

nordkust, framför allt vid Andenes och Fruholmen, med de för dem gällande medelvärdena. Efter en skarpsinnig diskussion af dessa siffror, hvilka utrymmet förbjuder oss att återgifva, kommer han till det resultat, att de af «Albert»-expeditionen uppmätta temperaturerna af hafsytan norr om den 71 breddgraden icke afvika från de normala värden på samma ställen för slutet af November och början af December så mycket som en grad Celsius.

Det kan sålunda anses bevisadt, att det i början af vintern går en varm hafsström vester om Beeren Eiland upp till vestkusten af Spetsbergen.

H. HILDEBRAND HILDEBRANDSSON.

AFDELNING IV.

Ur Lektor A. M. Kjelldahls efterlemnade papper.

I Redogörelse för Upsala högre elementarläroverk, läsåret 1871—1872*), äro tryckta två uppsatser under ofvan angifna titel, af hvilka den ene, skrifven 1848, inne-

*) Ur denna Redogörelse anföras vi följande rörande Kjelldahls lefnadsomständigheter. Anders Magnus Kjelldahl föddes i Österlöfsta församling af erkestiftet den 2 Augusti 1796, inskrefs som student vid universitetet i Upsala vårterminen 1814, der han med stor framgång egnade sig åt studiet af de klassiska språken och matematiken, samt fick anställning som hufvudlärare i matematik vid Upsala katedralskola 1829, de första två åren som tillförordnad och derpå som ordinarie samt med lektors fullmakt sedan 1858. Ända till 1865, således i 36 år, utöfvade han med synnerligt nit och stor framgång sitt lärarekall, hvarefter han på grund af sjuklighet måste begära tjänstledighet, dock med bibehållet hopp att åter kunna tråda in i det för honom kära yrket. Men då tilltagande sjuklighet icke tillät detta hopp att gå i fullbordan, fann han sin

håller en redogörelse för undervisningen i matematik vid Upsala katedralskola, samt den andre, skrifven mot slutet af Kjelldahls lefnad på uppmaning af forne lärjungar och andra vänner af hans undervisningsmetod, innehåller en framställning af de grundsatser Kjelldahl hyllade i den matematiska undervisningen. Vi tro oss bereda dem af Tidskriftens läsare, hvilka icke hafva tillgång till ofvannämnda Redogörelse, både nytta och nöje genom att publicera den senare uppsatsen, hvilken uttalar åsigter, som hvarje för sitt kall intresserad elementarlärare måste finna sunda och lärorika. Uppsatsen, som icke synes vara fullt afslutad, är, med uteslutande af några inledande ord, af följande lydelse:

"De principer, som enligt min åsigt böra vid undervisningen i allmänhet och vid den matematiska undervisningen i synnerhet, åtminstone vid de högre elementarläroverken, fasthållas, kunna korteligen så uttryckas, att jag anser läraren böra taga lärjungens sjelfverksamhet, så mycket som möjligt, i anspråk, så att allt, hvad lärjungens, om ock stundom efter någon af läraren endast efter behovet afpassad fingervisning, med egen eftertanke kan utfinna, icke bör ur läroboken eller genom inpluggning af läraren inhemtas; och behöfver väl knappt tilläggas, att härmed är ingalunda förnekadt behovet af läroboken, rätt brukad, och ännu mindre behovet af lärarens handledning, då det är just genom den, som lärjungens sjelfverksamhet skall väckas, lifvas och ledas; men jag har icke kunnat annat än anse det såsom ett missbruk af läroboken och lärarens biträde, om de användas utöfver hvad behovet kräfver, hvilket således först bör noga utrönas.

Hvad serskildt geometrien beträffar, har jag en rik erfarenhet deraf, "att en lärjunge, som tar saken allvarligt, om han ock icke hör till de rikt begåfvade, utan särdeles stor svårighet och utan att annars än undantagsvis anlita läroboken samt med föga eller ingen hjälp af läraren kan sjelf reda sig med lösningen af många, ja de allra flesta af de uppgifter, som finnas i Euklides' Elementa, om nemligen han från början af sitt studium af geometrien tillhållits att på detta sätt gå till väga, och om han får tid att tänka på saken, hvilket är

största tillfredsställelse uti att enskildt handleda sina forne lärjungar. Sitt intresse för det läroverk, der han så länge verkat, visade han till slut dermed, att han till detsamma testamenterade en betydligare stipendiifond. Kjelldahl dog den 10 Nov. 1871.

ett oeftergifligt vilkor för att det åsyftade ändamålet skall uppnås; och bör här tilläggas, att de uppgifter, som föreläggas lärjungen till lösning, böra noga afpassas efter den ståndpunkt, på hvilken han befinner sig, för att *modet hos honom icke skall falla*, och att läraren bör, i synnerhet hvad de mindre begåfvade beträffar, på förhand undersöka, huruvida lärjungen af hvad han förut inbemtadt tillräckligen inskärpt just det, hvarpå lösningen af en honom förelagd uppgift huvudsakligen beror, samt lära lärjungen att vid lösningen af geometriska problemet förfara enligt regeln: "puta factum", d. v. s. antaga, att problemet är löst, för att derigenom lära sig inse, hvarpå dess lösning ytterst beror. Om nu angifna vilkor uppfyllas, torde väl icke särdeles stort snille fordras, för att lärjungen skall med egen eftertanke kunna lösa sådana problem, som t. ex. 11 prop. i 2:dra boken, 10 i 4:de boken, ja alla problem i Euklides' 4:de bok m. fl., och är denna min mening af erfarenheten fullligen bekräftad".

För något mer än 20 år sedan stälde jag till en aktningvärd lärjunge i skolans högsta klass, der då Euklides' 11:te och 12:te böcker genomgingos, den frågan, om han behöfde mycket anlita läroboken för att lära sig de föresatta lexorna, för hvilka han under lektionstimmarne nöjaktigt redogjorde, eller om han efter det samtal och tankeutbyte, hvilket, såsom förberedelse för den blifvande lexan, på lärorummet förekommit, kunde reda sig något så när läroboken förutan, och fick jag på denna fråga det svaret: "jag kan icke läsa boken". Detta svar, i hvilket en af hans kamrater, som vid tillfället var närvarande, fullt instämde, var för mig behagligt, emedan meningen dermed var för mig tydlig. Nog kunde han läsa boken; men då han vid sitt matematiska studium allt ifrån början blifvit van att söka sjelf fundera ut lösningen af de honom förelagda uppgifterna och fått intresse för att så göra, var det för honom motbjudande att ur läroboken inhemta hvad han borde kunna, då han helst önskade reda sig sjelf boken förutan, hvilket ock för honom lyckades. Det nu anförda är icke det enda, som jag erfarit angående sättet, huru många af mina lärjungar inhemtat den del af geometrien, som är att lära i Euklides' Elementa. Flera af mina lärjungar hafva nemligen, sedan de blifvit studenter, uttryckligen sagt mig, att de i Euklides läst endast några få propositioner, och har detta blifvit sagdt äfven af sådana, som i afgangsexamen från skolan och i den derpå följande studentexamen nöjaktigt och, som jag hört, till aktningvärda examinerers belåtenhet redogjort för Euklides' 6 första samt 11:te och 12:te böcker. Häraf synes den slutsats kunna dragas, att de samtal, de utbyten af tankar och åsikter rörande lösningen af förelagda uppgifter, som på lärorummet under lärarens ledning förekommit såsom förberedelse af en kommande lektion, varit tillräckliga att inhemta, hvad läroboken innehåller, åtminstone för de

lärjungar, som tagit saken allvarligt, och således äfven i hemmet fortsatt sina funderingar, och hvilka derföre användt läroboken mindre för att derur inhemta sina kunskaper, än för att af den få veta, hvad de borde bemöda sig om att kunna, för hvilket ändamål den fitteligen bör användas, ty annars kan det lätt hända, att ett problem, som lärjungen utan biträde af läroboken eller läraren sjelf löst, eller ett theorem, som han sjelf bevisat, icke står fullt klart för hans tanke, just då han som bäst behöfver använda det vid fortsättningen af sina studier, och att sådant kan hända, kan väl icke förefalla underligt. Visserligen skulle detta i någon mån kunna förekommas genom tätt återkommande repetitioner af det lästa, så att lärjungarne förhöras icke blott i lexan för dagen, utan äfven till någon del åtminstone i det, som under de näst föregående lektionerna förekommit; men detta medgifver knappt tiden.

I början och under första delen af min tjänstgöringstid har det ålegat mig att meddela den första undervisningen i geometri, och gick jag då till väga hufvudsakligen efter de principer, jag nu antydt så att enligt regeln ingen proposition förelades lärjungarne till inlärande i Euklides, som icke förut var på lärorummet genomgången så, att lärjungarne fingo försöka sina krafter att under lärarens ledning sjelfve lösa den framställda uppgiften. På den första terminen medhans då vanligtvis icke mera än definitionerna i Euklides' 1:sta bok jemte axiomer och postulater samt några få af de euklideiska uppgifterna, hvilka jag med tillbörligt afseende på lärjungarnes ådagalagda större eller mindre duglighet, ansåg lämpligt framställa för att af dem lösas. Sedan lärjungarne i en afdelning vunnit någon öfning och färdighet i att med egen eftertänka lösa dem förelagda uppgifter, hafva de uppgifter, som för vinnande af mera öfning och färdighet blifvit för dem till lösning framställda, hemtas icke allenast ur en del af läroboken, med hvars läsning de egentligen blifvit sysselsatta, utan äfven ur de följande delarne af läroboken. då så lämpligen kunnat ske; och har det icke sällan händt, att jag kunnat till deras förvåning underrätta lärjungarne på en afdelning att de läst Euklides' 4 första böcker, då de sjelfve icke vetat, att de läst mera än första boken ock kanske någon del af den andra. Som detta vanligen inträffat vid slutet af en termin, har jag då äfven bifogat uppmaningen att under instundande ferier repetera, hvad de på nu angifna sätt läst, men så, att läroboken hufvudsakligen begagnades endast för att deraf inhemta, hvilka uppgifter de hade att lösa, och att de, om efter allvarligt bemödande lösningen icke lyckats, skulle se på figuren i boken och, om icke heller detta ville hjälpa, först då rådfråga läroboken; och hafva lärjungar, som följt mina uppmaningar och råd, uttryckligen sagt mig, att de så lyckats i sina bemödanden, att de föga eller intet behöft anlita läro-

boken. Då jag till lösning i hemmet framställt andra uppgifter än de, som finnas i läroboken, har jag vanligen varnat dem för att för lösningen begagna andras biträde, emedan derigenom det åsyftade ändamålet motverkas, och till förekommande deraf har jag ansett mig icke böra bestämma någon tid, då de borde vara färdiga att skriftligen inlemna sina lösningar af de framställda uppgifterna, utan har det varit lärjungen medgifvet att själf bestämma, då han på grund af sin större eller mindre förmåga och andra omständigheter kunnat, utan åsidosättande af sina pligter i öfrigt, vara färdig med resultatet af detta sitt hemarbete, hvilket varit nödvändigt i synnerhet på senare tider, då deras tid och krafter varit af så mycket annat arbete upptagna. Då nu lösningen af en uppgift stundom kan, åtminstone för tillfället, misslyckas äfven för den skicklige, så har jag, för att i detta hänseende trösta dem, sagt dem, att om detta någon gång inträffade, skulle de icke derföre anse sitt arbete fruktlöst, ty det väsentliga, tankens öfning och ökade skärpa, vore alltid en frukt af ett allvarligt bemödande af detta slag. "Den skriftliga lösningen af ett geometriskt problem har enligt regeln bestått af tre delar: *analys*, *konstruktion* och *bevis*, och har genom lösningen af dylika problem på lärorummet meningen dermed varit för lärjungen tydlig. Sedan lärjungarne på en afdelning gjort något större framsteg i algebran, har det blifvit dem förelagdt, om tiden det medgifvit, att med algebrans tillhjälp lösa åtskilliga af de eukleidiska problemen, t. ex. 11:te prop. i 2:dra och 28:de och 29:de propp. i 6:te boken m. fl., och kan väl en tänkande lärjunge då knappt undgå att känna sig intresserad att jemföra den erhållna algebraiska expressionen med den eukleidiska konstruktionen för problemets lösning och då inse, huruvida den senare just är en konstruktion af den förra".

I afseende på det nu antydda sättet att gå till väga vid den matematiska undervisningen torde kanske den invändningen anses befogad, att om lärjungen skulle förnämligast af läroboken eller af lärarens mun inhemta sina kunskaper, så skulle dertill åtgå vida mindre tid, än som fordras, om han med egna, stundom, som det kan tyckas, fruktlösa ansträngningar skall bemöda sig att med egen eftertanke utfinna, hvad han bör kunna; men utom att det kan betviflas, huruvida det verkligen alltid så förhåller sig, i synnerhet hvad beträffar de bättre begåfvade, om nemligen samma metod följes på skolans alla stadier, så torde med skäl kunna ifrågasättas, om icke, i fall lärjungen går till väga på sistnämnda sätt, hans tankeförmåga derigenom mera utvecklas, hvilket, äfven för det praktiska lifvet af mera vigt än inlärdas lexor och mekaniska färdigheter, gör honom skickligare att efter avslutad skolgång genom läsning af böcker och åhörande af akademiska lärarens föreläsningar föröka sitt kunskapsförråd, och har jag en rik

erfarenhet, att aktning svärda lärjungar med särdeles intresse omfattadt det sistnämnda förfaringssättet just derföre, att de ansett sig derigenom hafva, som de sagt, lärt sig tänka; och kan endast derigenom förklarar, hvad jag stundom erfarit, nemligen att en lärjunge, som varit sysselsatt med lösningen af en uppgift, till och med undanbedit sig lärarens biträde, då det honom erbjudits, innan han först på uppgiftens lösning fått försöka sina krafter.

Med det nu sagda är dock för ingen del förnekadt behofvet att stundom, ja kanske ofta nog, använda lexläsning- och inpluggningsmetoden åtminstone med t. ex. sådane lärjungar, som helst se, att de med så liten tankeanstängning som möjligt få inhemta sina kunskaper, eller sådane, hos hvilka läraren med allt sitt bemödande icke förmått väcka någon håg för matematikens studium, och kunna hindren derför vara mångahanda. Så kan det t. ex. hända, att en lärjunge ej med allvar studerar matematiken derföre, att han fått en afgjord förkärlek för andra ämnen, eller derföre att han anser kunskaper i denna vetenskap vara af föga eller ingen vigt för det vitæ genus, för hvilket han redan bestämt sig, och kan äfven egenkärleken vara ett af dessa hinder.

"Att förespegla dem höga betyg, det tar det", sade en gång en lärare på grund af egen erfarenhet; men om en samvetsgrann lärare icke vill begagna sig af detta så verksamma medel, så kan det väl icke förefalla så underligt, då det så föga öfverensstämmer med en god uppfostan, för hvilken äfven läraren i matematik bör i sin mon bidra.

Utom den uppmuntran, som jag, såsom jag redan antydtt, fått erfar af aktning svärda lärjungars sätt att ta saken, har jag äfven haft många andra erfarenheter, som föranledt mig att vid den matematiska undervisningen, enligt regeln och så vidt ske kunnat, fasthålla de principer, som jag nu korteligen angifvit. Jag har stundom sjelf fått erfar, hvad jag ofta hört bekräftas af aktning svärda examinatorer i våra studentexamina, då de sagt, att de icke sällan haft examinandi, som med mycken ledighet kunnat lösa äfven svåra problem, nemligen sådana, som finnas i läroboken, men som tillika förvånat examinatorerne med sin fullkomliga oförmåga att reda sig med mycket lätta uppgifter, som icke finnas i läroboken och för hvilkas lösning inpluggade regler och formler icke kunnat användas, ja en examinator sade en gång om en examinandus, att det var osmakligt att höra, huru lärd han var. Dylika erfarenheter hafva utan tvifvel varit anledningen till hvad en aktning svärd akademisk lärare yttrar i sin 1858 utgifna reseberättelse om fysikens studium i Frankrike, då han, sedan han förut med ogillande framhållit de stora kurserne och det deraf följande i hans tanke oriktiga i sättet för undervisningens bedrifvande i de franska skolorna, med afseende på våra studentexamina tillägger: "hvarje examinator kan

utan tvifvel intyga, att många af de examinerande med ringa quantum af kunskaper kunnat vara lärare en tid bortåt för andra, som till och med påtagligen genomgått vidlyftiga kurser". Om nu dylika, på erfarenhet grundade, omdömen förtjena något afseende, så följer deraf, att mycken kunskap i ett ämne icke är alldeles detsamma som verklig skicklighet i ämnet, och framstår då naturligtvis den frågan, hvilken-dera af dessa två saker bör anses företrädesvis vara af vikt, och af svaret på den frågan beror tydligen undervisningsmetodens beskaffenhet. För mig har det syntts vara en afgjord sak, att bibringandet af den senare eller den verkliga skickligheten, hvars förutsättning är en utvecklade och skärpt tankekraft, bör, så vidt ske kan, vara uppgiften åtminstone för en lärdomsskola, om det ock icke kan ske utan någon nedprutning i lärokursens vidd och utsträckning, och häri tyckes författaren till den omnämnda reseberättelsen fullt instämma, ja för flera år sedan yttrade en af vårt lands utmärktaste matematiker, som någon tid varit examinator i studentexamen och som är en praktisk man, att "om det ock på reallinien kan vara lämpligt att fästa mycken vikt vid den mekaniska räknefärdigheten, så bör väl dock åtminstone på latinlinien tankeförmågans utveckling vara hufvudsaken". Jag har stundom haft lärjungar på en afdelning, som i matematik genomgått större kurser och förvärfvat större mekanisk räknefärdighet än deras kamrater, och när jag då framställt några räkneuppgifter att lösas, hafva dessa lärde lärjungar vanligen varit de förste, som framkommit med svaren på de framställda frågorna, då deremot deras kamrater behöft mera tid för att tänka på saken; men när jag sedan bedt dem redogöra för sitt förfarande och skälen dertill, har jag vanligen fått det svar: "jag har gjort efter regeln" eller "jag har använt formeln", men att för i fråga varande fall bevisa regelns eller formelns riktighet hafva de, på uppmaning dertill, icke förmått, hvarigenom de ådagalagt, att de förfarit "liksom efter recepter eller handtverksmessigt", såsom det heter i den 1853 i Aftonbladet n:o 176 införda recension öfver Nyströms lärobok i aritmetiken, och vid dylika erfarenheter kan man väl anse sig med skäl kunna tillämpa, hvad prof. Jöns Svanberg på grund af egen mångårig erfarenhet en gång yttrade i ett samtal om examinander, som äro märkvärdigt "snälla i det de icke veta". Att missbruket af regler och formler är mycket vanligt, får man nog erfara, och då påtrugar sig helt naturligt den frågan, om läraren kan med godt samvete tillåta lärjungen använda regler och formler, innan han förut fått försöka sina krafter på lösningen af speciella uppgifter, fortgående från lättare till svårare, af det slag, för hvilket regeln eller formeln skall gälla. För de lärjungar, som fått något intresse för att tänka, blir denna sysselsättning visst icke obehaglig, utan tvärtom, och i den mon deras tankearbete lyckas, i samma mon framkommer regeln eller formeln

mer eller mindre såsom en produkt af deras egen eftertanke och blir således icke en blott inlärd minneslexa, hvilket tyvärr! ofta är fallet, till föga båtad för hvad som bör vara hufvudsaken, nemligen att lärjungan bildas till en tänkande räknare och icke blott till ett slags räknemaskin. Nog får man ofta erfara, att en yngling kan med mycken färdighet tillämpa reglor och formler på lösningen af sådana uppgifter, som finnas i våra räkneböcker, men att detta oakadt dessa reglor och formler äro endast inlärdas minneslexor. Så kan t. ex. hända, att en lärjunge kan ganska qvickt förvandla ett vanligt bråk t. ex. $\frac{5}{6}$ till ett decimalbråk, riktigt på $\frac{1}{10000}$, $\frac{1}{100000}$ etc., men om man ber honom förvandla detta bråk till ett bråk med t. ex. 133 till nämnare, riktigt på $\frac{1}{133}$ när, så kan han det icke, och kan väl då med skäl sättas i fråga, huruvida han verkligen, strängt taget, kan det förra; likaså om man framställer ett decimalbråk och ett vanligt bråk, som icke kan exakt förvandlas till decimalbråk, och ber honom addera eller subtrahera eller multiplicera eller dividera det ena med det andra, men så, att facit blir alldeles precist, så kan han det icke, emedan han vet ingen annan utväg, än att använda de för räkning med decimalbråk inlärdas reglorna, hvilka reglor enligt min tanke äro för en tänkande lärjunge nästan alldeles öfverflödiga, då han kan quator species i hela tal och bråk". —

Satser

gifna i skriftliga mogenhetsexamen

Höst-Terminen 1872.

För Latinlinien.

1. Bevisa, att de 4 sidorna i en fyrhörning äro tillsammans större än de båda diagonalerna tillsammans.
2. Att på en gifven rät linie finna en så belägen punkt, att de pendiklar, som derifrån fällas mot 2 andra gifna räta linier, blifva lika långa.
3. Att genom en gifven punkt i en cirkel draga den kortaste kordan.
4. En cirkel och en parallelogram äro gifna. Att draga en rät linie, som tangerar cirkeln och skär parallelogramen midt itu. Är problemet alltid möjligt?
5. Två sidor i en triangel äro utdragna. Tvänne cirklar äro konstruerade: den första är inskrifven i triangeln, den andra tangerar basen och de utdragna sidorna. Bevisa, att cirkelnas tangeringspunkter med basen äro på samma afstånd från basens ändpunkter!