

gifter innehålla animaliska beståndsdelar. Förf. uppvisar det felaktiga i föreställningen om att eldsländarne skulle stå så synnerligen lågt. Märkligt är, att många särdeles primitiva kulturelement ännu påträffas hos de amerikanska kulturfolken, bland vilka förf. naturligtvis längst dröjer vid inkas.

Den nu utkomna första delen kan betraktas som en inledning till arbetet i det hela, vars fortsättning, som motses med intresse, väl kommer att ägnas åt Sydamerikas »Länderkunde». Boken har sin givna plats i skolbiblioteken. *Vsbg.*

Nyström-Olson. Funktionslära och Analytisk Geometri.
(P. A. Norstedt & Söner; 228 sid., klotb. 6.)

Genom föreliggande lärobok har för första gången i Sverige funktionsläran (läran om derivatan) inordnats i sitt naturliga, och på samma gång historiskt givna, sammanhang med analytisk geometri. Gången är den, att först ges punktens, rätta linjens och cirkelns analytiska geometri, därpå derivatkalkyl med tillämpningar på kurvor med numeriska ekvationer, med några typiska diagram, samt algebraiska tillämpningar av funktionsläran, en avdelning, som naturligtvis också, om läraren finner lämpligt, kan framflyttas eller lasas parallellt med den följande: analytisk behandling av parabeln, ellipsen och hyperbeln. Som särskild avdelning komma därefter geometriska orter. Detta kan ju betingas av, att ortspöblem i regel äro av något svårare beskaffenhet, men nog förefaller det som om enklare ortsuppgifter kunnat medtagas i föregående kurs, dels som första orientering, dels för att bereda nödig omväxling i övningsuppgifterna. Nästa avdelning behandlar andragsgradskurvornas allmänna egenskaper, varpå komma några användningar av polära och snedvinkliga koordinater. Placeringen nära bokens slut torde väl bero på kursplanens antydan, att sådana koordinater vore för elementarundervisningen obehövlige. Emellertid kan anmärkas, att båda slagen ge en enklare och naturligare lösning av en hel del uppgifter; att polära koordinater ge nyttiga övningar på och rekapitulationer av den förut genomgångna kursen i trigonometri, samt att formler rörande snedvinkliga koordinater bli väsentligen desamma som för rätvinkliga, så länge ej vinkelfunktioner och avståndsberäkningar ingå. Blott som en varning för koordinatsystemets missbruk vid vinkelberäkningar kan då visas, att i rätta linjens ekv. $y=kx+l$, k i snedvinkliga koordinater ej har värdet $\operatorname{tg} \alpha$ utan $\frac{\sin \alpha}{\sin(\nu-\alpha)}$ eller $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sin \nu - \cos \nu \operatorname{tg} \alpha}$ (jfr. sid. 178). I nästa

avdelning, differentialer och integraler, ges en kort kurs i integralkalkyl, inberäknat integration genom substitution och partiell integration. Vad alla elever härav böra veta ges i kapitlets första paragraf, »ytberäkningar med hjälp av derivatan», vilken, i och för användningar på andra områden, exempelvis fysik och mekanik, även kan genomgå långt förut; den övriga delen av kapitlet torde väl få räknas till överkurs. Åtminstone torde det under nuvarande förhållanden bli sällan man hinner genomgå den i klassen. Detsamma gäller om de båda senare paragraferna, funktioners medelvärden och några tillämpningar på sannolikhetsräkning, av nästa kapitel, »tillämpningar på hela kursen». Nog tänker jag probabiliteetskalkyl kan intressera eleverna, men den hör till svårare gebit, som hittills, vad jag vet, ej varit föremål för svensk elementarundervisning. Boken avslutas med ett kort och läsvärt kapitel: »Anmärkningar och historiska notiser».

Som allmänt omdöme gäller, att boken är mer strängt vetenskaplig än de läroböcker i ämnet, som för närvarande användas, men ändå torde bereda eleverna mindre svårigheter, detta dels på grund av klart framställningssätt och dels emedan nya områden förberedas med enkla och lättfattliga numeriska exempel. Följande detaljankmärkingar hoppas jag kunna få användning vid en blivande ny upplaga. Sid. 17 definieras räta linjens vinkelkoefficient som tangenten för linjens riktningsvinkel. Den vanliga definitionen är att vinkelkoefficienten är koefficienten för x , när ekvationen är löst med avseende på y . Att därvid vinkelkoefficienten vid snedvinkliga koordinater även blir beroende av vinkel mellan koordinaterna till ingen olägenhet; däremot vinnes, att derivatan bibehåller sin karaktäristiska betydelse av tangentens vinkelkoefficient även vid snedvinkliga koordinater (jfr sid. 40). Uttrycket en linje »lutar åt höger» (sid. 17, rätvinkliga koordinater) får väl anses definierat av den enklare bestämningen, att dess vinkel mot pos. x -axeln är spetsig. Härledningen av räta linjens normalform (sid. 25) är enkel och god; dock skulle jag framför hänvisningen till vinklarna α och ν i fig. ha föredragit citat av den nyss förut bevisade formeln $k_1 k_2 = -1$ med tillägget att $k_1 = \operatorname{tg} \alpha$ även när α slutar i 3:de eller 4:de kvadranten, enär $\operatorname{tg}(\alpha \pm 180^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$. Beviset bör naturligtvis vara oberoende av linjens läge, hur nyttigt som övning det än må vara att undersöka, hur saken ställer sig för olika lägen. Allra enklast ställer sig emellertid härledningen med användning av ortogonalprojektion längs p av koordinatpolygonen för en punkt (x, y) på linjen. Därvid fås direkt ekv. under formen

$x \cos(-\alpha) + y \cos(-\alpha + 90^\circ) = p$. Härför skulle fordras en framflyttning hit av § 90 »Om projektioner» (sid. 167), något som jag ej kan betrakta som en olycka. Ekvationen för tangenten till en cirkel, då tangeringspunktens koordinater äro givna, härledes (sid 39) medels den ur syntetiska geometrin bekanta satsen, att radien till tangeringspunkten är vinkelrät mot tangenten. Naturligtvis är detta fullt tillåtligt; vill emellertid påpeka, att man blott behöver reducera till normalform den förut härledda ekv. för cirkeltangenten med given vinkelkoefficient för att få veta, att pendikeln från origo mot tangenten är r , och således cirkeltangentens ekv. under normalform $x \cos \alpha + y \sin \alpha - r = 0$, där α är vinkeln mellan pos. x -axeln och radien till tangerings-

punkten. Vid bestämning av $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ är det bättre använda den likbenta $\triangle OAB$ i st. f. den rätvinkliga $\triangle OCB$ (sid. 72).

Man får då relationen $1 > \frac{\sin x}{x} > \cos x$. Dels komma gränserna

varandra närmare, dels får man direkt veta, att kurvan $y = \sin x$ ligger under sin tangent i origo för pos. x -värden; över densamma för negativa. Exponentialfunktionens derivata bestämes (sid. 81) så, att först genom insättning av allt större numeriska

värden (ända till $x = \pm 10,000$) göres sannolikt, att $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ går

mot en bestämd gräns, då $x \rightarrow \pm \infty$, varefter förfares på vanligt sätt. Då beräkningen för stora x -värden väl får ske med serieutveckling, torde det vara att föredraga att dröja med exponentialfunktionen tills § 51 (Binomialserien. Funktionsserier) genomgåtts. De i övningsexempel (338) givna serierna för $\sin x$ och $\cos x$ kunna då ge anledning studera en funktion, som definieras

genom den ständigt konvergenta serien $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$. Upp-

sökande av lika rötter (sid. 95) kan ofta fås enklare än med Euklides' algoritmen genom användning av den nästan självklara satsen, att om $f_1(x)$ och $f_2(x)$ ha ett gemensamt nollställe, så måste det ock finnas hos $af_1(x) + bf_2(x)$, där a och b äro konstanter eller sådana funktioner av x , som ej ha något nollställe gemensamt med $f_1(x)$ eller $f_2(x)$. Användes metoden på det utförligt behandlade exemplet, så får man den första divisionens rest $27x^2 + 33x + 8$. Av dess nollställen finner man lätt, att det enklare satisfierar den enklare av utgångsekvationerna, och således ock den andra. Sid 117 säges: »Om punkten (a, b) ligger på kurvan, ligger även punkten $(-a, -b)$ på kurvan». Beteckningen (a, b) bör utbytas mot någon annan, t. ex. (x_1, y_1) , efter-

som (a, b) ej ligger på ellipsen $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$. I ex. 524 (sid 143) uppges en hyperbels »fokalvidd» till 12. För en elev, som läst optik, ligger det närmast till hands att tro, att fokalvidden betecknar ett av avstånden $c-a$ eller $c+a$ i st. f. det avsedda $2c$. Bäst sätta ut, att avståndet mellan brännpunkterna är 12. Sid 168 rad 12 ha orden *cos. för* vid tryckningen bortfallit. Beträffande koordinattransformationen (sid. 169) torde det vara skäl särskilt påpeka, att formlerna gälla även om de nya koordinaterna (x^1, y^1) äro negativa, emedan exempelvis $-x^1 \cos(\alpha + 180^\circ) = x^1 \cos \alpha$. I det uträknade ex. 2 sid. 173 behandlas en parabel. Det kan förtjäna påpekas, att uttrycket $A + 2Bk + Ck^2$ (sid. 172), när $B^2 - AC = 0$, har det dubbla nollstället $k = -\frac{A}{2B}$, som ger riktningen av parabelns axel. F. ö. kan även

den generella formeln $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2B}{A-C}$ utläsas av ekv. $A + 2Bk + Ck^2 = 0$, enär figuraxlarna äro bissektorer till asymptoterna; reella och olika för hyperbeln, sammanfallande med varandra och med axelriktningen för parabeln, imaginära för ellipsen. Beteckningen dx^2, dx^1 o. s. v. (sid. 185) är tvetydig. I den bekanta ekvationen $dx^2 = dx^2 + dy^2$ är betydelsen en annan; likaså i den vanliga beteckningen för andra och högre derivator. Bäst därför att skriva $d(x^2)$, $d(x^1)$ o. s. v. Sid. 190 sättes substitutionstecknet efter funktionen i stället för framför, som är det vanliga, således $F(x) \Big|_a^b$ i st. f. $F'(x)$. Kan ej se något skäl för

denna förändring.

Exempelsamlingen är, såvitt en hastig översikt gett vid handen, god och rikhaltig. Registrerade äro 721 st.; det verkliga antalet är betydligt större, emedan i många fall likartade uppgifter sammanförts som underavdelningar under ett gemensamt nummer.

E. S.

Karl Modin. Vintergatan, nutida försök att lösa världsbyggnadens gåta. (Natur och Kultur, 130 sid., h. 2: 25.)

Titeln är för trång; häftet innehåller, börjande med en inledning och en kort historisk återblick, en intressant överblick över hela kosmologiens nuvarande ståndpunkt. Således behandlas också klotformiga stjärnhopar och spiralnebulosor; bildningar, som otvivelaktigt befinna sig långt utanför Vintergatan.

Ett par smärre anmärkningar. Sid. 20: »Om det vore så, att ljuset från avlägsna solar utsläcktes, borde naturligtvis Vin-