t. ex. utrop, epitheter, önskningar, frågor, vilkor, orsaksuttryck, etc. Derefter behandlas *ἐπήν*, *ἐπεί κε*, *ἐπεὶ ἄν*, *ἐπειδάν*, *ἐπεί* (tempor.) med conjunct. aor. (på 2 ställen præsentis), regeradt af imperat. eller imperativartad infin., af futur., præs., conj. deliberat., aor. partic. eller infin. med fästadt afseende på satsställning och de vexlande betydelserna af dels futur. exact., dels något iterativt; och slutligen belyses det sparsamma bruket af *ἐπεί* med optat. aor., hvarjemte förf. anmärker de enstaka ställen. der hos Hom. *ἐπήν* med optat. ännu försvaras (*Τ* 208. *Ω* 227. *δ* 222), äfvensom *ἐπεὶ ἄν* med optat. och *ἐπεί κε* med aor. indic. förklaras. Hela behandlingen af *ἐπεί* afslutas med en öfversigt af de partiklar, med hvilka det träder i förbindelse (*δή*, *ἄρα*, *οὖν*, *τέ*), samt af adverbia, som korrelativt svara mot *ἐπεί*.

Vi hafva gifvit detta sammandrag af undersökningens första del. för att åskådliggöra den noggrannhet, genom hvilken förf. vetat att beherrska det samlade materialets rikedom. På samma sätt genomgås öfriga tids- och orsaks-uttryck, hvarunder tillfälle gifvits till många belysningar i lexikaliskt och grammatiskt hänseende; men ej heller andra sidor af interpretationen och textkritiken hafva lemnats ur sigte. Förf. har påtagligen sjelfständigt hemtat sitt material omedelbart ur Homerus, men tillika rådfrågat de vigtigaste nyare homerici, såsom Nitzsch, Nägelsbach, Bekker, Thiersch, Krüger, Ameis, samt här och der varit i tillfälle att berigtiga desse föregångares uppgifter.

Vi önska förf. lycka till att framgent arbeta i de Svenska philologernas glest besatta leder och att bidraga till förverkligandet af den reaktion, om hvilken vi ofvan hafva uttryckt en förhoppning.

A. AULIN.

XXIV. *Todhunters Algebra*, bearbetad för den svenska elementar-undervisningen af Göran Dillner, Docent, t. f. Adjunkt i mathematik vid Upsala universitet. Förra delen.

Detta arbete, som kommer från universitetet, synes vara förtjent af mycken uppmärksamhet. Några rader torde ock här få egnas detsamma.

Utan att för öfrigt tillämna någon framställning af den lifliga verksamhet, som under den Svanberg-Malmsténska tiden på det mathematiska området utvecklat sig och ännu fortlefver, vilja vi dock inleda denna uppsats med att omnämna tvenne män, hvilka skrifvit utmärkta läroböcker, nemligen Professorn m. m. C. E. Kjellin och Lektorn m. m. E. G. Björling.

På 1840-talet var undertecknad anställd som informator hos den förre, då Kyrkoherde på landet, men hade på samma gång förmån att få vara lärjunge. Mången gång inlät sig Professorn i samtal med "Magistern" dels om sina egna arbeten, dels om arbeten af Maclaurin, La Caille, R. Simson, Legendre, m. fl. Af de förra ansåg han sjelf "Grunderna till Geometrien" för det förnämsta. Ännu de sista åren af sin lefnad sysselsatte han sig troget med förbättringar deruti. Att detta arbete egde ett sannt och varaktigt värde vitsordades ock af Kongl. Vet.-Akademien, som i sitt betänkande bland annat yttrar: "och äro väl utarbetade Elementar-verk i denna vetenskap att anses såsom ytterst vigtiga bidrag till en mera fullkomnad Educations-plan; hvaremot all hvardaglig production i sjelfva verket härvid mera skadar än gagnar". Uti nämnde arbete finnas äfven satser af Professorn Jöns Svanberg, af hvilka bland annat framgår, att han icke ansåg theorien om parallela linier böra grundas på "considerationen af de så kallade obegränsade vinkelspatierna". Åtskilligt i nyare geometriska elementar-böcker påminner om Kjellins arbete. Några i detsamma bevisade satser torde få anföras:

III: 23. Qvadraten på en uti en cirkel inskrifven regulier femhörnings sida är lika med qvadraterna tillsammantagna på radien och på den inskrifna reguliera tiohörningens sida. (Jfr Öfningssatser af Todhunter n:o 572).

IV: 37. Reguliera femhörningen konstrueras på grund af föregående.

IV: 17. Att konstruera en triangel, som blifver lika med en gifven rätlinig figur.

VI: 25. Om en fyrsidig figur är inskrifven i en cirkel, så är rektangeln af diagonalerna lika med rektanglarna tillsammantagna af två och två motstående sidor. (Jfr Öfn. af Todh. 409).

VI: 29. En regulier månghörning, inskrifven i en cirkel, är medelproportionalen mellan den inskrifna och den omskrifna reguliera månghörningen med halfva sidoantalet. (Jfr Öfn. af Todh. 411).

VII: 24. Att beskrifva en cirkel, som går genom två gifna punkter och tangerar en gifven rät linie. (Jfr Öfn. af Todh. 300).

XI: 14. Om två kroppar af lika höjd stå på samma plan och om, hvarhelst afskärningar göras med ett med baserna parallelt plan, afskärningarna förhålla sig till hvarandra som baserna, så hafva kropparna till hvarandra samma förhållande. (Jfr beviset hos Legendre för satsen om pyramider med lika baser och lika höjder).

XII: 10. Här bevisas på grund af föreg. en i Pæd. T. förut omnämnd sats angående cylindern, konen och halfsferen, som hafva samma bas och samma höjd. (Jfr Lektor Wiemers bevis derför).

Hvad Lektor Björling beträffar, må det här vara tillräckligt erinra derom, att hans algebra, som varit så mången svensk studerande till gagn, för sin storartade noggrannhet och bestämdhet anses som ett mönster bland läroböcker.

Till Docenten Dillners bearbetning af Todhunters algebra få vi nu öfvergå för att för detta arbete, som synes hvila på goda och bepröfvade grunder och är mästerligt skrifvet, söka lemna en kort redogörelse.

Beträffande den i räknekonsten vigtiga frågan om begreppet tal säger förf.: "Tal, som äfven benämnes qvantitet, är uttrycket för en storhet, sedan den blifvit uppmätt i ett gifvet enhetsmått". Denna definition, som redan förekommer i § 2 och som förf. sedan synes vidhålla, bör ock, åtminstone till en viss grad, vara för nybegynnaren fattlig. Frågan om mätning får sedan sin närmare utredning i Kap. XVI. Det har sina svårigheter att för definition på tal finna fullt adæqvata uttryck. Angående en storhet såsom sådan yttrar Maclaurin: "Qvantity is what is made up of parts, or is capable of being greater or less", hvarefter han omedelbart låter a, b, c, etc. beteckna qvantiteter. En sådan öfvergång synes dock vara nog hastig. Den allmänna egenskapen hos storheter har Euclides angifvit i sina Elem. Bok V: Def. 3, hvilken definition Björling begagnar, då han säger i sin algebra af 1853, Del. I: sid. 156: "Ett tal uttrycker en storhets förhållande till en annan". Oss synes ett tal kunna sägas utmärka en storhet i allmänhet, uttryckt genom en annan (måttet). En dylik definition har äfven blifvit gifven 1854 i en afhandling, som benämndes "Inledning till mathematiken", emedan vi voro af samma åsigt, som af förf. uttalas i § 267, att nemligen proportionsläran uteslutande tillhör algebran, hvilken åsigt dessutom äfven t. ex. Legendre synes hafva hyllat.

Åtskilliga uttryck beträffande tal, hvilka förf. begagnat, hafva vid arbetets genomläsande blifvit antecknade, t. ex. $a = b$ betyder, att a och b "representera samma tal" (§ 7), "Talvärdet af ett algebraiskt uttryck" (§ 28), "En qvantitets absoluta eller numeriska värde är hans siffervärde" (§ 77), "tal i vanlig arithmetisk mening" (§ 97), $x - 1$ har "karakteren af primtal" (§ 118), "vi hafva behandlat qvantiteterna under form af tal" (§ 227), "rationella och irrationella mätetal" (§ 235), "Exempel på likhet mellan rationella tal erbjuda de hittills afhandlade eqvationerna" (§ 236), "kommensurabla storheter och deras taluttryck, de rationella talen" (§ 267), "roten eger karakteren af irrationelt tal"

(§ 280), $\sqrt{a}$ betyder den numeriska qvadratroten ur a i motsats till den algebraiska (§ 299), o. s. v.

Onekligen är förf:s framställning om tal skarpsinnig. Oss förefaller det dock, som skulle tal med fördel kunna fattas i en vidsträcktare betydelse. Punkter på storlekens skala kunna bestämmas på olika sätt. Härigenom uppkomma olika talformer. Sålunda finner man i arithmetikens elementer "qvatuor species". Der förekomma sådana tal som $5 + 7$, 368, $7 + 5 . 8 + 3 . 64$, o. s. v. Ett sådant uttryck som "Hvad gör 5 gånger 7?" synes egentligen hafva afseende på transformation liksom det omvända. Hos Björling läses (I: sid. 1): "Ett helt tal tillkännagifver, hvilken multipel en storhet är af en annan". Detta tillkännagifvande synes dock i allmänhet ske medelbart. Särskildt må vi anmärka, att det t. ex. uti talet $\frac{3}{4}$ synes icke vara nödigt att karakterisera 4 såsom ett slags index.

Kjellin säger (i Gr. t. Geom.), "att det ligger i vår natur att betrakta huru många gånger, eller till hvad del, den ena storheten rymmes i den andra". Förf. anser, att proportionstheorien har sina naturliga stödjepunkter i theorien om mätning (§ 241: Anm. 2). En gammal välkänd väg har ock förf. beträdt, i det han utgått från mätning efter en enkel lag. Med de tal — förf. kallar dem mätetal —, som sålunda erhållas af en viss grundform, kunna andra tal jemföras. Af dessa tal utgöra decimaltalen enskilda species (§ 229: Anm. 1). Vid en sådan mätning träffar man ock på tal af en egen natur (t. ex. oändliga decimalbråk), hvilkas egentliga behandling förekommer längre fram i analysen.

I § 231 anmärkes, att orsaken till irrationella tals tillvaro ligger deruti, att hvarje qvantum är delbart i oändlighet, samt att det gifves ett oändligt antal irrationella tal mellan tvenne tal hvilka som helst. Derjemte säges, att ett irrationelt tal, som uppkommer då två inkommensurabla storheter jemföras med hvarandra, är karakteriseradt deraf att det till sitt exakta värde på intet sätt kan uttryckas. I Björlings algebra (I: sid. 157) heter det: "Med ziffror kunna de irrationela talen naturligtvis icke betecknas". Irrationella tal sägas ock hafva "närmelsevärden". Emedan hela talet n kan tagas huru stort som helst och följaktligen talet $\frac{1}{n}$ huru litet som helst, så måste ett irrationelt tals värde kunna uttryckas huru nära man vill förmedelst ett tal af formen $\frac{m}{n}$, hvars värde blir det irrationella talets närmelsevärde. Vanligen uttryckes värdet af ett tal approximationsvis genom ett decimaltal. (Jfr Bj:s alg. I: sid. 159).

Då emellertid punkter på ett kontinuum bestämmas, som äro oåtkomliga genom omtalade mätning, men icke desto mindre existera, uppkomma irrationella tal, såsom $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, etc. Äfven rationella tal förekomma dock under sådana former, t. ex. under form af periodiska dec.-bråk (§ 231: Anm. 2). I enlighet med sina principer kallar förf. t. ex. $\sqrt{2}$ inexakt och ofullständig (§ 280). Björling säger deremot (I: sid. 158): "Med $\sqrt{2}$ betecknas det irrationella tal, som rätt uttrycker diagonalens storlek i en qvadrat, då sidans storlek tecknas med 1." Oss synes $\sqrt{2}$ vara ett till sitt värde lika väl bestämdt tal, som 2 eller $1 + 1$, ehuru det icke är lika med ett vanligt bråktal $\frac{m}{n}$.

Bestämmandet af tals likhet, hvarvid man har att se till, det lika storheter i förhållande till samma mått blifva representerade af lika tal (se Eucl. V: Prop. 7 & 9), sker enligt Euclides förmedelst mångfaldiga och enligt Kjellin förmedelst parter. Förf. definierar, i öfverensstämmelse med sin föregående framställning, uti § 236 likheten mellan mätetal sålunda: "tvänne mätetal äro lika, om de antingen äro till sina värden helt och hållet sammanfallande, eller ock differerande från hvarandra på mindre än det minsta tänkbara talvärde". Derefter framställes dessutom Eucl. V: Def. 5 såsom "kriterium" på tals likhet. I § 241 förekomma anmärkningar angående Eucl. V: Def. 5. Dermed må dock jemföras, hvad Kjellin säger i slutet af Gr. t. Geom.

Som en hufvudsak i räknekonsten har man att betrakta antydda jemförelse mellan tal och talens derpå beroende transformationer. (Jfr §§ 1 och 55). Förf. säger i § 255: Anm. 2, att algebrans räknelagar grunda sig på likheterna: $\nu\mu = \mu\nu$, $\frac{a}{b} = \frac{\nu a}{\nu b}$, $\mu B \pm \mu D = \mu (B \pm D)$, $\mu B \pm \nu B = (\mu \pm \nu) B$, $\frac{\alpha}{\gamma} \cdot \frac{\beta}{\delta} = \frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}$. I afseende på utgångspunkten (se betydelsen af μB i § 231) må anmärkas, att förf. väsendtligen öfverensstämmer med Björling, som uttalar den satsen (I: sid. 165), att approximerade valören af ab är lika med produkten af de approximerade valörerna af a och b.

Åt talens qvalitativa relationer har förf. egnat tillbörlig uppmärksamhet. De sättas, såsom riktigt synes vara, i samband med räkneoperationerna eller talformerna. I § 77 heter det: "Qvantiteter som utmärkas med tal, föregångna af tecknet —, kallas negativa". (Jfr Bj:s alg. I: sid. 68). Angående de geometriska storheterna må i sammanhang härmed sägas, att de äro synnerligen passande vid tillämpningar och förklaringar af analysens satser. I § 375 har man ett exempel på geometriens användande i analysens tjenst.

I § 80 heter det: "Två qvantiteter sägas vara lika, då de hafva samma numeriska värde och samma tecken". Man jemföre härmed t. ex. hvad Maclaurin säger i sin algebra 1756: "they must not only be eqval as to qvantity, but of the same qvality, that in every operation the one may have the same effect as the other".

I § 96 göres det allmänna antagande, att, om uttrycket $a - b$ är positivt, man får sätta $a > b$. En qvantitet säges ock i allmänhet blifva större vid förening med en positiv och mindre vid förening med en negativ qvantitet. Med denna bestämning sammanhänger regeln i § 92: lika tecken vid multiplikation af två tal göra + och olika tecken —. För tals värden redogöres för öfrigt vid 1:sta och 2:dra gradens eqvationer, äfvensom i Kap. XIX.

I § 218 läses: "De negativa qvantiteterna skola leda lärjungen inpå ett fält, som för den mathematiska forskningen erbjuder de rikaste skördar, nemligen theorien för de imaginära qvantiteterna". Angående dessa qvantiteter gifver dock förf. i den 1:sta delen af sin algebra blott några antydningar. I § 308 benämnes $\alpha + \beta i$ en "reducerad expression" och säges representera imaginära qvantiteter i allmänhet. Vidare bestämmes, att likheten $\alpha + \beta i = \alpha' + \beta' i$ innebär likheterna $\alpha = \alpha'$ och $\beta = \beta'$.

Sedan grundlinierna med säker hand blifvit uppdragna, har arbetet utförts med stor ledighet. Förf. har skickligt förstått framhålla hufvudsaker, hvarigenom hans framställning blifvit synnerligen enkel och klar.

Egenskaperna hos hela tal och bråk framställas sålunda på ett utmärkt redigt sätt. Då det sedan blir fråga om irrationella tal, inrymmes, och det af flera skäl, plats åt den Euclidska proportionsläran. Vi anse oss ock kunna säga, att förf:s proportionstheori är skrifven med ovanlig skärpa. För öfrigt tyckas meningarna vara delade angående sättet att framställa de irrationella talens egenskaper *). Många försök hafva i detta afseende blifvit gjorda. Vid genomgåendet af förf:s theori hafva äfven vi, på den grund att ett irrationelt tal kan uppdelas i en rationel del och en irrationel del som kan vara huru liten som helst, försökt uppställa några satser, hvilka här anföras:

*) I en sednare skrift, »Schematisk framställning af proportionsläran», säger Doc. Dillner: »Proportionsläran uppgift är att visa, det hvarje konkret storhet verkligen låter i tal uttrycka och handtera sig», samt att en af grundsatserna för en bearbetare af proportionsläran bör vara den, »att han bevisar, hvad som för räknesystemet och för de geometriska tillämpningarna i sin helhet är behöfligt och ingenting derutöfver.»

1) För $a \overline{>} c$, $b \overline{>} d$, är $a + b \overline{>} c + d$. Ty man har $a + b = \mu + \mu' + \delta + \delta' = \mu'' + \delta''$, $c + d = \nu + \nu' + \varepsilon + \varepsilon' = \nu'' + \varepsilon''$, och $\mu'' \overline{>} \nu''$. Likaså är, för $a = c$ och $b = d$, $a - b = c - d$.

2) För $a \overline{>} c$ är $ma \overline{>} mc$, äfvensom $\frac{m}{n} a \overline{>} \frac{m}{n} c$.

3) För $a \overline{>} c$ och $b \overline{>} d$ är $ab \overline{>} cd$. Ty man har $ab = \mu b + \delta' = \mu\nu + \delta''$, $cd = \mu' d + \varepsilon' = \mu'\nu' + \varepsilon''$, och $\mu\nu \overline{>} \mu'\nu'$.

4) Emedan man har $\mu\nu = \nu\mu$, är ock $ab = ba$.

5) Man får sätta $a(b \pm c) = ab \pm ac$, emedan man har $a(b \pm c) = \mu(b \pm c) + \delta' = \mu(\nu \pm \nu') + \delta''$, $ab \pm ac = \mu b \pm \mu c + \varepsilon' = \mu\nu \pm \mu\nu' + \varepsilon''$, och $\mu(\nu \pm \nu') = \mu\nu \pm \mu\nu'$.

6) Man kan sätta $a \,.\, bc = ab \,.\, c$, emedan man har $a \,.\, bc = \mu \,.\, bc + \delta' = \mu \,.\, \nu\nu' + \delta''$, $ab \,.\, c = \mu\nu \,.\, c + \varepsilon' = \mu\nu \,.\, \nu' + \varepsilon''$, och $\mu \,.\, \nu\nu' = \mu\nu \,.\, \nu'$.

7) Man har $a \,.\, bcd = ab \,.\, cd = ba \,.\, cd = b \,.\, acd = bcad = bcda$.

8) För $a \overline{>} c$ och $b = d$ är $\frac{a}{b} \overline{>} \frac{c}{d}$. Ty man har $\frac{a}{b} \cdot b = a \overline{>} c = \frac{c}{d} \cdot d$.

9) Emedan man har $bc \,.\, \frac{a}{b} = ac = bc \cdot \frac{ac}{bc}$, är $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$.

10) Emedan man har $b\left(\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b}\right) = a \pm c = b \cdot \frac{a \pm c}{b}$, är $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$.

11) Emedan man har $bd \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = ac = bd \cdot \frac{ac}{bd}$, är $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

12) Man har $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = bd \cdot \frac{a}{b} : bd \cdot \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$.

Ett framstående rum intager med rätta läran om eqvationer eller talens allmänna transformationer. Eqvationer af 1:sta graden behandlas som vanligt i ett sammanhang, samt efter kapitlet om rötter eqvationer af 2:dra graden. Härmed sammanhänga de vigtiga frågorna om negativa tal, hvarvid den Cartesianska förklaringen blifvit omnämnd (§ 214), samt om de värden uttrycken kunna representera. Formerna $\frac{N}{o}$ och $\frac{o}{o}$ förklaras i §§ 219, 334, m. fl., samt vid samtidiga eqvationer i § 225. För värdena på qvadratiska uttryck redogöres i § 328 och 329, samt för maximi- och minimivärden på ett förtjenstfullt sätt i § 330.

Eqvationer med x under enkelt och dubbelt rotmärke framställas i §§ 338, 339, m. fl. Då i en eqvation ett uttryck, hvari x ingår, till sitt värde beror af x, kan det i allmänhet ej uppfylla något särskildt vilkor. Likasom man ej på samma gång kan hafva $3x - 2 > 0$ och $x - (3x - 2) = 4$, så kan man ej heller sätta t. ex. $x - \sqrt{(3x - 2)^2} = 4$ eller $x - \sqrt{(9x^2 - 10x + 10)} = 4$. Förf. säger att $x + \sqrt{(5x + 10)} = 8$ blott "delvis motsvarar" $5x + 10 = (8 - x)^2$. Dubbelt rotmärke kan häs icke begagnas, om det skall sägas innefatta båda rötterna. Förf. låter derföre dubbla rotmärket beteckna en af rötterna hvilken som helst. Detta är i enlighet med hvad Cauchy säger i Cours D'Analyse 1821: "On désignera l'une quelconque de ces valeurs par la notation $\sqrt[n]{\!\!\sqrt{a}} = ((a))^{\frac{1}{n}}$." Att för öfrigt en sådan eqvation som $x + \sqrt{\!\!\sqrt{(5x + 10)}} = 8$ har två rötter, framgår deraf, att ett qvadratiskt uttryck i allmänhet har samma värde för tvenne särskilda värden på hufvudbokstafven. Ofvanstående eqvation förvandlas för $\sqrt{\!\!\sqrt{(5x + 10)}} = y$ till $y^2 + 5y = 10$. y eller $\sqrt{\!\!\sqrt{(5x + 10)}}$, samt x hafva alltså två värden. Beträffande eqvationen $x - \sqrt{\!\!\sqrt{(9x^2 - 10x + 10)}} = 4$, är för hvartdera värdet på x uti den qvadrerade eqvationen $9x^2 - 10x + 10 = (4 - x)^2$ $4 - x$ lika med antingen $\sqrt{(9x^2 - 10x + 10)}$ eller $- \sqrt{(9x^2 - 10x + 10)}$.

Öfningsuppgifterna, hvaribland de fysiska intaga ett utmärkt rum, äro väl valda och lärorika.

På grund af gifna bestämningar för tals likhet lemnas i § 368 ett lättfattligt bevis för formeln $C = \pi r^2$. Ett dylikt kan äfven gifvas för t. ex. formeln $s = \frac{1}{2} gt^2$ i § 380. Om man nemligen delar t i $2n + 1$ lika delar $\tau_0, \tau_1, \tau_2, \ldots$ och antager i allmänhet hastigheten under en tidsdel τ_k vara $k\tau g$ samt derjemte med h betecknar hastigheten under delen τ_n, så fås lätt spatium

$$\sigma = (h + 2nh)\,\tau = (2n + 1)\,h\tau = (2n + 1)\,ng\tau^2 = \frac{1}{2 + \frac{1}{n}}\,gt^2$$

och häraf, för $n = \infty$, $s = \frac{1}{2} gt^2$.

De rent algebraiska exemplen äro ock af intresse. Redan i § 70 förekomma t. ex. formlerna:

$$(a^2 + ab\sqrt{2} + b^2)\,(a^2 - ab\sqrt{2} + b^2) = a^4 + b^4,$$

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)\,(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz),$$

af hvilka den sednare har tillämpning i § 218 äfvensom i § 308, der det skall visas, att

$$(x^2 - yz)^3 + (y^2 - zx)^3 + (z^2 - xy)^3 - 3(x^2 - yz)\,(y^2 - zx)\,(z^2 - xy)$$

är en "fullständig qvadrat". Det förtjenar ock omtalas, att i § 298 en nätt deduktion gifves af formeln:

$$\sqrt{(a \pm \sqrt{b})} = \sqrt{\tfrac{1}{2}(a + \sqrt{a^2 - b})} \pm \sqrt{\tfrac{1}{2}(a - \sqrt{a^2 - b})}.$$

I § 234 heter det: "Qvantiteter i allmänhet kunna behandlas under form af tal, och de räknelagar vi utvecklat för talen gälla för qvantiter i allmänhet"; och i § 253 Anm.: "Om vi låta qvantiteterna B och D vara uttryckta med tal". I § 260 nämnes en parallelogram med en bokstaf, och beviset för Eucl. VI: 1 blir mycket enkelt. Detta sätt att beteckna de geometriska storheterna med passande bokstäfver, förenadt så mycket som möjligt med användande af vanliga räknetecken, synes lända den geometriska bevisningen till ej ringa fördel, äfvensom på samma gång algebran till gagn.

Förf:s framställning af proportioner medför ett nödigt plus i kunskap. Lärjungen bör få veta t. ex. att ett förhållande kan jemföras och mätas med ett annat, att förhållandet mellan två storheter a och b är $\frac{a}{b}$, att ab är det sammansatta förhållandet af a och b, att för $\mu = \frac{a}{b}$ och $\nu = \frac{b}{c}$ man har $\mu\nu = \frac{a}{c}$, o. s. v. Mången torde deremot, och det med rätta, anse Eucl:s snillrika theori icke tillhöra elementar-undervisningen *), i synnerhet som just arithmetiken och algebran innehålla den behöfliga allmänna läran om proportioner. Vid t. ex. § 260 skulle vi vilja anmärka, att bevisningen kunnat föras direkt enligt förf:s definition på lika mätetal. Dessutum kan tilläggas, att af utledningarna från § 260 Eucl. VI: 23 är ibland de vigtigaste, då deraf med lätthet följer allt, som angår parallelogrammers och trianglars inbördes förhållande i allmänhet, äfvensom likformiga trianglars inbördes förhållande.

På vigtiga biomständigheter har förf. icke heller uraktlåtit att fästa behörigt afseende. Så afledes från division regeln för St. G. D:s sökande. Oaktadt denna framställning står i sammanhang med hela tal, har dock förf. sett sig förhindrad definiera St. G. D. till två eller flera qvantiteter såsom produkten af de gemensamma faktorerna. I Kap. XI behandlas samtidiga eqvationer, hvarvid tre eliminationsmethoder visas. I Kap. XIX gifves en kort framställning af variabla qvantiteter. o. s. v.

Liksom man sätter $2 - 3 = -(3 - 2)$, så sättes analogt i § 306 $\sqrt{\sqrt{-2}} = \sqrt{2}\sqrt{\sqrt{-1}}$. Vidare sättes $\sqrt{\sqrt{-1}} = \pm\sqrt{-1}$, emedan vid tecknet $\sqrt{\sqrt{-1}}$ kan fästas antingen en positiv eller

*) Jfr härmed, hvad Doc. Dillner säger i början af »Schematisk framställning af proportionsläran».

negativ karakter. Förf. begagnar ej sådana beteckningar som $\sqrt{-8}$, $\sqrt[3]{-8}$, $\sqrt{\alpha + \beta\sqrt{-1}}$, men deremot $\sqrt{\!\!\sqrt[3]{-8}}$, $\sqrt{\!\!\sqrt{i}}$, o. s. v., samt sätter $i = \pm\sqrt{-1}$ (§ 307). Vi anmärka blott härvid, att Lektor Björling, som i hithörande frågor inlagt stora förtjenster, med enkelt rotmärke betecknar en principal-rot. (Se t. ex. Kongl. Vet.-Akad:s Handl. 1852) *). Förklaringen i § 310, der af $x^2 = 4$ härledes $x = \pm 2$, synes ej vara egnad att göra saken enkel. I fall man sätter $\sqrt{\!\!\sqrt{(a-b)^2}} = \sqrt{\!\!\sqrt{(b-a)^2}}$, så är, emedan man har $\sqrt{\!\!\sqrt{(b-a)^2}} = \pm(b-a)$, äfven $\sqrt{\!\!\sqrt{(a-b)^2}} = \pm(b-a)$ eller $\mp(a-b)$. Likaledes, då man kan sätta $\sqrt{\!\!\sqrt{x^2}} = \sqrt{\!\!\sqrt{4}}$, är ock $x_, = 2$ och $x_{,,} = -2$, eller $x = \pm 2$.

Följande paragrafer må ock omnämnas:

§ 93, der det visas, att likheten $-a \cdot -b = ab$ äfven gäller för $a = -\alpha$;

§ 143, der satsen $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$ bevisas;

§ 166, der det bevisas, att en första grads eqvation blott har en enda rot;

§ 188, der uttrycket "mediet" förklaras;

§ 280, Anm. 1, som handlar om tal, hvilka sakna exakta qvadratrötter, och Anm. 2, hvari skilnad göres mellan inexakta rötter och andra irrationella tal;

§ 283. Anm., om siffrornas storlek vid rot-utdragning;

§ 304, om $\sqrt{a^2}$ såsom uttryckande "numeriska värdet på a";

§ 318, om lösning af en eqvation förmedelst indelning i faktorer;

§ 326, om likheten $ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$, då rötterna äro imaginära;

§ 347, der $\sqrt{\!\!\sqrt{(\alpha + \beta i)}}$ och $\sqrt{\!\!\sqrt{i}}$ transformeras.

Sådana exempel, som $[(x + y)^7 - x^7 - y^7] : (x^2 + xy + y^2)^2$ (§ 71) och Kap. XV: ex. 8, der det är fråga om produkterna af ett antal qvantiteter två och två, torde vara att anse såsom förberedande för binomialtheoremet och läran om kombinationer.

Frågor, som för tillfället måste vara af underordnad betydelse, hafva visserligen icke blifvit förbisedda, men de hafva fått sin behöriga begränsning, t. ex. frågorna om en obekants eliminering, om eqvationer med irrationella termer, o. s. v., alldenstund uppgiften varit att lemna en för elementar-undervisningen lättfattlig, men dock grundlig, framställning af två grader

*) Uti en afhandling, »Till den elementära framställningen af rötter», införd i Häftet 3 af T. för Mat. och F., säger lektor C. F. E. Björling, att de båda qvadratrötterna äro olika valörer af en och samma funktion, som är icke-monodrom.

algebra. Förf. har ock åstadkommit en god skolbok, hvari icke saknas nödiga theoretiska satser och bevis, men som derjemte är tjenlig "att väcka och underhålla den kraft till sjelfständig productiv verksamhet, som ensam förmår undanrödja förekommande svårigheter, och att åt förståndet gifva stränghet i critik öfver förefallande begrepp och dervid anbragte resonnementer."

Vi hafva lyckan ega rätt många goda läroböcker i denna vetenskapsgren. Att anställa en närmare jemförelse mellan dem och denna ingår icke i syftemålet med denna lilla uppsats, hvilken mer må visa, det vi velat uppmärksamma ett så godt och nyttigt arbete som det ifrågavarande, än göra anspråk på att vara en granskning af detsamma. Emellertid hafva de förra läroböckerna fått en värdig medtäflare, hvars framträdande, som är ett glädjande bevis på fortsatta värderika bemödanden till det mathematiska studiets fromma, förtjenar att helsas med bifall.

N. G. Ljungzell.

XXV. *Ordbok öfver Svenska Språket af K. E. Kindblad*, betraktad från språkvetenskaplig synpunkt.

Under det de olika grenar af naturvetenskapen, hvilkas bearbetning började för endast några decennier tillbaka, redan spridt sina resultater till en stor del af den bildade allmänheten, befinner sig den jemförande språkforskningen ännu fortfarande nästan uteslutande i de lärdes händer. Och likväl har den lika mycken rätt att med stolthet blicka tillbaka på den tillryggalagda banan som geologien. Framställer den sednare för vår undrande syn gestalter från förgångna skapelse-perioder och låter vår vidgade blick inträuga i det chaotiska mörkret före menniskans uppträdande, så för den förra oss tillbaka till den, visserligen sednare, men dock oändligt långt tillbaka liggande tid, då förfäderna till de folk, som nu äro spridda från Nordkap till Bengaliska viken, utgjorde ett enda folk, med samma språk och samma seder, och läser i deras idiomer deras oskrifna och glömda historia. Vackrare segrar, än de som vunnits af den jemförande språkforskningen, har menniskosnillet knappast på något område tillkämpat sig. Egyptens glans gick under, dess konster försvunno under christnas och muhammedaners hårda medfart, fremmande eröfrare kommo tätt efter hvarandra och med dem förödelse åt de gamla sederna och det gamla språket; Egyptiernas skrift var under århundraden som om den varit förvarad med sju insegel — och likväl skall den snart läsas af Europas lärde lika säkert, som af de gamla egyptiska presterna. Darius