Förenklingar i räkneundervisningen.

Av rektor C. G. Hellsten.

Undervisningen i räkning samlar överallt i vårt land stort intresse. Alla — både lärare, föräldrar och barn — inser att det är nödvändigt och nyttigt att kunna räkna. Det är också mycken tid och kraft som nedlägges på utbildningen i detta ämne. Men hur är det med de resultat som nås? Är de sådana att de kan säjas rätt svara mot ansträngningarna?

Efter terminsavslutningarna i våra realskolor är det många mammor och pappor, som ängsligt frågar: ”Nå, hur gick det för dej, min gosse?”

Hur ofta blir inte då svaret något i den stilen:

”Äsch, jag sprack förstås i matte. Men det var mer än halva klassen, som klickade. Sista provräkningarna var ju alldeles omöjliga. Det är bara såna där som är lite konstiga i knoppen som klarade såna tal.”

I våra folkskolor är underbetygen inte så många. Man undviker ju där helst att ge underbetyg, men nog är det si och så med åtskilliga barns räknekunskaper, särskilt i de högre klasserna. Men varför ska då just ämnet matematik vålla barnen så stora svårigheter, och gör man då inte något för att få det bättre ställt?

Gossen visste förstås att för sitt underbetyg kasta skulden på skolan. Kurserna var för stora och krävande. Vid närmare granskning finner man dock att exemplen vid proven i stort sett inte varit andra, än vad som dagligdags möter i praktiska livet. Det skulle bara fattas att man inte i skolorna lärde barnen lösa sådana uppgifter. Vad begåvningen beträffar, är då också att lägga märke till att åtskilliga barn med helt normal begåvning lyckats rätt så bra. Vår skolmatematik fordrar nog inte någon speciell matematikbegåvning. — Att det dock blir så mycket underbetyg i matematik, beror till stor del på för detta ämne säregna egenskaper. I åtskilliga ämnen går det för sej att kunna följa undervisningen, ehuru man glömt åtskilligt i föregående kursen. Ett barn kan exempelvis i historia ha alldeles förunderligt klena kunskaper och dock få vitsordet godkänd. I matematik är läget ett annat. Läraren ger provräkningar, och dessa blottar synnerligen skarpt, hur det är ställt med den matematiska begåvningen både i fråga om färdighet och förmågan att förstå räkningens innebörd. Därtill kommer att inom matematiken hör allt så intimt samman från början till slut. Har en elev försummat något i föregående avsnitt, så att det finns luckor i grundläggande partier, blir det för denne lika omöjligt att lyckas med sina uppgifter, som det är för en stavhoppare att komma över ribban i dess höga läge, om han inte får ordentligt fäste i marken för sin stav. Detta är förklaringen till att barn, som tagit sitt räknearbete mer eller mindre lättvindigt — även begåvade barn — får särskilda svårigheter i matematik på ett högre stadium. Det visar emellertid också, hur utomordentligt viktigt det är att allt som hör till den grundläggande räkneundervisningen blir omsorgsfullt klarlagt och övat.

Den pedagogiska vakenhet som är utmärkande för folkskolans lärare har också drivit många av dem att ge närmare akt på var räknearbetet vållar barnen särskilda svårigheter och hur man ska kunna få detta bättre tillrättalagt för barnen. Om också långsamt och i en del fall nästan omärkligt pågår så alltjämt en räknemetodisk omläggning. Jag vill här i anknytning till en artikel om divisionsräkningen, som återfinnes i nr 17—18 av denna tidning, teckna några av de förenklingar som under senaste halvseklet karakteriserat sådant reformarbete, i vad det berör användningen av olika räknesätt.

Räknesätten sammanläggning och frândragning har barnen i våra skolor i regel lärt sej att uppfatta riktigt. Liksom vid räkneundervisningen i allmänhet har man alltmer övergivit latinska termer. Om också själva namnen addition och subtraktion bibehålles, användes numera vid räknandet mestadels svenska uttryck: Man ”lägger ihop” och ”drar ifrån”. För att man ska kunna läsa en tecknad subtraktion, t. ex. 25 öre — 7 öre = 18 öre, med termerna i rätt ordning, inläres också uttrycket ”minskat med”. Detta är inte lättlärt, men uttrycken ”ifrån” och ”minskat med” avmålar dock båda på ett gott sätt räkningens innebörd.

Gångertagning (multiplikation) och dess användning vid lösning av sakliga räkneuppgifter har kommit att framstå i klarare ljus, sedan man börjat nedlägga ökad omsorg på att åskådliggöra räkningens innebörd i olika sammanhang och alltmer övergått till att använda svensk terminologi. Av särskilt intresse är att lägga märke till, hur man i samband härmed funnit lämpligt att teckna exemplen på annat sätt än förr skedde. Antag uppgiften vara att bestämma priset på 7 bullar, då varje bulle kostar 15 öre. Förr lät man då beteckningen bli: 15 öre × 7 = 105 öre, och denna lästes: 15 öre multiplicerat med 7. Numera tecknas denna räkneuppgift så gott som överallt i våra skolor med gångertalet först, alltså 7 × 15 öre = 105 öre. Vinsten är lätt att inse. 15 öre ska tas ”7 gånger”, och just detta uttryck kommer ju då med vid läsningen: 7 gånger 15 öre är 105 öre. — I fråga om räknetecknet för ”gånger” har man alltmer beaktat vad som anges i ”nyelementär räknemetod”, utformad vid Falu folkskolseminarium. Enligt denna får barnen i folkskolklasserna använda samma tecken som de lärt sej i småskolan, alltså krysstecknet ”×”. De slipper då att använda två tecken för samma sak och får hålla sej till det gångertecken som är det för aritmetiska uppgifter internationellt godkända.

Division är det räknesätt som enligt alla lärares erfarenheter vållar våra skolbarn den största svårigheten och särskilt då dess användning vid lösning av olika sakliga räkneproblem. ”Att stå och dividera” har ju blivit ungefär liktydigt med att ”inte veta varken ut eller in”. Anledningen härtill är lätt att finna. Man har av gammalt försökt få barnen att använda det divisionsbegrepp som man betjänar sej av inom högre matematik, ehuru det är alldeles för abstrakt för att av dem kunna rätt uppfattas. Här har därför latinska termer ofta fått vara täckmantlar för mycket oklart tänkande.

Inom våra småskolor har man dock sedan länge insett att det inte finns någon åskådligt klar och för barnen tillgänglig räkneväg som duger för alla dithörande uppgifter. Man gjorde därför en uppdelning av dessa och lät uppgifter som innebär innehållsberäkning bilda en grupp och uppgifter som innebär delning i ett visst antal delar en annan grupp. Då blev det möjligt att för varje sådan grupp av exempel få lösningssätt som passade samman med barnens tänkande.

Om exempelvis uppgiften var att beräkna hur många 5-öres bullar man får för 35 öre, låter man barnen undersöka, hur många gånger man kan plocka fram 5 öre ur 35 öre. Uppgiften tecknades med vanligt divisionstecken. Teckningen blev 35 öre : 5 öre = 7 gånger. Den lästes: 35 öre innehåller 5 öre 7 gånger. (Vid uträkningen i exempel med större tal användes det kortare uttrycket ”går i”.) Svaret blev förstås: 7 bullar. Räknesättet kallades innehållsberäkning. Många likartade exempel övades.

Var uppgiften däremot: ”3 pojkar delar lika 18 äpplen. Hur många får var och en?”, delades 18 äpplen upp i 3 lika högar, och barnen fick ta reda på hur mycket det blev i varje hög. För att barnen skulle kunna kort uttrycka, vad det var som i sådana exempel skulle uträknas, hade man i förväg låtit dem syssla med delning av ark och band och kakor och gjort klart för dem att exempelvis vid delning av en kaka mellan två barn bör varje barn ha hälften av kakan, vid delning mellan tre barn en tredjedel av kakan och vid delning mellan 4 barn en fjärdedel av kakan o. s. v. Det blev då för barnen lätt att inse att i det föreliggande exemplet borde varje pojke ha "en tredjedel av de 18 äpplena". Många liknande exempel behandlades på samma sätt. Räknesättet kallas delberäkning eller likadelning. — Naturligtvis undvek man alla latinska termer och sådana för barnen ofattbara saker som "att dividera". I stället var man mån om att få sådana uttryck att de klart angav, vad som var betecknande för de olika lösningssätten. Innehållsberäkning och delberäkning behandlades som två skilda räknesätt.

Genom 1919 års undervisningsplan blev emellertid tiden för räkneundervisningen i småskolan minskad. Innehållsberäkning och delberäkning kan därför numera inte där inläras annat än på ett mycket förberedande sätt. Det blir sålunda först i den s. k. egentliga folkskolans klasser, som man får göra barnen förtrogna med dessa räknearter, och det är givetvis av stor vikt att detta blir omsorgsfullt gjort. Man har därför att vara författaren till ovanberörda artikel om divisionsräkningen tacksam för att han riktat uppmärksamheten på sådant arbete. Det är också glädjande att finna att han förordar att man nu i folkskolorna lägger upp divisionsräkningen just efter de linjer som förut i våra småskolor befunnits vara bäst och här ovan skisserats.

Sålunda bör enligt honom det vanliga divisionstecknet (:) reserveras för innehållsräkningen. Teckningen av det förut nämnda exemplet om bullarna skulle alltså vara 35 öre : 5 öre = 7 ggr. och läsningen av denna teckning skulle vara "35 öre innehåller 5 öre 7 ggr" eller "5 öre går i 35 öre 7 ggr". — I fråga om delberäkningen (likadelningen) markeras likaså att barnen bör göras förtrogna med uttrycken "hälften av", "tredjedelen av", "fjärdedelen av" o. s. v. Enligt hans erfarenheter anger dessa på ett gott sätt kort och klart det för delberäkningen säregna. I exemplet med äpplena ska alltså uppgiften säjas vara att beräkna "tredjedelen av 18 äpplen". Huvudsak är för honom att barnen så får lära sej behärska innehållsräkning och likadelning som två olika räknearter och att man för undvikande av sammanblandning inlär för dessa räknesätt karakteristiska teckningssätt och uttryck. Alltmer torde man ock i våra skolor vara ense med honom om att det vore önskvärt att få sådan omläggning av räkneundervisningen allmänt genomförd.

I sådana räknemetodiska strävanden möter emellertid en fråga, som inte ännu berörts och dock tarvar alldeles särskild uppmärksamhet. Den gäller delberäkningen. Exemplet lyder kanske: Vad kostar 1 m tyg, om 3 m kostar 18 kr.? Enligt det föregående har barnen fått lära sej att uppgiften då inte innebär att beräkna en tredjedel av 18 kr. Men — hur ska man väl teckna en sådan delberäkning?

Givetvis bör då beteckningen inte vara den förr brukliga 18 kr. : 3 = 6 kr. (Det skulle för barnen bli något av "18 kr. innehåller 3".) Artikelförfattaren förordar i stället en teckning med s. k. divisionsstreck. Den skulle alltså vara $\frac{18\text{ kr.}}{3} = 6$ kr. Mot det teckningssättet finns således emellertid åtskilligt att invända. Divisionsstrecket ser där ut som ett slags bråkstreck, ehuru det har en helt annan betydelse. Det kommer därför att vara barnen ett hinder för rätt uppfattning av bråkbegreppet, då detta ska inläras. — Största olägenheten ligger dock däri att det teckningssättet inte är i överensstämmelse med det sätt som i praktiska livet användes, då man vill ange en del av något. Tredjedelen av en kaka skrivs ju aldrig $\frac{\text{kaka}}{3}$, utan man skriver ⅓ kaka.

I ovannämnda nyelementära räknemetod finner man att detta beaktats. Där låter man teckningen i det nämnda exemplet bli: $\frac{1}{3}$. 18 kr. och som läsning inläres uttrycket "en tredjedel av 18 kr.". Förr i världen sade man visserligen vid läsning av ett sådant uttryck "en tredjedel gånger 18 kr., men både inom praktiska livets räkning och i våra skolor har man ju övergått till en mot själva sakförhållandet mera svarande läsning (det är ju fråga om en del av något) och läser numera ganska allmänt "⅓ av 18 kr.". Med det teckningssättet vinns således fullkomlig överensstämmelse mellan läsning och skrivning.

Då man alltså lär barnen att redan från början (alltså i tredje klassen) skriva så, inlåter man sej givetvis inte på några utredningar om att ½. ⅓, ¼ o. s. v. är bråk och vad som utmärker täljare och nämnare, utan barnen får helt enkelt lära sej att exempelvis en tredjedel skrives ⅓, en fjärdedel ¼. Det går lika lätt att lära dem detta som att tretton skrivs 13 och att fjorton skrivs 14. Så tecknad delberäkning kommer inte heller att te sej för barnen som något slags bråkräkning, utan den blir för dem heltalsräkning i lika hög grad som om de får lära sej att använda divisionstecken eller divisionsstreck.

Då man så för delberäkningen väljer praktiska livets skrivsätt, görs också en stor vinst för det fortsatta arbetet i räkning. Hela delberäkningen i tredje och fjärde klasserna blir då en alldeles ypperlig inledning till bråkläran. Då barnen här lärt sej att både muntligen och skriftligen beräkna hälfter, tredjedelar, fjärdedelar av olika storheter, blir det tydligen i femte och sjätte klasserna mycket lätt att vinna förståelse för bråkräkningen. Det blir endast att där bygga vidare på redan lagd god grund.

Fördelarna med det sist nämnda skrivsättet för delberäkningen framträder också, då det blir fråga om mera sammansatta räkneuppgifter, t. ex. vid lösning av reguladetriuppgifter och procentproblem. Följande två exempel må tjäna till någon belysning härav.

Ex. 1. 5 personer ska lika dela 8¾ kg. kaffe. Hur mycket får var och en?

a) Med "divisionsstreck" blir teckningen $\frac{8\frac{3}{4}\text{ kg.}}{5}$. Att sedan fortsätta räkningen vållar barnen stora svårigheter.

b) Använder man i stället praktiska livets teckningssätt (varje person ska ju ha $^1/_5$ av det hela) blir teckningen helt enkelt $\frac{1}{5}$. 8¾ kg. Där är det lätt för barnen att utföra räkningen.

Ex. 2. Hur stor är vinsten, om en vara, som i inköp kostade 415 kr., såldes med 12 % vinst?

a) Med divisionsstreck blir teckningen $12 \times \frac{415\text{ kr.}}{100}$

b) enligt nyelementär metod blir teckningen däremot $\frac{12}{100}$. 415 kr. (alltså precis som man säjer).

Räknetecken och skrivsätt hör till mera yttre saker i räknearbetet. Det är dock inte utan betydelse att de väljs med stor omsorg. De blir för barnen viktiga igenkänningsmärken för olika slags räkningar och värdefulla ledfyrar för dem i deras tänkande. Det viktigaste i fråga om divisionsräkningen är dock att man i våra folkskolor vinnlägger sej om att göra barnen väl förtrogna med de olika tankegångar som karakteriserar innehållsberäkningen å ena sidan och delberäkningen å den andra. Många lärare kan nu vittna om att därmed vunnits en värdefull förenkling i barnens sätt att räkna, och att i stället för det famlande och den osäkerhet som den gamla tvetydiga divisionsräkningen vållade har skapats reda och klarhet och därmed den rätta tillförsikten till eget tänkande inför lösningen av olika problem. Med sådan grund kommer vår ungdom att med större förståelse och säkerhet kunna lösa de räkneproblem som sedan möter i praktiska livet. Då räkningen så blir lagd i enlighet med barnens sätt att tänka, blir det också för dem lättare att kunna reda sej i fråga om högre skolors matematik. Där krävs nämligen i främsta rummet att man lärt sej förstå sitt räknande och vant sej vid att tänka klart.