Matematiken i skolan.

Af H. Petrini.

Under diskussionen om läroverksreformen har man haft föga att säga om matematiken. Och dock äro kurserna i detta ämne ömkligt små i jämförelse med hvad de äro i andra länders skolor med samma timantal för matematiken. Historiskt torde detta missförhållande hafva uppkommit på följande sätt. För att slippa rötäggen i klassen inrättade man för deras skull i mediet af förra århundradet en speciell linje, reallinjen, hvars hufvudsakliga särmärke var: ingen latinläsning. Men för att eleverna ej skulle slå dank under den tid kamraterna läste latin, satte man dem i brist på annat att räkna. Å andra sidan kunde man nu peka på de många matematiktimmarna och säga, att reallinjen var afsedd för dem som vilja välja den praktiska banan; detta lät ju bättre. Men då äfven intelligenta pojkar så småningom började besöka reallinjen, fingo dessa under de många matematiktimmarna förnöta tiden med att lösa mer tillkrånglade problem på samma kurs. På detta sätt bibehölls en löjligt liten kurs i förhållande till timmarnas antal, allt under det problemen blefvo mer och mer invecklade. Sedermera har språktyranniet vunnit insteg äfven på reallinjen och där tillryckt sig en mängd timmar från matematiken och naturvetenskaperna.

Jämförelse med främmande länder.

Våra kursplaner i matematik hålla någorlunda jämna steg med främmande länders för klasserna 1—4. I läroverkskommitténs förslag är det t. o. m. meningen att här hinna med ungefär samma kurs som i de nya preussiska skolplanerna är stadgad för motsvarande klasser i »Oberrealschule» som svarar emot vår reallinje, ehuru matematiken där har sammanlagdt tre veckotimmar mer. Det är egentligen först från och med femte klassen som vår efterblifvenhet gör sig märkbar, om den också enligt nu gällande läsordning börjat redan i fjärde. I Preussen skola nämligen eleverna redan i de sex nedre klasserna hafva läst andragradsekvationer och logaritmer till och med på den helklassiska linjen, där dock latinet börjar redan i första klassen (8t) och grekiskan i fjärde (6t). Och på den halfklassiska linjen läses dessutom på realskolestadiet stereometri och trigonometri. I Frankrike läses i den klass som motsvarar vår R 6:1: algebra fullständigt, stereometri — likformighetsläran läses redan i femte klassen — grafisk representation. Må dessa exempel vara nog för att visa den enorma skillnaden mellan såväl våra nuvarande kurser som den kurs läroverkskommittén föreslagit för realskolan och hvad man anser sig böra medhinna på ungefär samma tid i motsvarande klasser på andra håll. Att våra kurser för studentexamen skola bli bedröfligt små i jämförelse med andra länders är då att vänta, och det kan icke komma ifråga att jämföra ens vår *realstudentkurs* med annat än kursen på den *helklassiska* linjen på andra håll. Så läses enligt de preussiska skolplanerna i 7:1 och 7:2 följande kurser på den *helklassiska* linjen.

»Aritmetik: Aritmetiska och geometriska serier samt ränta på ränta. *Grunderna af kombinationskalkylen och dess omedelbaraste användningar på sannolikhetsberäkning.* Binomialteoremet för hela positiva exponenter. Sammanhängande framställning af räknelagarna (utvidgning af talbegreppet genom de algebraiska operationerna från och med hela positiva tal till och med *komplexa tal).* Ekvationer af högre grad som kunna reduceras på andragradsekvationer.

Fortsatta öfningar i trigonometri och geometriska konstruktionsuppgifter.

Stereometri *och dess användning på matematisk geografi och astronomi. Teorin för perspektivisk teckning af föremål i tre dimensioner.*

Koordinatbegreppet. Några grundteorem angående koniska sektioner.

Utvidgningar, sammanfattningar och öfningar på alla områden i de föregående klassernas kurser.»

Detta allt på 4 veckotimmar i hvardera klassen! Som man ser läsa de tyska grekerna betydligt mer matematik än våra realstudenter (det af mig kursiverade går utöfver vår reallinjes kurs). För att visa hvilka fordringar man ställer på en *helklassisk* abiturients kunskaper i matematik må här meddelas abiturientskrifningarne vid Friedrichs-Gymnasium i Berlin hösten 1901:

»1. Ett sfäriskt segment af trä, hvars höjd är $h = 7$ cm. flyter i vatten med den buktiga sidan nedåt och ligger då $a = 6$ cm. djupt. Om det åter summe med den plana sidan nedåt, skulle det nå a cm. öfver vattenytan. Huru stor är sfärens radie, hvad är segmentets vikt och huru stor är träets specifika vikt?

2. På en ort som ligger på $52° 30,'3$ nordlig latitud har man kl. $5^t 5,3^m$ e. m. den 5 juni bestämt solens höjd till $26° 32,'9$ och dess azimut till $86° 53'$. Huru stor var solens deklination vid tillfället? Hvilken longitud har orten? Tidsekvationen uppgick den 5 juni till — $2,4^m$.

3. För ett hus bjuder A 100,000 M kontant, B 110,000 M på det sätt att han betalar 50,000 M kontant och 60,000 M om fyra år; C bjuder 114,000 M på det sätt att 30,000 M betalas kontant och rästen i sju årliga afbetalningar à 12,000 M. Hvem bjuder mest? 4 %.

4. Bestäm skärningspunkterna mellan ellipsen

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{400} = 1$$

och parabeln

$$y^2 = 60x,$$

uppställ ekvationerna för de tangenter till de båda kurvorna som gå genom skärningspunkterna samt bestäm de punkter, i hvilka tangenterna skära axlarna.»

I 7:1 och 7:2 läsa *halfrealisterna* i Preussen:

»Kombinationskalkylen och dess användning på sannolikhetsberäkning. Binomialteoremet för godtyckliga exponenter samt enklare oändliga serier. Sammanhängande framställning af räknelagarna, kubiska ekvationer. Enklare exempel på maxima och minima.

Sfärisk trigonometri med användning på matematisk geografi och astronomi.

Geometri: Grunddragen af den beskrifvande geometrin. De viktigaste satserna om koniska sektioner med elementär syntetisk behandling.[1]) Plan analytisk geometri.

---

[1]) Läran om harmoniska punkter och strålar genomgås i 6:2.

Utvidgningar, sammanfattningar och öfningar på alla områden af de föregående klassernas kurs.»

På *reallinjen* tillkommer:

»Behandling af de viktigaste serierna i den algebraiska analysen. På denna linje kan efter omständigheterna en utvidgning ske antingen af den aritmetiska kursen, genom behandling af allmän ekvationsteori jämte metoder till approximativ lösning af numeriska, algebraiska och transcendenta ekvationer, eller af den geometriska kursen genom utförligare behandling af den beskrifvande, syntetiska eller analytiska geometrin.»

Jag vill här meddela studentskrifningarna påsken 1902 vid »Das Dorotheenstädtische Realgymnasium» (motsvarar vår B-linje):

1. $x^5 = 15 - 8i$.

2. Hvilken kurva representeras af ekvationen

$$19x^2 + 216xy - 44y^2 + 1420x + 440y + 2900 = 0?$$

3. Hvilken är den största kon som kan inskrifvas i en gifven rotationsellipsoid, så att dess axel ligger utefter rotationsaxeln? Huru förhåller sig dess volym till ellipsoidens?

4. Hvilken höjd och hvilken azimut har solen i Berlin ($\varphi = 52^\circ\ 31'$) den 14 maj kl. $4^t\ 10^m$ e. m. medeleuropeisk tid? Deklinationen är $\delta = +\ 18^\circ\ 30'\ 58''$; tidsekvationen $g = -\ 3^m\ 55^s$, longitudinaltid $l = 6^m\ 28^s$.

Frivillig uppgift: Härled formeln för beräkning af den treaxiga ellipsoidens volym.

I *Frankrike* läses i högsta klassen på alla fyra linjerna bl. a. *elementen af differential och integralkalkyl* med enklare tillämpningar på beräkning af ytor, volymer, maxima och minima m. m.

Läroverkskommitténs förslag.

Den successiva afskrifningen af matematiken som hos oss förekommit vid alla ändringar (»reformer») i skolplanen under senaste halfseklet har ej heller uteblifvit i läroverkskommitténs förslag. För dem som önska utträda i det praktiska lifvet efter att hafva genomgått en sexårig realskolekurs har matematikundervisningen *minskats* med *två* veckotimmar, ty af sjätte klassens uppgifna 5 timmar äro endast 4 anslagna åt matematik mot den nuvarande R 6:1:s 6 t. (den femte är nämligen anslagen åt bokhålleri, som snarare borde räknas till välskrifning och förläggas till tredje klassen). Därtill kommer att för dem matematikskrifningen helt och hållet borttagits. För gymnasiets alla klasser har kommittén dessutom föreslagit en minskning af matematikskrifningarna från en skrifning hvarannan vecka till en skrifning hvar tredje vecka — en utmärkt illustration till huru kommittén fattar behofvet af ökad självverksamhet. Detta har skett »till lättnad i arbetet för både lärjungar och lärare» eller m. a. o. *det är lärarnas lättja och leda vid att rätta skrifböcker, som skall vara den bestämmande principen vid skolreformer i Sverige.*

Aritmetik. Kommittén betonar särskildt att man skall syssla med »parentesräkning» (i fjärde klassen) och »sammansatta bråkexempel» (i femte). Detta kan ej tolkas annat än som en direkt uppmaning till kineseri. Den på de sista decennierna införda »parentesräkningen» är nämligen icke att betrakta såsom enkla sifferexempel lämpliga att klargöra för eleven vissa räknelagar som eljest först möta i algebran (särskildt teckenändring och utbrytning af en gemensam faktor) utan det är ett sammelsurium af en massa bråkstreck öfver och under hvarandra och parenteser inuti hvarandra, alltsammans befolkadt med en heterogen blandning af bråk och decimalbråk. Se här ett »sammansatt» bråkexempel med parenteser hämtadt ur den mest använda läroboken i aritmetik (Bergs räknelära):

$$\frac{4\frac{2}{7} : \frac{1}{0,3} + \dfrac{0,3 \times^{*} 28^{4}/_{7}}{7^{3}/_{4} : 3^{7}/_{8}} : 0,24 — [2^{3}/_{7} \times 4,5 + (\frac{1}{1/10} + 0,1) : 1,4]}{{}^{5}/_{9} \times 1,26 + 5,22 : 1^{2}/_{7} — 0,9024 : 0,24}$$

*) Det hör till saken att småbarnen ej få använda samma multiplikationstecken som äldre, utan de få ha ett för dem ensamma konstrueradt tecken, alldeles som skolmatematiken f. ö. delvis håller sig med en för den säregen terminologi.

Det är sådant kommittén vill alldeles särskildt uppmuntra till! Detta exempel är dock blott afsedt att för närvarande läsas i tredje klassen, hvad blir då icke utseendet af parentes- och sammansatta bråkexempel i femte och sjätte klasserna — ty äfven i realskolans högsta klass skall man idissla »de fyra räknesätten i hela tal och bråk»!

Algebra. Här kommer kommittén med en alldeles splitter ny idé som »är så vidt kommittén har sig bekant ännu icke någonstädes i större utsträckning pröfvad,» nämligen att från första början ställa hela algebran på hufvudet. Algebran är som bekant en helt naturlig och omedelbar utveckling ur aritmetiken uppkommen genom de enkla aritmetiska räknelagarnas allmängiltighet. Och naturligtvis bör äfven studiet af algebran införas på denna väg. När eleven i tredje klassen blifvit förtrogen med bråkläran och den enkla men fruktbärande form af parentesräkning, som ofvan antydts i motsats emot den hos oss nu brukliga, så blir det honom en lätt sak att fatta innebörden af användningen af bokstäfver. Sedan han blifvit uppmärksamgjord på allmängiltigheten af de aritmetiska räkneoperationerna är han beredd att *omedelbart* räkna *enklare* exempel på alla områden af »hela tal och bråk» i algebran, och detta utan någon ytterligare undervisning att tala om. När så eleven fått en viss vana att räkna med bokstäfver i stället för siffror såsom tecken för tal, naturligtvis med ständigt bibehållen känning af denna betydelse hos bokstäfverna, så är han någorlunda preparerad att börja ekvationsläran. Här tillkommer nu en nyhet för honom, nämligen användningen af de Euklideiska aritmetiska axiomen på räkning. Men äro räknelagarna väl inhämtade, så möter ej heller ekvationsläran några större svårigheter. Detta allt är så triviala saker att de ej hade behöft omnämnas, om ej läroverkskommittén ville införa en emot denna naturliga lärogång rakt motsatt, hvilken skulle snedvrida matematikundervisningen från första början. Läroverkskommittén vill nämligen införa ekvationsläran *före* hela tal och bråk i algebran samt grunda den senare undervisningen på den förra, så att man medelst ekvationer skall införas i bokstafsbeteckningen och dess användning i stället för tvärtom. Så vidt jag fattat kommittén rätt skall man vid svårare ekvationer först förbereda sig genom att nätt och jämt räkna så mycket algebra som behöfs för deras lösning, och så undan för undan. Det hela blir då ett fullständigt virrvarr för nybörjaren, han får nämligen alltför mycket nytt att sätta sig in i på en gång och detta nya skall dansa om i hjärnan på honom genom metoden: växelvis ekvationer och algebra, där grunden ryckts undan båda, och hvardera försöker att stödja sig på den andra. Anledningen till införandet af denna virriga nyhet förklaras bero på nybörjarens i allmänhet visade oförmåga att förstå algebra. Men vid närmare undersökning visar det sig, att detta onda nästan uteslutande beror på att den mest använda exempelsamlingen (Haglunds) har alldeles för svåra exempel. Det kan därföre godt häfvas helt enkelt genom användandet af en lindrigare lärobok (t. ex. Möllers) men äfven denna med urskillning.

»*Proportionsläran*». I Sverige lider matematikundervisningen af den black om foten som heter »proportionslära» utgörande ett slags kvasivetenskaplig lära om allmänna storheter m. m. och som hvarken pojkarna eller lärarna själfva förstå, att döma af de otaliga *felaktiga* läroböcker som finnas utgifna i proportionslära. Om man håller sig till storheternas *mätetal* och ej till *storheterna själfva* och sålunda definierar *förhållandet* mellan två storheter såsom *kvoten mellan deras mätetal*, så har man reducerat hela frågan till en algebraisk fråga. Och på två à tre lektioner hinner man gå igenom allt hvad man ur läran om proportionella *tal* behöfver känna till för studiet af likformighetsläran. Läroverkskommittén bibehåller nu proportionsläran i hela dess omfattning på gymnasiet men den anser att man i realskolans sjätte klass kan reda sig med likformighetsläran denförutan. Detta icke därför att kommittén anser proportionsläran obehöflig, utan därför att den kör med en nyupptäckt formel »i realskolan skall endast läsas rationella tal» hvilken är hopgjord utan ringaste hänsyn till realskoleelevens behof af att känna till områden af matematiken, där de rationella talen ej förslå. Utom det att likformighetsläran *ovillkorligen* förutsätter kännedom om irrationella förhållanden, så har ju kommittén själf föreslagit planimetriska räkneöfningar i realskolan. Är det då meningen att läraren t. ex. skall inbilla eleverna, att π är ett rationellt tal ($= {}^{22}/_{7}$)?

Geometri. Hvad som här genast faller i ögonen i läroverkskommitténs förslag är, att geometrin uteslutits ur tredje klassen. Annars är det en erkänd pedagogisk princip, att man vid undervisningen just skall börja med det åskådligare, och att det snarare är det abstraktare som bör uppskjutas till ett senare stadium. Men kommittén har gått en alldeles motsatt väg genom att uppskjuta geometrin, som just är den åskådligaste formen af matematiken, ännu ett år, och den har därvid fortsatt på samma väg som man förut beträdt, då man drog in den geometriska åskådningsläran (i andra klassen). Det medges gärna att undervisningen i geometri på nederstadiet har kunnat lämna klena resultat på många ställen, men detta beror ej på *ämnets* natur — som snarare kräfver att geometrin börjar redan i första klassen — utan därpå att de humanistiska rektorerna tro, att hvem som hälst duger till att undervisa på nederstadiet i ett *för läraren* så svårt ämne som de första grunderna af geometrien. Och olägenheterna afhjälpas sannerligen icke genom att uppskjuta ämnet ytterligare ett år, utan genom att öfverlåta all undervisning i matematik åt *kompetenta facklärare.* Eljest får man snart lika stor anledning att ta bort geometrin äfven ur fjärde klassen — liksom kommittén redan delvis gjort med algebran — och så undan för undan. Dessutom är kommitténs kursplan i geometri mycket oredig. Så skall man i femte och sjätte klasserna af realskolan syssla med »planimetriska och enklare stereometriska räkneöfningar i anslutning till den geometriska kursen». Men ser man efter hvad den geometriska kursen innefattar, så finner man *alls ingen* stereometri i densamma. Lika meningslös är själfva utsöndringen af ämnet »planimetri» — med detta ord menar kommittén antagligen den numeriska behandlingen af geometrin — ur ämnet »geometri» och dess förläggande under rubriken »aritmetik och algebra». Detta är ej blott en rubrikfråga, utan det innebär i själfva verket en direkt uppmaning till läraren att låta barnen förnöta tiden med onödiga och långa sifferräkningar efter formler som de inte begripa. Kommittén är missnöjd med de geometriska studentskrifningarna på reallinjen, men kan lika litet här som förut *förbättra* anordningarna. Då här den eljest använda metoden att *uppskjuta* saken ett eller annat år icke kan komma i fråga, så löser kommittén den gordiska knuten på det enkla sättet, att de geometriska studentskrifningarna *afskaffas*.

Stereometri. Hvarken i realskolan eller på latingymnasiet skall enligt kommitténs förslag läsas stereometri. Kommittén tycks icke hafva märkt, att den tredje dimensionen spelar en viss roll i det *praktiska* lifvet.

I förhållande till främmande länder med ungefär samma timtal i matematik äro vi sålunda orimligt långt på efterkälken. Våra halfrealisters kurs till studentexamen är af ungefär den omfattning som efter utlandets mönster borde sättas för realskoleexamen, och vår realstudentkurs går icke upp mot kursen på andra länders helklassiska linjer. Och trots detta har läroverkskommittén icke på en enda punkt försökt höja matematikundervisningen, utan den har snarare velat försämra densamma till och med på reallinjen, där den föreslagna *minskningen af timantalet* i tredje ringen skall delvis uppvägas af »någon lättnad i examensfordringarna». Men så tycks också läroverkskommittén icke hafva tagit minsta notis om de kurser man anser sig kunna hinna med i andra länder.

Lärareutbildningen.

Lärareutbildningen i de matematiska ämnena vid våra universitet torde icke stå efter den i andra länder. Visserligen kommer den svenske studenten äfven om han är realist till universitetet sämre utrustad med matematiska förkunskaper än exempelvis den tyske halfrealisten, men i allmänhet taga de svenska examina i stället en så mycket längre tid i anspråk. Skulle man i fråga om våra universitetsstudier ha någon önskan att framställa, så vore det att någon större hänsyn till skolan borde tagas vid uppställandet af fordringarna för betyg i filosofiekandidatexamen, så att kursen äfven omfattade en viss fördjupning på alla områden af skolkursen och de till denna närmast liggande områdena af matematiken. Men om också universiteten sörja för en relativt god lärareutbildning i matematik, så förringas den goda verkan häraf därigenom att skolmyndigheterna i stället vid tillsättning af lärare för matematikundervisningen icke fästa synnerlig vikt vid dessas fackutbildning. Detta sker i så hög grad, att den första undervisningen i aritmetik och geometri, som meddelas i de tre à fyra nedersta klasserna, i regel uppdrages åt personer som icke äro fackmän, och att detta oskick bedrifves ofta alla de sex nedre klasserna igenom. Följden af att sätta personer som sakna sinne för matematik att undervisa på så svåra undervisningsområden som de första grunderna af bråkläran, geometrin och algebran har också visat sig däri, att grunderna oftast äro dåliga, men inom intet annat område gäller det i så hög grad som på det matematiska, att det är omöjligt att bygga vidare på en dålig grund, hvilket också med största skärpa framhålles i de nya preussiska skolplanerna. Ett uttryck härför är kursen i 6:1, som hufvudsakligen består i repetitioner. Här är tydligen det meningen att läraren som tar vid på gymnasiet skall lära eleverna hvad dessa borde hafva inhämtat i småklassserna. På detta sätt går ett helt år, stundom mer förloradt. Att ett dylikt system kunnat vara möjligt torde hafva sin förklaring däri, att ledningen af hela vårt undervisningsväsen, högst uppifrån och ända ner, ständigt legat så godt som uteslutande i händerna på präster och humanister, och dessa måtte från sina egna studieämnen hafva hämtat en dålig erfarenhet, då de aldrig visat sig uppskatta värdet af *fackbildning*. Om det verkligen är så, att hvem som hälst kan undervisa i hvilket *humanistiskt* ämne som hälst, äfven om han aldrig studerat detsamma, vill jag låta vara osagdt, men rent af vanvettigt är det att tillämpa denna humanistiska princip på matematiken och de naturvetenskapliga ämnena. Ty matematikundervisningen förutsätter en särskild matematisk begåfning hos läraren (ej hos eleverna) som ej är allom gifven, och undervisningen i naturvetenskaperna förutsätter en på särskilda laboratorier vunnen praktisk utbildning hos läraren. Emot fordran på fackbildning hos matematikläraren reser sig en annan fördom, nämligen det i småklasserna och särskildt i första klassen praktiserade klasslärarsystemet. Visserligen är klasslärarsystemet förklarligt på motsvarande stadier i folkskolan, där ingen fackutbildning hos läraren ännu förekommer; men detta är intet skäl för realskolan att upptaga systemet såsom »pedagogiskt».

Den nuvarande matematiska undervisningsmetoden.

Det är en lätt konstaterad erfarenhetssats att ju okunnigare en lärare är i sitt fack — sak samma hvilket — desto mer formalistisk blir undervisningen och desto mer tenderar den till utanläsning. Dessa skadliga följder af användandet af dåliga lärare på nederstadiet i skolan hafva ej heller uteblifvit när det gäller matematiken. Geometrin har blifvit konsten att rabbla ett bevis just på det sättet den eller den läraren vill hafva det — tänk bara på det rabbel som kallas »bevis på linjen»! — algebran är för nybörjaren konsten att manipulera med bokstäfver efter vissa gifna regler, och aritmetiken i småklasserna har nedsjunkit till att vara ett rent handtverk. Och så fortsättes det, hela skolan igenom. Då faclläraren sedan på ett högre stadium får mottaga på detta sätt preparerade elever känner han sig mången gång nödsakad att fortsätta i samma anda. Ty han vill ej riskera att ej hinna med kursen, om han skulle börja om ända från början med en ny metod. Eleverna få då lära sig, att den sortens problem skall lösas på det sättet och den sortens på det sättet. Och när de äro väl preparerade och exercerade i användningen af speciella regler för hvarje särskild problemsort, som plägar förekomma i studentskrifningarna, släppas de dit och slinka igenom utan att egentligen hafva fått någon matematisk bildning. Men kommer det ett problem af annat slag än de lärt sig eller endast med en ny formulering, våga de sig icke på detsamma. Det heter då bland lärarna: »den sortens problem ha hittills icke hört till kursen». Och så få nästa års studentkandidater lära sig den nya sorten — men aldrig tänker man på att lära dem den enda fullt generella »sorten»: *konsten att tänka i hvart fall särskildt.* Matematiken har sålunda urartat till ett tankedödande mekaniskt innötande af regler i stället för att vara det mest tankeutvecklande ämne som finns. Liksom man förr i världen och delvis ännu vid språkundervisningen gick till väga så, som om språket självt endast tjänade till att illustrera de grammatiska reglerna, på samma sätt få de matematiska uppgifterna endast tjäna som medel att innöta vissa matematiska regler och mer eller mindre obegripna formler.

Men då man nu alltmer öfverger den grammatiska metoden i språkstudierna, så bör man i ännu högre grad öfverge den grammatiska metoden i matematiken och där till äfventyrs i stället införa den matematiska: att tänka.

Det finns en annan gammal surdeg i matematikundervisningen, som också har sin fulla motsvarighet i den gamla grammatiska metoden, nämligen en missriktad form af en i och för sig berättigad fordran på grundlighet i studierna. Hvem återfinner ej bland sina första bekanta från det latinska språket orden amussis buris m. fl., som han under det följande långvariga studiet af detta språk aldrig har träffat på? Och hvem har ej vid sin första bekantskap med det franska språket måst lära sig pluralformen på ett ord, som skall betyda »nödspilta» — som han inte vet hvad det är ens på svenska? Man indelar nämligen ämnet i särskilda fack, hvart och ett med sina särskilda regler, och dessa fack har nu eleven att successivt lära sig. »Grundligheten» vid undervisningen fordrar nu, att eleven bör fullkomligt behärska reglerna, så att han kan tillämpa dem på de mest invecklade och snärjande exempel, innan han får öfvergå till nästa fack.

Denna mera »kinesiska» än pedagogiska undervisningsmetod har speciellt på det matematiska området nått en synnerligen hög utveckling. Redan i aritmetiken får eleven till lifs den förut omnämnda parentesräkningen. När han sedan skall börja med algebra får han »inlära» en regel, att han ibland skall byta om tecken och ibland icke, och först när han är så okugglig på den konsten, att han ej gör fel när det förekommer två à tre parenteser inuti hvarandra, får han öfvergå till reglerna för multiplikation, som naturligtvis skola innötas lika fullständigt innan han får öfvergå till nästa afdelning med dess regler.

Räknegåtor.

Så kommer han till ekvationsläran, där hufvudvikten lägges på de s. k. »problemen». Dessa voro ursprungligen afsedda att gifva eleven en öfning i att uppställa ekvationer ur gifna data för att kunna lösa praktiska uppgifter, men de ha nu urartat till en samling inkrånglade räknegåtor, som framställas med pretention på att vara praktiska uppgifter och borttaga en dryg tid, som sannerligen hade kunnat användas på bättre sätt. Se här några exempel på ekvationslärans »praktiska» tillämpningar:

»En fisk var sönderstyckad i tre delar. Stjärten vägde 72 gr., hufvudet vägde så mycket som stjärten och halfva kroppen, och kroppen lika mycket som hufvudet och stjärten tillhopa. Frågas hela fiskens vikt.» (För nybörjare).

»En hare som förföljes af en jakthund, är i början 50 språng före densamma. Haren tager 4 språng medan hunden tager 3, men 2 af hundens språng äro i längd lika med 3 af harens. Huru många språng behöfver hunden göra, innan han upphinner haren?»

Nu må ingen tro, att dessa problem kunna hafva den nyttan, att eleven får försöka sina krafter på olika områden — sådana de äro — och därigenom uppöfva sin uppfinningsförmåga när det gäller att ta itu med någonting nytt. Långt därifrån! Eleven tränas i hvarje särskildt slag af problem, hvart och ett med sin särskilda metod eller rent af formel. Det kan ju t. ex. ligga en förnuftig tanke i att fråga: om två personer gå så och så fort, när träffa de hvarandra? Men denna singla tanke har gifvit upphof till ett helt system af problem, s. k. »rörelseproblem»; af dessa äro »harproblemen» (se ofvan) en särskild underafdelning. Dessa problem skola nu lösas medelst en formel »v=ht», och med hjälp af denna skall ett skema,

	v	h	t
A			
B			

stundom två, ifyllas, hvarefter ekvationen ger sig af sig självt. Allt är anlagdt på att lära eleverna mekaniskt räkna sig igenom studentskrifningarna utan att någonsin hafva behöft tänka en enda liten tanke på egen hand. Så har en person någon gång i tiden uppställt följande gåta: en person gör ett arbete färdigt på så och så lång tid, en annan så och så. Huru länge behöfva de arbeta tillsammans för att få arbetet färdigt? Denna i och för sig väl lyckade räknegåta har tydligen uppkommit genom en omkastning af de gifna data i en mycket naturlig praktisk uppgift: en person gör ett så och så stort arbete (räknadt i vissa uppgifna enheter) om dagen, en annan ett så och så stort, hur lång tid behöfva de för att tillsammans göra ett så och så stort arbete? Denna senare uppgift är för enkel, liksom i allmänhet de mer naturliga uppgifterna äro, för att väcka någon vidare uppmärksamhet; däremot har den förra, som vid lösningen fordrar ett »knep», gifvit upphof till en säregen kategori af problem, »arbetsproblemen», och för deras lösning får eleven »inlära» en särskild metod. Sedan har ett snille hittat på, att man kan ersätta arbetarna med rör och därigenom gifvit upphof till »rörproblem». Det nya i denna senare sort ligger däri att eleven nu kan gnos med sådana »praktiska» uppgifter, som att beräkna hur fort ett kärl fylles med några tilloppsrör, när man äfven låter afloppskranen stå öppen. När eleven så gått igenom alla de olika sorternas problem på förstagradsekvationer, får han gå öfver till andragradsekvationer. Här får han nu tillbaka sina gamla problemsorter, men ännu mer bakframt vända än förut. Ej nog härmed. Om ekvationen till en dylik räknegåta lämnar ett negativt värde skall eleven dresseras i konsten att själf ställa upp ett lika dumt problem. Ett sådant problem skulle lyda på följande sätt, om det formuleras såsom en praktisk uppgift att lösa:

En herre som var mycket disträ, hade glömt hur många barn han hade, men kunde erinra sig, att han hade 6 gossar mer än flickor. För att få veta huru många gossar och flickor det var, tog han sin tillflykt till följande något kuriösa utväg: Han delar ut äpplen till dem på det sätt, att alla gossarna få lika många äpplen hvar, och alla flickorna äfven sins emellan lika många. Emellertid höll han ej reda på huru många äpplen de fingo hvar, utan blott att en gosse och en flicka fingo tillsammans 3 äpplen, däremot höll han reda på hur många äpplen han delat ut, det var 42 st. — Han satte sig nu ned och skref upp en andragradsekvation och kom ändtligen till klarhet om att han egde 12 flickor och 18 pojkar! (Haglund

XXVIII facit). Trots allt måste man erkänna att karlen hade tur. Det hade lika gärna kunnat inträffa, att han fått till svar: *antingen* 2 gossar och 4 flickor, *eller* 18 gossar och 12 flickor — och så hade han stått där lika villrådig.

Man kan icke kasta skulden på lärarna och säga, att det står dem fritt att låta bli sådan gallimatias; ty med tanke på studentskrifningarna *måste* de drifva sånt. Räknegåtor kunna möjligen användas för nybörjare, om de äro små, för att roa dem. De kunna vara ett *medel* att införa eleven i konsten att ställa upp en ekvation, men det får ingalunda sättas som *mål* för matematikundervisningen i skolan att lära barnen lösa onaturligt hopkomna räknegåtor. Detta är dock tyvärr fallet hos oss, som man kan öfvertyga sig om genom att se på våra studentproblem. Jämför man dem sedan med utlandets, så märkes skillnaden så mycket bättre. Se här ett exempel af alldeles färskt datum (studentskrifningen på latinlinjen höstterminen 1904):

»Hvarje kilogram af en vara kostar 12 kronor mindre än det antal kilogram, hela partiet innehåller, detta åter kostar 6 kronor mindre än kilogramtalet för 10 gånger dess med 51 kilogram ökade vikt. Huru mycket väger partiet?»

Men ej nog härmed, dessa problem äro ofta formulerade med så ringa omsorg, att ej ens meningen är fullt klar. Läraren nödgas därför *afsiktligt ge eleverna otydligt formulerade uppgifter i profskrifningarna*, dessa vanligen hämtade ur föregående årgångars studentproblem, för att vänja dem äfven vid konsten att *tolka*. Se här ett exempel från studentskrifningarna höstterminen 1903:

»En penningsumma skall fördelas mellan tre personer, på det sätt, att A. får hälften af, B. en tredjedel af och C. 100 kr. mindre än hvad de två andra erhållit tillhopa. Huru mycket får hvar och en?»

Värst af allt är dock hvad som återstår: den ohyggligt dumma logaritmdrifningen med olika baser, hvartill läraren tvingas af studentskrifningarna, där det alltid förekommer ett dylikt i utlandet så godt som okändt kineseri. Åtminstone har det ej lyckats mig att få fatt i en *utländsk* exempelsamling, som duger för denna drifning. Det är att hoppas, att den nya läroverksstyrelsen griper in med kraft på denna punkt och fordrar, visserligen ej lättare — tvärtom! — men *förnuftigare* uppgifter till studentskrifningarna.

En förbättrad undervisningsmetod.

I motsats mot den nuvarande »grundligheten» borde ett större område först genomgås med enklare exempel, men sedan vid repetitionen kan man använda mer komplicerade, hvilka då blifva betydligt lättare för eleverna att fatta på grund af deras nu vunna större mognad. Läraren bör vid hvarje steg se till, att alla eleverna fullständigt begripa det nya, och genom analogier och utvikningar åt olika håll orientera dem på det nya området. Detta kräfver naturligtvis att läraren är fackman. Ty en icke-fackman kan omöjligen framställa t. ex. de första grunderna af geometrien och algebran utan att göra sig skyldig till betänkliga luckor i bevisföringen. De mer begåfvade eleverna kunna visserligen stundom gissa sig till hvilket svar läraren vill ha, i synnerhet om det såsom vanligen är fallet gäller en falsk induktion eller analogi, men de mindre begåfvade, som ha full sysselsättning att följa med steg för steg, fastna ohjälpligt där det logiska sammanhanget brister. Tvärt emot hvad man vill föreställa sig *är således metoden att med vetenskaplig noggrannhet genomgå allt nytt, den lättfattligaste, särskildt med afseende på de mindre begåfvade eleverna,* som sakna förmågan att halka öfver svårigheterna.

Vidare bör läraren undvika att ge eleverna några regler att gå efter. I dess ställe böra de kunna redogöra för hvart steg de taga under räkningen. När de räknat tillräckligt många exempel finna de nog ut regeln själfva, och man bör icke beröfva barnet uppfinnarens fröjd. De böra vinna säkerhet i att räkna med den regel de själfva hittat på för att underlätta sitt arbete, men läraren bör ständigt kontrollera, att de förstå hvad de göra. På detta sätt få barnen vänja sig vid att tänka sig för när de räkna, på samma gång de många exemplen ge dem tillräcklig räknefärdighet. Det faller af sig självt att exemplen böra vara enkla och naturliga, så att inga eller nästan inga formler behöfva användas. Först på ett högre stadium bör eleven få lära sig att använda formler, hvilka ju äro att betrakta såsom ett slags magasinerade matematiska tankar och därför svara mot ett högre stadium.

Den ordning i hvilken ämnets olika delar skola meddelas, bör om möjligt vara sådan, att eleven ständigt har användning för hvad han lärt. Särskildt bör matematikundervisningen blifva intressegifvande och lätt för eleven att tillgodogöra sig, om den göres lefvande genom ständiga *verkligt* praktiska tillämpningar. Härtill lämpar sig undervisningen i fysik och kemi synnerligen väl, hvadan kursfördelningen i ämnena matematik, fysik och kemi ej kan uppgöras fullt oberoende den ena af den andra. Slutligen bör äfven matematikundervisningen själf göras så vidt möjligt åskådlig och äfven experimentell, där detta senare låter sig göra. Kemin lämnar utmärkt tillfälle till öfning i vissa aritmetiska räkningar, särskildt procent- och proportionsräkning, fysiken lämnar liksom geometrin enkla och naturliga tillämpningar på ekvationsläran och ställer genom sina lagar eleven på ett omedelbart sätt direkt inför variabelbegreppet och gör honom förtrogen därmed, en förtrogenhet som stärkes och utvecklas genom konstruktioner af diagrammer och kurvor. En god öfning i att utveckla förmågan att tillämpa logisk beräkning på verkligheten, erbjuda mekaniska problem, konstruktioner och experiment. Mekaniken står i själfva verket närmare matematiken än den experimentella fysiken, och därför bör undervisningen i mekanik meddelas af läraren i matematik och hälst behandlas såsom ett särskildt ämne såsom vid universiteten. Den utgör i själfva verket den förmedlande länken mellan geometriska abstraktioner och verkliga föremål och erbjuder genom de på ett naturligt sätt framkommande mekaniska konstruktionsritningarna synnerligen lämpliga tillämpningar såväl af geometri- som teckningsundervisningen.

Utkast till plan för matematikundervisningen i realskolan.

Målet är att meddela den matematiska bildning som kan anses vara behöflig för dem som efter afslutad realskolekurs ämna sig ut i det praktiska lifvet. Denna matematiska bildning är dels den *formella*: blick för logiskt sammanhang och därpå grundadt själfförtroende till eget omdöme och tankekraft; dels den *reella*: insikter i räkning samt geometriska (incl. trigonometriska) och stereometriska beräkningsmetoder och konstruktioner samt förmåga att förstå och använda enklare matematiska mätningsinstrument, tabeller och diagram; dels slutligen den *tekniska*: en viss färdighet att snabbt och säkert utföra enklare naturligt framkomna beräkningar. *Utvecklingsgången* sker från det åskådliga, där tankegången är omedelbar och relativt förutsättningslös, så att eleven på hvarje steg kan begripa hvad han gör, till det mer abstrakta som förutsätter en viss matematisk underbyggnad. Olika grenar af matematiken bringas i ständig växelverkan med hvarandra, i det innehållet ordnas så, att eleven på hvarje stadium får den mångsidigast möjliga användning af hvad han lärt. Däremot bör ett *onödigt* systematiserande undvikas.

Geometrisk åskådningslära. Af dessa grunder för undervisningen följer, att denna bör byggas hufvudsakligen på grundvalen af den geometriska åskådningsläran, som alltså bör börja redan i första klassen, men också att denna måste bedrifvas *med full matematisk exakthet* från första början. Den bör å sin sida grunda sig på konstruktionsöfningar först med användning af de enklaste instrumenten, linjal, vinkelhake och passare, hvarefter transportör (gradskifva eller ställbar vinkelhake) och cirkelinstrument successivt införas. Vid den stereometriska åskådningsläran få konstruktionsritningarna delvis ersättas af träslöjd (göra klotsar), byggnadsarbete i papper eller papp, ståltråd och kork, ärter och tändstickor etc. Eleven börjar med att kontrollera sina instrument: att linjalen är rak och att vinkelhakens räta vinkel är rät, hvilket sker genom att vrida instrumentet ett halft hvarf omkring två fixa punkter. Omvändt kan han kontrollera att två räta linjer, som stöta ihop i en punkt så att de bilda räta vinklar med samma linje, ligga i rät linje med hvarandra. En kvadrat uppritas på det sätt, att i ändpunkterna af en rät linje dragas två med denna lika stora vinkelräta linjer åt samma håll. Den fjärde sidan i kvadraten erhålles genom att sammanbinda de fria ändpunkterna. Nu kontrolleras med passaren, att denna linje är lika lång som de andra, och med vinkelhaken, att de båda sist erhållna vinklarna äro räta. Detta upprepas med olika stora kvadrater, och rektanglar uppritas och kontrolleras på samma sätt. Rektanglar uppritas där sidorna äro uppgifna mångfalder af en godtyckligt uppritad enhet; rutindelning göres och delarna uppvisas vara kvadrater genom urklippning af en kvadrat som inpassas på de andra. Uppmärksamheten fästes vid att detta ej är ett generelt bevis: passar det i alla fall man pröfvat, så vet man dock ingenting om de återstående fallen annat än gissningsvis (sannolikhet). När behofvet af bevis sålunda är väckt utföres beviset, på grund af de förut funna egenskaperna hos räta linjer och räta vinklar jämte de experimentellt funna egenskaperna hos en kvadrat, t. ex. på följande sätt: Eleven uppritar först en enkel rad kvadrater bredvid hvarandra på en rät linje, alla de motstående sidorna bevisas vara sins emellan lika stora och ligga i rät linje med hvarandra; man kan således uppbygga en rektangel af flera sådana rader af rutor. När man gått igenom flera sådana fall af rektanglar och kvadrater, förfares på analogt sätt med kuben och paralellepipeden. På så sätt kan man medelst en fullt exakt metod införa eleven i metersystemet.

Härvid utgår man från de gifna måttenheterna centimeter och gram — talet om jordkvadranten uppskjutes till geografin eller astronomin. Eleverna få nu använda måttband och skalor, rymdmått och vikter för uppmätning och vägning af hvarjehanda figurer och föremål, hvarefter beräkningar göras af yt- och rymdinnehåll samt vikten pr kubikcentimeter af ett ämne: Uppritade trianglar samt gifna rektangulära ytor (golfvet, väggarna, pärmarna, bordet etc.) kontrolleras vara rektanglar, hvarefter deras ytinnehåll bestämmes; på samma sätt förfares med rätvinkliga paralellepipeder af olika ämnen ss trä (olika träslag), papper (böcker), tegel, kautschuk, granit, järn, glas, porslin, is, paraffin m. m. Dessa kroppar vägas och vikten pr $cm.^3$ uträknas. Genom uppvägning af en viss rymd t. ex. 1 deciliter af en vätska, ss vatten, sprit, fotogen, mjölk, grädde, mättad lösning af koksalt, socker m. fl., kan eleven taga reda på hvad 1 $cm.^3$ af vätskan väger. Då han nu vet hvad 1 cm.^{3} vatten väger kan han använda denna kunskap till att gradera ett glaskärl t. ex. genom att klistra på en pappersremsa och rita ett streck för hvar experimentelt bestämd 25:te cm^3.

Nästa steg blir att konstatera rätvinkliga trianglars kongruens enligt första kongruensfallet genom urklippning och hoppassning, samt att på grund häraf *bevisa* att diagonalen delar en rektangel midt itu. Sedan kan man beräkna ytan af en triangel genom att draga en höjd och iakttaga, att hvardera delen är hälften af en rektangel. Slutligen kan ytan af en godtycklig månghörning uppmätas genom indelning i trianglar. Ytan af en kroklinig oregelbunden figur bestäms genom urklippning och vägning och jämförelse med vikten af en dm.^{2} af samma sorts (papper eller) papp. Rätvinkliga prismer uppmätas och deras volym beräknas. Volymen af oregelbundna kroppar bestämmes genom uppmätning eller vägning af det vatten de undantränga. Slutligen får eleven använda gradskifvan till konstruktioner, där man behöfver upprita en vinkel lika med en gifven vinkel och till att uppmäta gifna vinklar. Vinkelsumman i en triangel uppmätes. Cirkelinstrumentet användes till hvarjehanda konstruktioner, hvilkas riktighet kontrolleras medelst passaren och gradskifvan ss att halfvera en rät linje, en vinkel etc. Förhållandet mellan cirkelns omkrets och diameter bestämmes genom mätningar på cylindriska kroppar. En uppritad cirkels omkrets uppmätes medelst en kartmätare. Kartmätaren användes till uppmätning af hvarjehanda andra kurvor ss ellipser, spiraler, afstånd på kartan längs landsvägarna. Cirkelns yta erhålles genom sönderklippning i sektorer, som uppklistras så att de tillsammans approximativt bilda en rektangel, hvars yta uppmätes på vanligt sätt; härigenom får man äfven en ny bestämning på talet π. Volymen af en cylinder bestämmes genom uppmätning, och resultatet kontrolleras genom andra metoder ss nedsänkning i ett graderadt rör med vatten. De cylindriska och koniska ytornas egenskap att kunna utvecklas i planet lägges till grund för beräkning af de buktiga ytorna hos uppmätta cylindrar och koner. Allmänna egenskaper hos ett klot och vissa på detsamma dragna linjer studeras på en jordglob.

Geometri. Medan man inom vetenskapliga kretsar under det senaste halfseklet börjat fästa en allt lifligare uppmärksamhet vid de geometriska axiomen, så har man i skolan börjat slå in på en motsatt väg, i det man velat alldeles lämna de geometriska axiomen å sido; en följd häraf blir att de geometriska bevisen ofta nog blifva otillfredsställande och att hela lärobyggnaden kommer att sväfva i luften utan fast grund. Emellertid kan som ofvan visats en exakt geometrisk undervisning byggas på en åskådningslära, som går ut på att inom elevens erfarenhetsområde inflytta de rent geometriska axiomen såsom experimentella fakta och definitioner. Det visar sig dock, att en stor del af satserna i geometrin gälla lika väl för figurer uppritade på klotet (sfärisk geometri) som för plana figurer, hvadan geometrin kan uppbyggas efter en generellare metod, utan att bevisen bli väsentligt svårare. Här vinnes också den fördelen att eleven, genom att tänka sig att satserna skola gälla för klotet, lättare kan hålla isär hvad som är bevisadt och hvad som är tills vidare blott skenbart sant; också senteras behofvet af bevis för vissa satser lättare. Geometriundervisningen kan därför grundas på en elementär »analysis situs» och fortgå med klart framläggande af hvarje antagande angående den ytas (planets, cylinderytans, konens, klotets) egenskaper, på hvilka figurerna äro uppritade. De satser som förutsätta det Euklideiska paralellaxiomet och som därföre endast gälla planet (cylindern, konen), genomgås därefter. Endast lättare och viktigare geometriska satser genomgås, och detta hufvudsakligen som öfningssatser. Stereometrin bör behandlas efter fullt exakt metod, och eleven bör vinna färdighet att tänka i tre dimensioner. Tillämpningar göras af den sfäriska geometrin på läran om hörn.

Aritmetik. Först behandlas läran om hela tal utförligt med särskild hänsyn till räknelagarna; parentesräkning med *enkla* parenteser användes för att eleven skall göras förtrogen med lagen om teckenändring och utbrytning af faktorer. Tilllämpningar af läran om hela tal göras på så många skilda områden som möjligt men så, att de ej fordra inlärandet af några som hälst regler förutom de fyra räknesätten. Inga kombinerade uppgifter få förekomma; i stället vänjes eleven vid enkel och *direkt* tankegång, alltså inga baklängesproblem med karaktären af räknegåtor. Skall en räknegåta någon gång förekomma till omväxling, bör den också ha gåtans form, men icke framställas under pretention på att utgöra en praktisk tillämpning. Uppgifterna angående benämnda tal ss priser, storlekar m. m. böra vara hämtade ur det praktiska lifvet med så färska data som möjligt. En inledande kurs till bråkläran ansluter sig till division, då denna ej går jämt upp. Läran om decimalbråk börjar först när metersystemet är väl inhämtadt, så att detta då kan tjäna till åskådningsmaterial; räkneoperationerna vid decimalbråk kunna då lättare begripas. Barnen böra nämligen aldrig få använda några formler och metoder, som de icke när som hälst kunna nöjaktigt redogöra för. Om de t. ex. i den aritmetiska undervisningen fått lära sig att redogöra för den operation de vidtaga, när de dividera ett helt tal med 100, så kunna de utan svårighet förvandla 1,700 cm.^{2} till dm.^{2} och reducera 2,532 cm.^{2} till 2,500 cm.^{2} + 32 cm.^{2} = 25 dm.^{2} + 32 cm.^{2} etc. allt utan att hafva lärt sig att flytta något decimalkomma. Snarare böra de nu kunna själfva uppfinna både decimalkommat och reglerna för dess användande blott för att därmed underlätta sitt eget besvär när de räkna. Praktiska beräkningar göras som förut men med användning af decimalbråk. Härtill kommer enklare fall af procenträkning ss tillämpning på bråks förvandling till decimalbråk. På samma sätt förfares sedan, när bråkläran genomgås. Härvid kunna tillämpningar dessutom ske på icke-dekadiska sorter m. m.

Algebran grundlägges genom en öfversikt af räknelagarna och uppvisandet af deras allmängiltighet, hvarigenom eleven på ett osökt sätt införes i bokstafsbeteckningen. Tillämpning på mekaniska, fysiska och kemiska lagar. Hela tal och bråk genomgås med enkla exempel ungefär ss i Möllers algebra med öfverhoppande af digniteter och bokstafsexponenter, af de exempel som förutsätta kännedom om formlerna för $(a \pm b)^2$, $a^3 \pm b^3$ samt en del exempel på dubbel- och kedjebråk. I ekvationsläran räknas fler exempel, men större delen af problemen, ss de flesta arbets-, rör- och rörelseproblem, undvikas. Däremot har ekvationsläran utmärkt användning i geometrin och fysiken, helst om eleven så fort som möjligt väujes vid att handskas med enkla exempel på ekvationer med flera obekanta. Det gäller som allmän regel, att det är bättre att fortgå till nya områden med enkla exempel än att stå och stampa på ett område och där innöta svårare saker; de svårare sakerna kunna sparas till repetition, då eleven hunnit blifva mer bekant med talserien och räknelagarna; men på intet område syndas så mycket häremot som i fråga om algebran.

Efter dessa grunder skulle kursplanerna bli följande:

För *inträde* fordras de fyra räknesätten med hela tal.

Första klassen.

Aritmetik: De fyra räknesätten med hela tal repeterade med ordentliga definitioner och bevis. Talserien fullständigad. Studium af taleseriens 1—100 egenskaper med särskild hänsyn till talens upplösning i faktorer. Parentesräkning. Tillämpning af de fyra räknesätten på enkla praktiska uppgifter (metersystemet). Hufvudräkning: enkla typiska exempel på enkel reguladetri och bolagsräkning (aktier) behandlas hufvudsakligen med hufvudräkning; multiplikationstabellen utvidgas så småningom något litet genom hufvudräkning.

Anm. Svårare exempel på de fyra räknesätten med hela obenämda tal må användas, så att fullständig säkerhet i räkning vinnes.

Geometrisk åskådningslära: Räta linjen och dess egenskaper. Jämförelse mellan räta linjer. Räta vinkeln, kvadraten, rektangeln. Planet, rymden. Kuben, den rätvinkliga paralellepipeden.

Metersystemet: Uppmätning af längder, uppmätning och beräkning af rektanglar och rätvinkliga paralellepipeder. Vikter och vägningar.

Anm. Undervisningen i geometrisk åskådningslära och metersystemet sker hufvudsakligen genom praktiska öfningar, bestående af experiment och konstruktioner, af hvilka en del äfven kan utföras i hemmet.

Andra klassen.

Aritmetik: Inledning till bråk, decimalbråk, bråks förvandling till decimalbråk. Praktiska öfningsexempel ss i föregående klass, men med användning af decimalbråk. Procenträkning. Medelvärden.

Geometrisk åskådningslära och metersystemet: Sneda vinklar, deras likhet och olikhet. Trianglars kongruens enligt 1:sta kongruensfallet. Beräkning af ytinnehållet af trianglar och (oregelbundna) månghörningar. Volymen hos rätvinkligt prisma. Konstruktionsöfningar och experiment som i föregående klass. Vid beräkningarna kan eleven nu äfven betjäna sig af decimalbråk.

Tredje klassen.

Aritmetik: Bråk. Icke-dekadiska sorter; utländska mynt, engelska mått. Ränteräkning. Vid praktiska räkningar kan nu äfven bråk användas.

Geometrisk åskådningslära: Regelbundna månghörningar, cirkeln, cylindern, pyramiden, konen, sfären. Mätningar och konstruktionsöfningar.

Geometri: Egenskaper hos allmännare ytor och linjer på dem. De geometriska grundbegreppen. Några enklare satser om geodetiska trianglar.

Fjärde klassen.

Aritmetik och algebra: Öfversiktlig repetition af aritmetiken särskildt med hänsyn till härledningen af de allmänna aritmetiska fundamentallagarna, åtminstone i fråga om hela positiva tal; dessa lagars formulering medelst generella symboler; uppvisande af räkneoperationernas allmänna giltighet. Hela tal och bråk i algebra. Ekvationer af första graden jämte enklare tillämpningar, hufvudsakligen på ränteräkning, geometri, mekanik, fysik och kemi. Proportionella tal.

Geometri: Viktigare satser i plana geometrin angående rätliniga figurer och cirklar, som ej förutsätta det Euklideiska axiomet. Satsernas motsvarighet på klotet påvisas. Geometriska konstruktionsöfningar.

Femte klassen.

Algebra: Ekvationssystem af första graden. Kvadratrötter ur siffertal. Ekvationer och lättare ekvationssystem af andra graden.

Geometri: Euklides axiom och viktigare satser om rätliniga plana figurer och cirklar som förutsätta detta axiom. Likformiga figurer.

Öfning i användning af räknetabeller af olika slag (ss räntetabeller, direkta trigonometriska tabeller m. m.). Fältmätnings- och afvägningsöfningar.

Mekanik: Krafters sammansättning. Plana figurers förflyttningar. Arbete. Konstruktionsritningar.

Sjätte klassen.

Algebra: Logaritmer (fyrställiga utan interpolation), ränta på ränta, rabatträkning. Räknelinjalen och dess användning. Serier. Elementen af sannolikhetskalkylen. Grunderna för lifförsäkringsväsendet.

Geometri: Stereometri. Geometrin fullständigad och repeterad. Elementen af den beskrifvande geometrin. Ellipsens och parablens allmännaste egenskaper i syntetisk framställning. Grafisk representation. En skrifning hvarannan vecka.

Mekanik. Tyngdpunkten, jämvikt, hastighet och acceleration. Centrifugalkraften och dess användningar. Energi. Mekanisk kraftöfverföring. Konstruktionsritningar.

Gymnasiet.

Första ringen.

Då den grundläggande matematiska bildning realskolan efter denna plan skulle gifva, är af den art att hvarje bildad person borde ega en sådan, och då den äfven är afsedd för fortsatta studier, finns det ingen anledning att för gymnasiets första ring upprätta någon annan kursplan än den som föreslagits för realskolans sjätte klass.

Andra ringen.

I gymnasiets andra ring sker en *repetition* af hela den föregående kursen, då äfven svårare uppgifter må förekomma. Därvid utvidgas kursen på alla punkter i olika riktningar, och sammanhanget mellan de olika delarna betonas. De enkla räkneoperationerna med *gränsvärden* genomgås, och de irrationella talens natur och räknelagar behandlas i samband därmed. Kontinuitetsbegreppet och variabelbegreppet påvisas och klargöras genom geometriska och mekaniskt-fysiska satser och lagar. Analytisk behandling af räta linjen och planet i två och tre dimensioner.

På reallinjen tillkommer: Allmän ekvationslära, koniska sektioner och andragradsytor.

En skrifning hvarannan vecka (på båda linjerna).

Tilllämpad matematik: Sfärisk trigonometri med enkla tillämpningar på matematisk geografi och astronomi.

Tredje och fjärde ringarna.

På latinlinjen läses ren och tillämpad matematik såsom ett ämne. Elementen af infinitesimalräkning med tillämpning på geometri, mekanik samt matematisk fysik och kemi. Likformig afbildning med tillämpning på teorin för kartritning.

På reallinjen läses dessutom infinitesimalkalkyl fullständigare, samt algebraisk analys och elementen af funktionsläran.

En skrifning hvarannan vecka (på båda linjerna).

Studentexamen.

Latinlinjen: En skrifning i ren och tillämpad matematik.

Reallinjen: En skrifning i ren matematik och en skrifning i tillämpad matematik.

Anm. Skrifningen i tillämpad matematik på reallinjen är afsedd att ersätta den speciella skrifningen i geometri. Den rent fysiska (eller kemiska) skrifningen kunde då behandla ett mer rent experimentelt ämne.

Slutord.

Mången fasar vid de här uppstälda kursplanerna och förmenar, att de äro omöjliga att realisera utan att förflacka hela matematikundervisningen. De äro dock uppstälda med hänsyn till hvad andra länders erfarenhet lärt, att döma af deras kursplaner. Dock har här förutsatts, att timantalet i realskolans sista klass blir detsamma, som af läroverkskommittén föreslagits för realgymnasiets första årsring, utan att bokföringen får inräknas däri. Om endast lärare med tillräcklig matematisk fackbildning tillåtas att undervisa äfven i första klassen, och om man lägger bort en förbenad formalism vid undervisningen, så böra vi i Sverige mycket väl kunna hinna med lika stora kurser som i Frankrike och Tyskland. Och det sker sannerligen ej någon minskning i grundlighet, om man aflägsnar tillkonstlade räknegåtor och i stället hufvudsakligen håller sig till de naturliga fall, då matematiken behöfver användas. Om såsom är att hoppas fysik och kemi få ett mot deras bildningsvärde svarande rum på realskolans skema, så komma dessa ämnen att ge tillfälle till lämpliga räkningar, och därigenom underlättas matematikens studium. Då nu matematiken i motsats till andra skolämnen på grund af sin natur icke kan studeras på egen hand af andra än dem som hafva en särskild begåfning för ämnet, så är det så mycket angelägnare, att skolan egnar just detta ämne en alldeles särskild omsorg och ser till, att undervisningen blir synnerligen god och fullt tillräcklig. Det är en annan fördel med uppställandet af större kurser, nämligen att lärarna då ej hinna med att plåga eleverna med formler och kineserier utan blifva tvungna att använda förnuftigare metoder.

Anmälningar och recensioner.

Gummerus, J. och **Rosenqvist, V. T.,** Kyrkohistoria för lyceer. Helsingfors, Söderström & C:o. 1904. 226 sid. Pris hos förläggaren 2 kr. 50 öre.

——, Kyrkohistoria för flickskolor. Samma förlag och samma år. 164 sid. Pris 2 mk. 40 p.

Ekström, N. O., Bilder ur kyrkans historia. Malmö, Skånetryckeriet, 1902. 112 sid.

——, Bilder ur svenska kyrkans historia efter reformationen. Samma förlag 1903. 47 sid. Bundna tillsammans pris 1,25.