

### ***Om elementar-undervisningen i matematik.***

Redan från äldre tider har vid våra elementarläroverk undervisning blifvit meddelad i första grunderna af de delar af rena matematiken, som utgöras af räknekonsten och geometrien, men det är först på senare tiden, som man börjat inse nödvändigheten af en förbättrad metods användande och mera ändamålsenliga läroböckers utarbetande i dessa läroämnen. Att elementarundervisningen i matematiken genom dessa bemödanden på några tiotal af år gjort betydliga framsteg, torde ej kunna bestridas af någon, som oväldigt undersöker förhållandet; men att den ännu hos oss befinner sig på en alltför låg ståndpunkt, då man jemför den med hvad i flera andra länders skolor i dessa läroämnen inhämtas, och tillika tager i betraktande den utveckling, som de matematiska vetenskaperna på senare tider vunnit, tro vi oss utan fara kunna påstå. Eburu vi hvarken anse oss ega förmåga, ej heller vid detta tillfälle afse att uppställa en fullständig metodik för elementarundervisningen i matematik, hoppas vi dock, att ett försök att rikta uppmärksamheten på några omständigheter, som enligt vårt förmenande skulle bidra till denna undervisnings förbättring, skall af denna tidskrifts läsare välvilligt mottagas.

Vända vi oss först till den del af matematiken, som räknekonsten utgör, så finna vi, att de läroböcker, som vid elementarundervisningen deruti allmännast användas, äro Zweigbergks aritmetik och Björlings algebra, af hvilka den förra genom ett sorgfälligt och rikt val af exempel eger stora och obestridliga företräden framför sina föregångare, och den senare genom sin grundlighet och fullständighet i de delar af räknekonsten, som den omfattar, lemnar föga öfrigt att önska, om man ock skulle kunna anmärka, att den stränga bevisning, som, från vetenskaplig synpunkt betraktad, ställer denna lärobok i bredd med de bästa, som äfven främmande länder hafva att uppvisa, likväl gör den svärfattlig, särdeles om alge-

brans studium inträder vid en tidigare skolperiod. Till en del har likväl denna olägenhet sin grund deruti, att undervisningen i aritmetik i de flesta af våra skolor ej meddelas så fullständigt, som den borde, för ått utgöra en säker grundval för algebrans studium.

Vid en lärjunges inträde i skolan pröfvar man vanligen, om han igenkänner taltecknen och eger någon färdighet i att uppskrifva och utsäga tal. Man förutsätter nästan alltid, att sjelfva talbegreppen äro för honom klara och tydliga, och begynner att uppföra en bygnad på en grundval, hvilkens beskaffenhet man ej känner, men likväl uraktlåter att närmare undersöka. Om läraren någonsin har anledning att misstro noggrannheten af den undervisning, som före lärjungens inträde i skolan blifvit honom meddelad, så bör det framförallt ligga honom om hjertat att rikta en synnerlig uppmärksamhet på den grad af redighet, hvartill grundbegreppen i talläran vaknat i lärjungens medvetande. Vi äro förvissade, att han vid en anställd granskning i de flesta fall skall finna, att sjelfva talbegreppen dunkelt föresväfva lärjungen, och att mycket deraf ännu återstår att reda och förtydliga, förr än han kan anses hafva fått den närmare bekantskap med sjelfva talen, som erfordras för att med ledighet använda dem i räkning. Redan i barnkammaren meddelas de första elementerna af talläran, men talbegreppen äro icke tydliga, så snart barnet lärt sig att räkna till 10. Låter man deremot lärjungen använda talen i räkning, förr än talbegreppen äro fullt tydliga för hans medvetande, så kommer derigenom hans uppmärksamhet att afvändas från det väsentliga och all hans sträfvan att riktas åt ernäendet af en viss mekanisk färdighet och förvärfvandet af en kunskap, hvars ytlighet derigenom visar sig, att den vanligen inom kort tid åter förglömmes.

Vid den första skolundervisningen i räknekonsten bör man göra början med att på ett åskådligt sätt framställa grundtalen (talen från 1 till 10). För att göra för lärjungen tydligt, att hvarje tal uttrycker ett visst antal enheter, betjenar man sig i början såsom åskådningsmedel ej af siffror, utan af streck, punkter, tärningar o. d. Man bör söka bringa till högsta tydlighet för lärjungen, att ett

tal, t. ex. åtta, betyder 8 gånger grundenheten, och låter honom derföre på detta stadium ofta angifva antalet enheter, som betecknas genom ett i vanliga termer uttryckt tal. När man derefter låter lärjungen begagna siffror såsom taltecken, måste man göra för honom tydligt åtskillnaden mellan tal och siffra, mellan saken och tecknet.

Förr än man öfvergår till behandlingen af större tal, öfvar man lärjungen både muntligen och skriftligen i grundtalens sammanläggning och fråndragning. Vid de muntliga öfningarna använder man, då åskådningsmedel behöfvas, streck i stället för siffror. Sedan man på samma sätt inöfvat talen från 10 till 20, öfvergår man till framställningen af grundprincipen för det dekadiska systemet, lärer att i enheter af lägre ordning upplösa tal, som äro gifna i enheter af högre, och omvändt.

Man låter lärjungen både muntligen och skriftligen uträkna frågor, för att tillämpa och öfva det inlärdade. Man vänjer honom härvid att med lugn bedöma de i en räknefråga innehållna sak- och talförhållanden, för att derigenom klart inse det beroende, hvaruti de sökta talen stå till de gifna, och såmedelst sluta till de räkneoperationer, hvarigenom de förra härledas af de senare. Ett sådant skärskådande af den framställda frågan utgör just det väsentligen bildande af talläran, och måste föregå hvarje räkneoperation, emedan densamma deraf härledes såsom en nödvändig följd. Om man på detta sätt kommer lärjungen att inse nödvändigheten af att fullkomligt förstå och genomskåda de i en framställd fråga gifna förhållanden, förr än han skrider till densammans uträknande, så förekommer man säkrast den hos illa undervisade lärjungar herrskande ovanan, att vid en frågas framställning genast med orölig ängslan mekaniskt söka det räknesätt, hvarefter den skall lösas. Sättet att uträkna frågan är nämligen gifvet, så snart man fullständigt förstår densamma.

Ett af de medel, som säkrast bringa lärjungen till riktig insigt af talförhållanden, är otvifvelaktigt frågors muntliga uträkning eller den vanligen så kallade hufvudräkningen. Här är ej fråga om en sträng motsats mellan hufvud- och tafvelräkning, emedan man i båda fallen räknar med talföreställningar, som uttrycka antal af enheter och äro fullkomligt oberoende af yttre tecken,

om man ock i början gör dem genom yttre tecken för sig åskådliga och vid mera invecklade räkningar begagnar sig af de vanliga taltecknen, siffrorna. Man utmärker likväl företrädesvis med namnet hufvudräkning det räknesätt, då man föreställer sig talen och utför räkningarna utan att betjena sig af några taltecken eller siffror, hvar emot man vid den skriftliga räkningen åskådligt framställer talföreställningarna och de operationer, som man dermed utför. Båda räknesätten böra icke strängt åtskiljas, utan fastmer samtidigt inöfvas. Lättare frågor, som icke innehålla alltför stora tal, öfvar man lärjungen att uträkna utan griffel eller penna, men svårare deremot och sådana, som icke äro så lätta att i minnet bibehålla, uträknas skriftligen. Vid hufvudräkningen är man ej bunden vid bestämda regler för sitt förfaringssätt, såsom vid räkningen med siffror, der man öfverenskommit om vissa bestämda föreställningssätt, från hvilka man har så mycket mindre skäl att afvika, som de vanligen på ett skarpsinnigt sätt anvisa en kort och öfverskådlig väg för den framställda frågans besvarande. Hufvudräkningen medgifver deremot större frihet, den tillåter att betrakta en fråga från flera olika sidor. Dess bildande inflytelse härör väsentligen deraf, att den öfvar lärjungens skarpsinnighet, i det han vid mera invecklade frågor söker att uppleta den sida, hvarifrån han bör utgå, för att lättast utur det bekanta utveckla det sökta. Vid hufvudräkningen bör man dessutom, för att ännu mer utveckla lärjungens omdömesförmåga, låta honom på flere olika sätt lösa en och samma räknefråga. Man bör härvid helt och hållet afvika från det föreställningssätt, som följes vid siffreräkningen, samt undvika att tänka sig talen såsom siffror eller genom siffror framställda, ty derigenom skulle de egentliga fördelarna af hufvudräkningen gå förlorade. Man gör lärjungen uppmärksam på de genvägar, som under loppet af räkningen erbjuda sig, och hvilka han äfven vanligen till en del sjelf upptäcker, ty af deras begagnande beror till stor del färdigheten och säkerheten i hufvudräkningen. Om man t. ex. skall taga tolfte delen af 198, så sönderdelar man det i 192 och 6. I stället för att addera 97 eller dermed multiplicera, tänker man sig  $97=100-3$ . Om man skall multiplicera

med 275, så skulle man visserligen kunna tänka sig detta tal sönderdeladt i 2 hundra, 7 tiar och 5 enheter, men man kommer långt snarare till målet, om man betraktar det såsom  $2\frac{3}{4}$  hundra o. s. v.

Liksom i allmänhet vid undervisningen i räknekonsten bibringandet af lättbet och färdighet i talens behandling bör utgöra ett hufvudsakligt mål, så bör man äfven särskilt med afseende på hufvudräkningen säkert inöfva och fästa i lärjungens minne sådana resultat och operationer, som ofta förekomma. Förr än lärjungen börjar multiplikation i hufvudet med större tal, bör han till fullkomlig säkerhet hafva inöfvat både den mindre och den större multiplikationstabellen. Det förekommer nämligen ofta, att man behöfver multiplicera talen från 10 till 20 med talen från 1 till 20. För vinnande af färdighet i hufvudräkningen vid de tillfällen, då multiplikation af större tal förekommer, är det derföre af stor vikt, att man låter lärjungen ofta verkställa multiplikationer med nyssnämnda tal, att man till och med låter honom upprätta en tabell deröfver och väl inöfva den i minnet, såsom han förut gjort med den mindre tabellen, som blott innehåller produkterna af grundtalen. Förr än man öfvergår till mera inveklade räkneoperationer, måste man vara fullt förvisad, att lärjungen fullständigt inhämtat de föregående enklare. Då det vid undervisningen i allmänhet är af stor vikt, att lärjungen blifvit fullkomligt förtrolig med den lägre tankegången, förr än han öfvergår till en högre; så utgör det vid undervisningen i talläran ett nödvändigt vilkor för vidare framsteg, att lärjungen är i full besittning af och med säkerhet vet att tillämpa de hjälpmedel, som en noggrann kunskap i de lägre operationerna lemna för utförandet af de högre. På detta sätt väcker man hos honom håg och lust för talläran och förekommer säkrast den benägenhet att söka förvärfva en blott mekanisk färdighet i räknekonsten, som oftast har sin grund deruti, att lärjungen förlorar modet, då han ej ser sig i stånd att fylla de luckor i sin undervisning, som förhindra honom att ställa det närvarande, som skall inhämtas, i sammanhang med det föregående, som bort blifva, men ej blifvit fullständigt inhämtadt. Han tillgriper den enda återstående utvägen, han söker att fästa i minnet, hvad

han ej kan fatta med förståndet, och hela hans kunskap i räknekonsten öfvergår till ett minnesverk, som ramlar i samma ögonblick, minnet sviker. Hvad endast blifvit öfverlemnadt åt minnet, men icke nedlagdt i förståndets trognare förvar, kan icke blifva någon lefvande kunskap. Räknekonsten är icke något minnesverk och kan ej heller såsom sådant brukas, utan att man på samma gång missbrukar så väl den som människan sjelf. Deruti att man ej gjort sig riktigt reda för denna orsak till den låga ståndpunkt, hvarpå undervisningen i aritmetik hos oss i allmänhet befinner sig, torde man få söka anledningen till den föreställning, som vi från något håll hört uttalad, att denna undervisning ej kan förbättras, om man ej tillgriper nya medel och nya vägar för dess meddelande. Vi tro deremot, att häruti ingen annan reform är nödig, än att läraren vid hvarje steg gör lärjungen uppmärksam på nödvändigheten att vid lösningen af hvarje räknefråga fullkomligt inse, hvarföre man använder det ena eller andra räknesättet. Af samma orsak anse vi äfven angeläget, att noggrannare och fullständigare förklaringar öfver grunderna till de olika räknesätten äfvensom någon gång fullständigt utförda speciela räknefrågor upptagas i våra läroböcker i aritmetiken.

Redan tidigt bör lärjungen vänjas vid att tillämpa det inlärdta på lösningen af sådana frågor, som han på den ståndpunkt, der han befinner sig, är vuxen att utreda och beräkna. Härmed gör man redan början, så snart han lärt sig att sammanlägga hela tal. Man låter de använda talen än beteckna enheter af en sort, än af en annan och gör honom uppmärksam på skilnaden mellan obenämnda och benämnda tal.

Vid division med grundtalen inleder man redan lärjungen i första grunderna af bråkräkningen, i det man låter honom undersöka, hvilka af dem kunna delas i 2, 3, 4 o. s. v. lika stora delar, så att dessa delar blifva hela tal. Man lär honom, att, om ett tal blifvit deladt i 2 lika delar, hvar och en af dessa delar kallas hälften ( $\frac{1}{2}$ ) af hela talet; om det blifvit deladt i 3 lika delar, hvar och en af delarna kallas tredjedelen ( $\frac{1}{3}$ ) deraf o. s. v. Emedan hvarje tal kan tagas 2, 3, 4 o. s. v. gånger, så utgör talet sjelf alltid hälften, tredjedelen,

fjerdedelen af det tal, som är 2, 3, 4-falden deraf. Man uppgifver derefter bestämda tal, och lärjungen söker alla delar deraf, som låta uttrycka sig i hela tal. Man visar honom, huruledes många tal på flere sätt utan rest kunna delas; huru t. ex. talet 12 kan delas utan rest i hälfter, tredjedelar, fjerdedelar och sjettedelar. Samtidigt härmed öfvar man lärjungen att upplösa tal i deras faktorer och att i de lättare fallen igenkänna, om det ena eller andra af grundtalen ingår såsom faktor i ett framställt tal, samt fäster hans uppmärksamhet på åtskilnaden mellan primtal och sammansatta tal.

Härefter kan man öfvergå till bestämmandet af storhetsförhållandet emellan två gifna tal. Det skall angifvas, hvilken del, eller huru många gånger ett gifvet tal innehåller en viss del af ett annat tal. Om t. ex. de båda talen 6 och 4 framställas, så innehåller talet  $6 (= 3 \times 2)$  talet 2 tre gånger, 2 utgör derföre tredjedelen af 6. Talet  $4 (= 2 \times 2)$  innehåller 2 gånger samma tal 2. 4 är således 2 gånger tredjedelen af 6 eller  $4 = 2 \times 2 = \frac{2}{3}$  af  $6 = \frac{2}{3} \times 6$ . 9 är 3 gånger hälften af 6; ty  $9 = 3 \cdot 3 = \frac{3}{2} \times 6$ . Sedan man öfvat lärjungen att uppsöka förhållandet mellan sådana tal, som med hvarandra hafva en gemensam faktor, väljer man äfven andra tal, med hvilka detta icke är fallet. Man frågar t. ex.: huru förhåller sig 5 och 8 till hvarandra? eller huru många gånger innehåller 5 en viss del af 8? Sv. 5 är 5 gånger åttondedelen af 8. Ty 8 är  $8 \times 1$ ; derföre är 1 en gång åttondedelen af 8; 5 är  $5 \times 1$ ; således är 5 fem gånger åttondedelen af  $8 = \frac{5}{8}$  af  $8 = \frac{5}{8} \times 8$ . Det är naturligt, att man på detta stadium väljer enklare och lätt öfverskådliga tal för dessa öfningar. Utan att ännu hafva talat något om bråk, gör man lärjungen bekant med ofvan använda beteckningssätt och låter honom öfva sig tillräckligt i användandet så väl af dessa, som andra förkortningstecken, hvilkas betydelse han lärt känna. Man låter lärjungen tillämpa det inlärd på lösningen af enklare frågor, hvarvid likväl inga för honom obekanta bråk böra förekomma.

Man bör söka att göra för lärjungen fullt tydligt, hvad man menar med delning (division). Härvid före-

kommer ett tal, det hela, som skall delas (dividend); ett tal, som delar eller angifver antalet af delarna (divisor); och slutligen sökes ett tal, som angifver den sökta delen (qvot). Omedelbart derefter riktar man hans uppmärksamhet på den härmed nära beslägtade föreställningen om ett gifvet tals innehållande uti ett annat. Då man t. ex. frågar, huru många gånger 4 innehålles i 12, så vill man veta huru många gånger 4 kan borttagas från 12. Frågar man deremot, hvilket tal är sjerdedelen af 12, så vill man veta, hvilket tal måste tagas 4 gånger för att erhålla 12. Man erhåller i förra fallet svaret 3 gånger, ty  $3 \times 4$  är 12; och i senare fallet blir svaret 3, emedan  $4 \times 3$  äfven är 12. Båda dessa föreställningar följa af hvarandra, men böra noga åtskiljas. Vet man, att 4 innehålles 3 gånger i 12, så vet man äfven att 4 är tredjedelen af 12, och då faktorerna i en produkt kunna vexas om med hvarandra, så följer äfven häraf, att 3 är sjerdedelen af 12 eller innehålles i 12 fyra gånger. Synnerligen väl bör man inöfva lärjungarne att söka de tal, som utan rest innehållas uti ett gifvet tal.

Man låter lärjungen länge uppehålla sig vid division, för att genom tillräcklig öfning förskaffa honom vana att dividera både med större och mindre tal. I början låter man honom angifva grunderna för hvarje operation och för honom icke längre, förr än han förvärfvat fullkomlig insigt i saken; men sedermera måste han dermed blifva så förtrolig, att han kan utföra divisioner utan uppmärksamhetens ansträngande. Sedan lärjungen först grundligt inhäntat ett räkningssätt, uppkommer den mekaniska färdigheten genom fortsatt öfning af sig sjelf, och en sådan mekanisk färdighet bör ej föraktas, emedan den utgör ett nödvändigt och väsentligt hjälpmedel till befordrande af vidare framsteg. Förvärfvandets af vana och lätthet att behandla talen i räkning, så vida de grunda sig på klar insigt, bör utgöra ett hufvudsakligt mål för all undervisning i räknekonsten.

Efter att sålunda hafva genomgått de 4 räknesätten i hela obenämnda tal, synes det lämpligast att låta lärjungen verkställa samma operationer med benämnda hela tal,

och företaga lätta reduktioner af storheter af en sort till storheter af en annan högre eller lägre sort.

Då lärjungen vunnit tillräcklig färdighet i quattuor species i hela tal, så väl obenämnda som benämnda, låter man honom företaga lösningen af sådana egentligen till regula di tri hörande enkla frågor, hvilka han genom lätta multiplikationer och divisioner kan uträkna. Fastän regula di tri icke kan fullständigt och grundligt afhandlas, förr än läran om förhållanden och om likheten emellan förhållanden föregått, så kan man likväl utur det praktiska lifvet hämta och för lärjungen framställa sådana enkla frågor, hvilkas lösning grunda sig på multiplikation och division, så snart han kan anses hafva vunnit den för deras behandling nödiga förberedelsen. Ett afsteg från den strängt vetenskapliga ordningen, isynnerhet om man icke uteslutande afser vetenskaplig bildning, utan äfven praktisk bildning för lifvet, är ur pedagogisk synpunkt icke blott tillåtligt utan äfven fullt riktigt, då man besinnar, att lärjungens tankekraft lifvas genom en sådan häntydning på och förberedelse för kommande lärodelar. Denna omständighet har äfven i Zweigbergks lärobok i aritmetiken vunnit tillbörligt afseende, i det den genom ett med stor urskilning gjordt val af öfningsexempel vänjer lärjungen att på mångfaldiga och olikartade sätt tillämpa det inhämtade.

Under de föregående öfningarna har lärjungen redan räknat med delade enheter, d. ä. med bråk, emedan vi antagit, att läraren företagit sådana delningar och meddelat lärjungen delarnas brukliga benämningar, så snart han funnit hans åskådningsförmåga och förstånd tillräckligt utbildade för att fatta dem. En väl undervisad lärjunge finner ej heller behandlingen af enkla bråk svår, ty bråkräkningen är ej till sin natur olika med räkningen med hela tal, och i det hvardagliga lifvet förefinnes ej någon bestämd gränsskilnad mellan hela tal och bråk. Bråkräkningen har dock länge varit och är ännu för de lärjungar, som saknat en skicklig lärares ledning, en stötesten, hvilken de icke förmått ur vägen rödja; och ehuru den egentliga bråkräkningen i sjelfva verket icke utgör något eget räkningssätt, så erfordrar den likväl, betraktad i sitt sammanhang, en egen behandling. En noggrann

känedom deraf är så vigtig, att många lärjungar kunna från bristande insigt deruti härleda sin oförmåga att fullfölja sina studier af räknekonsten, fastän denna ofta oriktigt skrives på räkningen af saknad fallenhet eller naturlig obenägenhet för detta läroämne.

Vid bråkräkningen är först och främst angeläget att på ett åskådligt sätt, t. ex. genom delningen af ett streck, göra för lärjungen tydligt, huru ett bråk uppkommer. Man meddelar honom, att hvarje storhet, som man betraktar såsom helt, kan delas eller tänkas delad i 2, 3, 4 eller i allmänhet i huru många delar man vill, sinsemellan lika eller olika stora; att likväl så i allmänna lifvet som i räknekonsten de fall oftast förekomma, då ett helt delas i ett visst antal lika stora delar, samt att en eller flere lika delar af ett helt kallas ett bråk. Uppkomsten af ett bråk förutsätter således alltid, att man delat det hela eller tänker sig det deladt i flere *lika* delar. Naturligtvis kunna äfven flere hela på en gång delas i ett visst antal lika delar, och en eller flere af dessa delar är jemväl ett bråk; men man bör alltid vänja lärjungen, antingen man delat ett helt eller flere hela på en gång i lika delar, att hänföra bråket till den enkla enheten, emedan värdet af bråket först då blir rätt åskådligt, när dess betydelse blifvit angifven i förhållande till enheten. Om t. ex. man vill taga 3:dedelen af 5 hela, så är storleken af denna del först då rätt åskådlig, när man bestämt, huru mycket den utgör af ett helt. 3:dedelen af 5 hela är nämligen 5 gånger 3:dedelen af ett helt. Hvarje bråk, som antyder flere än en af det hela lika delar, kan till följd häraf betraktas från en dubbel synpunkt: såsom flere delar af ett helt, eller såsom en del af ett flerfaldigt helt.

Man fäste äfven lärjungens uppmärksamhet derpå, att hvarje bråk kan anses såsom ett benämndt helt tal, hvars namn bestämmes af antalet delar, hvaruti det hela antages deladt; äfvensom att hvarje helt tal kan anses såsom del eller ett visst antal delar af ett större helt. 5 tolfte-delar ( $\frac{5}{12}$ ) = 5 gånger en tolfedel; 3 skilling = 3 gånger en skilling = 1 sextondedel af 48 skilling, o. s. v. Åtskilnaden mellan helt tal och bråk består således deruti,

att vid det förra enheterna icke anses såsom delar af en annan enhet, hvilket deremot vid det senare är fallet.

Läraren gör derefter lärjungen förtrolig med det vanliga sättet att skriftligen beteckna bråk, samt med de olika slagen af bråk; huru hela tal kunna skrivas under form af bråk med hvilken nämnare som helst, och huru oegentliga och oäkta bråk kunna förvandlas till hela och blandade tal. Man jemför, sinsemellan och med enheten, värdet af olika bråk, som hafva lika eller olika nämuare eller täljare, och visar, hvilka operationer man kan företaga med täljare och nämnare utan att bråkets värde förändras. Alla föregående öfningar med bråk anställas äfven muntligen, och göras, när så behöfves, mera åskådliga genom delning af streck, quadrater o. s. v., hvarmed man fortfar, till dess lärjungen fullkomligt fattat alla satser och vet att angifva grunderna för dem. Likaledes öfvar man honom att muntligen göra två eller flera enkla bråk liknämninga för att kunna sammanlägga och fråndraga dem och lätt jemföra deras värde med hvarandra. Man förklarar för honom, huruledes detta icke kan verkställas, om icke de olika bråken uttrycka antal af samma enheter, och hurusom man genom sönderdelning alltid kan finna en så liten enhet, att hvart och ett af de framställda bråken kunna uttryckas genom ett visst antal sådana enheter.

Vi anföra några exempel. Fr. Hvilketdera bråket är större än det andra,  $\frac{3}{4}$  eller  $\frac{3}{5}$ ? Sv.  $\frac{3}{4}$ ; ty  $\frac{1}{4}$  är större än  $\frac{1}{5}$ , emedan enheten blifvit delad i ett mindre antal delar, och således äfven  $3 \times \frac{1}{4} > 3 \times \frac{1}{5}$ . Fr. Huru många gånger är  $\frac{1}{3}$  större än  $\frac{1}{12}$ ? Sv. 4 gånger; ty enheten tänkes i senare fallet delad i 4 gånger flere delar, och hvarje del är derföre 4 gånger mindre. Fr. Huru stor är skilnaden mellan  $\frac{1}{5}$  och  $\frac{1}{6}$ ? Sv. Skilnaden mellan  $\frac{1}{5}$  och  $\frac{1}{6}$  är  $\frac{1}{30}$ ; ty då 1 femtedel och 1 sjattedel icke äro uttryckta genom antal enheter af samma namn, måste man, för att bestämma deras åtskilnad, först söka den mindre enhet, hvaraf båda talen kunna anses såsom mångfald; denna är i detta fallet 1 trettiondedel ( $30 = 5 \times 6$ ); 1 femtedel är 6 gånger 1 trettiondedel, emedan enheten i senare fallet blifvit delad i 6 gånger flere delar, och 1 sjattedel är 5 gånger 1 trettiondedel; såle-

des måste man taga 6 stycken trettiondedelar för att få lika mycket, som 1 femtedel, och 5 trettiondedelar för att få lika mycket, som 1 sjattedel utgör; följaktligen är  $\frac{1}{5}$  med  $\frac{1}{30}$  större än  $\frac{1}{6}$ . Fr. Huru många 32:delar utgör  $1\frac{3}{4}$ ? Sv.  $1\frac{3}{4}$  utgör lika mycket som  $56 \times \frac{1}{32} = \frac{56}{32}$ ; ty 1 hel utgör  $32 \times \frac{1}{32}$ , och  $\frac{1}{4}$  är 8 gånger större än  $\frac{1}{32}$ , således är  $8 \times \frac{1}{32} = \frac{1}{4}$  samt  $24 \times \frac{1}{32} = 3 \times \frac{1}{4}$ , följaktligen  $1\frac{3}{4} = \frac{56}{32}$ . Genom att muntligen upplösa flere dylika frågor vinner lärjungen insigt i den rätta betydelsen af bråk och större färdighet i deras behandling. Vid bråks sammanläggning och fråndragning möter han då icke någon svårighet.

Om ett bråk skall multipliceras med ett helt tal, t. ex.  $\frac{3}{8}$  med 4, så inses lätt, att 1 gång  $\frac{3}{8}$  är  $\frac{3}{8}$ ; 2 gånger  $\frac{3}{8} = \frac{6}{8}$ ; 3 gånger  $\frac{3}{8} = \frac{9}{8}$  och 4 gånger  $\frac{3}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{1}{2}$ . Man gör lärjungen derpå uppmärksam, att detta exempel äfven kan uträknas derigenom, att nämnaren i bråket  $\frac{3}{8}$  divideras med 4, hvaraf erhålles  $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$ , emedan bråkets värde blir 4 gånger större, om nämnaren göres 4 gånger mindre, under det täljaren bibehålles oförändrad. Om ett blandadt tal skall multipliceras med ett helt tal t. ex.  $6\frac{2}{3}$  med 5, så erinrar man sig, att  $6\frac{2}{3} = 6 + \frac{2}{3}$ , hvaraf således, emedan  $5 \times 6 = 30$  och  $\frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ ,  $6\frac{2}{3} \times 5 = 30 + 3\frac{1}{3} = 33\frac{1}{3}$ . Om ett helt tal skall multipliceras med ett bråk, t. ex. 3 med  $\frac{4}{7}$ , så är  $1 \cdot 3 = 3$  och  $\frac{1}{7} \times 3 = \frac{3}{7}$ ; men nu skall ej 3 multipliceras med  $\frac{1}{7}$  utan med 4-falden af  $\frac{1}{7}$  d. ä. med  $\frac{4}{7}$ , följaktligen blir produkten  $3 \times \frac{4}{7} = 4 \times \frac{3}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$ . Man upplöser samma exempel derigenom, att man iakttaget, att, om 3 multipliceras med 4, så erhålles produkten 12, hvilken tydligen är 7 gånger större än den sökta, emedan 3 skulle multipliceras endast med 7:dedelen af 4; följaktligen erhålles den sökta produkten, om 7:dedelen tages af 12. Är frågan att multiplicera två bråk med hvarandra, t. ex.  $\frac{3}{4}$  med  $\frac{5}{8}$ , så erinrar man, att om  $\frac{3}{4}$  multipliceras med 1, erhålles  $\frac{3}{4}$ ; om derföre  $\frac{3}{4}$  multipliceras med åttiondedelen af 1, måste således åttiondedelen af  $\frac{3}{4}$  uppkomma; men man erhåller, enligt hvad lärjungen redan förut inhämtat, 8:dedelen af ett bråk, om dess nämnare multipliceras med 8, således  $\frac{1}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{32}$ , emedan vidare  $\frac{3}{4}$  icke skall multipliceras med  $\frac{1}{8}$  utan med 5-falden af  $\frac{1}{8}$  så måste följaktligen  $\frac{3}{32}$  tagas 5 gånger för att erhålla den sökta produkten, hvilken slutligen blir  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$ .

Vi anse öfverflödigt att här anföra flere exempel af de olika fall, som vid multiplikation i bråk kunna uppkomma. Vi tro oss genom de framställda tillräckligt hafva antydtt, huru angeläget det synes oss vara, att lärjungen på ett så omständligt sätt, som ofvan skett, isynnerhet i början tillhåles att upplösa bråkexempel, emedan derigenom den klara insigten i betydelsen af bråk vinnes, som är så nödvändig för att komma till full färdighet med deras så väl muntliga som skriftliga behandling.

Vid division med hela tal var frågan om att dela ett gifvet tal (dividend) i ett visst antal (divisor) lika delar och att bestämma storleken af hvarje sådan del (qvot). I detta fall kan dividenden vara så väl ett benämndt som obenämdt tal, och qvoten blir då äfven af samma slag som dividenden, hvaremot divisorn, som allenast angifver antalet af delarna, nödvändigt måste vara ett obenämdt tal. Ett sådant föreställningssätt är vid division med ett bråk ej tillämpligt, emedan divisorn skulle uttrycka antalet delar, hvaruti dividenden skulle delas. Vi hafva redan förut fästat uppmärksamhet derpå, att man, då dividenden är ett abstrakt tal likasom divisorn, vid division äfvenledes kan utgå från divisorn och föreställa sig saken så, att man frågar, huru många gånger (qvot) innehålles divisorn uti dividenden, d. ä. huru många gånger skall divisorn tagas för att frambringa dividenden. Om derföre benämningen af division (delning) skall bibehållas, när divisorn är ett bråk, så söker man dervid, huru många gånger divisorn innehålles uti dividenden; eller med andra ord huru många gånger skall divisorn tagas för att frambringa dividenden, d. ä. hvilket tal skall multipliceras med divisorn för att dividenden skall erhållas såsom produkt.

Om man har att dividera ett bråk med ett helt tal, t. ex.  $\frac{5}{7}$  med 6, så sökes det tal (qvoten), som, taget 6 gånger, blir  $\frac{5}{7}$ ; men vi känne att  $\frac{5}{7}$  blir 6 gånger mindre om nämnaren multipliceras med 6; det sökta talet blir således  $\frac{5}{42}$  eller  $\frac{5}{7} : 6 = \frac{5}{42}$ . Vill man dividera ett helt tal med ett bråk t. ex. 12 med  $\frac{7}{9}$ , så sökes det tal (qvoten), som utvisar, huru många gånger  $\frac{7}{9}$  innehålles i 12; det tal, som utvisar, huru många gånger 7 innehålles i 12 är  $\frac{12}{7}$ ; niondedelen af 7 måste således innehållas i 7 nio gånger mera eller  $9 \times \frac{12}{7}$ , följaktligen blir  $12 : \frac{7}{9} = \frac{9 \times 12}{7} = \frac{108}{7} = 15\frac{3}{7}$ .

Då man vill dividera ett bråk med ett annat bråk, så söker man, hvilken eller hvilka delar af det senares värde det förra utgör, eller huru många gånger det senare innehålles i det förra. Man vill t. ex. dividera  $\frac{4}{5}$  med  $\frac{3}{7}$ ;  $\frac{3}{7}$  innehålles  $\frac{1}{15}$  gång i  $\frac{1}{5}$ , derföre innehålles det 4 gånger mera eller  $\frac{4}{15}$  gånger i  $\frac{4}{5}$ , sjundedelen af  $\frac{3}{7}$  eller  $\frac{3}{7}$  måste följaktligen innehållas i samma tal 7 gånger mera och således blir  $\frac{4}{5} : \frac{3}{7} = 7 \times \frac{4}{15} = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{28}{15} = 1\frac{13}{15}$ . Genom dessa exempel hafva vi tillräckligt ådagalagt, huru vi anse första begreppen af division i bråk böra lärjungarna meddelas.

Då lärjungen sålunda lärt sig behandla talen, så väl hela som brutna och genom ett stort antal öfningsexempels beräkning vunnit fullständig färdighet deruti, kan man öfvergå till framställning af de fyra enkla räknesätten i decimalbråk, under det man genom tydliga förklaringar visar honom den fördel man vid räkningen med decimalbråk vinner till följd deraf, att de bråk som bildas genom delningen med 10, 100, 1000, &c., stå i så nära sammanhang med det dekadiska räknesystemet.

Härmed hafva lärjungarna, åtminstone de, som framdeles ämna öfvergå till studium af algebran, dit man torde böra förlägga de båda operationerna upphöjande till dignitet och rotutdraging, förvärfvat den kännedom om de aritmetiska operationerna, som erfordras för att lösa aritmetiska problem. Bland dessa problem träffar man ofta sådana, som äro så invecklade, att man har svårighet att upptäcka den följd af operationer, som böra verkställas med de gifna talen för att finna de sökta. En stor mängd sådana problem kunna likväl lösas genom användning af läran om proportioner, hvilken i anseende till sina talrika tillämpningar bör betraktas såsom en af de aldra viktigaste i matematiken. Förr än man öfvergår till användning af de 4 räknesätten på lösningen af problem i allmänhet, är det således nödigt, att lärjungen erhåller full insigt i denna lära.

Det blir derföre af största vikt, att läran om förhållanden och proportioner på ett klart och tydligt sätt framställes för lärjungen, hos hvilken man nu kan förutsätta den förståndsutveckling, att han bör kunna följa en framställning, som till sin form är mer vetenskaplig, än den föregående. Man gör lärjungen uppmärksam

derpå, att de storheter, mellan hvilka ett förhållande skall utrönas, måste med hvarandra jämföras. Det första vilkoret för en sådan jämförelse är således, att de framställda storheterna äro af samma slag. Men vid en jämförelse mellan två framställda storheter kunna vi antingen undersöka, huru mycket den ena är större än den andra; resultatet af denna jämförelse kallas skillnad (differens), eller huru många gånger den ena innehåller den andra, och resultatet af denna jämförelse utgör hvad man i inskränkta mening menar med förhållande. Härvid erinrar man, att vi icke kunna erhålla begrepp om en storhet eller införa den i räkning, om den icke är uttryckt genom ett tal, som utvisar storhetens förhållande till en annan storhet af samma slag eller huru många gånger den innehåller denna senare. Förhållandet emellan två storheter af samma slag kan derföre uttryckas genom förhållandet mellan de tal, som visa, huru många gånger hvar och en af dem innehålla en viss såsom mått antagen storhet af samma slag. Man öfvergår till framställning af hvad man förstår med likhet emellan tvänne förhållanden, med direkt och omvänt förhållande. Efter fullständig utveckling af egenskaperna hos en analogi tillämpar man denna lära på de frågor, som innefattas under benämningen enkel regula di tri. Vid framställningen af frågor, hörande till sammansatt regula di tri, är det åtminstone till en början ändamålsenligast, att låta lärjungen upplösa dem i enkla analogier, och sedermera genom multiplikationer af de motsvarande termerna afleda den analogi, hvarutur det sökta talet erhålles, under förutsättning, att lärjungen tillförenehämtat, att en riktig analogi uppkommer, när termerna i två eller flere analogier multipliceras med hvarandra.

Huru långt lärjungen bör gå i tillämpningen af det inhämtade vid olikartade aritmetiska frågors behandling, är till en stor del beroende af det lefnadsyrke, hvaråt han egnar sig. Vill han egna sig åt handeln eller näringarna, så må han i en handelsskola eller andra tillämpningsskolor söka den erforderliga kunskapen i vaxelräkning, betalningsterminers reduktion m. m.; men om han vill fortsätta sina studier inom elementarläroverket, så låte man honom öfvergå till studium af algebran, när

han lärt sig tillämpa sina insigter vid behandlingen af frågor hörande till enkel och sammansatt regula di tri samt intresseräkningen. Man plåge ej lärjungen med inlärandet af en mängd regler för lösningen af sådana frågor, som ligga utom den egentliga aritmetikens område, utan uppskjute deras behandling, till dess den riktiga tidpunkten därför inträder, och man skall derigenom hafva besparat både lärare och lärjungar mycket onödigt besvär, emedan det, som lösryckt från sin tillbörliga plats i ett läroämnes utvecklingskedja, är för lärjungen dunkelt och svårfattligt, oftast blir klart och lättfattligt, när det framställes i sitt naturliga sammanhang med det föregående och efterföljande. I nya elementarskolan i Stockholm har, hvad undervisningen i räknekonsten angår, denna grundsats redan länge blifvit tillämpad, och lärjungen således öfvergått till algebra, sedan han avslutat läran om enkel och sammansatt regula di tri samt intresseräkningen.

(Fortsättn. följer.)

A. T. Bergius.

### **Nytt system för deklinationers och konjugationers uppställning.**

(Forts. fr. sid. 308.)

Denna tvåhet visar sig ännu tydligare i det latinska språket. Författaren tror likväl, att den tvådelning af de latinska flexionerna, som han nu går att föreslå, skall mest blifva utsatt för motsägelse\*). Imellertid finnes för författarens åsigt en säker grund, lagd af *P. Hjort* (Udkast til en Systematisk, i Sprogformernes organiske Sammenhæng alene grundet, Fremstilling af den Latinske Conjugationslære. Med et Tillæg om Deklinationen. Sorøe 1827) och af *Joh. Gust. Ek* (De Formis Casuum Latinarum Commentatio. Gothoburgi 1839). Den sistnämde

\*) Författaren har ännu i friskt minne, huruledes en recensent i Frey, Hr A. T. B—n, i helig ifver lexade opp förf., därför att han i sin bearbetning af *Kühner's* latinska grammatik vågat enfaldeligen säga: »Latinska språket antages vanligen äga fem deklinationer», i st. f. det renläriga: eger fem deklinationer, hvarken flera eller färre.

ringa del, instämmer jag af innerligaste öfvertygelse i detta yrkande, och om jag hittills med mina välmenta ord vändt mig till mödrar och dem, som äro i deras ställe, så vågar jag sluta med en lika varm uppmaning till hvem det vara må, som är i tillfälle att offentligt eller enskilt medverka till upprättandet, helst på statens bekostnad, af *en mönsterskola för qvinno-uppfostran, förenad med en bildningsanstalt för blifvande lärarinnor*, — att han, för framtida släktens väl, må hafva alla bemödanden osparda till åstadkommande af en så gagnelig stiftelse.

*J. I. Elfvig.*

### **Om elementar-undervisningen i matematik.**

(Forts. fr. 1:a årg. sid. 552).

Undervisningen i elementerna af aritmetiken bör kunna afslutas inom skolans 3 lägsta klasser och den algebraiska taga sin början med den 4:de, om man icke försummar, att under lärjungens framskridande i räknekonsten bibehålla och ännu mera uppöfva hans praktiska räknefärdighet genom algebrans tillämpning vid lösningen af mera invecklade aritmetiska frågor. Sista upplagan af Björlings Algebra innehåller en stor mängd i detta afseende lämpliga öfnings-uppgifter. — Om den form af vetenskapligt rasonnemang, i hvilken denna lärobok är uppställd, skulle förorsaka någon betänklighet, att sätta den i handen på lärjungen vid den tidpunkt, vid hvilken vi här antagit att algebran borde inträda såsom läro-ämne; så bör den likväl äfven vid denna ålder med fördel kunna följas, om lärjungen vid första genomgåendet får utesluta de mera vetenskapliga betraktelserna och återkomma till dem, när hans förstånd genom större insigt i ämnet vunnit den utveckling, som erfordras för deras fullständiga uppfattande. — Det är nödigt, att lärjungen tidigare, än nu sker i våra skolor, ledes till den allännare öfversigt öfver talförhållanden, som först vinnes genom algebrans studium, emedan derigenom en större säkerhet i beräk-

ningar förvärfvas, och mera utsigt öppnas till en fullständigare förberedelse för inträdet på analysens vidsträckta fält. Utan att föröka antalet af de lärotimmar, som redan i våra skolor äro bestämda för räknekonsten, skulle man i sådant fall kunna medhinna att meddela lärjungen grundlig undervisning icke blott i de delar af analysen, som nu utgöra föremål för undervisningen, 2 grader algebra, läran om logaritmer och serier samt plana trigonometrien, utan ock i elementerna af den allmänna equationsteorien. Då först kunde lärjungen anses vara mogen för afgang till universitetet och hafva inhämtat de förkunskaper, som fordras för att på egen hand fullfölja analysens studium.

Om algebran inträder i skolans fjerde klass, bör läran om equationer af första graden i den kunna inhämtas; läran om equationer af andra graden i den femte; sjette klassens kurs skulle utgöras af elementerna af läran om logaritmer och serier samt plana trigonometrien; och sjunde klassens af elementerna af equationsteorien. I en skola af åtta klasser kan den inom åttonde klassen för ämnet anslagna tiden i sådant fall användas till repetition af de föregående klassernas kurser, äfvensom för lärjungar med utmärktare anlag för matematiken till vidare fortgång i analysen.

Lärjungen bör likväl inom skolans alla klasser flitigt öfvas i beräkningar med aritmetiskt betecknade tal och aritmetiska frågors lösning, dels emedan de matematiska satsernas sanning säkrast inskärpes och tydligast ådagaläggas genom tillämpningen på bestämda talförhållanden, dels emedan lärjungen sålunda förvärfvar förmågan att med större fördel använda sina matematiska kunskaper i det praktiska lifvet. Under alla förhållanden i lifvet kan en större räknefärdighet nyttigt användas, och i många är den ovillkorligen nödvändig. För att blifva en skicklig räknare erfordras mycken öfning; och den tid, som inom skolan användes till dylika öfningar, kan derföre anses väl använd.

Vända vi oss nu till den geometriska undervisningen, så finna vi den i allmänhet på en ganska låg ståndpunkt i våra skolor.

Geometrien stod redan hos de gamla Egyptierna och Grekerna i högsta anseende, dels för sitt innehåll, dels

för sitt bildande inflytande på ungdomen. Några af Greklands berömdaste lärare ansågo den för det bildningsmedel, som bäst utvecklade förståndet för hvarje gren af det menliga vetandet, och fordrade af hvarje lärjunge, som ville egna sig åt högre vetenskapliga studier, att han skulle hafva förberedt sig dertill genom ett grundligt studium af geometrien.

Samtidigt med vetenskapernas utbredning i vestern, fann äfven geometrien der sina beundrare, och förskaffade sig jemte de klassiska språken inträde i skolorna. Den studerande ungdomen sysselsattes med matematik och företrädesvis med geometri. Den fördel, som ungdomen i latinskolorna hämtade af sitt matematiska studium, var likväl obetydlig, och detta förhållande fortfor nästan oförändradt ända till det 19:de århundradet. De gamla skol-lärarne kände nästan intet annat än sina formler och något latin, och tänkte så litet på att sätta lifvet i förbindelse med sin vetenskap, att de genom sina torra abstraktioner afskräckte ungdomen från matematikens studium. Här af kom det, att ordet »matematiker» och »torr, opraktisk menniska» betraktades såsom synonyme. I skolorna lärde sig någon sällan något af denna torra sak, och de, som gjorde det, betraktades såsom sällsynta undantag och ansågos såsom begåfvade med särskildt för tomma abstraktioner lämpliga hufvuden; eller ock höll man sådana, som förvärfvat större matematiska insigter, för oupphinneliga genier. På de sista 50 åren har likväl elementarskolväsendet i andra länder undergått en sådan ombildning, att geometrien numera utgör ett det viktigaste bildningsmedel för gossar, ja till och med för flickor ända från det 10:de året. Pestalozzi's åsigt, att formläran (geometrien) utgör jemte talläran och språkläran ett oumbärligt hufvudmedel för hvarje grundlig bildning, blef snart allmänt erkänd, och de lärare i Tyskland, som följde med sin tids pedagogiska utveckling, voro angelägna att i sina skolor införa detta nya bildningsmedel.

Undersöke vi närmare, hvaruti geometriens företrädare såsom bildningsmedel framför de flesta andra läroämnen består, så finna vi det, om vi taga i öfvervägande, hvilka själskrafter den sätter i rörelse, hvilken vinst den medför för själsutvecklingen och för lifvet i allmänhet. Geo-

metrien är viktig i objektivt hänseende; emedan den leder till den noggrannaste uppfattning af kropparnas former och yttre kännetecken, till utforskande af naturföremålen och de regelbundna former, hvarunder de framträda för den yttre åskådningen. Viktig är den äfven i subjektivt hänseende, emedan den i hög grad öfvar människans icke blott yttre utan äfven inre åskådningsförmåga. Kropparna underkastas i geometrien den noggrannaste yttre skååskådning, och den gifver sålunda anledning till de mångfaldigaste öfningar för ögonmättet; men i än högre grad uppöfvas derigenom den inre åskådningsförmågan. Rummet själf är ett föremål för det inre sinnet, och lärjungen sammanställer i inre åskådningar geometriens föremål, linier, vinklar och figurer, och kommer sålunda till kännedom om deras egenskaper och förhållanden, samt söker logiskt härleda sanningen ur det genom åskådningen uppfattade. Men den åskådliga uppfattningen måste likväl alltid, särdeles vid elementarskolor, blifva den första. Från den omedelbara åskådningen ledes lärjungen till efterbildningar på en yta af de yttre delar, som han hos kropparna iakttagit; öfvas icke blott i noggrann teckning af figurer, utan förfärdigar äfven af papp eller dylikt åtminstone de regelbundna kropparna.

Ännu viktigare visar sig geometrien såsom bildningsmedel, då man betraktar dess inflytande på förståndsutvecklingen i allmänhet. Väl har den med andra rationella undervisningsämnen, t. ex. med räknekonsten, det företräde gemensamt, att den spänner tankekraften och väcker slumrande själsförmögenheter; men båda dessa grenar af matematiken skilja sig dock från hvarandra äfven i anseende till sättet, hvarpå de inverka på själsförmögenheterna. Båda utgå från omedelbara åskådningar, som öfverlemnas åt förståndet för att, sedan de blifvit förvandlade till begrepp, användas i omdömen och slutledningar; men vid räknekonstens operationer träder man mycket snart utom åskådningens område, och dess uppgifter tillhöra nästan uteslutande begreppet; då deremot geometriens uppgifter till sin natur mera falla inom åskådningen, och dess genom slutledningar utvecklade sanningar göras sedermera åskådligt fattliga. Utom den orubbliga visshet och allmänlighet, som tillkommer så väl tallärens

som geometriens satser, äger således den senare dessutom en utmärkande åskådlighet.

Geometrien tillkommer följaktligen ett utmärkt rum bland bildningsmedlen, emedan den lär att känna kropparnas former, utgör en mångsidig öfning för den yttre och inre åskådningsförmågan, erbjuder tillfälle till ögonmåttets och handens utbildning och ställer sina sanningar på en gång inom åskådningsförmågans och förståndets synkrets, samt sålunda lemna tillfälle att från det enskilda och sinnliga härleda allmänna lagar. Man har därför med rätta kallat geometrien en praktisk logik, och den har framför logiken ett företräde i sin större åskådlighet och klarhet.

Allt detta oaktadt förekommer likväl geometrien, såsom den hittills i våra skolor i allmänhet blifvit behandlad, för de flesta lärjungar såsom en abstrakt och torr vetenskap. Men denna ungdomens obenägenhet för geometrien kan omöjligen härröra af annat, än en oriktig behandling af ämnet. Ty det vore eljest en högst besynnerlig företeelse, om en vetenskap, som företrädesvis selsätter sig med de i själen inneboende formerna, som lär att med klarhet och förstånd betrakta de yttre tingen, skulle vara främmande och oangenäm för menniskan.

Det återstår nu att undersöka, huru geometrien bör behandlas, för att utöfva ett bildande inflytande på ungdomen, och i hvad afseende den hos oss använda metoden för den geometriska undervisningen, kan hafva bidragit att betaga lärjungarna låg och lust för ett ämne, som utgör ett så outhärligt och viktigt medel för den intellektuella bildningen. — Det riktiga behandlingssättet af geometrien följer omedelbart af det förut framställda. Då dess grundföremål äro att söka i den inre åskådningen och genom yttre åskådningar bringas till medvetande, så är häraf tydligt, att man måste göra början med yttre åskådningar och betraktelser af verkliga kroppar, fästa lärjungens uppmärksamhet på deras former och storheter och lära honom benämna de olika slagen af dessa storheter. Men det är icke nog att låta lärjungen åskåda och betrakta, utan man måste med dessa åskådningar förbinda afbildningar och framställningar af det genom åskådningen uppfattade, samt sålunda oafbrutet förena med hvarandra intellektuell och praktisk verksamhet. Man öfve

derföre lärjungen att framställa linier och vinklar genom streck, figurer genom en förbindning af streck, och de regelbundna kropparna genom deras nät och nätens sammansättning till verkliga kroppar. Men de enskilda föremålen för geometrien måste icke förblifva blotta föremål för åskådningen, utan äfven för förståndet och eftersinnandet. Lärjungen måste derföre icke blott öfvas att åskåda och efterbilda, utan äfven att tänka; han måste genom kombination af de enskilda konkreta fallen söka utfinna den för dessa gällande allmänna lagen. Utan en sådan öfning i kombination, skulle geometrien vara ett torftigt läroämne, som endast toge lärjungens sinnliga förmögenheter i anspråk. Derföre bör städse vid de särskilda satserna med logisk stränghet och vetenskaplig grundlighet förfaras; och om vi i det föregående lagt synnerlig vikt på de sinnliga åskådningarna och betraktelserna, så framstår numera det egentliga tänkandet öfver geometriens föremål såsom det väsendtliga vid undervisningen. Men, invänder någon, huru kan vetenskaplig stränghet vara förenlig med dylika åskådningsöfningar, eller huru förmår en 10- à 12-årig gosse att abstrahera och bevisa. De enkla föremålen i rummet lemna för denna tidiga ålder tillräckliga ämnen för förståndskrafternas öfning genom åskådningarnas kombinatoriska behandling. Utan den logiska strängheten skulle geometriens studium blott befordra halfbildning och ytlighet. Med åskådningarna måste begrepp förbindas, de senare måste utvecklas ur de förra, och Kant säger med rätta: »åskådningar utan begrepp äro blinda, begrepp utan åskådningar äro tomma».

Genom att börja undervisningen i geometri först i elementarskolans 4:de klass med Euclidis Elementa försummar man dels, att vid en tidigare period utveckla lärjungarnas förståndsförmögenheter genom användande af ett af skolans viktigaste bildningsmedel, dels väcker man icke det intresse hos lärjungen, som geometrien är egnad att åstadkomma, då man omedelbart flyttar honom på begreppsområdet, utan att tillföre hafva gjort för honom geometriens grundföremål genom åskådningen bekanta. Denna bekantskap vinnes likväl ej endast genom mekanisk teckning af linier och ytor eller genom den hos oss så kallade Linearteckningen på fri hand, hvarmed man i några

skolor låtit den geometriska undervisningen begynna; ty det är tydligt, att man ej kan fordra af lärjungen, att han skall i bilder framställa geometriska föremål, förr än han genom den yttre åskådningen fått någon bekantskap med dem och lärt sig känna, hvad han skall afbilda. Man har äfven velat förbinda den geometriska undervisningen med undervisningen i teckning. På denna afväg har man råkat genom den i sig sjelf riktiga åsigt, att afbildningar af föremål i rummet borde förbindas med undervisningen i geometri. Men den egentliga teckningen har likväl ett helt annat mål sig föresatt, än geometrien. Teckningen hör till konsternas område, geometrien till vetenskapernas; och båda äro lika mycket skiljda från hvarandra, som konst och vetenskap i allmänhet. Sammanblandning af så olikartade ting är således alltid falsk. Äfvenledes begår man ett misstag, om man låter lärjungen under en flerårig kurs blott åskåda och betrakta geometriska satsar utan att sammanbinda dem med och grunda dem på hvarandra. De geometriska sanningarna äro i allmänhet icke af den natur att de finnas genom blotta åskådningen; och den tid, som användes på ett så innehållstomt arbete, kan anses för förståndsutvecklingen förspild. Denna lek med rena former tager icke själskrafterna i något riktigt anspråk och har icke en gång för lifvet något värde; den är deremot ett förträffligt medel till befordrande af en tom ytlighet, och förer ingenstädes eller högst sällan till kännedom om de allmänna lagar, hvarutur de enskilda fallen härledas, och genom hvilkas uppsökande tänkandet uppöfvas.

Vid nya elementar-skolan i Stockholm, der undervisningen i geometri tager sin början i första klassen, inom hvilken tillförene lärjungarne endast sysselsatt sig med linearteckning på fri hand, har under nästledne termin den förändring med detta ämne inträdt, att undervisningen utgår från omedelbar åskådning af verkliga kroppar, hvilkas former och olika ytor lärjungen lär sig åtskilja, benämna och afbilda efter en af undertecknad utgifven lärobok i geometri och linearteckning, hvaraf 1:a kursen, åskådningsläran, afslutas inom första klassen. I andra och tredje klassen genomgår lärjungen af samma lärobok 2:a kursen, storhetsläran, som innehåller de för-

nämsta egenskaperna hos linier, ytor och kroppar, hvilka egenskaper likväl ej framställas för honom såsom något på förhand gifvet, utan han uppfordras tvertom, genom till honom ställda frågor, att öfva sina förståndskrafter med att söka riktigt besvara frågorna och sålunda leda sig till att inse sanningen och bevisa riktigheten af de påståenden, som blifvit gjorda. Den erfarenhet, som kunnat vinnas på den tid, hvarunder den geometriska undervisningen efter denna plan blifvit följd, har icke lemnat annat än tillfredsställande resultat och visat, att sällan något läroämne hos lärjungen uppväcker större håg och drifver honom till större sjelfverksamhet, än detta.

*I. T. Bergius.*

### ***Nya förordningar om de lärda skolornas författning och om studentexamens upphäfvande i Danmark.***

Sedan en reform af de lärda skolorna i Danmark blifvit förberedd genom den provisoriska plan för undervisningen i 3:ne af dessa skolor, hvilken den 25 Juli 1845 blef af dåvarande kongl. direktionen för universitetet och de lärda skolorna utfärdad och sedan hösten samma år varit på försök tillämpad vid metropolitan-skolan i Köpenhamn, katedralskolan i Odense och den lärda skolan i Kolding, har den nuvarande ministern för kyrko- och undervisningsväsendet, den såsom filolog och professor vid Köpenhamns universitet bekante *Madvig*, genom tvenne förordningar af den 13 Maj innevarande år utsträckt reformen till samtliga lärda skolorna, föreskrifvit för dessa en ny gemensam undervisningsplan och gemensamma examensbestämmelser, upphäft den hittills vid universitetet fordrade studentexamen (*examen artium*), samt förlagt den examen, som hädanefters skall berättiga skolornas alumner att studera vid universitetet, till sjelfva skolorna under form af afgangsexamen, allt i hufvudsaklig öfverensstämmelse med de grunder, på hvilka redan den provisoriska planen hvilade.