

## Några experiment rörande självverksamhet i matematik i folkskolan

Av Olof Magne.

### *Kunskapsfrågan vid självverksamhet.*

En bland tendenserna i modern undervisning är individualisering av undervisningen genom att låta eleverna på egen hand ta reda på hur uppgifter skall angripas och lösas. Denna tendens är inte så tydlig i matematikundervisningen som i undervisningen rörande orienteringsämnen. I vissa amerikanska räkneläror är denna tendens dock alldeles tydlig, och i vissa europeiska räkneböcker finner man den såsom i den serie böcker vilken utgivits av Ribskog, Ryen och Aannerud (1948—52) i Norge. Även i Sverige kan man finna exempel på önskemål att få fram läroböcker i folkskolans matematik, med vilkas hjälp eleverna på samma sätt ska kunna bli mera självverksamma. Således citeras på baksidan av en svensk lärobok ett uttalande av seminarielärare Kurt A. Tyberg, Statens läroboksnämnds granskare, där det heter: "Det är utmärkt att typexempel och anvisningar fått ökat utrymme för att underlätta elevernas självständiga arbete".<sup>1</sup> Man tycker sig kunna konstatera att det blivit allt vanligare i våra dagars räkneläror med utförliga typexempel, vilka utarbetats så att eleverna steg för steg skall kunna lära in de förfaringssätt, som man måste använda sig av eller som rekommenderas av författaren till läroboken. Givetvis förhindras inte genom förekomsten av typexempel i räkneläror, att läraren också i sin instruktion med grupperna inom klassen noggrant genomgår de räknemetoder som han anser skola begagnas, men å andra sidan tycks räkneboks författarna utgå från att de exempel som finns i läroboken skall kunna användas på så sätt att eleverna av läraren får anvisning om att noggrant läsa igenom typexemplen och därefter försöka att angripa de följande sifferexemplena, som utgör övningar på det som typexemplet anger.

Eftersom gruppundervisning och individualisering i många sammanhang påstås vara de sundaste undervisningsprinciperna är det anledning att kritiskt studera effektiviteten av elevernas självverksamhet. Det grundläggande problemet är i vilken utsträckning man kan och bör överlåta åt eleverna att själva upptäcka och utan

<sup>1</sup> J. O. Laurin, *Tage Lundholm & Joh. N. Lowe*, andra häftet, 1954.

vägledning arbeta sig fram till kunskap om de olika kursmomenten. Föreliggande undersökning avser bidra till diskussionen rörande det problemkomplexet.

#### *Synpunkter på undersökningstekniken.*

Det är utan tvivel mycket sällsynt med försök att kritiskt studera vilken behållning barn har efter att ha lärt in genom självverksamhet. En av de få studier som i Sverige gjorts rörande denna fråga har utförts av M. Glanzelius (1949), men på grund av frånvaro av kontrollmaterial och svårigheten att få översikt över hur inläringen tillgätt. kan hans undersökning knappast tillmätas större betydelse. En viktigare inskränkning rörande tillämpbarheten av Glanzelius experiment är att det inte berör matematikundervisningen.

Det är förenat med många svårigheter att få en uppfattning om värdet av undervisningsmetoder, emedan många tekniska vanskligheter uppkommer. Bl. a. måste man undanröja felkällor som sammanhänger med lärarens utbildning, pedagogiska fallenhet och inställning till hur undervisningen bör bedrivas. Vidare bör man undvika att låta någon annan undervisningsmetod komma in som en störande faktor. De undersökningar som utförts torde knappast ha kunnat beakta den senare synpunkten, emedan man i allmänhet utfört långtidsundersökningar, i vilka man måst ta hänsyn till att barnen måste erhålla kunskaper motsvarande ett visst minimum. Såvitt här kan bedömas tycks man rörande självverksamheten vara tvungen att använda laboratoriemässigt utförda experiment, där de organisatoriska och humanitära kraven får underordnad betydelse. Man kan då gå till väga på två sätt: antingen 1) låta barnen arbeta med ett begränsat kursavsnitt under ett fåtal lektionstimmar och se vad de tillägnat sig under denna tid eller 2) under endast en lektionstimme lära in ett kort kursmoment. Det första kan anses ha vissa fördelar i det att man i så fall närmar sig den praktiska skolsituationen, men det har också nackdelar. Det är således sannolikt att barn som arbetar på det sättet genom kontakter med andra personer, klasskamrater, lekkamrater och föräldrar, får vägledning och okontrollerade kunskaper. Att så blir fallet har vi rent av kunnat påvisa (experiment II). Det andra sättet kan i vissa fall anses vara tillräckligt verklighetstroget, dvs. ifall det genomgångna kursavsnittet är så kort att man hinner med det på en lektion eller på ännu kortare tid. I detta fall har man kunskapsinhämtandet under praktiskt taget fullkomlig kontroll. Tillskott i kunskaper genom samtal med kamrater kan relativt effektivt förhindras.

Man bör naturligtvis också ta hänsyn till de närmast till hands liggande skälen för eller emot en undervisningsmetod t. ex. den större eller mindre lättheten för läraren att utan större ansträngning nå ett bestämt undervisningsmål, eftersom även denna synpunkt är väsentlig. Nackdelar i kunskapshänseende kan givetvis vägas upp genom fördelar av annan art, t.ex. ökad självständighet i arbetet med uppgifter av besläktat slag. Man bör inte heller bortse från möjligheten av att man kan kon-

statera förhållandevis olika kunskapsresultat av olika undervisningsteknik omedelbart och efter en tids förlopp. Olika metoder kan också tänkas ge olika resultat för olika lärare och med barn på olika begåvningsnivåer eller med olika personlighetsstruktur.

#### *Hypotesen.*

Vi utgick från följande hypotes: Genom att låta eleverna på egen hand söka arbeta sig fram till hur uppgifter skall angripas och lösas kan man nå bättre undervisningsresultat i matematikundervisningen än genom att arbeta med lärarinstruktion, där eleverna icke är självverksamma.

#### *Allmänna synpunkter på undersökningens planläggning och genomförande.*

För att belysa frågeställningen gjordes experiment i folkskoleklasser inom Göteborgs skoldistrikt på tre olika klass-stadier nämligen klass 2, klass 4 och klass 6. Därvid studerades endast en aspekt av problemet, nämligen vad barnen lär av arbetsblad i räkning. De barn som deltog i experimentet var hämtade ur högst vanliga klasser och saknade speciell vana vid undervisning enligt självverksamhetsprincipen. Arbetsbladen, som användes, hade först varit föremål för vissa för-försök, som gick ut på att pröva ut olika versioner varefter det arbetsblad valdes som tycktes kunna ge bästa inlärningsresultatet. Varje experiment var så planerat att inlärandet genomfördes och behållningen prövades inom loppet av en lektion. Gemensamt för huvudexperimenten var att barnen, efter att ha fått ett inlärningsproblem ställt muntligt, uppdelades i olika grupper, i ett fall i 4 grupper och i de två övriga fallen i 3 grupper. Uppdelningen skedde på så sätt att barnen enligt placeringen i klassen inräknades i vardera av dessa grupper. Arbetsgången var olika för de olika grupperna. All instruktion sköttes av försöksledaren. Om de närmare instruktionerna kan läsas i samband med beskrivningen av experimenten.

#### *Experiment 1. Andraklass-experimentet.*

Detta experiment avsåg multiplikationsuppställning. Det utfördes tillsammans med folkskollärare fil. kand. Åke Jerkedal som, utom att han tog aktiv del av experimentet i egenskap av försöksledare, också tog verksam del i planläggandet av försöket. I experimentet ingick 8 avdelningar av klass 2 ur 3 olika överlärardistrikt i Göteborg. Efter att ha gjort vissa för-försök stannade vi inför två arbetsblad och planen för experimentet var följande: En grupp i varje klass skulle erhålla enbart lärarinstruktion (gruppen kallades I). Två grupper skulle utom lärarinstruktion få arbeta med arbetsblad, det ena arbetsbladet (gruppen kallades IA) innehöll en mera fullständig beskrivning över räknetekniken och det andra arbetsbladet var mera kortfattat och innehöll egentligen endast typexempel (gruppen kallades IT). En fjärde grupp skulle endast arbeta med arbetsbladet, och denna grupp kallades A. Arbetsbladet A såg ut på följande sätt:

---

Gånger.

1. Två gånger trettiofyra, skrives  $2 \times 34$

Ett sådant exempel har Du nog inte räknat förut.

Så här skriver man upp exemplet  $\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$  Först tar Du 2 gånger 4 = 8  $\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline 8 \end{array}$

Skriv 8 här 8

Sedan tar Du 2 gånger 3 = 6

Sätt 6 framför  $\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline 8 \\ 68 \end{array}$

Svaret blev 68.

---

2. Räkna ut  $3 \times 21$

Så här skriver Du upp exemplet  $\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$  Först tar Du  $3 \times 1 =$  \_\_\_\_\_  $\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$

Skriv 3 på sin plats här 3

Sedan tar Du  $3 \times 2 =$  \_\_\_\_\_  $\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline 3 \\ 63 \end{array}$

Skriv 6 på sin plats fram-

för 3 3

Om Du har gjort rätt skall svaret vara 63. Har Du fatt det så?

Svaret blev \_\_\_\_\_

---

3. Räkna ut  $2 \times 62$

Skriv exemplet här  $\begin{array}{r} 62 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$

Räkna ut  $2 \times 2 =$  \_\_\_\_\_  $\times 2$

Skriv detta svar på sin plats \_\_\_\_\_

Räkna ut  $2 \times 6 =$  \_\_\_\_\_

Om Du räknat rätt, skall svaret vara 124.

Skriv detta svar på sin plats i rutan  
Svaret blev \_\_\_\_\_. Har Du fått rätt?

---

4. Räkna ut detta exempel alldeles själv

Börja med att säga tyst för Dig själv

$4 \times 1$  är 4

$\begin{array}{r} 21 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$

Rätt svar är 84

---

5. Räkna ut

Säg först  $2 \times 3$  är 6 \_\_\_\_\_

---

Arbetsbladet T innehöll följande uppgifter:

*Gånger.*

Exemplen på den här sidan skall Du nu läsa igenom.

De lär Dig ungefär samma saker, som vi för en stund sedan har gått igenom på tavlan. Läs noga!

1. Two gånger trettiofyra, skrives  $2 \times 34$

Ett sådant exempel har Du nog inte räknat förut.

Så här skriver man upp exemplet

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

---

Först tar Du  $2 \times 4 = 8$

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

---

Sedan tar Du  $2 \times 3 = 6$ . Denna  
6:a sätter Du framför 8:an  
Du fick nvss

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline 68 \end{array}$$

Svaret blir: 68

---

2. Two gånger sextio två, skrives  $2 \times 62$

Så här skriver man upp exemplet

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$$

---

Först tar Du  $2 \times 2 = 4$

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 2 \\ \hline 4 \end{array}$$

---

Sedan tar Du  $2 \times 6 = 12$   
12 som Du fick, sätter Du framför  
4, som Du har förut.

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 2 \\ \hline 124 \end{array}$$

Svaret blir: 124.

---

Vi testade behållningen av det inlärdas med följande prov:

Nu skall vi se om Du har lärt Dig att räkna de här exemplen.  
Gör Ditt allra bästa.

$\begin{array}{r} 32 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 42 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 63 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 31 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 22 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 213 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 423 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 322 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$

Lektionen inleddes med att ett sifferexempel skrevs på tavlan ( $2 \cdot 34$ ). Efter att problemet hade ställts för barnet, diskuterades vissa allmänna frågor eller instruktioner, således visades på tavlan att exemplet  $2 \cdot 34$  kunde ställas upp i nedåtgående form. Därefter fick vart fjärde barn gå ut på skolgården och instruktionen fortsatte under i runt tal 10 min med de kvarvarande eleverna. Då den muntliga inläringen avslutats, kallades de på skolgården utsända eleverna in igen. De barn som hade varit på skolgården fick arbeta med exakt samma räkneuppgifter, som hade genomgått på tavlan, arbetsbladet A. I det närmaste samma ordalydelse hade använts under den muntliga instruktionen som på dessa arbetsblad vilka barnen arbetade med. I det följande skedde ytterligare indelning: Vart fjärde barn fick direkt ett prov på det inlärdade och de övriga fick antingen arbetsbladet A med utförligare skriftliga anvisningar eller arbetsbladet T med typexempel. Slutligen fick de barn, som arbetat med arbetsbladen, utföra samma prov som de elever vilka endast erhållit lärarens instruktioner. Schematiskt kan gruppindelningen i klassen anges på följande sätt:

	A	IA	IT	I
Barn nr	1, 5, 9	2, 6, 10	3, 7, 11	4, 8, 12
	etc.	etc.	etc.	etc.

Vi kunde således studera fyra grupper:

1. Barn med endast lärarinstruktion.
2. Barn med instruktion samt arbetsblad A.
3. Barn med instruktion och arbetsblad T samt
4. Barn med endast arbetsblad.

Experimentet redovisas närmare i tabell 1. Det framgår av tabellen, att gruppen IA har högsta medelvärdet i provräkningen och att det närmast högsta medelvärdet erhållits av gruppen I. Som nummer tre i ordningen kommer gruppen IT och som nummer fyra den grupp, som arbetade med arbetsbladet enbart (gruppen A). Skillnaderna mellan de tre förstnämnda grupperna är relativt obetydlig, dock framgår det av tabellen att en statistiskt säkerställd skillnad föreligger mellan gruppen IT och IA. Gruppen A faller långt under de övriga. Eleverna som deltog i detta försök prövades också efter en veckas förlopp. Som framgår av tabell 2 var ordningsföljden mellan grupperna efter en veckas förlopp oförändrad, men i några fall hade förändringar inträffat. Gruppen A har fortfarande ett betydligt lägre genomsnitt än de övriga grupperna. Några av grupperna har fått högre genomsnitt i retestningen.

Anledningen till att genomsnittet för grupperna har ökats kan diskuteras och ett specialexperiment utfördes för att närmare undersöka saken. Detta experiment beskrives såsom experiment II.

#### *Experiment II. Grupper utan inlärnin g i klass 2.*

Vissa barn i klass 2 (tillsammans 20 elever) deltog i det senaste provet trots att de icke varit med om inlärnin gssituationen och det första testningstillfället. Samma prov, som användes i experiment I, gavs i ytterligare tre klassavdelningar, som representerade ett socialt urval, vilket kunde antas vara i stort sett lika det som ingick i experiment I. Tabell 3 visar en jämförelse mellan dessa tre klasser och de elever i de tidigare nämnda klasserna, som varit frånvarande under inlärnin g av det nämnda momentet i multiplikation. Det framgår av denna jämförelse att det är en klar skillnad till förmån för de barn, som går i klasser där inlärnin g skett, om man jämför dem med klasser, där ingen inlärnin g alls skett. Detta kan tolkas på så sätt, att barnen som gått i klasser där inlärnin g förekommit har påverkats av de kamrater, som varit med under såväl lärarinstruktion som prövning och möjligtvis också undervisats av föräldrarna. Däremot hade de icke påverkats av lärarna, emedan dessa hade fått meddelande om, att behållningen skulle prövas efter en veckas tid och underrättats om att det var olämpligt att beröra momentet ifråga. Om vi därför i experiment I finner att barnen som lärt med arbetsbladet får högre poäng vid det senare tillfället än vid det första, kan detta tolkas som ett utslag av att en påverkan skett, antingen från kamraternas sida eller från föräldrarnas, så att deras poängtal något höjts. Denna förklaring är dock inte nödvändig eftersom skillnaden mellan resultatet i den omedelbara och den differerade testningen i statistiskt hänseende inte är säkerställd i experiment I.

#### *Experiment III. Fjördeklass-experimentet.*

Experiment III skedde i klass 4, och i detta experiment deltog 9 klassavdelningar inom ett och samma överlärardistrikt. Tre grupper utvaldes inom varje läraravdelning på liknande sätt som i klass 2-experimentet. I detta fall arbetades med bråkräkning och följande arbetsblad användes:

Att räkna med delar.

Se på bilderna!



Detta är en halv

Skriv en halv med siffror

1

2



Detta är två halva

Skriv två halva med siffror

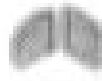
Svar: 2



Detta är en tredjedel

Skriv en tredjedel med siffror

Svar:



Detta är två tredjedelar

Skriv två tredjedelar med siffror

Svar:



Detta är en fjärdedel

Skriv en fjärdedel med siffror

Svar:



Detta är två fjärdedelar

Skriv två fjärdedelar med siffror

Svar:

Nu ska Du lära Dig att lägga samman delar.

en halv och en halv är \_\_\_\_\_ halva

En tredjedel och en tredjedel är \_\_\_\_\_



+



=

\_\_\_\_\_ halvor



+



=

\_\_\_\_\_ tredjedelar

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 3$$

en halv och en halv och en halv

en tredjedel och en tredjedel och en tredjedel är \_\_\_\_\_ tredjedelar



+



+



är

\_\_\_\_\_ halva



+



+



=

\_\_\_\_\_ tredjedelar

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 3$$

Regel: Ser Du att man lägger samman delarnas antal

Ser Du att man bara lägger ihop däruppe

en halv + två halva = \_\_\_\_\_ halva



---

två tredjedelar + tre tredjedelar = \_\_\_\_\_ tredjedelar  $\frac{2}{3} + \frac{3}{3}$

---

en fjärdedel + två fjärdedelar = \_\_\_\_\_ fjärdedelar  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

---

två femtedelar + en femtedel = \_\_\_\_\_ femtedelar  $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

Se upp! Nu ska Du ta bort två femtedelar. Hur många blir kvar?

fyra femtedelar — två femtedelar = \_\_\_\_\_ femtedelar  $\frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

---

Lärarinstruktionen arbetade med samma exempel och formuleringarna var i stort sett som på arbetsbladet. Inga moment utöver de som äro nämnda på arbetsbladet ingick i lärarinstruktionen. Barnen gruppindelades här i tre grupper. Experimentet inleddes med allmän översikt, varvid själva bråkbegreppet togs upp till behandling och betydelsen av skrivsättet med allmänna bråk bekantgjordes för barnen. Därefter måste vart tredje barn under den tid instruktionen varade, dvs. cirka 10 min, gå ut på skolgården. Efter lärarinstruktionen fortsatte experimentet på så sätt, att en grupp som kallas A fick arbeta direkt med arbetsbladet, en grupp som kallas I fick omedelbart börja arbeta med de prov som förekom. En tredje grupp kallad IA fick efter lärarinstruktionen arbeta med arbetsbladet och ta provet först sedan arbetsbladet genomgåts. Uppgifterna i provet var följande:

Försök nu räkna de här uppgifterna så bra Du kan!

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{4}{12}$$

$$\frac{10}{15} + \frac{3}{15}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}$$

$$2\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

Experimentet redovisas i tabell 4. Eleverna i dessa klassavdelningar hade intelligens-testats med Hallgrens gruppprov för klass 3 under föregående läsår och en utplock-

ning av barnen skedde på så sätt, att endast de barn som hade grupptestats medtogs vid den i tabell 4 redovisade statistiska beskrivningen av försöket. Det framgår av tabellen att skillnaderna i medeltal mellan de tre grupperna i Hallgrens test var obetydliga. Högst genomsnitt hade den grupp, som arbetat med arbetsbladet enbart.

Jämför man nu resultaten i räkneprovet finner vi det högsta genomsnittet i gruppen med endast lärarinstruktion och ett något lägre genomsnitt för gruppen med lärarinstruktion + arbetsblad, medan genomsnittet i räkneprovet för gruppen med endast arbetsblad var avsevärt lägre för de två första grupperna.

Med utgångspunkt från poängvärdena i Hallgrens grupptest jämfördes eleverna i vardera av grupperna I, IA och A. Därvid delades varje grupp i två delgrupper, i det att de 50 % som hade poängtal över medianen för gruppen fördes till den ena och de 50 % som hade poängtal under medianen fördes till den andra delgruppen. Jämförelserna återfinns i tabell 5. Medianvärdet är högst för gruppen A.

Inom gruppen I finnes ingen genom testet mätbar olikhet mellan elever som i Hallgrens test befinner sig över resp. under medianen. De elever som ingick i gruppen IA har lägre medelvärden, speciellt delgruppen under medianen, än gruppen I. Differenserna mellan delgrupperna i I och IA över resp. under medianen är icke signifikanta. Icke heller differensen inom IA över resp. under medianen är signifikant. Trots att man med utgångspunkt från mätningen med Hallgrens test kan anta gruppen A vara den som ligger högst i begåvningshänseende (olikheterna mellan grupperna är dock obetydligt) ligger båda delgrupperna av A under de övriga grupperna. De som i Hallgrens test ligger under medianen i gruppen IA ( $Md = 40,8$ ) har signifikant bättre resultat i räknetestet (på 1 %-nivån) än de som i gruppen A ligger över medianen ( $Md = 43,3$ ). Differensen mellan delgrupperna A över och under medianen är mycket stor.

#### *Experiment IV. 6-klassexperimentet.*

Ytterligare ett experiment utfördes och planen för detta experiment var exakt densamma som i experiment III. Experimentet omfattade sex läraravdelningar i klass 6. Det kursmoment som behandlades i experimentet var ränteberäkning, varvid tillvägagångssättet illustreras av följande uppställning på de arbetsblad som användes:

#### *Räkna med procent.*

Procent är helt enkelt ett annat namn på hundradelar.

Procent skrives %.

Tecknet för procent skrives \_\_\_\_\_.

3 procent = \_\_\_\_\_, 4 procent = \_\_\_\_\_, 6 procent = \_\_\_\_\_, 9 procent = \_\_\_\_\_

---

Eftersom procent betyder hundradelar kan procent förvandlas till hundradelar.

Förvandla till hundradelar:

1 % = \_\_\_\_\_, 2 % = \_\_\_\_\_, 3 % = \_\_\_\_\_, 4 % = \_\_\_\_\_, 5 % = \_\_\_\_\_, 8 % = \_\_\_\_\_

1 % = \_\_\_\_\_, 2 % = \_\_\_\_\_, 8 % = \_\_\_\_\_, 7 % = \_\_\_\_\_, 6 % = \_\_\_\_\_, 9 % = \_\_\_\_\_

---

---

Hur många procent är

0,03 = \_\_\_\_\_, 0,04 = \_\_\_\_\_, 0,06 = \_\_\_\_\_, 0,05 = \_\_\_\_\_, 0,01 = \_\_\_\_\_

---

På banken får man ränta.

Ränta räknas i procent.

1) Banken ger ränta efter 2 % (2 % = 0,02)

Vad får man för ränta på 100 kr?

Tänk så här: 2 hundradelar av 100 kr är 2 kr

då är 2 % av 100 kr = 2 kr

Svar: 2 kr

---

2) Banken ger ränta efter 3 % (3 % = 0,03)

Vad får man för ränta på 100 kr?

Tänk så här:

3 hundradelar av 100 kr är 3 kr

då är 3 % av 100 kr = \_\_\_\_\_ kr

Svar: \_\_\_\_\_ kr

---

3) Banken ger ränta efter 4 % (4 % = 0,04)

Vad får man för ränta på 100 kr?

Tänk så här:

4 hundradelar av 100 kr = \_\_\_\_\_ kr

då är 4 % av 100 kr = \_\_\_\_\_ kr

Svar: \_\_\_\_\_ kr

---

4 a) Banken ger ränta

efter 2 % (2 % = 0,02)

Vad får man för ränta på 200 kr?

Räkna så här:     2 0 0

0,0 2

4,0 0

Svar: 4 kr

---

b) Vad får man för ränta på 300 kr  
efter 2 % (2 % = \_\_\_\_\_)

Räkna så här:     3 0 0

0,0 2

Svar: \_\_\_\_\_

---

c) Vad får man för ränta på 500 kr  
efter 2 % (2 % = \_\_\_\_\_)

Räkna så här:     5 0 0

0,0 2

Svar: \_\_\_\_\_

---

d) Vad får man för ränta på 150 kr  
efter 2 % (2 % = \_\_\_\_\_)

Räkna så här:     1 5 0

0,0 2

Svar: \_\_\_\_\_

---

---

De uppgifter som ingick i provet i detta experiment var följande:

Räkna här!

Vad får man för ränta  
på 200 kr efter 3 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 300 kr efter 4 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 300 kr efter 2 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 450 kr efter 2 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 820 kr efter 5 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 600 kr efter 3 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 650 kr efter 4 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Vad får man för ränta  
på 1200 kr efter 2,5 % ?

Svar: \_\_\_\_\_

Experimentet beskrives närmare i tabell 6.

De tre grupperna I, IA och A i detta försök testades endast en gång, dvs. omedelbart efter inläringen. Några uppgifter om deras begåvningsstandard finns inte. Vi kan emellertid anta, att de tre grupperna liksom i föregående fall var jämförbara i begåvningshänseende. Vi finner, att grupperna I och IA har exakt samma genomsnitt, medan gruppen A har avsevärt lägre genomsnitt än de två övriga grupperna.

*Experiment V.*

Ett av för-försöken utfördes med syftet att studera ett speciellt problem. Går man till amerikanska arbetsböcker för klass 2, finner man att arbetsanvisningarna inte sällan börjar med en textuppgift, som innehåller någon teknisk svårighet som eleverna dittills inte stiftat bekantskap med. Vissa amerikanska räknepedagoger påstår enfatiskt, att genomgången av nya kursmoment skall börja med att läraren diskuterar en praktisk räknosituation, som emellertid innehåller tekniska moment som undervisningen ännu inte behandlat (bl.a. Spitzer, 1948).

Vi ställde en hypotes som anslöt sig till de amerikanska författarnas tankegång: eleven skall först ställas inför ett praktiskt exempel, representerat av en textuppgift, innehållande en ny typ av svårighet, innan det nya tekniska momentet behandlas.

För att pröva denna hypotes iordningställdes två arbetsblad i samarbete med Jerkdal, av vilka det ena byggde på den tankegång som här refererats (metod A) och det andra utgick från att undervisaren borde utan omvägar gå direkt på det tekniska moment som avsågs (metod B). Uppställningen av arbetsbladen frångår av bifogade uppställningar.

Försöket utfördes i 2 läraravdelningar i klass 2 inom ett område där barnen relativt slumpvis placrats i olika klasser. Metoderna A och B kom till användning i vardera en grupp om 20 elever. För att inga systematiska felkällor skulle kunna inverka togs till de studerade grupperna varannan elev från den ena klassen och varannan från den andra klassen.

Experimentet tillgick så att instruktören började med att gå igenom ett sifferexempel. I gruppen med arbetsblad A skrevs de inledande textuppgiften på arbetsbladet upp på tavlan och beräknades. Därefter delades arbetsbladet ut bland eleverna och de fick utan hjälp arbeta sig igenom anvisningarna och utföra de räkningar som nämndes. Så snart arbetsbladet klarats av, fick eleverna övergå till följande provräkning:

Nu skall du få räkna utan hjälp.  
Kom ihåg, att Du först skall räkna ut entalssiffran!

1) $\begin{array}{r} 21 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	2) $\begin{array}{r} 34 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	3) $\begin{array}{r} 32 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	4) $\begin{array}{r} 21 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$	5) $\begin{array}{r} 13 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	6) $\begin{array}{r} 42 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	7) $\begin{array}{r} 23 \\ \times \\ \hline \end{array}$
<hr/>						
8) $\begin{array}{r} 61 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	9) $\begin{array}{r} 31 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	10) $\begin{array}{r} 41 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	11) $\begin{array}{r} 24 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	12) $\begin{array}{r} 73 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$	13) $\begin{array}{r} 63 \\ \times 3 \\ \hline \end{array}$	14) $\begin{array}{r} 84 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$

1) Bengt har 3 bullar. Varje bulle kostar 12 öre. Hur mycket kostar alla 3?  
Räkna här:

Svar: \_\_\_\_\_

2) En liter mjölk kostar 43 öre. Hur mycket kostar 3 liter?  
Räkna här:

Svar: \_\_\_\_\_

3) I en klass var 32 barn. Vart och ett fick 4 märken att sälja. Hur många märken skulle de sälja?

Räkna här:

Svar: \_\_\_\_\_

I gruppen med arbetsblad B inleddes lektionen med att ett sifferexempel skrevs upp och beräknades (samma som för den förutnämnda gruppen), varefter experimentet fortsatte som för den första gruppen. Klasserna hade således olika arbetsblad, men räknade samma sifferuppgift och prövades med samma provräkning.

Uppställningen, tabell 7 visar en översikt över experimentet. Instruktörens uppfattning var den att metod A var betydligt svårfattigare för eleverna än metod B, beroende på att eleverna inte direkt såg något samband mellan den text som gavs och de sifferberäkningar som skulle utföras. Denna uppfattning bestyrks av tabellen. Det är tydligt att metod A gav eleverna i den grupp, där metoden A förekom, lägre prestationssiffror i räkneprovet än vad metod B gav den grupp där metoden B kom till användning.

Den ställda hypotesen ansågs icke ha blivit bekräftad. Anledning kan anses föreligga att hävda motsatt uppfattning mot vad som görs av Spitzer.

I lärarinstruktioner i slutet av klass 2 kan det sålunda vara mest fattbart för eleverna att, då en aritmetisk nyhet presenteras, omedelbart anknyta till ett bestämt sifferuttryck och visa hur man beräknar detta.

Detta resonemang kan troligen anses gälla för äldre elever och för besläktade uppgiftstyper. Däremot gäller det sannolikt icke för skolnybörjare och för äldre elever, vilka presenteras en helt obekant tankegång, t.ex. för realskoleelever som skall undervisas rörande principen för ekvationsräkning.

#### *Allmän diskussion av försöket.*

Först och främst bör man observera att de barn, som endast arbetat med arbetsblad, i samtliga experiment erhöll avsevärt lägre genomsnitt än de barn, som hade fått lärarinstruktion. Vi kan också lägga märke till en annan sak, nämligen att i flertalet försök, som här har beskrivits, de extra arbetsbladen icke synes ha givit ökad kunskap, utöver vad instruktionen ensam givit. Detta kan tolkas så, att behållningen av inläring medelst arbetsanvisningar åtminstone i räkneundervisningen är mindre än man ofta föreställt sig. Lärarinstruktionen tycks vara vida mer effektiv än självverksamhet. Detta sammanhänger förmodligen med flera omständigheter t.ex. svårigheten att förstå de på arbetsbladen använda uttrycken, svårigheten att se sammanhangen mellan de logiska momenten i framställningen, otillräcklig intellektuell mognad. Man kan framhålla att i de av oss utförda experimenten utfallet blev ungefär lika på de tre klass-stadier som varit föremål för prövning. Det är således ingen anledning att tro att intill 12-årsåldern det skulle inträffa någon tillväxt eller ökning av elevernas möjligheter att tillgodogöra sig arbetsanvisningar. Man kan alternativt förmoda att en samtidig ökning av möjligheterna att tillgodogöra sig muntliga instruktioner sker.

Vi lägger bl.a. märke till att gruppen IA i fjärdeklasseexperimentet fick lägre genomsnitt än gruppen I. I andraklasseexperimentet fick gruppen IA högre genomsnitt än samtliga övriga grupper, men gruppen IT fick lägre genomsnitt än gruppen I. Det är sannolikt att i de här fallen arbetsbladet varit mindre lyckat och lämnat eleven

otillräckliga upplysningar. På så vis kan enklast det lägre genomsnittet i de två nämnda fallen tolkas. Med anledning härav kan man finna skäl för det påståendet att arbetsblad i vissa fall utformas så att de motverkar behållningen. Detta har här skett i ett kontrollerat laboratorieexperiment och kan utan tvivel också förekomma i vanliga vardagliga undervisningssammanhang.

Med avseende på undervisningsmetodik skulle man vilja ifrågasätta, om det överhuvudtaget är lämpligt att låta barnen själva och på egen hand läsa sig till kunskap om räkneprocesserna eller ens någon enstaka räkneprocess. Man vill däremot förordas att läraren i så stor utsträckning som möjligt håller klassen samlad eller åtminstone grupper ur klassen samlade och söker ge instruktioner åt barnen på ett så fullständigt sätt som möjligt.

Det är möjligt att man också skulle kunna dra i tvivelsmål, om det är effektivt att ge en så stor och en sådan mängd arbetsuppgifter som man ofta gör. Det är tänkbart att man skulle kunna nå längre i matematikundervisningen, om man i högre grad än som är fallet arbetar med sådana metoder som man använder i vanlig klassundervisad geografi eller historia. Undersökningar att anföras för att diskutera denna möjlighet är emellertid inte kända av författaren, men det finns pedagoger, som talat för en avsevärd minskning av räkneboksdrillen (jämför en del amerikanska pedagoger, bl.a. Wilson 1951). Lärarinstruktionens roll förefaller vara betydelsefullare än vad man ofta antar vara fallet. En effektiv inläring bör inte i alltför hög grad bygga på läroboken. Lärobokens roll borde kanske rentav bli mindre än den för närvarande är. I varje fall torde det vara olämpligt att använda räkneläror med stora mängder av typexempel som riktar sig direkt till eleverna.

Såvitt man kan bedöma av försöket skulle man i första hand kunna förordas två olika typer av lärobok i matematik för lag- och mellanstadiet. Den ena typen av lärobok skulle vara en ren exempel-samling. I den undervisning som bedrevs med en sådana borde alla arbetsanvisningar, typexempel, regler eller allmän information lämnas av läraren i hans muntliga undervisning. I det andra fallet göres läroboken till en arbetshandbok och läroboken riktar sig till läraren i samma utsträckning som till eleverna. Den förstnämnda typen av läroboken har i undervisningskretsar efter hand blivit impopulär. Det andra här nämnda alternativet, att låta läroboken rikta sig till läraren, har egentligen inte prövats någonstans, även om det i amerikanska läroböcker finns ansatser till dylika försök. Det gäller vissa arbetsböcker som utarbetats speciellt för de två lägsta klasserna i amerikansk skola, där det förutsattes, att barnen inte har någon läsfärdighet och arbetsanvisningarna måste ges av läraren. Några författare har använt den metoden att i en not längst ned på sidan lämna upplysningar som riktar sig till läraren och som denna skall läsa igenom för att kunna ge barnen de behövliga anvisningarna.<sup>1</sup> En liknande planlösning finner man

<sup>1</sup> *Joyce Benbrook, Cecile Foerster & James T. Shea (1952).  
G. C. Bartoo, Bess Stinson, Jesse Osborn (1953).  
Margaret Leckie Wheat, Harry Grove Wheat (1953).*

exempel på även i Sverige. t. ex. i den utformningen att arbetsanvisningar tryckts i ett separat häfte.

Vilken av dessa två lärobokstyper som bör anses vara mest praktisk är inte lätt att avgöra. Båda utvägarna har fördelar. Använder man sig av den första modellen av lärobok förbilligas arbetsmaterialet. Den har en nackdel däri, att de lärare som inte vet hur läroboksförfattaren har planerat undervisningsarbetet, ställer sig tveksamma till hur de i olika fall bör förfara och kanske inte heller alltid ger instruktionen vid de tillfällen, då läroboksförfattaren anser att instruktionen behöver delges eleverna. Den andra modellen undviker denna svårighet. Den lärobok, som bygger på den senare principen blir dyrare, och dessutom kommer läraren att starkare bindas av läroboksförfattarens intentioner. Han är dock inte alldeles bunden av den plan, som läroboksförfattaren har, eftersom han kan hoppa över de anvisningar som lämnas och välja andra arbetssätt.

En överdriven individualisering av undervisningen i matematik kan med ledning av experimentet som här nämnts tänkas resultera i en kraftig sänkning av effektiviteten t.ex. sänkt mekanisk räknefärdighet. Vid stark individualisering hinner förmodligen inte läraren med att ägna längre tid åt varje enskilt barn i en klassavdelning än på sin höjd 5—10 minuter, och då måste tydligen den muntliga undervisningen pr elev bli avsevärt kortare än om klassen hålles samlad. Om individualiseringen blir långt driven måste man överlämna en hel del av genomgången åt eleverna själva, så att de får inhämta kunskaper om arbetstekniken på egen hand genom självverksamhet. Denna självverksamhet tycks vara mindre effektiv än lärarinstruktion. Man skulle kunna förmoda, att i den händelse man förkortar instruktionen och tvingar barnet att på egen hand lära in kursmomentet efter skriftliga anvisningar också studieresultatet blir sämre. I varje fall tycks inte i de av oss studerade fallen studieresultatet bli bättre om barnet efter en relativt ingående lärarinstruktion får arbeta med arbetsanvisningar. I några fall, nämligen om arbetsbladets motverkar lärarinstruktionen. Det tycks därför vara lämpligt att förorda, att undervisningen sker i större grupper, däremot inte nödvändigtvis med hela klassen samlad. Det finns nämligen en mycket enkel och självklar väg för att komma ifrån alltför stelbent klassundervisning, som ofta anses vara olämplig, nämligen genom differentiering i grupper. Klassen kunde i så fall uppdelas på så sätt, att de bättre eleverna bildar en grupp och de sämre en grupp. Gruppindelningen måste naturligtvis genomföras på skilda sätt i olika klasser och ibland förändras från ämne till ämne. De bättre eleverna kan exempelvis tänkas följa en annan takt än de svagare eleverna, och i så fall kan lärarens genomgångar av olika moment ske vid annan tidpunkt för den bättre eller mera snabbräknande delen än för den sämre delen av klassen. Det är dock inte nödvändigt att låta lärarinstruktionen inträffa vid olika tillfällen för de snabbare och de långsammare, eftersom man också kan länka sig att de mera snabbräknande eleverna får ta på sig arbetsuppgifter och vänta med att sätta i gång med närmast följande kursavsnitt tills de svaga hunnit ifatt. Däremot torde man nog vilja avråda från att låta de svagare eleverna räkna avsevärt färre exempel



än vad de snabbräknande eleverna gör. En viss minimikurs måste genomgås och det torde i speciellt hög grad gälla för de som är svaga. Gången av lärarinstruktionen för ett visst bestämt kursmoment kan då tänkas bli följande:

1. Gemensam genomgång för hela gruppen.
2. Kontroll av att eleverna lärt det genomgångna eller att de förstått de principer som man har angett.
3. Fortsatt genomgång med de svagaste i gruppen, nämligen de som visat sig ha missat någon punkt i genomgången.
4. Ny kontroll av det genomgångna, gärna med hela en instruerade gruppen.
5. Eventuellt fortsatt genomgång för vissa elever.
6. Självständiga övningar för dem som behärskar förloppet.

Det anses av författaren vara rekommendabelt, att läraren förvissar sig om att instruktionen gått in hos alla elever. Ett informellt prov omedelbart efter den muntliga genomgången bestående av låt oss säga sex—åtta uppgifter av den typ som vi här har använt oss av kan tjäna detta syfte.

Det bör naturligtvis påpekas, att något bevis för det generella påståendet att individualiserad undervisning ger sämre resultat, inte kan påvisas med stöd av denna undersökning. Men det är sannolikt att en matematikundervisning som under en längre tid bedrivs såsom självverksamhet eller individualiserad undervisning kan uppvisa liknande brister i effektivitetshänseende som vi funnit i de här diskuterade experimenten.

I en undersökning rörande räkningsvaga elever, som företagits av författaren, kunde det konstateras, att läraravdelningar, där undervisningen skedde företrädesvis individuellt, innehöll fler barn med räkningsvårigheter än läraravdelningar som bedrev undervisning antingen så, att undervisningen var ren klassundervisning eller så att undervisningen kombinerade klassundervisning med individuell undervisning. Detta framgår för övrigt av tabell 8. Tabellen 8 visar ytterligare en sak nämligen att lärare som har stort antal elever tenderar att undvika individuell undervisning och att dessa lärare tenderar att i större utsträckning använda sig av ren klassundervisning än andra undervisningsformer. Tabellen behöver inte nödvändigtvis tolkas så, att det är den individuella undervisningen som har gett upphov till ett större antal räkningsvårigheter. Då det är ett större antal klasser med lågt elevantal i gruppen "individuell undervisning" så måste detta också sammanhånga med att barnen är mera särpräglade, eftersom särpräglade elever (läsklasselever, hjälpklasslever, hälsoklasselever) måste gå i läraravdelningar med speciellt lågt elevantal. Det måste emellertid också framhållas, att lärarna instruerades att ange räkningsvårigheter i förhållande till barnen i den klass som barnen gick i, således inte till hur barnen klarar sig i andra länkta klasser vare sig på den åldersnivå eller klassnivå som barnen befann sig. Om undersökningen i sin helhet hänvisas till en annan, dock för ögonblicket opublicerad, redogörelse.

### *Sammanfattning.*

För att studera behållningen av inläring medelst självverksamhet i räkneundervisningen med hjälp av arbetsblad, studerades barn på tre klass-stadier, nämligen **klass 2, klass 4 och klass 6**. Barnen i klass 2 lärde in multiplikationsuppställning, barnen i klass 4 addition med liknämninga bråk och barnen i klass 6 enkel ränteberäkning. Experimenten utfördes i elevernas klassrum, och inläringen + omedelbart prov på behållningen av det inlärdas tog en lektion (c:a 40 min).

Följande iakttagelser kan nämnas:

- 1) Elever som endast använt arbetsblad hade avsevärt lägre genomsnitt i provräkningar än elever som erhölet lärarinstruktion.
- 2) Elever som endast fått lärarinstruktion erhölet i några fall högre genomsnitt i provräkningar än elever som dels fått lärarinstruktion, dels arbetat med arbetsblad vilka avsåg att tillämpa det som behandlats muntligt.
- 3) Intellectuellt svaga barn som arbetat med arbetsblad hade i experiment III speciellt låga genomsnitt i provräkningen.
- 4) Intellectuellt svaga elever som fått lärarinstruktion erhölet i experiment III högre genomsnitt än intellectuellt bättre utrustade elever vilka arbetat med enbart arbetsblad.
- 5) Rangordningen mellan olika inlärningsförfaranden kvarstod oförändrad i experiment I efter en veckas förlopp.
- 6) I experiment VI jämfördes två metoder att inleda en lektion, nämligen a) med en praktisk räkneshituation och b) med ett obestämt sifferexempel, varvid det i det studerade experimentet visade sig att den första metoden icke gav större antal rätta lösningar än den senare och rent av färre.

Experimenten har utförts för att pröva en bestämd hypotes. Undersökningen synes visa att man bör förkasta den ställda hypotesen. Man kan tolka resultaten sålunda:

- 1) att renodlad självverksamhet icke ger goda undervisningsresultat i matematikundervisningen i folkskolan
- 2) att muntlig lärarinstruktion är en effektivare undervisningsform i matematik än inläring genom arbetsanvisningar
- 3) att arbetsuppgifter i vissa fall direkt motverkar den inläring som skett genom lärarinstruktionen.

Det synes vara skäl att ytterligare grundligt studera vad för arbetsövningar som kan inverka befördrande eller hindrande på behållningen av ett inlärt undervisningsstoff.

### *Slutord.*

Till denna undersökning har medel från Statens psykologisk-pedagogiska institut och Magn. Bergvalls stiftelse erhållits och ett värdsamt tack riktas till dessa båda institutioner.

Vidare framföres ett varmt tack till folkskolläraren fil. kand. Åke Jerkedal som

deltagit i undersökningarna samt till folkskoleinspektör fil. dr B. Björseth och de överlärare och lärare som medverkat i experimenten.

*Refererad litteratur.*

- Bartoo, G. C., Stinson, Bess & Osborn, Jesse, Adventures with numbers, 1953.*  
*Benbrook, Joyce, Foerster, Cecile & Shea, James T., Working with numbers, books 1—2, 1952.*  
*Glanzelius, Max, Resultatfrågan. I Vårt arbetssätt av Karl Falk m.fl., 1949, 211—220.*  
*Laurin, J. O., Lundholm, Tage & Loue, Joh. A., Exempelsamling i räkning för folkskolan, andra häftet, 1954.*  
*Ribskog, B., Ryen & Aannerud, R. Jeg lærer meg sjøl å regne 1—7, 1948—53.*  
*Spitzer, Herbert F., The teaching of arithmetic, 1948.*  
*Wheat, Margaret Leckie & Wheat, Harry Grove, Workbook to Row-Peterson Arithmetic, 1953.*  
*Wilson, Guy M., Teaching the new arithmetic. 1951.*

*Tabell 1.*  
*Redovisning av resultaten i provräkningen i*  
*andraklass-experimentet omedelbart efter inlärnigen.*

	I	IA	IT	A
Antal rätt	250	266	256	157
Antal elever	46	<b>44</b>	49	46
<b>X</b>	<b>5,6</b>	<b>6,0</b>	5,2	3,4
$\chi^2$ för differensen:				
I, IA, IT, A		98,9	p <	0,001
I, IA, IT		9,3	p <	0,001
IA, IT		9,3	p <	0,01
IT, A		38,3	p <	0,001
I, IA		2,2	p <	0,50
I, IT		2,0	p <	0,30

*Tabell 2.*  
*Redovisning av resultaten i provräkningen i*  
*andraklass-experimentet en vecka efter inlärnigen*

	I	IA	IT	A
Antal rätt	262	273	256	184
Antal elever	46	<b>44</b>	<b>49</b>	46
<b>X</b>	<b>5,7</b>	<b>6,2</b>	<b>5,2</b>	4,0
$\chi^2$ för differensen:				
I, IA, IT, A		67,3	p <	0,001
I, IA, IT		13,6	p <	0,001
IA, IT		13,6	p <	0,01
IT, A		18,2	p <	0,001
I, IA		3,8	p <	0,10
I, IT		2,8	p <	0,05

Tabell 3.  
 Jämförelse mellan elever, utan inlärnin g under experiment 1,  
 men gående i klasser som deltagit i experimentet, (grupp 1)  
 samt elever i andra klasser (grupp 2).

	grupp 1	grupp 2
Antal rätt	58	127
Antal elever	20	<b>83</b>
<b>X</b>	2,9	<b>1,5</b>
$\chi^2$ för differensen:	20,7	
	p < 0,001	

Tabell 4.  
 Redovisning av resultaten i provräkningen  
 i fjärdeklass-experimentet.

	I	I A	A
<b>X</b> i Hallgrens test	40,6	40,2	41,2
Antal rätt	560	526	299
Antal elever	75	77	70
<b>X</b>	7,5	<b>6,8</b>	4,3
$\chi^2$ för differensen:			
I, I A, A	137,2	p <	0,001
I, I A	5,1	p <	0,05
			0,02

Tabell 5.  
Jämförelser mellan elever över och under  
medianen i Hallgrens grupptest (fjärdeklass-experimentet).

	I	IA	A
Md i Hallgrens test	42,8	40,8	43,3
X i provräkning för elever över medianen i Hallgrens test	7,5		5,3
X i provräkning för elever under medianen i Hallgrens test	7,5	6,5	3,3
$\chi^2$ för differenser över och under medianen			
I, IA, A	32,7	p <	0,001
I, IA	0,5	p <	0,50 0,30
$\chi^2$ för differenser mellan grupper under medianen			
I, IA, A	115,5	p <	0,001
I, IA	5,8	p <	0,02 0,01
$\gamma^2$ för differensen:			
över och under Md i gruppen IA	2,15	p <	0,20 0,10
över och under Md i gruppen A	24,01	p <	0,001
under Md i IA och över Md i A	8,97	p <	0,01 0,001

Tabell 6.  
Redovisning av resultaten i provräkningen  
i sjätteklass-experimentet.

	I	IA	A
Antal rätt	354,5	331	203
Antal elever	52	49	52
X	6,8	6,8	3,9
$\chi^2$ för differenser mellan grupper över medianen			
I, IA, A	179,3	p <	0,001

Tabell 7.

Experiment med 2-siffr multiplikator i klass 2.

Metod A (Benämnda uppgifter på arbetsbladet)				Metod B (Obenämnda uppgifter på arbetsbladet)			
Elev	Resultat i provräkningar Obenämnda uppgifter	Benämnda uppgifter	Förstått ar- betsbladet Rätt Ej förstått = = Fel	Elev	Resultat i provräkningar Obenämnda uppgifter	Benämnda uppgifter	Förstått ar- betsbladet Rätt Ej förstått = = Fel
1	5	1	Fel	1	9	2	Fel
2	0	1	Fel	2	14	2	Rätt
3	9	1	Fel	3	13	2	Rätt
4	0	0	Fel	4	1	0	1/2 Rätt
5	0	0	Fel	5	13	2	Rätt
6	13	1	Fel	6	14	3	Rätt
7	0	1	1/2 Rätt	7	0	1	Fel
8	0	0	Fel	8	4	0	Rätt
9	4	1	Rätt	9	0	0	Fel
10	5	1	Fel	10	0	1	1/2 Rätt
11	14	1	Fel	11	13	2	Rätt
12	8	1	Fel	12	11	3	Rätt
13	0	2	Fel	13	0	1	Fel
14	11	2	Fel	14	10	1	1/2 Rätt
15	0	1	Fel	15	0	2	Rätt
16	3	2	Fel	16	11	3	Rätt
17	5	1	Fel	17	12	2	Rätt
18	7	1	Fel	18	9	1	Rätt
19	5	0	Fel	19	10	2	1/2 Rätt
20	0	0	Fel	20	13	2	Rätt
S:a	89	18	Bedömt som "Helt rätt" 1 Bedömt som "1/2 rätt" 1 Bedömt som "Helt fel" 18	S:a	160	32	Bedömt som "Helt rätt" 12 Bedömt som "1/2 rätt" 4 Bedömt som "Helt fel" 4

Prov I. Medelvärdena för A 4,5 och för B 8,0.

Skillnaden *signifikant på 5 % nivå* (CR: 2,1).

Prov II. Medelvärdena för A 0,9 och för B 1,6.

Skillnaden *signifikant på 1 % nivå* (CR: 2,6).

*Tabell 3.*  
*Antal räknescvaga i klasser med olika undervisningsmetod.*

Klassundervisning											
Elev- antal	Antal räknescvaga										
	0	1	2	3	4	5	6	7	0	1—7	Summa
0—19	2	1				1			2	2	4
20—29	11	11	7	5	4				11	27	38
30—39	9	21	8	5	4	1			9	39	48
	22	33	15	10	8	2	0	0	22	68	90
	55										
Kombinerad klass- och individuell undervisning											
Elev- antal	Antal räknescvaga										
	0	1	2	3	4	5	6	7	0	1—7	Summa
0—19	1	1			1				1	2	3
20—29	19	12	11	8	4		1	1	19	37	56
30—39	10	8	9	2	2	1			10	22	32
	30	21	20	10	7	1	1	1	30	61	91
	51										
Individuell undervisning											
Elev- antal	Antal räknescvaga										
	0	1	2	3	4	5	6	7	0	1—7	Summa
0—19	1	3	3	1	1				1	8	9
20—29	2	8	8	4	1	2			2	22	24
30—39	1	2	1	2	1	1	1		1	8	9
	4	12	12	7	3	3	1	0	4	38	42
	16										
Summa	56	66	47	27	18	6	2	1	56	167	223

*Summary and Conclusion.*

In order to care for individual differences in arithmetic, several students of teaching in arithmetic have considered it necessary to let all pupils or groups of very few pupils keep their own pace. In addition, great reliance is often placed upon the child's ability to discover effective solutions and upon his seeing relationships when left to himself and without assistance.

In Sweden there are no books in arithmetic which can be made use of by teachers willing to work with a teaching method like this one, but we have found teachers expressing a want to work with such books in their classes. In other countries (USA, Norway), however, such work-books in arithmetic are quite common and popular.



Some students of educational problems maintain any type of individualization to be a more effective learning method than other methods, but other educationalists think individualization to be an ineffective method of study. The author has therefore found it advisable to study some special cases of individualization critically. The present study forms part of this investigation.

The problem of this study was to test the following hypothesis:

If pupils are requested to work with directions and written exercises in arithmetic, their immediate and delayed retention is higher than if they are permitted to hear or take part of their teachers instruction only.

In these experiments we refer to the learning process exclusively.

Three experiments were designed in order to test this hypothesis:

Experiment I, the second Grade-experiment, multiplication without carrying which ordinarily is taught in Grade III,

Experiment III, the fourth-Grade-experiment, adding and subtracting like fractions which is ordinarily taught in Grade V, and

Experiment IV, the sixth Grade-experiment, finding a percentage of a number, which is ordinarily taught half a year later in the sixth Grade.

In Swedish schools the children begin the first Grade in the month of August, the year in which they are seven years old.

In these experiments the pupils of each class were randomly divided into three groups, one of which (group I) had teacher instruction only, another one (group A) had to read written directions and do exercises concerning the problem to be learned, and a third one (groups IA and IT) had both teacher instruction and written directions and exercises.

The three experiments are described in tables 1 (Experiment I, immediate retention), 2 (Experiment I, retention after one week), 4 (Experiment III, immediate retention), 5 (Experiment III, a comparison in the arithmetic test between pupils above and below the median in an intelligence group test), and 6 (Experiment IV, immediate retention).

On surveying the results obtained in this study, several significant observations were made:

(1) Pupils working with written directions showed lower achievement in the arithmetic tests than pupils taught through teacher instruction.

(2) Pupils taught, both through teacher instruction and written directions, showed in some cases lower achievement than pupils which were taught through teacher instruction only.

(3) Dull children showed exceptionally low achievement when taught through the method of written directions.

(4) The rank order between the four groups of children in Experiment I remained the same when tested one week after the learning session.

If we are exclusively referring to the learning process, these findings indicate that the proposed hypothesis should be rejected.