Ifrågasatta reformer vid räkneunder-visningen.

Anmärkningar och betraktelser i anledning af Lektor K. P. Nordlunds svar.

Till följd af några anmärkningar, som jag funnit mig föranledd att göra rörande hr Nordlunds metod för undervisningen i räkning, för så vidt den framgår af hans arbete: »Lärogång vid den grundläggande undervisningen i räkning», har hr N. ingått i ett utförligt svaromål, hvilket jag ber att få bemöta i ett par punkter. Dessförinnan vill jag blott i förbigående, med anledning af hr N:s allmänna uttalanden, påpeka, att ett fortsatt meningsutbyte beträffande det af mig framhållna behofvet hos lärjungen af allmänna schemata eller, såsom hr N. uttrycker det att »vandra fram och tillbaka på matematikens stora vägar» skulle föra öfver på ett allmänt pedagogiskt och psykologiskt område; äfvensom att jag för min del ej fattar det berättigade i att mot hvarandra sätta å ena sidan begripandet å den andra minneslexan.

Ordningsföljden mellan läran om decimaler och allmänna bråk.

Att hr N. förklarar sig stå fast vid sin uppfattning, att de allmänna bråken i undervisningen böra föregå läran om decimaler, samt vid de motiv han därför anfört, innehåller ju intet öfverraskande. Mina anspråkslösa uttalanden i frågan voro icke egnade att vederlägga en på mångårig erfarenhet fotad åskådning, om än de ville söka påpeka, att en motsägelse eger rum mellan denna åskådning och den faktiska verklighet, som tränger sig på en från alla sidor i och med decimalsystemen i mått och mynt. Hr N. må förklara aldrig så bestämdt, att »antalet af de uppgifter, som förekomma i det dagliga lifvet och kräfva kunskap om de allmänna bråken, är betydligt större än de uppgifter, som förutsätta kunskap om decimalbråken»;[1]) faktum står dock där, att man öfverallt i det dagliga lifvet och ganska tidigt möter uppgifter, som framhäfva behofvet af att kunna räkna med decimaler. Om hr N:s sätt att kringgå detta behof mera nedan.

Men nu säger man: barnen kunna ej fatta begreppen en tiondedel, en hundradedel, en tusendedel. Och dock synes det naturligt, att när lärjungen får veta, att ett hundra innehåller 10 tior, han också får lära sig, att ett hundra kan delas i 10 tior, att när han får veta, att 1 km är 1000 m., han ock lär sig fatta betydelsen af att metern är tusendedelen af kilometern. Men det vore, menar hr N., att sätta det svårfattliga före det enkla, om man började med bråken en tiondedel, en hundradedel före de lättfattliga en half, en tredjedel o. s. v. Nu är det emellertid alldeles icke härpå, som saken hänger. Föreställningen om tredjedelen och fjärdedelen o. s. v. är färdig hos lärjungen, så snart han en gång dividerat ett tal med 3 och 4, och införes sålunda, långt innan man sysslar med vare sig decimaler eller bråk. Enkelheten och svårigheten ligger däremot i delarnes beteckning på det ena eller andra sättet. För den, som är förtrogen med de olika enheternas förhållande i talet 452 cm, synes det icke böra utgöra någon svårighet att fatta betydelsen af talet 4,52 m., där man nu blott har att gå ut från fyrans enhet, något hvartill man äfven var beredd i det föregående talet. Men att den komplicerade bråkbeteckningen medelst tvänne tal nog utgör en svårighet för nyböraren, därom vittnar den oklarhet i uppfattningen af täljarens och nämnarens betydelse, som ofta vidlåder äfven den, hvilken länge sysslat med bråk. Och hela denna apparat med förlängning, förkortning, liknämniggörelse o. s. v. skulle värkligen vara nödvändig, för att lärjungen måtte få införas i decimalernas enkla system? Ty märk väl: hr N:s åsikt är, »att säkra kunskaper i decimalbråk endast kunna

1) K. P. Nordlund: Lärogång vid den grundläggande undervisningen i räkning, sid. IV.

förvärfvas af dem, som förut ega grundliga insikter i de allmänna bråken.»[1])

Men kunna nu barnen få någon redig uppfattning af *räkningarna* med decimaltal? Att additionen och subtraktionen skulle medföra några nämnvärda svårigheter utöfver dem, som besegrats vid de hela talen, torde icke kunna medgifvas. Men, huru skall man kunna begära, säger hr N., att barnen skola begripa, att produkten af 8 hundraden och 2 tusendedelar är 16 tiondedelar. Nu är dock svårigheten ungefär lika stor, om man på de hela talens område begär, att lärjungen skall förstå, att produkten af 8 hundraden och 2 tior är 16 tusenden. Jag för min del går också gärna in på, att den rena positionsmetoden måhända lemnar åtskilligt öfrigt att önska med afseende på klarhet. Men om man förutsätter, att en lärare låtit lärjungen utföra multiplikationen 453 × 7568 kg. så, att han först fått taga multiplikanden 3 gånger, så dess tiofald 5 gånger och dess hundrafald 4 gånger samt addera dessa delprodukter; så synes det icke vara någon uppgift, som öfverstiger lärjungens krafter, att förstå och utföra multiplikationen 4,53 × 75,68 kg. så, att multiplikanden först tages 4 gånger, dess tiondedel 5 gånger och dess hundradedel 3 gånger, hvarvid den modifierade uppfattningen af multiplikationen till all lycka ger sig själf ur den konkreta fråga, som gifvit anledning till räkningen. — Att man fått se t. ex. talet 2,863 deladt i 7 delar på det sättet, att kommat i dividenden utstrukits och 3 nollor tillsatts i divisorn, kan här icke utgöra något argument, då delningen lättfattligt låter sig göra så, att man först delar 28 tiondedelar och sedan 63 tusendedelar i 7 delar. — Om hr N. anser sig böra affärda en på nu antydda sätt anordnad decimalräkning med vitsordet »abnorm undervisning», så vet jag icke annat, än att det omdömet må stå för hans räkning.[2])

I min föregående uppsats har jag, för att visa, huru hr N. kringgår decimalräkningen, anfört ett exempel ur hr N:s »Lärogång»: Hvad kosta 7 kg. 8 hg. socker, när 1 kg. kostar 85 öre? — I detta val tror jag mig icke hafva gjort hr N. någon

1) Ped. Tidskr. Januarihäftet sid. 5.

2) I sammanhang med detta hårda omdöme vill jag i förbigående fästa mig vid den förebråelsen, att jag icke noggrant skulle hafva genomläst hr N:s bok, framkastad i anledning af en af mig gjord anmärkning. Det synes mig icke, som hade jag uttryckt mig så otydligt, att man vid noggrant genomläsande af min anmärkning icke kunde hafva funnit, att den just är riktad mot det tillvägagångssätt, som hr N. i sin svarsartikel (sid. 7) gör sig mödan att utreda. Att barn, som nyss gjort bekantskap med talen till 100, skulle få sig förelagda komplicerade räkneuppgifter, är just det, som förefaller mig orimligt.

orätt, då om detta exempel med större skäl kan sägas, »att bland 1000 räkneuppgifter, som förekomma i affärslifvet, höra 999 stycken till samma art, som ofvanstående», än om det synbarligen konstruerade exempel, han i sin svarsartikel anför: 1 tjog ägg kostar 1 kr. 25 öre, hvad kostar 17 st. ägg? — Hans metod är emellertid, såsom jag då påvisade, den, att man först beräknar priset på 78 kg. och derpå tager tiondedelen däraf. Att jag kallat denna metod artificiel, ogillar hr N. och påpekar, att hans förfaringssätt stöder sig på matematiska lagar. Hade så icke varit händelsen, så skulle hans metod varit oriktig, hvilket jag ej velat påstå. Liksom ingeniören vid en kanalbyggnad leder vattnet i en artificiel strömfåra, som icke följer markens naturliga lutningsförhållanden, hvarvid han nog lär vara tvungen att iakttaga gällande naturlagar, om ej hans verk skall sprängas sönder, så leder hr N. barnets tankar på en väg, dit icke de föreliggande naturliga uppgifterna vilja leda dem. Har lärjungen lärt att beräkna priset på 3 kg. à 85 öre medelst multiplikation 3 × 85 öre och nu den uppgiften möter honom att beräkna priset på 7 kg. 8 hg. eller 7,8 kg., så fordrar han så godt som med naturnödvändighet att äfven här finna en multiplikation. Lär man honom nu, att han har rätt att här söka en multiplikation, huru en sådan multplikation bör fattas och slutligen huru den bör utföras, så menar jag, att man gått den raka och naturliga vägen, som visserligen kan förete sina svårigheter, hvilka dock må uppvägas af systemets enkelhet och reda, som ge stöd åt minnet och underlätta begripandet.

De likbenämnda räknesättens enhet.

Hr N. säger sig ej hafva förmått fatta »andemeningen» i mina anmärkningar rörande hans ställning till denna fråga. Detta är uppenbarligen alltför sant, så mycket mer som hr N. icke ens fattat den bokstafliga meningen af mina uttalanden.[1] Men

1) Jag är tyvärr nödsakad att framhålla ett exempel på hr N:s sätt att läsa mina ord. Hr N. hade i sitt arbete påstått, att det låge en motsägelse i att låta 3: 7 beteckna en räkning, som skall utföras. Häremot invände jag: »Det är för nybörjaren det naturliga, att i 5+7 fästa uppmärksamheten på de båda talen och hvad med dem skall göras, hvarvid han då frågar sig, hvad det kan bli för resultat däraf; men vida aflägsnare är för honom att tänka sig 5+7 betecknande detta resultat. Likaså fattar han lätt, att 3: 7 betyder, att 3 skall delas i 7 lika delar o. s. v. När behofvet däraf har gjort sig gällande, d. ä. då man börjar med algebran, möter ingen svårighet att modifiera och precisera beteckningarnes betydelse». Jag kunde aldrig föreställa mig, att det i detta sammanhang skulle vara för någon otydligt, att »behofvet däraf» just syftar på behofvet att modifiera och precisera beteckningarna. Men hr N. låter uttrycket syfta på behofvet att dela 3 i 7 lika delar och fröjdar sig innerligen vid tanken på, huru jag med algebran skulle visa, på hvad sätt den »operationen» tillgår.

med önskvärd tydlighet lägger han i dagen sitt eget åskådningssätt.

Sedan hr N. förklarat sig dela lärobokskommissionens mening angående olämpligheten af att för olika slag af räkneuppgifter införa en mängd afdelningar med därtill hörande regler, uttalar han den åsikten, att samma anmärkning äfven träffar quatuor species. Aritmetikens indelning efter de 4 räknesätten addition, subtraktion, multiplikation och division, hvilken indelning han betecknar som artificiel, skulle således enligt hans mening medföra mera skada en gagn, emedan en lärjunge därigenom förledes att eftersöka, genom hvilket af dessa räknesätt en föreliggande fråga bör lösas (så lyder nämligen kommissionens anmärkning mot de s. k. tillämpningsräknesätten). Principen för aritmetikens behandling har han funnit i begreppen om det hela, delarne och deras antal. Men han nödgas snart nog medgifva, att den ej alltid kan användas vid tydandet af produkter och förhållanden (kvoter) på bråklärans område. Han uttrycker sin förvåning öfver att man vid bråkräkning icke upptagit begreppet *förhållande*, hvarigenom alla svårigheter skulle vara undanröjda. — Hvad väsentligt skulle vara vunnet med upptagande af detta *namn*, må lämnas därhän, ty *saken* är, såsom jag förut erinrat, redan tillstädes och definierad i och med kvoten vid innehållsdivision. — Huru omöjlig den gamla terminologien är, finner han framgå t. ex. däraf, att delarnes antal benämnes än multiplikator, än faktor, än divisor, än kvot. I följande räkneuppgift: Produkten är 2493 och multiplikatorn är 47. Hvilken är multiplikanden? förekomma, säger han, multiplikationstermer, och dock hörer den till räknesättet division.[1]). I läran om de hela talen hafva lärjungarna fått lära sig, att multiplicera betyder mångfaldiga och dividera betyder dela. Nu finna de däremot, menar han, att multiplicera stundom betyder mångfaldiga, stundom dela och stundom bäggedera i förening, och han gör sig lustig öfver detta förhållande. Bort därför med hela den lärda apparaten, som gör det enkla och naturliga svårt och obegripligt. »För att rädda systemet», så yttrar han till slut, »har man gjort många ansträngningar för att hitta på en definition, som för lärjungarna skulle klargöra de skiftande och hvarandra motsägande betydelserna af orden multiplicera och dividera. Ansträngningarna hafva ej kunnat krönas med framgång, ty *uppgiften är orimlig*». Derpå framdrager han han ett försök i den vägen till skärskådande.

1) Att någon kan vara far i en familj och son i en annan, bör då ock vara ett mycket inveckladt och svårfattligt förhållande.

När nu läsaren ser dessa åsikter framställda, så väntar han blott, att konsekvensen skall dragas och att hr N. äfven skall yrka på de gamla räknetecknens afskaffande. Hvad skall man göra med gemensamma tecken för räkningar eller resultaten af operationer, hvilka omöjligen kunna sammanfattas i en rimlig definition? Men nej, här stannar hr N:s reformifver, ty ett steg till, och rimlighetens gräns vore öfverskriden. Saken och tecknet måste finnas kvar, men namnet får ej användas. När läraren inför lärjungen i algebrans elementer, så torde det väl vara nödigt att göra honom bekant med produkten a.b, och att detta uttryck behåller sin karaktär, vare sig a betyder 7 eller $^{1}/_{7}$ eller $^{5}/_{7}$. Det är nog detta förhållande, som nödvändiggör för hr N. bibehållandet af multiplikationstecknet. Vill han åter *namngifva* det tecknade uttrycket, så måste det ske genom ett definierande af produkten i det enskilda fallet. För mig faller det sig klart, att de abstrakta begreppen, som införas på algebrans område, böra så småningom beredas och utvecklas på den konkreta aritmetikens ståndpunkt.

Af det nu sagda framgår orsaken till att hr N. måste så ifrigt yrka på att redan i den första aritmetiska undervisningen de s. k. operationstecknen skola tillsammans med taltecknen angifva de tal, som utgöra resultatet af förevarande räkning. Får han icke nämna de åsyftade talen med namn, så är han tydligen nödsakad att åtminstone hafva ett skriftligt tecken för dem. Men jag tror mig kunna förutsäga, att det skall vara förgäfves man vill lära de små nybörjarne, att $7+5$ är det tal, som är 5 mer än 7 (summan af 5 och 7 får man för all del ej säga — summa är latin); ty antingen veta de, huru stort talet är, och då kunna de ej förstå, hvarför man ej kan skrifva 12, eller ock veta de det icke, och då skall man väl kunna nämna det sökta talet för dem med ett namn, men man skall ej kunna förmå dem att i kombinationen af 7 och 5 läsa detta tal. För deras konkreta åskådningssätt är $7+5$ något, som skall utföras med de båda talen 7 och 5. Att nu behofvet att ersätta namnen på de sökta talen med ett upprepadt definierande skall leda till sådana uttryckssätt som de af mig ur hr N:s arbete anförda »$^{3}/_{4}$ m: $^{9}/_{10}$ utmärker en längd, hvaraf $^{3}/_{4}$ m: utgör $^{9}/_{10}$» och »$^{3}/_{4}$ m: $^{9}/_{10}$ kan man utbyta mot det enklare tecknet $^{5}/_{6}$ m», är naturligt, men deras lämplighet för ståndpunkten torde väl fortfarande få höra till det omtvistade. När jag nu vänder hr N:s egna anmärkningar angående de gamla räknetermerna mot honom själf och påpekar, hurusom hans divisionstecken får angifva 2 så skilda saker som delarnes storlek och deras antal, så läser han mina ord på ett mycket underligt sätt och förehåller mig, att jag icke fattar skillnaden mellan delningsdivision och innehållsdivision. Nog möter vid bråkräkningen så småningom behofvet att låta den tecknade räkningen angifva det sökta talet eller att utföra flere räkningar på en gång; men därmed beredes lärjungen för att, när han kommer in på algebrans område och de tecknade räkningarna icke kunna utföras, innan man bestämt de använda taltecknens talvärde, låta självva räkneuttrycket beteckna det tal som, med den ifrågavarande operationen skulle vinnas. Detta är för mig en naturlig utveckling; för hr N. är det svek och bedrägeri, ehuru det icke är lätt att förstå, hvarför man icke skulle få tillägga en beteckning den betydelse, hvarom man vill komma öfverens.

Skulle jag nu försöka utreda, i hvad mån hr N:s ifrande mot hvad han kallar quatuorspeciesräkningen och den sedvanliga terminologien utgör uttrycket för något berättigadt, så kanske jag på samma gång skulle kunna tillmötesgå hr N:s uttalade önskan att påpeka den nämnda terminologiens betydelse och vikt. Det synes mig då naturligt, att nybörjaren före studiet af de 4 räknesätten och i sammanhang med inlärandet af tabellerna bör göras bekant med arten af de uppgifter, som möta inom aritmetiken, och att detta bör ske under form af en hufvudräkning som fortgår från de enklaste frågor, hvilka då nog komma att röra sig omkring de af hr N. upptagna grundföreställningarna det hela, delarnes storlek och deras antal. Att en lärare ej bör börja en sådan undervisning med att fråga efter summan af 5 och 3 eller kvoten af 8 och 4, torde nog vara säkert. Dessa termer äro ej hemma på det området. Men på detta stadium utvecklas föreställningarne om de olika räknesätten, man må nämna dem med deras namn eller icke, och grunden därtill är, att uppgifterna just äro sådana, att dessa föreställningar framkallas. I det man fortskrider till att röra sig med större tal, blir det en nödvändighet att inlära de formela räknesätten, hvarvid man, på »quatuorspeciesräkningens» sida, helt säkert fordrar begripande och riktig uppfattning af förfaringssättet, om man än icke föraktar regler och minneskunskap. Men innan en räkneuppgift löses, måste dess innebörd utredas. Vid denna analys komma återigen grundföreställningarna det hela, delarnes storlek och antal till heders. Först när denna analys af uppgiften skett, kan man förstå och bestämma sig för hvilket räknesätt skall användas. Det är nu dessa båda saker, uppgiftens utredning och räkningens utförande, som hr N. alltjämt sammanblandar. Det är ett stort misstag, att man kallar delarne antal för multiplikator eller divisor eller qvot. Delarnes antal kallas för delarnes antal helt enkelt. Men när man så utrönt uppgiftens art, så inser man, hvilket räknesätt som leder till dess lösning, och då händer, att det tal, som anger delarnes antal, ena gången blir multiplikator, andra gången divisor, helt enkelt därför att uppgiften i det ena fallet var en helt annan än i det andra. För den som finner, att uppgiftens utredning är ett, dess lösning medelst uträkning ett annat, förefaller det ingalunda oväntadt, att de tal, som förekomma i räkningen, såväl som räkningen själf, behöfva betecknas med sina särskilda namn. Att benämningar ej äro behöfliga för sätten att finna sinus, cosinus, tangent och logaritm, kan så mycket mindre för förevarande fråga hafva någon betydelse, som vi i allmänhet icke beräkna dessa tal, utan, begagnande oss af lärde mäns mödor, söka dem direkte ur deras tabeller. Hvad namnen delningsdivision och innehållsdivision beträffar, så har hr N. liksom många före honom gjort anmärkning mot deras form, och man kan måhända fråga sig, om icke läroboksförfattarne kunde hafva infört några lämpligare; — tyskarne säga Theilen och Messen. Men att de, oaktadt så talrika invändningar, dock trängt sig fram, bevisar blott, att de äro oumbärliga, något som jag i min föregående uppsats velat påpeka.

När ändtligen lärjungen fortskridit så långt i sin räkning, att han kan röra sig med bråk, så äro de uppgifter, som nu möta honom af samma art som förut, blott att deras form har undergått den förändring, som de nya talens natur medför. Lärjungen har förut, i full öfverensstämmelse med heltalsräkningen fått lära sig att uträkna t. ex. vikten af 17 l. kvicksilfver, då han vet att 1 l. väger $13\,{}^3/_5$ kg., genom multiplikationen $17 \times 13\,{}^3/_5$ kg., hvarvid man måhända påpekat för honom, hurusom det är fråga om att bestämma värdet, i vikt räknadt, af 17 l., när värdet af hvarje liter (enhet) är kändt, och att man måste förfara med detta enhetsvärde just så, som man förfarit med enheten själf för att få 17 l. Då det nu blir en uppgift att beräkna vikten af ${}^7/_8$ l., så inser lärjungen, att man måste dela literns värde ($13\,{}^3/_5$ kg.) i 8 delar och taga sådana eller förfara därmed alldeles så, som man förfar med litern själf för att få ${}^7/_8$ l. Det förefaller honom därför naturligt och väntadt, att denna operation betecknas såsom en multiplikation: ${}^7/_8 \times 13\,{}^3/_5$ kg. Lika väntadt torde det vara, att vikten af $6\,{}^7/_8$ l. skall blifva $6\,{}^7/_8 \times 13\,{}^3/_5$ kg. Att divisionens förklaring hänger på multiplikationens är tydligt. Mot dessa enkla förhållanden, som jag i min föregående uppsatts i samklang med lärobokskommissionens åsikter trott mig kunna framhålla såsom något, hvilket ingår i det åkådningssätt, som arbetar sig fram på detta område, ställer nu hr N. sitt märkliga uttalande, att det vore en orimlig uppgift att genom en definition klargöra betydelsen af orden multiplicera och dividera.

Mitt syfte har, nu som förut, blott varit att konstatera denna differens. Den intresserade läsaren skall nog fälla sitt utslag för eller emot. När derför hr N. förebrår mig, att jag icke framhållit det ena eller andra i hans bok, så förbiser han helt och hållet, att jag tydligen förklarat mig ej ämna eller behöfva ingå i någon fullständig granskning af hans arbete, då jag ansett de goda sidorna i hans metod båda kända och erkända, och att således hans handbok i alla händelser skulle bana sig väg till det lärarepublikum, för hvilket den var ämnad. Att jag förmenat metodens användning förutsätta stor lärareskicklighet, innebär blott det medgifvandet, att den i upphofsmannens egen talangfulla hand kan medföra resultat, som under andra omständigheter i visa afseenden måhända skulle uteblifva; men det förefaller mig gåtfullt, huru någon ur min framställning kan finna anledning till den tanken, att jag skulle föra talan för en räkneundervisning, som afsåge »att blott bibringa en nödtorftig mekanisk färdighet». När till slut hr N. söker betäckning bakom en välvillig anmälan i *Nyt Tidskrift for Mathematik*, så hade han kanske kunnat tänka sig möjligheten, att den danske anmälarens uppfattning icke så mycket skiljer sig från min, om han äfven gifvit akt på dennes uttalande, att han »ikke paa alle Punkter samstemmer med Forf:».

Då jag nu nedlägger pennan, fruktande att redan för mycket hafva tagit tidskriftens utrymme i anspråk för mina tankar i detta elementära ämne kan jag dock icke underlåta att uttrycka den meningen, att det vore fördelaktigt för räkneundervisningen, om man finge se åsikter uttalade äfven från andra håll beträffande nu berörda frågor.

Birger Rollin.

Behöfves närmare bestämmelser ang. extra och vikarierande lärares tjänstgöringsbetyg?

[illegible]

[illegible]