Ifrågasatta reformer vid räkneundervisningen.

Svar på hr Rollins uppsats i fjärde häftet af pedagogisk tidskrift för år 1892.

I 10:de häftet af denna tidskrift för år 1891 införde hr Rollin med ofvanstående öfverskrift en anmälan af undertecknads samma år utgifna arbete med titeln: »Lärogång vid den grundläggande undervisningen i räkning». När jag genomläste ofvanstående rubrik, hvari ordet »reformer» ingår, tog jag för gifvet, att hr R. skulle för tidskriftens läsare framlägga hufvuddragen af mina s. k. *reform*-förslag. Jag hade ej läst många rader af uppsatsen, förrän denna min välgrundade förhoppning blef sviken. Hr R. förklarade nämligen där, att han blott skulle »fästa uppmärksamhet på vissa enskildheter i metoden».

Det blef därför nödvändigt för mig och den sak, för hvilken jag sträfvar, att komplettera hans uppsats, på det att läsaren måtte bli i tillfälle att bedöma saken. Mitt svar, som finnes intaget i häftena 1 och 2 af denna tidskrift för detta år, innehåller hufvuddragen af mina s. k. reform-förslag jämte ett bemötande af de anmärkningar, som af hr R. blifvit gjorda. I häftet 4 af denna tidskrift för detta år har hr R. åter tagit till orda med anledning af detta mitt svar. Det kan synas öfverflödigt och anspråksfullt att taga tidskriften i anspråk för ett ytterligare svar, och jag skulle ej hafva gjort det, ifall ej hr R. framställt nya inlägg i frågan, hvilka kräfva svar af mig. Därjämte har hr R. påbördat mig åsikter, som strida mot dem, jag uttalat såväl i mitt arbete som i mitt svar. På samma gång begagnar jag mig af tillfället att något fullständigare redogöra för min ställning till frågan om undervisning i räkning. I förbigående må erinras, att ordningsföljden af mina inlägg rörande undervisningsfrågan har bestämts efter den, som hr R. följt vid framställningen af sina »anmärkningar och iakttagelser». Därigenom kan läsaren bättre följa med striden, än om jag valt en mera systematisk ordningsföljd.

Hr R. har sönderdelat sin uppsats i tvenne hufvuddelar. Den första har till öfverskrift: *Ordningsföljden mellan läran om decimaler och allmänna bråk.*

Då jag i min förra uppsats så vidlyftigt berörde denna fråga såväl ur praktiskt-pedagogisk som teoretisk synpunkt, så kan jag nu inskränka mig till att bemöta de nya inlägg, som af hr R. blifvit gjorda.

I förbigående bör nämnas, att hr R. i sitt svar helt och hållet förbigått de viktigaste skälen, nämligen de praktisk-pedagogiska, som äro hemtade från min erfarenhet som lärare. Att hr R. förbigått dem är helt naturligt, då hans svar tydligen gifver vid handen, att han saknar praktisk erfarenhet i det ämne han behandlar.

Sedan hr R. på sidan 461 nämnt, att decimalsystemen i mått och mynt blifvit i vårt land antagna, fortsätter han: »Hr N. må förklara aldrig så bestämdt, att antalet af de uppgifter, som förekomma i det dagliga lifvet och kräfva kunskap om de allmänna bråken, är betydligt större än de uppgifter, som förutsätta kunskap om decimalbråken; faktum står dock där, att man *öfverallt*[1]) i det dagliga lifvet och ganska tidigt möter uppgifter, som *framhäfva behofvet*[1]) af att kunna räkna med decimaler».

I min förra uppsats har jag på sid. 6 framdragit och bemött just denna ofta hörda invändning. Svaret lyder: I mitt arbete har jag visat, att detta ej är förhållandet, ty dylika frågor, som kunna uträknas med decimalbråk, kunna på ett mycket *lättfattligare* ock *bekvämare* sätt lösas med de hela talen. Det torde vara få räknare, som använda decimalbråk, då hela tal med större fördel kunna användas».

Naturligtvis har hr R. genomläst detta mitt svar och ansträngt sig för att finna en uppgift från det dagliga affärslifvet,

1) Kursiveradt af undert.

som kan lösas med decimalbråk och ej med de hela talen. — Hans ansträngningar hafva ej krönts med framgång, hvarför han med »tystnadens vältalighet» förbigått mitt svar, ty det går så lättvindigt att komma fram med ett påstående och befria sig själf från skyldigheten att gifva skäl därför. Jag har sökt mycket efter dylika uppgifter utan att finna någon. Det är möjligt, att någon sådan finnes, men orimligt är hr R:s påstående, att man *öfverallt* möter uppgifter i det dagliga lifvet, som *framhäfva behofvet* af kunskap i decimalbråk. Påståendet, att kunskap i decimalbråk skulle vara nödvändig för lösningen af praktiska räknefrågor, sedan vi fått våra mått *till en del* ordnade efter decimalsystemet, hörer man dagligen upprepas. Det är med detta påstående som med Tors bockar, hvilka slaktades den ena dagen och stodo upp den andra dagen lika pigga och krya. Man vill ej ens göra sig besvär med att undersöka, om påståendet är öfverensstämmande med verkligheten, man tror därpå utan pröfning som på en dogm. Att räkning med decimalbråk i affärslifvet förekommer högst sällan kan hvar och en lätt öfvertyga sig om genom besök i affärslokaler. Ögnar man genom räknekladdarna, så är det högst sällsynt att finna några decimalbråk, och när de förekomma, visa de sig vara öfverflödiga. Personer i allmänhet, såväl äldre som yngre, visa en afgjord motvilja att använda decimalbråk, dels därför att de ej känna sig säkra i deras behandling, dels vinna de sitt mål på ett för dem enklare och begripligare sätt. Såsom bevis på den okunnighet i detta ämne, som råder äfven bland bildade, må anföras, att t. ex. penningsumman 8 kr. 25 öre angifves i tryck och skrift ofta med 8,25 öre. Personer erkänna helt öppenhjärtigt sin okunnighet i ämnet; sålunda säger Professor Svedelius i sin lefnadsteckning, att han var okunnig i läran om decimalbråk, då han reste till Upsala för att aflägga studentexamen. Nu tror man i sin välvishet på möjligheten att bibringa tioåringar denna kunskap. Vi lärare i matematik, som mycket syssla därmed, finna helt naturligt företeelsen, att barn ej kunna lära sig decimalbråk, vara besynnerlig, men saken är ett faktum, för hvilket vi *måste* böja oss och lämpa vår undervisning därefter. Jag har i min förra uppsats erinrat, att de flesta bland folkskolans barn på landet i följd af ogynnsamma förhållanden ej medhinna mer än läran om de hela talen. De, som hinna något längre, sysselsättas enligt normalplanens stadgande med decimalbråk. Vore det ej ändamålsenligare att låta dessa i stället »suga musten» ur läran om de hela talen i st. f. att låta dem »läppja på» de bäska decimalbråken, hvaraf de ej enligt erfarenhetens tydliga vittnesbörd kunna draga någon nytta i det praktiska lifvet, emedan de ej kunna fatta dem. Vidare tyckes man hafva glömt att vi hafva andra enheter än decimalenheter, och likväl är deras antal ganska stort. Följande må anföras: år, månad, vecka, dag, timme, minut och sekund — grad, minut och sekund — bal, ris, bok och ark — gross, dussin och stycke — tjog och stycke — val, kast och stycke — och det är en välgärning för undervisningen, att vi ega dem, ty i annat fall måste vi taga till hjälp t. ex. Englands måttsystem eller ett fingeradt. Genom räkningen med decimalenheter förledas nämligen oupphörligen barnen att gissa sig till svaret, hvarigenom den största osäkerhet uppkommer. Däremot veta barnen väl, att, när de räkna med de andra enheterna, gissning gagnar dem till ingenting, hvarigenom de tvingas att noga föreställa sig de i uppgiften förekommande enheterna, om de vilja erhålla ett rätt svar. Och denna goda vana medtaga de äfven, då de räkna med decimalenheter, hvarigenom de slutligen äfven blifva säkra på deras användande. Arten af de uppgifter, som jag anser böra upptagas i läran om de hela talen, framgår lätt af följande exempel:

1) 1 meter tyg kostar 3 kr. 27 öre.
Hvad kosta 9 m. 68 cm?

2) 1 kg. 7 hg. 19 gr. af en vara kosta 47 kr. 25 öre.
Hvad kostar 1 kg.?

3) 1 ris papper kostar 14 kr. 75 öre.
Hvad kosta 8 ris 9 böcker 7 ark?

4) 17 gross 7 dussin 7 stycken stålpennor kosta 19 kr, 27 öre.
Hvad kostar 1 gross?

5) Huru stor är räntan å 856 kr. under 1 år 5 mån. 27 dag., då den årliga procenten är 5?

(Huru dylika uppgifter lätt lösas med blott kunskap i läran om de hela talen, finnes angifvet i »Lärogången» sid. 56—60).

I min förra uppsats anmärkte jag, att dylika uppgifter förekomma så allmänt i affärslifvet, att bland 1000 stycken 999 höra till den klass, hvartill de ofvanstående höra. Detta oaktadt finnes ett stort antal lärjungar, som afslutat sin skolkurs, hvilka ej kunna besvara dem. Låtom oss nu taga i betraktande, huru saken ställer sig för de barn, som skola lära sig både de allmänna bråken och decimalbråken. Börja de med decimalbråken, så visar erfarenheten klart, att de i följd af bristande insikter i bråkbegreppet ej kunna tillegna sig en säker kunskap. Barnen tvingas att gissa sig fram, hvilket alltid är händelsen, då de sysselsättas med ämnen, för hvilka de ej äro mogna, och när de sedan öfvergå till de allmänna bråken, märker man, att sysslandet med decimalbråken verkat till skada ock ej till gagn, ty de barn, som ej besvärats med denna undervisning, göra mycket snabbare framsteg än de andra, som ifrån den förra undervisningen medföra ovanan att gissa. Sedan läran om de allmänna bråken är grundligt geomgången, är läran om decimalbråken sedan lätt, då barnen kunna stödja sig icke blott på läran om de hela talen utan äfven på den allmänna bråkläran. Börjar man således med de allmänna bråken omedelbart efter de hela talen, så uppstår icke blott en betydlig tidsvinst, utan man befriar barnen från frestelsen att gissa. Denna ovana är, som alla lärare i matematik veta, en bland de svåraste oarter att utrota.

I min uppsats anförde jag, att barnen ej kunna fatta begreppen: tiondel, hundradel, tusendel o. s. v., förrän de fullt fattat de enklare begreppen: hälften, tredjedelen, fjärdedelen o. s. v.

Därpå svarar hr R:

»Nu är det emellertid alldeles icke härpå, som saken hänger. Föreställningen om tredjedelen, fjärdedelen o. s. v. är färdig hos lärjungen, så snart han en gång dividerat ett tal med 3 och 4, och införes sålunda, långt innan man sysslar med vare sig decimaler eller bråk. Enkelheten eller svårigheten ligger däremot i delarnes beteckning på det ena eller andra sättet».

När jag först genomläste dessa satser, tog jag deras innehåll som ett dåligt skämt. Och därtill hade jag all anledning, då hr R. förut högtidligen förklarat, att han vid sin undervisning vinnlägger sig om, att lärjungarne skola fatta det, som meddelas dem. Sedan jag åter genomläst dem, fann jag hufvudsakligen genom den tvärsäkra tonen, i hvilken de äro affattade, att hr R. verkligen menar, hvad han säger. Jag spar med uttalandet af mitt omdöme, men vill blott nämna, att jag nödgas hålla på minst $1\,^1/_2$ år med bråkbegreppets inlärande, innan jag med hopp om framgång kan öfvergå till den egentliga bråkläran och dess tillämpningar. Sedan jag lyckats härmed, är bråkläran jämte tillämpningar sedan lätt att bibringa barnen. Inom hela elementarmatematiken finnes ingen del, som jag anser vara så svår att bibringa barn som just bråkbegreppet.

Längre ned på sid. 161 förekommer följande:

»Men att den komplicerade(!) bråkbeteckningen medelst tvenne(!) tal nog utgör en svårighet för nybörjaren, därom vittnar den oklarhet i uppfattningen af täljarens och nämnarens betydelse. som ofta vidlåder äfven den, hvilken länge sysslat med bråk».

Att hr R:s lärjungar visa »oklarhet i uppfattningen af täljarens och nämnarens betydelse», har naturligtvis sin grund däri, att hans lärjungars undervisning i bråklärans grunder blifvit helt och hållet försummad. Ge dem en dylik undervisning och alla svårigheter med den enkla bråkbeteckningen skola vara häfda. Den, som bygger undervisningen i bråkläran på de dunkla och oklara föreställningar om bråkbegreppet, som erhållas genom läran om division, bygger på lösan sand och kommer liksom hr R. att skörda lönen därför, nämligen att lärjungarna hafva svårt att fatta det enkla och klara beteckningssättet. En pedagogisk grundlag, som man ej ostraffadt öfverträder, är, att barnen *först* skola göras förtrogna med saken och begreppet och därefter med tecknet. Går man till väga på motsatt sätt, hvilket så ofta händer särdeles i räkning, så blir den naturliga följden, att tecknet träder för lärjungen i det betecknades ställe, hvarigenom hela undervisningen förvrides, och erfarenheten visar, att, om dessa falska föreställningar, som därunder alstras, få slå rot, så blifva de liksom annat ogräs omöjliga att få bort.

På sid. 162 läses följande:

»Men, huru skall man kunna begära, säger hr N., att barnen skola begripa, att produkten af 8 hundraden och 2 tusendelar är 16 tiondelar. Nu är dock svårigheten ungefär(!) lika stor, om man på de hela talens område begär, att lärjungen skall förstå, att produkten af 8 hundraden och 2 tior är 16 tusenden».

Hvarför har hr R. stympat mitt anförande, hvars fortsättning lyder: »och att förhållandet mellan eller kvoten af 8 tiondelar och 2 tusendelar är 4 hundraden»? Var tillägget svårt att besvara? Jag kan upplysa om, att barnen hvarken förstå det ena eller andra. (I förbigående må anmärkas, att hr R. i ifvern att få »framhäfva» decimalbråkens användbarhet helt och hållet förbigår sådana uppgifter, som förutsätta kunskap i division.) Äfven hr R. har sina skrupler, i det han tillägger, »att den rena(!) positionsmetoden (metod skall det vara) måhända lemnar åtskilligt öfrigt att önska med afseende på klarhet» — Jo! Jo men. —

Därefter redogör hr R. för, huru produkten $4{,}53 \times 75{,}68$ kg. skall beräknas.

»Först tages multiplikanden 4 gånger, dess tiondel 5 gånger och dess hundradel 3 gånger», hvarefter han försiktigtvis tillägger följande: »hvarvid den modifierade(!) uppfattningen af multiplikationen till all lycka(!) ger sig själf ur den konkreta fråga, som gifvit anledning till uppgiften».

Men om uppgiften är af en sådan natur, att denna lyckliga omständighet ej inträffar; huru går det då? I sammanhang härmed vill jag omtala en händelse, som belyser denna fråga. En person A., som sökte en tjänst, begärde af mig betyg i räkning, emedan ett dylikt måste bifogas ansökningen. I den praktiska räknefråga, som förelades honom, använde han decimalbråk. Han afgaf ett oriktigt svar, och då jag bad honom trenne särskilda gånger genomgå räkningen, förklarade han, att han ej kunde upptäcka något fel. — Då jag därefter upplyste honom om, att decimalkommat stod på orätt plats, svarade han: »Jaså — var det ej något annat fel». Nu torde hr R. invända, att det var en »grön ungdom», som fått en dålig undervisning. På denna invändning kan jag svara, att A. var en man, som genomgått ett officielt läroverk, hvari han sträfvat igenom »hela Zveigbergk från pärm till pärm» och i insikter erhållit *högsta* betyget. Därtill kommer, att han hade sysslat ganska mycket med räkning, sedan han lemnat läroverket.

Samma karakteristiska svar: »*Jaså* etc.», har jag många gånger både förr och sedan erhållit vid liknande tillfällen. Som alla veta, som sysslat med decimalbråk, så består just »knuten» i att *förstå*, hvarest decimalkommat skall sättas. Jag återkommer nu till hr R:s beräkning af ofvanstående produkt. Använder hr R. detta beräkningssätt själf? Tror hr R., att en tioåring, som blott genomgått de hela talen, förstår beräkningen? Med stöd af min erfarenhet besvarar jag den sistnämnda frågan med ett kraftigt nej. Jag skall nu uppställa en räknefråga, till hvilken ofvanstående produkt är ett svar, och visa, huru räkningen verkställes med de hela talen utan decimalbråk.

För 1 kr. köpes 75 kg. 6 hg. 80 gr. af en vara.

Huru mycket köpes för 453 öre?

Förklaring: När man för 1 kr. köper 75 kg. 6 hg. 80 gr. eller 756800 dg., så måste man för 453 kr. köpa 453-falden af 756800 dg., som är 342830400 dg., och då måste man för 453 öre, som är 100-delen af 453 kr., köpa 100-delen däraf, som är 3428304 dg. eller 342 kg. 8 hg. 30 gr. 4 dg.

(Innan dylika räknefrågor föreläggas barnen, böra de först hufvudsakligen på åskådningens väg göras fullt förtrogna med, att t. ex. ett antal kronor är 100-falden af *samma* antal öre, att ett antal stycken är 12-delen af *samma* antal dussin, att ett antal kilogram är 1000-falden af *samma* antal gram o. s. v. Såväl af andras som egen erfarenhet kan intygas, att barnen lätt förstå beräkningssättet och äro däraf mycket intresserade.) Här nedan visas i a) och b), huru kalkylen ter sig i de bägge fallen, hr R:s kalkyl i a) och undertecknads i b)

a) 75,68 kg.	b) 756800
4,53	453
302,72	22704
37,840	37840
2,2704	30272
342,8304	3428304|00 dg.

Då — såsom förut är nämndt — de flesta bland folkskolans barn nödgas att afsluta sin räknekurs med de hela talen, så är det en tvingande nödvändighet att i denna lära upptaga räknefrågor liknande ofvanstående och de förut omnämnda på sid. 414, som man dagligen träffar på i hemmen, i handelsbodar, på torgen och i det allmänna affärslifvet. När nu barnen vid räkningen med de hela talen blifvit invanda att besvara dylika räknefrågor på ett för dem fullt begripligt sätt, finnes då något förnuftigt skäl att sedan lära dem ett annat beräkningssätt, som de till på köpet ej kunna förstå? Uppkommer någon tidsbesparing genom användande af decimalbråk? Nej — vanligen åtgår längre tid, emedan barnen äro mera förtrogna med de hela talen. — Vidare är tankeansträngningen betydligt större att räkna med decimalbråk än med de hela talen. Detta kan äfven hvarje räknare, som är fullt förtrogen med decimalbrákläran, intyga.

Härmed anser jag mig hafva afgifvit fullt bindande skäl för mina tvenne påståenden: 1) att grundliga insikter i decimalbråksläran ej kunna vinnas utan grundliga insikter i de allmänna bråken, och i följd däraf: 2) att undervisning i decimalbråk omedelbart efter läran om de hela talen är abnorm. Dessa mina bägge påståenden hafva väckt hr R:s synnerliga förbittring. Han har sagt, att de få stå för min räkning, hvilket jag accepterar med största lugn och frimodighet, samt förklarar mig härmed vara beredd, att i hvilken läroanstalt som helst praktiskt visa, att de äro sanna.

Af noten 2) på sid. 162 framgår, att hr R. glömt bort, hvad han själf har skrifvit. — Se sid. 408 i 10:de häftet, där hr R. säger, att lärjungen genom det anförda exemplet »införes på bråklärans svårare områden». I mitt svar ville jag visa läsaren, att detta ej var förhållandet. I »lärogången» är lösningen fullständigt utförd, men detta ville han ej omtala, ty då hade han gått miste om ett »anmärkningsnummer», som tog sig ganska bra ut.

Längst ner på sid. 162 står att läsa följande:

»I min föregående uppsats har jag, för att visa huru hr N. kringgår decimalräkningen, anfört ett exempel ur hr N:s lärogång: »Hvad kosta 7 kg. 8 hg. socker , när 1 kg. socker kostar 85 öre?» — I detta val tror jag mig icke hafva gjort hr N. någon orätt, då om detta exempel med större skäl kan sägas, att bland 1000 räkneuppgifter, som förekomma i affärslifvet, hör 999 stycken till samma art, som ofvanstående, än om det *synbarligen konstruerade*[1]) exempel, han i sin svarsartikel anför: 1 tjog ägg kostar 1 kr. 25 öre, hvad kosta 17 st. ägg?»

Mellan dessa rader framlyser hr R:s stora glädje öfver den funna »godbiten». Att kunna beskylla sin motståndare för att hafva velat föra läsaren bakom ljuset verkar ju mycket godt för ens egen sak. Om jag nu dryper några malörtsdroppar i glädjebägaren, så bör ej hr R. bli alltför ledsen. Var god hr R. och slå upp på sid. 56 i »Lärogången», som hr R. åtagit sig att recensera. Som första exempel i afdelningen XCIII, hvilken har har till rubrik: »prisberäkningar», förekommer först den af hr R. valda ofvan anförda uppgiften Under denna förekommer följande anmärkning:

»Genom denna behandling kunna dessa ytterst viktiga och ofta förekommande prisberäkningsuppgifter upptagas som tilllämpningar till läran om de hela talen».

Häraf bör till och med hr R. finna, att jag ansåg denna uppgift höra till de 999. Som exempel N:o 3 på samma afdelning förekommer: Hvad kosta 7 tjog 14 st. ägg, när 1 tjog kostar 1 kr. 25 öre?

Sålunda bör hr R. finna, att det af mig valda exemplet ej var »konstrueradt» för tillfället för att lura läsaren. Det var gifvet för att visa, att samma beräkningssätt var användbart, då andra än decimalenheter förekomma i uppgiften. Hvad skulle det tjäna till att ånyo behandla samma uppgift, då läsaren förut kände till beräkningssättet, och då jag med skäl kunde förutsätta, att hvarje läsare borde förstå, att jag till de 999 äfven räknade denna uppgift, samt att den af mig valda uppgiften ej var vald på ett bedrägligt sätt? Minst har det kunna falla mig in, att hr R., som hade »lärogången» i sin hand kunde begå två *sådana* oförlåtliga misstag. I ifvern att få klandra märkte ej heller hr R., att dylika uppgifter, hvari decimalenheter förekomma, äro *lättare* än de öfriga. Försök själf!

1) Kursiveradt af undert.

På sid. 163 påstår hr R. fortfarande, att jag genom artificielt beräkningssätt kringgår uppgiften. Jag visade i mitt förra svar: 1:o) att jag stöder mig på rationella grunder; 2:o) att barnen bättre förstå detta beräkningssätt än något annat. För att bevisa sitt påstående tager han till hjälp: ingeniörer, strömfåror, vatten, lutningsförhållanden m. m., han till och med påstår det vara en »naturnödvändighet» att räkna med decimalbråk. Hr R. tyckes ej känna till ordspråket: »Många vägar bära till Rom». För att visa decimalbråklärans förträfflighet(!) skall jag antyda, huru exemplet N:o 2 på sid. 414, hörande till de 999, löses med decimalbråk: kilogramtalet är 1,719 och krontalet 47,25. Först delas 4725 med 1719, då hvarje del blir 2; därefter skall barnet bestämma, hvad 2 skall betyda, på följande sätt. När 4725 betyder *hundradelar* och 1719 *tusendelar*, så skall 2 betyda tior o. s. v. Anser verkligen hr R. detta äfven vara ett »naturnödvändigt» beräkningssätt för barn?

Hr R. har förut anmärkt, att den s. k. positionsmetoden i afseende på klarhet lemnar åtskilligt(!) öfrigt att önska. Ja! den är rent af omöjlig att använda, då barnen ej äro förtrogna med bråkbegreppet, och någon annan metod finnes ej att tillgå, såvida man kräfver, att barnen skola förstå det, hvarmed de sysselsättas — och detta vill ju hr R. Enligt mitt förslag löses denna uppgift lätt med de hela talen på följande sätt: När 1 kg. 7 hg. 19 gr. eller 1719 gram kosta 4725 öre, så måste samma *antal* kilogram d. v. s. 1719 kg. kosta 1000-falden af 4725 öre, som är 4725000 öre, och då måste 1 kg. kosta 1719-delen af 4725000 öre, som är 2749 öre eller 27 kr. 49 öre. Skälet till att ej hr R. illustrerat sin oppositon med uträkning af dylika uppgifter medelst division i decimalbråk är lätt funnet. Han hade därigenom trädt i opposition med sig själf d. v. s. öfvergått på min sida.

(Forts.)

K. P. Nordlund.

Ifrågasatta reformer vid räkneunder-visningen.

Svar på hr Rollins uppsats i fjärde häftet af pedagogisk tidskrift för år 1892.

(Forts. från föreg. häfte.)

Jag öfvergår nu till den andra delen af hr R:s svar, som har följande öfverskrift:

De likbenämnda räknesättens enhet.

Hur frestande det än kunde vara att få bemöta *alla* hr R:s »anmärkningar och iakttagelser», så tvingas jag dock — för att ej trötta läsaren — att inskränka mig till de mera viktiga i denna afdelning.

I början af sid. 164 anför hr R. mitt yttrande angående aritmetikens artificiella indelning efter de fyra enkla räknesätten m. m. (som läsaren själf kan genomgå).

Hr R:s stridssätt är särdeles egendomligt. Sedan hr R. anfört mina påståenden, är det hans plikt och skyldighet att vederlägga dem, ty har han ingenting att invända, så är referatet af mina anföranden obefogadt, ty dem känner läsaren förut. I stället för att komma fram med vederläggningen, uttrycker han antingen sin förvåning eller sitt förakt eller sin förkastelsedom öfver det sagda i så bittra ordalag som möjligt. Att föra en strid på detta sätt är synnerligen lätt, men det är ej nobelt.

Oaktadt jag kunde anse mig vara befriad från att vidare yttra mig i detta ämne, så vill jag ändock göra några tillägg till det förut sagda för att ytterligare belysa frågan, som är så utomordentligt viktig. För ändamålet väljes följande räkneuppgift: A. inköpte varor. Han sålde dem med en vinst, hvars förhållande till inköpssumman var $\frac{4}{31}$ d. v. s. vinsten var 4 trettioendelar af inköpssumman. Försäljningssumman var 595 kr. Huru stor var inköpssumman?

När en quatuorspeciesräknare M. skall lösa denna uppgift, så är hans första tanke: hvilket räknesätt skall användas? Han finner det ej, hvarför han vänder sig till läraren, som ger honom den upplysningen, att han skall använda multiplikation (s. k. delningsdivision kan äfven användas; i bråkräkning kan hvilket som helst af dessa bägge s. k. räknesätt användas). M. »multiplicerar» då 595 kr. med $\frac{4}{31}$. Det erhållna svaret förklarar läraren vara oriktigt. Läraren nödgas då upplysa M. om, att »multiplikatorn» skall vara $\frac{31}{35}$ i st. f. $\frac{4}{31}$. Någon förklaring öfver tillkomsten af $\frac{31}{35}$ är mycket svår att afgifva enligt »systemet», hvarför den öfverhoppas. Förekommer någon, så sker den efter en formel, som är annekterad från algebran, om hvilken vetenskap M. ej ens har en aning.

Med detta exempel har jag velat visa, hur vanskligt det är att stödja räkningen på quatuorspecies. Det är ej nog med att finna det räknesätt, som skall användas vid lösningen af en uppgift, hvilket 1869 års kommitterade påstått, utan räknaren måste äfven veta, med hvilka tal han skall räkna. — Slår man in en gång på »räknesättsvägen», så måste man också fortgå på densamma och läraren måste oupphörligen vara beredd på att hjälpa lärjungen fram öfver svårigheterna, antingen genom direkta upplysningar eller genom formler. En formel glömmes mycket fort, emedan han ej förstår den. Men äfven om han kommer i håg den, så vet han ej, när den skall användas. Därtill kommer, att det förståndsodlande elementet i räkningen helt och hållet bortfaller, hvarigenom arbetet blir för lärjungen fullkomligt intresselöst. Kommitterade af år 1869 utdömde, såsom bekant är, de extra räknesätten. Oaktadt nu 23 år äro förgångna, sedan påbudet utfärdades, så finnas de ändock kvar i de flesta räkneböcker och exempelsamlingar. Den enda verkan, som påbudet har haft, är, att rubrikerna »regula de tri», »bolagsräkning» o. s. v. tryckas med fin stil i marginalen i st. f. med fetstil på särskilda rader.

En lärjunge N., som ej är fängslad i quatorspeciesbojorna, löser uppgiften på följande sätt: Emedan förhållandet mellan vinsten och inköpssumman är $\frac{4}{31}$, så skola, om vinsten delas i 4 och inköpssumman i 31 lika delar, vinstens delar blifva lika med inköpssummans delar. Försäljningssumman, som är lika stor med vinsten och inköpssumman tillsammans, består således af 35 (4 + 31) sådana delar. Sålunda delas 595 kr. i 35 lika delar, då hvarje del blir 17 kr. Därefter tages 31-falden af 17 kr., som är 527 kr., hvilken är inköpssumman.

(När läraren förelägger lärjungarne dylika uppgifter, som äro ytterst allmänna, bör han till en början åskådliggöra lösningen genom räta linier uppritade på svarta taflan, som antagas föreställa de i uppgifterna förekommande storheterna. De räta linierna indelas i öfverensstämmelse med uppgifterna.)

Lösningen af en räkneuppgift sönderfaller i tvenne skilda delar: 1) En analys af uppgiften, hvarigenom vägen för räkningen utstakas. 2) Räkningen.

Af dessa delar är den första den svåraste, på samma gång, som den är den mest intresseväckande, därför att den är förståndsodlande. Ordnas nu räkningen efter »räknesätt», såsom nu sker, så bortfaller i de flesta fall den första delen, i det räknaren helt naturligt blott anstränger sig för att finna räknesättet, som skall användas och detta sker i de flesta fall på gissningens väg. Lärjungar, som sakna matematisk begåfning (och deras antal är betydligt öfvervägande), nödgas alltid tillgripa denna utväg. De uppgifter, som vanligen förekomma i exempelsamlingarna, äro därför försiktigtvis så anordnade, att lärjungarne mycket lätt kunna gissa sig till räknesättet. När vid lärare-möten räkneundervisningen någon gång kommer under diskussion, så affattas nästan alltid resolutionen så, att man endast skall eftersträfva räknefärdighet. Med räknefärdighet förstås: *dels* färdighet att analysera en uppgift, *dels* att med eller utan användning af siffror som hjälpmedel verkställa uträkningen. Den diskussion, som föregått resolutionens affattande, ger vid handen, att man med räknefärdighet endast förstått den senare delen. Lärare och lärarinnor resa hem till sina skolor glada och styrkta i sina åsikter samt bedrifva undervisningen såsom förut

d. v. s. de sysselsätta barnen endast med mekanisk räkning. Man skulle nu kunna vänta och hoppas, att barnen skola uppnå stor färdighet och säkerhet, men detta är långt ifrån händelsen. Denna mekaniska räkning inläres oftast på ett mycket lättvindigt sätt: man gifver barnen föreskrifter, huru de skola gå tillväga med siffrorna för att erhålla ett rätt svar i stället för att genom lämpliga åskådningsmedel visa, hvarför de böra gå tillväga på det uppgifna sättet. Åskådningsmedlen tala nämligen till barnen ett språk, som vi lärare ej förmå efterlikna. Genom okunnighet i grunderna för räknemekanismen begå barnen oupphörligen fel, hvarifrån de eljest varit befriade. Det är i synnerhet nollornas sättande på rätta ställen, hvaruti de mest fela. För att så fort som möjligt komma fram med barnen till den mekaniska räkningen, låter läraren dem allt för tidigt syssla med siffrorna, innan talbegreppet är klart. Vidare förbigås helt och hållet de nödiga föröfningarna. Barnen öfverlemnas att sköta sig själfva. Vid sitt räknearbete äro de nödsakade att taga till hjälp: fingrar, punkter, streck m. m., hvarigenom en mängd oarter uppkomma, som sedan äro ytterst svåra att utrota. Kontrollräkning, som är så nödvändig för barnen att använda, förbigås merendels. Den mekaniska räkningens inlärande kräfver af läraren ett planmässigt tillvägagående. Allra minst går det an, att, såsom nu sker, låta barnen sköta sig själfva utan särskilda föröfningar, som skola ske under lärarens ledning.

När jag kommer in i en skola och ser den ena lärjungen sträfva igenom sina 100 additionsexempel, en annan sina 100 subtraktionsexempel o. s. v., så ledes mina tankar till hästar, som stå tjudrade vid pålar och nödgas gnaga och gnaga om igen på det magra betet för att hemta näring.

Räkneundervisningssättet i våra skolor måste ändras så: 1) Att räkningen blir enkel och naturlig, hvarigenom den äfven blir fullt begriplig för barnen och i följd däraf förståndsodlande. 2) Att det språk, som därvid användes, är för barnen fullt fattligt. Modersmålet bör så mycket som möjligt användas, och när tekniska termer hämtade från latinet behöfva anlitas, så bör detta ej ske, förrän de äro nödvändiga, och då böra deras innebörd af läraren så tydligt förklaras, att barnen ej missuppfatta dem, hvilket så ofta plägar vara händelsen. 3) Att lärjungarne kunna reda sig med frågor, som förekomma i det dagliga affärslifvet.

Vi skollärare borde mera än som nu sker taga reda på arten af de frågor, som förekomma i det dagliga affärslifvet, i st. f. att idisla med räkneuppgifter ärfda från forntiden, som aldrig nu förekomma, och som till på köpet mången gång äro falskt beräknade (sammansatta regula de tri-uppgifter). Våra sociala förhållanden, som blifva allt mer och mer invecklade, gifva uppslag till nya räkneuppgifter. — När det nu omöjligen kan medhinnas i våra skolor att genomgå alla arter af räkneuppgifter, så är det en tvingande nödvändighet att bedrifva undervisningen så, att den blir verkligt förståndsodlande. Sker detta, så skola sedan våra lärjungar på egen hand eller med en ringa hjälp kunna lösa de räkneuppgifter, som sedan möta dem i det praktiska lifvet.

På sidan 44 i mitt förra svar nämnde jag, att man i bråkläran vid tydandet af en del produkter och förhållanden (kvoter) måste utbyta *delarnes antal* mot *förhållande*, *det hela* mot *den föregående* och *hvarje del* mot *den efterföljande*, men anmärkte, att man redan i läran om de hela talen kunnat upptaga dessa benämningar, hvarigenom full öfverensstämmelse vunnits, och att det var *pedagogiska* skäl, som höllo mig tillbaka, ty *delarnes antal* var för barnen lättfattligare än *förhållande*. Därpå svarar hr R.:

»Principen för aritmetikens behandling har han (undert.) funnit i begreppen det hela, delarna och deras antal. Men han nödgas snart nog medgifva, att den ej alltid kan användas vid tydandet af produkter och förhållanden (kvoter) på bråklärans område.»

På sid. 42 i mitt svar står, att principen om det hela, delarna och deras antal är synnerligen lämplig till att göra barnen förtrogna med talen och deras egenskaper, hvilket är någonting helt annat, än hvad hr R. sagt. — Vidare anmärkes, att, om *pedagogiska* skäl ingenting betyda för hr R., så borde åtminstone hans hederskänsla förbjuda honom, att, när han anför sin motståndares yttranden, utesluta dem, som för motståndaren äro de viktigaste. För öfrigt borde hr R. känna till: att allt hvad som gäller om det allmänna äfven gäller om det enskilda; men att allt hvad som gäller det enskilda ej alltid gäller om det allmänna. (Det är just mot denna sistnämnda lag, som »systemet» brutit, då det i bråkläran upptagit orden »multiplicera» och »dividera», som passa i läran om de hela talen, men ej i läran om bråktalen. Uttrycket: »multiplicera med en fjärdedel» är en orimlighet, ty orden »multiplicera» och »fjärdedel» motsäga hvarandra. Man har här begått samma fel, som jag skulle hafva gjort, ifall jag sagt delarnas antal vara »*en fjärdedel*» »Man ser grandet i sin broders öga, men bjälken i sitt eget blifver man icke varse.») Hr R. måtte anse tidskriftens läsare sakna all omdömesförmåga, då han tillåter sig, att dels förvrida dels stympa sin motståndares anförande.

Längre ned på sidan 164 säger hr R.:

»Han (undert.) uttrycker sin förvåning öfver, att man vid bråkräkning icke upptagit begreppet *förhållande*, hvarigenom alla svårigheter skulle vara undanröjda. Hvad väsentligt skulle vara vunnet med upptagande af detta *namn*, må lemnas därhän, ty *saken* är, såsom jag förut erinrat, redan tillstädes och definierad i och med kvoten vid innehållsdivision.»

Om hr R. förelägger sina lärjungar uppgifter hämtade från »Lärogången», sid. 101—106, så torde det ganska snart bli klart äfven för hr R., huru nödvändigt det är att skilja mellan två så skilda begrepp som *kvot* och *förhållande*, när talläran tillämpas på *verkliga* storheter. Låtom oss nu till en början granska definitionen å den s. k. innehållsdivisionskvoten, sådan den allmänt förekommer uti läroböckerna.

»Kvoten mellan tvenne storheter a och b af samma slag, är det tal, som utmärker, huru många gånger b innehålles i a.» Denna definition är strängt taget blott giltig, då a är en mångfald af b. Den är alldeles oduglig, då b är större än a, ty om en storhet kan man aldrig säga, att den innehålles i en mindre. Definitionen är således *för trång* och således enligt den obevekliga logiken *falsk*. Emellertid har den gällt som riktig, och man har utgått från denna falska definition för att leda sig till sättet att beräkna en »innehållsdivisionskvot». Antag den, som skall beräknas, vara:

$$\frac{3}{4} \text{ m.} : \frac{5}{6} \text{ m.}$$

(Vanligen användas för ändamålet ej verkliga storheter utan tal, hvarigenom härledningen blir ännu ofattligare.)

Det sker på följande »klassiska» sätt: $\frac{1}{6}$ m. innehålles i 1 m. 6 ggr, således innehålles $\frac{1}{6}$ m. i $\frac{1}{4}$ m., som är 4 ggr mindre, 4 ggr mindre än 6 d. v. s. $\frac{6}{4}$ ggr. Uti $\frac{3}{4}$ m., som är 3 ggr större än $\frac{1}{4}$ m. måste $\frac{1}{6}$ m. innehållas 3 ggr mer, d. v. s. $\frac{18}{4}$ ggr, då måste $\frac{5}{6}$ m., som är 5 ggr mer än $\frac{1}{6}$ m. innehållas i $\frac{3}{4}$ m. 5 ggr mindre, således $\frac{18}{20}$ eller $\frac{9}{10}$ ggr.

Därur extraheras receptet för den s. k. »innehållsdivisionen»: »vänd upp och ner på divisorn och multiplicera», hvilken är densamma, som gäller för den s. k. delningsdivisionen.

Tror verkligen hr R., att barnen *kunna* fatta definitionen och den därur gjorda härledningen, som vimlar af oriktiga uttryckssätt, och är det tänkbart att lärjungen skall hafva någon nytta af ofvanstående sammelsurium, då det blir fråga om att tillämpa sina med »svett och möda» förvärfvade kunskaper på lösning af praktiska räkneuppgifter? — Att förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. är $\frac{9}{10}$ kan lätt tydliggöras för barnen. Bägge längderna uppritas på svarta taflan och uppdelas i delar, som äro lika stora med längdernas största jämna del, som är $\frac{1}{12}$ m. Längden $\frac{3}{4}$ m. innehåller då 9 och $\frac{5}{6}$ m. 10 delar. Längden $\frac{3}{4}$ m. innehåller således 9 delar, som äro tiondelar af $\frac{5}{6}$ m., hvadan man säger, att

$\frac{3}{4}$ m. är 9 tiondelar af $\frac{5}{6}$ m. eller med andra ord:

Förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. är $\frac{9}{10}$, som återgifves i matematisk skrift med

$$\frac{3}{4} \text{ m.} : \frac{5}{6} \text{ m.} = \frac{9}{10}.$$

(Öfversättningen: »$\frac{5}{6}$ m. innehålles i $\frac{3}{4}$ m. $\frac{9}{10}$ gånger» af denna likhet är orimlig.)

I ofvanstående sats förekomma tvenne längder $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m., hvilka jämföras med hvarandra, samt ett tal $\frac{9}{10}$, som angifver sambandet dem emellan. Allteftersom man i satsen vill framhålla $\frac{3}{4}$ m. (den föregående) storheten, som jämföres, eller $\frac{5}{6}$ m. (den efterföljande) storheten, i afseende på hvilken jämförelsen sker, eller talet $\frac{9}{10}$ (förhållandet) återgifves sambandet på följande tre sätt:

$$1)\ \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}\text{ m.} = \frac{3}{4}\text{ m.}$$

$$2)\ \frac{3}{4}\text{ m.} : \frac{9}{10} = \frac{5}{6}\text{ m.}$$

$$3)\ \frac{3}{4}\text{ m.} : \frac{5}{6}\text{ m.} = \frac{9}{10}.$$

Längden $\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$ m. eller $\frac{3}{4}$ m. säges vara *produkt* af $\frac{9}{10}$ och $\frac{5}{6}$ m., längden $\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$ eller $\frac{5}{6}$ m. säges vara *kvot* af $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{9}{10}$, samt talet $\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m. eller $\frac{9}{10}$ säges vara förhållandet mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. När man räknar med *verkliga* storheter, så är *kvoten* äfven en verklig storhet (här en längd), då däremot *förhållandet* alltid är ett tal. (De tekniska termerna *produkt* och *kvot* kunna mycket väl undvaras vid den grundläggande undervisningen i bråkläran och dess tillämpningar. Däremot är ordet *förhållande* nödvändigt, emedan det begrepp, som det representerar, är ett af matematikens viktigaste.) Häraf finner man, huru vidt skilda de begreppen äro, som angifvas med orden *förhållande* och *kvot.* Att benämna dem med samma namn, såsom hr R. vill, skulle leda till den största förvirring och oreda. För mig är det ofattligt, huru en framgångsrik undervisning i bråkläran och dess tillämpningar skall kunna ske utan ett strängt åtskiljande af de bägge begreppen genom särskilda namn. Man kan sätta i fråga, huruvida *namnet* »förhållande» är lämpligt eller ej. Olika författare hafva föreslagit följande benämningar: *mätetal*, *måttstal*, *storlekstal*, *ration*, *rationsexponent* m. fl., men emedan den allmännast använda är *förhållande*, har den af mig blifvit vald. Häraf bör det blifva klart äfven för hr R., att det ej är mitt påfund att åtskilja de bägge begreppen genom särskilda namn. Ytterligare skäl må anföras: Analogien

$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{5}{6}$ m. = 18 kr. : 20 kr. öfversättes med:

förhållandet (ej kvot) mellan $\frac{3}{4}$ m. och $\frac{5}{6}$ m. är lika med förhållandet mellan 18 kr. och 20 kr, emedan det ena såväl som det andra förhållandet är talet $\frac{9}{10}$.

(Skulle m. borttagas efter $\frac{5}{6}$ och kr. efter 20, så skulle analogien (ekvation) blifva orimlig, emedan den förra *kvoten*, är $\frac{9}{10}$ m. och den andra är $\frac{9}{10}$ kr., hvilka naturligtvis ej äro lika stora. Skulle bägge m. och bägge kr. borttagas, så skulle den åter blifva sann och då kunde man tyda bägge talen, antingen som *kvoter* eller som *förhållanden.*) Vidare kan anföras, att i matematiska och fysiska läroböcker användes alltid ordet *förhållande* (ej kvot) i definitionerna å π, de trigonometriska talen, egentlig vikt, egentligt värme o. s. v. När nu ordet *förhållande* oupphörligen förekommer i den matematiska literaturen, så kan det ej annat än väcka synnerlig förvåning, att det begrepp, som motsvarar ordet ej klargöres för lärjungarne. När detta ord sedan möter dem i matematiken, så befinnas de ega de mest dunkla och virriga föreställningar om detta ords innebörd. Felet består däri, att man på en mycket kort tid genomgår en abstrakt bråklära, där kvot och förhållande sammanblandas, och därefter tillämpar denna på konkreta storheter. I forna tider gällde som lag vid undervisningen, att man skulle börja med det abstrakta och därefter öfvergå till det konkreta. Man fann sedan, att denna abstrakta undervisning lemnade blott en ytlig minneskunskap, som för lärjungen var oanvändbar. Därefter yrkades, att undervisningen i det abstrakta och det konkreta skulle gå jämsides. I den pedagogiska världen har nu en annan vind börjat blåsa. Man yrkar nu, att lärjungarne först skola göras *fullt* förtrogne med det konkreta och därefter öfvergå så småningom till det abstrakta, hvarvid synnerlig vikt fästes vid, att lärjungarna öfvas, att själfva ur det konkreta leda sig till regeln, som då blir för dem verkligt lefvande. Öfverallt hör man fullt berättigade klagomål öfver de små resultat, som räkneundervisningen i våra skolor lemnar. Regeringen tillsätter kommittéer för att råda bot för det onda. En mängd läroböcker och exempelsamlingar utarbetas och omarbetas i öfverensstämmelse med kommitteernas betänkanden (man förvånar sig med skäl öfver de respektive författarnes beredvillighet och tillmötesgående att foga sig efter hvarje nytt förslag). Stundom ser man, att en och annan författare bjuder till att vara själfständig och ger ut räkneböcker med *regler* trots kommitterades »betänkande».

(Får man sätta tro till förläggares annonser, så skulle det hafva skett på yrkande af lärare och till och med — folkskoleinspektörer.) Meningen är naturligtvis, att barnen skola inlära dessa *regler*. Om dylika böcker med *regler* komma till större användning i våra skolor, så har undervisningen i räkning tagit ett *stort* steg — baklänges. Det var längesedan pedagogiken utdömde reglerna vid den första undervisningen.

Nya böcker antagas i skolorna och utbytas efter en kort tid mot andra, då ingen förbättring inträder, oaktadt lärarne anstränga sig af alla krafter. Man har aldrig ens satt i fråga, att felet möjligen kunde ligga i räknelärans ordnande efter quatuorspecies. Min enskilda tro är, att felet just ligger däri, och att någon märkbar förbättring ej skall ernås, förrän man slår in på en annan väg, som är för barnen enklare och naturligare.

På sid. 45 af mitt förra svar nämnde jag, att ordet *multiplicera* i bråkläran stundom betyder *mångfaldiga,* stundom *dela*, stundom *bäggedera i förening;* att ordet *dividera* hade samma betydelser, men ändock angaf en annan handling än *multiplicera*, samt anmärkte, att detta var orimligt o. s. v. I slutet af sid. 164 har hr R. anfört dessa mina yttranden — han har till och med anmärkt min djärfhet att hafva skämtat öfver det »högviktiga» ämnet — men trogen sin taktik glömmer han att vederlägga det sagda; han öfvergår i stället genast till den barska »klämmen», hvilken skulle presentera sig ganska bra, ifall den föregåtts af en *grundlig* vederläggning och utredning af frågan, men emedan dessa nu saknas, så sväfvar »klämmen» i luften och gör ett öfvervägande komiskt intryck. »Klämmen» har följande lydelse:

> »När nu läsaren ser dessa åsikter framställda, så väntar han blott, att konsekvensen skall dragas, och att hr N. äfven skall yrka på de gamla räknetecknens afskaffande. Hvad skall man göra med gemensamma tecken för räkningar och resultaten af operationer, hvilka omöjligen kunna sammanfattas i en rimlig definition? Men nej, här stannar hr N:s reformifver, ty ett steg till och rimlighetens gräns vore öfverskriden. Saken och tecknet måste finnas kvar, men namnet får ej användas.»

Hvad »räknetecken», »tecken för räkningar», »tecken för resultaten af operationer» hafva att skaffa med de skiftande och de med hvarandra motsägande betydelserna af orden multiplicera och dividera, har man svårt att fatta. Emedan hr R. ej anfört något angående hufvudfrågan, så vill jag ytterligare redogöra för mina åsikter angående de s. k. operationstecknen, eller som hr R. stundom kallar dem »räknetecken», hvilka han omnämnt i klämmen.

Såväl i »lärogången» som i mitt svar har jag mycket tydligt uttalat, att de s. k. operationstecknen +, —, . eller ×, :, $\sqrt{}$, log, sin., cos, o. s. v. äro tecken, som jämte siffror och bokstäfver användas för att angifva tal eller verkliga storheter, samt att det är en *missuppfattning* att betrakta dem såsom tecken för vissa räkningar, som skola verkställas med talen, som de åtskilja. (Man skulle kunna kalla dessa tecken extra taltecken.) Jag har vidare påpekat, att det endast är de bestämda hela talen, som ensamt med siffror kunna betecknas. För betecknandet af de öfriga talen, hvilkas antal är oändligt många gånger större än de bestämda hela talens, äro dessa tecken nödvändiga. Därtill kommer mitt uttalade omdöme, att vårt talbeteckningssystem är utmärkt. Oaktadt hr R. känner till allt detta, så har han ändock »panna» att påstå, att konsekvensen af mina yttranden är dessa teckens afskaffande. — Det hade varit hr R:s uppgift att visa, att min uppfattning är oriktig, innan han framkommit med sina högtrafvande fraser, men detta har han ej gjort, utan tvärtom gifvit mig rätt i min uppfattning, men sagt, att man skall dröja med uttalandet af den fulla sanningen, till dess lärjungarne kommit fram till algebran, då man skall — såsom hr R. behagar uttrycka sig — »modifiera och precisera» de förut använda definitionerna. — Mer härom i det följande.

Jag öfvergår nu till en fullständigare utredning af dessa teckens betydelse. Man öfversätter »7 + 8 + 9» med: Du skall addera talen 7, 8 och 9 och »85 : 5» med: »Du skall dividera 85 med 5», och allting är godt och väl. Så träffar man på »3 : 7», som lärjungen naturligtvis äfven öfversätter med: »Du skall dividera 3 med 7». Lärjungen är då »ställd»; han kan ej företaga sig någonting. Likväl säger hr R. på sid. 411 i sin anmälan: »Likaså fattar han (lärjungen) *lätt*[1]), att »3 : 7» betyder, att 3 *skall*[1]) delas i 7 lika delar». Huru det är möjligt för lärjungen

1) Kursiveradt af undert.

att fatta, att en handling *skall* verkställas, som är outförbar, är för mig en gåta. Var det då så underligt, att jag af hr R. fordrade en redogörelse för, huru denna räkning *skulle* ske, då han sagt, att lärjungen *lätt* fattar den? (Se noten å sid. 163.) När lärjungarne kommo till sådana uttryck som »3 : 7», så borde läraren hafva sagt, att den öfversättning, som hitintills blifvit gifven, var *falsk* (definitionen på uttryckets betydelse var *för trång* och således enligt logikens obevekliga lagar *falsk*) samt anfört den rätta tydningen. I stället uppfann man — för att rädda situationen — följande öfversättning: »3 : 7» är en tecknad division (härifrån härleder sig det märkliga uttryckssättet: »tecknad räkning»), hvilken öfversättning är fullkomligt meningslös. Den var blott afsedd att lura barn (»knepet» har ej heller lyckats finna efterföljd vid tydningen af de öfriga »extra tecknen»; således säger man ej, att t. ex. $\sqrt[5]{7}$ är en tecknad rotutdragning). Nu säger hr R., att den gamla öfversättningen ändock bör följas, emedan den bättre tilltalar barnen än den riktiga, då de genom tecknet få angifvet, hvad som skall *göras*. Hr R. borde hafva uttryckt sig på följande sätt: »Ifrån barndomen har jag blifvit vand vid att uppfatta tecknen på det gamla sättet och inplantat samma åskådningssätt hos mina lärjungar och har ej däraf funnit några menliga följder. Huruvida det vore *bättre* eller *sämre* att genast från början göra barnen förtrogna med tecknens *verkliga* betydelse, kan jag omöjligen yttra mig om, då jag ej pröfvat saken.» — Den ståndpunkt, som nu hr R. intager, har jag äfven intagit. Jag lemnade den för ungefär 30 år sedan och kommer aldrig mer att återvända dit. Sedan denna tid har mitt trägna arbete i skolan och mitt förstånd gifvit mig tydliga anvisningar, att jag genast från början borde för barnen omtala den fulla sanningen. Några menliga följder häraf har jag ej kunnat märka. Barnen fatta lätt tecknens betydelse och verkställa sina räkningar i öfverensstämmelse härmed. (Antalet af de »extra tecken», som behöfvas för den undervisning, som här är i fråga, är fyra. Antalet är således ej afskräckande stort). När de t. ex. få upplysning om, att »$\frac{3}{4}$. 36 kr.» betecknar en penningsumma, som är 3 fjärdedelar af 36 kr., så uppgifva de utan några föreskrifter om räknesätt och uppställningar m. m., att penningsumman är 27 kr., och när de få veta, att »$\frac{3}{7}$ m. : $\frac{1}{2}$» betecknar en längd, hvaraf $\frac{3}{7}$ m. utgör hälften, så säga de, att denna längd är $\frac{6}{7}$ m., utan något mitt åtgörande. Däremot har jag sett och ser ännu oupphörligen många menliga och afskräckande följder af det gamla åskådningssättet. Mångfaldiga gånger har det väckt min förtviflan, då jag till lärjungar, som fullständigt genomgått sina räkneböcker, framställt enkla räknefrågor och i stället för svar erhållit följande: »jag vet ej, hvad jag skall *göra*». Då jag bedt dem genomgå uppgiften och noga begrunda den, hafva de visat sig därtill vara oförmögna, emedan de saknat öfning. Detta är frukten af den »draksäd» man utsått. Uppgifterna, torde någon invända, hafva varit för svåra. Nej — de hafva varit så enkla, att barn, som hafva vants vid att tänka, med lätthet afgifvit rätt svar, oaktadt de ej förr hört dylika frågor.

(Forts.)

K. P. Nordlund.

Några ord i frågan om »lektorer och adjunkter».

Ett litet inlägg i denna fråga torde förtjena ett billigt afseende, ehuru undertecknad icke varit i tillfälle att taga del af alla dertill hörande uppsatser.

Att en lärares kall är lika mödosamt, i hvilken klass han än undervisar, torde i allmänhet kunna medgifvas. Deraf skulle följa, att tjenstgöringstiden i allmänhet borde vara lika stor för alla lärarne vid ett läroverk och bero på behofvet derstädes.

Hvad åter undervisningen i de högre klasserna angår, fordrar denna obestridligt ett större mått af kunskaper och förmåga att följa med vetenskapernas utveckling och framsteg.

Derföre har man såväl här som i andra länder ansett, att de kunnigaste lärarne skulle vara »öfverlärare», och gifvit dem högre lön. Man har af dem fordrat en högre examen, doktorsgraden, och svårare prof. Deras studier och framstegen deri

Ifrågasatta reformer vid räkneundervisningen.

Svar på hr Rollins uppsats i fjärde häftet af pedagogisk tidskrift för år 1892.

(Forts. från föreg. häfte.)

Hr R. har i sin anmälan (sid. 411) fäst sig vid uttrycket »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$», som han lösryckt från sitt sammanhang. (På sid. 459 i detta svar har jag bifogat det ställe i min bok, hvarifrån det blifvit taget.) Emedan hr R. åter i sitt svar upptagit det, så vill jag nu bemöta hans inlägg och sedan granska det vanliga sättet att behandla beräkningen af detsamma. Hr R. säger på sid. 411 : »Ett uttryckssätt som följande: »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» (som utmärker en längd, hvaraf $\frac{3}{4}$ m. utgör 9 tiondelar) kan utbytas mot det enklare tecknet $\frac{5}{6}$ m. innebär ett språk, som icke synes afpassadt för den ifrågavarande ståndpunkten.» I mitt förra svar (sid. 50 och 51) nämnde jag, att denna tydning ej medför några svårigheter för lärjungarna och visade förfaringssättet, samt yttrade slutligen: »hr R. kan ej neka till, att »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» har den ofvan angifna betydelsen. Nu vill hr R., att det dessutom skall beteckna en räkneoperation, som skall företagas med längden $\frac{3}{4}$ m. och talet $\frac{9}{10}$. Att i *ett* uttryck inlägga två så olika betydelser är en påtaglig orimlighet.» Därpå svarar nu hr R., att man har rätt att tillägga en beteckning den betydelse, hvarom man vill komma öfverens. Detta är sant, men med ett *mycket viktigt* förbehåll, och detta är, att man ej förut öfverenskommit om, att tecknet skall hafva en annan betydelse. Och det är just detta förhållande, som här eger rum. Hvarje matematiker *måste* erkänna, att »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» betecknar en längd, hvaraf $\frac{3}{4}$ m. utgör 9 tiondelar, och då kan man ej öfverenskomma om en annan betydelse åt uttrycket. Sedan man t. ex. öfverenskommit, att siffran 7 skall vara tecken för talet *sju*, så går det ej an att sedan öfverenskomma, att tecknet 7 äfven skall vara tecken t. ex. för talet »femtisex». Skulle ett sådant självsvåld få inrota sig, så blefve studium af matematik sedan en omöjlighet. Det är just denna dubbeltydning, som af hr R. förordas, och som åstadkommit så mycken oreda och förvillelse vid räkneundervisningen., Att, såsom hr R. föreslår, till en början tala till barnen en »modifierad» sanning (= tala osanning) och sedermera först i algebran »modifiera och precisera» det osanna (= tala sanning) är absolut förkastligt och leder till de svåraste följder, såsom förut är visadt. Nu frågas: har man i algebran verkligen gifvit tecknen sin *verkliga* betydelse? Nej. — Man uppfattar dem äfven där som tecken för någonting, som skall *göras* (det är ej så lätt, som hr R. tror, att få lärjungarna att ombyta åskådningssätt). — Detta framstår allra tydligast i ekvationsläran, som inledes med en mängd föreskrifter, huru lärjungarna skola *göra,* för att erhålla ett rätt svar, hvarvid användas sådana uttryckssätt som: *hyfsa, flytta öfver, stryka ut, skaffa bort, jaga bort, taga bort genom motsatt operation* o, s. v., hvilka syfta på taltecknen och ej på de begrepp, som de representera. Hade nu lärjungarne från början fått lära sig att rätt tyda den matematiska skriftens innehåll, så hade alla dessa klumpiga och vilseledande föreskrifter varit öfverflödiga, och lärjungarna hade kunnat reda sig hufvudsakligen på egen hand, om uppgifterna blifvit genetiskt ordnade. Ekvationsläran hade i sådant fall kunnat upptagas redan i början af algebran och behandlats jämsides med det öfriga, som strängt taget är ett bihang till ekvationsläran, hvilken är algebrans kärna. Därtill kan läggas, att det är denna lära, som mest intresserar lärjungarne, emedan de märka, hvartill den är gagnelig.

Nu skall visas, huru man förfar vid beräkningen af »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$». Läraren säger, att »$\frac{3}{4}$ m. : $\frac{9}{10}$» betyder, att man skall dividera $\frac{3}{4}$ m. med $\frac{9}{10}$; därefter visar läraren, huru divisionen tillgår, nämligen: att tecknet (:) utbytes mot (.) samt $\frac{9}{10}$ mot $\frac{10}{9}$; slutligen förkortas produktbråket »korsvis» och multiplikationen verkställes i täljaren och nämnaren, hvarefter svaret $\frac{5}{6}$ m. är färdigt. — Mot detta sätt anmärkes, att lärjungen ej får klart, hvad division egentligen är, han får blott en artificiel (ordet här taget i sin egentliga betydelse) anvisning, huru han skall få ett rätt svar. Följden häraf blir, att han vid lösningen af praktiska uppgifter ej inser, när han skall följa den gifna anvisningen, hvilket erfarenheten dagligen bekräftar. Om läraren använder ordet »dividera», så borde han hafva upplyst lärjungen, hvad som menas med att dividera. I sådant fall skulle han säga: att dividera $\frac{3}{4}$ m. med $\frac{9}{10}$ betyder: att finna en längd, hvaraf $\frac{3}{4}$ m. utgör 9 tiondelar, hvilket sammanfaller med min bestämning. Att använda ordet »dividera» är högst olämpligt, då lärjungen förut fått sig meddelad en bestämning om detta ords betydelse, som är stridande mot den nya.

På sid. 411 i hr R:s anmälan står:

»När för öfrigt författaren vill, att 15 böcker: 3 skall betyda delarnas storlek och 15 böcker : 3 böcker delarnas antal, så synes han råka ut för just den oegentlighet, att *ett och samma* betecknar olika saker.»

Huru är det möjligt att tyda denna sats på mer än ett sätt, nämligen att »15 böcker : 3» och »15 böcker : 3 böcker» äro *ett och samma?* Nu vill hr R. hafva satsen tydd så som om efter orden *ett och samma* stode: *tecken (:)*, och säger, att jag tyder den på ett *underligt* sätt. Genom denna tillsats efter »ett och samma» förbättras ej saken för hr R. — Att jag använder tecknet (:) i dessa tvenne olika bemärkelser har sin grund helt enkelt däri, att jag följt en allmän öfverenskommelse, som är gjord i den matematiska världen, hvarom hr R. ej borde vara okunnig (här »spöka» åter *kvot* och *förhållande*). Något misstag kan ej ega rum, då uttrycken i sin helhet äro olika. Huruvida det skulle vara ändamålsenligt att använda två olika tecken för att skarpare åtskilja de bägge begreppen är en sak, som ej hör hit att diskutera; faktum är, att de i matematisk skrift angifvas med samma tecken (:), och detta har jag ställt mig till efterrättelse. Undras må, hvad hr R. skulle sagt, om jag komponerat ett nytt tecken. Det är omöjligt för mig att göra hr R. till lags.

Hr R. har sitt eget sätt att fatta ords betydelser, som äro helt och hållet afvikande från den allmänna uppfattningen. Sålunda påstår hr R. på sid. 166 i sitt svar, att i *lösningen* af en räkneuppgift ej inbegripes analysen utan blott räkningen. Enligt allmänt gängse språkbruk inbegripes i detta ord allt det tankearbete, som kräfves för *svarets* erhållande. Skulle en person A., som skall besvara en räkneuppgift, sakna förmåga att verkställa hela analysen eller en del däraf, och nödgas anlita en annans hjälp, så säger man *allmänt*, att A. har haft hjälp med *lösningen*, hvaraf tydligen framgår, att språkbruket inbegriper under ordet *lösning* äfven analysen.

Ett upplysande exempel må anföras: Sju personer i ett sällskap taga afsked af hvarandra genom handslag. Huru många handslag verkställdes? A., som skall besvara denna fråga, kan det ej, utan vänder sig till B. och begär upplysning. B. säger då: föreställ dig personerna ordnade i ett led. Föreställ dig vidare, att den första i ledet tar afsked af alla de öfriga samt sedan lemnar sällskapet. Föreställ dig, att den andra gör på samma sätt o. s. v. Efter dessa vinkar finner A. själf lätt, huru svaret 21 erhålles, nämligen genom addition af talen 6, 5, 4, 3, 2 och 1. Om nu hr R. framställer frågan: »Har A. ensam *löst* frågan?» till en person hvilken som helst, så skall han svara: Nej. — Hr R. torde nu således själf inse, att hans tydning af ordet *lösning* är helt och hållet stridande mot det allmänna språkbruket.

Sedan hr R. skref sin anmälan har han gjort en *stor* upptäckt. I slutet af sid. 166 läses den och har följande lydelse: »Det är *ett stort misstag*)* att man kallar delarnas antal för multiplikator eller divisor eller kvot. Delarnes antal kallas för delarnes antal helt enkelt. Men när man så utrönt uppgiftens art, så inser man, hvilket räknesätt, som leder till dess lösning, och då händer, att *det tal, som anger delarnes antal*[1]), ena gången blir multiplikator, andra gången divisor, helt enkelt därför, att uppgiften i det ena fallet var en helt annan än i det andra.»

Till en början anmärkes, att ordställningen: *det tal, som anger delarnes antal* är den klaraste tavtologi; den bör i stället vara: *delarnes antal.* Jag har mycket grubblat öfver, hvad det »långa talet» skall betyda, men misslyckats. Personer hafva blif-

1) Kursiveradt af undert.

vit rådfrågade, men de hafva ej heller kunnat tyda gåtan. Att delarnes antal *blir* multiplikator, men ej får *kallas* multiplikator etc., är så höglärdt, att jag ej mäktar fatta det. Låtom oss taga ett exempel: A. delade sin kassa i 7 lika delar. Hvarje del var 85 öre. Huru stor var A:s kassa? Här är tydligen delarnes antal 7. När nu »talen ställas upp», 85 öre ofvanför och 7 nedanför, så kallas ju delarnes antal 7 multiplikator och 85 öre multiplikand. Hr R. borde hafva gifvit definitioner på multiplikator, divisor och kvot, ty *han* måste åt dessa ord ge en annan tydning, än vi andra dödlige. När hr R. gjort detta, så kunna vi vidare talas vid om saken; intilldess lemna vi den *stora* upptäckten åt sitt öde.

På sid. 47 i mitt svar anmärktes, att man ej varit konsekvent vid namngifvandet af räknesätt. Sålunda finnas ej namn för sätten att finna en vinkels sinus, cosinus, ett tals logaritm o. s. v. Skälet dertill angafs af mig vara, att matematikern ej har behof däraf. Hr R. däremot uppger skälet vara, att vi begagna oss af tabeller, hvilka mödosamt blifvit utarbetade af lärda män. Är detta skälet riktigt, så borde äfven räknesätten multiplikation och division vara öfverflödiga, emedan vi använda tabeller vid dessa räkningar. Deras utarbetande har visserligen ej varit mödosamt, men icke kan detta inverka på saken. Ej heller kan det bero därpå, att vi hämta talen ur bok i stället för ur minnet. Vidare få lärjungarne i skolorna mycket ofta till uppgift att beräkna tals logaritmer, vinklars sinus och cosinus o. s. v. utan att använda tabeller. För öfrigt är t. ex. »räknesättet» för finnandet af t. ex. log till $\sqrt[7]{0.75689 \cdot \sqrt{11}}$ med tabeller tillräckligt inveckladt för att förtjäna ett eget namn; men som sagdt, det har visat sig vara öfverflödigt. Hr R:s skäl kan sålunda ej vara det rätta.

På samma sid. 47 fäste jag uppmärksamheten vid de olämpliga benämningarne: delningsdivision och innehållsdivision. Hr R. anser äfven, att läroboksförfattarne kunde hafva infört några lämpligare, men gör följande märkliga tillägg: »att de (namnen) oaktadt så talrika invändningar, dock trängt sig fram, bevisar blott, att de äro oumbärliga(!), något som jag i min föregående uppsats velat påpeka.»

Hr R. tyckes hysa samma åsigter som klassikern S., hvilken yttrade: »När man en gång begått en dumhet, så skall man också soutenera den.» Om hr R. genomläser Tegnérs utmärkta arbete: »Språkets makt öfver tanken», så torde han komma på andra tankar i denna för oss lärare så ytterst viktiga sak. Vi kunna ej vara nog uppmärksamma på det språk, som vi tala till våra lärjungar, och när vi en gång funnit, att en benämning är oriktig, så är den äfven skadlig, och då är det vår *plikt* att med all kraft verka för dess utrotande. Att namnen delningsdivision och innehållsvision samt delvis betydelsen af dessa ord hafva trängt sig fram till lärare och lärarinnor är mig bekant, men däremot hafva de ej trängt sig fram till lärjungarna, ty när man frågar dem i ämnet, får man ej något svar.

De ifrågavarande benämningarna började att användas omkring år 1860. Man märkte vid delningen af t. ex. en penningsumma, att man borde göra barnen noga uppmärksamma på den stora skillnaden mellan *delarnes antal* och *hvarje del* samt trodde då, att detta bäst skulle ske genom antagande af de bägge intetsägande benämningarna.

Förslaget hade ej åsyftad verkan, ty barnen begrepo ej, hvad som menades med dem. — Huru man på ett mycket enkelt sätt kan komma från namnen på »räknesätten», och så att barnen fullt fatta själfva saken, skall visas genom en redogörelse för lösningen af tvenne uppgifter. 1) För 24 kr. köpas 936 ark skrifpapper. Huru mycket köpes för 1 kr.? *Svar:* 39 ark. *Förklaring:* 936 ark delas i 24 lika delar. Hvarje del innehåller då 39 ark, således köpas för 1 kr. 39 ark. 2) Huru många böcker skrifpapper erhållas af 936 ark? *Svar:* 39. *Förklaring:* 936 ark delas så, att hvarje del innehåller 24 ark eller 1 bok. Delarnes antal blir då 39, således är böckernas antal 39.

Skulle dessa uppgifter lösas af en person, som ej lärt sig använda siffror, men hade pappersarken till hands, så skulle han gå tillväga med arken på ofvan uppgifna sätt för att erhålla svaren. Därför är det så lätt att genom åskådningsmedel för barnen klargöra skillnaden mellan dessa bägge uppgifter, ehuru räknemekanismen är densamma. Detta behandlingssätt anser hr R. naturligtvis vara för simpelt. — Inga latinska benämningar och inga namn på räknesätt förekomma.

Denna fråga står i nära samband med en annan viktig fråga. I min »lärogång» är upptagen en mängd vid räkneundervisningen förekommande termer och uttryck, som dels äro öfverflödiga dels bevisligen oriktiga; äfvenså finnas förslag till nya benämningar i st. f. de utdömdas. Vore det ej nödvändigt att dessa viktiga frågor upptogos till behandling af lärarne i räkning. Till en början kunde den viktiga saken diskuteras i tidskrifter och skoltidningar samt sedan vid lärarемöten slutbehandlas. Både lärare och lärjungar lida mycket af det närvarande tillståndet. En lärare tvingas mången gång att vid undervisningen ändra oriktiga uttryck, som barnen inlärt af en annan lärare. Icke sällan händer det, att bevisligen riktiga uttryck blifvit af lärare utbytta mot falska. Att barnen skola lida mycket af denna villervalla, då de för den ene läraren skall uttrycka sig på ett sätt och för en annan på ett annat sätt, är lätt att inse. Slutet blir, att de ej våga lita på lärarens utsago. Det har väckt min synnerliga förvåning, att de kommitteer, som haft till uppgift att granska utgifna läroböcker i räkning, med en så len hand berört denna sak, oaktadt den med skäl räknas till undervisningens hjärtpunkter.

Jag går nu att bemöta det, som hr R. yttrat på senare delen af sid. 167, som läsaren torde genomgå. Sammanfattningen af det sagda är: att, om 1 kilogram af en vara kostar ett uppgifvet pris, så erhålles priset på ett helt antal kilogram af samma vara genom prisets multiplikation med det hela talet. Är kilogramtalet ett bråk, så fordrar »konsekvensen», att man äfven då skall *säga*, att svaret erhålles genom prisets multiplikation med bråket. När priset å ett helt antal kilogram är gifvet, så erhålles priset å 1 kilogram genom prisets division med det hela talet. Är kilogramtalet ett bråk, så fordrar äfvenledes »konsekvensen», att man äfven då skall *säga*, att räknesättet är division.

Låtom oss i föreställningen åhöra en lektion, som hr R. håller med en lärjunge L.! Hr R. tillämpar naturligtvis sina principer. Hr R.: 1 kilogram socker kostar 72 öre. Hvad kostar $\frac{1}{4}$ kg. af samma vara? L.: 18 öre. Hr R.: Det är rätt. Hvilket räknesätt använde du? L.: Division. Hr R.: Nej — du använde multiplikation. L.: Det är besynnerligt; hr R. har själf lärt mig det räknesätt, som jag nu begagnade och då kallade han det division. Hvarför skall det nu kallas multiplikation? Hr R. framställer då dogmen »om de likbenämnda räknesättens enhet», men utan åsyftad verkan. Slutligen säger hr R.: »Det kan tyckas vara besynnerligt, men om du kommer så långt i dina studier, att du får läsa algebra, så skall saken blifva klar.» L.: Jaså — algebran måtte vara en högst märkvärdig vetenskap. Därefter framställer hr R. följande uppgift: $\frac{1}{4}$ kilogram kaffe kostar 48 öre. Hvad kostar 1 kg. af samma vara? L.: 1 kr. 92 öre. Hr R.: Det är rätt. Hvilket räknesätt använde du? L.: Multiplikation. Hr R.: Det är orätt. — Fortsättningen lika med det föregående.

På detta sätt gestaltar sig läran »om de likbenämnda räknesättens enhet» och dess tillämpning i skolan. Men dogmen är ej blott i pedagogiskt hänseende förkastlig utan äfven i vetenskapligt, ty ett bland de första och viktigaste kännetecknen på en vetenskap är, att den skall vara fri från motsägelser. Vid dogmens tillämpning träffar man på den ena motsägelsen efter den andra. Hvad man den ena gången sagt vara sant, förklaras vara osant en annan gång. — Förtjänar dylikt namnet vetenskap? Quatuorspecieslärans achilleshäl är och har alltid varit multiplikation och division i **bråk**, och det hjälper ej att genom sofismer, »modifikationer» och tillskrufvade definitioner försöka att uppehålla den sjuka saken. Förr eller senare skall det blifva klart för hvar och en, att det ej längre går an att ordna talläran efter »räknesätt».

När i vår barndom de latinska räknetermerna nådde våra öron, förnummo vi en obehaglig känsla. Vi föreställde oss att bakom de främmande orden dolde sig en mängd mystiska saker, som vi omöjligen kunde fatta. Vi gingo emellertid på i vårt anletes svett och arbetade med siffrorna efter gifna föreskrifter. Vi begrepo ej frågan, ej heller det sätt, som vi, använde, men tack vare vårt ypperliga talbeteckningssystem fingo vi ändock ganska ofta rätta svar. Mycket väl minnas vi huru angenämt det var, när läraren upplyste oss om, att *multiplicera* betydde *mångfaldiga* och att *dividera* betydde *dela*. Vi tyckte oss genom dessa upplysningar åtminstone begripa något af saken. Det var en ljusglimt i den mörka natten. Dessa öfversättningar inetsade sig sedan i våra själar och kunde ej borttagas — allra minst genom några orimliga definitioner. Emellertid funno vi i bråkläran, att dessa ord tilldelades en annan betydelse, men vi iakttogo, att, när tecknet (× eller .) förekom i uttrycket, vi skulle säga multiplicera och när tecknet (:) förekom, skulle vi säga dividera. Något rimligt skäl till denna godtycklighet kunde vi ej finna. Orden *multiplicera*, *dividera*, *multiplikation* och *division* i bråkläran öfvergingo till *slagord*, bakom hvilka doldes en grof okunnighet. Vill man göra sig besvär med att samvetsgrant undersöka saken, så skall man finna, att hos den ungdom, som nu undervisas i våra skolor, råder samma okunnighet. Hvarför kunna ej dessa fyra ord *alltid* få behålla den betydelse, som de en gång erhållit i läran om de hela talen, dit de äfven höra? (Några egentligen nya räknesätt finnas ej i bråkläran, ty vi använda där endast dem vi hafva inhemtat i läran om de hela talen. Hvad som tillkommer i bråkläran är bråkbegreppet. När detta blir klart utredt, reda vi oss sedan med de räknesätt vi inhemtat i läran om de hela talen, såsom vi lätt kunna finna. Skall en produkt eller kvot af två bråk bestämmas, så sker det genom tvenne multiplikationer med hela tal. Hvad addition och substraktion i bråk angår, så äro dessa »räknesätt» mycket invecklade, men några nya räknesätt kräfvas ej. Åtskilliga viktiga satser ur talläran äro nödvändiga att genomgå med lärjungarne, innan de kunna fatta beräkningar af bråks summor och skillnader. Allt detta gör, att dessa äro bland de fyra räknesätten i bråk de svåraste. Emedan addition och substraktion i hela tal äro de lättfattligaste, hafva de blifvit genomgångna före de bägge andra. »Konsekvensen» har sedan bjudit att »de likbenämnda räknesätten» i bråk äfven skulle ställas främst; en anordning, som uppenbarligen strider mot en af pedagogikens grundlagar, som bjuder, att man skall gå från det enklare och lättare till det svårare. — Såsom vi alla veta, är den officiella titeln på quatorspecies: de fyra *enkla* räknesätten i hela tal och bråk. Att addition och subtraktion i bråk blifvit kallade *enkla* räknesätt är en lek med ord och visar, huru gamla oriktiga talesätt kunna få gå oanmärkta.) Hvad är det, som hindrar oss från att säga: att produkten af $\frac{1}{2}$ och 36 är 18, samt att räknesättet är *division;* att produkten af 2 och 36 är 72, och att räknesättet är *multiplikation;* att kvoten af 36 och $\frac{1}{2}$ är 72, och att räknesättet äfven är *multiplikation;* då undslippa vi, att af barnen beslås med tvetalen. Detsamma förekommer ju i potensläran; sålunda säger man: att 2-potensen af 256 är 65536, och att räknesättet är *multiplikation;* $\frac{1}{2}$-potensen af 256 är 16, och att räknesättet är *kvadratrotutdragning*, d. v. s. ett annat räknesätt. För min egen del anser jag det vara öfverflödigt att vid dylika frågors besvarande *namngifva* räknesättet. På frågan: »hvad är kvoten af 32 och $\frac{4}{5}$?» kan lärjungen svara: 5 fjärdedelar af 32, som är 40, hvarigenom han utom afgifvandet af svaret äfven anger, huru han erhållit det. Quatuorspeciesläran har därjämte »aflat af sig» en mängd intetsägande och meningslösa uttryckssätt. I hr R:s svar återfinnas flera dylika, såsom: tecknad räkning, tecknad multiplikation, tecknadt resultat af en operation o. s. v. På ett ställe (sid. 167) säger han till och med, att $\frac{7}{8} \cdot 13\frac{5}{8}$ kg. är multiplikation (här sammanblandas *multiplikation* och *produkt*). Frågas nu: Huru är det möjligt att få någon klarhet i räkning, då man om uttrycket $\frac{7}{8} \cdot 13\frac{5}{8}$ kg., som betecknar en tyngd, hvilken är 7 åttondelar af $13\frac{5}{8}$ kg., säger, att det är multiplikation? Det är sannerligen icke godt att vara med som lärjunge, då undervisningen skall meddelas med användande af dylika uttrycksätt. — Vid den geometriska undervisningen lägges, såsom vi alla veta, en synnerlig stor vikt vid, att lärjungen meddelar bevisen på ett klart och tydligt språk. Att vid den aritmetiska undervisningen ställa samma kraf på lärjungen är ej möjligt, hufvudsakligen af det skäl, att de latinska termerna ej lämpa sig härtill. Därtill kommer lärjungarnes oförmåga att använda dem, emedan de ej förmått fatta deras betydelse. Härigenom försvinner en mycket viktig del af aritmetikens stora värde som uppfostringsmedel.

Ehuru quatuorspeciesläran eller som hr R. kallar den: »traditionella skatten» företer åtskilliga brister och ofullkomligheter, så är den dock i ett fall *ovärderlig* — och det är för författare af räkneböcker och exempelsamlingar. Planen för uppställningen af dylika böcker är på förhand bestämd. (Eljest plägar planen för läroböcker i andra ämnen förorsaka författarne mycket arbete). Den är i hufvudsak ungefär den samma som användes på 1600-talet af Agrelius, hvilkens lärobok enligt Hultman användes här i Sverige i 180 år. De förändringar, som böra vidtagas, inhemtas lätt af sista normalplanen och sista kommitténs betänkande. Några synnerligen djupgående insikter kräfvas således ej af författarne. Valet af uppgifter går äfven synnerligen lätt. Man »omger sig» med en mängd exempelsamlingar (tillgången är riklig) och tillämpar Kajsa Wargs grundsats: »Man tager, när man så hafva kan.» (Citat anses vara öfverflödiga.) Uppgifterna inpassas i de »lådfack» dit de höra. Någon vidlyftig lärareerfarenhet är sålunda äfven obehöflig. En och annan typografisk fint uppfinnes likväl understundom af författaren, som särskildt framhåller den i företalet. Icke så sällan riktar äfven författaren vårt synnerligen rika förråd af oriktiga räknetermer med några nya. — Räkneboken blir fördelaktigt anmäld. Recensenten förklarar exemplen vara väl »valda» och »lagom svåra» — ty att plåga barnen med tankeansträngningar går ej an. Boken skickas sedan till Pål och Per. Pål blir af författaren ombedd att antaga boken i sin skola. Pål, som anser boken vara hvarken bättre eller sämre än de öfriga, säger sig kunna »för gammal vänskaps skull» antaga den lika väl som någon annan. Per, som hyser stort förtroende till Påls omdöme, antar den äfven. Boken får en strykande afsättning — för en tid — sedan blir den utträngd af en annan, som sedan i sin tur delar den förres öde o. s. v. Fabeln lärer: Vill någon bli författare med minsta möjliga insikter och erfarenhet i ett ämne, så bör han välja aritmetiken, så länge quatuorspecies sitta vid styret.

I mitt förra svar anfördes några rader ur en välvillig anmälan af »lärogången» i *Nyt Tidskrift i Mathematik*, som utgifves i Köpenhamn. Ur samma anmälan anför nu hr R., att anmälaren »ikke på alle punkter samstemmer med Forf.» och anser det vara möjligt, att den danske anmälarens uppfattning icke så mycket skiljer sig från hr R:s. Då det är mig fullkomligt obekant, hvilka dessa skiljepunkter äro, så kan jag ej beröfva hr R. detta hopp, hvilket gerna unnas honom. Men hvarför skall hr R. behöfva »gå på andra sidan ån efter vatten»? Hr R. vet mycket väl, att ett »häpnadsväckande» stort antal lärare i matematik hafva samma åsigter som han i de stycken, hvarom vi här afhandlat. Han har ju således stora skäl att vara stolt och belåten.

Till slut uttrycker hr R. en önskan att få höra åsikter uttalade äfven från andra håll beträffande nu berörda frågor. En dylik önskan är äfven min; men för att dessa åsikter skola hafva något värde, så böra de hafva blifvit förvärfvade genom förslagets tillämpning i skolan, då deras uttalande kan blifva af mycket gagn. Den strid, som hr R. har börjat med mig, är blott en liten »förpostfäktning». Hufvuddrabbningen kommer att utkämpas i skolan, dit striden rätteligen bör förläggas.

Slutligen går jag nu att framställa de väsentligaste differenspunkterna mellan det nu rådande undervisningssystemet och mitt förslag.

Det är alla bekant, att en af matematikens hufvuduppgifter är tals och andra storheters jämförelse med hvarandra. Vid denna jämförelse utgår man i elementarmatematiken från trenne olika synpukter. I stället för att uttrycka mig i allmänna ordalag, skall jag, för att tydliggöra saken, välja penningsummorna 81 öre och 3 öre vid de två första jämförelserna och i den tredje talen 81 och 3, emedan en jämförelse af verkliga storheter från den tredje synpunkten ej är möjlig. — Den första jämförelsen består däri, att man undersöker, huru mycket 81 öre öfverskjuter 3 öre. Denna penningsumma är 78 öre. Denna sanning återgifves på svenska språket med:

A) 81 öre är 78 öre mer än 3 öre.

Den andra jämförelsen består däri, att man uppdelar 81 öre så, att hvarje del blir 3 öre, då delarnes antal blir 27. Denna sanning återgifves med:

B) 81 öre är 27-falden af 3 öre.

Den tredje jämförelsen (mellan talen 81 och 3) består däri, att 81 uppdelas i faktorer, som alla äro lika med 3, då deras antal blir 4. Denna sanning återgifves med:

C) 81 är 4-potens af 3.

(Man kan ej säga, att 81 öre är 4-potens af 3 öre.)

I dessa tre fall är det 81 (öre), som jämföres med 3 (öre). Resultatet af jämförelsen blef i första fallet *penningsumman* 78 öre, som kallas *skillnad.* I det andra: *talet* 27, som kallas *förhållande* och i det tredje: *talet* 4, som kaltas *logaritm.* Hvar och en af dessa satser A, B och C innehåller trenne delar: 1) storheten, som jämföres, 2) storheten, i afseende på hvilken jämförelsen sker, 3) storheten, som anger sambandet dem emellan. Nu kan läraren i hvilken som helst af dessa tre satser (typer) bestämma tvenne bland storheterna och låta lärjungen beräkna den tredje, hvilka öfningar äro särdeles lämpliga att inleda ekvationsläran. Hvar och en af dessa tre satser återgifves i matematisk skrift på följande tre olika sätt, allteftersom man vill i satsen framhålla den ena eller den andra af de tre storheterna:

A) 1) 3 öre + 78 öre = 81 öre.
2) 81 öre — 78 öre = 3 öre.
3) 81 öre — 3 öre = 78 öre.

B) 1) 27 . 3 öre = 81 öre.
2) 81 öre : 27 = 3 öre.
3) 81 öre : 3 öre = 27.

C) 1) $3^4 = 81$.
2) $\sqrt[4]{81} = 3$.
3) $\log_3 81 = 4$.

Häraf finna vi, att man för A-typens återgifvande i matematisk skrift nödgats upptaga tvenne hjälptecken + och —. För B-typen användas äfven blott tvenne, nämligen: × eller . och : eller bråkstrecket —. För C-typen användes äfven två, nämligen $\sqrt{}$ och log. Därtill kommer, att 4 (logaritmen) sättes öfverst till höger om 3 (talet i afseende på hvilket jämförelsen sker). Ehuru det är blott typerna A och B, hvarmed vi här hafva att syssla, har ändock C-typen blifvit medtagen för att visa »den röda tråd», som genomgår det hela. Äfven nu kan läraren i en af dessa matematiska Satser, hvilken som helst bestämma två storheter och låta lärjungen bestämma den tredje. Genom dessa öfningar få lärjungarne en inblick i matematikens innandömen och grundläggningen till den viktiga ekvationsläran är lagd. I det gamla systemet har man, af lätt insedda skäl, ej kunnat syssla med någonting annat än sökandet af den storhet, som står till höger om liketstecknet och detta har skett i de flesta fall på ett artificielt sätt, såsom förut är visadt. Vid den grundläggande undervisningen i läran om de hela talen har det i *pedagogiskt* hänseende varit olämpligt att använda ofvanstående allmänna benämningar. I stället hafva blifvit använda: det hela, hvarje del och delarnes antal, sålunda har satsen B) 3 öfversatts med: När det hela (det, som tänkes vara deladt) är 81 öre och hvarje del är 3 öre, så är delarnes antal 27. Vid lösningen af praktiska räkneuppgifter hafva äfven samma termer blifvit använda. När en lärjunge skall redogöra för lösningen af följande räkneuppgift: »Huru många kilogram järn erhållas för 10 kr. 62 öre, då hvarje kilogram kostar 18 öre?», har han svarat: I denna uppgift är *det hela* 1062 öre och hvarje del *18 öre.* Delarnes antal sökes. Efter denna analys af uppgiften företager han sedan den mekaniska räkningen.

Nu kunna analoga matematiska satsformer (ekvationer) uppställas, i fall de jämförda talen äro bråk. (Se sid. 460 i denna uppsats). Häraf framstår otvunget sambandet mellan läran om de hela talen och läran om bråktalen. Skall samma mål ernås på quatuorspeciesvägen, så kan det ej ske på annat sätt än genom brott mot tankelagarna. När de uttryck, som ingå till venster i A- och B-satserna, förekomma enstaka, så användas såsom benämningar på dem: *summa, skillnad, produkt, kvot* och *förhållande.* I de begrepp, som representeras af dessa namn, och som äro förtydligade och förklarade genom ekvationerna, hafva vi ett ytterligare samband mellan de hela talen och bråktalen, utan att behöfva söka denna öfverensstämmelse på ett oärligt sätt. De rätta namnen på tecknen + — . : äro därför *summa-*, *skillnads-*, *produkt-*, *kvot-* och *förhållande*-tecken och ej *additions-*, *subtraktions-* *multiplikations-* och *divisions*-tecken, som nu äro de brukliga här i Sverige, och hvilka åstadkommit så mycken förvirring och oreda. Hufvudskillnaden mellan mitt förslag och det gamla systemet är, att jag börjar så fort som möjligt med att göra barnen förtrogna med den fullständiga matematiska satsen, hvarigenom barnen blifva bättre förtrogna med talens verkliga innebörd, än om de förekomma enstaka. Det gamla systemet däremot utgår från den ena satsdelen (den venstra), som tydes på ett oriktigt sätt, d. v. s. i öfverensstämmelse med quatuorspeciesprincipen. Utom andra menliga följder af denna oriktiga tydning, som jag påvisat i det föregående, tillkommer en mängd från latinet hämtade termer, som man varit nödsakad att släpa med sig, ehuru de varit för barnen helt och hållet obegripliga. I afseende på lärjungarnes förmåga att tillämpa det, som blifvit inlärdt, på lösningen af praktiska uppgifter, så är det en självklar sak, att den lärjunge, som åtnjutit en enkel och naturlig undervisning, som han fullkomligt fattat, bör lättare kunna reda sig, än en annan, som blifvit undervisad efter ett ytterst svårfattligt och ovetenskapligt system.

En strid, analog med denna, har utkämpats på ett annat område, nämligen vid undervisningen i innanläsning. I gamla tider användes vid denna undervisning s. k. innanläsningstabeller. Den första tabellen innehöll ord med två bokstäfver: ba, be, bi, bo, bu o. s. v. För hvarje ny tabell ökades på med en bokstaf. Den sista innehöll ord med många bokstäfver, såsom: kakelugnsmakaregesäll o. s. v. Hvad orden betydde, som barnen utläste, var likgiltigt. Barnen voro indelade i grupper. Hvarje grupp sysslade med sin tabell och läsningen öfvervakades af en s. k. monitör. Läraren satt lugn i katedern och öfvervakade det hela. Så framstod en »upprorsmakare», som störde den idylliska friden. Han sade, att man så fort som möjligt borde låta barnen få läsa fullständiga enkla satser, såsom: »En ko åt hö.» o. s. v. och att läraren skulle samtala med barnen öfver det lästa. Detta naturliga och välbetänkta förslag möttes med en storm af ovilja. Motståndarne funno, att det nya arbetssättet skulle blifva mycket besvärligare (att det skulle blifva intressantare för dem själfva och nyttigare för barnen, togo de ej med i beräkningen); de framdrogo därför både möjliga och omöjliga skäl för det bestående, som naturligtvis var förträffligt, men ändock afgick förslaget med fullständig seger. Någon lärare eller lärarinna torde nu ej finnas, som vill återgå till det gamla. Mellan denna i största korthet skildrade strid, som nu är afslutad, och den, som nu pågår, finnas flere likheter. Huru den nu påbörjade striden skall sluta, kommer framtiden att utvisa.

I denna min uppsats har jag nu framlagt hufvudgrunderna af mitt s. k. reformförslag. Det tillhör nu läsaren att döma i frågan. På det att läsaren må kunna fälla en objektiv dom, bör han i föreställningen sätta sig ned på skolbänken utan alla förutsättningar — hvilket är ganska svårt — och försöka att se saken med lärjungens ögon, ty det är från denna synpunkt förslaget är utarbetadt. Min sträfvan har alltid varit att med matematiken som hjälpmedel uppfostra lärjungarne till själfständigt tänkande människor. Under detta mitt arbete har jag af lärjungarna själfva erhållit många ovärderliga vinkar och upplysningar, som kommit mitt förslag till godo. De fleste lärare i matematik, som äro fullt nöjda med räkneundervisningens närvarande tillstånd, hafva på det högsta ogillat mitt uppträdande. Personer, som ej varit kompetenta att yttra sig i frågan, hafva stödt sig på fackmännens omdömen och uttalat sin förkastelsedom, mången gång i bittrare ordalag än fackmännen själfva hafva gjort. De borde hafva besinnat, att en fackmans omdöme stundom kan vara osant, och detta borde hafva hållit tillbaka den hårda domen. Vanligen sakna fackmännen erfarenhet i den grundläggande undervisningen i räkning, ty de anse det vara under sin värdighet att sysselsätta sig med någonting så simpelt. Någon förhoppning, att mina ord skola rubba dessa personers fasta tro på det beståendes förträfflighet, har jag aldrig vågat hysa. Men det finnes andra personer och däribland lärare i matematik, som med mig äro ense, att det nuvarande tillståndet är ohållbart. Det är för dessa, som uppsatsen blifvit skrifven i den förhoppning, att den skall blifva till något gagn.

K. P. Nordlund.