

## Begreppen i division

I tidskriften *Folkskolan* har publicerats undersökningar beträffande kunskaper och inlärningsmetoder i matematik, den senare av docenten Olof Magne, som även förhandsmeddelat en planerad större undersökning.

Kanske skulle som ett apropå till detta några synpunkter på den matematiska begreppsbyggnaden på grundläggande stadium vara motiverade och möjligen ge anledning till tankeutbyte. Att denna begreppsbyggnad, trots att mekanisk färdighet och förmåga att tillämpa räkneregler praktiskt är folkskolans närmaste mål, på lång sikt är av stor betydelse för dem som går vidare till andra skolformer behöver inte framhållas. Den är det så mycket mer som de genom undervisningen skapade föreställningarna inte kan av eleven själv bedömas men stannar kvar som ett sammanhängande underlag för framtida matematiskt tänkande. Om därvid en alltför komplicerad sammanställning av begrepp uppstår eller sådana termer kommer till användning som i sin rent formella byggnad rymmer logisk inkonsekvens, kan dessa få en hämmande karaktär. Matematikundervisningen är ju lika mycket aktivering av tankefunktionen som inlärande av fakta. En oklar tankeimpuls stannar kvar utan att eleven kan klargöra orsak och verkan. En olustkänsla uppstår och vänder intresset bort från kunskapsområdet som eljest varit naturliga för be-

förhandlingsrätt enligt de regler som gäller på den enskilda sektorn av arbetsmarknaden inte kan ske utan att detta får återverkningar beträffande såväl statstjänstemännens allmänna tjänstevillkor som tjänsteförhållandet mellan staten-arbetsgivaren och de enskilda tjänstemännen. Det ligger i sakens natur att förhandlingsfrågan inte kan föras vidare lagstiftningsvägen, innan det klarlagts att erforderlig omreglering i angivna hänseenden kan ske på ett för såväl staten som tjänstemännen godtagbart sätt. Mot bakgrunden härav synes den föreslagna utredningen under en första etapp böra inriktas på ett systematiskt klarläggande av vilka konsekvenser i fråga om de med den statliga tjänsteställningen förenade rättigheterna och skyldigheterna som skulle följa med en vidgad tillämpning av den allmänna arbetsrätts regler på det statliga tjänstemannaområdet.

Såsom framhållits föreligger f. n. viss svårighet att erhålla en samlad överblick över det materiella innehållet i gällande bestämmelser rörande statstjänstemännens ställning i olika hänseenden. Med hänsyn härtill får det förut sättas att under utredningsarbetets inledningsskede stor uppmärksamhet måste ägnas frågan om en närmare precisering av innebörden av gällande tjänstemannarätt, varvid bl. a. frågorna om anställningstryggheten, lönegarantien och ämbetsansvaret träder i förgrunden.

gävningstypen. Ju enklare och renare linjerna kan dras ut från konkret och elementärt handlande fram mot abstraheringar och symboler, dess naturligare erbjuder sej de matematiska begreppen för tanke och kombinationsförmåga.

Dessa funderingar gäller närmast räkneregeln division, och avsikten är att här ställa frågan om inte genom utredning och uppdelning av olika begrepp en förenkling skulle kunna ske. Av de fyra räkneregler är de tre första enkla och entydiga i sina definitioner och räkneregler, medan den fjärde uppdelas i två delar som fått skilda namn: Likadelning och innehållsberäkning eller innehållsdivision och delningsdivision. Utifrån denna uppdelning får räkneregeln två olika definitioner, vilka t. ex. i uppslagsverk inte anges samtidigt, utan var för sej får täcka hela begreppet. Det heter ibland att division är det räkneregeln varigenom ett tals innehåll av ett annat beräknas, ibland att division är det räkneregeln där ett tal, divisionen, delar ett annat tal, dividenden, i ett antal lika delar, kvoten.

Äldre läroböcker har strängt genomfört och schematiskt framställt två slag av division under det gemensamma begreppet division. De talar om den division som används då man delar ett tal i lika delar och den division, som används då man undersöker hur många gånger ett tal innehåller ett annat. I det första fallet talas om del och antal delar, i det senare del och antal gånger. I det förre fallet säjs att delarna jämte det hela har sort, i det andra delarnas storlek och det hela. Man ser lätt de logiska svårigheter som möter här. Det är svårt att logiskt sett skilja mellan delarna och delarnas storlek annat än i rent rumslogisk bemärkelse, om delen kan anges på annat sätt än genom sin storlek. De tre talen i en utförd division står i samma relation till varandra som de tre i multiplikation. Det ligger i räkneregeln natur att man vid räkning med två erhåller den tredje, men denna tredje kallas i ena fallet delarnas antal och i det andra fallet antalet gånger. Den inboende relationen skulle komma naturligare till uttryck om denna faktor hade samma namn, var den än stod. I nyare läroböcker har schematiseringen inte tagits med, men räkneregeln uppdelas och termerna bibehålls. I en av de senast utkomna läroböckerna har termerna försvunnit, men de två arterna anges i formuleringen av inledande tal som har karaktären av definitioner. Och såsom räkneregeln division där i första hand vara det som förhåller till kännedom om ett tals innehåll av ett annat tal.

Är det verkligen så? Begreppet ett tals innehåll av ett annat tal ett visst antal gånger grundläggs genom en tillämpning av kunskaperna i multiplikation. Möjligheten att undersöka talens karaktär i detta hänseende ökas genom inläringen av räkneregeln division. Men satsen att division i första hand leder till faktoranalys är oriktig. Den är hel-

ler inte generell. Det finns många tal som kan sammanställas i division och som inte ger faktorer i algebraisk bemärkelse. I sin anknytning till multiplikationen leder innehållsbegreppet till faktoranalys, undersökning av relationen mellan de tal som till sin byggnad är multiplar av två eller flera primtal, men mellan dem står i talserien alla de tal som vid sammanställning i divisionsoperation inte leder till ändliga faktorer utan till grundenhetens delning i bråk och i vissa fall imaginära tal: delningen kan fortsätta i oändlighet. Här är en skiljeväg: Multiplikationen associerar genom sina kombinationer alla tal i talserien som är intervall på en eller flera primfaktorer, men divisionen skär rakt igenom talserien, delar grundenheten och leder över till bråket. Vid undersökning av ett tals innehåll av primfaktorer kommer division till tillämpning för tal som inte kan memoreras i tabeller, men enligt sin natur anger det inte i första hand talets innehåll i ett annat tal utan förhållandet mellan två tal: hur stor del ett tal är av ett annat. Efter dessa båda vägar fångar associationerna upp besläktade begrepp och förhållanden på matematikens övriga stadier.

Enligt detta sätt att se har på elementärt stadium division, som enligt termens innebörd är delning, sammanställts med en av sina tillämpningar, vilken i sin tur getts karaktären av en art av räkneregeln. Sammanställningen har krävt en lämplig terminologi, och så har termerna präglats. Innehållsdivision har krävt ett namn på det ursprungliga delningsförfarandet som ställer det i motsatsförhållande till det överordnade begreppet, och så har termen delningsdivision kommit till. Men denna term utsäger ingenting nytt. Både bestämning och huvudord har exakt samma innehåll. Och det är rätt naturligt att anta att om man har kommit fram till en sådan term, så har något led i det föregående innehållit en oegentlighet.

Det är också så att den av räkneregeln skenbara klyvning betingade dubbla serien av termer vällar svårigheter vid inläringen. De blandas samman. Av "delat med" och "går i" blir "delat i", och lärare finner det lättare att gå förbi denna begreppsmässiga uppdelning för att söka sej fram till resultat genom rent mekanisk övning. Ett önskemål vore att göra räkneregeln lika entydigt i definition och operation som de tre föregående räkneregeln. Är detta möjligt?

Att slutgiltigt besvara denna fråga är inte avsikten med dessa rader. Men om man vid en undersökning utgår från att de fyra räkneregeln är konkreta tillvägagångssätt, varigenom grupper av enheter ställs i relation till varandra är addition sammanräkning av två eller flera enhetsgrupper och subtraktion frånräkning av en mindre enhetsgrupp från en större, medan multiplikation är mångfaldigande av en viss enhetsgrupp ett givet antal gånger. Från samma utgångspunkt skulle division vara delning av en enhetsgrupp i mindre enhetsgrupper som sinsemellan är lika stora. Skillnaden i det konkreta tillvägagångssättet blir för detta räkneregeln i förhållande till de övriga att man här kan uppnå två olika resultat. Vid delningen kan delens storlek vara bestämd, och man erhåller då delarnas antal, eller också kan antalet delar vara bestämt, var-

Veckan 21—27 oktober

*Måndag 22* 13—13.25: Fager blommar liden. Klass 5—8.  
14—14.10: Focus. Högre skolor.  
14.10—14.30: Das Karussell. Högre skolor.  
*Tisdag 23* 8.45—9.10: Naturjournalen. Klass 5—8.  
9.10—9.30: Sångstund. Klass 1—2.  
10—10.05: Stoppsignalen. Klass 3—8.  
10.05—10.30: Gideon, Joas son (Repris). Klass 3—8.  
13—13.30: Tavlan och tiden VII. Högre skolor.  
*Onsdag 24* 13—13.30: Med Sven Jerring i Etiopien. Klass 5—8.  
*Torsdag 25* 13—13.25: Veslefrikk med fela. Klass 6—8.  
*Fredag 26* 8.45—9: Välj för din framtid. Klass 7—8.  
10—10.10: I blickpunkten. Klass 6—8.  
10.10—10.30: Knubben på äventyr. Klass 1—2.  
13—13.25: Vad jorden gömmer. Klass 3—4.

vision, då man delar ett tal i två, tre eller flera lika stora tal".  
"Genom division kan man finna hur

man erhåller delens storlek. Om man känner vid detta ter sej en schematisering på följande sätt:

**Division**

1. Delens storlek är känd  
**Dividend    Divisor    Kvot**  
Enhet sort : Del sort = Antal delar

Enhet sort | Del sort  
                  |-----  
                  | Antal delar

2. Delarnas antal känt  
**Dividend    Divisor    Kvot**  
Enhet sort : Antal delar = Del sort

Enhet sort | Antal delar  
                  |-----  
                  | Del sort

*Regel:* När delen är känd står sorten i division, när antalet delar är känt står sorten i kvoten.

Bäst är att räknesättets omfattning är stanna vid detta och det definieras såsom det räknesätt varigenom ett större tal delas i sines emellan lika delar. Därvid får man reda på delarnas antal om man känner delens storlek, och delens storlek om man känner delarnas antal. Då skulle räknesättets relation till andra räknesätt och dess olika tillämpningar för skilda ändamål kunna grupperas omkring detta. Liksom det i sej självt är en tillämpning av subtraktion och multiplikation och därvid förutsätter kunskap om tals innehåll av annat tal (multiplikationstabellens omvändning) kan det komma till användning för skilda ändamål, såsom faktoranalys av större tal, förkortning eller beräkning av talförhållanden. Och såsom multiplikation ger möjlighet till beräkning av ytor och volymer, ger division möjlighet till beräkning av procentuella kvantiteter och andra storhetsförhållanden.

Genom denna begränsning skulle det som hittills förstås med innehållsdivision förbli vid sin anknytning till multiplikationen och ges en benämning som leder över till förståelsen av faktorbegreppet, kanske redan från början "upplösning i faktorer". Förövning till division blir då att för ett givet tal finna det närmast lägre som såsom faktor innehåller ett annat givet mindre tal. Med en efterföljande subtraktion är divisionsmekanismen färdigbildad och divisionsförfarandet kan inläras. Det färdigbildade räknesättet division kommer sedan till användning för beräkning av faktorerens förekomst i större tal. Steg för steg utvecklas detta mot de högre räknesätten, men innehållsbegreppet i detta fall har sin upprinnelse i multiplikationen, inte i divisionen. Under tiden skulle då divisionen ha sin egen entydiga väg med metodisk utgångspunkt i det konkreta delningsförfarandet som ger enkla illustrationer till delning av hela tal och uppkomsten av de båda slagen av bråk.

Det ovan sagda är endast att betrakta som funderingar och ett enkelt förslag. Kunde det tas upp till prövning skulle detta vara glädjande. Det har eljest varit avsett att rikta uppmärksamheten på förhållandet mellan de matematiska begreppen och dessas i tankefunktionen inneboende lagar samt deras förhållande till använda termer och definitioner inom räknesättet division. Att dessa i hastigheten kan få en inte bara för eleven förbryllande sammanställning finner man i en av de senaste läroböckerna i ämnet, där man i ett tal som har definitionens karaktär läser att eleven genom division kan finna ut "hur många gånger ett tal innehåller ett annat, men att man även kan tala om di-

många gånger — man talar även om division, när man delar — — —"

Och ur klassens djup ringer som ett eko:

— Magistern, ska de vara delat eller gånger?

Sigfrid Wikfeldt

**Bandinspelningar för skolan**

Lorentz Engberg

**Läroboken  
i tyska  
inspelad  
på band**

**LERNE DEUTSCH**

För enhetsskolan klass 7

"En av de påtagligaste förtjänsterna hos LERNE DEUTSCH är den varsamma och skickliga grammatiska lärogången..."

I LERNE DEUTSCH slipper eleverna ifrån den tyskundervisningens branta trappa, där så många förr blev sittande."

Carl-Henrik Wittrock i Pedagogisk Tidskrift

Inb. 5:85

- Band 1    Styckena 1—30
- Band 2        "    31—50
- Band 3        "    52—66
- Band 4    Tyska sånger

Övriga stycken (67—104) kan beställas, om så önskas, i valfria längder.

Pris per band 30:—, hela serien 120:—

Förfrågningar och beställningar till

**BANDCENTRALEN**

Postfack 4 — Stockholm 26

**Var god ange vid beställning spår-läge, antal spår och hastighet!**

**ALMQVIST & WIKSELL**

Box 159 — Stockholm 1 — Postgiro 758

