[illegible]

[illegible]

Ett analytiskt geometriskt bevis för additionsteoremen för sinus och cosinus.

Av [illegible]

I en cirkel med radien lika med längdenheten dragas två mot varandra vinkelräta diametrar, vilka tagas till x- och y-axlar i ett rätvinkligt koordinatsystem. I cirkelns medelpunkt sättas utefter positiva x-axeln två godtyckliga vinklar α och β samt deras skillnad $\alpha—\beta$ Positiva vinklar sättas från positivt x mot positivt y, negativa åt motsatt håll.

Låt $(1, 0)$, (x_1, y_1), (x_2, y_2) och) x_3, $y_3)$ vara koordinaterna för de fyra punkter A_0, A_1, A_2 och A_3, i vilka cirkeln skäres av vinkelbenen, så att

$$x_1 = \cos \alpha, \quad x_2 = \cos \beta, \quad x_3 = \cos (\alpha-\beta)$$
$$y_1 = \sin \alpha, \quad y_2 = \sin \beta, \quad y_3 = \sin (\alpha-\beta).$$

Kordorna A_0 A_3 och A_1 A_2 äro lika långa ty de avskära lika stora bågar på cirkeln.

Häraf följer

$$\sqrt{(1-x_3)^2 + y_3^2} = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}.$$

Genom kvadrering

$$1-2x_3 + x_3^2 + y_3^2 = x_1^2-2x_1 x_2 + x_2^2 + y_1^2-2y_1 y_2 + y_2^2$$

och härav

$$x_3 = x_1 x_2 + y_1 y_2,$$

då ju $x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2 = x_3^2 + y_3^2 = 1$.

Genom insättning

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta. \qquad \text{I}$$

För $\alpha = 90^0$ erhålles

$$\cos(90^0 - \beta) = \cos 90^0 \cos\beta + \sin 90^0 \sin\beta = \sin\beta, \qquad \text{II}$$

gällande för alla β.

Om man då i ekv. I i st. f. α sätter $90^0 - \alpha$, erhålles

$$\cos(90^0 - \alpha - \beta) = \cos(90^0 - \alpha)\cos\beta + \sin(90^0 - \alpha)\sin\beta$$

och härav enl. II

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta. \qquad \text{III.}$$

Genom att i I och III sätta $-\beta$ i st. f. β erhållas formlerna för $\cos(\alpha + \beta)$ och $\sin(\alpha - \beta)$.

Genmälen.

"Framåt eller tillbaka?"

Ett genmäle.

Under ovanstående titel har Lektor Edv. Göransson i denna tidskrifts sjunde häfte offentliggjort en uppsats angående infinitesimalkalkylens införande i skolan, uti vilken uppsats han gjort mig den något tvivelaktiga äran att framställa mig såsom en slags »advocatus Diaboli», en mörkrets och det eviga stillaståendets representant; och härvid har han bekämpat mig, icke så mycket för de åsikter jag i tal och skrift framställt, utan fastmer för sådana som jag varken framställt eller ens hyst. Detta sker genom att ständigt sammanblanda vad jag och andra reformens motståndare i Sverige verkligen sagt, och hvad som är yttrat i Tyskland angående ett dylikt förslag därstädes, där det har helt andra förutsättningar. Och när han någon gång citerar mina ord, så sker det genom att lösrycka dem ur sitt sammanhang på ett sätt, så att de komma att betyda något helt annat än vad därmed är avsett.