Om trinomiska uttrycks upplösning i faktorer.

Först efter bekantskap med andra grads ekvationerna erhålles, som kändt är, ett mäktigt redskap för åtskilliga algebraiska uttrycks upplösning i faktorer, hvaremot de hjälpmedel, som på ett tidigare stadium stå nybörjare till buds vid dylika operationer icke äro särdeles kraftiga, men väl vid många tillfällen otillräckliga. Största gemensamma divisorn för visserligen till målet, men har den olägenheten med sig, att dess uppsökande merendels är tidsödande och ganska besvärligt.

Ett förfaringssätt, som ofta med fördel kan användas, ehuru detsamma — egendomligt nog — aldrig omnämnes i våra mest begagnade läroböcker i algebra *, må här meddelas.

Vi taga som ett exempel trinomen

$$7\ a^2 + 12\ ab - 4\ b^2.$$

Här kan ingen utbrytning ske, och icke häller något af de vanliga teoremerna ** direkt appliceras. Klyfver man däremot rektangeltermen $+ 12$ ab i två termer, $+ 14$ ab och $- 2$ ab, så antager trinomen utseendet

$$7\ a^2 + 14\ ab - 2\ ab - 4\ b^2,$$

och efter utbrytning

$$7\ a\ (a + 2\ b) - 2\ b\ (a + 2\ b)$$

samt efter ytterligare utbrytning

$$(a + 2\ b)\ (7\ a - 2\ b),$$

och är trinomen med detsamma upplöst.

Detta tillvägagående, hvilket utgör egentliga föremålet för denna lilla uppsats, kan benämnas *klyfning och dubbel utbrytning.* Ehuru dess användbarhet ej är inskränkt till trinomiska expressioner, komma dessa likväl i det följande hufvudsakligen under behandling och enkannerligen sådane, som hafva formen $ax^2 \pm bxy \pm cy^2$, där a, b och c äro siffertal.

Som af det ofvananförda exemplet syntes, ligger självfva hufvudsaken i att få den framstälda trinomens rektangelterm på ett passande sätt klyfd. Huru detta skall tillgå är understundom svårt nog att se och kommer straxt att visas, men det torde ej

* I "Algebraisk Bråklära för lärovärkens fjärde och femte klasser" af d:r S. J. Cavallin, Landskrona 1877, omnämnes i korthet denna metod.

** $a^2 \pm 2\ ab + b^2 = (a \pm b)^2$ samt $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

$$12\ a^4 - 15\ a^2b^3 + 20\ a^2b^3 - 25\ b^6$$

och efter dubbel utbrytning

$$(4\ a^2 - 5\ b^3)\ (3\ a^2 + 5\ b^3).$$

Som man finner blifva koefficienterna efter klyfningen proportionela.

Det är ej alltid nödigt att klyfva *rektangeltermen.* Understundom kan det visa sig förmånligt att värkställa denna åtgärd på någon af de öfrige termerna. Sålunda skulle t. ex. första exemplet i början af denna uppsats kunna genomgå följande procedur:

$$7\ a^2 + 12\ ab - 4\ b^2,$$

$$a^2 - 4\ b^2 + 6\ a^2 + 12\ ab,$$

$$(a + 2\ b)\ (a - 2\ b) + 6\ a\ (a + 2\ b)$$

och slutligen $(a + 2\ b)\ (7\ a - 2\ b).$

Detta sista förfaringssätt kan med fördel användas på åtskilliga trinomer af tredje och högre grader, hvilka ej låta behandla sig enligt föregående regler. Så ger t. ex. trinomen $2\ a^3 - 9\ a^2b + 27\ b^3$ successive:

$$8\ a^3 + 27\ b^3 - 6\ a^3 - 9\ a^2b,$$

$$(2\ a + 3\ b)\ (4\ a^2 - 6\ ab + 9\ b^2) - 3\ a^2\ (2\ a + 3\ b),$$

$$(2\ a + 3\ b)\ (a^2 - 6\ ab + 9\ b^2)$$

och slutligen $(2\ a + 3\ b)\ (a - 3\ b)^2.$

Trinomen $8\ a^3 + 16\ a - 9$ transformeras först till $8\ a^3 - 1 + 16\ a - 8$, hvarefter densamma ger

$$(2\ a - 1)\ (4\ a^2 + 2\ a + 1) + 8\ (2\ a - 1)$$

samt till sist $(2\ a - 1)\ (4\ a^2 + 2\ a + 9).$

* *
*

Öfverallt, där största gemensamma divisorn leder till målet vid ifrågavarande operationer, skulle, självskrifvet nog, äfven den härofvan afhandlade metod göra det, om ej polynomiska uttrycks mångfaldigt växlande former understundom gjorde det hardt när omöjligt att upptäcka först och främst de termer, som borde blifva föremål för klyfning, och sedan *huru* denna klyfningsprocess skulle försiggå. Trinomer låta dock, som ofvan är visadt, i allmänhet lätt bemästra sig på detta sätt. En insiktsfull lärare bör också utan vidare möda kunna gifva detsamma en vidsträcktare tillämpning än, hvad i denna lilla uppsats kunnat ifrågakomma.

Gustaf Brandberg.