$$T = \frac{2\pi r}{h},$$

så blir

$$a = \frac{h^2}{r}.$$

Om införande av potenser och logaritmer på gymnasiet.

Av O. L. Holmqvist.

Jag förutsätter räknelagarne för digniteter och rötter genomgångna. Det gäller att upprita diagrammet för funktionen $y = a^x, a > 0$. Eftersom a^x icke har någon betydelse utom då x är ett helt positivt tal, måste man först bestämma, vad som skall menas med a^x, då x är ett brutet, negativt eller irrationellt tal. Denna bestämning gör man lämpligen så, att de räknelagar, som gälla för digniteter, även gälla för dessa nya storheter, vilka med ett gemensamt namn kallas potenser.

Räknelagarne för potenser med samma bas bliva då

$$\text{I } a^x \,.\, a^y = a^{x+y}, \quad \text{II } (a^x)^y = a^{xy} \text{ och III } \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}.$$

Då m och n äro hela tal är $\dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{1}{a^{n-m}}$, då $n > m$, men

a^{m-n} enl. III.

$$\therefore a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ eller } a^{-(n-m)} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ och speciellt } a^{-1} = \frac{1}{a};$$

$$\therefore a^{-1} . a^{1} = 1\text{, men enligt I } a^{0} . \therefore a^{0} = 1 .$$

$$\text{Av II följer } \left(a^{\frac{m}{n}}\right)^{n} = a^{m} . \therefore a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}} .$$

Man måste således uppvisa, att räknelagarne för rötter kunna bevisas med potenslagarne.

$$\text{Ex. Av } \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{mn}} \text{ erhålles } \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} \text{ o. s. v.}$$

Diagrammet för funktionen a^x kan nu uppritas. Storleken av a måste vara uppgiven. Antag $a = 2$. Kurvan $y = 2^x$ uppritas på millimeterpapper. 1 cm. = 1. Anser man det behövligt för att upprita kurvan att ha fler punkter, än dem man får för heltalsvärden (positiva och negativa) på x, kan man genom kvadratrotutdragningar få hur många som helst. Med hjälp av denna kurva inövas skrivandet av tal i potensform med 2 till bas och uträknas ganska komplicerade uttryck.

$$\text{Ex. } \frac{\sqrt[3]{3{,}1} . \sqrt[4]{2{,}3}}{\sqrt[5]{6{,}7} . \sqrt[6]{5{,}6}} = \frac{(3{,}1)^{\frac{1}{3}} . (2{,}3)^{\frac{1}{4}}}{(6{,}7)^{\frac{1}{5}} . (5{,}6)^{\frac{1}{6}}} = \frac{(2^{1{,}6})^{\frac{1}{3}} . (2^{1{,}2})^{\frac{1}{4}}}{(2^{2{,}8})^{\frac{1}{5}} . (2^{2{,}5})^{\frac{1}{6}}} = \frac{2^{0{,}53} . 2^{0{,}30}}{2^{0{,}56} . 2^{0{,}42}} =$$

$$= \frac{2^{0{,}83}}{2^{0{,}98}} = 2^{-0{,}15} = 2^{-1} . 2^{0{,}85} = \frac{1}{2} 1{,}8 = 0{,}9 .$$

Vidare visas, hur man skriver i potensform tal större än det största y-värde, kurvan är uppritad för.

$$\text{Ex. } 18 = 2 . 9 = 2^{2} . 4{,}5 = 2^{2} . 2^{2{,}2} = 2^{4{,}2} .$$

$$\text{Likaså Ex. } 0{,}12 = \frac{1}{2} . 0{,}24 = \frac{1}{4} . 0{,}48 = \frac{1}{8} . 0{,}96 = \frac{1}{16} . 1{,}92 =$$

$$= 2^{-4} . 2^{0{,}9} = 2^{-3{,}1} .$$

Sedan blir det enkelt att förstå, varför man hellre tar 10 till bas, då man i uppgifter motsvarande dem i sista exemplen endast har att flytta decimalkommat ett visst antal steg åt ena eller andra hållet. Kurvan $y = 10^x$ uppritas för $0 < x < 1$. 1 cm. = 1 för y, men 0,1 för x. Punkter för utprickningen beräknas med hjälp av $y = 2^x$.

$$\text{Ex. } 10^{0,4} = 2^{3,3 \cdot 0,4} = 2^{1,32} = 2,5\,.$$

På denna kurva läser man lätt av x-n med 2 decimaler, och det är lämpligt att göra upp en 2-ställig logaritmtabell, med vilken räknas, tills de vanliga räkningarna äro inlärda. Man skrifver t. ex.

$$39 = 10^1 \,.\, 3,9 = 10^1 \,.\, 10^{0,59} = 10^{1,59}$$

$$\text{och } 0,039 = 10^{-2} \,.\, 3,9 = 10^{-2} \,.\, 10^{0,59} = 10^{0,59-2}.$$

Att sedan övergå från 2 decimaler till 4 eller att kalla exponenterna för logaritmer möter naturligtvis ingen svårighet, ej heller att räkna med logaritmer utan användning av potensbeteckning.

Vinkelns tredelning.

Af **Frans de Brun.**

Ehuru frågan ej har någon större betydelse, men då den för närvarande tycks vara aktuell, tillåter jag mig att fästa uppmärksamheten på en för 14 à 15 år sedan i Gartenlaube publicerad framställning af ett instrument, medelst hvilket man kan dela en godtycklig vinkel i tre lika delar.