Framåt eller tillbaka?

Af Edvard Göransson.

Under rubriken »Umkehr oder Fortschritt?» lämnar *A. Schülke* i andra häftet för innevarande år af Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht en intressant redogörelse för en debatt, som framkallats af universitetsprofessorn *E. Study* i Bonn, genom de skarpa angrepp denne riktat mot föreslagna reformer i matematikundervisningen. Äfven hos oss har ett meningsutbyte kommit till stånd i denna fråga, närmast framkalladt af Lektor *A. Meyer*, för närvarande motståndare till reformen, för hvilken han tidigare varit sympatiskt stämd. Diskussionen har dels förts i Svenska Dagbladet i en serie af 7 artiklar under tiden 5—22 Mars detta år, dels också vid det förra månaden i *Falun* hållna lärarmötet, där Lektor *Meyer* inledde följande af honom uppställda diskussionsämne: »Bör en kurs i differential- och integralkalkyl (eventuellt endast det förra) införas i gymnasialkursen?» För det intressanta meningsutbyte, som af inledningsföredraget och det framlagda resolutionsförslaget, hvari det utmynnade, framkallades, kommer mötesberättelsen i sinom tid att redogöra. Då mitt namn i samband med denna fråga blifvit nämndt, har jag emellertid funnit lämpligt att på ett ställe sammanföra och något närmare skärskåda de viktigaste af de invändningar, reformens motståndare här och utomlands framkastat mot densamma.

Till en början uppräknas de skäl, som andragits mot en omorganisation af matematikundervisningen, för att sedan hvar för sig närmare granskas.

1:o. Den föreslagna reformen af matematikundervisningen skulle föranleda *öfveransträngning* i skolan och *ytlighet* i kunskaperna.

2:o. Den skulle leda till *öfverskattning* af studenternas kunskaper ej blott hos dem själfva utan ock af professorerna vid de högre läroanstalterna.

3:o. Det tillfogade nya lärostoffet skulle icke lämpa sig att *skola lärjungarna i logiskt tänkande.*

4:o. Vidare skulle nuvarande lärare *icke äga tillräcklig kompetens* att föredraga de nya momenten.

5:o. Det skulle vidare vara olämpligt att genom regeringspåbud ålägga införandet af ett moment i matematikundervisningen, hvarom meningarna äro delade.

6:o. Man har vidare antydt att gent emot vetenskapens nya framsteg bör skolan ställa sig afvaktande.

7:o. Ändtligen har man sagt, att den föreslagna kursen i differentialkalkyl är allt för obetydlig för att medföra någon som hälst nytta.

1.

För hvarje gång det varit ifrågasatt att upptaga ett nytt moment på undervisningsprogrammet, har detta steg — förklarligt nog för resten — betraktats med misstro. Man erinre sig exempelvis, hur den genom 1859 års skolstadga föreskrifna kursen i analytisk geometri, redan 6 år senare, innan skolreformen ännu knappast hunnit att i hela skolan genomföras, uteslöts ur undervisningen[1]. Kungliga kungörelsen af 1865 var utfärdad för att förebygga öfveransträngning och likaså kungörelsen af 1869. *C. E. Björling* i Västerås omförmäler, att det var det kompakta motståndet af alla dem, som voro af den gamla skolan, hvilka genom talet om öfveransträngning förmådde för en tid minska fordringarna. Det dröjde 13 år d. v. s. till 1878, innan den analytiska geometrin definitivt infördes. Ännu så sent som 1887[2] klagades öfver, »att äfven gamla rutinerade lärare stundom stå handfallna och hafva svårt att på ett klart sätt bibringa lärjungarna just de grundläggande principerna i denna vetenskap, om också dessa principer från deras egen universitetstid stå klara nog för dem själfva.» Häri ligger nog också till väsendtlig del det motstånd, som äfven från facklärares sida stundom göres mot nya moments uppta-

[1] *E. Göransson*, Bidrag till kännedom om undervisningen i Sverige under 1800-talet, Stockholm 1905, Separat.

[2] *Ad. Meyer*, Några ord om den analytiska geometrin och undervisningen däri, Pedagogisk Tidskrift 1887.

gande på undervisningsprogrammet: det erbjuder svårigheter »äfven för en gammal rutinerad lärare» att sätta sig in i, huru de nya sakerna lämpligast skola införas i undervisningen.

I våra dagar har i läroböcker o. s. v. hunnit utbildas en viss metod för undervisningen i analytisk geometri, och motståndarna till nu på dagordningen stående reformer ha icke yttrat sig för ett borttagande eller ändring af detta kapitel. I skolundervisningen har analytiska geometrin hittills som bekant varit en framställning af koniska sektioner i reallinjens högsta klass. Det är just denna uppfattning, som i främsta rummet behöfver modifieras. Det är klart, att det för många lärjungar varit svårt att ofta på ett enda läsår göra sig förtrogna först och främst med koordinatbegreppet och vidare med dettas tillämpning för studium af koniska sektionernas egenskaper samt dessutom förvärfva färdighet att lösa ganska invecklade uppgifter. Samtidigt härmed skulle icke blott den tidigare inhämtade kursen grundligt repeteras utan därtill skulle också en del nya moment i algebran inläras. Att då öfveransträngning lätt kan komma ifråga, är klart.

Det är då förunderligt, att dessa lärare, som ifrigast tala om öfveransträngning, icke vilja vara med om, att koordinatbegreppet med tillämpningar till en del rycker längre ned å gymnasiet. Metodiken inom detta område af matematiken har sedan 1856 utvecklats så mycket, att grafisk framställning upptagits i realskolans undervisningsplan. Det förtjänar också beaktas att samma år, nyss citerade uttryck fälldes af hr *Ad. Meyer*, utgaf en annan läroverkslärare lektor *K. P. Nordlund* i Gefle en så lättfattlig framställning af koordinatbegreppet och enklare funktioners grafiska framställning, att dessa saker utan svårigheter kunde inhämtas af fjärdeklassisten genom självstudium af hans bok.[1])

Emellertid saknas som nämndt icke lärare, som ej vilja veta af, att det funktionsteoretiska momentet göres till det centrala i matematikundervisningen, och hvilket endast möjliggöres genom ett tidigt införande af funktioners grafiska framställning. I likhet med hvad hr *Meyer* yttrar be-

---

[1]) *K. P. Nordlund*, Elementarbok i algebra, Upsala, Schultz, 1887.

träffande differentialkalkylen, säga de sig icke hafva hört något annat skäl för, att man sträfvar, att åt detta moment gifves en central ställning i undervisningen, än att det i Tyskland funnes en sådan tendens. Förmodligen behöfva dessa icke mer än kasta en blick i något modernt statistiskt verk för att inse, att funktionsbegreppet, baseradt på grafisk framställning, är något, som hvarje människa behöfver känna till, för så vidt hon icke vill stå främmande för den nuvarande kulturen. Kanhända medgifves därefter, att beträffande storheter, för hvilkas funktionella beroende af hvarandra icke kan uppställas ett algebraiskt uttryck, denna grafiska metod är öfverlägsen ett än så ingående studium af i tabeller ordnadt statistiskt material, hvilket läsaren icke kan på en gång öfverblicka utan att besitta ett oerhördt sifferminne, men att detta icke gäller inom den rena matematiken.

Häremot kan emellertid invändas följande. Jämför man de tre sätt, som man har att studera en storhets funktionella beroende af en annan nämligen: 1:o) att af det aritmetiska uttryckets beskaffenhet intuitivt bilda sig en föreställning om förloppet; 2:o) att af uppgjorda tabeller, som utvisa, hur funktionen varierar med den oberoende variabeln söka få en inblick häri; eller ändtligen 3:o) att genom grafisk framställning med ett enda ögonkast kunna öfverskåda sammanhanget, så föreställer jag mig, att denna jämförelse måste utfalla till det senare framställningssättets förmån. För icke länge sedan hafva de båda förstnämnda sätten vid matematikens studium i skolan varit så godt som de enda använda, nämligen det första vid den traditionella behandlingen af maximum- och minimumuppgifter[1]) och det andra exempelvis vid studiet af logaritmefunktionen och till en del äfven, åtminstone i början, vid studiet af de trigonometriska funktionerna.[2]) Det kan emellertid med största sannolikhet påstås, att ingen, som pröfvat det grafiska framställningssättets fördelar, kommer att utesluta det från un-

---

[1]) Se t. ex. *Haglund*, Lärobok i Algebra, 6:te uppl., Stockholm, Carlsson 1895, sid. 176 och följ.; jfr ock Jonsson, Öfningsexempel i algebra II, Stockholm, Norstedt & Söner 1898, sid. 54, som intager en mellanställning.

[2]) Jfr t. ex. *L. Phragméns* bekanta lärobok första kursen.

dervisningen, lika litet, som en nutidsmänniska kan undgå att stöta på det öfverallt t. o. m. i de dagliga tidningarna. Ett framställningssätt för två storheters funktionella beroende af hvarandra, som är så lättfattligt, att det utan vidare svårighet begripes af menige man, och som i matematiken öfverallt vunnit burskap allt från *Cartesii* tid, lämpar sig också synnerligen väl att utnyttjas vid undervisning å gymnasium. Hinna lärjungarna således i lugn och ro att smälta dessa saker — det skall införas allt från första ringen — då torde den ofvan omtalade öfveransträngningen i den fjärde icke behöfva ifrågakomma.

Men medgifves nödvändigheten af, att matematikundervisningen ställes i intimt samband med tidens kulturella sträfvanden och att på grund häraf funktionsbegreppet i sin geometriska form har en gifven plats i undervisningsplanen, då följer däraf också konsekvent, att på det högre skolstadiet derivatbegreppet icke kan uteslutas.[1]) Vill man mera ingående diskutera ett uppritadt diagram, framträda genast afgörandet af sådana frågor som funktionens växande och aftagande, den hastighet, hvarmed växandet eller aftagandet försiggår, maximum och minimum o. s. v., eller med ett ord frågan om tangentens riktning i kurvans olika punkter och hur denna riktning ändras.

På lärarmötet i *Falun* framhölls af en talare med skärpa, att dessa saker borde i skolan behandlas fortfarande som hittills, d. v. s. heuristiskt utprepareras för hvart särskildt fall och som exempel framhölls begreppet hastighet vid föränderlig rörelse. Lärjungen skulle ej få lefvande åskådliggjordt för sig innebörden af detta begrepp, om han af det han inhämtat i matematikundervisningen, när han kom till fysiklektionen, hade klart för sig, att $v = \frac{s}{t}$, utan att detta i detalj härleddes, såsom när han icke kände till derivatbegreppet. Med ett ord: på detta stadium skulle det vara nödvändigt att förfara som hittills, d. v. s. göra om samma eller analoga gränsbetraktelser för hvarje gång en fördold differentiation eller integration förekommer.

---

[1]) Lektor *Meyer*, som förut anförts, som den ifrigaste motståndare till reformen, var i det förut citerade arbetet af 1887 af en annan mening än nu. Där heter det: »studiet af den analytiska geometriens grunder bör hälst gå hand i hand med studiet af differentialkalkylens första begrepp.»

Intet hindrar att vid införandet i begreppet derivata i matematikundervisningen taga just detta exempel som ett af de inledande, för hvilket ändamål det förträffligt lämpar sig. I ett litet arbete af *L. Tesar*, Elemente der Differential- und Integralrechnung[1]) fullföljes denna tankegång, precis som den ärade talaren i Falun föreslog, att gränsöfvergången borde prepareras. Det, som kommer till hos *Tesar*, är ett helt litet, men det oaktadt synnerligen viktigt steg, han inför namnet derivata och en symbolisk beteckning för detta gränsvärde.

Men ingen skada är väl skedd, om man råkat hämta inledande exemplet från andra områden, som ligga närmare till hands, när saken första gången väckes på tal. Så föreslår *Ph. Weinmeister* i en uppsats Unendlichkeitsrechnung in der Schule[2]) till inledande exempel en parabel $y = \frac{1}{6}x^2$. Lärjungen räknar ut de mot abskissorna $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, $x=0$, $x=-1, \ldots$ svarande ordinatorna och bestämmer lutningen af de sekanter, som från den första punkten på kurvan dragas till hvar och en af de andra. Han inskjuter så andra punkter, svarande mot $x=1{,}1$; $x=1{,}01$; $x=1{,}001$ och här begynner abstraktionen. Han kan ej utföra teckningen på figuren, men bestämmer ändå »kurvans stigning». Väljer han så de punkter, som svara mot $x=1$ och $x=1+\delta$, så erhålles det föregående, om δ gifvas värdena 4, 3, 2, 1, -1, $-2, \ldots$, men lärjungen kan då ej gärna undgå att reflektera öfver, hur det gestaltar sig i det fall att δ är 0 eller närmar sig 0.

Häraf torde till fullo framgå, att gränsbegreppet derivata kan utprepareras fullt heuristiskt med konkreta exempel, men att man behöfver göra om det i alla detaljer för hvarje speciellt fall såsom hittills i ring 4 varit händelsen för cirkeln, parabeln, ellipsen, hyperbeln, vid härledning af hastighet, acceleration, centralrörelse etc., det synes vara ett slöseri med tid och krafter. Det strider, såsom jag i den förut citerade uppsatsen af 1905 framhållit mot den af *Mach* först formulerade principen för tänkandets ekonomi, hvil-

[1]) Leipzig, Teubner, 1906.

[2]) Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Bnd 38, Leipzig und Berlin, Teubner, 1907.

ken princip är fundamental för matematiken lika väl som för hvarje annan vetenskap.

Sedan gränsbegreppet derivata på antydt sätt ur konkreta exempel blifvit härledt och på det sättet blifvit lärjungens andliga egendom, då kan och bör man generalisera. Det förefaller att detta förfaringssätt skall *minska* farhågan för öfveransträngning, jämte det att lärjungen får en vidgad syn på saken.

Vid alla diskussioner öfver denna fråga framgår tydligt att motståndarna till reformen tänka sig, att först skall hela den gamla matematikkursen bibringas på samma sätt som hittills i något sammanträngd form för att få rum med det nya, och därefter skall som en spets på det hela läsas en smula differentialkalkyl. Den uppfattningen hafva reformens motståndare i Tyskland[1]) likaväl som i Sverige. Det är denna missuppfattning, som gör sig gällande, då man såsom herr *Meyer* söker räkna ut hur många timmar, för att ej säga minuter, det skulle taga att bibringa lärjungen den i undervisningsplanen upptagna kursen i differentialräkning. Därmed förklaras också de från motståndarnes sida yppade farhågorna för *ytlighet* och *öfveransträngning*.

Man har sagt, att under nuvarande förhållanden äro kunskaperna fasta, ty läraren kan bestämdt säga,[2]) hvad lärjungen vet eller icke vet. Har han däremot förvärfvat förtrogenhet med derivatbegreppet, så blifva kunskaperna ytliga. Det är svårt att tro, att kunskaperna behöfva vara ytliga eller lärjungarna öfveransträngda, om de utan att hafva fått vare sig undervisningstimmarnas antal förstoradt eller hemarbetet förökadt således med ungefär samma arbetskvantitet som förut blifvit höjda till en högre nivå.

2.

I sitt arbete Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus[3]) ger *F. Klein* en framställning af två väsentligen olika riktningar i matematikens utvecklingshistoria. Den

---

[1]) *Weinmeister* loc. cit.

[2]) Yttrande vid lärarmötet i *Falun* 1909.

[3]) Del I, Autograferade föreläsningar, Leipzig, Teubner, 1908.

ena riktningen, hvilken, såsom varande den äldre, ligger till grund för skolmatematiken, karaktäriseras såsom en *partikularistisk* uppfattning af vetenskapen, hvilken sönderstyckar dess totala område i en serie af från hvar andra skarpt begränsade delar. Idealet för denna riktning är en »vackert utkristalliserad logiskt i sig sluten uppbyggnad af hvart och ett af dessa specialområden.»

Med den begränsning, skolmatematiken hittills haft, är det således lätt förklarligt, om man föreställer sig »att matematiken i sin helhet icke består i något annat än en fylligare, t. o. m. öfverflödig, utvidgning af de delar, som elementarmatematiken omfattar»; ett sysslande med »svårare konstruktionsuppgifter,» deduktion af »möjligast många formler,» o. s. v.[1]) Det nuvarande systemet vid matematikundervisningen leder väl om något till, att studenten *öfverskattar* sina egna matematiska kunskaper och *underskattar* matematiken öfverhufvudtaget som vetenskap.

Uppfostrade under sådana förhållanden, är det också förklarligt att filologer och teologer underskatta matematikens betydelse för allmänbildningen, d. v. s. förmåga att tillgodogöra sig och deltaga i nutida kulturella sträfvanden. Erkännansvärda undantag finnas, såsom de, som beklaga att det matematiskt-naturvetenskapliga inflytandet vid våra gymnasiers organisation ledt därhän, att de lärjungar, som studera grekiska, icke kunna deltaga i matematikundervisningen, hvilket i sin tur bidrager till, att antalet alumner å denna bildningslinje allt mer decimeras. På mötet i *Falun* åter yttrades under lifliga bifallsrop: »förskona oss från all matematik på våra klassiska gymnasier!»

Dessa, som uppenbarligen representera den allmänna meningen inom vissa kretsar i Sverige[2]), kunna för sin åsikt

[1]) *A. Voss*, Über das Wesen der Mathematik, Leipzig und Berlin, Teubner 1908.

[2]) Det förtjänar å andra sidan framhållas, att humanistiska kunskapernas bildningsvärde ofta underskattas af matematici och naturvetenskapsmän. Exempelvis har detta tagit sig uttryck i ett yrkande på, att kristendomsundervisningen bör utgå på gymnasium, eller i allmänhet när gossen konfirmerats, och däri skulle jag själf vara den förste att instämma, om jag icke vore öfvertygad, att undervisningen sedan min egen skoltid reformerats i detta ämne. I Tyskland finner man också dylika motsättningar mellan målsmännen för olika bildningslinjer. Så t. ex. diskuterades vid ett sammanträde af Verein zur

åberopa talrika auktoriteter från sitt eget läger, ett namn, sådant som *Mommsen* för att ej tala om grundläggaren af det moderna tyska skolväsendet *Johannes Schulze*, som 1837 fällde det ofta citerade yttrandet: »i en enda rad af Cornelius ligger mer bildande kraft än i hela matematiken.» Gent häremot må det tillåtas mig anföra ett yttrande af *F. Lindemann*, själf en matematiker af rang, som visar sig hysa en synnerligen hög uppskattning af den klassiska bildningen: »Ehuru nu för tiden matematiken är det enda språk, genom hvilket i forntiden knappt anade naturlagar låta formulera sig, och ehuru matematiken är vårt enda hjälpmedel att förstå dem, hur få inhämta ändå i våra dagar, hvad matematiken är till sitt väsen! Det senare består icke i konstruktion af trianglar ur olämpligast möjligt valda element, icke i slående i logaritmetabellen eller upprabblande af trigonometriska formler, hur nyttiga dylika öfningar än äro. Man kan tryggt säga, att den, som i våra dagar lämnar gymnasiet, icke har den minsta aning om, hvad matematik egentligen är, hvad denna vetenskap presterar eller hvad vi hafva den att tacka för. Honom fattas en god del af kunskapen om lagbundenheten i naturen, honom fattas just det, som de grekiske filosoferna sträfvade efter som det högsta». Samt vidare: »Hur många vörda en *Newton* eller en *Leibnitz*! Hur många hafva en djupare föreställning om det oförgängliga i hvad desse män skapat! Häri ligga rötterna till vår nutida bildning, här den sanna fortsättningen, till hvilken den antika visheten sträfvade, hvilken för mer än två tusen år sedan kom att stå still i sin utveckling genom *Aristoteles*' förtidigt

---

Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, huruvida det icke vore lämpligare att kalla reformsträfvandena naturvetenskapligt-matematiska, för att ej betona det matematiska momentet, hvilket har en dålig klang i en del öron. Men framförallt må framhållas det samarbete, som där gör sig gällande vid reformförslag i olika ämnen och den förståelse för olika bildningsämnens kraf, som där tager sig uttryck vid gemensamma förhandlingar mellan olika ämnens representanter. Som bevis härpå må anföras sammankomsten af tyske skolmän och filologer i Basel 1907. Från detta möte föreligger en samling synnerligen läsvärda föredrag: matematik och naturvetenskap, fornkunskap, moderna språk, historia och religion, hvart och ett af märkesmän inom sitt fack, nämligen af respektive *F. Klein*, *P. Wendland*, *Al. Brandl* och *Ad. Harnack* samt utgifna under den gemensamma titeln Universität und Schule, Leipzig, Teubner, 1907.

afslutande eller åtminstone som fulländande betraktade arbete.»[1])

Detta om verkningarna af den hittills rådande riktningen inom skolmatematiken. Anhängarna af den andra meningen återigen sträfva efter enhetlighet och centralisation. Deras ideal är: uppfattning af *alla* de matematiska disciplinerna som ett helt.[2])

Ingen kan väl på allvar inbilla sig, att lärjungarna skola öfverskatta sina kunskaper och tro sig fullärda, därför att de i skolan inhämtat något om funktionsbegreppet och i anslutning därtill en smula differential- och integralräkning; saker, som visat sig så utomordentligt fruktbärande för fysik, kemi, fysiologi, statistik, försäkringsväsende o. s. v. *A. Schülke* säger med full rätt, att genom infinitesimalkalkylen har matematikens prestationsförmåga kanske vuxit i högre grad än ögats genom uppfinningen af mikroskopet och kikaren.[3]) Tvärtom bör lärjungen, om undervisningen i antydd riktning reformeras, få en föreställning om, »att den matematiska tankegången aldrig har ett slut, samt att om någon säger vid en viss punkt, att här står det matematiska begripandet stilla, då först kan man vara öfvertygad om, att den egentligt intressanta problemställningen tager vid.»[4])

Lika obefogadt verkar talet om, att de högre undervisningsanstalterna skulle få svårt att anpassa sig efter de nya skolkurserna. Vid tekniska högskolan sammanfattas skolkursen, innan man går öfver till infinitesimalkalkylen. Det är just vid denna öfvergång svårigheter inträda för somliga. Säkert skulle då mången teknolog ha nytta af, att han redan i sin skoltid gjorts förtrogen med begreppen derivata och integral, och säkert är, att dessa begrepp, i lugn och ro bibringade i skolan, sitta fastare kvar, än hvad stundom nu visat sig vara fallet.[5])

[1]) *F. Lindemann*, Lehren und Lernen in der Mathematik, München, Wolf & Sohn, 1904.

[2]) *F. Klein*, Elementarmathematik etc. loc. cit.

[3]) *A. Schülke*, über die Reform des mathematischen Unterrichts an höheren Schulen, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Bnd 37, Leipzig, Teubner, 1906.

[4]) *F. Klein*, Elementarmathematik etc. loc. cit.

[5]) *Klein-Schimmack*, der mathematische Unterricht an den höheren Schulen, I, Leipzig, Teubner 1907.

3.

Talet om att matematikens *formella* bildningsförmåga, dess förmåga till skolning i logiskt tänkande, äfventyras genom den ifrågasatta omläggningen af matematikundervisningen har i en af hr *Meyers* artiklar ytterligare understrukits. Hr *Meyer* erkänner därvid öppet, att sysslandet med vissa »besynnerliga» problem, som icke hafva motsvarighet i verkligheten, eller med grupper af problem, som i en del läroböcker klassificeras [1]) och behandlas efter vissa uppställda schema och som drifvas därhän, att lärjungarna stå handfallna, om de icke kunna inrangera uppgiften under en viss schablon, afser att utgöra en hälsosam gymnastik för själen ungefär som den lingska för kroppen, där samma på förhand bestämda rörelser ideligen återkomma. Denna uppfattning af matematikens bildningsvärde bekräftar alltså riktigheten af *F. Lindemanns* utsago: »die Mathematik gilt heute an den Schulen nur als *formales* Bildungsmittel, als Turngerät für die Übungen des Geistes; dass sie den höchsten idealen Gehalt für unsere Erkentnis des Weltganzen umschliesst, daran wagt man beim heutigen Unterricht kaum zu denken.» [2])

Därom var man emellertid, så vidt det kunde förspörjas på ett undantag när, vid Falumötet ense, att det var bortkastad tid att drifva dessa saker på ett sådant sätt i första och andra ringarna. Den erfarenheten hade allmänt gjorts, att i de båda öfre ringarna redde sig lärjungarna med uppgifter om »rörelseproblem», »rörproblem», »klockproblem» etc., etc. utan att någonsin hafva uppställt ett enda schema för dem, så att den tidiga träningen i dylika saker är fullkomligt onödig, och om den ligger öfver lärjungarnas krafter, rent af skadlig.

Emellertid behöfver en annan synpunkt framhållas. Jämte de båda förut omnämnda historiska utvecklingsserierna inom matematiken finnes också ett *tredje* moment, som ingår i båda de förra och betecknas med namnet *algoritm*. Det

---

[1]) Exempelvis Jonssons, Lindmans och Haglunds läroböcker.

[2]) *F. Lindemann*, Lehren und Lernen etc. loc. cit. På liknande sätt uttalar sig också *Gino Loria* på ett föredrag i Milano, utgifvet på tyska, Vergangene und künftige Lehrpläne, Leipzig, Göschen, 1906.

är ingenting annat än *hvarje ordnad, formell räkning, i synnerhet bokstafsräkning.* Detta rent formella moment betecknar *Klein* som en *grundval för den matematiska utvecklingen* och »det vore en ohistorisk uppfattning, om man, såsom nu för tiden ofta sker, med ringaktning skjuter det momentet åt sidan, därför att det är af formell art.» Tvärtom framhåller han vid flere tillfällen, att det algoritmiska förfarandet spelat en viktig roll vid vetenskapens utveckling, »som en själfständigt framåtdrifvande i formeln inneboende kraft, oberoende af matematikerns afsikt och ofta till och med motsatt den.»[1])

Öfning i bokstafsräkning, som i realskolan numera icke kan drifvas så synnerligen långt, är den formella matematik, som måste bedrifvas i de båda lägsta ringarna. I de två högsta erbjuder bland annat differentiering fortsatta öfningar likaledes af formell art. Det är för dessa saker, öfningarna i inklädda ekvationsuppgifters lösning få maka åt sig, dels således på grund af omständigheternas makt, att algebraiska räkningar icke tidigare hunnit tillbörligen bedrifvas, dels därför att de ända till slentrian drifna öfningarna med formler såsom $v=ht$ $h=\frac{v}{t}$, $t=\frac{v}{h}$ etc., visat sig alldeles onödiga.

Studys angrepp på reformsträfvandena[2]) i skolans matematikundervisning grundar sig på, att i gymnasierna kan icke differentialräkningen bedrifvas med erforderlig stränghet och grundlighet. Därigenom blefve matematikens uppgift att skola det logiska tänkandet förfelad. Häremot invänder *Schülke*,[3]) att med stringensen är det en vansklig sak. Hvarje äldre matematiker vet, att det som förr gällde för ett strängt bevis, nu ej längre håller måttet, och hvad som nu gäller som strängt bevis, i en framtid säkerligen kräfver skarpare formulering, ty inom vetenskapen finnes intet stillastående. I likhet med *Mach*, hvars namn har en god klang både inom universitets- och lärarkretsar, framhåller *Schülke*, att i skolan skall hufvudvikten läggas vid klarhet och åskådlighet, icke så mycket på den vetenskapliga oantastlig-

[1]) *Klein*, Elementarmathematik etc. loc. cit.

[2]) Blätter fur höheres Schulwesen 1908, sid. 385.

[3]) Zeitshrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Bnd 40, Leipzig, Teubner, 1909.

heten. Samma synpunkter framhållas ock af *Volkmann*[1]) samt framförallt af *Klein*[2])

För öfrigt torde det knappast förefinnas en principiell olikhet mellan *Study* och de, som arbeta för en reformerad matematikundervisning. *Study* ser saken från en allt för hög ståndpunkt. Han tager för gifvet, att meningen är, att i skolan skall införas ett allmänt funktionsbegrepp i en abstrakt form med en därpå grundad vetenskaplig kurs i infinitesimalräkning. Detta framgår tydligt af yttranden sådana, som att de grundläggande begreppen icke kunna bibringas med mindre än, att lärjungen jämsides göres förtrogen med exempel, då differentiering, integrering och andra gränsöfvergångar visa sig outförbara. Inledningen i differentialräkning blir på detta sätt, såsom *Study* också betonar, de svåraste universitetsföreläsningar. Men å andra sidan har *Study* intet att invända mot att derivatbegreppet behandlas i fråga om de allra enklaste *speciella* funktioner, med hvilka lärjungen är fullt förtrogen och »med inskränkning till reell variabel (!).»

Härtill kan ytterligare läggas: vi ha ju redan *fördold* differential- och integralräkning i den nuvarande skolmatematiken. Hafva de ställen, där dylika saker förekomma, hittills genom hvarjehanda artificier kunnat föredragas med så pass stränghet, att lärarens samvete är fredadt, så lära väl dessa partier, efter det begreppen derivata och integral införts, icke blifva sämre framställda. Har den tidigare behandlingen kunnat tillfredsställa skolmatematikens anspråk på att tillgodose den formella bildningens kraf, så lär väl detta icke bli sämre tillgodosedt genom det föreslagna nya framställningssättet. Äfven i dessa hänseenden kan man med tillförsikt säga *tvärtom*.

4.

Jämsides med frågan om en reform af matematikundervisningen dryftas i Tyskland frågan om lärarutbildningen. *Study* förklarar på det *bestämdaste*, att den bestående stats-

---

[1]) Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften och Einführung in das Studium der theoretischen Physik, Leipzig, Teubner 1905.

[2]) *Klein*, Elementarmathematik etc. loc. cit.

examen icke erbjuder tillräcklig garanti för, att lärarkandidaterna senare äro vuxna uppgiften att meddela undervisning i differentialräkning och han angifver att äfven *Pringsheim* på mötet i Breslau 1904 yttrat sig i samma riktning. I själfva verket ådagalägger han genom citat ur af gymnasiallärare skrifna läroböcker slående bevis på riktigheten af sin uppfattning.

Å andra sidan grundar sig säkerligen *Studys* uppfattning på hans kännedom om lärarkandidaterna, då de lämna universitetet. Han tager ej i betraktande, att när den unge läraren börjar sin verksamhet, har han isynnerhet under de första läsåren ett duktigt arbete att komma till rätta med sin uppgift. Den erfarenheten ha vi matematiklärare nog haft litet hvar, då den matematik, som bedrifves vid universiteten, hittills icke haft något med skolmatematiken att skaffa. Att fel i läroböcker blifvit begångna, är visserligen fatalt, men det dröjer nog ej länge förrän dylika upptäckas och korrigeras. En viktig sak är, att man har god tillgång på läroböcker, lämpade efter skolans behof.[1])

I Sverige har, såvidt jag vet, inga farhågor uttalats i nu antydd riktning, då öfverhufvud taget från universitetsmännens sida inga yttranden föreligga offentliggjorda, och lärarna naturligtvis ej själfva vilja förklara sig mindre kompetenta. Den utbildning lektorerna hittills fått borgar väl för, att de med tillräcklig förberedelse äro vuxna den uppgift, nya undervisningsplanen kräfver af dem. Säkert skall också sörjas för, att fordringarna i den nya lärareexamen komma att lämpa sig efter läroverkens kraf.

Påståendet om bristande kompetens hos de nuvarande lärarna är för öfrigt ganska enstaka. Det beror med all sannolikhet på en oriktig uppfattning af den kurs i differentialkalkyl, som är föreslagen, samt af en ohållbar uppfattning om, hvad det innebär att på skolstadiet lämna en vetenskaplig undervisning. Om den saken yttrar sig *Klein* sålunda: [2])

---

[1]) På svenska äro blott utkomna två för ifrågavarande ändamål afsedda handledningar nämligen: *E. Hallgren*, De första grunderna af läran om funktioner, deras derivator och integraler, Upsala, Almqvist & Wiksell, 1908; samt *O. Josephson*, Om begreppet derivata och dess användning för studiet af enkla funktioner, Växjö, Läroverksprogrammet 1909.

[2]) Elementarmathematik etc. loc. cit.

»Wissenschaftlich unterrichten kann nur heisen, den Menschen dahin bringen, dass er wissenschaftlich denkt, keineswegs aber ihm von Anfang an mit einer kalten, wissenschaftlich aufgeputzten Systematik ins Gesicht springen.»

5.

I början af sistlidne vårtermin, då nya kursbestämmelserna, sedan yttranden från olika personer och en del ämneskonferenser infordrats, blifvit af Öfverstyrelsen utarbetade, utlystes på enskildt initiativ ett möte för matematiklärarne i Stockholm. Syftet med nämnda sammankomst var, såsom mötets sekreterare sedermera i Svenska Dagbladet upplyste, »att lämna tillfälle för de lärare, som icke af Öfverstyrelsen härom direkt anmodats, att nu få yttra sig öfver det nya förslaget.»

Detta möte, som beslöt att icke göra något uttalande vare sig i ena eller andra riktningen, och där ett allmänt meningsutbyte icke kom till stånd, fattades sedermera af hr *Meyer* som ett uttryck för en storm af ovilja mot förslaget till undervisningsplan i matematik.

Af redogörelser för liknande diskussioner i tyska pedagogiska tidskrifter finner man, att ungefär enahanda fenomen där gå igen. Först omfattas reformsträfvandena till synes allmänt. När de så blifvit detaljeradt utarbetade, då yppa sig hos ett fåtal betänkligheter. Ibland synas dessa knappast allvarligt menade, närmast föranledda af en känd pedagogs och dennes anhängares förfäktande af prioritetsrätt, en i och för sig alldeles likgiltig fråga, allra hälst då ingen velat fråntaga honom denna rätt. [1])

[1]) *E. Brocke*, Die Frage der Neugestaltung des mathematischen Unterrichts und die Strassburger Vorschläge von 1895, Leipzig, Teubner 1907, separat. Jfr. Bericht über eine in Basel veranstaltete Besprechung etc., Zeitschrift f. math. und natur. Unterricht, Bnd 39, 1908. Se ock über die Gestaltung des mathematischen Unterrichts im Sinne der neueren Reformideen, föredrag vid en feriekurs i Göttingen påsken 1908 samt en redogörelse för däraf föranledd diskussion, där meddelande lämnats, att *Max Simon* protesterat mot hela reformrörelsen vid matematikerkongressen i Rom: »was gut daran sei, sei nicht neu und was neu sei, sei nicht gut»; Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht Bnd 39.

I Tyskland förspörjes från skolmännen knappast någon opposition mot att införa differentialräkning i de högsta klasserna — jag har endast sedt två personer göra invändningar och af dem har den mest inflytelserike, en bekant läroboksförfattare, sedermera gifvit efter [1]) och kommit till fullt samförstånd med reformsträfvarna. Det ser ut, som om det kapitlet redan vore å nyo infördt vid flertalet läroanstalter [2]) — som bekant påbjöds dess borttagande på 1880-talet.

Däremot råder på en del håll missnöje öfver, att det utarbetade förslaget till läroplan, »Meranplanen», nästan uteslutande tagit hänsyn till den helklassiska linjen (således med grekiska)[3]) De reala anstalternas kurser skulle endast utgöra en djupare utvidgning af dessa. En missuppfattning råder flerstädes såsom förut i annat sammanhang omförmälts, om själfva kärnpunkten, att differentialkalkylen skall organiskt inarbetas i den öfriga kursen, i det att den skall utgöra en följdriktig utbildning af den grafiska framställningen af två storheters funktionella beroende af hvarandra. Denna missuppfattning gör sig ock gällande i läroböcker. I förordet till en af dessa yttras uttryckligen, att den är afsedd att användas »sedan den analytiska geometrien och elementen af den lägre analysen behandlats.» [4])

Äfven beträffande det stadium, å hvilket den grafiska framställningen skall inträda, märkes meningsskiljaktighet. På somliga håll har man funnit, att man å nederskolan bör stanna med kurvor konstruerade på grundval af statistiskt material, en mening, som ock hade sympatier af talare vid mötet i Falun. I de klasser, som svara mot vårt gymnasium, bör dock grafisk framställning af kurvor, definierade af ekvationer, redan från början förekomma. Å andra sidan vilja somliga att början med grafisk framställning — natur-

[1]) *Klein-Schimmach*, loc. cit.

[2]) Jfr Sitzung der Berliner Mathematischen Gesellschaft von 20 Januar 1909, Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht, Bnd 40, 1909.

[3]) Bericht über die XV. Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und der Naturwissenschaften, Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht, Bnd 37, 1906.

[4]) *R. Schröder*, Die Anfangsgründe der Differential- und Integralrechnung, Leipzig, Teubner, 1905.

ligtvis icke af algebraiska funktioner eller till en början ens i form af kurvor, utan genom färgläggning af cirkelsektorer till olika utsträckning, uppritning och målning af rektangulära remsor till olika storlek, färgläggning af kartskisser med olika nyanser etc. — bör inträda mycket tidigt.[1]) Så yrkar den bekante skolmannen, fysikern *Grimsehl* i Hamburg, på, att början skall ske i första klassen, där den möter lärjungen i läroböcker i geografi. Likaså klagar *Goldziher* i Budapest[2]) öfver, att i den franska kursplanen och likaså i det tyska förslaget till kursplan först å mellanstadiet lämnas tillfälle att ställa funktionsbegreppet och den grafiska framställningen i undervisningens medelpunkt. Reformen bör enligt hans mening tränga ned till bottnen. I anförda uppsats redogör *Goldziher* i detalj, hur han verkligen praktiserat saken i andra och tredje klasserna de två sista åren. Han genomgår därvid en hel del grafiska metoder, för att till sist komma fram till kurvor utarbetade på grundval af statistiskt material. Han försäkrar, att lärjungarne hade stort nöje af denna undervisning.

Säkert är, att alla anse, att på det stadium, som motsvarar ring I, äro lärjungarna fullt mogna för grafisk framställning af den art, som svarar mot bestämmelserna i svenska undervisningsplanen. I Frankrike, där kursplanen af 1902 varit reformerande för matematikundervisningen, ingå dessa saker redan i den klass, som svarar mot vår femte, och stadgeändringarna af 1905, genom hvilka matematiken erhållit något ökadt timantal, har medfört en förskjutning nedåt, så att i nyssnämnda klass ingår redan konstruktion af uttryck af formen $\frac{a\ x + b}{a\ x + b'}$.

Då meningsskiljaktigheten i viktiga detaljer äfven bland reformens anhängare sålunda är så stor samt äfven en och annan motståndare till densamma finnes, är det lätt förklarligt, att man i Preussen på somliga håll är rädd för, att genom ett regeringspåbud Meranplanen skall omedelbart på-

[1]) I dylika framställningars ofantliga nytta får man en klar inblick i det öfverlägsna verket: Sveriges jordbruk vid 1900-talets början af Flach, Juhlin-Dannfelt och Sundbärg, Göteborg, 1909.

[2]) Die Rechenunterricht auf der Unterstufe der höheren Schulen, Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht Bnd 39, 1908.

bjudas till efterrättelse. Man påpekar, att det icke varit lyckligt, att i Frankrike regeringen tagit initiativet till reformen och att på grund af en kommittés utlåtande dess förslag utan lärarnes diskussion påbjudits. Särskildt lär detta tillvägagångssätt icke varit fördelaktigt för den helklassiska linjen, och det är denna bildningslinje reformen i Tyskland speciellt gäller. Detta är heller icke underligt, om man besinnar, att i Frankrikes humanistiska gymnasier timantalet per vecka i högsta klassen är 2, och kursen sträcker sig så långt, att den omfattar differentialkalkylens element.

Ledande personer i Preussen, där som bekant rörelsen utgått från universitets- och skolmän försäkra emellertid, att något liknande där icke behöfver befaras. Den redan nu gällande undervisningsplanen är så bredt affattad, att reformerna kunna däri inrymmas utan några kategoriska regeringsbestämmelser. I enskilda fall kan detta visserligen leda till slitningar, där inom samma läroanstalt meningarna bland matematiklärarna äro delade. »Mycket bättre än ett våldsamt genomförande af reformen är, att allt efter olika öfvertygelse, somliga förblifva vid det gamla, men andra slå in på den nya riktningen, och må man så tid efter annan rådgöra om sina erfarenheter.»[1])

Den utgång frågan fått i Sverige intager en förmedlande ställning så till vida, att det visserligen betonas i undervisningsplanen, att funktionsbegreppet skall vara ett viktigt moment i undervisningen, men icke att det skall vara det centrala. I alla händelser kan detta i sinom tid ske, trots de små kurserna, som väl omöjligen kunna afskräcka reformens motståndare.

Den öfverallt likartade studentexamen nödvändiggör detaljerade bestämmelser. Med kännedom om förhållandena hittills, då de matematiska studentskrifningarna mången gång varit sådana, att de kunskaper, klassen 6:2 bibringat, varit tillräckliga för att bestå profvet, behöfver man näppeligen befara, att fordringarna skola blifva så höga, att äfven de lärare, som ej ha sinne för och endast motvilligt foga sig i de nya förhållandena, icke skola känna sig tillfredsställda.

Om det således också från vissa synpunkter — men man

---

[1]) *Klein*, Anförande vid förut omtalade diskussion 1908 i Göttingen.

må dock besinna att här är fråga om hänsyn till en mycket liten minoritet — är att beklaga, att den nu påbjudna undervisningsplanen icke kunnat skrifvas så bredt, att den eventuellt tillåtit ett bibehållande af det gamla undervisningssättet, så har man med de nu gifna snäfva bestämmelserna vunnit, dels att den af alla, åtminstone enligt hvad diskussionen i Falun gaf vid handen, omtyckta organisationen med en likformig och på nuvarande sätt kontrollerad studentexamen, kunnat bibehållas, dels också, att ingen som hälst öfveransträngning för en gosse med genomsnittsbegåfning behöfver ifrågakomma, åtminstone för matematikkursernas skull.

6.

Under de sista årtiondena har det i Tyskland rådt en sträfvan att ställa den rena matematiken i intimt samband med tillämpningarna. Denna riktnings förkämpar hafva isynnerhet lyckats göra sig hörda, då det gällde att fastställa fordringarna i ämbetsexamen för blifvande lärare, hvilka fordringar äro formulerade i »Ordnung der Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen» af 1898. Den stora undervisningskommissionen, tillsatt af läkare och naturforskare, har jämväl tagit den frågan om hand och funnit att de gällande bestämmelserna böra i vissa punkter revideras. Den grundprincipen står dock fast: hvarje matematiklärare skall kombinera examen i *ren* matematik med examen i *tillämpad* matematik. I detta senare ämne ingår deskriptiv geometri, elementär mekanik med grafiska och numeriska metoder, teorien för mätningar kombinerad med sannolikhetsräkning, astronomi och geofysik. Därtill kommer teoretisk fysik i nära anslutning till experimentalfysik.[1])

Man tillskrifver till en del den gamla lärarutbildningen, då man endast behöfde studera den »rena» matematiken för att vinna lärarkompetens i ämnet, det stillestånd, hvari den matematiska undervisningen råkat i jämförelse med andra skolämnen. Matematiken har som skolämne en farlig konkurrent i fysiken. Detta senare ämne har under

[1]) *A. Gutzmer*, Die Tätigkeit der Unterrichtskommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte, Leipzig und Berlin, Teubner, 1908.

hittills rådande förhållanden tilldragit sig det större intresset hos både lärare och lärjungar och detta till väsentlig del på grund af det uppsving fysiken gjort genom oupphörligen nya upptäckter, som gripa direkt in i det dagliga lifvet. När det gäller, att vid fysikundervisningen i skolan följa vetenskapens framsteg, då skyr läraren ingen möda för att med uppoffring af tid, krafter, för att ej tala om pängar, söka göra lärjungarna förtrogna med nya fysiska upptäckter, som tidningarna omtala.[1]) Ofta föredragas de i undervisningen, innan de kommit in i läroböckerna. Intet under då, att fysikundervisningen vinner lejonparten af intresset hos både lärare och lärjungar, när man besinnar, att matematikundervisningen varit ett evigt enahanda, samma formler och satser från släkte till släkte, i det stora hela oberörda af sista århundradets framsteg!

Det väckte därför för flere år sedan ett stort bifall, när *Kramer* framställde sitt förslag, att i skolundervisningen matematiken endast skulle betraktas som en hjälpvetenskap för fysiken. Denna tanke har på sätt och vis ånyo gått igen. Vid diskussionen om, att matematikundervisningen borde reformeras genom att däri inrymmas funktionsbegreppet i dess geometriska form samt i anslutning därtill begreppen derivata och integral, har det, hvarom exempelvis *Grimsehl* upplyser,[2]) varit allvarligt på tal att öfverföra alla dessa nyheter till fysikundervisningen. Så liten tilltro hyses till förverkligandet af reformer inom matematikundervisningens innehåll och metodik, och detta vinner, såsom framgår af det ofvan anförda, sin förklaring, när man ser saken historiskt.

Nu är det sannt, att de matematiska framstegen i de flesta fall icke äga ett sådant aktuellt intresse som naturvetenskapernas, särskildt fysikens och kemiens, och att det därför är alldeles i sin ordning, att det dröjer en ganska rundlig tid, innan denna vetenskaps framsteg kunna göra sig gällande i skolorna. *Klein* kallar detta skämtsamt en viss

[1]) *P. Weinmeister*, Unendlichkeitsrechnung in der Schule, Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht, Bnd 38, 1907.

[2]) Berättelse öfver 15:de årsmötet inom der Verein zur Förderung des Unterrichts in der Math. und den Naturw., Zeitschrift f. den math. und naturw. Unterricht, Bnd 37, 1906.

hysteresis, hvilken han sangviniskt anser böra rimligen omfatta tre decennier.[1])

Det steg, som nu genomföres, skulle således vara att låta utvecklingen rycka fram till *Eulers* båda funktionsbegrepp formulerade omkring 1750 och gående parallellt med hvarandra: a) *en funktion y är hvarje analytiskt uttryck af x*, d. v. s. hvarje uttryck som är sammansatt af potenser, logaritmer trigonometriska uttryck o. s. v.; b) en funktion definieras också af en godtycklig »libero manus ductu» i ett koordinatsystem uppritad kurva.

Nyligen har, som bekant, 200 årsminnet af *Eulers* födelsedag firats och en serie skrifter om hans betydelse för den matematiska vetenskapen har med anledning häraf sett dagen. Det har särskildt framhållits hans kolossala betydelse för elementarmatematiken.[2]) Det sträcker sig ända in i de minsta detaljer. Från *Euler* härrör den enkla och naturliga saken att beteckna sidorna i en triangel med a, b, c och motstående vinklar med A, B, C, hvarom *Moritz Cantor* säger: »det var en i och för sig obetydlig nyhet, som hvarje äfven den obetydligaste matematiker hade kunnat hitta på, men faktiskt dittills icke gjorts,» eller som *Dirichlet* uttryckte sig om dylika saker: »om man har det, är det självklart, men — man måste först hafva det.» Från *Euler* härrör beteckningarna i, π, e, $\underline{\wedge}$, Σ, o. s. v., från *Euler* komma de nu vedertagna definitionerna på de trigonometriska funktionerna som tal, från *Euler* härrör ock den i skolan gängse framställningen af rötter, potenser och logaritmer etc, etc. Då man med så god framgång upptagit så mycket annat från *Euler*, skulle det då vara farligt att nu, då mer än ett och ett halft århundrade förflutit, sedan saken först framställdes, taga steget ut till det eulerska funktionsbegreppet och den utveckling, han själf däråt ger, med tillämpning på differential- och integralkalkylen. Och meningen är, såsom framgår af hela den svenska undervisningsplanen, men icke kan nog betonas, att detta införande skall ske icke genom abstrakta definitioner, utan alldeles i *Eulers* anda, att *medelst elementära exem-*

---

[1]) *Klein*, Elementarmathematik etc. loc. cit.

[2]) *P. Stäckel*, *Eulers* Verdienste um die elementare Mathematik, Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht, Bud 38, 1907.

pel göra det till lärjungens lefvande egendom.[1]) Ett utmärkande drag för *Euler* var just hans underbara förmåga, att af ett fåtal sifferexempel finna den allmänna lagen eller som han själf gärna kallade det, att han ägde devinationsförmåga.[2])

Rycka vi således fram med dessa nyheter i skolundervisningen, så befinna vi oss ändå på ett respektabelt afstånd från de spörsmål, som röra sig inom den nutida vetenskapen, och fältet för framtida reformarbete är ändå tillräckligt stort. Stanna vi, då ökas afståndet år efter år, årtionde efter årtionde, ty såsom *Klein* säger: »vetenskapen som sådan hvilar aldrig, äfven om den enskilde forskaren tröttnar.»

7.

Uppfattningen af begreppet elementär matematik, högre och lägre matematik har således under de sista decenniernas lopp blifvit en annan än då hr *Meyer*, som för öfrigt nu så ifrigt förfäktar matematikens uppgift att vara en gymnastik för själen, år 1887[3]) skref: »på ett så högt stadium, som där den analytiska geometrien läses, kan meningen ej vara att bibringa eleven mekanisk färdighet utan egentligen att gifva honom en inblick i den högre matematikens natur och väsende.» Får man döma af detta, står den analytiska geometrin och därmed funktionsbegreppet på trappan till den högre matematiken. Sedermera har man definierat den framställning som elementär, som undviker symbolerna $\frac{dy}{dx}$ och $\int ydx$. Äfven den uppfattningen har fått vika. »*Elementarmatematiken* omfattar de delar af matematiken, som en genomsnittsmänniska kan tillägna sig utan fortsatta specialstudier och *skolmatematiken* är den del af elementarmatematiken, som främjar gymnasiernas mål, nämligen att erbjuda en allmän grundval för förstående af den moderna kulturen.»[4])

---

[1]) *Klein*, Elementarmathematik etc., loc. cit.

[2]) *Stäckel*, *Eulers* Verdienste etc, loc. cit.

[3]) Pedagogisk Tidskrift, loc. cit.

[4]) *Klein-Schimmack*, loc. cit.

Det är i alla kulturstater en allmän mening, att funktionsbegreppet och infinitesimalräkningen höra hit. Det har mer eller mindre tagit sig uttryck i de nya undervisningsplanerna för Frankrike, Bayern, Ryssland, Sachsen, Danmark och Sverige, den ingår i på dagordningen stående förslag i Italien, England, Förenta Staterna samt framförallt Preussen.

Motståndarna mot reformen invända ändtligen med eftertryck, senast på mötet i Falun: den lilla kurs i differential- och integralräkning, som skolan kan meddela, är af platt ingen nytta. Den inhämtas på några få dagar vid universiteten. Särskildt underströks därvid, att detta blir fallet, om man inskränker sig till innehållet i rektor *Josephsons* programuppsats, åtminstone måste man gå så långt som dr *Hallgren* i sitt arbete.[1])

Häremot invändes, att uppfattningen är ensidig. Först och främst tager den i betraktande endast dem, som komma att ägna sig åt fortsatta studier. Vore bland dem blott fråga om blifvande matematici och möjligen teknici, hade invändningen ett visst berättigande, men det finnes också andra, som idka högre studier och behöfva kännedom om dessa saker, och för dem är kursen, trots sin obetydlighet, af oskattbart värde.

För *kemister* och *biologer* m. fl. anordnas vid en del *tyska* universitet ett kollegium i matematik för bibringande af de första elementen i infinitesimalkalkylen. Men det klagas öfver, att nyttan för de studerande blir ringa, därför att deras tid är så upptagen af praktiska öfningar. Resultatet blir ofta, att »den studerande vänjer sig vid klangen af några nya ord. Hur mycket bättre vore icke, om dessa saker inhämtades i skolan. Där råder tvång till skolbesök, till ordnadt hemarbete, där finnes ock tid därför.»[2])

Medicinare ha svårt att komma till rätta med *fysikaliska* och framförallt *fysiologiska* arbeten, där man gör ett vidsträckt bruk af funktionsbegreppet och dithörande saker. Men ännu sämre är det ställdt med medicofilarnes förmåga att tillgodogöra sig föreläsningar i experimentalfysik. Det klagas i Tyskland öfver, att hänsyn till bristande insikter i

[1]) Se förut citerade arbeten.
[2]) *Klein* föreläsningar 1905.

matematik hos en del åhörare, som ej skola bli fysici, draga ned hela undervisningen i detta ämne.[1])

Detsamma gäller *juristerna*, för såvidt de hafva att syssla med statistik och försäkringsväsende. De behöfva många gånger funktionsbegreppet samt begreppen derivata och integral, men äga dem icke. Följden blir: de lära sig kanske ytligt de matematiska resultaten och hålla dem för riktiga, men de begripa icke matematik och kunna ej handskas därmed.

Jag förbigår humanisterna och nöjer mig med att för *filosoferna* anföra *Kants* visserligen något omtvistade sats: i hvarje särskild del af naturläran kan man anträffa så mycket af egentlig vetenskap, som däri ingår matematik; samt hänvisar i öfrigt till en uppsats af *A. Jacobs*: Was leistet der Mathematikunterricht für die Erziehung zur Wissenschaft?[2])

Hvad nu alla dessa icke-matematici behöfva känna af antydda saker för sina fortsatta studier, är, kvantitativt sedt, mycket litet; men det må än en gång betonas: det tager tid och det kräfves ro för att smälta dessa saker, och därför är det nödvändigt, att de inhämtas i skolan. Att grundbegreppen funktion, derivata och integral gått in i blodet, är viktigare, än att studenten utan att blinka kan rabbla upp trigonometriska formler, vid hvilka somliga personer å Falumötet fäste så stor vikt.

Man har från detta håll, där man ej vill veta af reformer, anmärkt som ett fel, att undervisningsplanen icke upptager derivatan af *log x*, m. m. Lärjungen skulle, som en talare uttryckte sig, få den uppfattningen, att denna funktion saknade derivata. Det sista är nonsens, då han ej får höra talas om, att detta kan inträffa. Att kursen måst så skarpt begränsas, är att beklaga och beror af hänsyn till reformens motståndare. Man får nöja sig med litet och erinra sig Bismarcks ord: Wer zwei Hasen zugleich nachjagt, erhält keinen.

[1]) Flerstädes vid diskussioner om förändringar i lärarutbildningen i Preussen, Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht.

[2]) Zeitschrift f. math. und naturw. Unterricht, Bnd 39, 1908.

I den flere gånger omtalade tidningsdebatten, som i Mars månad detta år förekom i Svenska Dagbladet, utropar en anonym matematiker: »Skulle inte vi svenskar för en gångs skull kunna få resonera oberoende af alla utländska auktoriteter om våra egna förhållanden och framför allt uti våra egna förhållanden.» Det är lyckligt, att detta yrkande på isolering är tämligen enstaka. Det ådagalägger, att den, som fällt det, sväfvar i okunnighet om matematikens betydelse för den nutida kulturen och om sträfvanden, som i hela världen göra sig gällande och upptaga vetenskapsmäns och skolmäns lifliga intresse.

Detta intresse för skolmatematiken tog sig senast slående uttryck vid den internationella matematikerkongressen i Rom den 5—11 april 1908. I »afdelningen för filosofi, historia och undervisning» föredrogs en redogörelse för matematikundervisningen i olika länders skolor och på förslag af *David-Eugen Smith* från Förenta Staterna antogs med lifligt bifall följande resolution: »Öfvertygad om betydelsen af en jämförande undersökning af metoder och undervisningsplaner vid matematikundervisningen i de högre skolorna i olika länder, uppdrager kongressen åt hrr *Klein*, *Greenhill* och *Fehr* att bilda en internationell kommission, som skall studera dessa frågor och förelägga kongressen i Cambridge 1912 en berättelse däröfver». Redan förra hösten utfärdades också en inbjudan, att de länder, som det önskade, ägde att genom delegerade deltaga i dithörande arbeten. Den internationella kommissionen har således redan börjat sina arbeten och en detaljerad arbetsplan har blifvit uppgjord. På dess föranstaltande föreligger exempelvis redan en redogörelse för matematikens ställning vid flickskolorna i Preussen före och efter deras omdaning.

I motsats mot den förut citerade författaren må det tillåtas mig uttala: låt oss arbeta för att vara fullt förtrogna äfven med rörelserna i undervisningsfrågan i de stora kulturländerna; må vi diskutera, hvad som däri förehafves; må vi pröfva allt och behålla det bästa och må vi också själfva taga initiativ; men må vi med ett ord — akta oss för att komma på efterkälken.