

Räkneundervisningen

1

Är enhetlighet i matematikundervisningen nödvändig?

Enligt Elof Ahlins artikel i nr 5 av Folkskollärarnas tidning skulle förutsättningarna för en enhetlighet i matematikundervisningen vara större nu än tidigare. Enligt min mening är det snarare tvärtom. Om alla lärare undervisade på samma sätt och hade samma terminologi, osv., skulle ju matematiken bli en utanoläxa. Men barnen ska lära sej tänka och tänka på olika sätt.

Att läroboken skulle på något sätt binda läraren, kan jag inte förstå. Själv har jag använt en räknebok i många år och har först nu, efter att ha läst Ahlins artikel, kommit underfund med att jag inte använt samma princip som läroboksförfattaren.

Angående uppställningen vid divisionsräkning kommer det väl an på läraren, vilken metod han vill använda. Den s. k. falumetoden, tror jag är mindre lämplig. Sättet för resonemanget har enligt min uppfattning ingen betydelse. Ena gången kan man väl gå från "vänster till höger", andra gången tvärtom.

Beträffande terminologin i de olika räknesätten, så kan jag inte finna att den har någon betydelse. Det är likgiltigt om man säger addera, öka, ta bort, minska, plus och minus. De två sista uttrycken är väl att föredra i folkskolan, emedan de är nödvändiga när barnen eventuellt kommer till högre räkning.

Beteckningen "gångrar" har jag aldrig

sett, och skulle den finnas, så tror jag inte att någon skulle falla för frestelsen att använda den.

Sättet att lösa uppgiften med mjölken i Ahlins exempel verkar väl vidlyftigt. Jag undrar om inte barnens uppfattning av problemet efter ett sådant långrandigt resonemang är lika med plus minus noll.

Är det så stor skillnad på exemplen $25 \times \frac{3}{5}$ och $\frac{3}{5} \cdot 25$? Tecknet \times används sålän nu, emedan det inte passar i ekvationsräkning. Huruvida det ska vara $\frac{3}{5}$ gånger en sak eller $\frac{3}{5}$ av en sak, framgår väl i regel av texten i problemet.

Att använda olika tecken för innehållsdivision och delningsdivision tycker jag verkar barockt. Så långt jag kan förstå, är saken klar angående innehållsdivision, då vi har samma sort i både divisor och dividend.

Jag undrar om det inte numera är en tendens att krängla till undervisningen bara för att komma med något nytt. I en facktidning var för någon tid sedan införd en artikel, där författaren föreslog en subtraktionsmetod som gick ut på något slags punktsystem. Själv har jag inte satt mej in i systemet och kommer inte heller att göra det.

Enligt min mening har terminologin, sättet att förklara osv. ingen betydelse. Huvudsaken är att barnen lär sej räkna.

Sigfrid Andersson

2

Fem enkla räknesätt som matematikens grundpelare

"Det börjar ljusna". Så känner säkert var och en som följt räkneundervisningen i våra folkskolor under de sista femtio åren och nu tar del av Elof Ahlins artikel i nr 5 av denna tidning om Enhetlighet i matematikundervisningen.

På 1890-talet gick den framstående räknemetodikern K. P. Nordlund till storms mot de traditionella räknemetoderna, men utan mera märkbara resultat. Allt forsatte i de gamla hjulspåren. Man hade sina *fyra räknesätt*. Huvudintresset inriktades på att säkert inlära de mekaniska handgrepp som karakteriserade därtill hörande räkneoperationer. Hur man med hjälp av dessa skulle kunna be-

mästra olika sakliga räkneuppgifter förblev alltjämt ett i många fall svårbestämt konststycke, särskilt i fråga om de s. k. divisionsexemplen. För många av de barn som från folkskolan gick ut till olika arbetsplatser kom så matematik att framstå som en nödvändig, men i mycket obegriplig mekanism.

I början av detta sekel (år 1906) framlas ett förslag till omläggning av den grundläggande räkneundervisningen, s. k. nyelementär räknemetodik¹. Det inne-

¹ Se tidskriften Manhem 1906: "Ett bidrag till metodiken för räkneundervisningen i folkskolan".

bar att enligt K. P. Nordlunds anvisning införa i stället för de latinska oförstådda termerna sakligt vägledande svenska uttryck samt att i stället för det tvetydiga räknesättet division hänvisa till särskilda lösningssätt för dess olikartade exempel. Enligt detta förslag skulle sålunda inom aritmetiken användas "fem enkla räknesätt": 1) Sammanläggning, 2) frändragning, 3) multiplikation, 4) innehållsberäkning och 5) delberäkning.

Detta reformförslag mötte inte nämnvärd uppmärksamhet. Förklaringen härtill är lätt att finna. Som i Ahlins artikel framhålls, var undervisningen då helt fastlåst vid de gamla föreställningarna om de *fyra* räknesätten. Man hade så växt samman med de vedertagna räkne- metoderna att andra räknevägar var så gott som otänkbara. I läroverken höll man ju också styvt på att det borde användas samma räknesystem och termer som inom vetenskaplig matematik, och inom de gällande undervisningsplanerna var det aldrig tal om annat än de *fyra* räknesätten.

Sedan 1919 års undervisningsplan utfärdats, kom emellertid den rådande enhetligheten i lärometoderna att brytas. De nya läroböckerna anvisade olika räknevägar till provning. Som i Ahlins artikel närmare belyses, har man sålunda enligt ovannämnda förslag alltmer övergått till svenska beteckningar och uttryckssätt och i flertalet modernt omarbetade läroböcker har man *inom heltalsräkningen* uppdelat divisionsräkningen på

För grupparbetet

Ake Ersman:

Grupparbetet i folkskolan

— Några synpunkter —

häft. kr. 1:40

Lindström-Ersmans:

Grupparbetsövningar i geografi

Sverige häft. kr. 1:50

Europa " " 2:25

Främm. världsdelarna (utkommer omkring 1 april)

"Lindström—Ersmans Grupparbetsövningar i geografi har en viktig uppgift att fylla. De bör kunna stimulera eleverna till självständigt arbete. De lär dem att använda uppslagsböcker och att åskådliggöra siffror grafiskt. De koncentrerar elevernas intresse kring väsentliga geografiska förhållanden..."

skriver Läroboksnämndens granskare Hilding Lindén

Skolförlaget - Gävle

två skilda räknesätt. I det 1925 utgivna arbetet: Den grundläggande matematikundervisningen av nu framlidne lektor Fritz Wigfors framhålls också att dessa anger "två väsentligt skilda tankegångar" och att det därför bör för dem användas olika namn och beteckning. Vad så har tillkommit markerar ett betydelsefullt framsteg. Principiellt har man kommit att alltmer stå på samma linje. Räkneundervisningen bör grundas på fem olika räknesätt.

I fråga om nya svenska uttrycksätt har i olika läroböcker framförts olika förslag. Ehuru valet bland dessa på visst sätt kan säjas vara en smakfråga, är det dock värdefullt om man enligt Ahlins artikel härutinnan efter hand arbetar sej fram till viss likformighet. Här må endast göras ett par anmärkningar i fråga om uttrycken innehållsberäkning och delberäkning. — Naturligtvis kan man i stället för innehållsberäkning införa det kortare uttrycket "innehållsräkning". Att det förstnämnda bör utmönstras, därför att "beräkning avser att få ett mera approximativt begrepp" är däremot inte riktigt. Här kan exempelvis beaktas att man med uttrycket ytberäkning anger alla slags beräkningar av ytors storlek. — Formellt sett finns det däremot skäl för att underkänna termen "innehållsräkning". Det skulle ju i det nämnda exemplet motsvara uttrycket yträkning, som inte vunnit burskap i vårt språk.

Samma sak är att uppmärksamma i fråga om uttrycket delberäkning som beteckning för att man ska beräkna *delens storlek*, då något delas i lika stora delar. Därmed markeras klart det karaktäristiska för sådan räkneuppgift till skillnad från innehållsberäkningen, i vilken man ju ska beräkna *antalet delar*, som det hela innehåller, vid delning i delar av given storlek.¹ Märkas bör att delning i lika delar kännetecknar inte endast delberäkningen utan också innehållsberäkningen, och namnet "lika delning" lämnar sålunda ingen upplysning om vad som vid delningen i fråga ska beräknas. I "nyelementär räknemetod, som i Ahlins artikel kallas "Falumetoden", har därför valts uttrycken innehållsberäkning och delberäkning.

I fråga om olika räkneuppgifters tecknande har också i nämnda artikel påvisats olika förslag. För det enkla exemplet: "Vad kostar hälften av en kaka, som kostar 20 öre" nämns att man i "nyelementär räknemetod" anger som lösning

"hälften av 20 öre", och att man skriver detta $\frac{1}{2} \cdot 20$ öre. (Punkten läses som "av".) Detta skrivsätt har numera införts i flera amerikanska skolor², men i våra skolor används mestadels "bråkstreck", så att teckningen blir $\frac{20 \text{ öre}}{2}$. Uppenbarligen kan också detta gamla beprövade teckningsätt bibehållas, och jag finner mej här endast böra nämna att om man föredrar att använda sådant "bråkstreck" inom heltalsräkningen, så är detta inte förenligt med principerna för "Falumetoden". Det rubbar givetvis inte vad som i denna är det grundväsentliga, nämligen att man använder sådana lösningsätt för de sakliga exemplen att de klart anknyter till exemplens sakliga innebörd, och det är tydligen inte endast ett skrivsätt, som härvid kan ange räknevägen. — Detsamma gäller för "uppställningarna till uträkning".

Särskilt intresse fångar Ahlins artikel, i vad där framhålls om undervisningen i allmänna bråk. Enligt denna har man i dithörande stycken inte lyckats ge barnen klara begrepp. Den vedertagna uppdelningen i fyra räknesätt har här utgjort ett besvärligt hinder. Räkningen har i många fall blivit ett underligt "hokus-pokus", som man inte vågar lita till och använda vid lösning av praktiska livets räkneuppgifter. — Vad redan K. P. Nordlund markerade som pedagogiska oegentligheter lever tydligen fortfarande kvar i de gängse bråkräkningsmetoderna, och här står flertalet av läroböckerna ännu på i stort sett obruten mark.

Så länge man håller sej till *innehållsberäkningsuppgifterna*, innebär en lösning enligt den metod Ahlin funnit vara den enklaste en mycket lättfattlig och framkomlig väg. Om exempelvis 6 l mjölk ska hällas på flaskor, som rymmer $\frac{2}{3}$ l, och det frågas, hur många flaskor som då behövs, erhölls svaret lätt.

$$6 \text{ l} : \frac{2}{3} \text{ l} = \frac{18}{2} \text{ l} : \frac{2}{3} \text{ l} = 9.$$

(Teckningen läses givetvis: "6 l innehåller $\frac{2}{3}$ l".)

Helt annorlunda blir emellertid förhållandet, då man tar itu med den andra stora gruppen av de s. k. *divisions-exemplen*. Belysande för det läge som då möter är vad i artikeln anförs om lösningen av följande uppgift: "Om $\frac{3}{5}$ av ett band kostar 12 öre, vad kostar hela bandet". Enligt Ahlins undersökning tecknas denna uppgift mestadels $12 \text{ öre} : \frac{3}{5}$, och för lösningen av denna teckning in-

lärs regeln att man ska multiplicera med inverterade värdet eller som man vanligen säger: "Vända upp och ned på divisionen". Det är förvisso inte någon konst att lära barnen göra uträkningen enligt denna mekaniska "trollformel", men tyvärr hjälper denna lärdom dem inte till någon lösning av uppgiften i fråga, om de inte fått "teckningen av uppgiften", och det är just detta att "teckna uppgiften", som vållar barnen särskilda svårigheter. De har inte sådana divisionsföreställningar att de förstär vad det vill säja att "dividera med $\frac{3}{5}$ ". Där man grundat räkneundervisningen på fyra räknesätt, frågar sej barnet: "Ska det i detta exempel vara multiplikation eller division?" I flertalet fall är då barnen benägna att välja multiplikation. Helan bandet ska ju kosta mera.¹ — Har man numera inom heltalsläran gjort barnen förtrogna med fem räknesätt och då låtit "vara tecknet för innehållsberäkning, kan det inte heller falla barnen in att teckna exemplet på ovannämnda sätt. Här kan det ju inte vara fråga om något slags innehållsberäkning. — Ska barnen verkligen förstå sitt räknande i dylika exempel, erbjuder praktiska livets räkneväg, som innebär reguladetriänkande, utan tvivel den säkraste hjälpen. Man hänvisar sålunda *inte* till *en enda teckning* för hela problemet utan låter lösningen omfatta två olika räkneuppgifter, som löses var för sej, enligt följande teckningar:

Då $\frac{3}{5}$ av bandet kostar 12 öre, kostar alltså $\frac{1}{5}$ av bandet $\frac{1}{3} \cdot 12$ öre (= 4 öre. Delberäkning) och sålunda $\frac{5}{5}$ av bandet 5×4 öre = 20 öre (Multiplikation).

Genom sådan lösning klarläggs på ett gott sätt både den viktiga reguladetriemetoden och bråkbegreppet, och det är därför dubbelt värdefullt för barnen att de får lära sej att så bemästra ifrågavarande räkneuppgifter redan i den sexåriga folkskolan.

De inom högre skolans undervisning traditionella metoderna, som innebär multiplikation och division med både hela tal och bråk, ligger över barnens nivå och bör därför enligt Ahlins förslag uppskjutas, till dess barnen bli mera mogna för så rymliga multiplikations- och divisionsbegrepp.

Ahlins artikel pekar framåt mot en i många stycken förbättrad räkneundervisning, grundad på fem enkla räknesätt. Den synes mej också markera en verklig islossning i fråga om sekelgamla traditionella räkneföreställningar och väcker förhoppningar om att lärarna i den blivande enhetsskolan ska komma att mera frigjort och självständigt genomföra sådan omläggning av räkneundervisningen att denna blir enligt i den planerade lärarhögskolan vetenskapligt prövade metoder pedagogiskt utformad och rätt avpassad för barnens olika åldersstadier.

Carl Gustav Hellsten

¹ Se vad gjorda undersökningar visat i den förutnämnda uppsatsen i Manhem.

¹ Jämför med K. P. Nordlunds förslag i fråga den matematiska terminologin.

² Se Catherine Stern, "Barnen upptäcker bokens värld", 1951.