

onödiga, om såsom ofta händer dessa bevis äro svårfattligare och mera svåra att erinra sig än de algebraiska.

Det är lätt att tänka sig den vinst i tid som genom denna förenkling uppkommer.

2. Mundt har vid många tillfällen i sin geometri begagnat algebran för utförande af sina bevis. Genom att till enhet taga en längd, får han öfriga längder betecknade med tal, samt ytor och kroppar med produkter af respektive 2 och 3 algebraiska tal. Ytterligare enkelhet vinner han genom att härvid begagna de allmänna algebraiska och geometriska tecknen (+, -, > = <, ^, //, ⊥ m. fl.).

3. Limesmetoden använder han konsekvent vid öfvergång från satsen gällande för rationela tal till motsvarande för irrationela, vid öfvergång från rätlina figurer till krokliniga.

4. Likformighetsbegreppet generaliserar han så, att det passar för plana räta och krokiga linier samt för plana figurer begränsade af räta eller krokiga linier. Härigenom utvidgas elementargeometriens område betydligt.

5. Satserna äro ställda i ett organiskt sammanhang till hvarandra. Detta har blifvit utförbart derigenom, att behöfliga konstruktioner blifvit verkställda i tanken blott på grund af deras möjlighet.

6. Trigonometrien är synnerligen enkel. Sinus och Cosinus m. m. äro definierade såsom förhållanden mellan linierna i en rätvinklig triangel, hvarvid han dock begagnat den bekanta figuren med cirkeln. För att få begrepp om Sinus och Cosinus m. m. för negativa bågar och för bågar af hvad storlek som helst, generaliserar han den för spetsiga vinklar bevisade formeln

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b.$$

Vidare visar han, att de Sinus, som man algebraiskt kan beräkna, utgöra hälften af de i planimetrien algebraiskt beräknade och geometriskt konstruerade, då radien tages till enhet. Hans formler för trianglars beräkning äro enkla. Hela trigonometrien är mycket kort.

Mot författarens för öfrigt utmärkta definition på likformiga plana figurer anse vi oss böra anmärka, att den lider af för många bestämningar.

Vidare anse vi att förf. kommer väl sent med sina problem. Detta bör erinra författaren, att han i någon mon bör söka annorlunda gruppera satserna.

För öfrigt allt godt om arbetet.

2. MUNDT, C. E. *Lærebog i den elementære stereometrie tillige med den sphæriske trigonometrie*. 3:e udg. Kjøb. 1868. Inb. 1 rdr 75 öre.

Denna bok har i likhet med plangeometrien egenskapen att vara synnerligen väl redigerad. Särskildt framhålla vi läran om symmetri jämte förklaringen på, huru en kropp, som är symmetriskt lika stor med en annan, genom krängning ut och in, blir kongruent med den samma.

Afven här finnes en generel definition på (direkt och symmetriskt) likformiga figurer omfattande linier med enkel och dubbel krökning, plana och bugtiga ytor samt kroppar hvilka som helst.

Den sferiska trigonometrien är enkelt och redigt framställd med hänvisning till den föregående geometriska framställningen af läran om planet och solida vinklar. Här finner man ett synnerligen enkelt elementärt bevis för satsen att en storcirkelbåge är mindre än en småcirkelbåge med samma ändpunkter, vidare ett enkelt bevis för de 5 så kallade platoniska kropparnes möjlighet. De antydningar härom, som våra svenska läroböcker innehålla, visa väl att inga andra reguliera polyedrar kunna sättas i fråga såsom möjliga, men ej att dessa äro verkligen möjliga. — De olika händelserna vid sferiska trianglar äro noga diskuterade med afseende på möjlighet, obestämdhet m. m.

Arbetet är godt. Dock lider definitionen på likformiga figurer af det felet, att den har för många bestämningar. Huru förf. i § 151 i läran om prizmer bevisar kongruensen af prismat $F'BAIAE$ med prismat $GCLMDH$, ha vi ej lyckats finna.

Anm. Förf. indelar begge dessa sina böcker i kapitel och paragrafer, hvarigenom innehållet blir ett mera sammangjutet helt. Hos oss indelar man som bekant de geometriska arbetena i böcker och satser, hvarigenom sammanhanget ej så lätt märkes.

3. BERGROTH, J. E. *Elementarkurs i geometrien af C. E. Mundt. Bearbetning efter danskan af J. E. Bergroth*. Helsingfors 1869. 3 rdr 75 öre häftad.

Detta arbete utgör en öfversättning och bearbetning af ofvanstående begge förtjenstfulla Mundtska arbeten med uteslutande af den plana och sferiska trigonometrien. Bearbetaren förtjenar erkännande för detta sitt tidsenliga företag.

Bearbetarens tillägg och förändringar äro ofta värdefulla förbättringar, t. ex. vid satserna om prizmer, om sammanhanget mellan antalet kanter, hörn och sidor hos vissa slag af solida figurer, men äro någon gång försämringar i synnerhet i början af arbetet. Förf:s ändring i af-

seende på det typografiska att ha både paragrafer och satser, ehuru ej i vårt tycke befogad, kan dock försvaras såsom en öfvergång från vårt vanliga indelningssätt till danskarnes. Emellertid göra de ringa afstånden mellan paragraferna i jämförelse med afstånden mellan satserna, att man ofta blir vilseledd i afseende på innehållet. Se t. ex. sid. 16 §§ 52—4.

Förfens språk stöter på många ställen oss, som bo vester om Östersjön. Så t. ex. använder förf. konsekvent ordet "så vida" i betydelsen af vårt "emedan". Af verbum "måste" bildar förf. infinitiven "måsta", af ordet "ände" bildar förf. pluralisformen "ändor"; vidare låter förf. på en hufvudsats börjande med en imperativ följa en eftersats börjande med "så"; vidare skrifer förf. "pappret", "kannmått", "kriagom" i st. f. "papperet", "kannmått", "omkring". Slutligen skrifer förf. "sigemellan", "hvarochen", "enochsamma" såsom ett ord i st. f. flere.

I händelse af en ny upplaga bör bearbetaren observera, att han genom sin förtjenstfulla förändring af originalet vid läran om prizmer dock ingalunda bevisat satsen om kongruensen af trekantiga pyramider med lika stora baser, då sidornas kantlinier äro lika stora. Denna sats behöfves i tolfte bokens andra och nionde teorem.

Arbetet är godt. Vi känna en väl organiserad privatskola, der det redan är antaget.

4. MØLLER, C. F. C. *Læren om Rumstørrelser. Første Del: Plangeometri.* København 1870. Pris 2 rdr 45 öre. Inbunden. 128 sidd.

Då preussarne under sista kriget med Danmark intogo Haderslev, upplöstes elementarläroverket derstädes och lärarne flyttade till Köpenhamn, der de bildade en privatskola under namn af "Haderslev Læreskole". Bland desse lärare var också Møller, en man med stort anseende som lärare — hvartill man bland annat kan sluta af den tacksamhet, som prof. Steen i sitt arbete "Hovedformerne i Rummet" egnar honom för hans värdefulla råd. Också genomläser man med nöje hans arbete så väl för dess enkelhet, som för den eleganta och stränga metod, motsvarande nutidens fordringar, hvilken der uppenbarar sig.

Liksom hos Mundt finner man här vanligen åtminstone 4 beslägtade satser intill hvarandra, först en sats om likhet, så en om olikhet, derpå de begge omvändningarne till desse satser. Som exempel härpå omnämna vi följande fyra satser sidd. 4—5.

1. En korda genom medelpunkten halfverar cirkellinien och cirkeln.

2. En korda, som icke går genom medelpunkten, delar cirkellinien och cirkeln i två olika delar.

3. En korda, som halfterar cirkellinien eller cirkeln, går genom medelpunkten.

4. En korda, som delar cirkellinien eller cirkeln i två olika stora delar, går icke genom medelpunkten.

Läran om parallela linier synes Möller med framgång ha behandlat. Hans första sats i denna lära är följande: "En rät linie $A_1B_1C_1$, som icke kan skära det ena benet BC af en vinkel ABC , måste utdragen skära det andra BA " (utdraget, om så behöfs). Vi anföra här beviset. "Hvilken punkt B_1 som helst af den räta linien A_1C_1 kan väljas till spets för en rak vinkel ($= 2$ räta); antager man nu, att A_1C_1 icke kan skära BC , så måste den kunna skära AB , ty annars finge man, genom att lägga spetsarne B och B_1 samt benen BC och B_1C_1 på hvarandra, $\Delta A_1B_1C_1 = ABC$, men det är orimligt."

Problem följa här ganska tidigt, som tillämpningar af lärosatserna, hvilket har blifvit möjligt derigenom att det enklaste af läran om cirkeln blifvit framställt genast i början af boken.

Proportionsläran har Möller öfverflyttat på det algebraiska området. Läran om irrationela storheter grundar han på den satsen, att

"Två storheter äro lika stora, när de ligga mellan samma gränser, hvilkas skilnad kan göras så liten man vill." Bevis. Ligga A och A_1 mellan G och G_1 och kan $G - G_1$ blifva huru liten som helst, kan icke $A \geq A_1$; ty vore t. ex. $A > A_1$, finge man

$$G > A > A_1 > G_1$$

eller

$$G > A$$

alltså

$$G - G_1 > A - A_1,$$

hvilket strider mot förutsättningen om beskaffenheten af $G - G_1$.

För att gifva ett begrepp om bevisningsmetoden och användandet af detta teorem, anföra vi med bevis följande teorem.

"Rektanglar med lika stora baser förhålla sig som deras höjder.

Vi beteckna höjderna med h och h_1 , rektanglarna med r och r_1 .

1. Höjderna *kommensurabla*. Kallas höjdernas gemensamma mått m och innehåller det p gånger i h och q gånger i h_1 , har man

$$h = pm, \quad h_1 = qm, \quad \text{alltså:} \quad \frac{h}{h_1} = \frac{p}{q}.$$

Drager man nu genom delningspunkterna paralleler med baserna, delas r i p och r_1 i q lika stora rektanglar; kallas en af dem e , hvilken alltså är det gemensamma måttet för de gifna rektanglarne, får man

$$r = pe, \quad r_1 = qe, \quad \text{alltså:} \quad \frac{r}{r_1} = \frac{p}{q} = \frac{h}{h_1}.$$

2. Höjderna *inkommensurabla*. Afsättes $\frac{1}{q} \cdot h_1$ på h ifrån den ena ändpunkten, så träffar ingen delningspunkt in på en annan, men man får:

$$\frac{p+1}{q} \cdot h_1 > h > \frac{p}{q} \cdot h_1, \quad \text{alltså} \quad \frac{p+1}{q} > \frac{h}{h_1} > \frac{p}{q}.$$

Drager man nu genom delningspunkterna på h paralleler med basen, framkomma $(p+1)$ rektanglar, som äro hvar och en lika med $\frac{1}{q} \cdot r_1$; man får då:

$$\frac{p+1}{q} \cdot r_1 > r > \frac{p}{q} r_1, \quad \text{alltså:} \quad \frac{p+1}{q} > \frac{r}{r_1} > \frac{p}{q}.$$

Alltså falla $\frac{h}{h_1}$ och $\frac{r}{r_1}$ mellan samma gränser, hvilkas skillnad $\frac{1}{q}$ är ett obenämnt tal, som genom att göra q tillräckligt stor kan blifva huru liten som helst. Följaktligen har man:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{h}{h_1}.$$

Huru enkelt och lättfattligt är ej detta bevis i jämförelse med det att taga lika mångfaldiga af den första och tredje o. s. v.?

Synnerligen elegant är Möllers definition på *likformiga figurer*. Denna är så generel, att den passar in på alla plana eller solida figurer, begränsade af räta eller krokiga linier eller ytor. Definitionen lyder som följer:

“Två figurer äro likformiga, när de kunna läggas så, att räta linier genom samma punkt skäras af deras omkretsar i samma förhållande, f .”

Ur denna definition härleder han bland annat följande satser:

1. “I likformiga figurer äro ensliggande linier parallela, och förhållandet mellan hvarje par är f .” (Linierne må vara räta eller krokiga).
2. “I likformiga figurer äro ensliggande vinklar lika stora.”

3. «Förhållandet mellan likformiga figurers omkretsar är lika med förhållandet mellan ett par ensliggande linier, lika med f , som derföre också kallas figurernas lineära förhållande.»

Vidare förekomma hos Möller satserna om en triangels transversaler jämte deras vackra korollarier om linier som sammanträffa i en punkt i triangels plan.

Boken innehåller och planimetriska, algebraiska och numeriska exempel för trianglar, fyrhörningar, reguliera månghörningar och cirklar.

Arbetet är indeladt i 3 afdelningar eller kurser, hvarje kurs i en mängd paragrafer eller artiklar med siffrorna i kanten. Genom denna anordning läser man boken mera såsom ett sammangjutet helt än då det är indelt i böcker och satser.

Vi rekommendera arbetet såsom synnerligen förtjenstfullt. Det sätter oss in i det moderna sättet att behandla geometrien.

5. I samma mon som det matematiska studiet blifvit mera allmänt och konsten att undervisa deri blifvit fullkomnad, har man allt mer börjat inse, att inledningen till det mera vetenskapliga abstrakta geometriska studiet bör utgöras af en geometrisk åskådninglära. I Sverige har Bergii lärobok i detta ämne redan upplevat tre upplagor. Som denna undervisningsgren är helt ny, torde för jämförelse skull ej vara olämpligt att taga kännedom af tvänne danska läroböcker i detta ämne. Den ena af dessa är utgifven af professorn i matematik vid Köpenhamns universitet A. Steen och har till titel:

Oversigt over hofvedformerne i runnet som indledning til geometrien ved Adolph Steen. Anden udgave. Kjøbenhavn 1868. C. A. Reitzels forlag. 100 sider. 1 rdr 35 øre.

Detta arbete börjar liksom Bergii med att betrakta kroppen, öfvergår derefter genom abstraktion af en dimension till ytan och så vidare till linien och punkten. Genom rörelse kan sedan i omvänd ordning punkten alstra en linie, denna en yta och ytan en kropp. Då en hel kropp rör sig omkring 2 fasta punkter, beskrifva linierna genom dessa punkter omhvälfningsytor. Endast en linie har sina punkter orörliga under denna omhvälfning, nämligen den räta. Planet säger Steen vara den yta, hvori räta linier i hvarje punkt i alla rigtningar kunna nedläggas. Parallela säger han linier i samma plan vara, om de aldrig råkaskas. De bugtiga ytorna delar han i rätlina (t. ex. cylinder-, käg- och skruffytan), hvilka kunna alstras af en rät linies rörelse, och kroklinia (klotytan), hvilka ej af en rät linie kunna framalstras. Han visar

att vissa rätliniga ytor (t. ex. cylinderytan) låter utbreda sig i ett plan, andra (t. ex. skruffytan eller öfverytan af qvarnvingar) deremot ej. Han redogör för skrufflinien, för åtskilliga egenskaper hos klotet, pyramiden, käglan, cylindern, prismet så väl ostympade som afskurne af plan och andra ytor i olika riktningar.

Plana vinkeln och rumvinkeln (= lutningsvinkeln mellan tvänne plan) definierar han att vara, den förre = ytan mellan de begränsande linierna, den senare = rummet mellan de begränsande planen. På detta sätt blir den oändliga ytan mellan 2 parallela linier en plan vinkel af 0° , och det oändliga rummet mellan 2 parallela plan en rumvinkel af 0° . Ur dessa definitioner härledas med lätthet de enklaste satserna ur plana och solida geometrien.

Synnerligen märkvärdigt och elegant är förf:ns sätt att på åskådningens väg bevisa möjligheten af de 5 platonska kropparne.

Förf. ådagalägger i detta rätt utförliga arbete sin utmärkta förmåga att genom åskådning och eftertanke inviga nybörjaren i ganska många och svåra delar af geometrien. Om för den utvecklade och skarpsinnige geometern vissa bevis såsom grundade på induktion eller vissa definitioner såsom innehållande för många bestämningar synas mindre tillfredsställande, så bör denne betänka, att på åskådningens ståndpunkt förhållandet måste vara sådant.

Vi öfvergå nu till den andra danska läroboken i detta ämne. Dess titel är:

6. *Grundtræk af læren om rumstørrelser som indledning til matematikken af C. F. C. Møller, lærer i matematik ved Haderslev læreres skole. Kjøbenhavn 1868. 38 sidor. 50 öre.*

Møllers inledning är ett kompendium, som genom lärarens medverkan skall fyllas med kött och blod. Hans bok är till innehåll och uppställning temligen beslägtad med Steens, men skiljer sig från hans i afseende på läran om vinklar och i afseende på omfattningen. Begreppet vinkel anser han sig ej böra definiera, han visar blott, huru en vinkel uppkommer, huru man kan erhålla en större eller mindre vinkel o. s. v. Med läran om de platonska kropparnes möjlighet sysselsätter han sig ej. Han anser det tillräckligt att ur åskådandet af dessa kunna uppvisa sambandet mellan antalet sidor, kanter och hörn. Møller har lagt vikt vid förmågan att kunna beräkna ytan och rymden hos geometriska storheter.

Om innehållet kan man få ett ungefärligt begrepp genom att anföra slutet i förra afdelningen af boken:

“Kropparne böra nu vara så uppfattade, att man kan afgöra:
af hvilka ytor de begränsas,
huru ytornas delar begränsas,
huru plana skärningar genom kropparne begränsas och huru de
dela kropparne,
huru plana skärningar skola läggas för att få en bestämd figur
eller för att dela kroppen på ett bestämdt sätt.

Man bör kunna beskrifva:
klotet och dess delar,
prismor hela och stympade,
pyramider hela och stympade,
cylindern,
käglan hel och stympad.

Man bör kunna angifva, huru linier frambringas genom punktens
och ytor genom liniens rörelse. — — — “

Så väl denna bok som Möllers plana geometri visa, att Möller är
en dugtig pedagog.

7. *Lærebog i stereometri af C. M. Guldborg.* Christiania 1861.
Hos Steensballe. 48 sid. 1 rdr.

Professorn i matematik vid Kristiania universitet har i detta arbete
utgifvit en med stränga bevis försedd lärobok i stereometri. Det svåra
kapitlet om prizmer har han genom ett par af honom sjelf uppfunna
enkla bevis betydligt förenklat. Satserna äro utförda med synnerligen
enkla och korta bevis. Satsen om att finna kubikinnehållet af klotskif-
van är också enkelt bevisad. Som denna sats till sitt innehåll är högst
märkvärdig hade förf. bort äfven i ord uttrycka den. Den lyder sålunda:

“*En klotskifva är lika med det aritmetiska mediet mellan den in-
och omskrifna cylindern tillsammans med ett mellan skifvans parallela
plan inskrifvet klot.*“

På den sferiska geometrien finner man ett elegant bevis för den
vackra satsen, att den kortaste linien mellan 2 punkter på ett klot är
den storcirkelbåge mellan punkterna, som är mindre än 180° . Äfven
den sferiska triangelns yta får man lära sig att beräkna uttryckt i vink-
larne och klotets radie. Framställningen är god. — Vi sakna dock sat-
sena om symmetri och likformighet.

Vi ha på försök under den förra vårterminen begagnat denna lärobok för latinlinien i sjunde klassen på Stockholms gymnasium äfvensom vid lärarinneseminariet och funnit den ganska god, i det den förenar skärpa med korthet och är en god typ för lärjungar, som vilja lära sig att skriva ett matematiskt skriptum.

8. P. E. CRONHJELM. *Elementerna af aritmetiken och planimetrien utgifne af P. E. Cronhjelm. Omarbetad och tillökad af Otto Chr. Sylwan, kapten vid Wendes artilleriregemente. Första delen: Aritmetik och Algebra.* Kristianstad 1867, 216 sidor samt tillägg XV sidor. 1: 50 häftad.

Förra afdelningen. Aritmetik. (Sidd. 1—134 med tillägg sidd. I—XV).

Författarens aritmetik börjar med läran om tals uppställning, fortsätter med läran om de fyra räknesätten i hela och brutna tal, samt med läran om störste gemensamma divisorn. Läran om decimaler behandlas som specialfall af bråk. Derpå följer en omfattande och intressant redogörelse för mått, mål och vikt, deri inbegripet äfven egentlig vikt. Användning af dessa mått får man i sorträkningen. Härpå följer en fullständig proportionslära för hela och brutna tal jämte redogörelse för sammansatt förhållande. Tillämpning på enkla och sammansatta förhållanden lemnar förf. i enkel och sammansatt regula de tri, bolags-, rabatt-, diskont- och intresseräkning. De 4 sista räknesätten behandlas dock äfven liksom alligations- och kedjeräkning medelst formler.

För att gifva ett begrepp om förfns metod, välja vi tvänne exempel.

§ 65. Att dividera ett tal med ett bråk betyder att söka ett tal, som om det blir multiplicerad med bråket, återgifver det förnämnda talet. Dividenden är således, äfven då divisorn är ett bråk, lika med den produkt, som uppkommer, då divisorn multipliceras med qvoten. Att dividera ett tal t. ex. $\frac{5}{7}$ är således detsamma som att söka ett tal, som multiplicerad med $\frac{5}{7}$ ger 6 till produkt. Kallar man detta tal (qvoten) q , så blir $\frac{5}{7} \cdot q = 6$. Multiplicerar man nu på båda sidor om likhetstecknet med 7, så fås $5q = 6 \cdot 7$. Dividerar man sedan de erhållna produkterna med 5, så får man $q = 6 \cdot \frac{7}{5}$. Således då ett tal skall divideras med ett bråk, finner man qvoten derigenom att man multiplicerar talet (dividenden) med bråket (divisorn) upp- och nedvändt.

§ 128. Ex. 15. Då 2 man på $1\frac{1}{2}$ dag, med 9 arbetstimmar om dagen, kunna afrödja och upphacka 3600 kvadratfot, huru många dagar behöfva då 8 man använda för att på samma sätt afrödja $4\frac{1}{2}$ tunnland jord, när de arbeta 12 timmar om dagen, men marken här är en tredjedel svårare att uppbryta än den förstnämnde? Svar $26\frac{1}{4}$ dagar.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Uppställning.} \\ 8 : 2 \\ 12 : 9 \\ 3600 : 252000 \\ 1 : 1\frac{1}{3} \end{array} \right\} = 1,5 : x.$$

Den vetenskaplighet och den enkelhet i uttryck, som i dessa båda exempel uppenbarar sig, återfinnes öfverallt. Ingenstädes utföres en räkning utan att grunden till förfarandet genom enkla och korta bevis blifvit framställd. Exemplen äro visserligen ej många, men förf. hänvisar dem, som åstunda flere, till *Palms räknetabeller för elementarläroverk och folkskolor*, tryckte i Kristianstad.

Ett par obetydliga anmärkningar ha vi att göra. Vi finna nämligen bevisen för tals delbarhet ej tillräckligt klart framställda. Vidare anse vi ej fullt noggranna sådana uttryck som "4 är 2 gånger mindre än 8" eller "8 är 2 gånger större än 4."

Vår uppfattning af en räkneboks uppställning skiljer sig något från författarens, i det vi anse en räkneboks teoretiska del afslutad med läran om bråk. Förfns proportionslära för hela och brutna tal innehåller i själfva verket ej annat än hvad som finnes i läran om bråk, om man undantager läran om sammansatta förhållanden. Oaktadt denna olikhet i ståndpunkt kunna vi ej annat än med största nöje genomläsa ett arbete, der vetenskaplighet är förenad med ett så enkelt, klart, nyktert och från ordsvall fritt språk, som författarens.

Vi öfvergå till

Senare afdelningen. Algebra. (Sidd. 135—216).

Förfns algebraiska ståndpunkt är följande. Sedan förf. visat de vanliga räknelagarne

$$mn = nm, \\ a^m \cdot a^n = a^{m+n} \dots \dots \dots (1),$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \dots \dots \dots (2),$$

$$(a^m)^n = a^{mn} \dots \dots \dots (3)$$

för hela tal på m och n , visar han lagarne

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[q]{a} \cdot \sqrt[q]{b} &= \sqrt[q]{ab} \\ \frac{\sqrt[q]{a}}{\sqrt[q]{b}} &= \sqrt[q]{\frac{a}{b}} \end{aligned} \right\} \text{för } a \text{ och } b \text{ rationela positiva storheter.}$$

$$\sqrt[q]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[q]{a^{\frac{r}{q}}},$$

$$\sqrt[q]{a} = \sqrt[q]{a^{\frac{r}{q}}},$$

$$\sqrt[q]{a^r} = a^{\frac{r}{q}}, \text{ då } \frac{r}{q} \text{ är ett helt tal . . (4),}$$

hvarrefter han bevisar riktigheten af lagarne (1), (2) och (3) äfven då m och n äro brutna tal eller negativa storheter, sedan han genom generalisering af formeln (4) så, att han skall gälla äfven då $\frac{r}{q}$ icke är ett helt tal, gifvit betydelse åt en potens med bråkexponent och sedan han genom generalisering af formeln (2) så, att han skall gälla äfven då $m < n$ gifvit betydelse åt en potens med negativ exponent.

Samtliga dessa formers riktighet för irrationela tal grundar han på följande hufvudsanning: "om två irrationela quantiteter A och B äro båda på en gång större eller båda mindre än en och samma quantitet C , hvilken är föränderlig och kan tagas huru nära A eller B man vill, så äro dessa båda lika stora."

De negativa storheterna definierar förf. såsom storheter mindre än noll och qualitativt motsatta de lika benämnda positiva.

Den imaginära enheten i definieras såsom medelproportionalen mellan 1 och -1 .

För öfrigt omfattar Cronhjelm's algebra eqvationer af första och andra graden med en och flere obekanta jemte problem samt läran om kvadrat- och kubikrötter.

Såsom synes, bemödar sig förf. äfven i algebran om ett vetenskapligt system.

Mot förf.'s framställning hafva vi dock att göra följande anmärkingar.

1. Förf. låter t. ex. $\sqrt{9}$ betyda hvilket som helst $+3$, eller -3 , oaktadt genom Cauchy och Björling man numera använder $\sqrt[9]{9}$ med

dubbelt rotmärke i denna betydelse. Deremot har man numera vid beteckningen $\sqrt{9}$ eller $\sqrt{3^2}$ eller $\sqrt{(-3)^2}$ fästat betydelsen att den skall vara positiv och således lika med 3. På grund af denna bristande distinktion kan man förklara, att förf. identifierar $\sqrt[n]{x^m}$ med $(\sqrt[n]{x})^m$.

2. Förfns sätt att bevisa $a^0 = 1$ på grund af formeln

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

är ej tillfredsställande, då denna sats ej af förf. blifvit bevist för $n = 0$. Betydelsen af a^0 härledes helt enkelt ur förfns def. (2) här ofvan genom att der göra $m = n$.

3. Beviset för satsen

$$(ab)^n = a^n b^n$$

har förf. ej lemnat ens för $n =$ helt tal. Medgifvas måste dock att med ledning af bevisen för de öfriga lagarne, beviset för denna ej möter några svårigheter.

4. Önskligt hade varit, om något mera sammanhållning rådt i afs. på de algebraiska lagarne. Splittringen af dem på flere ställen utan att bestämdt angifva de villkor, under hvilka de gälla, försvårar inlärandet och sammanfattningen af dem.

5. Vissa kapitel äro temligen knapphändigt affärdade t. ex. samtida eqvationer, der någon eqvation är af högre gradtal. Vidare får man ej direkt lära sig att i faktorer uppdelat uttryck af formen

$$(a^2 - b^2), \quad a^2 + b^2 \pm 2ab.$$

Dessa anmärkningar visa, att Cronhjelm's algebra i vissa delar behöfver omarbetas. Detta hindrar dock icke, att det tydliga, enkla och nyktra språket i förening med bemödandet om vetenskaplighet gör ett godt intryck.

9. P. E. CRONHJELM. *Elementerna af aritmetiken och planimetri* utgifne af P. E. Cronhjelm. Sjette upplagan, omarbetad och tillökad af Otto Chr. Sylvan. Kapten vid Kongl. Wendes artilleriregemente. *Andra delen. Planimetri*. Kristianstad på Ludv. Littorins förlag 1867. 115 sidor med 4 taflor. Pris 1 rdr häftad.

Liksom förra delen (algebra och aritmetik) utmärker sig äfven denna genom sin enkla, sin klara stil. Bevisen äro enkla och stränga. Innehållet är systematiskt ordnad, så att satserna om linier och vinklar intaga en afdelning, satserna om trianglar och parallelogrammer en afdelning, de om likformiga trianglar en, cirkeln en och reguliera månghörningar en afdelning. Bevisen för satserna om förhållanden har förf. in-

skränkt till det fall, att förhållandena kunna uttryckas med rationela tal. Huru de skola utvidgas så, att de gälla äfven för irrationela tal, är ej svårt att inse, om man studerar förf:ns satser i slutet af förra delen om irrationela tals räknelagar. I likhet med hvad geometrerna nu för tiden bruka, ställer förf. sina teorem i bokens förra del och problemen i senare delen. Problemen äro mycket praktiska. Förf. visar, huru de skola utföras dels på papperet, dels på fältet. Han rycker eleverna med sig oemotståndligt, då han ena gången lär dem att finna afståndet från deras plats A till en annan otillgänglig B , andra gången afståndet mellan två otillgängliga ställen, en tredje gång lär dem att kartlägga ett område och att beräkna dess areal. Förf. har i sin bok härigenom realiserat det önskningsmål, till hvilket vi alla vid vår undervisning böra sträfvat att med teori förena praktik. Som bekant har nyligen utkommit ett stadgande att eleverna vid våra elementarläroverk skola undervisas i fältmätning. Härigenom blir det en anknytningspunkt mellan matematiska läroböcker skrifna för civila medborgare och dem som blifvit skrifna för militärer. I sjelfva verket är det besynnerligt att en vetenskaps grundläggning skall vara olika för olika klasser af medborgare. Vi skola hoppas att denna olikhet snart skall försvinna, sedan läroboksförfattarne å ömse sidor tagit kännedom om hvarandras litteratur och tillegnat sig det goda, som de inhemtat härigenom. — Hvad i fråga varande arbete beträffar, är det ett godt arbete, bygd på prof. Harvefeldts geometri, fritt från de språkliga origtigheter, hvaraf flere af våra geometriska läroböcker äro uppfyllda, samt temligen nära öfverensstämmande med de åsigter, som tillhöra vår tid. De satser, som finnas i Euklides' andra bok, förekomma ej här, enär de lätt bevisas af den, som förstår att från det geometriska språket öfverflytta sig till det algebraiska och tvärtom. Huru detta tillgår, har förf. visat. — Särskildt är det nyttigt att af en och samma författare ega läroböcker i aritmetik, algebra och geometri. Derigenom undvikas det oformliga deri, att få proportionsläran bevisad på 2 olika sätt, derigenom undvikas luckor, derigenom åstadkommes enhet. Vi rekommendera arbetet.

Anm. Som bekant är en kommission nedsatt, hvilken eger att granska de till undervisningens tjenst utgifne läroböcker. Flere af de af oss anmälda arbeten blifva af denna kommission utan tvifvel granskade och underkastade en mera omsorgsfull granskning än den vi vid vår anmälan varit i tillfälle att göra, och underordna vi då villigt vårt omdöme under kommissionens, för så vidt detta i någon mon kan komma i strid med kommissionens. Emellertid anse vi att ett uppskof af anmälan öfver arbeten, som utkommit under eller strax före den tid, under hvilken Tidskrift för matem. och fysik existerat, skulle blifva för långvarigt.

10. *Solen*. Populära föredrag af C. F. BJÖRLING. Med 3 färglagda plancher och 12 figurer i texten. Andra upplagan. Stockholm 1870. P. A. Norstedt och söner 148 sidor. Häftad 1 rdr och 50 öre.

Detta arbete, hvars första upplaga anmälades i slutet af förra året i denna tidskrift, är genom dess hänförande och populära språk samt de vackra planchererna en verklig skatt, värd att egas af litet hvar. Här får man på ett ytterst lättfattligt sätt klart för sig, huru man genom planeten Venus' gång öfver solskifvan kan bestämma afståndet mellan solen och jorden. Här får man veta att på solen skulle ett glas vatten väga ett lispund, att en träkäpp skulle väga lika mycket som en dubbelt så stor jernstång på jorden, att vid skjutning med ett godt gevär kulan skulle falla ned på blott några få fots afstånd från skytten. Man får se, huru man medelst ett enkelt prisma kan utröna flere bland solens beståndsdelar. Så t. ex. får man veta, att solen innehåller mycket jern. Man får se, huru de s. k. protuberanserna vexla gestalt från minut till minut genom utmärkt sköna färglagda teckningar af professor Zöllner i Leipzig, hvilken förbättrat Janssens år 1868 gjorda vackra upptäckt att när som helst medelst spektralanalys observera dem. Denna spektralanalys har för oss uppenbarat, att hela solen är omgifven af ett flere tusen svenska mil djupt lager af vätgas, på hvilket protuberanserna äro upphöjningar. Förf. visar slutligen huru solstrålarnes vibreringar framkalla vibreringar (värme) i materien på jorden, hvarigenom all rörelse der åstadkommes, huru solen lyfter vattnet från haf och sjöar upp i luften, hvarifrån det sedan under form af regn och deraf bildade floder strömmar tillbaka i hafvet. Förf. stämmer oss till tacksamhet mot denna vår välgörarinna, vår värmmande, vår upplifvande vårdande moder, solen*.

* Vi ha mot förf. att anmärka, att han gör solen till hankön, oakadt i vårt språk solen är en qvinna, vid hvars åsyn hvarje hjerta klappar varmt.

Warberg, Augusti 1870.

F. W. HULTMAN.