följa med. Och invändningen, att var och en ändå gör på sitt sätt, är lätt bemött. Det är inte för att imitera, som man studerar andra — fast vad ont i det, om man finner något efterföljansvärt! Men en lärare är aldrig färdig med en metod. Han gör och behöver göra nya erfarenheter, metoden behöver ses i det ljus, jämförelse med andras arbete på området ger, och så möjligen utvecklas eller — fastslås. Men vi lärare kunna inte resa ofta, främst av ekonomiska skäl. En ersättning synes det mig skulle kunna beredas i *auskultation här hemma.* Jag vet, att den tanken bland kolleger väcker stark opposition. Och de olägenheter, som genomförandet av ifrågasatta plan innebär, äro iögonenfallande. Men fördelarna, för läraren och undervisningen, torde vid närmare eftertanke mer än uppväga de förra. I varje fall är väl tanken värd att diskutera; de flesta andra ämbets- och tjänstemän uträtta sin gärning under en öppen, kamratlig kritik. Och med mig torde mången lärare medgiva, att vi kunde lära mycket av varandra — om vi bara hade tillfälle att höra varandra. De kamratliga samtalen, de regelbundna ämneskonferenserna m. m. äro dock inte mer än endels praktik; mest äro de och förbli teorier, knutna vid kodifierade stadganden och anvisningar, från vilka var och en synnerligen ofta dispenserar i — klassrummet.

Om ett slag av uppgifter i algebraiska läroböcker.

Av **Arvid Lindhagen.**

Redan i första upplagan av Möllers Lärokurs i algebra (Senare delen, Lund 1892, sid. 11) förekommer i kapitlet »Kvadratrötter» följande fråga till besvarande: »För vilket värde på x är

$$x^4 - 4x^3 + 6x^2 + x - 14$$

en jämn kvadrat, och vilken är då dess kvadratrot?» Det närmast föregående exemplet i boken och de båda efterföljande äro av samma art. Författaren har tänkt sig, att vid lösningen följande förfarande skall användas. Man försöker enligt känd metod att beräkna kvadratroten ur den givna funktionen och finner då, att rotutdragningen icke går jämt upp, utan att man får en rest: $5x - 15$. För $x = 3$ blir denna rest $= 0$ och den givna funktionen alltså en jämn kvadrat: 16. Samma uppgifter återfinnas i fjärde upplagan (1909). I Mattsons Lärobok i algebra för gymnasiet I (Stockholm 1913) finner man på sid. 131 ett liknande exempel (697), avsett att behandlas på samma sätt; och Hedström—Rendahl hava på sid. 63 i sin Algebra för gymnasiet (Stockholm 1915) två exempel av samma art (414 *a* och *b*).

Om dessa uppgifter må till en början anmärkas, att den använda metoden, om den över huvud leder till ett resultat, ingalunda, såsom formuleringen synes ge vid handen, med säkerhet ger det *enda* rationella x-värde, för vilket funktionen blir en jämn kvadrat. Ett exempel härpå är funktionen

$$x^4 - 4x^3 + 8x^2 + x - 2$$

som, behandlad på detta sätt, ger resten $(9x - 6)$, varav $x = \frac{2}{3}$. Funktionen blir emellertid en jämn kvadrat även för $x = 1$ och $x = 2$, andra värden att förtiga. Att metoden stundom kan slå alldeles fel, visar följande exempel. Funktionen

$$x^4 - 14x^3 + 49x^2 + 21$$

lämnar vid rotutdragning resten 21 men är det oaktat en jämn kvadrat för $x = 5$.

Orsaken till att metodens användning icke slår bättre ut är den, att dessa uppgifter höra till ett helt annat område än det, till vilket läroboksförfattarna hänfört dem. Tydligast skall detta kanske framgå av ett enkelt exempel. Söker man ett rationellt värde på x, som gör funktionen $(3x^2 + 4)$ till en jämn kvadrat, så är denna uppgift tydligen löst på samma gång som ekvationen

$$3x^2 + 4 = \left(\frac{m}{n}x + 2\right)^2$$

där m och n beteckna två relativa primtal. Denna ekvation har två rötter

$$x = 0 \text{ och } x = \frac{4mn}{3n^2 - m^2}.$$

Det finnes således oändligt många rationella x-värden, för vilka funktionen blir en jämn kvadrat. Några specialfall må nämnas.

$$\begin{array}{llll} m = 1; & n = 1 & \text{ger} & x = 2 \\ m = 3; & n = 2 & » & x = 8 \\ m = 5; & n = 3 & » & x = 30 \\ m = 12; & n = 7 & » & x = 112 \\ m = 19; & n = 11 & » & x = 418. \end{array}$$

Om varje hel funktion av andra graden kan det bevisas, att om det finnes *ett* rationellt x-värde, som gör den till en jämn kvadrat, så är antalet sådana x-värden oändligt stort. Alla funktioner av andra graden äro likväl icke av denna beskaffenhet.

För funktioner av tredje och fjärde graden ställer sig undersökningen betydligt svårare. I vissa specialfall kan man dock med mycket enkla medel framställa ett begränsat antal lösningar. *Ett* sådant medel är den i de ovan nämnda läroböckerna använda metoden. I intet fall hava emellertid författarna funnit mer än en enda lösning. Vid ett av dessa fall vill jag här uppehålla mig, emedan det är mycket enkelt att uppvisa åtskilliga lösningar utöver den funna. Exemplet 414 *a* hos Hedström-Rendahl lyder: För vilket x-värde är uttrycket

$$3x + 2x^3 + 3x^2 + x^4 + 4$$

en jämn kvadrat? Ordnas termerna efter fallande digniteter av x och verkställes rotutdragning, så erhålles resten $(x + 3)$, varav lösningen $x = -3$, den enda som finnes i facitboken. En annan lösning, som genast faller i ögonen, är $x = 0$. Några andra lösningar framkomma genom följande förfarande. Man sätter den givna funktionen

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4 = (x^2 + ax + 2)^2$$

och söker bestämma a så, att ekvationen får en rationell rot. Efter kvadrering och reduktion erhålles

$$2(a - 1)x^3 + (a^2 + 1)x^2 + (4a - 3)x = 0,$$

där den kända roten $x = 0$ kan divideras bort, så att man får

$$2(a - 1)x^2 + (a^2 + 1)x + (4a - 3) = 0.$$

Här kan man sätta $a = 1$, så att den första termen försvinner, då man erhåller lösningen

$$x = \frac{3 - 4a}{a^2 + 1} = -\frac{1}{2},$$

eller också sätter man $a = \frac{3}{4}$, så att den sista termen försvinner, då man erhåller en ny lösning

$$x = \frac{a^2 + 1}{2(1 - a)} = \frac{25}{8}.$$

Ytterligare ett par lösningar får man genom att bilda den liknande ekvationen

$$x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 3x + 4 = (x^2 + ax - 2)^2$$

som transformeras till

$$2(a - 1)x^2 + (a^2 - 7)x - (4a + 3) = 0,$$

vilken för $a = 1$ ger lösningen

$$x = \frac{4a + 3}{a^2 - 7} = -\frac{7}{6},$$

medan värdet $a = -\frac{3}{4}$ leder till lösningen

$$x = \frac{7 - a^2}{2(a - 1)} = -\frac{103}{56}.$$

Utan nämnvärd möda har det således lyckats att utöver den i boken angivna lösningen $x = -3$ finna fem andra. Och därmed är antalet säkerligen icke uttömt.

Funktionen i Mattsons exempel

$$x^4 + 4x^3 + 10x^2 - 10x + 53$$

är av en mera komplicerad typ och därför besvärligare att komma till rätta med. Man finner dock med lätthet, att den blir en jämn kvadrat, utom för det av författaren funna värdet $x = 2$, även för $x = -\frac{1}{2}$.

Likaså blir den i Möllers näst sista exempel behandlade funktionen

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 5x - 6$$

en jämn kvadrat, utom för det i facitboken angivna värdet $x = -10$, även för $x = 2$.

Det anförda torde vara tillräckligt för att visa, att detta slag av uppgifter egentligen hör hemma i talteorin. Anledningen till, att jag här sysselsatt mig med dem, är icke den, att jag tillmäter frågan om deras förekomst och behandling i en skolbok någon större betydelse, utan den, att Hedström-Rendahls exempel 414 *a* genom sin typiska enkelhet särskilt inbjudit till påpekande av några sakförhållanden, som synts mig vara på mer än ett håll förbisedda. Och förbiseenden äro lätta att göra, det är en konst, som vi alla kunna.

Centralskolträdgårdar.

Av L. G. Sjöholm.

Kravet på åskådlighet vid undervisningen i växtlära har framtvingat förträffliga läroböcker, god undervisningsmateriel (planscher, preparat o. d.), användandet av levande växtmaterial på lärorummet eller ute i naturen, exkursioner till typiska växtsamhällen, växtodling m. m. dyl. På ett och annat ställe har även skolträdgårdarna tagits i denna undervisnings tjänst. Men det kan starkt sättas i fråga, om icke dessas senare anordning borde komma till användning i långt större utsträckning, än vad nu är fallet. Vid samtliga folkskole-