Om »naturlig» och »algebraisk» räkning med anledning af nyutkomna böcker för realskolan.

Af Edvard Göransson.

Lektor *K. P. Nordlund* var kanske den förnämste representanten för de pedagoger, som synnerligast på 1870 och 1880-talen med oförtrutet nit och lågande ifver arbetade på *att få bort allt slentrianmessigt tillvägagångssätt vid uppgifters lösning och att inskränka den rent mekaniska delen af räkningen till den minsta möjliga.* Ännu en gång har hr *Nordlund* såsom *emeritus lektor* velat kämpa ett slag för sin älsklingstanke, och för att vinna sitt mål har han utgifvit tre arbeten: I. *Praktiska profuppgifter i räkning jämte fullständiga lösningar för realskolan*[1]). II. *Bihang till praktiska profuppgifter i räkning* o. s. v.[1]), III. *Proportionslärans första grunder för realskolan*[1]). Af dessa böcker äro de två första skrifna för lärare, den andra är att anse som ett förord till den första. Den sista, som väl närmast är afsedd för lärjungar, innehåller jämväl metodiska vinkar för läraren.

Det är i *synnerhet* vid behandling af de i läroböckerna i algebra förekommande uppgifter, som leda till lösning af första grads ekvationer, som motsatserna mellan »*naturlig*» och »*algebraisk*» *räkning* mycket tydligt framträda. Dylika uppgifter böra enligt hr *Nordlunds* och hans meningsfränders åsikt lösas utan uppställande af ekvation — »endast med användande af sundt bondförstånd» såsom en af dessa pedagoger på sin tid älskade uttrycka sig, eller som lektor *Nordlund* kallar det — medelst »*naturlig» räkning*: »*kan en räkneuppgift lösas både med naturlig och algebraisk räkning, så har den förra ett afgjordt företräde fram-*

---

[1]) Stockholm, Hæggström, 1905.

för den senare såväl från skolans som från det praktiska lifvets synpunkt»[1]).

Å andra sidan har flertalet lärare sedan gammalt behandlat dylika uppgifter så godt som *uteslutande* algebraiskt, i det att den motsvarande ekvationen uppställts — »den *rationella* delen af lösningen» enligt hr *Nordlunds* terminologi —, hvarefter denna ekvation »hyfsats» — »den mekaniska delen af lösningen». Det är *förnämligast* mot ett på senare tid framställdt yrkande, att »praktiska räkuppgifter skola lösas medelst algebra», som hr *Nordlund* vänder sig (såvida det gäller något mera än att vid första undervisningen i algebra använda sig af detta förfaringssätt för att inviga lärjungarna i ekvationsbegreppet). Som nämndt kan hans ståndpunkt emellertid klart formuleras sålunda: *alla uppgifter,* som *kunna lösas utan ekvation, böra också lösas utan ekvation.*

Det ligger i sakens natur, att det ständigt förefunnits en skarp motsats mellan dessa båda till ytterlighet gående riktningar, hvilket stundom kommit till synes i den pedagogiska pressen. I detta sammanhang vilja vi förnämligast efter lektor *Nordlund* uppräkna de viktigaste af de beskyllningar, som målsmännen för den »*naturliga räknemetoden*» rikta mot sina motståndare.

1) Problemen sammanställas i vissa grupper, t. ex. »ränteproblem» som *en* grupp, »rabatt-problem» som en andra, »diskont-problem» som en tredje, »betalningsterminers reduktion» som en fjärde, »blandningsproblem» som en femte, »arbets- och rörproblem (!)» som en sjätte, problem på specifik vikt som en sjunde, problem på likformig rörelse som ett åttonde, »bolagstal» som en nionde o. s. v.[2]). Dessa grupper inöfvas i *allmänhet* med användning af formler. Därvid är det icke ovanligt, att formlerna *inläras utantill* och till och med *flere formler* för hvarje grupp af problem, såsom t. ex. $v = h\,t$, $h = \frac{v}{t}$, $t = \frac{v}{h}$ o. s. v. På grund af detta förfaringssätt blir ekvationens uppställning i många fall slentrianmässig.

---

[1]) Jfr *Bihang till praktiska profuppgifter i räkning* (se ofvan!)

[2]) Jfr längre fram anförda arbeten, särskildt de af *Lindman* och *W. Jonson.*

2) Ekvationens »hyfsning grundar sig vanligen på en mängd *inlärda regler»*. Den kan därför ske utan eftertanke. »Svaret erhålles likasom genom ett trolleri, emedan de tal, som förekomma i de efter hvartannat härledda ekvationerna ej kunna hänföras till uppgiften, som skall lösas».

3) På grund häraf blir räkneundervisningens hufvudändamål »att en förelagd uppgift skall kunna riktigt lösas på kortast möjliga tid och med minsta möjliga tankeansträngning».

Förespråkarna för den »naturliga» räknemetoden anse däremot, att vid användning af deras metod står lösningssättet i logiskt samband med uppgiften. Lärjungen kan redogöra för betydelsen af alla de tal, som under räkningens fortgång erhållas, och kan steg för steg följa arbetet, hvilket är af stor betydelse för hans andliga utveckling. Beträffande det ofvan anförda tredje momentet medgifves, att detta tillhör det praktiska lifvets kraf på räkneundervisningens ändamål, men det betonas också, att ändamålet med räkningen i skolan är vida skildt från det förra. »I skolan bör räkneundervisningen företrädesvis vara uppfostrande och i följd häraf bedrifvas så, att lärjungarnas iakttagelseförmåga, fantasi, minne, förstånd och förmåga att klart uttrycka sina tankar uppöfvas».

Anhängarna af den »algebraiska räknemetoden» anse det återigen som en förtjänst att ordna undervisningen så, att genomgångna satser genast från början få så stor räckvidd som möjligt. På detta sätt tillgodoses den af *Mach*[1]) på ett så prägnant sätt formulerade *»lagen om tänkandets ekonomi»*, hvilken bör vara af fundamental karaktär för idkandet af matematiken likasom hvarje annan vetenskap. Resultatet kan då erhållas ur redan genomgångna satser med så liten tankeansträngning som möjligt. Deras anklagelser mot den »naturliga» räknemetodens anhängare kunna sammanföras sålunda:

1) Den »naturliga» räknemetodens målsmän slösa utan gagn med sina lärjungars tankearbete, då de omsorgsfullt *undvika att sammanföra* likartade uppgifter, så att när

---

[1]) Se kap. IV af arbetet *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt,* Leipzig, Brockhaus 1897.

lärjungen nästa gång träffar på en sådan, har han glömt, hur han tidigare burit sig åt och nödgas göra om saken från början.

2) Resultatet af en dylik undervisning blir obetydligt, hvilket senare klagomål särskildt förspörjes från en lärare, som öfvertager klasser, som förut undervisats efter den »naturliga» räknemetoden — ett klagomål, som för öfrigt ligger nära till hands, då den nye läraren ser ändamålet med räkneundervisningen i skolan från helt annan synpunkt än den föregående och ofta ej förmår eller gitter att till sitt värde uppskatta företrädarens metod.

I det följande skola vi närmare skärskåda de båda partiernas ömsesidiga anklagelser mot hvarandra och söka utreda, huruvida dessa till synes så skilda principer verkligen äro fullkomligt oförenliga.

De konsekvenser, hvartill ofvan anförda anklagelser af lektor *Nordlund* och hans meningsfränder mot målsmännen för den »algebraiska» räknemetoden skulle leda, föra tanken på vissa moment i ett i *Tyskland* både bland matematiklärare och andra skolmän i vida kretsar uppmärksammadt tal af *Alfred Pringsheim*, »*Über Wert und angeblichen Unwert der Mathematik*», hållet inför vetenskapsakademien i *München* i mars 1904[1]). *Pringsheim* bekämpar däri *Schopenhauer*, men såsom den bekante pedagogen *Max Simon* upplyser[2]) gäller kampen icke så mycket *Schopenhauer*, som vissa »*klassiska*» *filologer*, som förutse, att deras välde vid de lärda skolorna i *Bayern* — likaväl som i *Preussen*[3]) — i en snart framtid hotas af matematikens och naturvetenskapernas målsmän. De söka därför med alla till buds stående medel åstadkomma ett underskattande af matematikens värde öfverhufvud taget och speciellt dess betydelse som skolämne.

---

[1]) Infördt i Junihäftet för 1904 af *Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung.*

[2]) *Max Simon, Über die Entwicklung der Elementar-Geometrie im XIX Jahrhundert,* Leipzig, Teubner 1906.

[3]) Jfr *Friedrich Paulsen, In welcher Richtung ist die Schulreform von 1901 weiterzuführen?* Monatsschrift für höhere Schulen, Januarihäftet 1907, Berlin, Weidmann.

Ett par af *Schopenhauers* invändningar mot matematiken anföras här. »Räkningen har blott värde för *praktiken* icke för *teorien*. Man kan till och med säga, att där *räkningen börjar, där upphör begripande*. Ty det med tal sysselsatta hufvudet är under det man räknar, fullkomligt främmande för det kausala sammanhanget i det fysiska förloppet: det är fånget i idel abstrakta talbegrepp. Resultatet säger aldrig annat än *hur mycket*, aldrig *hvad*». — Han underkänner också matematikens förmåga att väsentligen främja den formella förståndsutvecklingen, hvilket ju i alla tider varit ett af de förnämsta skälen, hvarför matematiken haft ett rum i alla lärda skolors undervisningsplan. Därvid anför *Schopenhauer* en samtida engelsk filosof *William Hamilton*, som beträffande matematikens värde yttrar: »*konsten att draga riktiga slutsatser läres förvisso icke genom ett förfarande, där man på förhand vet, att oriktiga slutsatser icke kunna komma ifråga.*»

Det synes mig, att konsekvensen af lektor *Nordlunds* anklagelser mot dem, som icke gilla den »naturliga» räknemetoden, leder till, att han icke aktar den matematikundervisning, som dessa bibringa, högre än hvad *Schopenhauer* eller (enligt *Simon*) de bayerske filologerna akta matematikundervisningen öfverhufvud. Om man således hos oss får höra en och annan filolog (kampen mellan filologer och naturvetenskapernas målsmän är ju här redan afgjord) hafva en likartad värdesättning af matematikundervisningen, sådan den bedrifves i flertalet skolor, så bör det icke förvåna. De skulle ju kunna som auktoritet åberopa en så framstående pedagog som lektor *Nordlund*.

Medgifvas måste, att så länge en person räknar, är hans uppmärksamhet mer eller mindre aflägsnad från förloppets kausala sammanhang. Detta gäller på ett något högre skolstadium i synnerhet vid algebraisk räkning, solvering af ekvationer, eliminationer o. s. v., så att när själfva räkningen är utförd, har nybörjaren ofta en icke obetydlig svårighet att *riktigt besvara frågan*, d. v. s. tolka betydelsen af det resultat, hvartill han genom räkningen kommit. Ett par exempel må förtydliga det sagda. Hr *Nordlund* anför (sid. 10 i »*Bihang till* etc»), att den algebraiska lösningen af uppgiften n:o 159 i »*Praktiska profuppgifter*» ger ett