för hvilkas lösande tvänne räknesätt erfordras.

1:o. Medelst hufvudräkning under uppgifter med dels obenämda, dels benämda och använda tal. Ex. Talet 3.

Hvilka tal kan du få af *3?* *3* är huru många gånger *1?* Huru många ettor (tvåor, treor) får jag af *3?* Huru mycket är *3* × *1?* Huru många gånger kan jag taga *1* ur *3?* Hvilken del är *1* af *3?* Huru mycket skall jag lägga till *2* (till *1*, till *3*), för att få *3?* Hvad står qvar, om jag tager *2* (*1*, *3*) från *3?* Huru mycket *större* är *3* än *2* (*1*)? Huru mycket *mindre* är *1* (*2*) än *3?*

L har 3 körsbär, äter upp 2; huru många qvar? *F* har 2 pennor, *K* 3, hvem har mest? Huru många mer? *M* är 3 år, *H* 2, hvem är äldst? Huru mycket? Hvem är yngst? 1 2-öre, huru mycket är det mer än *1* öre? Huru många *gr* skall du taga *1* öre, för att få lika med 1 2-öre? För *1* öre får man *1* knäck, huru många för *3* ören? 3 gossar dela lika *3* äplen, huru många hvardera?

Obs.! Ej behöfver vid denna repetition hvarje tal så grundligt genomgås. De här anförda ex. visa blott af hvad innehåll de frågor kunna vara som för detta ändamål böra användas.

2:o. På tafla.

a. Talet 3.

$1 \times 2 = ?$ $3 = 2 + ?$ $3 - 2 = ?$ $3 = ? \times 1$ $3 : 1 = ?$
$2 \times 1 = ?$ $3 = 1 + ?$ $3 - 1 = ?$ $? : 1 = 3.$
$3 = 0 + ?$ $3 - 0 = ?$
$3 - 3 = ?$

b. Rader bildas. Ex.

$1 \times 1 = ?$ $2 \times 1 = ?$
$1 \times 2 = ?$ $3 \times 1 = ?$
$1 \times 3 = ?$ $4 \times 1 = ?$
$1 \times 4 = ?$
$1 : 1 = ?$ $2 : 2 = ?$ $3 : 3 = ?$ $4 : 2 = ?$
$2 : 1 = ?$ $4 : 2 = ?$
$3 : 1 = ?$
$4 : 1 = ?$

Talen 5—9.

I. Uppfattning, bildande och betecknande.

1. Uppfattning och bildande.

Talet 5. Lär. framställer *4* kuber. Huru många kuber? (*4*). Ställer fram ännu *1* och frågar: huru många stälde jag fram? Huru många är det nu tillsammans? Huru mycket är då 4 och 1? Derefter framställes ännu 1 kub o. s. v.

2. Betecknande.

Barnet uppmanas: visa mig *5* kuber! Plocka fram *5* griff-lar! Drag *5* streck! o. s. v. Se ofvanför sid. 7. Derpå inläres siffran 5 och dess värde i öfverensstämmelse med hvad ofvanför p. 8 är sagdt rörande inlärandet af de föregående siffrorna. Så behandlas de öfriga talen 7—9.

Ordningsföljden 1—9 samt skilnaden mellan *antal* och *ordning;* se ofvanför sidd. 8 och 9.

II. Sammanläggning, jemförande och fråndragning.

1. Sammanläggning.

a) *Medelst åskådningsmedel. Talet 5.* Huru många kuber stå här? (4 kuber). Huru många stälde jag nu dit? (1 kub). Huru många få vi då? Huru många kuber blifva 4 kuber och 1 kub? (4 kuber och 1 kub blifva 5 kuber).

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* Karl har 2 och Otto 3 öre; huru många öre hafva de tillsammans? En gosse köpte en dag 4 och en annan 1 griffel; huru många blef detta tillsammans?

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Huru mycket är 4 och 1? 3 och 2? 5 och 0?

c) *På taflan.* Uppskrif, huru många kuber, som stå här! (4). Och huru många som stå här! (1). Teckna, att dessa skola läggas tillsammans! Lägg dem nu tillsammans! Huru mycket blir det? Teckna detta! Läs du upp, hvad som står skrifvet på taflan! Man förfar vidare på samma sätt som å sid. 9.

2. Jemförande.

Huru många kulor har jag här? (5). Huru många här? (4). Hvar finnas de flesta? Huru många fler äro här än der? Huru många voro här? (5). Och här? (5). Hvar äro de flesta? Det är på båda ställena lika många.

3. Frändragning.

a) Medelst åskådningsmedel.

Här hafva vi nu 5 slantar! Tag bort 1! Huru många äro sedan qvar? Huru mycket är således 5 minskadt med 1? Hafva vi nu således mer eller mindre än förut? Ställ du 5 kuber på bordet! Tag bort 2! Huru många stå qvar? o. s. v.

b) Medelst hufvudräkning.

I) *Medelst benämda och använda tal.* Huru många fingrar har en menniska på handen? En gosse hade den olyckan att i ett tröskverk förlora 2 fingrar på ena handen, huru många hade han qvar å denna hand? En flicka hade 5 öre och köpte knäck för 3; huru mycket hade hon qvar?

II) *Medelst obenämda tal.* Huru mycket är 5 minskadt med 4? 5 minskadt med 3?

c) På taflan.

Nu lägger jag här 5 grifflar! Skrif upp deras antal på sv. taflan! Skrif ock upp, att vi skola taga bort 1! Tag bort denna! Huru många ha vi då qvar? Skrif upp detta! o. s. v. som å sid. 9.

III. Mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning.

1. Mångfaldigande.

a) Medelst åskådningsmedel.

Tag 1 gång 5 kuber! Huru många gånger tog du kuber? Huru många tog du? Hvad blir således 1 gång 5 kuber? Se vidare sid. 12.

b) Medelst hufvudräkning.

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* Då en skorpa kostar 1 öre, hvad kosta 5? Mor Karin sålde på torget 1 gång 5 kannor mjölk; huru många kannor blir det?

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Hvad är 5 gånger 1? o. s. v.

c) *På taflan.* Tag en gång 5 kuber! Skrif upp, huru många gånger du tog kuber! Skrif, huru många du tog hvarje gång! Huru många fick du? Skrif detta och sätt ut tecknen! Läs det skrifna! Se vidare sid. 12.

2. Undersökning af innehåll.

a) *Medelst åskådningsmedel.*

5 : 1 (1 innehålles uti 5) = 5 ggr; 5 : 5 = 1. Se vidare sid. 13.

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* Om en stålpenna kostar 1 öre, huru många får jag då för 5 öre? Lösning: för 1 öre får jag 1 stålpenna; 5 öre = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 öre; för 5 ggr 1 öre får jag således 5 stålpennor.

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Huru många 1 får jag ur 5? Huru många 5?

c) *På tafla.*

Här har jag 5 slantar! Detta får du anteckna på sv. taflan! Tag nu bort 1 slant, så många gånger du kan! Huru många gånger kunde du borttaga 1 slant? Skrif upp, huru många slantar du tog! Sätt ut det tecken, som utmärker uti! Sätt ut, huru många gånger 1 innehålles i 5! Läs detta! o. s. v. Se sid. 14.

3. Delning.

a) *Medelst åskådningsmedel.* Se sid. 14.

b) *Medelst hufvudräkning.*

I) *I uppgifter med benämda och använda tal.* Ex. till lösning: *5* gossar få *5* påskägg, huru många få hvar? Huru många gossar? Huru många ägg att lika dela? Får *en* behålla alla *5?* Hvad skola de då göra med dem? (Lika dela). Huru många delar måste de göra deraf? Hvarföre? (Emedan de äro *5*). Huru många blifver det i hvar del, om *5* dela *5* lika? Huru många ägg får då hvarje gosse?

II) *I uppgifter med obenämda tal.* Hvilket tal är $^1/_5$ af 5?

c) *På tafla.* Huru många knappar ligga här? (5). Skrif upp detta antal! Nu skola dessa knappar delas lika mellan 5 gossar. Skrif också upp, mellan huru många vi skola dela dem! Sätt ut delningstecknet! Dela dessa knappar! Huru många få vi på hvarje del? Skrif detta! Sätt ut likhetstecknet! Läs upp, hvad som du skrifvit!

IV. Repetition.

Repetitionen sker dels genom hufvudräkning med benämda och obenämda tal, dels genom räkning på tafla. Det senare sker efter räknestafvar eller en exempelsamling. Följande sammanställning visar, huru exempel kunna uppställas

Skriftligen.

a) Summan sökes:

$7 + 1 = ?$	$4 + 2 = ?$
$6 + 2 = ?$	$3 + 5 = ?$
$5 + 3 = ?$	$8 + 1 = ?$
$4 + 4 = ?$	$2 + 6 = ?$
etc.	etc.

b) Summan bekant; en af summanderna sökes:

$7 = 6 + ?$	$8 = 5 + ?$
$7 = 5 + ?$	$6 = 4 + ?$
$7 = 4 + ?$	$4 = 2 + ?$
$7 = 2 + ?$	$3 = 1 + ?$
etc.	etc.

c) Resten sökes:

$8 - 1 = ?$	$4 - 3 = ?$
$8 - 7 = ?$	$3 - 2 = ?$
$8 - 6 = ?$	$5 - 3 = ?$
$8 - 4 = ?$	
etc.	etc.

d) Minuenden eller subtrahenden sökes:

$? - 3 = 2$	$9 - ? = 2$
$? - 2 = 7$	$9 - ? = 1$
$? - 1 = 5$	$8 - ? = 7$
$? - 4 = 4$	$9 - ? = 2$
etc.	etc.

e) Samma siffra tillägges och fråndrages:

2	3	9	9
4	6	8	7
6	9	6	4
8		4	1
		2	

f) Additions- och Subtraktionstab. med 1:

$1 + 1 = ?$	$1 - 1 = ?$
$2 + 1 = ?$	$2 - 1 = ?$
$3 + 1 = ?$	$3 - 1 = ?$
$4 + 1 = ?$	$4 - 1 = ?$
etc.	etc.

g) Sammansatta och blandade additions- och subtraktionsuppgifter:

$9 = 2 + 2 + ?$	$9 - 4 - 3 = ?$	$6 - 7 + 4 = ?$
$8 = 5 + 3 + ?$	$8 - 2 - 3 = ?$	$9 - 5 + 2 = ?$
$3 = 1 + 1 + ?$	$7 - 2 - 1 = ?$	$7 - 4 + 6 = ?$
etc.	etc.	etc.

h) Produkten sökes:	*i*) En af faktorerna sökes:	
$3 \times 2 = ?$	$3 \times ? = 6$	$? \times 2 = 8$
$2 \times 4 = ?$	$7 \times ? = 7$	$? \times 2 = 6$
$5 \times 1 = ?$	$4 \times ? = 8$	$? \times 1 = 5$
etc.	etc.	etc.

k) Qvoten sökes:		*l*) Dividenden eller divisorn sökes:	
	Huru mycket är:		Af hvilket tal är:
$6 : 3 = ?$	$^1/_2$ (hälften) af 2?	$? : 2 = 2$	2 tredjedelen ($^1/_3$)?
$6 : 2 = ?$	$^1/_2$ af 4?	$? : 3 = 2$	3 hälften ($^1/_2$)?
$8 : 4 = ?$	$^1/_3$ af 6?	$? : 3 = 3$	4 ($^1/_2$)?
etc.	etc.	etc.	etc.
Hvilken del är:		Hvilket tal innehålles	
2 af 4?		2 gr uti 8?	
2 » 6?		$4 : ? = 2$	
3 » 9?		$8 : ? = 2$	
		$9 : ? = 3$	
		etc.	

m) Sammansatta och blandade add.-, subtr.-, multipl.- och divisions-uppgifter:

$2 \times 1 \times 3 = ?$	$2 \times 4 - 2 = ?$	$4 \times 2 : 4 = ?$	$8 - 4 : 2 = ?$
$2 \times 3 \times 1 = ?$	$2 \times 2 - 3 = ?$	$3 \times 2 : 2 = ?$	$6 + 2 : 4 = ?$
	$4 \times 2 - 2 = ?$	$3 \times 3 : 3 = ?$	$7 + 2 : 3 = ?$

n) Uppskrifn. och läsn. af multiplikations- och divisionstab. med 1:

$1 \times 1 = ?$	$1 : 1 = ?$
$2 \times 1 = ?$	$2 : 1 = ?$
$3 \times 1 = ?$	$3 : 1 = ?$

Talen 10—19.

I. Uppfattning, bildande och betecknande.

1. *Uppfattning och bildande* se sid. 17.
2. *Betecknande.*

Beteckningen af 10 läres sålunda: Lär. framställer 1 kub. Huru många kuber? (*1*). Hvilken siffra skall jag skrifva, för att beteckna det antalet? (en etta). Så framställas 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 kuber, och lär. frågar vid hvarje antal, hvilken siffra, som betecknar detsamma. Sedan pekar han än på den ena, än på den andra af de uppgifna siffrorna och frågar: huru många betecknar den? den? Nu har jag här *9* kuber, hvilken siffra betecknar så många? (*nian*). Men om jag nu finge *1* kub till, huru många hade jag då? (*10*). Hvilken siffra betecknar så många? Jag har ej flere än de 9. En utaf dem måste jag använda. Jag slår tillsammans dessa 10 kuber (enheter) till en enda bit, ställer dem i en hög (tager fram en prisma och ställer bredvid). Dessa 10 små kuber äro, såsom vi se, lika med denna biten. Jag har nu af de 10 fått 1, en enhet, men en större enhet än den här (en liten kub) — och huru många gånger större? Hvilken siffra betecknar den här (lilla kuben)? (En *etta*). Med hvilken siffra skall jag beteckna den här (prismat)? (En *etta*). Men hvilken har större värde, den här eller den der (prismat eller den lilla kuben)? Huru många gånger större? Nu skall jag hafva ettor för att beteckna båda. Skall jag taga en 10 gr *längre* eller *tjockare* etta, för att beteckna denna (den större enheten, prismat)? Nej, jag ställer den ettan till venster. Den utmärker en enhet, som är lika med *10* af de förra enheterna. Denna enhet kallas derföre *ett 10-tal*, eller *1 tia*. Hvad betecknar således ettan till venster? (tiotal). Hade jag nu ock haft en sådan enhet (en liten kub), så skulle den ettan, som betecknar den, hafva stått till höger. Men nu har jag ingen sådan. Hvilken siffra skall jag sätta till höger, för att utmärka, att jag ingen enhet har? (*0*). Således *10*. Hvad utmärker *0?* Hvad utmärker *1?* Skrif *10!* Huru många betecknar detta? (*10*).

Beteckningen af 11. Huru många enheter af det större slaget stå här? (1). Och huru många enheter af det mindre slaget? (inga). Nu taga vi ock en enhet af det mindre slaget och ställa den bredvid till höger! Huru många enheter hafva vi nu af det större slaget? Af det mindre? Med hvilken siffra skola vi beteckna enheterna af det större slaget? (med en etta). Enheterna af det mindre slaget? (med en etta). Vi skrifva upp dessa bredvid hvarandra på taflan på samma sätt, som de stå här! Huru utläses nu detta? (elfva).

Huru många enheter innehåller en tia? Huru många gånger större värde har således tian än enheten? Huru många gånger större värde har således den ettan (tian) än den (enheten)?

På samma sätt genomgås siffrorna 12—19.

För att göra barnen säkra i att uppskrifva tal efter tiotalssystemet, gifver man dem kuber, pinnar e. d. och låter dem uppskrifva tiornas och enheternas antal på svarta taflan på vanligt sätt; omvexlande dermed skrifver läraren ett tal, ex. 13, och låter lärjungarne uppställa på bordet så många tior och enheter, som talet utvisar.

För att göra barnen fullt förtrogna med tiotalssystemet, får man ej inskränka sig till begagnande blott af kuber och prismer, utan man bör använda pinnar, som hopbundtas i bundtar med tio i hvarje bundt, samt vidare här införa de allmännare sortindelningarna, och visa, huru dessa låta beteckna sig med tillhjelp af systemet. Man säger t. ex. sålunda: Om jag har 1 tio-krona och 1 en-krona och någon frågar: »huru mycket penningar har du?» så säger jag ej 1 tio-kr. och 1 en-kr., utan jag uttrycker alltsammans uti en-kronor och säger *11* kr. Så här: 1 tiotal gör jag till enheter och lägger 1 enhet till 10 enheter. Så begagnas 1-öret och 10-öret, fot och tum, meter och decimeter o. s. v.

II. Sammanläggning, jemförande, fråndragning, mångfaldigande, undersökning af innehåll, delning.

Se ofvanför talen 1—4 och 5—9.

Vid sammanläggning delas talen hufvudsakligen blott uti 2 talelementer; men alla möjliga förbindelser af två tal till det tredje måste vid behandlingen af hvarje tal förekomma. Ex.: $11 = 1 + 10$; $2 + 9$; $3 + 8$; $4 + 7$; $5 + 6$; $6 + 5$; $7 + 4$; $8 + 3$; $9 + 2$; $10 + 1$. Vid mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning måste alla sådana delar, som vid hvarje särskildt tal kunna förekomma till behandling, företagas. Ex.: $18 = 2 \times 9$; 3×6; 6×3; 9×2; 18×1.

Så snart talet 12 blifvit behandladt, inläres additions- och subtraktions-tab., der 2 lägges till och tages ifrån alla de öfriga. Sedan 13 blifvit behandladt, inläres 3:dje och sedan 14 blifvit behandladt 4:de additions- och subtraktionstabellerna etc. Sedan talen blifvit på ofvan antydda sätt åskådliggjorda och grundligt behandlade, och sedan barnen skriftligen redogjort för dessa tabeller, är godt att såsom en sammanfattning och såsom stöd för minnet läsa dem.

Obs.! Sedan talet 18 blifvit behandladt, inläres multiplikations- och divisionstabellen med 2.

Här är d:r Dürres skjutbara siffertafla till särdeles god hjelp. Lär. skjuter reglarne så, att t. ex. alla nio 2:orna komma att stå i rad under hvarandra. Nu uppfordras barnen att tyst hvart och ett för sig uträkna denna rad. Den, som slutat, räcker upp fingret. När alla äro färdiga, frågar lär.: hvad blifver det? Hvad har du fått? du? Den, som räknat vilse, uppfordras att räkna högt, under det att de andra med uppräckta fingrar gifva tillkänna, när han räknar fel. Sedan frågar lär.: huru många tvåor äro här? (*9*). *2* står här *9* gr. Hvad är *9* × *2?* (*18*). Alla: *9* × *2* = *18.* Huru många gånger skall jag taga *2*, för att få *18* (*12*, *14*)*?* Om jag tager *2* *nio* gr, hvad får jag? Huru många *tvåor* uti *18?* Huru många gr kan jag taga *2* ur *18?* Huru många gr innehålles *2* uti *18?* Om jag delar *18* uti *9* lika delar, hvad får jag i hvarje? Hvilken del är *2* utaf *18?* Hvilken del är *9* utaf *18?* Af hvilket tal är *två* 9:de delen? Huru många gr *2* är *8*, *12?* I hvilket tal innehålles *två* *1*, *2*, *3* etc. gr? Huru mångfaldigt är *4*, *6*, *8*, *10* af *2?* Hvad är hälften af *4*, *8*, *12?* etc.

De sorter, som här vidare inläras och uti uppgifterna öfvas, äro: 1 dussin = 12 stycken; 1 år = 12 månader; 1 dag = 12 timmar.

III. Repetition.

A. Hufvudräkning af blandade uppgifter med använda, benämda och obenämda tal.

12. 12 — 5 + 4 — 5 + 6 — 7 + 3 — 5 + 8 — 3 + 2 — 8.

Till hvilket tal skall jag lägga *3*, för att få *12?* Huru mycket tager jag från *12*, för att få *8* qvar? Huru mycket är *5* × *2?* *3* × *2?* *6* × *2?* *4* × *2?* Huru mycket är *3* × *3?* *2* × *3?* *4* × *3?* Huru många gr skall jag taga *4*, för att få *12?* Huru många gr innehålles *2*, (*4*, *3*) uti *12?* I hvilket tal finnes *3* *två* gr? *3* gr? *4* gr? Huru mycket är hälften af *8?* Af hvilket tal är *3* hälften? 4:de-delen? Hvilken del är *4* af *12?* *12* stycken kallar man ett *dussin*. Hvilken del af ett dussin är *3* st.? *4* st.? Huru många st. är $^1/_2$, $^1/_4$ dussin? *12* månader kallas ett år. Hvilken del af ett år är *6* månader? *4* månader? Huru många månader är $^1/_4$, $^1/_2$ år? Af ett dussin blyertspennor säljer en handelsman 7, huru många har han qvar? Hvad kostar $^1/_2$ dussin stolar, då stycket kostar *2* kr.? När *12* fot kosta *12* kr., hvad kostar *1* fot? *2* fot? Huru många 2-ören ur 10 öre? etc.

Obs.! Vid sammanläggningen och fråndragningen har man att iakttaga och öfva 3 särskida fall:

a) *Sammanläggning med grundtal utan öfvergång till annat tiotal.*

Ex.: $13 + 4 = ?$ Utförligt: $13 = 1$ tia och 3 enheter. Dertill skola 4 ettor läggas. Hvartill skola de läggas, till tian eller ettorna? (till ettorna). Gör det! (*3* ettor och *4* ettor = *7* ettor). Huru mycket hafva vi nu i stället för *1* tia och *3* ettor? *1* tia och *7* ettor, eller *17* ettor. Huru mycket är alltså $13 + 4$? $13 + 4 = 17$.

Kortare:

$13 + 4 = ?$ 1 tia, 3 ettor + 4 ettor = 1 tia + 7 ettor, eller 17 ettor; alltså $13 + 4 = 17$.

Svagare barn:

$13 + 4 = ?$ $3 + 4 = 7$; $13 + 4 = 17$.

Slutligen:

$13 + 4 = ?$ $13 + 4 = 17$.

Anm. Den utförligare behandlingen företages blott vid de första exemplen och begagnas blott till dess full klarhet öfver exemplets lösning vunnits.

b) *Sammanläggning af grundtal med öfvergång uti annat tiotal.*

Dessa öfningar egnas synnerlig omsorg och öfning.

Föröfningar för desamma:

$9 + ? = 11$; $8 + ? = 12$; $7 + ? = 15$ etc.

Anm. Dessa genomgås först muntligen, derpå skrifvas de så, att barnen i stället för frågtecken sätta de tal, som tillsammans med de uppgifna gifva den äskade summan.

Derpå följa de egentliga additionsöfningarna. Ex.: 9 + 3 = ? Huru mycket måste jag lägga till *9*, för att få *10?* (*1*). Hvarifrån tager jag dem här? (Från 3). Huru mycket är sedan qvar af 3? Huru räknar du *3* till *9?* Först *1* sedan *2*. Gör det! 9 + 1 = 10; 10 + 2 = 12; 9 + 3 = 12.

Kortare:

9 + 3 = ? 9 + 1 = 10; 10 + 2 = 12; 9 + 3 = 12.

Ännu kortare:

9 + 3 = ? 9 + (1 + 2) = 12; 9 + 3 = 12.

Slutligen:

9 + 3 = ? 9 + 3 = 12.

En särdeles god öfning är ock att låta barnen oupphörligen i hufvudet lägga till och taga ifrån samma grundtal, ex. 3, 6, 9, 12 etc. 4, 8, 12, 16 etc. Detta sker dels af enskilda dels i kör.

c) *Tilläggande af sammansatta tal.*

Ex.: 5 + 11 = ? 11 = 10 + 1; 5 + 10 = 15; 15 + 1 = 16; 5 + 11 = 16.

a) ***Frråndragning af grundtal utan öfvergång till annat tiotal.***

Ex.: 17 — 3 = ? Utförlig behandling:

17 = 1 tia och 7 ettor. Derifrån skola dragas *3* ettor. Hvarifrån skola de dragas — antingen från *1* tia eller från *7* ettor? (från *7* ettor). Gör det! (3 ettor från *7* ettor *4* ettor qvar). Huru mycket hafva vi nu qvar af *1* tia och *7* ettor? *1* tia och *4* ettor = *14* ettor; alltså 17 — 3 = 14.

Kortare:

17 — 3 = ? 17 = 10 + 7; 10 + 7 — 3 = 10 + 4 = 14;
17 — 3 = 14.

Slutligen:

17 — 3 = ? 17 — 3 = 14.

b) ***Fråndragning af grundtal med öfvergång till annat tiotal.***

Ex.: 15 — 7 = ? Utförligare: huru tager man *7* från *15?*

(Först *5*, sedan *2*). Gör det! *5* från *15* = *10*; *2* från *10* = *8*; *7* från *15* = *8*.

Kortare:

15 — 7 = ? 15 — 5 = 10; 10 — 2 = 8; 15 — 7 = 8.

Ännu kortare:

15 — 7 = ? 15 — (5 + 2) = 8; 15 — 7 = 8.

Slutligen:

15 — 7 = ? 15 — 7 = 8.

c) *Fråndragning af sammansatta tal.*

Ex.: 15 — 11 = ? Huru mycket skall tagas ifrån 15? Hvaraf består 11? Huru tager man 11 från 15? Man tager först *10*, sedan *1*. Gör det! *10* från *15* = *5*; *1* från *5* = *4*; *15* — *11* = *4*.

B. Skriftligen. Se ofvanför talen *5—9*, och efter exempelsamling.

Talen 20—99.

I. Uppfattning, bildande och betecknande.

a) *Uppfattning och bildande*, se ofvan.

b) *Beteckning* af talet 20. Huru många kuber hafva vi här? (19). Huru många tiotal och huru många enheter? Nu tillägga vi ytterligare 1 enhet! Huru många tiotal få vi då? (2). Och huru många enheter? (inga). Nu skrifva vi upp på taflan, huru många tiotal och huru många enheter vi hafva! (20). Huru utläsa vi detta? På samma sätt går man till väga vid öfvergången till de andra tiotalen.

II. Sammanläggning och fråndragning.

Sammanläggning och fråndragning består uti:

a) Att sammanlägga och fråndraga rena tiotal, ex. 20 + 10; 50 — 30 o. s. v.

b) Att sammanlägga rena tiotal och enheter, samt draga enheter från enheter med tiotal, så att rena tiotal återstå. Ex. 20 + 5; 80 + 9; 58 — 8 o. s. v.

c) Att sammanlägga och frândraga enheter och tiotal med enheter, så att öfvergång sker till andra tiotal. Ex. 25 + 8; 47 + 9; 62 — 7 o. s. v.

d) Sammanläggning och frândragning af tiotal med enheter. Ex. 32 + 27; 19 + 48; 25 — 18; 64 — 49 o. s. v.

Räkningen sker visserligen med åskådningsmedel (kuber eller kulor), men dessa träda numera i bakgrunden och den hufvudsakliga öfningen sker här med benämda tal i hufvudet. Dock tillgripes, så snart någon oklarhet märkes, åskådningsmedlen.

Vid de särskilda talen inläras de sorter, hvilkas reduktionstal är samma tal. Vid 20 inläres 1 tjog = 20 st.; vid 60: 1 timme 60 min., 1 minut 60 sekunder; vid 24: 1 dygn 24 timmar, 1 bok skrifpapper 24 ark; vid 20: 1 ris 20 böcker; vid 30: 1 månad 30 dygn o. s. v.

III. Mångfaldigande, undersökning af innehåll och delning.

Se ofvanför talen 1—19.

För hvarje särskildt tiotal, som öfvas, inläres den multiplikations- och divisions-tabell, hvars produkt eller dividend sträcker sig till samma tiotal, d. v. s., när man kunnit till 30, läres multiplikations-tabellen, der den ena faktorn är 3 samt den andra någon af de enkla talen eller 10; när man hunnit till 40, läses den multiplikationstabell, hvars ena faktor är 4 o. s. v.

Behandlingen af dessa — se ofvan.

IV. Repetition.

A. Hufvudräkning med blandade uppgifter med använda, benämda och obenämda tal.

Hvilka tal från *1—30* låta sammansätta sig af *3?* Förvandla *1—5* fot till tum! Hvad kostar *1* skålp. mjöl, då *3* skålp. kosta *6* kr.? (Vill jag veta, hvad *1* skålp. kostar, så måste jag så fördela de *6* kr. på *3* skålp., att det kommer lika många kr. på hvart skålp. Jag skall alltså dela *6* kr. i *3* lika delar. Huru mycket kommer på hvarje del? (*2*). *1* skålp. är en $^1/_3$ af *3; 1* skålp. kostar alltså *2* kr.). Huru stor är skilnaden mellan

24 och *33?* Jag har *18*, huru mycket skall jag lägga till, för att få *24?* Hvilket är mera — hälften af *18* eller $^1/_3$ af *24?* *24* ark papper kallar man en bok; huru stor del af en bok äro *12* ark? *2* ark? Huru många ark är $^1/_8$ bok? *2* dussin, huru många stycken? *1* fot kostar *5* öre, hvad kosta: *3*, *4* etc.? För *3* skålp. betalas *21* kr., hvad kostar *1?* Huru många skrifböcker af *1* bok papper, i hvarje skrifbok *8* ark?

Till ett plagg *4* fot; huru många till *3?* (Till det första behöfves *4* fot, till det andra också *4;* till båda dessa 2×4 $(4 + 4)$; till det tredje också *4*; således till alla *tre*: $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$ fot). A sparade på *4* år *36* kr., huru mycket på hvarje år (hvarje år lika)? Hvad är skilnaden emellan 3×8 och 2×7? Huru många min. på $^1/_2$ timme? på $^1/_4$? Huru många sek. på 1 $^1/_2$ minut? Hvad är skilnaden mellan *50* och *75* öre? Huru stor är skilnaden mellan 3 meter, 5 decim. och 27 decim.? En person sålde 35 deciliter mjölk, en annan 63; huru mycket sålde den senare mer än den förre? Huru många tum på $^1/_2$ fot? Hvilken del är *1*, *2*, *3* tum af *1* fot? Jag har *1* tjugufem-öre (*2* tioören och *1* femöre); huru många pennor, då hvardera kostar *5* öre? Huru mycket skall jag taga ifrån *27*, för att få *21* qvar? I hvilka 2 lika tal kan jag sönderdela *48?* *49* dagar, huru många veckor? David var *30* år gammal, då han blef konung och regerade i *40*; huru gammal blef han? En byggnad har till taket *35* fot, taket är *11* fot högt, deröfver sträcker sig ett torn, *20* fot högt, på tornet sitter en stork; huru högt sitter han? A åt 2, hvilade 9 timmar på dygnet, huru många arbetade han?

B. *Skriftligen:* se ofvanför talen 1—19.

Andra kursen.

Talen 100—999.

Talen från 1—99 äro nu bekanta. Af dem äro talen från 100 till 999 sammansatta. Dessa senare tal behöfva derföre ej åskådliggöras, men nödvändigt är deremot, att lärjungen föranledes att mäta dem med talen 1—99, för att dymedelst föreställa sig antalet af deras enheter, tiotal och hundratal. För detta ändamål räknar lärj. först framåt från det ena hundradet till det andra.

Beteckningen af 100 inläres sålunda: 90 äro skrifna på taflan. Visa mig 90 (9 prismor). Om jag nu får ännu en tia, huru många tior har jag då? *(10)*. Med hvilken siffra skall jag beteckna dem? (Jag har ej någon siffra, som betecknar *10*). Jag slår de *10* tillsammans till en enhet af större sort (en skifva, som innehåller *10* tior = 100 ettor). Denna (skifvan) är lika med *10* tior. Nu kan jag beteckna dem. Jag behöfver blott en etta. Den sätter jag till venster om nians rum. Denna etta innehåller *100* enheter. Derföre kallas den *1* hundratal; hvad betecknar denna etta?

Sedan inträder mätandet och delandet efter nedanstående anvisning:

1. Talen 100—200.

a) Räknandet (täljandet) från 100—200.

100, 101, 102, 103 etc.

För att förebygga tanklöshet och mekanism, kan man fråga t. ex. om jag är vid 106, huru mycket fattas i fulla 200? (9 tior och 4 enheter)....

b) Mätandet med tiotal.

$100 = 10 \times 10$ eller tio tior.

$110 = 10 \times 10 + 1 \times 10$ eller: elfva tior.

$120 = 10 \times 10 + 2 \times 10$ eller: 12 tior.

etc. till 200.

c) Mätandet med 20.

$20 + 20$	2×20	$200 - 20$	$40 : 20$
$40 + 20$	3×20	$180 - 20$	$60 : 20$
$60 + 20$	4×20	$160 - 20$	$80 : 20$
etc.	etc.	etc.	etc.
till 200	10×20	$20 - 20$	$200 : 20$.

d) Delandet med 2.

Hvilka äro mångfalderna af 20? (40, 60, 80 etc.). Sök hälfterna af dessa tal!

2, 20; $^1/_2$ af $2 = 1$; $^1/_2$ af 20 — eller af $10 \times 2 = 10 \times 1 = 10$.

4, 40; $^1/_2$ af 4 = 2; $^1/_2$ af 40 — eller af 10 × 4 = 10 × 2 = 20.

6, 60; $^1/_2$ af 6 = 3; $^1/_2$ af 60 — eller af 10 × 6 = 10 × 3 = 30 etc.

Slutligen gifvas frågor utom ordningen: $^1/_2$ af 80?... af 180?

2. Talen 200—300.

a) Räknande; *b*) Mätande med tiotal; *c*) Mätande med 30; *d*) Delning med 3.

Så behandlas de öfriga talen 300—400; 400—500 etc.

I skolor, der tiden är knappt tillmätt, kan denna kurs ej fullständigt genomgås; men man borde ej försumma att låta barnen räkna från 100 till 999 samt att mäta med 10.

Tredje kursen.

Tal utöfver förenämda begränsning.

A. Tals beteckning.

a) *Enheter*. Lär. (ställer fram en liten kub) huru många kuber? (*1*). Hvarmed skall jag beteckna den? (med en *etta*). Lär. (ställer fram 2 kuber) huru många kuber? (två). Hvarmed skall jag beteckna dem? (med en tvåa) o. s. v. t. o. m. 9.

b) *Tiotal*. Jag har 9 kuber och får ännu 1; huru många har jag nu? (10). Med hvilken siffra skall jag beteckna dem? (Jag har ingen siffra, som betecknar 10). Jag slår dem derföre tillsammans till en enhet af större slag (visar fram en prisma). Nu har jag en enda bit, en enhet, som är lika med de 10 småbitarne. Den innehåller 10 enheter och kallas derföre 1 tiotal. Hvarmed skall jag beteckna den? (Med en etta). Huru många gr större värde har den ettan än den, som betecknar en af de förra enheterna (en liten kub)? (10 gr större). Den ettan, som betecknar 10-talet, ställes i andra rummet från höger. Hvad beteckna således siffrorna i andra rummet från höger? (Tiotal). Hvad betecknar en tvåa, en trea i detta rum? (2 tiotal, 3 tiotal). Beteckna 3 tiotal! Beteckna detta (håller fram 3 prismor)! (Skrifver upp 32) — visa mig **hvad** detta **betecknar!** (Barnen visa då fram talet i motsvarande åskådningsmaterial).

Så många enheter en siffra betecknar, när hon står till höger, så många tiotal betecknar hon, då hon står i andra rummet från höger. Hvaraf är således en siffras värde beroende? (dels af henne sjelf, en tvåa har 2 gr större värde än en etta i samma rum) dels af den plats, hon innehar (en etta längst t. h. utmärker en enhet, en etta i andra rummet från höger utmärker ett tiotal).

Den allmänna regeln för tals beteckning med siffror lyder sålunda: hvarje etta uti siffran till venster har 10 gr större värde, än hvarje etta uti siffran närmast till höger.

Obs. Detta måste rätt tydligt framhållas. Barnen vilja så gerna säga: hvarje siffra till venster är 10 gr större än hvarje siffra till höger. Att visa, huru oriktigt detta är, kan man t. ex. skrifva upp 91 på taflan och bedja barnen taga fram af räkneapparaten så mycket, som dermed betecknas — 9 prismor och en liten klub. Nu är lätt att visa, att 9 har 90 gr större värde än 1 till höger, samt att hvarje prisma (hvarje etta uti nian) har 10 gr större värde än 1 till höger.

c) Hundratal. Jag har 9 tiotal och får ännu 1 — huru många tiotal? (10). Med hvilken siffra skall jag beteckna dem? (Det finnes ingen). Jag slår dem då tillsammans till en enhet af större slag. 10 tior = 1 hundratal. Med hvilken siffra skall jag nu beteckna denna enhet (skifvan)? (Med en etta). Huru många gr större värde har den än ettan närmast till höger? (10 gr större). Huru skall jag då ställa den ettan i förhållande till den, som utmärker 10-tal? (Till venster). Beteckna 1 enhet, 1 tiotal och 1 hundratal! Hvad utmärker således siffran i 3:dje rummet från höger? (Hundratal). Beteckna detta (2 skifvor, 3 prismor, 2 små kuber)! (232). Beteckna detta (2 skifvor och 2 små kuber)! (202). (Lär. skrifver 720, 365, 201 o. s. v.) visa mig hvad dessa tal beteckna! Barnen tillhållas att läsa t. ex. 375 dels så: 3 h. 7 t. 5 e., dels så: 375 e.

Så många enheter en siffra betecknar i rummet längst till höger, så många hundratal betecknar hon i 3:dje rummet från höger.

På samma sätt visas huru 10 gr hundra kallas tusen och huru det betecknas; på samma sätt äfven 10-tusentalen, 100-tusentalen o. s. v. t. o. m. billion.

Har detta skett, gifvas frågor af följande innehåll:

a) I hvilket rum stå enheterna, 10-talen, 100-talen, 1000-talen o. s. v.?

b) 1 1 1 1 1 1 1 (7 ettor skrifvas på taflan). Säg hvad hvarje siffra från höger till venster betecknar! I och utom ordningen — hvad betecknar den ettan?... den ettan? Sedan bytas ettorna mot andra siffror.

c) Huru många gr större värde har den ettan än den? den än den? (här öfverhoppas än 1, än 2, än 3).

d) Sedan dikteras t· af olika värde, hvilka af barnen uppskrifvas, eller uppskrifv, tal af lär., hvilka af barnen läsas och, om möjligt, med åskådningsmedel framställas. Understundom kan ett barn säga, hvad som skall skrifvas, det andra skrifver, och det tredje framställer samma tal med åskådningsmedel.

Sedan systemet blifvit behandladt på detta sätt, låter man enheten betyda ettören, och låter barnen redogöra för, hvad de andra siffrorna då beteckna, låter vidare enheten betyda tum, linier, centimeter o. s. v. På detta sätt få barnen större klarhet i tiotalsystemets egenskaper, och lära sig på samma gång sorterna och beteckningen af desamma.

Obs.! Sedan barnen på detta sätt lärt sig tals utnämning och beteckning, kan man lära dem att indela talen uti klasser med tre siffror i hvarje klass, för att göra talens sifferuttryck för sig åskådliga, emedan de derigenom bättre igenkänna, af hvilken ordning de med hvarje siffra betecknade enheterna äro. Man lär dem då att efter hvarje klass sätta ett tecken: efter hvarannan ett komma samt efter de öfriga: ' efter den första " efter den andra och säger dem, att hvarje siffra närmast framför , betecknar tusental, men siffran framför ' million, framför " billion etc.

Ex. 2'372,452; 4"870,652'432,502.

A. De fyra grundräknesätten.

Allmänna erinringar.

1:o. *De behandlas efter deras svårighet och efter gammal sed i följande ordning: addition, subtraktion, multiplikation och division.*

2:o. *Hvarje räknesätt föregås af hufvudräkning, som har till ändamål att förbereda uppfattningen af tillvägagåendet vid räkningen och bringa de särskilda momenten till klarhet.* Vid detta uppräknande uppteckna de svårare uppgifterna på taflan.

3:o. *Samtidigt med räknandet på tafla öfvas hufvudräkning, som omfattar mindre uppgifter och följer egna lagar.*

4:o. *Egentligt åskådningsmaterial begagnas mera undantagsvis. Läraren lede dock barnen städse, att fatta det nya och främmande genom att utgå från något barnen bekant och nära liggande och handlede dem att från det konkreta sluta till det abstrakta.*

5:o. *Här är det af synnerlig vigt att ej öfvergå från ett räknesätt till ett följande förr, än det föregående blifvit af hela afdelningen öfverhufvud klart uppfattadt och till säkerhet öfvadt.*

6:o. *Vid räkning på tafla är det nödvändigt, att de enskilda barnen, först de bättre begåfvade och sedan de mindre väl utrustade, få så länge räkna för på svarta taflan till dess man kan vara öfvertygad, att hvart och ett förstår saken och kan arbeta på egen hand. Under detta räknande måste de i sammanhang högt göra redo för hvilken uppgiften är, och huru den skall lösas, ja, för hvarje siffra, som nedskrifves.* Endast på detta sätt kommer lärj. till klar insigt uti ämnet, och endast på detta sätt kan denna undervisning hafva något bildande inflytande och vinna barnets intresse.

7:o. *Talen få ej omfatta för stora talområden.* Sådant förtager lusten och föranleder tanklös mekanism. Synnerlig vigt ligger derpå, att nybegynnaren ej får stora uppgifter på multiplikation och division. Uppgifterna inom dessa räknesätt kunna derigenom ganska lätt blifva sådana, att de öfverstiga barnens krafter.

8:o. *Synnerlig vigt måste läggas på uppgifterna med använda tal.* Dessa uppgifter måste läraren dock med barnen genomgå och söka förklara, innan han öfverlemnar dem till lösning, eljest ledas de in på gissningens vådliga område. Genom detta användande af benämda tal skola barnen inhemta de s. k.

sorterna och deras användning, hvarvid mycken vigt må läggas vid metersystemet.

9:o. Någon utanläsning af regler må icke förekomma; skola barnen mtala tillvägagåendet, så må denna framställning ske endast å grund af en klar uppfattning af det sätt, hvarpå de lärt sig verkställa operationerna, ej, såsom en genom regelläsning inhemtad minneslexa.

Addition.

A. *Muntligt* (en förberedelse för sifferräknandet).

1. *Uppgifter utan öfvergång till högre enheter.*

Ex.: 2 e. + 3 e. = 5 e.; 3 t. + 2 t. = 5 t. = 50 e.; 2 h. + 6 h. = 8 h. = 80 t. = 800 e.

2. *Uppgifter med öfvergång till högre enheter.*

8 e. + 5 e. = 13 e. = 1 t. och 3 e.; 8 t. + 5 t. = 13 t. = 1 h. 3 t. = 130 e.; 7 h. + 8 h. = 15 h. = 1 tus. 5 h. = 1500 e.

B. *På tafla.*

1. *Uppställning.* Om jag har flere sedlar af olika värde t. ex. på ett ställe 3 hundra kr., 4 tiokr., 5 enkr., på ett annat 7 h. 8. t. 6 e.; på ett tredje 9 h. 7 t. 5 e.; och jag vill efterse, huru mycket penningar jag har; så lägger jag penningarne, för att lättare kunna öfverräkna dem, i högar, så att de sedlar, som hafva samma värde, komma att ligga i samma hög: jag lägger så 1-kronorna i en hög: 10-kronorna i en o. s. v. På ett liknande sätt ordnar jag de tal, jag vill sammanlägga: jag skrifver då talen under hvarandra så, att enh:r komma under enh:r, tiotal under tiotal o. s. v., för att lättare kunna se, hvilka som äro af sammma slag. Huru bör jag sålunda uppskrifva talen 345, 786,975, om jag vill sammanlägga dem? (Jag skrifver dem under hvarandra så, att enh:r komma under enh:r o. s. v.). Hvilka äro enheterna uti dessa tal? — tiotalen? — hundratalen? Uppskrif dem på sätt, som vi sade! Huru skulle vi göra dervid? Hvarföre? Men vi kunde ock skrifva talen bredvid hvarandra, eller huru som helst. Räkningen blefve densamma; men det blefve då villsammare att taga reda på de siffror, som skulle sammanläggas.

2. *Uträkning.* Om jag, såsom sagdt, har sedlar af olika värde och vill se efter, huru mycket penningar jag har, sedan

jag lagt de sedlar, som hafva lika värde i samma hög; så räknar jag först efter, huru många ettor jag har. Om jag då har så många ettor, att deraf blifver en eller flera 10-kronor, så lägger jag dessa 10 kr. till de öfriga 10-kronorna, sedan efterser jag, huru många 10-kr. jag har, förvandlar dem, om jag kan, till 100 kr. o. s. v. och slutligen uttrycker jag alltsammans uti 1 kr. På liknande sätt går jag tillväga, då jag vill sammanlägga flere tal. Hvad sammanlägger jag först? (Enheterna). Hvad gör jag med dem, om de blifva flera än 10? (Jag förvandlar dem till 10-tal). Hvad gör jag med dessa tiotal? (Jag lägger dem till de öfriga tiotalen). De enheter, som jag får öfver, tecknar jag såsom enheter under enheterna. Hvad gör jag med de enheter, som blifva öfver? Hvad gör jag sedan? (Sammanlägger tiotalen) o. s. v. Sedan några exempel äro sålunda räknade, kunna barnen med egna ord få redogöra för, huru man bör gå till väga vid addition.

För att åskådliggöra grunderna för förfaringssättet, låter man siffrorna också betyda linier, tum, fot; centiliter, deciliter, liter o. s. v.

Man kan ock, för att tydliggöra förfaringssättet, använda åskådningsmaterialet till ett eller par exempel. Begagnar man då kuberna, prismerna och skifvorna, så ställas med dessa tal upp på bordet, och dessa tal uppskrifvas tillika med siffror på taflan. Sedan läggas kuberna o. s. v. tillsammans, och på samma gång utföres räkningen på taflan.

Obs.! Då *en* räknar *för* och de andra följa med, så kan antingen alla få med uppräckt finger gifva tillkänna, när det räknas fel, eller kan en viss anmodas att rätta; eller ock kunna alla tyst sammanlägga och läraren sedan fråga än den ene, än den andre, hvad summan af enheter, tiotal o. s. v. blifver. Då *en* uppfordrats att räkna för, ställes ofta frågor till klassen, på det de öfriga måtte eggas att följa med.

Ex. 24
840
37

Obs.! I början räknas detta ex. sålunda: 4 enheter och 7 enheter = 11 enheter; 11 enheter = 1 tia och 1 enhet; 1 tia och 2 tior = 3 tior; 3 tior och 4 tior = 7 tior; 7 tior och 3 tior = 10 tior; tio tior = 100; 1 hundrade och 8 hundrade = 9 hundrade; 9 hundrade och en enhet 901 enheter. Men sedan barnen fått klart för sig siffrornas olika värde, behöfva de ej oupphörligt upprepa enheter, tior etc. utan sysselsätta sig med siffrorna, som betydde de allesammans enheter.

3. *Räknesättets betydelse och namn samt de särskilda talens benämning.* Sedan flere exempel äro räknade, kan man underrätta barnen om räknesättets namn m. m. sålunda: Hvad har du gjort med talen? (Jag har sammanlagt dem . . . .) Detta kallas att *addera.* Hvad menas med *addera?* (Sammanlägga flere tal till ett enda). Detta räknesätt kallas *addition.* Hvad får du genom *addition* lära? (Jag får lära, huru jag skall sammanlägga flere tal till ett enda). Det tal, jag får, kallas *summa.* Hvilket tal kallas summa? Visa summan här! De tal, som sammanläggas, kallas addender. Hvilka äro addenderna här? Hvad menas med addender? Jag kan ej lägga tillsammans t. ex. 1 liter och 1 krona och säga att deraf blir 2 kronor eller 2 liter. Summanderna måste vara af samma slag. När jag lägger tillsammans 2 öre och 3 öre, så får jag? (5 öre). Summan blir således af samma slag som addenderna. Att tal skola adderas antydes genom tecknet + (plus) mellan dem. Hvaraf kan jag se, att tal skola adderas?

4. *Pröfningen.* Hvilken skilnad i summan får jag, om jag börjar med enheterna här nere (nedtill), i stället för upptill? (summan blir densamma). Det skall således, om det är rätt räknadt, bli samma summa. På hvad sätt kan jag således utröna, om talet är rätt räknadt?

C. *Uppgifter med använda tal.* Härvid begagnas sådana tal, deruti »sorter» förekomma.

D. *Hufvudräkning.*

1:o. Rena tiotal med rena tiotal.

E. $20 + 30$; lösning 2 tior och 3 tior = 5 tior = 50; $30 + 70 = ?$ $20 + 40 = ?$ 30 fot och 20 fot? huru många fot? 2 timmar; huru många minuter? o. s. v.

2:o. Rena tiotal med blandade tiotal.

Ex. $30 + 22$; lösning $30 + 20 = 50; 50 + 2 = 52$. $40 + 45 = ?$ $80 + 12 = ?$ A fick först ett tjog och derpå ett dussin, huru många st.? 1 timme och 24 minuter; huru många minuter?

3:o. Blandade tiotal till blandade tiotal.

Ex. 25 + 14; lösning: 25 + 10 = 35; 35 + 4 = 39; 28 + 36 = ? 37 + 54 = ? 75 öre och 25 öre; huru många öre? 1 dygn och 17 timmar; huru många timmar?

4:o. Hundratal och tiotal.

Ex. 364 + 87; lösning: 360 + 80 = 440; 4 + 7 = 11; 440 + 11 = 451; 364 + 87 = 451. Eller 364 = 3 hundrade, 6 tior och 4 enheter; 87 = 8 tiotal och 7 enheter. 3 hundrade, 6 tior och 8 tior = 3 hundrade + 14 tior = 4 hundrade + 4 tior; 4 enheter + 7 enheter = 11 e. = 1 t. och 1 enhet = 451 enheter; 364 + 87 = 451.

Anm. Vid hufvudräkning begagnas **nästan uteslutande benämda tal,** ehuru här *tillvägagåendet* ofta är visadt genom ex. med obenämda.

Subtraktion.

I. *Utan lån.*

A. *Muntligt.*

1. *Uppgifter med blott en siffra af verkligt värde.*

5 e. — 2 e. = 3 e.; 5 t. — 2 t. = 3 t.; 5 h. — 2 h. = 3 h.

2. *Uppgifter med flera siffror af verkligt värde.*

869 — 523 = 869 — (500 + 20 + 3); 869 — 500 = 369; 369 — 20 = 349; 349 — 3 = 346; 869 — 523 = 346.

Uppgifter: 147 — 5; 148 — 30; 236 — 34; 809 — 406.

Obs.! Dessa större uppgifter antecknas på taflan.

B. *På tafla.*

1. *Uppställning.* Om jag har olika slag af sedlar (ex. 3 h. 4 t. 7 e.) och skall betala ut olika slag af sådana (ex. 1 h. 2 t. 5 e.), så lägger jag de sedlar, som hafva samma värde uti samma hög; och sammanställer dermed, huru många af det ena och af det andra slaget, som skall betalas ut. När jag vill draga ett tal från ett annat, så skrifver jag för beqvämlighets skull det större talet (det ifrån hvilket skall dragas) öfver det mindre (det som utmärker, huru mycket som skall tagas derifrån), så att enheter komma under enheter, tiotal under tiotal o. s. v. Ett streck drages sedan derunder för att skilja de två talen från det nya, jag får. Om talet 125 skall dragas ifrån 347, hvilket skall skrifvas öfverst? Hvilket under? På hvad

sätt? Hvilka äro enheterna? 10-talen? etc. Skrif upp dem! $\begin{array}{r} 347. \\ -\ 125. \\ \hline \end{array}$

Redogörelse för uppställningen af tal, af hvilka det ena skall dragas från det andra.

2. *Uträkning.* Sedan jag ordnat sedlarna i högar och sammanstält dermed, **huru mycket som** ur hvarje hög skall utdelas, samt vill efterse, huru mycket jag sedan har qvar, så plockar jag ur ettornas hög så många sådana, jag skall utbetala och ser efter, huru många ettor jag har qvar; ur tiornas så många tior, som skola utbetalas och efterser, huru många tior, jag får öfver o. s. v. Allt hvad jag sedan har öfver, uttrycker jag uti ettor. På liknande sätt skall jag här gå till väga. Hvad skall jag således göra med ettorna? (Jag skall draga 5 ettor från 7 ettor). Huru många blifva qvar? (2 ettor). Sätt dessa under strecket! Hvad skall jag göra med tiorna? (Jag skall draga 2 tior från 4 tior). Huru många blifva qvar? (2 tior). Skrif denna 2 så, att den utmärker tiotal och den förra enheter! o. s. v. $\begin{array}{r} 347. \\ -\ 125. \\ \hline 222. \end{array}$ Huru mycket har du qvar af 347, sedan du utbetalat 125? (2 h. 2. t. 2 e. = 222 e.).

3. *Räknesättets ändamål och namn och talens benämning:* se add.

4. *Pröfning af operationens riktighet.* Huru hette det tal, jag vid subtraktion fick qvar? Huru hette det tal, jag tog bort från det andra? Och huru kallades det tal, jag hade från början? Om jag jemför summan af det, jag tog bort, och det jag hade qvar, med hvad jag hade från början, hvilket bör då vara mest? (Detta visas ock genom ex.). Om jag sålunda lägger tillsammans resten och subtrahenden, hvad skall jag då få? Huru skall jag således pröfva, om ett subtraktionstal är rätt räknadt?

II. *Med lån.*

A. *Muntligt.* Om jag har 1 tio-krona och är bortskyldig 3 kr. — kan jag betala? (Ja). Betalar jag genom att lemna 10 kr.? (Nej, jag gåfve då för mycket). Huru gör jag, för att kunna betala? (Jag vexlar sönder 10-kr:n uti 1 kr.). Nu betalar jag ut de 3 och får huru många qvar? (7). Om jag har blott 1 hundra kr. och skall betala ut 7 kr., huru gör jag? (Jag vexlar sönder 100-kr:n). Vexlar jag hela 100-kr:n uti ettor? (Nej, jag kan ju vexla den uti 10-kr. och 1 sådan uti ettor). Hvad har jag då fått i st. f. 100-kr:n? (9 tio-kr. och 10 ettor). Hvilket är mest? (Lika mycket). Om jag derifrån borttager 7 ettor, huru mycket är qvar? (93). Om jag har blott 1 tusen-kr. och skall utbetala 8 kr., huru gör jag? (Jag vexlar 1000-kr:n uti 100 = 10 hundra; 100-kr:n uti 10-kr. = 10 tior = 900 + 10 tior; 1 tia uti ettor = 9 h. 9 t. 10 e.) 8 derifrån? (9 h. 9 t. 2 e. = 992 e.).

1 t. — 3 e. = 10 e. — 3 e. = 7 e. 1 h. — 3 t. = 10 t. — 3 t. = 7 t. 1 tus. — 6 h. = 10 h. — 6 h. = 4 h. 1 h. — 2 e. = 9 tior + 10 ettor — 2 e. = 98 e. o. s. v. 250 — 7; 250 = 2 h. och 5 t. För att kunna draga 7 e. derifrån, förvandlar jag 1 tia till enheter. 2 h. + 5 t. = 2 h. + 4 t. + 10 e.; derifrån tages 7 e. och då blifva qvar 2 h. + 4 t. + 3 e. = 243.

300 — 6. För att kunna taga 6 e. från 3 h., förvandlar jag 1 h. till t. och 1 tia till ettor, 3 h. = 2 h. + 10 t. = 2 h. + 9 t. + 10 e.; derifrån skall jag taga 6 = 2 h. + 9 t. + 4 e. = 294; 300 — 6 = 294; 140 — 60; 140 = 1 h. 4 t.; 60 = 6 t. Jag tager 6 t. fr. 10 t. = 4 t.; 4 t. + 4 t. — 8 t.; 0 e. — 0 e. = 0 e.; 140 — 60 = 8 t. = 80 e.

B. *På tafla.*

1. *Uppställning.* Se ofvanför.
2. *Uträkning.* Se ofvanför.

$$\begin{array}{r} 9\ 10\ 10 \\ 4\ \ 0\ \ 3\ \ 2 \\ -\ 5\ \ 6\ \ 7 \\ \hline 5 \end{array}$$

7 e. fr. 2 e. går ej; jag lånar då 1 tiotal och förvandlar det till e. = 10. Jag har då blott 2 tiotal qvar och drager ett streck öfver 3, för att utmärka, att jag derifrån lånat 1; de 10 e. sätter jag öfver 2 e. 7 e. fr. 12 e. = 5 e. qvar. 6 t. fr. 2 t. går ej; jag söker då låna 1 h.; men det finnes ej; jag lånar då 1 tus. och förvandlar det till h. = 10 h. och drager ett streck öfver 4 tus. till tecken att jag lånat 1 tus. De tio h. sätter jag öfver 0 h. Från 10 h. lånar jag nu 1 h. och förvandlar det till 10-tal = 10 tiotal, hvilket jag skrifver öfver 2 tiotal. 6 t. fr. 12 t. = 6 t. etc. etc.

Man kan också här använda åskådningsmedlen vid tydliggörandet af det sätt, hvarpå man går till väga.

C. *Uppgifter med använda tal.* Se förut under add.

D. *Hufvudräkning.*

1. *Rena tiotal från rena tiotal.*

Ex. 30—20; lösning: 2 t. från 3 t. = 1 t. = 10 enh. 40 — 20 = ? 80 — 40 = ?

A åkte, men B gick till C; A åkte på 20 minuter; B gick på 1 timme; hvilken kom förr fram? — Huru mycket? C hade en pistol, som gick 50 fot; B en, som gick 40: huru mycket längre gick C:s?

2. *Blandade tiotal från rena.*

Ex.: 30 — 22; lösning: 30 — 20 = 10; 10 — 2 = 8.

A skulle hafva bott i E en månad (30 dygn), men for efter 3 veckor; huru många dagar för tidigt? Af 3 tjog ägg såldes 3 dussin; huru många voro qvar?

3. *Blandade tiotal från blandade tiotal.*

Ex.: 47 — 33; 47 — 30 = 17; 17 — 3 = 14; 67 — 44 = ? 74 — 35 = ?

A var 57 år, B 34; hur mycket äldre var A?

4. *Enkla uppgifter att draga enheter, rena och blandade tiotal och hundratal från rena och blandade hundratal.*

Ex.: 250 — 7 = ? 250 = 240 + 10 — 7 = 240 + 3 = 243. 500 — 30 = ? 500 = 400 + 100; 400 + 100 — 30 = 470. 600 — 54 = ? 600 — 50 — 4; 600 — 50 = 550; 550 — 4 = 546. 140 — 60 = ? 140 — 40 — 20; 140 — 40 = 100; 100 — 20 = 80. 742 — 68 = ? 742 — 60 — 8; 742 — 60 = 682 — 8 = 674.

Multiplikation.

I. *Multiplikatorn ensiffrig.*

Obs.! Innan multiplikation företages, måste multiplikationstabellerna vara till största säkerhet tillegnade.

A. *Muntligt.*

1. *Multiplikanden har blott en siffra af verkligt värde.*

a) *Utan öfvergång till större enhet.*

2 × 2 e. = 4 e.; 2 × 2 t. = 4 t. = 40 e.; 2 × 2 h. = 4 h. = 400 e.; 2 × 2 tus. = 4000 e. etc.

b) *Med öfvergång till större enheter.*

7 × 60 = ? 60 = 6 t.; 7 × 6 t. = 42 t. = 4. h. + 2 t. = 420 e. 8 × 400 = ? 400 = 4 h.; 8 × 4 h. = 32 h. = 3 tus. × 200 = 3200 e.

2. *Multiplikanden har mer än en siffra af verkligt värde.*

a) *Utan öfvergång till större enhet.*

2 × 43 = ? 43 = 4 t. + 3 e.; 2 × 43 = 2 × 4 t. + 2 × 3 e.; 2 × 3 e. = 6 e.; 2 × 4 t. = 8 t. + 6 e. = 86 e. 2 × 231 = ? 231 = 2 h. + 3 t. + 1 e.; 3 × 1 e. = 3 e.; 3 × 3 t. = 9 t.; 3 × 2 h. = 6 h.; 6 h. 9 t. 3 e. = 693 e.

b) *Med öfvergång till högre enhet.*

4 × 68 = ? 68 = 6 t. + 8 e.; 4 × 8 e. = 32 e. = 3 t. 2 e.; 4 × 6 t. = 24 t.; 24 t. + 3 t. = 27 t.; 2 h. 7 t. 2 e. 6 × 473 = ? 473 = 4 h. 7 t. 3 e.; 6 × 3 e. = 18 e. = 1 t. 8 e.; 6 × 7 t. = 42 t.; 42 t. + 1 t. 8 e. = 43 t. 8 e.; 4 h. 3 t. 8 e.; 6 × 4 h. = 24 h.; + 4 h. 3 t. 8 e. = 28 h. 3 t. 8 e. = 2 tus. 8 h. 3. t. 8 e. = 2838.

B. *Skriftligen.*

1 o. 2. *Uppställning och uträkning.*

För att åskådliggöra förfaringssättet vid multiplikation, kan man gå till väga på följande sätt: Jag har 3 lådor; i hvarje låda 32 öre. Jag vill veta, huru mycket penningar jag har. Jag räknar ut det så: i första lådan 32 öre, i andra lådan 32; i första och andra tillsammans 32 + 32 = 64; i 3:dje lådan 32 — således i alla 3: 32 + 32 + 32 = 96; men jag kan också räkna ut det sålunda: Jag har 3 lådor; i hvar och en 32 öre; i alla tre tills. 3 gr så många som uti en: således 3 × 32 | 96.

3 × 32	*a*) 32	*b*) 32
	32	× 3
	32	96
	96	

a) 3 × 32 = 32 + 32 + 32; 2 e. + 2 e. + 2 e. = 3 × 2 e. = 6 e.; 3 t. + 3 t. + 3 t. = 3 × 3 t. = 9 t.; 9 t. + 6 e. = 96 e.

b) Jag sätter talet 32 blott en gång. Att det skall tagas tre gr, visar jag genom siffran 3 derunder. I stället for 2 e. + 2 e. + 2 e. säger jag strax 3 × 2 e. = 6 e. De 6 e. skrifver jag under i första rummet. I stället för 3 t. + 3 t. + 3 t. säger jag strax 3 × 3 t.; 3 × 3 t. = 9 t.; 9 t. = 90 e.; 90 e. + 6 e. = 96. Hvar skall jag ställa 9, så att hon utmärker 9 tior i detta talet, utan att behöfva sätta ut 0 framför? (I rummet näst till venster om 6).

Ex.: 6 × 6,583 = ? Uppgiften är att taga 6,583 sex gr. Hvad det blifver, får jag veta, om jag tager 6 tusen 6 gr, 5 hundra 6 gr, 8 tior 6 gr, 3 enh. 6 gr samt lägger dessa tal tillsammans.

$$\begin{array}{r} 6{,}583 \\ \times\, 6 \\ \hline \end{array}$$

6 × 3 e.	= 18 e.	»	»	»	1 t.	8 e.
6 × 8 t.	= 48 t.	»	»	4 h.	8 t.	0 e.
6 × 5 h.	= 30 h.	»	3 tus.	0 h.	0 t.	0 e.
6 × 6 tus.	= 36 tus.	3 tio tus.	6 tus.	0 h.	0 t.	0 e.
		3 tio tus.	9 tus.	4 h.	9 t.	8 e.

= 38,498 e. Sedan några ex. så blifvit genomgångna, behandlas de sålunda: 6 × 3 e. = 18 e. = 1 t. och 8 e.; 8 skrifves, 1 i minne. 6 × 8 t. = 48 t. = 4 h. och 8 t. + 1 t. = 49 t. = 4 h. 9 t. skrifves, 4 i minne etc.

Slutligen: 3 × 6 = 18; 8 upp, 1 i minne; 6 × 8 = 48 och 1 = 49: 9 upp, 4 i minne; 6 × 5 = 30; 30 + 4 = 34; 4 upp och 3 i minne; 6 × 6 = 36; 36 + 3 = 39 = 39,498.

Sättet för *uppställning* och *uträkning* framställes af barnen, sedan de uträknat några tal och vunnit klar insigt i tillvägagåendet.

3. Räknesättets *ändamål* och *namn* samt talens *benämning* läres i öfverensstämmelse med hvad ofvan vid add. är lärdt.

4. *Pröfning* af operationens rigtighet sker, sedan lärjungarne också lärt *sig division.*

II. *Multiplikatorn två- eller flersiffrig.*

1. *Multiplikatorn ett rent tio- eller hundratal.*

10 × 1 = 10 e.; 10 × 1 t. = 10 t. = 100 e. 10 × 1 h. = 10 h. = 1 tus.

10 × 40 = ? 10 × 4 t. = 4 h.; 10 × 40 = 400.

10 × 24 = ? 24 = 2 t. + 4 e.; 10 × 4 e. = 4 t.; 10 × 2 t. = 2 h.; 2 h. + 4 t. = 240 e.

40 × 18 = ? 18 = 1 t. + 8 e.; 40 = 4 × 10; 4 × 8 e. = 32 e. = 3 t. + 2 e.; 4 × 1 t. = 4 t., 4 t. + 3 t. + 2 e. = 7 t. 2 e. = 72 e.; 72 e. × 10 = 720 e.

100 × 1 = 10 × 10 × 1; 10 × 1 = 10, 10 × 10 = 100; 100 × 10 = 10 × 10 × 1 t.; 10 × 1 t. = 100; 10 × 100 = 1 tus. etc.

100 × 30? 10 × 30 = 300; 10 × 300 = 3000.

2. *Multiplikatorn ett blandadt tio- eller hundratal.*

$23 \times 8 = ?$ $23 \times 8 = 20 \times 8 + 3 \times 8$; $20 \times 8 = 160$? $3 \times 8 = 24$; $160 + 24 = 184$.

$32 \times 40 = ?$ $2 \times 40 + 30 \times 40$; $2 \times 40 = 80$; $30 \times 40 = 1200$; $1200 + 80 = 1280$.

$18 \times 27 = ?$ $18 \times 27 = 8 \times 27 + 10 \times 27$; $8 \times 27 = 160 + 56 = 216$; $10 \times 27 = 270$; $270 + 216 = 486$.

$143 \times 4 = ?$ $143 \times 4 = 100 \times 4 + 40 \times 4 + 3 \times 4$; $100 \times 4 = 400$; $40 \times 4 = 160$; $400 + 160 = 560$; $3 \times 4 = 12$; $560 + 12 = 572$.

B. *På tafla.*

1. *Uppställning* se ofvanför.
2. *Uträkning* se ofvanför.

Ex. 1. $10 \times 234 = ?$

$$\begin{array}{r} 234 \\ \times\ 10 \\ \hline \end{array} \quad \text{eller bättre} \quad \begin{array}{r} 234 \\ \times\ 10 \\ \hline \end{array}$$

10×4 e. $= 4$ t.; 10×3 t. $= 3$ h.; 10×2 h. 2,000. Siffrorna blifva desamma; deras värde 10 gr större. På det 4 skall komma att betyda 4 tior, måste hon stå i andra rummet; på det att 3 skall komma att betyda 300, måste hon stå i 3:dje o. s. v. Detta allt sker helt enkelt derigenom, att man sätter en nolla till höger om talet. Ett tal blifver alltså taget 10 gr, om man sätter en nolla till höger. 100 gr tages det, om man sätter 2 nollor t. h. o. s. v. 20 gr tages det, om det tages 2 gr och noll sättes till höger; 30 gr, om det tages 3 gr och noll sättes t. h. 200 gr tages det, om det tages 2 gr och 2 nollor sättas t. h. o. s. v.

Ex. 2.

$$\begin{array}{rr} & \mathbf{573} \\ & \times\ 928 \\ \hline 8 \times 573 = & 4584 \\ 10 \times 2 \times 573 = & 1146 \\ 100 \times 9 \times 573 = & 5157 \\ \hline & 531744 \end{array}$$

$928 \times 573 = 8 \times 573 + 20 \times 573 + 900 \times 573$. $8 \times 573 = 4584$; $2 \times 573 = 1146$; $20 \times 573 =$ är 10 gr mera, derföre måste noll här sättas till, eller måste denna produkt sättas ett steg längre till venster.

9 × 573 = 5157; 900 × 573 är 100 gr mera; derföre måste två nollor tilläggas eller produkten sättas 2 steg till venster.

Ex. 3.	7452	Ex. 4.	9700?
	× 704		× 250
4 × 7452 =	29808		485
100 × 7 × 7452 =	52164		194
	5246208		2425000

Ex. 4. 9700 = 97 h. — dessa skola tagas 250 eller 10 × 25 gånger. Man räknar 25 × 97 = 2425. 25 × 97 h. är 100 gr mera, alltså 242500. Talet 9700 skulle ej tagas 25 utan 250 gr; derföre måste 25-falden af 9700 tagas 10 gr till d. v. s. 2425000.

Sedan flere tal äro på nu nämda sätt behandlade, kan man på följande vis låta barnen genomräkna ett eller flere exempel, såsom en sammanfattning af det genomgångna

$$\begin{array}{r} 328 \\ \times\ 62 \\ \hline 656 \\ 1968 \\ \hline 20336 \end{array}$$

Uträkningen sker sålunda: 2 × 8 enheter är = 16 enh.; 16 enh. = 1 tia och 6 enh.; enh. sättas upp under enh. och tian lägges till tiorna. 2 × 2 tior = 4 tior; 1 tia till 4 tior = 5 tior, som uppsättas under tiorna. 2 × 3 hundra = 6 hundra, som uppskrifvas under hundrorna. 6 × 8 enh. är = 48 enh., men nu var det ej med 6, jag multiplicerar, utan med 60, således blir produkten ej enheter, utan 10 gr större, det vill säga 48 tior, det är 4 hundror och 8 tior. 8 sättes sålunda under tiornas rad, och 4 lägges sedan till hundrornas o. s. v. Hvarför sättes ej 8 under enheterna? Om vi utsatte den siffra, som skulle stå under 6, hvilken skulle det blifva?

Man kan ock för att tydliggöra förfaringssättet här använda åskådningsmaterialet sålunda, att man skrifver på sv. taflan ett tal., ex. 135 × 4, och låter de särskilda siffrorna betyda kuber, prismer o. s. v., och sedan låta barnen taga 5 kuber 4 gr och förvandla detta till prismer och samtidigt teckna detta på taflan, samt sålunda samtidigt med åskådningsmedel och siffror genomgå ex.

Att faktorernas ordning är likgiltig åskådliggöres ex.

$$\begin{array}{ccccl} 0 & 0 & 0 & 0 & = 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & = 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & = 4 \\ \| & \| & \| & \| & \\ 3 & 3 & 3 & 3 & \end{array} \qquad 3 \times 4 = 12;\ 4 \times 3 = 12.$$

3. *Pröfning.* Se föreg. anm.

C. *Uppgifter med använda tal* öfvas flitigt som förut är nämdt.

D. *Hufvudräkning.*

1:o. Rena tiotal med en enkel siffra.

Ex. 2×30; $30 = 3$ tior, 3 tior $\times 2 = 6$ tior $= 60$.

$6 \times 20 = ?$ $4 \times 60 = ?$

1 centner kostar 40 kronor; hvad kosta 6, 7, 8 c:tr? För 1 krona erhåller man 80 kub.-tum; huru många för 3, 4, 8 kr.?

2:o. Rena 100-tal med en enkel siffra.

Ex. 3×300; $300 = 3$ hundratal; 3×3 hundratal $= 9$ hundratal $= 900$.

$4 \times 500 = ?$ $6 \times 700 = ?$

1 krona = 100 öre; huru många öre på 5 kr.? När jag för 1 kr. får 200 tum; huru många tum för 8 kr.?

3:o. Blandade 10-tal med en enkel siffra.

Ex. $12 \times 2 = 2 \times 10 + 2 \times 2$; $2 \times 10 = 20$; $2 \times 2 = 4 = 24$.

$14 \times 5 = ?$ $24 \times 3 = ?$

När jag för 1 kr. får 1 dussin, huru mycket för 6 kr.? 1 vecka = 7 dagar; huru många dagar på 14 veckor? För 1 öre 2 ark; huru mycket för 16 öre?

4:o. Blandade hundratal med en enkel siffra.

Ex. $3 \times 231 = 3 \times 200 + 3 \times 30 + 3 \times 1$; $3 \times 200 = 600$; $3 \times 30 = 90$; tillsammans 690; $3 \times 1 = 3$, $690 + 3 = 693$.

1 år = 365 dagar; huru många dagar äro 2, 4, 6 år? För 1 krona får jag 135 st.; huru många för 8 kr.?

5:o. Rena tiotal med rena tiotal.

Ex. $30 \times 30 = 10 \times 3 \times 30$; $3 \times 30 = 90$; $90 \times 10 = 900$.

Hvad kosta 30 ctnr efter 20 kr. ctnr? Huru många minuter på 30 timmar?

6:o. *Blandade tiotal och hundratal med rena tiotal.*

Ex. 40 × 18 = ?

40 × 18 = 10 × 4 × 18; 4 × 18 = 72; 10 × 72 = 720.

Huru många böcker på 24 ris? — En åker är 23 fot lång, 20 fot bred; huru stor är dess yta?

7:o. *Blandade 10-tal och 100-tal med blandade 10-tal.*

Ex. 18 × 27 = ? 18 × 27 = 10 × 27 + 8 × 27; 10 × 27 = 270; 8 × 27 = 160 + 56 = 216; 270 + 216 = 486.

Eller: 18 = 6 × 3; 18 × 27 = 6 × 3 × 27; 3 × 27 = 81; 6 × 81 = 486.

14 × 18 = ? 13 × 16 = ?

För 1 kr. får jag 16 st.; huru mycket för 12 kr.? — Huru många ark på 32 böcker?

Division.

I. *Divisorn ensiffrig.*

A. *Muntligt.*

1. *Qvoten ett grundtal.*

Undersökning af innehåll och delning i förening.

12 : 3 = ? 21 : 7 = ? 45 : 9 = ? 40 : 5 = ? 24 : 8 = ? etc.

Skrifvas dylika uppgifter på svarta taflan, så lösas de enskilda uppgifterna i den ordning, de stå uppskrifna dels af enskilda, dels i kör.

Ex. 12 : 3 = 3 i 12 = 4 gr; 3:djedelen af 12 är 4. Eller ock frågas enskilda: huru många gr innehålles 4 i 12? Hvad är tredjedelen af 12?

2. *Qvoten rena tiotal och hundratal.*

a) *Utan sönderdelning af dividenden.*

2, 20, 200, 2,000 : 2. 2 i 2 enheter 1 gång; i 2 tior 10 gr mera = 10 gr etc.

4, 40, 400, 4,000 : 2. Huru mycket är hälften af 4, 40, 400, 4,000? Hälften af 4 = 2; hälften af 4 tior = 2 tior = 20 enh. etc. På samma sätt: $^1/_3$ af 60, 600, 6,000; $^1/_4$ af 8, 80, 800, 8,000.

b) *Dividenden sönderdelas.*

120 : 3; 120 = 1 hundra + 2 tior; innehålles 3 uti hundra 100 gr? (kan jag dela 100 mellan 3 så, att de få 100 hvar?)

Nej. 100 = 10 tior; 10 tior + 2 tior = 12 tior; 3 i 12 enh. = 4 gr; 3 i 12 tior 10 gr mer, 40 gr.

$^1/_4$ af 240; 240 = 2 hundra + 4 tior; $^1/_4$ af 2 hundra är ej 100 (100 är $^1/_4$ af 400); 2 hundra = 20 tior; 20 tior + 4 tior = 24 tior; $^1/_4$ af 24 enheter = 6; $^1/_4$ af 24 tior 10 gr mer = 60; $^1/_4$ af 240 = 60.

3. *Qvoten ett bråk.*

a) *Undersökning af innehållet.*

2 uti 1 = ? Åskådliggöres:

0 0 0 0 0 0	2 uti 4 innehålles 2 gr.	
0 0 0 0	2 » 2 »	1 gång.
0 0 0	2 » 1 »	$\frac{1}{2}$.

(1 innehålles jemt en gång uti 1; 2 innehålles blott till en del, blott till hälften eller $^1/_2$ uti 1 o. s. v.)

b) *Delning.*

Huru mycket är $^1/_2$ af 1? $^1/_3$ af 2 = ? $^1/_4$ af 2 = ?

Åskådliggöres: $^1/_2$ ——|—— $^1/_2$ af 1 = $^1/_2$.

$^1/_3$ —|—|— $^1/_3$ af 1 = $^1/_3$.

$^1/_4$ —|—|—|— $^1/_4$ af 1 = $^1/_4$.

$^1/_3$ af 2 (1 + 1) (= $^1/_3$ af 1 + $^1/_3$ af 1 = $^2/_3$ af 1 o. s. v.)

4. *Qvoten ett blandadt tal.* Undersökning af innehåll och delning.

15 : 2. Huru många gånger innehålles 2 uti 15? Innehålles 2 jemt uti 15? Nej. Hvilket är det tal näst under 15, uti hvilket 2 går jemt upp? (14); 15 = 14 + 1; 2 uti 14 = ? (7 gr); 2 uti 1 = $^1/_2$; 2 uti 15 = $7^1/_2$, $^1/_2$ af 15; 15 = 14 + 1; $^1/_2$ af 14 = 7; $^1/_2$ af 1 = $^1/_2$; $^1/_2$ af 15 = $7^1/_2$.

Så behandlas några ex. med en hvar af de enkla siffrorna.

5. *Qvoten utgöres af tiotal och enheter.*

69 : 3. Huru många gr innehålles 3 uti 69. 69 = 6 tior och 9 enheter; 3 uti 6 tior = 20 gr; 3 uti 9 enh. = 3 gr; 3 uti 69 = 23. $^1/_3$ af 69; 69 = 6 tior 9 enh.; $^1/_3$ af 6 tior = 2 tior; $^1/_3$ af 9 enh. = 3 enh.; 2 tior + 3 enh. = 23.

B. *På tafla.*

1. *Uppställning.* Om jag t. ex. vill dela 2347 lika mellan 5, eller efterse, huru många gånger 5 innehålles uti 2347, så plägar jag antingen sätta det tal, som utvisar huru mycket, som skall delas, till höger och det, som utvisar, i huru många

delar det skall delas, till venster derom och skildt derifrån genom ett lodrätt streck; det åter, som utvisar, huru mycket jag får i hvarje del, sättes till höger om det förstnämda och skildt derifrån genom ett lodrätt streck, se uppställningen a.; eller ock sättes det, som skall delas, till venster; det som utvisar antalet af delarna, till höger derom och skildt derifrån genom ett lodrätt streck, samt det, som utvisar, huru mycket jag får i hvarje del, under det andra och skildt derifrån genom ett vågrätt streck, se uppställningen b., eller ock så, att det, som skall delas, under ett vågrätt streck, se uppställningen c.

2. *Uträkning.*

Ex. 1. Uppställn. a. 2,347 : 5. Från synpunkten af delning. Uppgiften är att lika dela 2 tusen 3 hundra 4 tior och 7 enh. mellan 5, eller att deraf taga $^1/_5$.

5 | 2347 | $469^2/_5$.
  | 20 : : |
34
30
47
45
$^2/_5$

Delar jag 2,000 mellan 5, så få de ej 1,000 hvar (1,000 är ej $^1/_5$ af 2,000); jag förvandlar derföre 2 tus. till hundra. Huru många hundra? (20 hundra). 3 hundra läggas till = 23 hundra. Kunna 5 dela 23 hundra, så att de få ett hundra hvar? (Ja, de få ändå mera). Så många gr jag kan taga 5 ur 23, lika många hundra få de hvar. (Lika många hundra utgöra $^1/_5$ af 23 hundra). Huru många gånger kan jag taga 5 ur 23? (4 gr). Af hvilket tal är fem $^1/_4$? Hvad utmärker denna 4? (4 hundra). Jag sätter derföre två punkter till höger om henne. Huru många hundra gå åt till alla 5, om de få 4 hvar? (af hvilket tal är fyra $^1/_5$). $(5 \times 4 = 20)$. Gå alla 23 hundra åt? Huru många hundra blifva öfver, då 5 få 4 hvar? (3).

Att dela återstå således ännu 3 h. 4 t. 7 e.

Dessa 3 hundra skola de dela sig emellan. Kunna de 5 få 1 hundra hvar? ($^1/_5$ af 3 hundra är ej 1 hundra). Vi förvandla dem derföre till tior. Huru många tior af 3 hundra? 30 tior + 4 tior = 34 tior. Om 5 skola dela 34 tior sig emellan, huru många tior får hvar och en? (Hvad är $^1/_5$ af 34 tior?) (6 tior). En punkt sättes efter 6 för att antyda, att den betyder 10-tal. Huru många tior gå åt, om 5 skola hafva 6 hvar? (Af hvilket tal är sex $^1/_5$?) (30). Huru många tior blifva öfver?

(4). Hvad återstår nu att lika dela mellan de fem? (4 tior och 7 enheter). Dessa 4 tior skola ock delas mellan de 5, men kunna ej delas så dem emellan, att de få en tia hvar (1 tia är ej $^1/_5$ af 4 tior). De förvandlas derföre till enheter. 4 tior = 40 enh.; 40 enh. + 7 enh. = 47 enh. Om 5 dela 47 enh., huru många får hvar och en? (Hvad är $^1/_5$ af 47 enh.?) (9). Huru många enh. gå åt till 5, för att de skola erhålla 9 hvar? (Af hvilket tal är nio $^1/_5$?) (45). Således blifva 2 enh. öfver. $^1/_5$ af 2 = $^2/_5$ ($^1/_5$ af 1 = $^1/_5$; $^1/_5$ af 2 = $^1/_5 + ^1/_5 = ^2/_5$). Hellre förvandlas dock de öfverblifna enheterna till 10-delar, de öfverblifna 10-delarne till 100-delar o. s. v., så att man bereder öfvergången till decimalbråk.

Man kan ock här klargöra tillvägagåendet genom att begagna åskådningsmedel och siffror. Man skrifver t. ex. på taflan 429 : 3 och uppställer dividenden med åskådningsmedel på bordet, och låter sedan barnen dela detta, samtidigt som de på taflan skrifva upp operationerna. Af mycken nytta är ock att i de första divisionstalen låta de särsk. siffrorna betyda ettören, tio-ören, en-, tio- och hundra-kronor o. s. v., eller andra lämpliga storheter, och verkställa undersökningen af innehållet eller delningen under fasthållandet af denna siffrornas betydelse.

Ex. 2. 3479 : 5 = ? Uppställn. b.

$$\begin{array}{r|l} 34{,}79 & 5 \\ \underline{30} & \overline{6\,.\,.} \\ 4 & \end{array}$$

(Från synpunkten af undersökning rör. innehåll). Uppgiften löses i sammanhängande framställning sålunda: uppgiften är att efterse, huru många gr 5 enh. innehållas uti 3 tus. 4 h. 7 t. 9 e. Jag ser först efter, huru många gr 5 e. innehållas uti 3 tus. 5 e. uti 5 tus. 1000 gr. i 3000 alltså ej 1000 gr. 3 tus. = 30 h.; 30 h. + 4 = 34 h.; 5 innehålles i 34 e. 6 gr, i 34 h. således 100 gr mer = 600 gr. Vi skrifva blott 6; i st. f. de två nollorna sätta vi två punkter, en i tiotals- och en i enhetsrummet. 5 innehålles 600 gr uti 34 h.; 600 × 5 = 30 h.; 30 h. från 34 h. lemna 4 h. qvar. Nu återstår att söka, huru många gr 5 innehålles uti 4 h. 7 t. 9. e.

etc. etc. Uppställn. c. $\frac{3477}{5}$

Obs.! Lär. välje att öfva blott ett af dessa anförda sätten för lösningen.

Reglerna för uträkning läras ej af barnen, utan räkningens gång inhemtas på ofvan antydda praktiska väg.

3. Räknesättets *ändamål* och *namn* samt talens *benämning* läres som vid addition och subtraktion.

4. *Pröfning* af multiplikationens och divisionens riktighet inläres i samband. Man bringar barnen till insigt om, huru många gr produkten är större än multiplikanden, och huru man således genom produktens delning med multiplikatorn måste få multiplikanden till qvot, om räkningen är utan fel. Vidare huru många gr divisorn är mindre än dividenden, och huru man således, genom att multiplicera divisorn med qvoten, måste få dividenden till produkt.

Obs.! Så behandlas till en början några uppgifter af läraren sjelf, hvarefter han uppfordrar barnen att tala och räkna, till dess hvar och en blifvit säker på operationernas ordning och betydelse. Genvägen att behandla hvarje enhet såsom en enkel enhet beträda barnen sjelfva. Läraren har att omsorgsfullt tillse, att barnen ej göra det förr, än de fått klart för sig siffrornas verkliga värde. Sedan låter man dem öfvergå till den vanliga, mera mekaniska behandlingen. Synnerlig uppmärksamhet egne läraren deråt, att barnen rätt förstå, huru många gr ett tal innehålles uti ett annat och att såsom regulator i detta fall sjelfva gifva akt på produkten, så att den såsom subtrah. ej är större än minuenden samt att resten ej blifver lika stor eller större än divisorn. Sådana ex. måste ock noggrant öfvas, der divisorn ej innehålles uti hvarje deldividend t. ex. 183042 : 6.

II. *Divisorn två- eller flersiffrig.*

A. *Muntligt.*

1:o. Divisorn rent tiotal eller 100-tal.

1 t. : 10; 1 t. = 10 enh.; 10 enh. : 10 = 1 gång. 2 t. : 10 = 10 i 20 = 2 gånger. 20 i 4 t. = 20 i 40 = 2 gr. 120 : 20 = 20 i 12 t. = 2 i 12 = 6 gr.

2:o. Divisorn ett sammansatt tal.

Barnen öfvas uti att säga, huru många gånger divisorn innehålles uti dividenden:

a) Då båda bestå af 2-siffriga tal.

Ex. 11, 22, 33, 44, 55 etc. : 11. 24, 36, 48 etc. : 12, 16, 17, 27, 30, 40 : 13.

b) Då dividenden har en siffra mera än divisorn.

Ex. 128, 142, 139, 156, 212, 234, 516, 1121 : 63. 2009 etc. : 213.

Härvid kan såsom ledtråd följas: då både dividenden och divisorn bestå af lika många siffror, divisorn inneh. uti dividenden så många gr, som 1:sta siffran i divisorn innehålles uti 1:sta siffran uti dividenden, utom då den andra siffran uti divisorn är någon af de större siffrorna, då divisorn innehålles uti dividenden lika många gr, som divisorns första siffra, ökad med 1, innehålles uti dividendens första siffra, samt att, då dividenden innehåller en siffra mera än divisorn, divisorn innehålles så många gr uti dividenden, som divisorns första siffra uti dividendens 2 första siffror med nyss anförda tillägg, då divisorns andra siffra är någon af de större.

B. *På tafla.*

Ex.	40	3160	79
		280	40
		360	3160
		360	

3160 = 3 tus., 1 hundra, 6 tior och 0 enh. — 40 i 3 innehålles ingen gång, alltså i 3000 ej 1000 gånger. 3 tus. + 1 hundra = 31 hundra. 40 i 31 innehålles ej en gång, i 31 hundra alltså ej 100 gr. 31 hundra + 6 t. = 316 t. 40 i 316 huru många gr? Jag söker, huru många gr 4 t. innehålles i 31 t. = 4 uti 31 = 7 gr × 40 = 280; 280 fr. 316 = 36. 40 i 316 enh. = 7 gr och 36 blifva i rest; alltså 40 i 316 t. = 70 gr och 36 t. blifva i rest. 36 t. + 0 e. = 360 enh. 40 i 360 lika många gr, som 4 t. i 36 t. eller 4 i 36 = 9 gr; 9 × 40 = 360. Alltså 40 i 3160 = 79 gr. Innehålles verkligen 40 i 3160 79 gr, så måste 79 × 40 = 3160 (pröfningen).

Obs.! *Förkortningar.*

6231

Då divisorn är ett grundtal. Ex. 7|34546|4935$^{1}/_{7}$

7 i 34 4 gr, rest 6.

7 i 65 9 gr » 2.

7 i 24 3 gr, rest 3.
7 i 36 5 gr » 1.
7 i 1 $^1/_7$.

Då dividend och divisor hafva nollor i slutet.

Ex. 1ø | 84ø | 84. 75ø | 981ø | 13$^5/_{75}$. 1øø | 72øø | 72.

75
230
225
$^5/_{75}$

54Oøø | 4156øø | o. s. v.

C. *Uppgifter med använda tal* öfvas efter någon exempelsamling.

D. *Hufvudräkning.*

1:o. Divisorn ensiffrig.

a) Qvoten rent 10- eller 100-tal.

Ex. 90, 900, 9000 : 3 (3 i 9 e. = 3 gr; uti 9 t. 10 gr mer = 30 gr etc.). $^1/_2$ af 40, 400, 4000. Hälften af 4 är 2; hälften af 4 t. 10 gr mer: alltså 20 etc. 3 uti 120? Huru många gr innehålles 3 uti 120? 120 = 1 hundra 2 t.; 3 innehålles i ett h. ej 100 gr; 100 = 10 t.; 10 t. + 2 t. = 12 t.; 3 i 12 e. = 4 gr, uti 12 t. 10 gr mer: alltså 3 i 12 t. = 40 gr. $^1/_4$ af 240? Huru mycket är $^1/_4$ af 240? 240 = 2 h. + 4 t.; $^1/_4$ af 200 är ej 100; jag gör derför 2 hundra till tior; 2 h. = 20 t.; 20 t. + 4 t. = 24 t.; $^1/_4$ af 24 t. = 6 t. = 60. Huru många gr kan jag taga 3 fot ur 9 stänger? Huru många minuter på $^1/_2$, $^1/_3$ timme? 4 personer delade 360 kronor, huru många kronor på hvar och en? $^1/_8$ af 320 fot?

b) Qvoten ett bråk.

Ex. 1 : 2 = $^1/_2$. 2 : 3 = $^2/_3$. 2 : 5 = $^2/_5$.

1 krona delas mellan 2, huru mycket hvar? 2 kakor delas mellan 3 personer, huru mycket får hvar och en?

c) Qvoten ett blandadt tal.

Ex. 15 : 4. Nämn några tal, i hvilka 4 går jemt upp! 4 går således ej jemt upp i 15. Nästa tal under 15, i hvilket 4 går jemt upp, är tolf; 15 = 12 + 3; 4 i 12 = 3 gr; 4 i 3 = $^3/_4$ g. 4 i 15 = 3$^3/_4$ g. $^1/_4$ af 15 = ? 15 = 12 + 3; $^1/_4$ af 12 = 3; $^1/_4$ af 3 = $^3/_4$; $^1/_4$ af 15 = 3$^3/_4$.

Ex. 11, 22, 33, 44, 55 etc. : 11. 24, 36, 48 etc. : 12, 16, 17, 27, 30, 40 : 13.

b) Då dividenden har en siffra mera än divisorn.

Ex. 128, 142, 139, 156, 212, 234, 516, 1121 : 63. 2009 etc. : 213.

Härvid kan såsom ledtråd följas: då både dividenden och divisorn bestå af lika många siffror, divisorn inneh. uti dividenden så många gr, som 1:sta siffran i divisorn innehålles uti 1:sta siffran uti dividenden, utom då den andra siffran uti divisorn är någon af de större siffrorna, då divisorn innehålles uti dividenden lika många gr, som divisorns första siffra, ökad med 1, innehålles uti dividendens första siffra, samt att, då dividenden innehåller en siffra mera än divisorn, divisorn innehålles så många gr uti dividenden, som divisorns första siffra uti dividendens 2 första siffror med nyss anförda tillägg, då divisorns andra siffra är någon af de större.

B. *På tafla.*

Ex.	40	3160	79
		280	40
		360	3160
		360	

3160 = 3 tus., 1 hundra, 6 tior och 0 enh. — 40 i 3 innehålles ingen gång, alltså i 3000 ej 1000 gånger. 3 tus. + 1 hundra = 31 hundra. 40 i 31 innehålles ej en gång, i 31 hundra alltså ej 100 gr. 31 hundra + 6 t. = 316 t. 40 i 316 huru många gr? Jag söker, huru många gr 4 t. innehålles i 31 t. = 4 uti 31 = 7 gr × 40 = 280; 280 fr. 316 = 36. 40 i 316 enh. = 7 gr och 36 blifva i rest; alltså 40 i 316 t. = 70 gr och 36 t. blifva i rest. 36 t. + 0 e. = 360 enh. 40 i 360 lika många gr, som 4 t. i 36 t. eller 4 i 36 = 9 gr; 9 × 40 = 360. Alltså 40 i 3160 = 79 gr. Innehålles verkligen 40 i 3160 79 gr, så måste 79 × 40 = 3160 (pröfningen).

Obs.! *Förkortningar.*

6231

Då divisorn är ett grundtal. Ex. 7|34546|4935 1/7

7 i 34 4 gr, rest 6.

7 i 65 9 gr » 2.

7 i 24 3 gr, rest 3.
7 i 36 5 gr » 1.
7 i 1 $^1/_7$.

Då dividend och divisor hafva nollor i slutet.

Ex. 1ø | 84ø | 84. 75ø | 981ø | 13 $^5/_{75}$. 1øø | 72øø | 72.

75
230
225
$^5/_{75}$

540øø | 4156øø | o. s. v.

C. *Uppgifter med använda tal* öfvas efter någon exempelsamling.

D. *Hufvudräkning.*

1:o. Divisorn ensiffrig.

a) Qvoten rent 10- eller 100-tal.

Ex. 90, 900, 9000 : 3 (3 i 9 e. = 3 gr: uti 9 t. 10 gr mer = 30 gr etc.). $^1/_2$ af 40, 400, 4000. Hälften af 4 är 2; hälften af 4 t. 10 gr mer: alltså 20 etc. 3 uti 120? Huru många gr innehålles 3 uti 120? 120 = 1 hundra 2 t.; 3 innehålles i ett h. ej 100 gr; 100 = 10 t.; 10 t. + 2 t. = 12 t.; 3 i 12 e. = 4 gr, uti 12 t. 10 gr mer: alltså 3 i 12 t. = 40 gr. $^1/_4$ af 240? Huru mycket är $^1/_4$ af 240? 240 = 2 h. + 4 t.; $^1/_4$ af 200 är ej 100; jag gör derför 2 hundra till tior; 2 h. = 20 t.; 20 t. + 4 t. = 24 t.; $^1/_4$ af 24 t. = 6 t. = 60. Huru många gr kan jag taga 3 fot ur 9 stänger? Huru många minuter på $^1/_9$, $^1/_3$ timme? 4 personer delade 360 kronor, huru många kronor på hvar och en? $^1/_8$ af 320 fot?

b) Qvoten ett bråk.

Ex. 1 : 2 = $^1/_2$. 2 : 3 = $^2/_3$. 2 : 5 = $^2/_5$.

1 krona delas mellan 2, huru mycket hvar? 2 kakor delas mellan 3 personer, huru mycket får hvar och en?

c) Qvoten ett blandadt tal.

Ex. 15 : 4. Nämn några tal, i hvilka 4 går jemt upp! 4 går således ej jemt upp i 15. Nästa tal under 15, i hvilket 4 går jemt upp, är tolf; 15 = 12 + 3; 4 i 12 = 3 gr; 4 i 3 = $^3/_4$ g. 4 i 15 = 3$^3/_4$ g. $^1/_4$ af 15 = ? 15 = 12 + 3; $^1/_4$ af 12 = 3; $^1/_4$ af 3 = $^3/_4$; $^1/_4$ af 15 = 3$^3/_4$.

N. reste 15 mil på 4 dagar; huru många mil på dagen? 8 personer delade lika 37 kronor; huru mycket fick hvar och en?

d) Qvoten ett sammansatt tal.

75 : 2 = ? 75 = 7 tior + 5 enheter = 6 tior + 15 enheter = 6 tior + 14 enheter + 1 enhet; 2 uti 6 tior = 30 gr; 2 uti 14 enh. = 7 gr; 2 uti 1 = $^1/_2$; alltså 75 : 2 = $37^1/_2$.

$^1/_2$ af 75 = ? 75 = 7 tior + 5 enh.; $^1/_2$ af 7 tior = 3 tior, rest 1 tia; 1 tia + 5 enh. = 15 enh.; $^1/_2$ af 15 enh. = 7 enh. rest 1 enh.; $^1/_2$ af 1 enh. = $^1/_2$; $^1/_2$ af 75 = $37^1/_2$.

4 man behöfde för 7 dagar 96 kronor, huru mycket för hvarje dag?

2:o. Divisorn 2-siffrig.

a) Divisorn rent tiotal.

Ex. 40 : 20 = ? 2 tior uti 4 tior = 2 uti 4 = 2 gr.

20 : 120 = 2 tior i 12 tior = 2 uti 12 = 6 gr. 390 : 30 = ? 600 : 50 = ?

4 tjog kosta 120 kronor, huru mycket kostar tjoget?

b) Divisorn ett sammansatt tal.

aa) Genom omedelbar uppfattning.

22, 33, 44, 55 : 11 = ?

bb) Genom jemnförande med motsvarande enheter.

69 : 23; 23 = 2 tior 3 enheter; 69 = 6 tior 9 enheter. 2 tior i 6 tior = 2 i 6 = 3 gr. 3 enheter i 9 enheter = 3 gr; 69 : 23 = 3. 90 : 32 = ? 427 : 61 = ?

c) Genom att öka dividenden.

475 : 48 = ? 475 + 5 = 480; 48 i 480 = 10 gr; i 475 alltså ej 10 gr, utan blott 9 gr; 9 × 48 = 432; 475 — 432 = 43; 475 : 48 = 9 gr rest 43.

180 : 36 = ? 36 i 360 = 11 gr; i 180 (= $^1/_2$ af 360) blott $^1/_2$ af 10 gr = 5 gr.

dd) Genom att öka eller minska divisorn.

140 : 19 = ? Jag söker, huru många gr 20 innehålles uti 140. 2 tior i 14 tior = 7 gr; 19 innehålles 7 gr uti 7 × 19 = 133; 133 från 140 = 7; 19 i 7 = $^7/_{19}$; 140 : 19 = $7^7/_{19}$ gr.

150 : 21 = ? 20 = 2 tior; 150 = 15 tior; 2 tior i 15 tior = 2 i 15 = 7 gr; 21 innehålles 7 gr uti 7 × 21 = 147; 147 från 150 = 3; 21 i 3 = $^3/_{21}$; 150 : 21 = $7^3/_{21}$ gr.

Anm. Man bör noga märka, att vid multiplikation och delningsdivision äro både multiplikatorn och divisorn *fullkomligt* obenämda tal. Man talar således ej om att t. ex. taga 4 tiotal *3 tiotal* gr, utan 30 gr. Man delar ej 8 hundratal i 4 tiotal-delar utan i 40 delar o. s. v.

Sedan de fyra räknesätten i hela tal äro genomgångna, få barnen räkna blandade exempel, i hvilka alla räknesätten tilllämpas. Detta är mycket vigtigt, enär många af barnen lemna skolan, innan sorter och decimalbråk äro behandlade. Hafva de sålunda ej lärt sig allsidigt behandla hela talen och de allmännaste sorterna på samma gång, så kunna de ej i dagliga lifvet i någon nämnvärd grad betjena sig af sin kunskap. Sorterna äro ock särdeles användbara äfven i pedagogiskt hänseende såsom tillämpning på de fyra räknesätten.

C. Decimalbråk och de nya sorterna.

I) *Hvad decimalbråk är.*

Läraren tager ett prisma med nio tvärsöfver gående ränder — utvisande 10 lika stora delar af prismat — samt dertill 10 små kuber. Om jag nu antager, att detta (prismat) är en *hel*, och jag delar itu det efter dessa ränder, erhåller jag 10 små delar, som äro lika stora; jag erhåller då 10 sådana (små kuber). Huru stor del är då hvar och en sådan af det hela? ($^1/_{10}$). Visa mig $^1/_{10}$-del af det hela (prismat)! Visa mig 2, 3, 5, 8 tiondelar af det hela! Lär. tager ett prisma (2, 3 prismer) samt 1 (2, 3) små kuber och frågar: huru mycket har jag i min hand — jag anser detta (prismat) för en hel? [1 hel (2, 3 hela) och 1 tiondel (2, 3 tiondelar)]. Lär. tager 1 skifva, 1 prisma och 1 liten kub — hvad har jag nu i min hand? Detta (prismat) är 1 hel? (1 t. 1 e. och $^1/_{10}$ = 11 hela $^1/_{10}$). Lär.: visa mig $23^2/_{10}$! Visa mig $124^1/_{10}$! Lär. (tager 2 skifvor, 2 prismer och 3 små kuber) huru mycket är detta, om denna (lilla kuben) är 1 hel? (223 hela) . . . om detta (prismat) är 1 hel? (22 hela och $^3/_{10}$). Lär. tager derpå en skifva. Om jag nu delar denna skifva efter dessa strecken, huru många lika delar får jag då af henne? (10). Hvad kallas således hvarje del? ($^1/_{10}$-del). Visa mig 1, 2, 4 etc. tiondelar af det hela (skifvan)! Hvad är detta? (1 hel- och 5 tiondelar). Visa mig 2 hela och 6 tiondelar! Men om jag nu tager $^1/_{10}$ (prisma) och delar sönder efter dessa strecken, huru många lika delar får jag då af tiondelen? (10). Visa mig de 10 tiondelarne af 10-delen! (10 små kuber)! Men huru stor del är detta (liten kub) af det hela? (Räknas på skifvan 100-del). Derföre kallas denna delen 100-del (af det hela). Visa mig 1, 2, 4... 100-delar af det hela! (Man kan ock genast öfvergå från det hela till 100-delen utan förmedlingen af 10-delen). Visa mig $^1/_{10}$-del af det hela! 3 tiondelar af det hela! Visa mig $^1/_{10}$-del och $^1/_{100}$-del! Visa mig 1 hel, $^1/_{10}$-del och $^1/_{100}$-del. Visa mig 2 hela $^3/_{10}$ och $^3/_{100}$! 1 hel och $^4/_{100}$! Huru mycket är detta (1 skifva, 1 prisma och 4 små kuber), om detta (skifvan) är en hel? (1 hel, $^1/_{10}$-del och $^4/_{100}$). Men jag har här både 10-delar och 100-delar. Jag vill uttrycka delarne i ett slags delar, skall jag då förvandla 10-delarna till 100-delar eller 100-delarne till 10-delar? (10-delarna till 100-delar). Huru många 100-delar får jag af en 10-del? (10). Huru kan jag således säga i st. för 1 hel $^1/_{10}$ och $^1/_{100}$? (1 hel och $^{11}/_{100}$). Lär. (sätter fram stora kuben, 1 skifva, 1 prisma och 1 liten kub) huru mycket är detta, om denna (den lilla kuben) är 1 hel? (1111 hela) . . . om detta (prismat) är 1 hel? (111 hela $^1/_{10}$) . . . om denna (skifvan) är 1 hel (11 hela $^{11}/_{100}$). Derefter följer definition på decimalbråk. På samma sätt kan man, medelst stora kuben såsom hel, genomgå 1,000-delar.

De nya sorterna och deras reduktionstal inläras nu till full säkerhet. Sedan de blifvit af läraren förevisade och deras reduktions-tal inlärda, förvissar läraren sig om, att de blifvit fattade genom frågor, som följa: hvad kallas $^1/_{10}$ af 1 stång? $^1/_{100}$ af en stång o. s. v.? Huru stor del är en fot af en ref? En tum af en fot etc.? En meter af en nymil? Ett gram af ett kilogram? — Som, enligt hvad vi förut sagt, det allmännaste af sorter bör småningom inläras under det hela tal behandlas, bör detta blott vara en repetition.

En synnerlig omsorg bör egnas metersystemet, som helt snart kommer att blifva det enda lagliga måttsystemet. Som åtskilliga af namnen inom detta system äro ganska svåra, bör hvarje nytt namn uppskrifvas på svarta taflan och af barnen afskrifvas flere gånger.

Vi vilja ock här nämna några ord särskildt om metersystemets inlärande. Liksom vid vårt nu brukliga målsystem, så bör ock vid detta barnen lära sig enheternas storlek genom omedelbar åskådning och mätning med desamma; går man ej tillväga sålunda, få barnen aldrig någon fast och lefvande insigt häri. Man bör ock flitigt öfva barnen i att förvandla det metriska måttet i det nu vanliga och tvärtom. Huru detta med större noggrannhet sker, det visas sedan division i decimalbråk är inlärd. Förvandlingen i hufvudet öfvas flitigt under hufvudräkningstimmarne. Vid dessa förvandlingar tages metern till $3^1/_3$ fot $= {}^{10}/_3$. Då meter förvandlas till fot, tages således metertalet 3 ggr och dertill lägges $^1/_3$ af samma tal; då åter fot förvandlas till meter, göres fottalet till tredjedelar, genom multiplikation med 3, hvarefter det erhållna talet divideras med 10. På samma sätt förvandlas tum till decim. och decim. till tum. Hvad ytmåttet angår, så förekomma härvid förvandlingar i hufvudet mera sällan, och det kan vara nog, om man lärer barnen förvandla tunnland till hektar och tvärtom, dervid 1 hektar anses lika med 2 tunnland. Vid rymdmåttens förvandling i hvarandra är det lämpligast att taga 1 liter = 3 qvarter. 1 kilogram är lika med $2^1/_3$ skålpund, omkring, hvadan således kilogrammet tages dubbelt och $^1/_3$ lägges till detsamma, vid förvandling till skålpund. Vid förvandling till kilogram göras skålpunden till tredjedelar, och divideras sedan med sju, emedan 1 kilogram = $2^1/_3$ skålpund = $^7/_3$ skålpund. Efter någon tids öfning erhålla barnen full färdighet att snabt verkställa dessa förvandlingar, och ehuru reduktionstalen ej äro synnerligen noggranna, äro de dock fullt tillräckliga för det praktiska lifvets behof. Men man får ej föreställa sig, att färdigheten skall vara qvar, derföre att den en gång är inhemtad; den glömmes snart, såvida den ej oupphörligt uppfriskas. — Man inläre ock noggrant de för metriska måtten antagna förkortningarna, hvilka äro följande:

För kilometer: km; meter: m; decimeter: dm; centimeter: cm; millimeter: mm; — hektar: har; (ar förkortas icke) qvadratkilometer: qvkm; qvadratmeter: qvm; qvadratdecimeter: qvdm; qvadratcentimeter: qvcm; qvadratmillimeter: qvmm; — kubikmeter: kbm; kubikdecimeter: kbdm; kubikcentimeter: kbcm; kubikmillimeter: kbmm; hektoliter: hl; liter: l; deciliter: dl;

centiliter: cl; — kilogram: kg; hektogram: hg; gram: gr; decigram: dg; centigram: cg; milligram: mg.

II) *Decimalbråks beteckning.*

Läraren skrifver upp 1 på svarta taflan; hvad betecknar den? 1 (äple, ett helt päron, en hel griffel). En ny etta sättes till höger om den förra; hvad betecknar den (1 till höger)? 1 (ett helt äple o. s. v.) . . . den (den till venster)? (10 sådana äplen, eller en hög, uti hvilken det är 10 hela äplen). Huru många gånger större värde har således 1 till venster, än till höger? (10 gr större). En ny etta sättes till höger. Hvad betecknar den (till höger)? (1 hel). Den näst derom till venster? 10 hela, 1 tiotal). Den (längst till venster)? (100 = 100-tal). Huru många gr större värde har den (i andra rummet från höger), än den (längst till höger)? 10 gr större värde. Tvärtom, huru många gr mindre värde har den än den? (10 gr mindre). Hvilken del är den af den? ($^1/_{10}$). Huru många gr större är den (längst till venster), än den (närmast till höger)? (10 gr större). Tvärtom, huru många gr mindre värde har den än den? Hvilken del är den af den? ($^1/_{10}$). Huru många gr större värde har den (längst till venster) än den (längst till höger)? (100 gr större). Tvärtom, huru många gr mindre värde har den än den? (100 gr mindre). Hvilken del är den af den? ($^1/_{10}$). Vi se således, att hvarje etta, som står till venster, har tio gr större värde, än hvarje etta, som står till höger. Hvarje etta, som står näst till höger, har 10 gr mindre värde än hvarje 1, som står närmast till venster. Obs.! Denna repetition af tals beteckning kan lär. taga mer eller mindre utförlig, allt efter behof.

Läraren tager fram 1 prisma och säger: jag anser detta för 1 hel. Beteckna den på taflan! 1, 1. Lär. tager dertill en
(a) (b)
liten kub och frågar: hvad har jag i min hand — den här (prismat) = 1 hel —? (1 hel och $^1/_{10}$). Der (a) hafva vi en hel betecknad, huru skall $^1/_{10}$ betecknas? Hvilken siffra skall du hafva, för att beteckna *en* tiondedel? (En etta). Huru många gr större eller mindre är $^1/_{10}$ än en hel? (10 gr mindre). Hvar (i förhållande till a) skall jag sätta den 1, som är 10 gr mindre än 1 hel — t. h. eller t. v.? (Till höger). Läs hvad

här står! (1 hel och 1 tiondedel). Vi ha nu kommit öfverens om, att (a) betyder en hel; 1 (b) t. h. om den förra måste derföre betyda $^1/_{10}$. Men om någon kommer in, som ej hade hört, hvad vi förut sagt — huru skulle han läsa, hvad vi skrifvit? (1 tiotal och 1 hel = 11 hela). Vi sätta derföre ett komma till höger om 1 hel. Detta komma kallas decimalkomma! Siffrorna till venster om decimalkommat betyda hela (1 hel, 2 hela, 12 hela o. s. v.) siffrorna närmast till höger tiondedelar. Hvad kallas detta komma? Hvad beteckna siffrorna till venster om kommat? Siffran närmast till höger? Läraren — tager fram 1 prisma och 2 små kuber — frågar: Hvad har jag i min hand? Detta (prismat) är en hel och denna kub en tiondedel. Anteckna det på edra taflor! Läraren skrifver upp: 2,3; 10,5 etc. Läs! Visa mig hvad jag betecknat! 1,5 — visa mig det! Beteckna det! Tager jag bort en hel — huru mycket är qvar? ($^5/_{10}$). Skrif $^5/_{10}$! Läraren tager derpå t. ex. 1 skifva, 1 prisma och 1 liten kub och säger: denna (skifvan) är en hel — hvad är då den (prismat)? Hvad den (kuben? Jag har således en hel, $^1/_{10}$ och $^1/_{100}$. Beteckna dem! Huru skall jag beteckna $^1/_{100}$? Jag skall dertill hafva en etta, men hvar skall den ställas? (Till höger om $^1/_{10}$) 1,11. Jag förvandlar alla delarne till den minsta sortcn, således till 100-delar. $^1/_{10}$ och $^1/_{100}$ = $^{11}/_{100}$. Läs talet så! 1 $^{11}/_{100}$. Beteckna 2,34; 0,34; 5,06; 70,07; 0,04; 0,006; 114,4; 1111; 111,1; 11,11; 1,111; etc.! Visa mig, huru stort tal du betecknat!

10, 100 etc. kallas bråkets nämnare; det säger, huru stora delarne äro; men jag behöfver ej sätta ut dem, emedan de uttryckas genom siffrornas plats till höger om decimalkommat; 2, 1 etc. kallas bråkets täljare; den säger mig, huru många delarne äro. Hvad angifver täljaren? ... Hvad nämnaren? Hvilket tal är täljaren här? ... Hvilket nämnaren? Hvarföre behöfver ej nämnaren utsättas?

Läraren skrifver ett dylikt bråk på svarta taflan ex. 2,42. Hvad har jag skrifvit? Dessa två äro 2 kr., hvad betecknar det öfriga då? ($^4/_{10}$) kr. = 40 öre; $^2/_{100}$ kr. = 2 öre: alltså 42 öre; (2 kr. 42 öre). Lär. sätter fram stora kuben, 2 skifvor, 2 prismer och 2 små kuber och säger: beteckna detta såsom k.-f.! 1,222). Beteckna det såsom kannor! (12,22). Beteckna det såsom k.-t.! (1222). Lär. visar fram en 10-krona, två 1-kr. och ett 5-öre och säger: Teckna detta såsom kronor! (12,05). Teckna det såsom öre! (1205). Lär. tecknar på taflan: 1,32 ... om det är fot ... visa mig på längdmåttet, huru mycket härmed betecknas! Om det vore kr. visa mig, huru mycket härmed betecknas! Läraren skrifver ex. 4,432. Hvad har jag skrifvit? Denna 4 betecknar cntr; hvad betecknar då det öfriga? ($^4/_{10}$ cntr = 40 skålp. $^3/_{100}$ cntr = 3 skålp. = 43 skålp.; $^2/_{10}$ skålp. = 20 ort, alltså = 4 cntr 43 skålp. och 20 ort). Lär. skrifver 1 cntr 15 skålp. 42 ort; beteckna detta såsom cntr och delar deraf! (1 cntr = 1 hel; 15 skålp. = $^{15}/_{100}$ cntr, alltså 1,15; 42 ort = $^{42}/_{100}$ skålp. = $^{42}/_{10000}$ cntr, alltså 1,1542). I stället för 10-delar, 100-delar o. s. v. har jag här andra namn på delarne ex. öre, skålp., ort o. s. v.

Alla sorterna öfvas på detta sätt, så att lärjungen lär sig att beteckna dem i decimalbråk.

III) *Decimalbråks förlängning och förkortning.*

Läraren tager fram t. ex. 3 prismer; hvad är detta (om skifvan är 1 hel)? ($^3/_{10}$). Han tager derpå fram 3 små kuber; hvad är detta (om skifvan är 1 hel)? ($^3/_{100}$). Äro dessa delarne lika eller olika stora? (Olika). $^3/_{10}$ äro större delar. Huru många gr är hvarje tiondedel större än hvarje hundradedel? (10 gr större). Huru många gr är $^3/_{10}$ större än $^3/_{100}$? (10 gr). Vi hafva således olika slags delar. Dessa kan jag ej sammanlägga eller fråndraga; jag kan ej af $^3/_{10}$ och $^3/_{100}$ få t. ex. $^6/_{10}$ eller $^6/_{100}$; $^6/_{10}$ blir för mycket, $^6/_{100}$ för litet. Dessa bråken äro oliknämniga, de hafva olika stora delar. Men $^3/_{10}$ kan jag göra liknämniga med $^3/_{100}$; $^3/_{10}$ (3 prismer) förvandlade till 100-delar (till små kuber) blifva huru många? (10 af hvardera; af alla $3 \times 10 = 30$; $^3/_{10} = {}^{30}/_{100}$).

Huru mycket är $^1/_{10}$, $^2/_{10}$, $^8/_{100}$, $^5/_{100}$ uti 1000 och 10,000-delar? Hvilket är störst till sitt värde? — störst att se på? Detta kallas att förlänga bråk. Att förlänga decimalbråk går så till, att jag skrifver nollor till täljaren. Om jag deremot har $^{30}/_{100}$ = huru många 10-delar (om jag har 30 småkuber, huru många prismer)? ($^3/_{10}$). Hvilket är större till sitt värde? — störst att se på? Detta kallas att förkorta decimalbråk. Att förkorta decimalbråk sker således genom att stryka ut nollor i slutet af täljaren. *Med benämda tal:* 10 fot, huru många stänger? — 1 stång, 3 tum till tum =? 4 cntr, 2 skålp. till skålp. =? 3 meter, 8 decim. till decim.! 7 kilogr., 8 gram till gram!

Två decimalbråk göras liknämniga derigenom, att nollor i täljaren tillskrifvas eller från täljaren borttagas, så att decimalernas antal i båda blifva lika.

Addition.

I) *Muntligt.*

Ex.: 6,5 + 2,5, huru många 10-delar? (10). Huru många hela? (8). $^{10}/_{10} = 1$ hel. 6,5 + 2,5 = 9 hela.

II) *På tafla.* Läraren uppskrifver på svarta taflan ex. Derefter frågar han: hvilken är uppgiften? Jag skall lägga tillsammans 6,2 och 3,08 etc. Huru uppskrifver du de tal, som du vill sammanlägga? Huru skall du uppskrifva dessa? (Enheter under enheter; tiotal under tiotal; tiondelar under tiondelar etc.). Vi kunde ock skrifva talen huru som helst, men vi se lättare, huru vi skola göra, då vi skrifva dem på detta vis.

6,2 + 3,08 + 0,367. — Läs hvarje siffra för sig. 6 hela, $^{2}/_{10} + 3^{0}/_{10}$, $^{8}/_{100}$ etc. Visa mig alla 100-delarne, alla tiondedelarne, hela o. s. v.! Skrif upp dem efter den angifna regeln!

$$\begin{array}{r} 6{,}2 \\ 3{,}08 \\ \underline{0{,}367} \\ 9{,}647. \end{array}$$

De kunna äfven göras liknämniga. Huru gå vi tillväga, då vi sammanlägga hela tal? 1:sta raden $^{7}/_{1000}$. 2:dra raden $^{14}/_{100} = {}^{1}/_{10}$ och $^{4}/_{100}$. $^{1}/_{10}$ till de andra 10-delarne. 3:dje raden $^{6}/_{10}$. 4:de rad. 9 hela. Således 9 hela $^{6}/_{10}$, $^{4}/_{100}$, $^{7}/_{1000} = 9{,}647$. Ögonmärket: att barnen hafva för sig klart, hvad hvarje siffra betyder, så att de åt hvarje sådan kunna gifva dess behöriga plats, samt att de vid sammanläggningen af de särskilda raderna veta, hvad summan utvisar för delar; samt riktigt förvandla från mindre till större delar.

III) *Uppgifter med benämda och använda tal.*

Ex.: P. var skyldig till B. 800,33 kronor ($^{1}/_{100}$ kr. = 1 öre; $^{33}/_{100} = 33$ öre. 800 kr. 33 öre); till L. 4,67 kr. (4 kr. 67 öre); till F. 0,308 ($30^{8}/_{10}$ öre) och till S. 30 kr.; huru stor var hans skuld? (835,308 kr. = 835 kr. $30\,^{8}/_{10}$ öre). En väg, som var 18,3 meter, tillökades med ett stycke, som var 27 meter, 9 decimeter; huru stor blef derefter längden?

IV) *Hufvudräkning.*

0,3 + 0,4 = ? 0,5 + 0,7 = ? 0,23 + 0,15 (lösning: $^{23}/_{100}$ + $^{15}/_{100}$ = 23 + 10 = 33 + 5 = $^{38}/_{100}$). 0,6 kilogr. + 0,95 kilogr. = ? (lösning: $^{60}/_{100}$ + $^{95}/_{100}$ = 60 + 95 = $^{155}/_{100}$ cntr = 1 kilogr. 550 gram).

Subtraktion.

1) *Muntligt.*

6,2 — 4,2 = ? ($^{2}/_{10}$ från $^{2}/_{10}$ = $^{0}/_{10}$; 4 hela från 6 hela = 2 hela: 6,2 — 4,2 = 2 hela).

5 — 4,3. (Jag har 5 hela, derifrån skola dragas 4 hela och $^{3}/_{10}$; jag har inga 10-delar; jag tager 1 hel från 5 hela; 4 hela qvar; den hela förvandlas till 10-delar = $^{10}/_{10}$, $4\,^{3}/_{10}$ från $4\,^{10}/_{10}$; $^{3}/_{10}$ från $^{10}/_{10}$ = $^{7}/_{10}$. 4 hela från 4 hela = 0 hela = 0,7.

II) *På tafla.*

Läraren uppskrifver t. ex. 6,32 — 4,437 och frågar: hvilken är uppgiften? jag skall draga 4,437 från 6,32. Huru uppskrifver du de tal, som du vill draga från hvarandra? Huru skall du uppskrifva dessa talen? Hvad betecknar hvarje siffra? Uppskrif dem efter regeln! Huru gå vi till väga vid uträknandet! Hvad skall du först draga ifrån? ($^{7}/_{1000}$. Hvarifrån? ($^{0}/_{1000}$). Jag lånar $^{1}/_{100}$ och förvandlar till 1,000-delar. Huru många 1,000-delar af $^{1}/_{100}$? ($^{10}/_{1000}$); $^{7}/_{1000}$ från $^{10}/_{1000}$ = $^{3}/_{1000}$ etc.

Ex.: 9 — 4,435. Huru skall du få 10-, 100-, 1000-delar? Jag lånar en hel, förvandlar den till 10 delar; derpå tager jag $^{1}/_{10}$ och förvandlar den till 100-delar = $^{10}/_{100}$, $^{9}/_{10}$ qvar; derpå tager jag $^{1}/_{100}$ — $^{9}/_{100}$ qvar — och förvandlar dem till 1,000-delar — $^{10}/_{1000}$ etc.

$$\begin{array}{r} 8{,}9910 \\ \underline{4{,}435} \\ 4{,}565. \end{array}$$

III) *Uppgifter med benämda och använda tal.*

Ex.: Ett tygstycke innehåller 20,5 fot (20 fot 5 tum), deraf säljas 5,6 fot (5 fot 6 tum). Huru mycket är qvar? 14,9 fot (14 fot 9 tum).

IV) *Hufvudräkning.*

0,7 — 0,3 = ? 0,9 — 0,35 = ? (Lösning: Jag skall draga $^3/_{10}$, $^5/_{100}$ från $^9/_{10}$; 100-delar har jag ej: jag tager $^1/_{10}$ och förvandlar till 100-delar: $^{10}/_{100}$; $^3/_{10} + {}^5/_{100}$ från $^8/_{10} + {}^{10}/_{100} = {}^5/_{10} + {}^5/_{100} = {}^{55}/_{100}$). 4 meter 1 decimeter — 5 meter = ? 7 kronor — 4,35 kronor = ?

Multiplikation.

I) *Muntligt.*

Ex.: Hvilket är större 2 eller 0,2? (2 är 10 gr större än 0,2). Hvilket är störst 3 eller 0,03? (3 är 100 gr större än 0,03). Visa mig det tal, som är 10 gånger mindre än 3, 4, 6! Visa mig det, som är 100 gånger större än 0,03, 0,04, 0,5, 0,6 o. s. v.! Om jag flyttar decimalkommat 1, 2, 3 steg till venster, huru många gr större eller mindre blir då bråket? (10, 100, 1000 gr mindre). Genom att flytta decimalkommat 1, 2, 3 steg till höger, huru många gr större eller mindre blir bråket? (10, 100, 1000 gr större). Visa att detta tal (ex. uppskrifves) blir 10 (100 o. s. v.) gr större (eller mindre), derigenom, att dec.-kommat flyttas 1 (2 o. s. v.) steg åt höger (venster)? Detta ådagalägges derigenom, att man framhåller, att de hela blifvit tiotal (tiondedelar), och således tio gr större (mindre), hvilken förändring alla siffrorna undergått på samma sätt).

II) *På tafla.*

Om jag skall multiplicera 5,2 med 6 och då multiplicerar 52 med 6, huru många gånger är då multiplikanden större, än den skulle vara? (10 gr). Hvad blir produkten? (312). Är den för stor, för liten, eller lagom? (10 gr för stor). Hvarföre? Huru skall jag få den 10 gr mindre? (Decimalkommat flyttas ett steg till venster). Hvad gör jag med talet, då jag flyttar decimalkommat ett steg åt venster? (dividerar det med 10). På samma sätt behandlas ett tal, der multiplikatorn är ett decimalbråk, sedan ett, der både multiplikatorn och multiplikanden äro decimalbråk. Sedan redogöra barnen för gången: Behandla talen såsom hela tal, afskilj från höger så många siffror af produkten, som faktorerna hafva decimaler tillsammans. Räcka ej siffrorna uti produkten till, så tillsättas nollor. När jag hade 5,2 att multiplicera med 6, huru många decimaler i faktorerna? (1). Huru många afskilde jag i produkten? (1). När jag hade 1 decimal i multiplikatorn, huru många afskilde jag då? När jag hade 1 i multiplikatorn och 1 i multiplikanden, huru många afskilde jag då? Således etc. Att multiplicera med 10, 100, 1000 sker lätteligen genom att flytta decimalkommat 1, 2, 3 steg till höger.

III) *Uppgifter med benämda och använda tal.*

A. sålde hvarje dag 7,53 kilogr., huru mycket hade han sålt på 7 dagar? 52,71 kilogr. (52 kilogr. 71 gr.). Dessa blandade uppgifter tagas delvis från reduktionstabellen med de nya sorterna, der det blir fråga om att bringa större sorter till mindre, och dessa reduktioner bringas här till full säkerhet. Först sker multiplikationen fullständigt, sedan med begagnande af genvägar.

IV) *Hufvudräkning.*

3,4 × 1,6; 34 × 16, se multiplikation i hela tal; 544 = 5,44.

Hvad göra 8 fot i linier? 3 ref i tum? O. sålde 4 kilogr. à 1,2 kr., huru mycket fick han för alltsammans?

Division.

I) *Muntligt.*

80 : 20 = 4. 800 : 200 = 4. Qvoten blifver således oförändrad, om lika många nollor tillskrifvas till divisorn och dividenden.

II) *På tafla.*

Gör divisorn och dividenden liknämniga. Om vi nu utstryka decim.-kommat i dividenden (se ex.), hur går det då med dess värde? (Det blir 10 gr större). Huru går det med qvoten, om det tal, som delas, göres 10 gr större? (Qvoten blir ock 10 gr större). Således blir qvoten här huru många gr för stor? (10 gr). Om vi nu stryka ut decim.-kommat i divisorn, hur går det med dess värde? (Det blir 10 gr större). Huru går det med qvoten, om det tal, hvarmed jag delar, blir 10 gr större? (Qvoten blir 10 gr mindre). Huru många gr för liten blir således qvoten, om decim.-kommat utstrykes i divisorn? (10 gr för liten). Huru går det således med qvotens värde, om man utstryker decim.-kommat både i dividend och divisor? (Det blir oförändradt). Huru skola vi således gå till väga, då vi dividera decimalbråk?

Ex.: $2{,}4 : 0{,}65 = 2{,}40 : 0{,}65$

```
2'4'0 | 65
1 9 5 |‾‾‾‾‾‾‾
      | 369 . .
‾‾‾‾‾
  4 5 0
  3 9 0
  ‾‾‾‾‾
    6 0 0
    5 8 5
```

Man utför nu divisionen, som om den gälde hela tal. Då man kommer till slutet af de hela, frågar man: Huru många återstå? (45). Kunna vi dela dessa mellan 65, så att en hel kommer på hvarje del? Då förvandla vi dessa till mindre enheter, nämligen tiondelar. Huru många sådana innehåller hvarje hel? Huru få vi då veta, huru många tiondelar gå på 45 hela? (Genom att multipl. 45 med 10, som sker genom att sätta en nolla efter). Huru många tiondelar få vi nu på hvarje del? Huru utmärka vi, att detta är tiondelar? (Genom att i qvoten sätta ett dec.-komma) o. s. v.

Man bör ock visa, hvarför talen skola göras liknämniga, som kan ske sålunda: om jag skall divid. $3{,}63 : 1{,}8$) och här utstryker dec.-kommat i dividenden, huru går det då med qvotens värde? Om jag utstryker dec.-kommat i divisorn, huru går det då med qvotens värde? Om jag nu på en gång utströke båda komma, huru ginge det då? (Qvoten blefve 10 gr för stor).

III) *Uppgifter med benämda och använda tal.*

Ex.: A. förtjenade på 6 dagar 7,49 kronor; huru mycket förtjenade han på dagen? Härvid tagas ock ex. af reduktion, der mindre sorter förvandlas till större samt flere sorter till en mellanliggande. Dessa reduktioner öfvas här till full säkerhet. Först verkställas dessa reduktioner genom utförlig räkning, sedan med begagnande af genvägar.

IV) *Hufvudräkning.*

$9{,}2 : 0{,}6 = ?$ $0{,}3 : 5 = ?$

4 personer skulle dela ett snöre, 3 meter 5 decim. långt; huru mycket fick hvarje?

Såsom vidare öfning uti decimalbråk räknas de 4 räknesätten med nya sorterna i allmänhet, hvarvid ihågkommes, att vid hvarje räknesätt de särskilda sorterna förvandlas till en gemensam sort (vanligen den minsta), hvarefter summan, resten, produkten eller qvoten reduceras till högre och lägre sorter.

D. Allmänna bråk.

Läran om bråk föregås af:

1:o. En repeterande framställning af några af de vigtigaste bland de gamla sorterna.

a) För att hafva rika och sig lätt erbjudande tillfällen till uppgifter med benämda tal.

b) För att fullständiga och beriktiga uppfattningen af bråkets begrepp, så att barnen t. ex. under $^1/_4$ ej alltid tänka sig en del af en linie, utan förhjelpas till insigt deruti, att dermed kan förstås en af 4 lika delar af hvilken storhet som helst.

c) För att sålunda erhålla tillfälle till rikligare förståndsöfning — jag kan då t. ex. vid beteckningen af bråk ställa uppgiften ej blott så: beteckna $^1/_4$, $^2/_5$ etc.! utan äfven beteckna 3 månader såsom del af ett år; 1 aln såsom del af en famn, o. s. v.

d) För att bereda öfning uti umgåendet med de allmännaste bland gamla sorterna.

Obs.! De sorter, som nu inläras, äro som sagdt blott de vanligast förekommande, med förbigående af de för det praktiska lifvet och för barnens uppfattning mera främmande. De här åsyftade äro: af *längdmåttet:* famn, aln, fot, qvarter, tum; af *ytmåttet:* qv.-aln, qv.-fot; af *rymdmåttet* — för torra varor — tunna, fjerding, kappe; — för våta varor — kanna, qvarter; af *vigterna:* skepp., lisp., skålp. och lod; för *tidräkningen:* år, månad, vecka, dygn, timme, minut och sekund; för *stycketalsräkningen:* tjog, dussin, kast, stycke; — bal, ris, bok, ark.

Kännedomen om dessa sorter, så vida den ej redan förut är inhemtad, kan bibringas antingen helt och hållet före bråkräkningen, eller också på det sättet, att ett slag af dem meddelas omedelbarligen före behandlingen af hvarje nytt bråk. Så kan t. ex. kännedomen om kanna, qvarter o. s. v. bibringas före behandlingen af bråket $^1/_2$; kännedomen om famn, aln etc. före behandlingen af bråket $^1/_3$ o. s. v.

2:o. Hufvudräkningsöfningar, i hvilka de allmännast förekommande bråken åskådligt och allsidigt behandlas,

a) På det att barnen måtte blifva fullt förtrogna med de vanligast förekommande bråken och *b*) På det att de, genom att genast räkna med bråktalen, under det att de hafva dem åskådliggjorda framför sig, måtte bringas derhän, att vid den följande hufvudräkningen ej lösa någon uppgift utan att göra sig en klar föreställning om densamma och att räknandet med siffror ej måtte blifva annat än ett i siffror utfördt räknande i hufvudet.

Den ofvan nämda hufvudräkningskursen består deruti, att de vanligast förekommande bråken $^1/_2$, $^1/_3$ ... $^1/_{10}$ behandlas som följer. Ej den särskilda regeln eller operationen är grunden för indelningen, utan det särskilda bråket. Man behandlar först det enklaste $^1/_2$, derpå $^1/_3$, så $^1/_4$ o. s. v., men hvart och ett på ett allsidigt sätt.

A. *Muntligt och med åskådningsmedel.*

a) *Huru bråk uppkommer samt sig dertill anslutande föröfningar för räknesätten i bråk.*

1. *Huru bråk uppkommer.* Ex. $^1/_2$.

$^1/_2$ | $^1/_2$

Delar jag detta hela (linie) i två *lika* delar, så får jag *2 halfva.* En del deraf är *en half.* En half får jag således, om jag delar ett helt i 2 lika stora delar och tager *en* deraf. Huru får jag hälften af en kaka bröd? Huru mycket är $^1/_2$ kanna? $^1/_2$ meter? o. s. v.

2. *Härtill sig anslutande föröfningar för räknesätten i bråk.*

aa) *Addition* och *bb*) *Subtraktion.*	*cc*) *Multiplikation.*	*dd*) *Division.*
$^1/_2 + {}^1/_2 = 1$	$2 \times {}^1/_2 = 1$	$^1/_2 : {}^1/_2 = 1$ gång.
$1 - {}^1/_2 = {}^1/_2$	$^1/_2 \times 1 = {}^1/_2$	$1 : {}^1/_2 = 2$ »
		$1 : 1 = 1$ »
		$^1/_2 : 1 = {}^1/_2$ »

Obs.! *dd*) Division åskådliggöres t. ex. sålunda:

a ―――――― b ―――――― c

A ―――――― B ―――――― C Jag tänker mig det halfva a b lagdt på det halfva A B. De täcka hvarandra fullständigt. $^1/_2$ innehålles alltså en gång uti $^1/_2$. Det halfva a b kan jag tänka mig lagdt en gång uti A B och en gång uti B C; $^1/_2$ innehålles alltså uti $^2/_2$ eller 1 hel 2 gr. De 2 halfva ab och bc kunna ej fullständigt utan blott till hälften täckas af den ena halfva A B. 2 halfva = 1 hel innehållas sålunda blott $^1/_2$ gång uti $^1/_2$.

ee) Förhållandet emellan 2 bråk, eller emellan det hela och dess delar.

Ex. Huru stor är skilnaden emellan $^1/_2$ och 1 hel? Hvilken del är $^1/_2$ af en hel? Huru mångfaldigt är 1 hel af $^1/_2$?

På ofvan 1 och 2 anförda sätt behandlas de öfriga bråken $^1/_3$, $^1/_4$ ... $^1/_{10}$.

Ex. $^1/_6$.

Huru uppkommer $^1/_6$? Hvad är $^1/_6$ år? $^1/_6$ timme?

$^1/_6 + ^1/_6$	$1 - ^1/_6$	$3 \times ^1/_6$	$^4/_6 : ^2/_6$	$^2/_6 \cdot ^2/_6$
$^2/_6 + ^2/_6$	$^5/_6 - ^1/_6$	$2 \times ^2/_6$	$1 : ^2/_6$	$^1/_6 : ^2/_6$

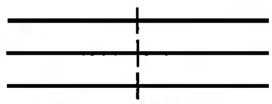
Huru uppkommer $^1/_6$? Hvad är $^1/_6$ år? $^1/_6$ timme?

$^3/_6 + ^2/_6$	$^4/_6 - ^2/_6$	$^1/_6 \times 1$	$^3/_6 : ^3/_6$	$^4/_6 : ^4/_6$
$^3/_6 + ^3/_6$	$1 - ^5/_6$	$^5/_6 \times 1$	$1 : ^3/_6$	$^2/_6 \cdot ^4/_6$

Hvilken del är:	Huru mångfaldigt är:
$^1/_6$ af $^5/_6$? $^1/_6$ af 1?	$^5/_6$ af $^1/_6$? 1 af $^1/_6$?
$^2/_6$ af $^4/_6$? $^2/_6$ af 1?	$^4/_6$ af $^2/_6$? 1 af $^2/_6$?

b) Att bringa helt tal till bråk och bråk till hela eller blandade tal.

Ex. $^1/_2$.



Det första hela = $^2/_2$, det andra = $^2/_2$; 2 hela = $2 \times ^2/_2 = ^4/_2$; 3 hela = $3 \times ^2/_2 = ^6/_2$ o. s. v. $1^1/_2 = ^2/_2 + ^1/_2 = ^3/_2$; $5^1/_2 = ^{10}/_2 + ^1/_2 = ^{11}/_2$ o. s. v. Huru många hela äro: $^8/_2$? $^2/_2$ = 1 hel. Tager jag $^2/_2$ från $^8/_2$, så får jag 1 hel; tager jag från resten åter $^2/_2$, så får jag åter 1 hel o. s. v. $^8/_2$ äro derföre så många gr 1 hel, som $^2/_2$ innehålles uti $^8/_2$; $^2/_2$ innehålles 4 gr uti $^8/_2$ alltså: $^8/_2 = 4 \times 1 = 4$ hela.

Sedan: $^{16}/_2 = 8$; $^{17}/_2 = ^{16}/_2 + ^1/_2 = 8^1/_2$ o. s. v.

c) Att göra bråk liknämniga.

Ex. $^1/_2$ och $^1/_4$. Jag delar här 1 hel (en linie) i 2 lika stora delar. Gör dessa 2 till 3 lika stora delar! (Delas 1 half i 2 delar, så får jag af de 2 halfvorna 3 *olika* stora delar; delas hvarje halfva i 2 lika stora delar, så fås 4 ej 3 lika delar). Halfva låta ej förvandla sig till 3:djedelar. Nu delas 1 hel åter i 2 lika delar. Gör 4 lika delar af dem! Af 2 lika delar kan jag göra 4 lika delar. Halfva låta förvandla sig till 4:dedelar.

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Hvilket är mera $\frac{1}{2}$ eller $\frac{2}{4}$? Hvad kan jag alltså sätta i stället för $\frac{1}{2}$? i stället för $\frac{2}{4}$?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$ $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = ?$ $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = ?$ $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = ?$ $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ?$ $\frac{1}{2} \times 1 = ?$ $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = ?$ $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = ?$ $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} = ?$ $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = ?$

B. *I hufvudet.*

a) *Addition.*

1. *Fortgående tilläggande af samma bråk.*

Ex.: $\frac{1}{2}$.	Ex.: $\frac{1}{3}$.	Ex.: $\frac{1}{4}$.
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$	$\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4}$
$1 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1\frac{3}{3} = 2$	$1\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = 1\frac{5}{4} = 2\frac{1}{4}$
$1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$	$2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 2\frac{4}{4} = 3$
o. s. v. till 10.	o. s. v. till 10.	o. s. v. till 10.

2. *Allehanda additionsöfningar.*

Ex.: $5 + 3\frac{1}{2} = 5 + 3 = 8$; $8 + \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$; $5 + 3\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$.
» $4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 4 + 5 = 9$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$; $9 + 1 = 10$; $4\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} = 10$.
eller $4\frac{1}{2} + 5 = 9\frac{1}{2}$; $9\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 10$.
» $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$.

b) *Subtraktion.*

1. *Fortgående fråndragning af samma bråk.*

Ex. $\frac{1}{3}$.

$10 - \frac{1}{2} = 9\frac{2}{2} - \frac{1}{2} = 9\frac{1}{2}$
$9\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 9$
$9 - \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 8$
$8\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 8$ o. s. v.

Ex.: $\frac{1}{3}$.

$10 - \frac{2}{3} = 9\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 9\frac{1}{3}$
$9\frac{1}{2} - \frac{2}{3} = 9\frac{1}{3} - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}$
$8\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 8$ o. s. v.

2. *Allehanda subtraktionsöfningar.*

Ex.: $6\frac{1}{2} - 2 = ?$ $6 - 2 = 4$; $6\frac{1}{2} - 2 = 4\frac{1}{2}$
» $8 - 5\frac{1}{2} = ?$ $8 - 5 = 3$; $3 - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$; $8 - 5\frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$
» $9\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = ?$ $9\frac{1}{2} - 4 = 5\frac{1}{2}$; $5\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 5$; $9\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 5$.
» $8\frac{2}{4} - \frac{3}{4} = 8\frac{2}{4} - \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = 7\frac{3}{4}$

Ex.: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

» $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ (båda till 6:tedelar).

c) *Multiplikation.*

Ex.: $3 \times 2\frac{1}{2} = ?$ $3 \times 2\frac{1}{2} = 3 \times 2 + 3 \times \frac{1}{2} = 6 + 1\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$

» $4\frac{1}{2} \times 6 = ?$ $4\frac{1}{2} \times 6 = 4 \times 6 + \frac{1}{2} \times 6 = 24 + 3 = 27.$

Ex.: $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ af $\frac{1}{2} = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. (Detta åskådliggöres sålunda:

$\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |)

» $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} =$ hälften af $\frac{2}{3}$. Åskådliggöres sålunda:

$\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ $= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |)

d) *Division.*

1. *Undersökning af innehåll.*

Ex.: $4 : \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ uti $1 = 2$ gr; i 4 hela 4 gr mera, alltså 8 gr.

» $6 : 1\frac{1}{2}$; $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$; $6 = \frac{12}{2}$; $\frac{12}{2} : \frac{3}{2}$ 4 gr.

» $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$; $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$; $\frac{15}{2} : \frac{5}{2} = 3$ gr.

» $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{2}{4} : \frac{1}{4} = 2$ gr.

» $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; $\frac{3}{4} : \frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$ gång.

2. *Delning.*

aa) Huru mycket är:

4:delen af $\frac{1}{2}$? 3:djedelen af $\frac{6}{7}$?

$\frac{1}{5}$ af $\frac{1}{3}$? $\frac{1}{2}$ af $\frac{2}{3}$?

bb) Hvilken del är:

$\frac{1}{3}$ af $\frac{2}{8}$? $\frac{2}{6}$ af 1?

$\frac{1}{3}$ af 1? $\frac{4}{8}$ af 1?

$\frac{1}{4}$ af $\frac{3}{4}$? $\frac{1}{8}$ af $\frac{1}{2}$?

$\frac{1}{4}$ af $\frac{1}{2}$?

cc) Huru mångfaldigt är:

1 af $\frac{1}{4}$? 1 af $\frac{2}{6}$? $\frac{6}{8}$ af $\frac{3}{8}$?

$\frac{3}{4}$ af $\frac{1}{4}$? $\frac{6}{7}$ af $\frac{2}{7}$? $\frac{1}{2}$ af $\frac{1}{8}$?

$\frac{1}{2}$ af $\frac{1}{4}$? 1 af $\frac{1}{8}$?

C. *Uppgifter med benämda och använda tal.*

Ex. på uppgifter, som här kunna användas: Huru mycket skall man lägga till $3\frac{1}{2}$ för att få 6? Huru mycket är $3\frac{2}{3}$ mindre än 7? Hvilken är skilnaden mellan 8 och $3\frac{1}{2}$? Hvilken del är $\frac{1}{2}$ af 3? Huru många gånger större är $4\frac{1}{2}$ än $\frac{1}{2}$? En liter mjölk köpes för $10\frac{1}{2}$ öre och säljes med en vinst af $1\frac{1}{2}$ öre; för huru mycket säljes den? Af 10 kilogram kaffe säljas $4^1/_6$ kilogr., huru mycket återstår? Hvad kosta 4 skålp. då $3^1/_2$ kostar 12 öre? Hvad är hälften af $1^1/_3$? ($1^1/_3 = {}^4/_3$; hälften deraf $= {}^2/_3$). Huru många gr så stort som $^2/_3$ är 6? (Finnes genom att efterse, huru många gr $^2/_3$ innehållas uti 6). Af hvilket tal är $^2/_3$ lika med 12? ($^2/_3 = 12$; $^1/_3 = 6$; hela talet $= 18$). $1^1/_3$ dm. kosta 40 öre, hvad kostar $^1/_3$? ($^4/_3 = 40$; $^1/_3$ är 4 gr mindre; 10 öre.) För $1^3/_4$ krona for jag 7 nymil på jernväg, huru långt för $5^1/_4$ krona (för $^7/_4 = 7$; huru långt för $^{21}/_4$? 3 gr mer, alltså 21). Hvilket är mera $^2/_3$ eller $^3/_4$ (att $^3/_4$ är mera visas ant.: a) genom 2 linier, som delas den ena i 3, den andra i 4 lika delar; eller b) af ett tal, som delas med 3 och 4 ex. 12; $^2/_3$ af $12 = 8$; $^3/_4$ af $12 = 9$; eller c) genom att fästa uppmärksamheten derpå, att för $^2/_3$ fattas $^1/_3$ i en hel, men för $^3/_4$ blott $^1/_4$). $^1/_2$ skålp. socker kostar 24 öre, huru mycket kostar $^1/_3$ (man går från $^1/_2$ skålp. till 1 helt, derefter till $^1/_3$ eller: från $^1/_2$ till $^1/_6$ och derifrån till $^1/_3$). 3:djedelen af en penningsumma är 15 kronor, huru mycket är 9-delen?

Läran om Bråk.

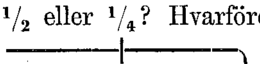
A. *Bråks begrepp, beteckning, arter och formförändringar.*

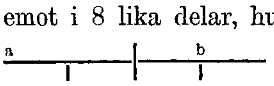
a) *Hvad bråk är.*

Huru uppstå halfva? (Derigenom att 1 hel delas i 2 lika delar). Huru uppstå 3:djedelar? 4:dedelar? Huru får jag $^1/_3$, $^2/_3$? ($^1/_3$ får jag, om jag delar 1 hel i 3 lika stora delar och tager en deraf). $^1/_3$ är således en af 3 lika stora delar; $^2/_3$ är 2 af 3 lika stora delar. *Bråk är således en eller flere delar af ett helt, som blifvit deladt i lika delar.* Hvad är bråk? Hvad är $^1/_3$ af 12? $^2/_5$ af 20 etc. Hvilken del är 8 af 12? 7 af 21?

Hvilken del är 3 stycken af 1 dussin? 9 st. af 1 dussin? Hvad är $^2/_3$ af ett år? $^3/_4$ af ett tjog?

b) *Huru bråk betecknas.*

Hvilket bråk är störst $^1/_2$ eller $^1/_4$? Hvarföre? (*Emedan $^1/_2$ är en större del än $^1/_4$* ). Hvilket bråk är störst $^1/_4$ eller $^3/_4$? ($^3/_4$, emedan det innehåller 3 sådana delar som $^1/_4$). Ett bråks värde beror således af 2 omständigheter: delarnes *storlek* och delarnes *antal.* Derföre fordras, för att beteckna ett bråk, 2 tal: ett, som angifver delarnes *storlek*, och ett, som angifver delarnes *antal*. Huru många tal måste jag hafva, för att beteckna ett bråk? Hvarföre? Delarnes storlek får jag veta, då jag får mig bekant, i huru många delar det hela blifvit deladt — ju flere delar det hela blifvit deladt uti, desto mindre blir hvarje del. Delar jag en kr. uti blott 4 lika delar, huru mycket får jag i hvarje del? Delas den deremot i 8 lika delar, huru mycket blir det då i hvarje del.



Jag tager st. ab och vill beteckna detsamma. Huru stor del af linien? ($^3/_4$). Huru *många* delar? (3). Huru *stora* delar? (4:dedelar). Hvilka siffror måste du använda, för att beteckna det? (En *trea* och en *fyra*). Hvad angifver trean? (Huru många delar jag tagit). Hvad angifver fyran? (Huru stora delarne äro — ty den säger att det hela blifvit deladt i fyra lika delar, att det således är fråga om 4:dedelar och ej om t. ex. 8:delar, eller halfvor). Det tal, som säger mig, huru *stora* delarne äro, kallas *nämnare* (det är liksom namnet på delarne). Hvad angifver nämnaren? Hvilket tal är nämnare uti $^3/_4$? Uti $^5/_4$? O. s. v. Det tal som säger mig *huru många* delarne äro, kallas *täljare* (det täljer, räknar delarne). Hvad angifver täljaren? Hvilket är täljare uti $^3/_4$? Uti $^3/_{11}$? etc. Vill jag beteckna st. ab, så har jag hvilka tal? Hvad säger mig trean? Hvad kallas hon derföre? Hvad säger mig fyran? Hvad kallas hon derföre? Jag har sål. nämnaren 4 och täljaren 3. De skrifvas så, att täljaren sättes öfver och nämnaren under ett streck, som drages mellan dem. Skrif $^3/_4$! Skrif $^4/_9$! etc. Hvilket är täljare? Nämnare? Hvarföre? Läs! (Lär. skrifver några bråk på taflan). Teckna 5 etc. såsom del af tjog! 4 månader såsom del af år! 6 sek. såsom del af en minut! Här tecknas för jemförelsens skull äfven några decimalbråk samt upplyses, hvarföre ej der nämnaren utsättes (emedan nämnaren angifves genom siffrornas plats).

c) De olika arterna af bråk.

1. *Egentliga bråk.*

Hvad är bråk? (Se ofvan p. 71.) Säg ex. på ett bråk efter denna bestämning! ($^5/_6$). En hel har huru många 6:te-delar? Huru många sådana finnas uti $^5/_6$? (5). Hvilket är mera till värde 1 hel, eller $^5/_6$? (1 hel). Sådana bråk äro bråk i egentlig mening och kallas derföre egentliga bråk. Hvad menas med egentliga bråk? (De som till sitt värde äro mindre än 1 hel). Om bråken äro till sitt värde lika med en hel, ex. $^6/_6$, hvilket tal är då störst täljaren eller nämnaren? (Lika stora). Men hvilket tal är störst i ett egentligt bråk? (Nämnaren). Hvarpå ser man således, att ett bråk är egentligt? (Derpå att nämnaren är större än täljaren). Säg ex. på egentliga bråk! Skrif upp några egentliga bråk!

2. *Oegentliga bråk.*

Huru många tjugofemören äro 2 kronor? — Således huru många 4-dedels kronor? ($^8/_4$). Skrif det bråket! 2 kannor — huru många qvarter? (16). Således, huru många 8:dedelar af 1 kanna? ($^{16}/_8$). Skrif det! En fot huru många tum? (10). Således huru många 10:dedels fot? $^{10}/_{10}$). Skrif det! Hvilket är mera till sitt värde, 1 hel eller $^{10}/_{10}$? (Lika mycket). Hvilket är mera till sitt värde $^8/_4$ eller 1 hel? $^{16}/_8$ eller 1 hel? Hvad är bråk? (Se ofvan p. 71). Att kalla dessa tal, som äro lika med 1 hel, eller större än en hel, för bråk är oegentligt. Sådana bråk, som äro lika med 1 hel, eller större än 1 hel, kallas också oegentliga bråk. Hvilka bråk kallas oegentliga? Hvilkendera är större tälj. eller nämn. uti dem? (Ant. lika stora eller tälj. större). Hvarpå kännas således de oegentliga bråken igen? (Derpå att tälj. är lika stor som nämn. eller större än densamma). Säg ett oegentligt bråk! Skrif oegentliga bråk! Säg oegentliga bråk, som till sitt värde äro lika med 1 hel?... större än 1 hel! Lär. skrifver ex. $^1/_4$, $^4/_4$, $^6/_4$ — hvad slags bråk är det första? det andra? det tredje?

3. *Blandade tal.*

2 kr. 50 öre — huru mycket, uttryckt i kr.? ($2^1/_2$). Skrif det! Huru uttrycker jag i år 32 månader? ($2^2/_3$). Skrif det! Huru uttrycker jag i fot 23 tum? ($^{23}/_{10}$). Skrif det! Dessa tal $2^1/_2$, $2^2/_3$, $2^3/_{10}$ bestå således af hela (hvilka?) och bråk (hvilka?). Sådana tal kallas blandade. Hvad menas med blandade tal? A nämn några blandade tal! B skrif dem! Lär. skrifver $^5/_5$, $^1/_5$, $3^1/_5$, $^{16}/_5$ och frågar hvad slags bråk är det första? Hvarföre? Det andra? Hvarföre? etc.

d) Hela tals och bråks formförändringar.

1. *Hela tal till bråk af enklaste form.*

Jag bringar hela tal ex. 2, 6, 21 till bråk af enklaste form derigenom, att jag skrifver talen sjelfva såsom täljare och 1 derunder såsom nämnare. Huru förvandlas 6 till bråk af enklaste form? Skrif 21, förvandladt till bråk af enklaste form!

2. *Hela tal till bråk med bestämd nämnare.*

aa) Muntligt. Om jag förvandlar hela tal till bråk — hvad slags bråk måste det blifva? (oegentliga bråk). Om jag säger: förvandla 8 hela till 4:dedelar, — hvad är mig i den uppgiften bekant? (De hela, som skola förvandlas, och det slags delar, till hvilka de skola förvandlas). Det hela är mig bekant. Är det täljaren eller nämnaren i det blifvande bråket, som jag dessutom känner? (Nämnaren). Jag känner således, till huru stora delar, jag skall förvandla det hela. Hvad söker jag då? (Huru många sådana delar, jag får af det bekanta hela, eller: jag söker täljaren).

Om jag vill förvandla 8 hela till 4:dedelar, så tänker jag först: huru många 4:dedelar får jag af en hel? ($^4/_4$). Af 8 hela, huru många gr flere, än af *en* hel? (8 gr flere). 1 hel $= {}^4/_4$; 8 hela $= 8 \times {}^4/_4$ eller ${}^{32}/_4$? Hvilket är större 8 hela eller ${}^{32}/_4$? (Lika). Hvad har du här gjort med 8 hela? (Jag har blott uttryckt det i 4:dedelar). 1 kr. = 4 tjugofemören $= {}^4/_4$ kr. — det är blott en annan form derför. Huru går jag således till väga?

bb) I hufvudet. 1:o. *Med obenämda tal.* Ex. 5 hela till 4:dedelar! 8 hela till 7:dedelar! 2:o. *Med benämda tal.* Ex. 8 liter till dl.? (${}^{80}/_{10}$).

cc) På tafla. Ex. 8 hela till 5:tedelar. 1 hel $= {}^5/_5$;

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times\ 8 \\ \hline 40 \end{array} = {}^{40}/_5.$$

3. *Att förvandla blandade tal till bråk.*

aa) Muntligt. $8^4/_5$ till 5:tedelar. Hvad $8^4/_5$ blir i 5:tedelar, får jag naturligtvis veta, om jag gör 8 hela till 5:te:delar och till dessa 5:tedelar lägger ${}^4/_5$. Huru gör jag 8 hela till 5:tedelar? Se ofvan. $8 = {}^{40}/_5$; ${}^{40}/_5 + {}^4/_5 = {}^{44}/_5$; $8^4/_5 = {}^{44}/_5$. Hvad är $8^4/_5$ för slags tal? (Blandadt). Hvad har du med detsamma nu gjort? (Förvandlat det till bråk). Hvilket är störst till värdet $8^4/_5$ eller $^{44}/_5$? (Lika stora). Du har således blott gifvit talet en annan form; likasom $2^3/_4$ kronor $= {}^{11}/_4$ kr. $= 11$ 25 ören, ehuru det är något olika för ögat. Huru har du gjort, för att förvandla $8^4/_5$ till 5:tedelar? (Jag multiplicerade först det hela talet 8 med nämnaren (5)? Hvad gjorde du med denna produkt? (Adderade den till täljaren). Hvad gjorde du med summan, som du fick? (Satte den såsom täljare i det nya bråket). Hvad tog du till nämnare i detsamma? (Den förre nämnaren). Sedan några ex. äro på detta sätt behandlade, få barnen framställa tillvägagåendet med egna ord.

bb) *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda* tal. Ex. $4^3/_4$ uttryckt i 4:dedelar? $7^7/_9$ i 9:dedelar? 2:o. Med *benämda* tal. Ex. $4^1/_2$ gram till dg.? $3^1/_2$ har till ar?

cc) *På Tafla.* $62^5/_6 = ?$ $\dfrac{\dfrac{62 + {}^5/_6}{372}}{\dfrac{+5}{\dfrac{377}{6}}}$ eller $\dfrac{62^5/_6.}{\dfrac{377}{6}}$

4. *Att förvandla oegentliga bråk till hela eller blandade tal.*

1. *Till hela tal.*

aa) *Muntligt.* Ex. $^{24}/_4$ huru många hela? Huru många 4:dedelar fordras, för att få 1 hel? ($^4/_4$), $^4/_4 = 1$. Jag får således 1 för hvarje gång jag tager $^4/_4$ ur $^{24}/_4$; $^4/_4$ kan tagas lika många gr ur $^{24}/_4$, som 4 ur 24. $24 : 4 = 6$ gr. $^{24}/_4 = 6$. Hvilketdera är mest $^{24}/_4$ eller 6? (Lika mycket). Hvilken förändring har skett med detsamma? (Jag har uttryckt det i hela i st. f. uti 4:dedelar). Hvad är $^{24}/_4$ för slags bråk? (Oegentligt). Huru går du således tillväga, för att förvandla ett oegentligt bråk till hela tal?

bb) *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda* tal. Ex. $^{24}/_6 = ?$ $^{49}/_7 = ?$ 2:o. Med *benämda* tal. Ex. 40 böcker huru många ris?

cc) *På tafla.* $\dfrac{360}{9} =$ $\begin{array}{r|l} 360 & 9 \\ \hline 36 & 40 \\ \hline 0 & \end{array}$

2. *Till blandade tal.*

aa) *Muntligt.* Se ofvan. Ex.: $^{75}/_8 = ?$ $^8/_8 = 1$; $^{75}/_8 : {}^8/_8 = 75 : 8$; $75 : 8 = 9$; rest $^3/_8$; $^{75}/_8 = 9^3/_8$.

bb) I hufvudet. 1:o. Med *obenämda* tal. Ex.: $^{23}/_4 = ?$ $^{45}/_8 = ?$ 2:o. Med *benämda* tal. Ex. 35 timmar huru många dygn? 30 dygn huru många veckor?

cc) På tafla. Ex. $\frac{2483}{9} = ?$

```
9 | 2483 | 275
    18
    ---
     68
     63
    ---
     53
     45
    ---
      8
```

$\frac{2483}{9} = 275^8/_9.$

5. *Att förlänga bråk.*

1:o. *Förberedelse, innehållande redogörelse för förändringen af bråkets värde genom täljarens eller nämnarens förändring.*

Visa mig halfva linien! Beteckna den! Visa mig $^1/_4$ af linien! Beteckna den! Visa mig $^1/_8$ af linien! Beteckna den! Hvilket af dessa bråk ($^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$) har största värdet? Hvilket har minsta värdet? Hvilket tal är lika i alla dessa bråk? (Täljaren). Hvilket är olika i alla? (Nämnaren). Hvilket har största nämnaren? Hvilket minsta? Sål. om nämnaren ökas, huru går det med bråkets värde? (om jag delar 1 krona i blott 2 lika delar, så kallas hvarje del 50 öre, delar jag den i 4 lika delar, så är hvarje del 25 öre). Ju flere delar, det hela delas uti, desto mindre blir hvarje del. Så många gånger, som det ena bråkets nämnare är större än det andras, så många gr mindre är äfven det bråkets värde. Ex. $^1/_{18}$ tre gr mindre än $^1/_6$. Huru många gr är $^1/_4$ större än $^1/_{24}$? etc. Visa mig $^1/_8$ af linien! $^2/_8$! $^3/_8$! Hvilket bråk af dessa är störst till sitt värde? Hvilket minst? Hvilket tal är lika i dem? (Nämnaren). Hvilket har största täljaren? Huru går det således med bråkets värde, om täljaren ökas? $^1/_{10}$ krona = ? (10 öre). $^3/_{10}$ kr. = ? (30 öre). Så många gr, som det mindre bråkets täljare innehålles uti det större, så många gr mindre är det äfven till sitt värde. Huru många gr är $^4/_5$ större än $^2/_5$? $^{18}/_{35}$ än $^3/_{35}$? etc.

På huru många sätt kan jag således göra ett bråk större? (Genom att *öka* täljaren, eller *minska* nämnaren). På huru många sätt kan jag göra ett bråk mindre? (Genom att *minska* täljaren eller *öka* nämnaren). Gör $^3/_{32}$ åtta gr större! ($^{24}/_{32}$ eller $^3/_4$). Gör $^{18}/_{45}$ tre gr mindre! ($^6/_{45}$ eller $^{18}/_{135}$).

2. *Bråks förlängning.*

aa) *I allmänhet.*

a') *Muntligt.* Visa mig $^1/_2$ af linien! Beteckna det! Visa mig $^2/_4$ af linien? Beteckna det! Visa mig $^4/_8$ etc.! Hvilket bråk är störst till sitt värde $^1/_2$, $^2/_4$ eller $^4/_8$? (Lika stora). Om vi hafva bråket $^1/_2$ och multiplicera nämnaren med 2, blir bråket större eller mindre? 2 gr mindre. ($^1/_4$ två gr mindre än $^1/_2$; 1 tjugufemöre 2 gr mindre än 1 femtioöre). Delarne hafva då blifvit 2 gr mindre. Om jag multiplicerar täljaren 1 med 2, så får jag — hvilket bråk? ($^2/_4$). Delarne hafva då blifvit 2 gr flere. Bråkets värde har blifvit oförändradt. (2 25-ören = 1 50-öre). Att multiplicera täljare och nämnare med samma tal kallas att förlänga bråk. Hvad är att förlänga bråk? Huru går det härigenom med bråkets värde?

b') *I hufvudet.* Med obenämda tal. Ex. Förläng $^2/_3$ med 6! $^7/_8$ med 9!

c') *På tafla.* Ex. $^{23}/_{34}$ förlängdt med 7 = ? $^9/_{16}$ med 15 = ?

bb) *Till på förhand bestämda delar.*

a') *Muntligt.* Hvilka delar låta förvandla sig till 6:tedelar? (halfva, 3:djedelar). Hvilka äro 8-delar? 9-delar? etc. Huru uppkomma 4:dedelar af halfva? (Derigenom, att jag delar $^1/_2$ i två lika delar). 6:tedelar? 8:delar etc.? Dela $^1/_2$ uti 6 och flere lika delar och se till, hvilka delar, som uppstå! (Delar jag $^1/_2$ uti 6 lika delar, så gifver det hela 2 x 6 = 12 lika delar, alltså 12:tedelar; $^1/_2 = {}^6/_{12}$). På tafla skrifves i enlighet härmed:

$^1/_2 = {}^2/_4 = {}^3/_6 = {}^4/_8 = {}^6/_{12} = {}^9/_{18}$ etc. Nämnare: 4, 6, 8, 12, 18 etc. äro mångfalder af 2. Halfva låta således förvandla sig till sådana delar, som äro mångfalder af 2.

Huru uppstå 6:tedelar, 9:delar etc. ur 3:djedelar? (6:tedelar derigenom, att 3:djedelarna delas i 2 lika delar; 9:delarne i 3 etc.). Dela nu 3:djedelarne uti 2 och flere lika delar! Hvilka delar uppstå härigenom? $^1/_3 = ^2/_6 = ^3/_9 = ^4/_{12} = ^5/_{15} = ^6/_{18}$ etc. Nämnare 6, 9, 12 etc. äro mångfalder af 3; 3:djedelar låta alltså förvandla sig till sådana delar, som äro mångfalder af 3. Så de öfriga bråken från $^1/_2$ till och med $^1/_{10}$.

a") Af hvilket tal är 12 mångfalden? (2, 3, 4, 6). Hvilka delar kunna derföre förvandlas till 12:tedelar? (Halfva, 3:djedelar etc.)

b") I hvilka delar måste man dela *halfva*, för att få 12:tedelar? I hvilka 3:djedelar, för att få 12, 18, 24:delar?

c") Huru många 12-tedelar gifver $^1/_3$? $^1/_4$? $^1/_6$? Huru många 14:delar gifver $^1/_2$? $^1/_7$?

d") Förvandla $^2/_3$ till 12:tedelar! (1 hel $= ^{12}/_{12}$; $^1/_3$ deraf $= ^4/_{12}$; $^2/_3$ deraf $= 2 \times ^4/_{12} = ^8/_{12}$). Hvilket är störst $^2/_3$ eller $^8/_{12}$? (Lika stora). Till huru många gr mindre delar har jag förvandlat 3:djedelarne? (4 gr mindre). Huru många gr flere sådana delar måste jag taga, för att få lika mycket? (4 gr flere). För att förlänga ett bråk till på förhand bestämda delar: *dividera den mindre nämnaren i den större och förläng bråket med qvoten!*

b') *I hufvudet.* 1:o. *Med obenämda tal.* Ex. $^1/_5$ till 15:delar! $^3/_7$ till 21:delar! 2:o. Med *benämda* tal. Ex. $^3/_8$ kr. till 32:dels kr.! $^1/_4$ fot till 24:dels fot eller tum!

c') *På tafla.* Ex. $^3/_4$ huru många 96:tedelar? $1 = ^{96}/_{96}$;

4 | 96 | 24
$\underline{\ \ 8}$ $\underline{\times 3}$
16   72
$\underline{16}$ $^3/_4$ till 96:tedelar $= ^{72}/_{96}$.

6. *Att förkorta bråk.*

aa) *Muntligt.*

$^1/_{16}$ $^1/_{16}$ | $^1/_{16}$ $^1/_{16}$ | $^1/_{16}$ $^1/_{16}$ | $^1/_{16}$ $^1/_{16}$ | | |

$^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$ $^1/_8$

Visa mig $^1/_2$! $^2/_4$! $^4/_8$! etc. Hvilket bråk af dessa är störst till sitt värde? Störst till utseendet? Huru många 16:delar på halfva linien? (8). Om jag nu tager tillsammas 2 och 2 af 16-delarne, så får jag af det hela blott huru många delar? (8). Men hvarje del blifver då huru många gr större eller mindre än förut? (2 gr större). Huru många sådana (8:delar) rymmas på halfva linien? (4). Således huru många gr mindre än nyss (än 16-delar)? (2 gr mindre). Alltså: i huru många gr färre delar har det hela blifvit deladt? Huru många gr färre sådana delar skall jag taga, för att få lika mycket? Jag har nu tagit hälften af både täljare och nämnare; jag har dividerat båda med 2. Har bråkets värde derigenom blifvit större eller mindre? (Lika). Om jag således dividerar täljare och nämnare med samma tal, blir bråkets värde oförändradt. Att dividera täljare och nämnare med samma tal kallas att förkorta bråk. Hvad är att förkorta bråk? De tal, som kunna förkortas, hafva ett tal gemensamt, som uti både täljare och nämnare innehålles utan rest.

Uppgifter.

1:o. Hvilka delar bildas, om jag förenar 3 och 3 femtondelar? (5:tedelar) . . . 2 och 2 sextondelar? (8:delar).

2:o. Hvilket tal är gemensamt för täljaren och nämnaren uti följande bråk: $^{10}/_{15}$? $^{12}/_{15}$? $^{20}/_{30}$? $^{30}/_{45}$? $^{13}/_{16}$? etc.

3:o. Uppsök bråk, som kunna förkortas med 3, 5, 7 etc.!

bb) I hufvudet. 1:o. Med *obenämda tal.* Ex. förkorta $^{3}/_{21}$! $^{5}/_{25}$! $^{20}/_{40}$! etc. 2:o. Med *benämda* tal. Ex. $^{4}/_{16}$ krona huru många 4:dedels kr.?

cc) På tafla. Ex. Förkorta $^{25}/_{100}$. Hvilket är det gemensamma talet, som i båda går jemt upp? (25).

$$\overbrace{\frac{75}{100} \Big| \frac{3}{4}}^{25} = {}^{3}/_{4}$$

Här meddelas barnen kännetecknen på tals delbarhet med de särskilda enkla siffrorna, jemte några större tal.

Äfven meddelas, huru man finner det gemensamma måttet för 2 tal genom att uppsöka deras största gemensamma divisor.

Utredning af orsakerna till förfaringssättet vid uppsökandet af största gemensamma divisorn och för orsakerna till att tal kunna förkortas med de särskilda enkla siffrorna, torde böra förekomma endast i de högre folkskolorna.

7. *Att göra bråk i liknämniga.*

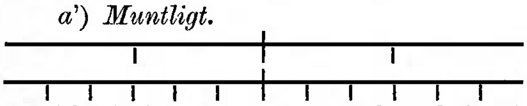
aa) Förberedande. Om jag har $^{1}/_{2}$ och $^{1}/_{4}$ och vill lägga dem tillsammans, eller draga det ena från det andra, så går det ej, utan att jag först förvandlar båda bråken till samma slags delar. Säger jag $^1/_2$ och $^1/_4$ göra tillsammans $^2/_2$, är det för mycket eller för litet? Säger jag åter, att de göra $^2/_4$, blir det för mycket eller för litet? Säger jag, att de göra $^2/_6$, blir det för mycket eller för litet? Jag måste förut förvandla dem till samma slags delar. Kan jag förvandla $^1/_4$ till halfva? (Nej). Hvarföre? (Ty $^1/_4$ är mindre än $^1/_2$). Kan jag förvandla $^1/_2$ till 4:dedelar? (ja). Huru många gånger mindre blifva delarna då? (2 gr). Huru många g:r flere sådana delar får jag då? (2 gr flere). Hvad blir $^1/_2$ förvandladt till 4:delar? ($^2/_4$). Nu kan jag lägga dem tillsammans: $^2/_4$ och $^1/_4$ gör? ($^3/_4$). Nu kan jag ock draga det ena från det andra: $^2/_4$—$^1/_4$? ($^1/_4$).

bb) *Att göra bråk liknämniga.*

Här kunna tre fall inträffa:

1:o. *Att den eller de mindre nämnarne jemt innehållas uti den största.*

a') *Muntligt.*



Här hafva vi detsamma hela deladt på 2 olika sätt; i hvad för olika delar? (i 4:de-delar och 12:te-delar). Dessa delar äro olika stora — hvilka äro större? — Huru många gr? Men vi kunna förvandla dem till lika delar, eller få dem liknämniga — huru? (Derigenom att jag delar hvar 4:dedel i 3 lika stora delar). Huru många sådana delar får jag af det hela? ($4 \times 3 = 12$). Om jag hade $^1/_4$ och förvandlade den till 12:te-delar, huru många flere 12:tedelar finge jag? (3 g:r). Om jag vill förvandla $^1/_4$ till 12:tedelar, så ser jag, att den mindre nämnaren innehålles uti den större. Jag dividerar då den mindre nämnaren uti den större. Jag får derigenom veta, huru många gr större den större nämnaren är, än den mindre och följaktligen till huru många gr mindre delar jag skall förvandla den större — här: $12 : 4 = 3$; sål. till 3 gr mindre delar. Om jag vill göra bråk liknämniga, och den eller de mindre nämnarne gå jemt upp i den största — hvad gör jag då först? Hvad får jag derigenom veta? — Men blifva delarne 3 gr mindre; huru många flere sådana måste jag taga, för att få lika mycket? 3 gr flere. Sålunda i detta fall: *dividera den mindre* *nämnaren i den större och förläng bråket med qvoten!* Huru gör du bråk liknämniga, då den eller de mindre nämnarne jemt uppgå uti den största?

b') *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda* tal. Ex. $^1/_2$ och $^1/_6 = ?$ $^1/_3$ och $^{15}/_{18} = ?$ $^1/_4$, $^1/_8$ och $^1/_{32} = ?$ 2:o. Med *benämda* tal. Ex. $^1/_2$, $^1/_4$, $^3/_8$ kanna $= ?$ $^1/_2$, $^5/_6$ och $^7/_{12}$ kr. $= ?$

c') *På tafla.* Ex. $^{11}/_{12}$ $^7/_{15}$ $^9/_{20}$ $^{47}/_{60} = ?$

	60	
$^{11}/_{12}$	5	55 (60 : 12 = 5; 11 × 5 = 55)
$^7/_{15}$	4	28
$^9/_{20}$	3	27 = $^{55}/_{60}$ $^{28}/_{60}$ $^{27}/_{60}$ $^{47}/_{60}$
$^{47}/_{60}$	1	47

2:o. *De mindre nämnarne uppgå ej uti den största.*

a') *Nämnarne hafva intet gemensamt mått.*

a") *Muntligt.* Ex. $^2/_3$ och $^3/_4$.

Kan jag förvandla 3:djedelar till 4:dedelar? 4:dedelar till 3:djedelar? Jag måste bringa båda till mindre delar. Till hvilka mindre delar kunna 3:djedelar förvandlas? (6-, 9-, 12-, 15-delar etc.). Till hvilka mindre delar kunna 4:dedelar förvandlas? (8-, 12-, 16-delar etc.). Till hvilka delar kunna således både 3:djedelar och 4:dedelar tillika förvandlas? (Till 12:tedelar). Denna nämnare får jag, om jag multiplicerar 3 och 4, 3 × 4 = 12. Huru många gr mindre är $^1/_{12}$ än $^1/_3$? (4 gr). Huru många gr flere 12:tedelar får jag således? (4 gr) $^2/_3 = {^8/_{12}}$. Huru många gr mindre är $^1/_{12}$ än $^1/_4$? (3 gr). Huru många gr flere 12:tedelar får jag, än jag har 4:dedelar? (3 gr) $^3/_4 = {^9/_{12}}$. $^2/_3$ och $^3/_4 = {^8/_{12}}$ och $^9/_{12}$. Om du således vill göra bråk liknämniga, och de mindre nämnarne ej uppgå uti den större och ej hafva något gemensamt mått, så *multiplicera nämnarne med hvarandra; produkten är den gemensamma nämnaren. Multiplicera derpå hvartdera bråkets täljare med produkten af de öfriga bråkens nämnare. Dessa produkter blifva täljare i de nya bråken. Eller förläng hvardera bråket med produkten af de öfriga bråkens nämnare.*

b") *I hufvudet.* Med *obenämda* tal. Ex. $^3/_4$ och $^5/_7 = ?$

$^4/_5$ och $^5/_{12}$ = ? $^{10}/_{11}$ och $^9/_{10}$? 2:o. Med *benämda* tal. Ex. $^1/_2$ krona och $^1/_3$ krona till hvilka delar af kr.? $^1/_4$ m. och $^1/_5$ m. till hvilka delar af m.?

c") *På tafla.* Ex. $^3/_4$, $^5/_7$, $^2/_3$. Den gemensamma nämnaren = 84 (= 4 × 7 × 3).

	84	
$^3/_4$	21	63 (84 : 4 = 21 (= 7 × 3); 21 × 3 = 63)
$^5/_7$	12	60
$^2/_3$	28	56 = $^{63}/_{84}$ $^{60}/_{84}$ $^{56}/_{84}$.

b') *Nämnarne hafva ett gemensamt mått.*

a") *Muntligt.* Ex. $^9/_{10}$ och $^9/_{15}$. Hvilken är den mindre nämnaren? Går den jemt upp i den större? Till hvilka delar kan du derföre förvandla båda? (Till 150-delar). Hvarför? (Emedan 10 × 15 = 150). Men det finnes ett mycket mindre tal, i hvilket båda innehållas, och det beror derpå, att 10 och 15 hafva ett gemensamt mått. Hvilket är detta? (5). 10 innehålles ej jemt uti 15, men 5 gör det. 5 innehålles jemt uti 15; för att få ett tal, i hvilket 10 = 2 × 5 jemt innehålles, behöfver jag blott multiplicera 15 med 2; 2 × 15 = 30. Detta är deras *minsta* gemensamma nämnare (150 är ock en gemensam nämnare). Huru många 30:delar blir $^9/_{10}$? ($^{27}/_{30}$). Huru många $^7/_{15}$? ($^{14}/_{30}$). Det gemensamma måttet är här — hvilket? (5). Uti 15 går 5 jemt upp. För att få det tal, uti hvilket äfven 10 (2 × 5) går jemt upp, multiplicerar jag 15 blott med 2; 2 × 15 = 30. Då 15 = 3 × 5, så är 2 × 15 = 2 × 3 × 5. Dessa erhålla vi på följande sätt: *Upplös nämnarne i deras enklaste faktorer.* Ex. 10 = 2. 5

15 = 3. 5

2 × 3 × 5 = 30.

Hvarje faktor, som förekommer i 2 eller flere tal, utstrykes på alla ställen utom ett. (5 förekommer här i 2 tal). (Produkten af de återstående faktorerna kallas den *minsta gemensamma dividenden*). *Förläng hvartdera bråket med den eller de af de återstående faktorerna, som ej finnas i bråkets egen nämnare.*

b") *I hufvudet.* Med obenämda tal. Ex. Hvilket är den minsta gemensamma dividenden för $^1/_3$, $^7/_9$, $^2/_{15}$? Gör liknämniga $^1/_4$ $^3/_8$ $^5/_{12}$! $^7/_9$ $^8/_{15}$ $^5/_6$!

c'') *På tafla.* Ex. $^8/_{15}$ $^7/_{18}$ $^5/_{24}$ = ?

$$\begin{array}{l} 15 = 3.5 \\ 18 = 2.3.3 \\ \underline{24 = 2.2.2.3} \\ \overline{3.5.3.2.2.2} = 360 \end{array}$$

	360	
$^8/_{15}$	24	192 (260 : 15 = 24 (= 2 × 2 × 2 × 3); 24 × 8 = 192)
$^7/_{18}$	20	140
$^5/_{24}$	15	75 = $^{192}/_{360}$ $^{140}/_{360}$ $^{75}/_{360}$.

Eller:

$$\frac{8 \times 24\ (= 3.2.2.2)}{15 \times 24} = \frac{192}{360}$$

$$\frac{7 \times 20\ (= 5.2.2)}{18 \times 20} = \frac{140}{360}$$

$$\frac{5 \times 15\ (3 \times 5)}{24 \times 15} = \frac{75}{360}.$$

Allmänna bråks förvandling till decimalbråk. Ex. $^3/_4$ till decimalbråk! Hvad betyder detta, om vi utläsa det som ett divisionstal? (Att 3 skall delas i 4 lika stora delar). Kunna vi då få någon hel på hvarje del? Förvandla då de hela till 10:dedelar! Huru många sådana få vi på hvarje del? Huru många sådana delar hafva vi sedan qvar? Till hvilka slags delar skola dessa förvandlas? o. s. v.

Decimalbråks förvandl. till allmänna bråk omnämnes och verkställes vid bråks förkortning.

E. De fyra räknesätten med bråk.

a) Addition.

1. *Muntligt.* $^2/_7 + ^3/_7$ = ? Hvilken är uppgiften? Huru mycket är då $^2/_7$ och $^3/_7$ tillsammans? ($^5/_7$). Hvilket är täljaren i detta bråk? (5). Hvilket är nämnaren? (7). Huru har du fått täljaren? Hvad har du användt till nämnare i detta bråk? Hvad kalla vi dessa bråk med afseende på deras nämnare? (Liknämniga). Huru går du då tillväga, för att sammanlägga liknämniga bråk? (Jag lägger täljarne tillsammans och sätter

summan såsom täljare i det nya bråket och den gemensamma nämnaren sättes till nämnare).

$^1/_3 + {}^1/_2$? Hvilken är uppgiften? Om jag här lägger täljarne tillsammans — hvad får jag? (2). Sätt nämnaren 3 såsom nämnare! ($^2/_3$). Är det för mycket eller för litet? (För litet). Sätt 2 såsom nämnare! ($^2/_2$). För mycket eller för litet? (För mycket). Lägg äfven nämnarne tillsammans! (5:tedelar). Sätt summan såsom nämnare! ($^2/_5$). För mycket eller för litet? (För litet). Hvad måste du här göra, för att kunna lägga dessa bråk tillsamman? (Göra dem liknämniga). Sedan förfar du såsom förut! Således, om bråken, som skola sammanläggas, äro oliknämniga, huru förfar man då? $4^4/_5 + 6^8/_9 = ?$ Hvilken är uppgiften? Den förändras till $4 + 6 + {}^4/_5 + {}^8/_9 = ?$ $4 + 6 = ?$ (10), $^4/_5 + {}^8/_9 = ?$ $^{36}/_{45} + {}^{40}/_{45} = {}^{76}/_{45}$ — hvad slags bråk är detta? Huru uttryckes det på annat sätt? ($1^{31}/_{45}$); $10 + 1^{31}/_{45} = 11^{31}/_{45}$. Om hela förekomma med bråken, huru förhåller jag mig då? (De adderas för sig). Huru gör jag, om jag i summan får ett oegentligt bråk? (Det förvandlas till helt eller blandadt tal).

2. *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda tal. aa) Liknämniga bråk.* Ex. $^{24}/_{25} + {}^{23}/_{25} = ?$ $^{24}/_{25} + {}^1/_{25} + {}^{22}/_{25} = 1^{22}/_{25}$. $^{17}/_{18} + {}^{13}/_{18} + {}^{11}/_{18} = {}^{17}/_{18} + {}^1/_{18} + {}^{12}/_{18} = 1^{12}/_{18}$; $1^{12}/_{18} + {}^{11}/_{18} = 1^{12}/_{18} + {}^6/_{18} + {}^5/_{18} = 2^5/_{18}$.

bb) Oliknämniga bråk. Ex. $^5/_6 + {}^7/_9 = ?$ $1 = {}^{15}/_{18} + {}^3/_{18}$, $^{15}/_{18} + {}^3/_{18} + {}^{11}/_{18} = 1^{11}/_{18}$. $4^7/_8 + 5^3/_4 = ?$ $4 + 5 = 9$; $^7/_8 + {}^6/_8 = {}^{13}/_8 = 1^5/_8$; $9 + 1^5/_8 = 10^5/_8$.

2:o. *Med benämda och använda tal.* Ex. K. är nu $12^2/_3$ år — huru gammal blir han efter $3^1/_2$? 1 tunna råg väger $14^1/_2$ lisp.; 1 tunna hvete $2^1/_4$ lisp. mera — huru mycket väger således 1 tunna hvete?

3. *På tafla.* Ex. 1. $^9/_{17} + {}^{12}/_{17} + 3^8/_{17} + 2^{15}/_{17} = ?$ Ex. 2. $^3/_4 + {}^2/_3 + 7^1/_2 + 5\,{}^4/_5 = ?$

1.	$^9/_{17}$	9
	$^{12}/_{17}$	12
	$3\,{}^8/_{17}$	8
	$2^{15}/_{17}$	15
	$5 + 2^{10}/_{17}$	$^{44}/_{17} = 2^{10}/_{17}$
	$7^{10}/_{17}$	

2.	$^3/_4$; $4 = 2 . 2.$
	$^2/_3$; $3 = 3$
	$7^1/_2$; $2 = 2$
	$5^4/_5$; $5 = 5$
	$2 . 2 . 3 . 5 = 60.$

	60	
$^3/_4$	15	45
$^2/_3$	20	40
$7^1/_2$	30	30
$5^4/_5$	12	48
$14^{43}/_{60}$	60	$163 = 2^{43}/_{60}$
		120
		43

b) Subtraktion.

1. *Muntligt.* $^4/_5 - {}^2/_5 = ?$ Hvilken är uppgiften? Hvad kallas $^4/_5$? (Minuenden). $^2/_5$? (Subtrahenden). Huru mycket återstår, om $^4/_5$ minskas med $^2/_5$? ($^2/_5$). Hvad kallas detta tal? Huru fås detta bråk ($^2/_5$)? (Jag drager subtrahendens täljare från minuendens och sätter den gemensamma nämnaren till nämnare). Hvad kallas dessa bråk med afs. på deras nämnare? Huru drages således ett bråk från ett annat, då båda äro liknämniga?

$^2/_3 - {}^1/_5$? Hurudana äro dessa bråk m. afs. på deras nämnare? Huru måste jag förvandla dem, för att kunna draga det ena fr. det andra? (Göra dem liknämniga: ($^{10}/_{15} - {}^3/_{15}$). Huru gör du sedan de blifvit liknämniga? Huru gör du, om du vill draga det ena bråket från det andra, då båda äro oliknämniga?

$4^2/_7 - 1^2/_9 = ?$ Denna uppgift kan ock tecknas sålunda: $4 - 1 + {}^2/_7 - {}^2/_9$. Huru löses således denna uppgift? (Jag subtraherar de hela särskildt och bråken särskildt och lägger resterna tillsammans. Ex. $4 - 1 = 3$; $^2/_7 - {}^2/_9 = {}^{18}/_{63} - {}^{14}/_{63} = {}^4/_{63}$. $3^4/_{63}$). Huru verkställes subtraktionen, då hela tal förekomma i minuenden och subtrahenden?

$4^5/_9 - 3 = ?$ Huru löses den uppgiften? Jag drager 3 från 4 och till den resten lägger jag $^5/_9$; sål. $1^5/_9$.

$9 - {}^4/_5 = ?$ Om jag har 9 tiotal och derifrån skall draga 3 enh. — huru går jag tillväga? Jag tager 1 tiotal och förvandlar det till enh. och derifrån drager jag sedan 3 enh. således $90 - 3 = 87$. Huru drager jag 0,4 från 2 hela? (Jag tager 1 hel och förvandlar till 10:dedelar, och drager sedan 10:dedelarne derifrån; således 1, $^{10}/_{10} - {}^4/_{10}$). Huru drages alltså $^4/_5$ från 9 hela? (Jag tager 1 hel fr. de 9, förvandlar den till $^5/_5$ och drager sedan $^4/_5$ från $^5/_5$ samt lägger 8 hela till resten; således $9 - {}^4/_5 = 8^1/_5$).

$8^4/_9 - {}^5/_6 = ?$ Huru dragas 1,3 från 3,1? (Jag lånar 1 hel och förvandlar den till 10:dedelar och lägger $^1/_{10}$ dertill samt drager sedan $^3/_{10}$ derifrån; $2^{11}/_{10} - 1{,}3 = 1{,}8$. Huru uttryckes $^8/_{10}$ på annat sätt? ($^4/_5$). Hvad kallas det att förvandla $^8/_{10}$ till $^4/_5$? (Förkorta). Här således: $7^4/_9 - {}^5/_6 = 7^{24}/_{54} - {}^{45}/_{54} = 6^{54}/_{54} + {}^{24}/_{54} = {}^{78}/_{54} - {}^{35}/_{54} = 6^{23}/_{54}$. Huru subtraheras, då både minuenden och subtrahenden hafva bråk, och minuendens bråk är mindre? (Dylika ex. lösas ock sålunda: $7^4/_9 - {}^5/_6 = 6^{54}/_{54} + {}^{24}/_{54} - {}^{45}/_{54}$; ${}^{54}/_{54} - {}^{45}/_{54} = {}^9/_{54}$; ${}^9/_{54} + {}^{24}/_{54} = {}^{33}/_{54}$; $6^{33}/_{54}$).

2. *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda tal.* Ex.: *a.* $^{17}/_{19} - {}^{12}/_{19} = ?$ $8\,^5/_{12} - 3 = ?$ $4\,^{11}/_{12} - {}^7/_{12} = ?$ $13\,^7/_8 - 6\,^3/_8 = ?$ *b.* $9 - {}^{13}/_{20} = ?$ $8 - 4\,^3/_4 = ?$ $4\,^1/_5 - {}^4/_5 = ?$ $5\,^1/_4 - 2\,^3/_4 = ?$ *c.* $^{11}/_{12} - {}^{25}/_{43} = ?$ $7\,^2/_3 - {}^5/_9 = ?$ $7\,^4/_9 - {}^5/_6 = ?$ $12\,^4/_7 - 4\,^2/_3 = ?$

2:o. *Med benämda och använda tal.* Ex.: Huru mycket skall jag lägga till $3\,^3/_4$, för att få $9\,^1/_4$? ($3\,^3/_4 + {}^1/_4 = 4$; $4 + 5\,^1/_4 = 9\,^1/_4$; alltså: $^1/_4 + 5\,^1/_4 = 5\,^1/_2$). Hvad är skilnaden emellan $^{49}/_{63}$ och $1\,^{15}/_{63}$? Tag ifrån $1\,^1/_3$ summan af $^1/_4 + {}^1/_3$!

3. *På tafla.* Ex.

1. $^{123}/_{136} - {}^{75}/_{136} = ?$

$^{123}/_{136}$	123	
$^{75}/_{136}$	75	
$^6/_{17}$	48	6
	136 =	17

2. $372 - 185\,^{17}/_{28} = ?$

$371\,^{28}/_{28}$	28
$185\,^{17}/_{28}$	17
$186\,^{11}/_{28}$	11

3. $^{47}/_{48} - {}^{53}/_{84} = ?$

$48 = 2.2.2.2.3$
$84 = 2.2.3.7$
$2.2.2.2.3.7 = 336$

	336	
$^{47}/_{48}$	7	329
$^{53}/_{84}$	4	−212
$^{39}/_{112}$		$^{117}/_{336} = {}^{39}/_{112}$

4. $125\,^5/_9 - 84\,^{41}/_{45} = ?$

	45	
$125\,^5/_9$	5	25
		+45
$84\,^{41}/_{45}$	1	70
		−41
$40\,^{29}/_{45}$		29

c) Multiplikation.

1) *Muntligt.*

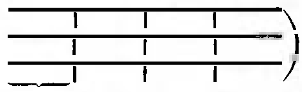
aa) Multiplikatorn ett helt tal.

Ex. 1. $12 \times {}^7/_8 = ?$ 8×4 . . . hvilken är uppgiften? (jag skall taga 4 åtta gr). Får jag då ett tal, som är större eller mindre än 4? (8 gr större). $12 \times {}^7/_8$ — hvilken är uppgiften? (Jag skall taga $^7/_8$ tolf gånger). Huru många gr större eller mindre blifver det tal, jag får, än $^7/_8$? (12 gr större). Huru får jag ett tal, som är 12 gånger större än $^7/_8$? (Genom att multiplicera täljaren med 12). Således $12 \times {}^7/_8 = {}^{84}/_8$. Hvad för slags bråk är $^{84}/_8$? (Oegentligt). Uttryck det på annat sätt? ($10^4/_8$). Uttryck $^4/_8$ på annat sätt! ($^1/_2$). Hvilket tal har du tagit till multiplikator? (12). Till multiplikand? ($^7/_8$). Således: huru verkställes multiplikationen, då multiplikatorn är ett helt tal och multiplikanden ett bråk? (Jag multiplicerar täljaren med det hela talet, produkten blir täljare i det nya bråket, och den förre nämnaren blir nämnare. Blir produktbråket oegentligt, så förvandlas det till helt eller blandadt tal. Kan det förkortas, så verkställes denna förkortning). $^4/_8$ kunde förkortas. Talen 4 och 8 hafva således ett gemensamt mått, hvilket? (4). Detta måste således hafva ingått såsom faktor uti 12×7. I hvilket af dessa ingår 4 såsom faktor? (uti 12). Jag kunde hafva bortdividerat denna gemensamma faktor före multiplikationen. Jag hade då i stället för $12 \times {}^7/_8$ fått hvad? ($3 \times {}^7/_2 = {}^{21}/_2 = 10^1/_2$). Hvad ser jag sålunda först efter, när jag vill multiplicera ett helt tal med ett bråk? (Jag ser efter, om de tal, som skola bilda täljaren, hafva någon faktor gemensam med de tal, som skola bilda nämnaren. Om så är, förkortas dermed, innan multiplikationen verkställes).

Ex. 2. $4 \times 9^5/_6 = ?$ Hvilken är uppgiften? Att $9^5/_6$ skola tagas fyra gr. Huru många gr större eller mindre blir det nya talet, än $9^5/_6$? (4 gr större än $9^5/_6$). Huru får jag det tal, som är 4 gr större än 9? ($4 \times 9 = 36$. Huru får jag det tal, som är 4 gr större än $^5/_6$? ($4 \times {}^5/_6 = {}^{20}/_6 = 3^2/_6 = 3^1/_3$). Hvad blir således $4 \times 9^5/_6$? ($39^1/_3$). Hurudant tal har jag i multiplikatorn? (Ett helt). Hvad slags tal uti multiplikanden? (Blandadt). Således: om jag har helt tal i multiplikatorn och blandadt uti multiplikanden, huru verkställes då multiplikationen? (Då multipliceras först det hela talet med multiplikatorn; derefter bråket med multiplikatorn (enl. föregående); summan af dessa produkter blir den slutliga produkten). Huru löses således uppgiften $3 \times 4^2/_9$? $(3 \times 4 = 12;\ 3 \times {}^2/_9 = 1 \times {}^2/_3 = {}^2/_3;\ 3 \times 4^2/_9 = 12^2/_3$.

bb) Multiplikanden ett helt tal.

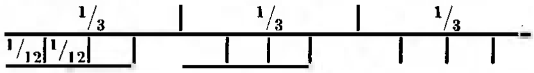
Ex. 1. *a)* ${}^1/_4 \times 11 = ?$ Hvilken är uppgiften? (Att taga en fjerdedel af 11. Får jag mer eller mindre än 11, om jag tager en fjerdedel af 11? (Jag får mindre). Huru många gr mindre? (4 gr mindre). Eller på annat sätt uttryckt jag får blott ${}^1/_4$ deraf. ${}^1/_4 \times 11$ lika med? (${}^1/_4$ af 11). ${}^1/_4$ af 1 är hvad? (${}^1/_4$). ${}^1/_4$ af $2 =$ hvad? (${}^2/_4$ eller $2 \times {}^1/_4$); ${}^1/_4$ af $11 =$ hvad? (${}^{11}/_4$ eller $11 \times {}^1/_4 = 2^3/_4$).

Ex. 1. *b)* ${}^3/_4 \times 11 = ?$ Huru får jag ${}^3/_4$? (Antingen genom att taga 3 delar af *ett* helt, som blifvit deladt i 4 lika delar (ex. ) eller genom att taga ${}^1/_4$ af 3 hela, som blifvit delade i 4:delar (ex.: ) Huru får jag då ${}^3/_4$ af 11? (Antingen ${}^1/_4$ af $3 \times 11 = {}^1/_4$ af 33 eller $3 \times {}^1/_4$ af 11). Hvad är ${}^1/_4$ af 3×11? (${}^{33}/_4$). Hvad slags bråk är ${}^{33}/_4$? (Oegentligt). Hvad skola vi göra dermed? Förvandla till blandadt tal $8^1/_4$. Hvad är $3 \times {}^1/_4$ af 11? (${}^1/_4$ af $11 = {}^{11}/_4$; ${}^3/_4$ af $11 = 3 \times {}^{11}/_4 = {}^{33}/_4$). Huru uttryckes detta på annat sätt ($8^1/_4$)? Huru skulle uppgiften ${}^3/_8 \times 16$ lösas? (${}^3/_8 \times 16 = {}^3/_1 \times 2 = {}^6/_1 = 6$). Således: om multiplikatorn är ett bråk, men multiplikanden ett helt tal — huru verkställes multiplikationen? (Täljaren multipliceras med det hela talet; produkten sättes till täljare i det nya bråket och den förre nämnaren till nämnare — för öfrigt som föregående).

Ex. 2. $5^1/_2 \times 7 = ?$ Hvilken är uppgiften? 7 hela skola tagas 5 gånger och dertill skall läggas ${}^1/_2$ af 7. 7 taget 5 gr blir? (35). ${}^1/_2$ af 7 blir? (${}^7/_2 = 3^1/_2$). 7 taget $5^1/_2$ gång blir? ($38^1/_2$). Hvad för slags tal hafva vi här uti multiplikatorn? Uti multiplikanden? Huru verkställes multiplikationen, då multiplikatorn är ett blandadt tal, men multiplikanden ett helt tal? (Svaret inses af föreg.) Huru löses uppgiften ($7^8/_9 \times 9 = ?$ $7 \times 9 = 63$; ${}^8/_9 \times 9 = {}^8/_1 \times 1$; $7^8/_9 \times 9 = 71$).

cc) Multiplikatorn och multiplikanden äro eller hafva bråk.

Ex. 1. $^3/_4 \times {}^2/_3 = ?$ Hvilken är uppgiften? (Att taga $^3/_4$ af $^2/_3$).



Hvilken del får jag om jag tager $^1/_4$ af $^1/_3$? ($^1/_{12}$). Om jag tager $^3/_4$ af $^1/_3$? (3 gr mera $= {}^3/_{12}$). Om jag tager $^3/_4$ af $^2/_3$? (2 gr mera än $^3/_4$ af $^1/_3$; således $2 \times {}^3/_{12} = {}^6/_{12} = {}^1/_2$). Sålunda: $^1/_4 \times {}^1/_3 = \frac{1}{4 \times 3} = {}^1/_{12}$; $^1/_2$ af $^1/_3$ får jag, om jag multiplicerar nämnaren med nämnaren. $^3/_4 \times {}^1/_3 = 3 \times {}^1/_{12}$; $^3/_4$ af $^2/_3 = 3 \times {}^2/_{12} = {}^6/_{12}$; $^3/_4$ af $^2/_3$, om jag ock multiplicerar täljaren med täljaren. Men de tal, som skola bilda täljaren i det nya bråket (3×2), hafva gemensamma mått med de tal, som skola bilda nämnaren i det nya bråket (3×4). Derföre förkortas med dessa gemensamma mått, innan multiplikationen verkställes: $^3/_4 \times {}^2/_3 = {}^1/_2$. Hvad slags tal finnas uti multiplikatorn och multiplikanden? Huru verkställes således multiplikationen, om multiplikatorn och multiplikanden äro bråk? (Jag sätter produkten af täljarne såsom täljare och produkten af nämnarne såsom nämnare; hafva dessa tal gemensamma mått, så förkortas dermed före multiplikationen).

Ex. 2. $2^2/_5 \times 3^3/_4 = ?$ Hvilken är uppgiften? Jag skall taga $3^3/_4$ två gånger och sedan $3^3/_4$ ytterligare $^2/_5$ gng. Hvad får jag, om jag tager 3 hela 2 gånger? (6 hela); om jag tager $^3/_4$ två gånger? ($^3/_4 \times 2 = {}^3/_2 \times 1 = 1^1/_2$); om jag tager 3 två femtedels gånger? ($^6/_5 = 1^1/_5$), om jag tager $^3/_4$ två femtedels gånger? ($^2/_5 \times {}^3/_4 = {}^1/_5 \times {}^3/_2 = {}^3/_{10}$). Hvad har jag således fått af $2^2/_5 \times 3^3/_4$? (6, $1^1/_2$, $1^1/_5$, $^3/_{10}$). Hvad skall jag göra med dessa tal? Lägga dem tillsammans). $6 + 1^1/_2 = ?$ ($7^1/_2$); $7^1/_2 + 1^1/_5 = ?$ ($8 + \frac{5+2}{10} = 8^7/_{10}$). $8^7/_{10} + {}^3/_{10} = ?$ ($8^{10}/_{10} = 9$). Hvad slags tal har du här uti multiplikatorn och multiplikanden? (Blandade). Huru verkställes multiplikationen, då både multiplikatorn och multiplikanden hafva bråk? (Svaret inses af det föregående).

Detta kan dock ske på ett enklare sätt. Uttryck $2^2/_5$ uti oegentl. bråk! ($^{12}/_5$). Uttryck $3^3/_4$ uti oegentligt bråk! ($^{15}/_4$).

Hvad utseende har uppgiften nu fått? ($^{12}/_5 \times {}^{15}/_4$). Huru uttrycker du denna uppgift? (Jag skall taga $^{12}/_5$ af $^{15}/_4$). Huru får jag $^{12}/_5$ af $^{15}/_4$? (Jag tager först $^1/_5$ af $^1/_4 = \frac{1}{5 \times 4} = {}^1/_{20}$; derpå tager jag $^{12}/_5$ af $^1/_4 = \frac{12 \times 1}{20} = {}^{12}/_{20}$; derpå $^{12}/_5$ af $^{15}/_3 =$ $\frac{12 \times 15}{20} = {}^{180}/_{20} = 9$).

Men detta kan blifva ännu enklare: $^{12}/_5 \times {}^{15}/_4$. Jag ser efter, om täljarne och nämnarne hafva något gemensamt mått — huru är det här? (Ja, 4 och 5). $^{12}/_5 \times {}^{15}/_4 = 3 \times 3 = 9$. Således — huru verkställes multiplikationen, om både multiplikatorn och multiplikanden hafva bråk? (Gör bråken till oegentliga bråk, förkorta, om så ske kan; sätt sedan produkten af täljarne till täljare och produkten af nämnarne till nämnare). Sedan barnen fått göra sig reda för alla de särskilda fall, som vid multiplikation kunna förekomma, öfverlemnas åt deras minne blott den vanliga, på alla dessa fall tillämpliga regeln: *bringa faktorerna till form af bråk; förkorta der så ske kan, sätt produkten af täljarne till täljare och produkten af nämnarne till nämnare.*

Man bör noga fästa uppmärksamheten derå, att ett sådant uttryck som $^3/_4$ o. s. v. af ett tal utmärker multiplikation i bråk, ej division.

2. *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda tal.* Ex. $12 \times {}^7/_8 =$? (*a.* $12 \times {}^7/_8 = {}^{84}/_8 = 10^4/_8 = 10^1/_2$; *b.* $12 \times {}^1/_8 = {}^{12}/_8 = 1^1/_2$; $12 \times {}^7/_8 = 7 \times 1^1/_2 = 7 \times {}^3/_2 = 10^1/_2$; *c.* $12 \times {}^7/_8 = 12 \times 1 - 12 \times {}^1/_8 = 12 - 1^1/_2 = 10^1/_2$; *d.* $^7/_8 = {}^4/_8 + {}^2/_8 + {}^1/_8 = {}^1/_2 + {}^1/_4 + {}^1/_8$; $12 \times {}^7/_8 = 12 \times {}^1/_2 + 12 \times {}^1/_4 + 12 \times {}^1/_8 = 6 + 3 + 1^1/_2 = 10^1/_2$.

Ex. $8 \times 4^1/_4 =$? ($8 \times 4 = 32$; $8 \times {}^1/_4 = 2$; $8 \times 4^1/_4 = 34$). $^1/_3 \times 17 =$? $^{17}/_3 = 5^2/_3$. $^2/_3 \times 8 =$? ($^2/_3 \times 8 = {}^{16}/_3 = 5^1/_3$). $4^3/_8 \times 12 =$? ($4 \times 12 = 48$; $^3/_8 \times 12 = {}^3/_2 \times 3 = {}^9/_2 = 4^1/_2$; $4^3/_8 \times 12 = 52^1/_2$. $3^1/_2 \times {}^2/_3 =$? ($^7/_2 \times {}^2/_3 = {}^7/_1 \times {}^1/_3 = {}^7/_3 = 2^1/_3$).

2:o. Med *benämda och använda tal.* Ex. sök det tal, som är 7 gr större än $^3/_4$! Hvad är $^1/_2 \times {}^2/_3$? Jag har sökt $^1/_4$ af ett tal och fått $9^7/_8$, af hvilket tal är det $^1/_4$? ($4 \times 9^7/_8$).

3. *På tafla.*

Ex. 1. $9 \times {}^{15}/_{16} = ?$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 9 \\ \hline \end{array}$$

$$16 \,\Big|\, \begin{array}{r} 135 \\ 128 \\ \hline 7 \end{array} \,\Big|\, 8 = 8^{7}/_{16}.$$

Ex. 2. $18 \times 25^{12}/_{13} = ?$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\, 18 \\ \hline 200 \\ 25 \\ \hline 450 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ \times\, 18 \\ \hline 96 \\ 12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 450 \\ +\, 16^{8}/_{13} \\ \hline 466^{8}/_{13} \end{array}$$

$$13 \,\Big|\, \begin{array}{r} 216 \\ 13 \\ \hline 86 \\ 78 \\ \hline 8 \end{array} \,\Big|\, 16^{8}/_{13}$$

Eller:

$$\begin{array}{r} 25^{12}/_{13} \\ \times\, 13 \\ \hline 75 \\ 25 \\ +\, 12 \\ \hline 337/_{13} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 337/_{13} \\ \times\, 18 \\ \hline 2696 \\ 337 \\ \hline \end{array}$$

$$13 \,\Big|\, \begin{array}{r} 6066 \\ 52 \\ \hline 86 \\ 78 \\ \hline 86 \\ 78 \\ \hline 8 \end{array} \,\Big|\, 466^{8}/_{13}$$

Ex. 3. ${}^{25}/_{28} \times {}^{21}/_{40} = ?$

$$\frac{\overset{5}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{28}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{21}}}{\underset{8}{\cancel{40}}} = {}^{15}/_{32}$$

Ex. 4. ${}^{3}/_{4} \times {}^{4}/_{5} \times {}^{5}/_{6} = ?$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \times \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} = {}^{1}/_{2}.$$

d) Division.

A. Undersökning af innehåll.

1. *Muntligt.*

Ex. 1. $7 : {}^3/_4 = ?$ Hvilken är uppgiften? (Jag skall efterse, huru många gr ${}^3/_4$ innehållas uti 7). Huru många gr innehålles 1 uti 7? (7 gr). Innehålles ${}^1/_4$ mer eller mindre än 1 uti 7? (4 gr mera). Huru får jag det tal, som är 4 gr större än 7? ($4 \times 7 = 28$). Hvad säger mig detta 28? (Huru många gr ${}^1/_4$ innehålles uti 7). Men hvad vill du här veta? (Huru många gr ${}^3/_4$ innehållas uti 7). Innehållas ${}^3/_4$ flere eller färre gr än ${}^1/_4$ uti 7? (3 gr mindre). ${}^1/_4$ innehålles 28 gr uti 7; huru får jag det tal, som är 3 gr mindre än 28? (28 divideras med $3 = {}^{28}/_3 = 9{}^1/_3$). Detta tal ${}^{28}/_3$ får du sålunda: ${}^7/_1 \times {}^4/_3$ eller derigenom, att du förvandlar faktorerna till bråk, samt derpå vänder upp och ned på divisorn och sedan sätter produkten af täljarne till täljare och produkten af nämnarne till nämnare. Huru verkställes division, då dividenden är helt tal, men divisorn bråk?

Ex. 2. ${}^4/_5 : {}^7/_8 = ?$ Hvilken är uppgiften? (Att efterse, huru många gr ${}^7/_8$ innehållas uti ${}^4/_5$). Till huru stor del innehålles 1 uti ${}^4/_5$? (${}^4/_5$ gr eller till ${}^4/_5$). Om jag har ${}^1/_{10}$ kr. eller 10 öre, så kan jag ej taga en kr. derur, utan blott en del af en kr. nämligen ${}^1/_{10}$. ${}^4/_5$ säger således, huru många gr 1 deruti innehålles. ${}^1/_8$ innehålles det mer eller mindre än 1 hel uti ${}^4/_5$? (8 gr mer). Huru får jag det tal, som säger, huru många gr ${}^1/_8$ innehålles uti ${}^4/_5$? (${}^4/_5 \times 8 = {}^{32}/_5$). Innehålles ${}^7/_8$ mer eller mindre antal gr än ${}^1/_8$ uti ${}^4/_5$? (7 gr mindre). Huru får jag det tal, som säger, huru många gr ${}^7/_8$ innehållas uti ${}^4/_5$? ${}^{32}/_5 \times {}^1/_7 = {}^{32}/_{35}$.

Ex. 3. $4{}^4/_7 : 2{}^2/_{11} = ?$ Hvilken är uppgiften? (Att efterse, huru många gr $2{}^2/_{11}$ innehållas uti $4{}^4/_7$). Förvandla uppgiften till likhet med den föregående! ${}^{32}/_7 : {}^{24}/_{11} = {}^{32}/_7 \times {}^{11}/_{24}$. Hvad skall vidare göras? (Täljare skall multipliceras med täljare etc.) Men hvad efterses, innan denna multiplikation verkställes? (Om talen kunna förkortas). Gör så här! (${}^{32}/_7 \times {}^{11}/_{21} = {}^{\overset{4}{32}}/_7 \times {}^{11}/_{\underset{3}{24}} = {}^{44}/_{21}$). Hvad slags bråk är ${}^{44}/_{21}$? (Oegentl.). Uttryck det på annat sätt! ($2{}^2/_{21}$). Regeln för division i bråk är således denna;

Förvandla dividenden och divisorn till form af bråk, vänd upp och ned på divisorn; förkorta bråken, om ske kan, sätt produkten af täljarne såsom tälj. och produkten af nämnarne såsom nämnare; förvandla produkten till helt eller blandadt tal, om det är oegentligt. Huru går man tillväga vid division i bråk.

2. *I hufvudet.* 1:o) Med *obenämda* tal. Ex. $4/9 : 2/9 = ?$ $(4/9 \times 9/2 = \overset{2}{\cancel{4}}/\underset{1}{\cancel{9}} \times \overset{1}{\cancel{9}}/\underset{1}{\cancel{2}} = 2;$ $1/9 : 2/9 = ?$ $(1/9 \times 9/2 = 1/2)$. $3\,3/4 : 3/4 = ?$ $(\overset{5}{\cancel{15}}/\underset{1}{\cancel{4}} \times \overset{1}{\cancel{4}}/\underset{1}{\cancel{3}} = 5)$. $2 : 5/6 = ?$ $2/1 \times 6/5 = 12/5 = 2\,2/5)$. $4/5 : 2 = ?$ $(4/5 : 2/1 = \overset{2}{\cancel{4}}/5 \times 1/\underset{1}{\cancel{2}} = 2/5)$. $8\,4/5 : 4 = ?$ $(44/5 : 4/1 = \overset{11}{\cancel{44}}/5 \times 1/\underset{1}{\cancel{4}} = 11/5 = 2\,1/5)$.

2:o) *Med benämda och använda tal.* Ex. För $3/4$ kr. får jag 1 kg, huru mycket får jag då för 12 kr.? Huru länge räcka $8\,2/3$ famnar ved, om man på en månad använder $7/12$ famn?

3. *På tafla.*

Förfarandet inses af det föreg.

Man kan lösa hithörande uppgifter på två andra lättfattliga sätt: genom att göra både dividend och divisor liknämniga eller genom att förvandla båda till hela tal.

I. *Genom att göra både dividend och divisor liknämniga.*

a) Muntligt.

Huru många gr innehållas 12 uti 36? (3 gr). Hälften af 12 uti hälften af 36? (3 gr). $1/3$ af 12 uti $1/3$ af 36? (3 gr). Således: *lika många gr, som ett tal innehålles uti ett annat, lika många gr innehålles ock en del af det förra uti samma del af det senare.* Hvad hafva vi således dragit för slutsats af ofvanstående?

Ex. 1. $4/9 : 2/9 = ?$ Hvilken är uppgiften? (Att efterse, huru många gr $2/9$ innehållas uti $4/9$). Hurudana äro dessa bråk med afseende på deras nämnare? (Liknämniga). Vi hafva således lika delar af 4 och 2. Men en del af ett tal innehålles lika många gr uti samma del af ett annat tal, som det förra talet i det sednare. Alltså: $4/9 : 2/9$ lika många gr som 2 uti $4 = 2$ gr. $1/9 : 2/9 = ?$ (Lika många gr som 2 uti $1 = 1/2$ gång). $7/9 : 2/9 = ?$ (Lika som 2 uti $7 = 3\,1/2$ gång). $3\,3/4 : 3/4 = ?$ $(3\,3/4 :$

$^3/_4 = {}^{15}/_4 : {}^3/_4 = 15 : 3 = 5$). $^3/_4 : 1^1/_4 = ?$ ($^3/_4 : {}^5/_4 = 3 : 5 = {}^3/_5$). $4^7/_{12} : 2^1/_{12} = ?$ ($^{55}/_{12} : {}^{25}/_{12} = 55 : 25 = 2^5/_{25} = 2^1/_5$).

Ex. 2. $2 : {}^5/_6 = ?$ Huru får jag dessa tal till liknämniga bråk? (Jag förvandlar 2 hela till 6:tedelar). 2 hela till 6:tedelar = ? ($^{12}/_6$). $2 : {}^5/_6 = {}^{12}/_6 : {}^5/_6 = ?$ ($= 12 : 5 = 2^2/_5$).

$9 : 1^3/_4 = ?$ Huru får jag dessa tal till liknämniga bråk? (Jag förvandlar $1^3/_4$ till 4:dedelar $= {}^7/_4$; derpå förvandlar jag 9 hela till 4:dedelar $= {}^{36}/_4$; $9 : 1^3/_4 = {}^{36}/_4 : {}^7/_4 = 36 : 7 = 5^1/_4$). $^4/_5 : 2 = ?$ ($^4/_5 : {}^{10}/_5 = 4 : 10 = 2 : 5 = {}^2/_5$).

Ex. 3. $^7/_8 : {}^3/_5 = ?$ Huru får jag dessa tal liknämniga? (Den gemensamma nämnaren är $8 \times 5 = 40$; $^7/_8 = {}^{35}/_{40}$, $^3/_5 = {}^{24}/_{40}$; $^7/_8 : {}^3/_5 = {}^{35}/_{40} : {}^{24}/_{40} = 35 : 24 = 1^{11}/_{24}$).

$12^1/_2 : 1^1/_3 = ?$ ($^1/_2 = {}^3/_6$; $^1/_3 = {}^2/_6$; $12^3/_6 = {}^{75}/_6$. $1^2/_6 = {}^8/_6$; $12^1/_2 : 1^1/_3 = {}^{75}/_6 : {}^8/_6 = 75 : 8 = 9^3/_8$).

Sålunda: *Gör divisorn och dividenden till liknämniga bråk; dividera sedan divisorns täljare uti dividendens täljare.*

b) I hufvudet. 1:o. *Med obenämda tal.* Ex.: $^{16}/_{19} : {}^4/_{19} = ?$ $^4/_{27} : {}^5/_{27} = ?$ $2^3/_{11} : {}^4/_{11} = ?$ $^{11}/_{22} : 1^5/_{12} = ?$ $3 : {}^{12}/_{13} = ?$ $12 : 2^2/_3 = ?$ $^9/_{10} : 3 = ?$ $^2/_3 : {}^4/_9 = ?$

2:o. Med *benämda* och *använda tal.* Till $4^1/_5$ meter åtgå 3 skålp. garn; huru många skålp. fordras till 84 m.? Sverige har $4^1/_5$ mill. inv., Förenta staterna 39 mill., huru många gr flere inv. har då Förenta staterna?

c) På tafla. Ex. $94^1/_2 : 12^1/_2 = ?$

$12^1/_2$	$94^1/_2$	
25	189	$7^{14}/_{25}$
	175	
	14	

II. *Genom att göra både divisorn och dividenden till hela tal.*

a) Muntligt.

Huru många gr innehålles 2 uti 12? (6 gr) 2×2 uti 2×12? (6 gr) 3×2 uti 3×12? (6 gr). Så många gr ett tal innehålles uti ett annat, så många gr innehålles en mångfald af första talet i samma mångfald af det senare. Så många gr, som en mångfald af ett tal innehålles uti samma mångfald af ett annat, så många gånger innehålles det förra talet uti det senare. Hvilka slutsatser hafva vi dragit af det ofvan anförda?

Ex. 1. $^4/_9 : {^2/_9} = ?$ Hvilka delar hafva vi uti divisorn? (9:dedelar). Uti dividenden? (9:dedelar). Gör $^4/_9$ nio gr större! (4 hela). Gör $^2/_9$ nio gr större! (2 hela). Du har således tagit samma mångfald af båda talen. Hvad lärde vi oss i den slutsats, vi här ofvan drogo? (Lika många gr som en mångfald af det mindre talet innehålles uti samma mångfald af det större talet, lika många gr innehålles det mindre talet uti det större). Således: $4 : 2 = {^4/_9} : {^2/_9} = 2$ gr. $^3/_4 : 1^1/_4 = ?$ $({^3/_4} : {^5/_4} = 4 \times {^3/_4} : 4 \times {^5/_4} = 3 : 5 = {^3/_5})$. $5^5/_8 : 1^7/_8 = ?$ $({^{45}/_8} : {^{15}/_8} = 8 \times {^{45}/_8} : 8 \times {^{15}/_8} = 45 : 15 = 3)$.

Ex. 2. $2 : {^5/_6} = ?$ $(2 : {^5/_6} = 6 \times 2 : 6 \times {^5/_6} = 12 : 5 = 2^2/_5)$. $^4/_5 : 2 = ?$ $({^4/_5} : 2 = 5 \times {^4/_5} : 5 \times 2 = 4 : 10 = 2 : 5 = {^2/_5})$. $8^4/_5 : 4 = ?$ $(= {^{44}/_5} : 4 = 5 \times {^{44}/_5} : 5 \times 4 = 11 : 5 = 2^1/_5)$.

Ex. 3. $^7/_8 : {^3/_5} = ?$ Hvilka delar hafva vi i dividenden? (8:dedelar). Hvilka mångfalder skola vi således först taga af dividenden och divisorn? 8-falderna $8 \times {^7/_8} : 8^3/_5 = 7 : {^{24}/_5}$). Hvilka delar har divisorn? (5:tedelar). Hvilka mångfalder skola vi således ytterligare taga af divisorn och dividenden, för att få dem förvandlade till hela tal? (5-falden; $5 \times 7 : 5 \times {^{24}/_5} = 35 : 24 = 1^{11}/_{24}$). $2^1/_3 : {^3/_8} = ?$ $(= {^7/_3} : {^3/_8} = 3 \times {^7/_3} : 3 \times {^3/_8} = 7 : {^9/_8}$; $8 \times 7 : 8 \times {^9/_8} = 56 : 9 = 6^2/_9)$.

Sålunda: för att verkställa division i bråk: *förvandla divisorn och dividenden till hela tal, som äro samma mångfalder af båda, förkorta dessa tal och dividera sedan divisorn uti dividenden.*

b) I hufvudet. *c) På tafla:* särskilda ex. torde här ej vara af nöden.

B. Delning.

1. *Muntligt.*

$^7/_8 : 4 = ?$ Om 4 skola dela $^7/_8$ lika, huru mycket får hvar och en — mer eller mindre än $^7/_8$? (Mindre). Huru många gr mindre? (4 gr). Huru får jag det tal, som är 4 gr mindre än $^7/_8$, eller $^1/_4$ af $^7/_8$? (Jag gör täljaren 4 gr mindre, eller: jag gör nämnaren 4 gr större). Hvilket passar bäst här? (Att göra nämnaren 4 gr större). Hvarföre? (Emedan 4 ej jemt innehålles uti täljaren 7) $^7/_8 : 4 = {^7/_{32}}$.

$^8/_9 : 4 = ?$ Huru får du $^1/_4$ af $^8/_9$? (Antingen genom att göra nämnaren 4 gr större eller genom att göra täljaren 4 gr mindre). Hvilket passar bäst här? (Att göra täljaren 4 gr mindre). Hvarför? (Emedan 4 jemt innehålles uti täljaren 8). $^{8}/_{9} : 4 = ^{2}/_{9}$.

Dela i 2 lika delar $^{1}/_{3}$! ($^{1}/_{6}$). $^{2}/_{3}$! ($^{1}/_{3}$). $^{1}/_{5}$! ($^{1}/_{10}$). $^{2}/_{5}$! ($^{1}/_{5}$). $^{3}/_{4}$! ($^{3}/_{8}$). Dela i 6 lika stora delar $^{26}/_{27}$! ($6 = 2 \times 3$; $^{26}/_{27} : 2 = ^{13}/_{27}$; $^{13}/_{27} : 3 = ^{13}/_{81}$; $^{26}/_{27} : 6 = ^{13}/_{81}$).

$3^{3}/_{4} : 5 = ^{3}/_{4}$.

Huru delade jag (i näst föreg. ex.) $3^{3}/_{4}$? (I 5 lika stora delar). Hvad kallas då hvarje del? (1 femtedel). Om jag nu dividerar ett tal med 5 eller tager $^{1}/_{5}$ deraf, i hvilket fall får jag mest? (Lika mycket). Hvilket räknesätt använder jag, då jag skall dela ett tal i 5 lika delar? (Division). Då jag skall taga $^{1}/_{5}$ af ett tal? (Multiplikation i bråk). Således är det detsamma att multiplicera ett tal med $^{1}/_{5}$, som att dividera det med 5. Hvilket tal kan jag multiplicera $^{7}/_{8}$ med i st. f. att dividera det med $^{1}/_{9}$? $^{3}/_{4}$?

Således: *Gör dividenden till form af bråk; går divisorn jemt upp i dividendens täljare, så dividera täljaren med divisorn; går ej divisorn jemt upp i dividendens täljare, så multiplicera dividendens nämnare med divisorn.*

Dock kan äfven för hithörande fall användas något af ofvan anförda sätt.

2. *I hufvudet.* 1:o. Med *obenämda* tal. Ex. Dela i 3 lika delar $2^{1}/_{2} = ?$ ($= ^{5}/_{6}$). $7^{1}/_{3} : 9 = ?$ ($= ^{22}/_{27}$). $27^{3}/_{5} : 8 = ?$ ($3 \times 8 = 24$; $27^{3}/_{5} = 24 + 3^{3}/_{5}$; $24 : 8 = 3$; $3^{3}/_{5} : 8 = ^{1}/_{8}$ af $^{18}/_{5} = ^{1}/_{4}$ af $^{9}/_{5} = ^{9}/_{20} = 3^{9}/_{20}$).

2:o. Med *benämda* tal. Ex. Dela lika mellan 7 personer $22^{3}/_{4}$ meter! 8 personer delade lika $7^{3}/_{4}$ kr., huru mycket fick hvar och en?

3. *På tafla.* $^{13}/_{15} : 4 = ?$

a) $\dfrac{13}{15 \, . \, 4}$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times\ 4 \\ \hline 60 \end{array}$$

$= ^{13}/_{60}$

b) $^{13}/_{15} : 4 = 15 \times ^{13}/_{15} : 15 \times 4 = 13 : 60 = ^{13}/_{60}$.

Ex. på *använda* och *benämda* tal i bråk lösas efter någon exempelsamling.

Regula de tri.

Enkel Regula de tri.

Till enkel regula de tri hänföras de exempel, uti hvilka värdet af en viss mångfald är bekant och värdet af en annan mångfald sökes. Således innefattas härunder enkel intresseräkning o. s. v.

A. *På tafla.*

Erinringar rörande behandlingen af hit hörande uppgifter.

Klart uppfattande:

1:o af det som skall beräknas, af sjelfva frågan;

2:o af de genom uppgiften gifna förutsättningarna, ur hvilka svaret skall sökas, samt

3:o af huru man i det ifrågavarande fallet har att sluta från mångfalden till enheten och från enheten till mångfalden;

4:o redig uppskrifning af uppgiften — det, som innehåller den gifna förutsättningen sättes öfver och frågesatsen under, så att de likartade delarna komma att stå midt under hvarandra.

Man iakttage, att någon uppställning i egentlig mening, såsom när analogi användes, behöfves ej, då man söker mångfaldens värde genom att först söka enhetens. Uppskrifningen af talen i förkortad form afser endast att gifva en redigare öfversigt af frågan.

I. *Muntligt—förberedande.*

Jag vet t. ex. att 8 k.-f. kosta 16 kr., och jag vill veta huru mycket 1 k.-f. kostar. Huru mycket mindre kostar 1 k.-f.? (8 gr mindre). Hvilken del är således priset på 1 k.-f. af priset på 8 k.-f.? (8:delen). Huru får jag 8:delen af 16? (Genom att dividera 16 med 8).

Slutsats: *då värdet af en viss mångfald är gifvet, kan man finna enhetens värde genom att dividera det förra värdet med det tal, som uttrycker mångfalden.*

Jag vet t. ex. att 1 kg kostar 2 kr., men jag vill veta, huru mycket 8 kg kosta. Huru många gr mera kosta 8 kg än 1 kg.? (8 gr mera). Huru får jag det tal, som är 8 gr större än 2? Genom att multiplicera 2 med 8).

Slutsats: *då värdet af enh. är kändt, kan värdet af mångfalden fås derigenom, att enhetens värde multipliceras med det tal, som uttrycker mångfalden.*

Slutsats: *då värdet af en mångfald är bekant och jag söker värdet af en annan, så kan det fås derigenom, att jag först genom division söker enhetens och derpå genom multiplikation mångfaldens.*

Jag vet t. ex. att 10 man behöfva 40 dagar till ett arbete och jag vill veta, huru lång tid en man behöfver för samma arbete. Huru många gr längre tid behöfver 1 man än 10 man? (10 gr längre). Huru får jag ett tal, som är 10 gr större än 40? (Genom att multiplicera 40 med 10).

Slutsats: *jag kan äfven genom multiplikation sluta mig till enheten, när mångfalden är bekant.*

Jag vet, att 1 man behöfver 400 dagar för ett arbete. Huru många gr mindre tid behöfva 8 man? (8 gr mindre). Huru får jag det tal, som är 8:dedelen af 400? (Genom att dividera 400 med 8).

Slutsats: *jag kan äfven genom division sluta mig till mångfalden, när enh. är bekant.*

Slutsats: *Genom division och multiplikation förenade kan värdet af en mångfald finnas, då värdet af en annan mångfald är kändt.*

Obs.! För att finna, hvilketdera jag skall använda, måste jag eftertänka, om enh. skall hafva större eller mindre värde än mångfalden.

Detta inläres naturligtvis icke utantill, utan barnen få det som en slutföljd, då de räknat ett tillräckligt antal tal.

II. *Skriftligen.*

a) Uppgifter med hela tal af samma slag.

Ex. 10 meter kosta 14 kr., huru mycket kosta 14 meter?

Uppställning. För att kunna med lätthet uträkna detta tal, skola vi uppskrifva det i korthet på taflan. Hvad vilja vi veta? (Hvad 14 m. kosta). Vi uppskrifva då metertalet på taflan! (se nedan). Vi frågade, hvad dessa 14 meter kostade. Denna fråga uttrycka vi korteligen genom att midtför 14 meter skrifva ett frågetecken och derefter kr. för att utmärka kronor. Detta utläsa vi nu: »14 m. kosta huru mycket?» Vi hafva här en uppgift, och hvilken? (Huru mycket 10 meter kostade). Detta uppskrifva vi också. Då sätta vi, för redighetens skull, meter under meter och pris under pris sålunda:

14 meter — ? kronor
10 » 14 »

Läs nu upp detta! Huru stå de tal, som här utmärka samma sorter? Hvarföre skrifva vi talen på detta sätt? Men talet kunde vi räkna ut utan denna uppskrifning.

Uträkning. Hvad önskade vi känna i detta ex.? (Priset på 14 meter). Hvad skall jag känna för att få veta priset på 14 meter? (Priset å 1 meter). Nu känna vi priset på 10 meter; huru få vi då priset på 1 meter? Teckna detta och utför uträkningen! (se nedan). Huru mycket kostade således 1 meter? Skrif upp detta! När vi nu veta, huru mycket 1 meter kostar, på hvad sätt få vi då veta, hvad 14 meter kosta? Skrif upp detta! (se nedan). Sätt ock ut priset! Uträkningen har nu ungefär detta utseende:

$14 : 10 = 1{,}40$; 1 meter kostar 1,40 kr.
$14 \cdot 1{,}40 = 19{,}60$; 14 meter kosta 19,60 kr.

När några tal äro uträknade på detta sätt, tecknas uträkningen i sin helhet, innan den utföres. Man går tillväga på ungefär följande sätt, för att lära barnen denna teckning.

Ex. Då 4 liter mjölk kosta 16 öre, så frågas, hvad 7 liter kosta.

Detta uppskrifves i förkortad form som förut.

Hvad skola vi känna, för att uträkna, hvad 7 liter kosta? Huru få vi här veta, hvad priset är å 1 liter? Teckna detta! ($^{16}/_{4}$). Huru få vi nu veta priset å 7 liter, då vi känna priset å 1 liter? (Genom att multiplicera priset å 1 liter med 7). Nu var priset å 1 liter $^{16}/_{4}$, och detta skall således multipl. med 7. Hvad är det i uttrycket, som således skall multipl. med 7? (16). Teckna detta! ($\frac{16 \times 7}{4}$). Här kunna vi nu förkorta två tal, och hvilka? (16 och 4). Hvilken nytta hafva vi således af denna teckning af räkningen? (Vi kunna stundom förkorta talen mot hvarandra, och derigenom lätta uträkningen).

b) Uppgifter med bråk.

Förberedande.

$3 \times {}^1/_3 = 1$; $3 \times {}^2/_3 = 2$; $1 = 3$ gr $^1/_3$; $2 = 3$ gr $^2/_3$; $4 \times {}^1/_4 = 1$; $4 \times {}^3/_4 = 3$; $1 = 4$ gr $^1/_4$; $3 = 4$ gr $^3/_4$; $^2/_3 = 2 \times {}^1/_3$; sätter jag för hvarje 3:djedel en *hel*, för $^2/_3$-två hela, så har jag 3 gr så mycket. $^5/_7 = 5 \times {}^1/_7$; sätter jag för hvarje 7:dedel en *hel*, för $^5/_7$ således 5 hela, så har jag 7 gr så mycket.

Ex. 1. Ett kapital afkastar under $^5/_8$ år 24 kronor; huru mycket afkastar detsamma på $3^3/_8$ år?

Lösning: På $^5/_8$ år afkastar kapitalet 24 kr.; på $^1/_8$ år 5:tedelen deraf; på $3^3/_8 = {}^{27}/_8$ år 27 gr så mycket som på $^1/_8$ år d. v. s. 27×24 delat med 5. $\frac{24 \times 27}{5}$

Ex. 2. $^3/_4$ fat vin kostar 132 kr.; hvad kosta 6 fat?

Lösning: Från $^3/_4$ fat till $^1/_4$; $\frac{132 \times 4 \times 6}{3}$ från $^1/_4$ fat till 1; från 1 till 6 fat.

Obs.! Lösningen kunde ock skett på följande sätt: från $^3/_4$ till $^1/_4$; från $^1/_4$ till $^{24}/_4$ $(= 6)$ $\frac{132 \times 24}{3}$; eller ock från $^3/_4$ till 3 hela, från 3 hela till 6 hela; $132 \times 4 \times 2$.

Ex. 3. 8 kg kosta $^5/_6$ kr., hvad kosta 13 kg.

Lösning: 8 kg kosta $^5/_6$ kr. (men jag borttager bråket derigenom, att jag sätter 5 hela i st. f. $^5/_6$; jag gör således detta tal 6 gr större, än det skulle vara; resultatet blir således 6 gr för stort; det skulle blifva blott 6:tedelen; 6:tedelen får jag, om jag dividerar med 6); 1 kg kostar 8:dedelen af hvad 8 kg kosta; 13 kg kosta 13 gr mera.

Ex. 4. På en handqvarn förmales på 15 timmar $2^1/_4$ hl säd, huru mycket förmales på 24 timmar.

Lösning: Från 15 timmar till 1 timme $\frac{9 \times 24}{4 \times 15}$ från 1 timme till 24 ($2^1/_4$ kg $= {}^9/_4$: jag tager 9 hela hl, hvarigenom resultatet blir 4 gr för stort; detta hjelpes genom division med 4).

Ex. 5. $4^1/_2$ m. kosta $13^3/_4$ kr., hvad kosta då $1^4/_5$ m.?

$4^1/_2$ m. $= {}^9/_2$; $13^3/_4$ kr. $= {}^{55}/_4$; $1^4/_5$ m. $= {}^9/_5$ m. $\frac{55 \times 2 \times 9}{4 \times 9 \times 5}$ $^9/_2$ kosta $^{55}/_4$ (55 hela 4 gr för mycket); $^1/_2$ m. kostar blott 9:dedelen; 1 hel m. 2 gr mera; $^1/_5$ m. 5 gr mindre; $^9/_5$ nio gr mera.

Eller ock: $^9/_2$ m. kosta $^{55}/_4$ kr.! för att få veta, hvad 1 m. kostar, dividerar jag $^{55}/_4$ med $^9/_2$! För att nu få veta hvad $^9/_5$ m. kostar multiplicerar jag med $^9/_5$. — $^{55}/_4 \times {}^2/_9 \times {}^9/_5$.

Ex. 6. För 45 kr. erhåller man 2 ctr 12,3 skålp., huru mycket får man för 13 kr.?

45 kr. — 2 ctr 12,3 skålp. $\frac{212{,}3 \times 13}{45}$
13 kr. — ? ctr

För 45 kr. 2 ctr 12,3 skålp., för 1 kr. 45 gr mindre; för 13 kr. 13 gr mera.

Ex. 7. 12,8 m. för 25 kr.; **hvad kosta** 7,64 m.?

12,8 m. — 25 kr. $\frac{25 \times 7{,}64}{12{,}8}$
7,64 m. — ? kr.

12,8 m. kosta 25 kr.; 1 m. 12,8 gr mindre; 7,64 m. 7,64 gr mera.

c) Uppgifter med olika sorter.

Bringa hvartdera af de bekanta talen till en enda sort (den största eller minsta eller ock någon mellansort, hvilket som finnes beqvämast); de likartade dock till en och samma.

B. *Hufvudräkning.*

Ex. 1. 8 kg garn lemna 36 meter; huru många m. lemna 7 kg?

Lösning: *a*) Jag går från 8 kg till 1 kg; från 1 kg till 7 kg.

b) Från 8 kg till 7 × 8 kg; från 7 × 8 kg till 7 kg.

c) 8 kg gifva 36 m.; så många gr 8 kg, så många gr 36 m., alltså gifva 7 kg så många gr 36 m. som 8 innehålles uti 7.

d) Jag sönderdelar 7 uti delar, som utgöra jemna delar af 8, nemligen 4 + 2 + 1 och beräknar hvarje del för sig.

Ex. 2. En landtman uppfodrar på 24 dagar 450 kg hö, huru mycket åtgår för 36 dagar?

Lösning: *a*) Jag går från 24 dagar till 1 och från 1 till 36.

b) Talen 24 och 36 hafva flera gemensamma mått, nämligen 2, 4, 6, 12. Det största af dessa är 12; jag går derföre från 24 dagar till 12 och från 12 till 36.

c) 36 dagar äro $1^1/_2 \times 24$ dagar; alltså åtgår för 36 dagar $1^1/_2$ gånger så mycket, som för 24 dagar.

Hufvudräkningsuppgifterna ordnas efter deras svårighet enligt följande plan:

1:o. *Uppgifter, som lösas genom en multiplikation och en division.*

Ex. 1. A. tillryggalägger på 7 dagar $59^1/_2$ mil; huru långt går han på 20 dagar?

Ex. 2. Huru mycket kostar $^1/_5$ kg, då $^1/_2$ kg kostar 5 kronor?

Ex. 3. A. förbrukar på en månad 18 kronor; huru mycket förbrukar han då på 20 dagar?

2:o. *Uppgifter, som lösas genom en division och flere multiplikationer.*

Ex. 1. Hvad kosta 7 meter, då man för 34 öre köper $^2/_3$ m.?

3:o. *Uppgifter, som lösas genom en multiplikation och flere divisioner.*

Ex. 1. Huru mycket kostar $^3/_4$ gr, då 24 gr kostar $20^4/_5$ öre?

Ex. 2. Huru mycket kostar $^1/_5$ hl, om $^3/_4$ hl kostar 18 kronor?

4:o. *Uppgifter, som lösas genom 2 multiplikationer och 2 divisioner.*

Ex. $^3/_4$ meter kostar 2 kr. 4 öre, huru mycket kostar $^2/_3$ m.? (Från $^3/_4$ till $^1/_4$; från $^1/_4$ till 1 hel; från 1 hel till $^1/_3$; från $^1/_3$ till $^2/_3$).

Sammansatt Regula de tri.

I sammansatt regula de tri bestämmes den obekanta af flere olikartade förhållanden.

Uppgifterna lösas i öfverensstämmelse med hvad ofvan är visadt.

A. *På tafla.*

Ex. 1. Om 6 arbetare på 12 dagar förtjena 36 kr.; huru mycket förtjena 8 arbetare på 15 dagar? Hvad vill jag hafva svar på? (Huru mycket 8 arbetare förtjena på 15 dagar). Hvad känner jag? (Huru mycket 6 arbetare förtjena på 12 dagar). Bättre hade varit, om jag känt huru mycket 1 man förtjenar på 1 dag — då skulle naturligtvis 8 man på samma tid förtjena huru många gr mera? (8 gr). Och på 15 dagar skulle 8 man förtjena huru många gr mera? (15 gr mera); alltså skulle 8 man på 15 dagar förtjena huru många mera, än 1 man på 1 dag? (8 × 15). Men huru får jag reda på, huru mycket 1 man förtjenar, då jag vet, huru mycket 6 man förtjena på samma tid? (Genom att taga 6:tedelen af det, som 6 förtjena: eller genom att dividera det med 6). När jag vet, huru mycket de förtjena på 12 dagar, huru får jag då reda på, huru mycket de förtjena på en dag? (Genom att taga 12:tedelen af det, som de förtjena på 12 dagar, eller genom att dividera detsamma med 12). Lösningen sönderfaller alltså uti 2 slutkedjor:

a) 6 arbetare förtjena 36 kr.
1 » » 6:tedelen deraf
8 » » 8 gr mera än en;
Detta på 12 dagar.
b) 8 arbetare förtjena på 1 dag 12 gr mindre,
8 » » » 15 » 15 » mera.

Uppställning: 6 arbetare 12 dagar — 36 kr.
8 » 15 » — ?

Uträkning: $\dfrac{36 \times 8 \times 15}{6 \times 12}$

Ex. 2. 8 vagnar, som dagligen gå 10 timmar, förflytta en halmstack från ett ställe till ett annat på 20 dagar, huru många dagar skulle då 12 vagnar behöfva gå, om de gingo 8 timmar dagligen?

Uppställning: 8 vagnar 10 timmar, 20 dagar,
12 » 8 » ?

Uträkning: $\dfrac{20 \times 8 \times 10}{12 \times 8}$

Lösning: 8 vagnar behöfva 20 dagar; 1 vagn 8 gr längre tid; 12 vagnar 12:tedelen af den tiden. Detta, om de gå 10 timmar dagligen, gå de dagligen blott 1 timme, behöfva de 10 gr längre tid, gå de 8 timmar 8 gr mindre tid.

Ex. 3. Då 14 man på 2 år 3 månader behöfva till brödföda 423 k.-f. 3 k:r säd, då de få 4 skålp. 25 ort bröd om dagen; huru mycket skulle åtgå för 27 man på 1 år 2 månader, om de få 4 skålp. 75 ort bröd om dagen?

Uppställning: 14 man 27 mån. 4233 k:r, 425 ort,
27 » 14 » ? 475 »

Uträkning: $\dfrac{4233 \times 27 \times 14 \times 475}{14 \times 27 \times 425}$

Lösning: 14 man behöfver 4233, 1 man 14 gr mindre (på samma tid, om han får lika mycket om dagen, som hvardera af de 14); 27 man 27 gånger mera (under samma förutsättning); 27 man behöfva för 1 mån. 27 gr mindre, än för 27 mån., för 14 mån. 14 gr mera, än för 1 (om de få lika mycket om dagen). 27 man behöfva, om de få 1 ort om dagen, 425 gr mindre, än om de få 425 ort dagligen; om de få 475 ort, 475 gr mera, än om de fått blott 1 ort.

Ex. 4. Om $5\frac{1}{3}$ tunnor säd, hvardera vägande $14\frac{3}{8}$ lisp., gifva $130\frac{1}{2}$ k:r bränvin; huru mycket gifva då $12\frac{3}{4}$ tunnor, om de väga $12\frac{1}{4}$ lisp.?

$\frac{16}{3}$ t:r $\frac{115}{8}$ lisp. $\frac{261}{2}$ k:r.
$\frac{51}{4}$ » $\frac{49}{4}$ » ?

Lösning: $\frac{16}{3}$ t:r lemna $\frac{261}{2}$ k:r; $\frac{1}{3}$ tunna 16 gr mindre; 1 tunna 3 gr mera; $\frac{1}{4}$ tunna 4 gr mindre; $\frac{51}{4}$ t:r 51 gr mera — detta under förutsättning att tunnan väger $\frac{115}{8}$ lisp.; vägde tunnan blott $\frac{1}{8}$ lisp., så finge man blott 115:dedelen; vägde hon 1 lisp., finge man 8 gr mera; vägde hon $\frac{1}{4}$ lisp., 4 gr mindre; vägde hon $\frac{49}{4}$, 49 gr mera.

$$\frac{261 \times 3 \times 51 \times 8 \times 49}{2 \times 16 \times 4 \times 115 \times 4}$$

Intresse-, diskont- och bolagsräkning är endast tillämpning af regula de tri. Rabatt- och kedjeräkning behöfva ej förekomma i folkskolan.

B. *I hufvudet.*

Ex. 1. 6 arbetare förtjena på 12 dagar 36 kr.; huru mycket förtjena 8 arbetare på 15 dagar?

Lösning: *a*) Förtjena 6 arbetare på 12 dagar 36 kr., så förtjena 6 arbetare på 1 dag 3 kr.; 1 arbetare på 1 dag $\frac{1}{2}$ kr.; 1 arbetare på 15 dagar $7\frac{1}{2}$ kr.; 8 arbetare på 15 dagar 60 kr.

b) Förtjena 6 arbetare på 12 dagar 36 kr., så förtjenar 1 arbetare på 12 dagar 6 kr., 1 arbetare på 1 dag $\frac{1}{2}$ kr.; 8 arbetare på en dag 4 kr., 8 arbetare på 15 dagar 60 kr.

c) (Jag sammandrager uppgifterna till en). 1:o. Hvad 6 arbetare förtjena på 12 dagar, det förtjena på en dag 12×6 arbetare: 72 arbetare; hvad 8 arbetare förtjena på 15 dagar, det förtjena på en dag $15 \times 8 = 120$ arbetare. Nu heter uppgiften: 72 arbetare förtjena 36 kr., hvad förtjena 120 arbetare?

2:o. Det som 6 arbetare förtjena på 12 dagar, det förtjenar 1 arbetare på 6 gr 12 eller 72 dagar. Det som 8 arbetare erhålla på 15 dagar, det erhåller 1 arbetare på $8 \times 15 = 120$ dagar. Uppgiften lyder nu så: på 72 dagar förtjenas 36 kr.; huru mycket förtjenas på 120 dagar?