

Erinringar rörande decimalräkningens plats i undervisningen och om multiplikation och division i bråk.

Af Birger Rollin.

»Jo, därom kan jag ge besked,
— — — — ty jag var med.»

I.

Under åren 1910 och 1911 har i denna tidskrift förekommit en serie uppsatser, affattade mestadels på tyska språket, hvilka utgöra berättelser om matematikstudiets tillstånd i Sverige på skilda stadier, ingifna till Internationella kommissionen för matematiska undervisningen. Dessa af personer från skolvärldens skilda områden afgifna redogörelser böra naturligtvis äga mycket af intresse för uppfattningen af den reformperiod i afseende på matematikundervisningen, i hvilken vi för närvarande befinna oss. Jag vill härmed beröra några punkter i redogörelserna, som hafva afseende på utvecklingen af aritmetikundervisningens metod. Som bekant, har detta ämne under det sista halfseket utgjort föremål för en intresserad debatt inom skolvärlden och för trägna försök inom lärobokslitteraturen.

Det betänkande, som afgafs år 1871 af *kommissionen för undervisningen i matematik och naturvetenskap*, torde i fråga om aritmetikundervisningens anordning, genom sin genomtänkta enkelhet och reda, varit normerande för en stor del af den äldre lärargenerationens uppfattning.

Aritmetikens afdelningar äro enligt kommissionens åsikt: *läran om hela tal, läran om decimaler och läran om bråk.*

De hela talen och decimalerna behandlas enligt positionsräkningens grunder. Så snart man kommit till multiplikation och division med bruten multiplikator och bruten divisor, har man att modifiera räknesättens definitioner, utgående från att produkten bildas af multiplikanden så, som multiplikatorn bildas af enheten. Divisionen framhålles som en omvändning af multiplikationen, hvarvid man antingen har att söka en multiplikand till en gifven divisor (såsom multiplikator) eller en multiplikator till en gifven divisor (såsom multiplikand), i båda fallen sådana, att produkten blir lika med den gifna dividenden. Först och sist påpekar kommissionen, att aritmetikens innehåll bör vara så ordnad, att däraf tydligt framgår, att den elementära aritmetiken omfattar endast 4 räknesätt, hvilka i ständigt upprepad ordningsföljd tillämpas på hela tal med och utan decimaler samt på bråk.

Ett försök att visa, huru multiplikation och division med bråk bör kunna behandlas med den af kommissionen gjorda anvisningen, finnes utfördt i en uppsats i denna tidskrift för 1889.¹ Ytterligare antydningar och utredningar dels om bråkräkningen, dels om decimaltalens plats och deras behandling inom undervisningen finnas i ett par senare uppsatser.²

Märkliga yttranden i nu berörda frågor förekomma i *Harald Dahlgrens* berättelse i ofvan omtalade serie: Die Mathematik an den Volksschulen und Volksschullehrerseminaren Schwedens.³ Sedan förf. redogjort för huru Sverige i senare hälften af det förflutna seklet fått måttssystem med decimalindelning och decimalbråken därigenom fått ökad betydelse, anför han, hurusom dessa tal allmänt började behandlas efter de hela talen och före de allmänna bråken, hvilket fastslogs såsom normalt genom lärobokskommissionens yttrande af 1871. I slutet af 1880-talet gjorde sig nu en något modifie-

¹ Något om regula de tri samt om multiplikation och division med bråk. Ped. Tidskr. 1889, sid. 302.

² Ifrågasatta reformer vid räkneundervisningen. Pedag. Tidskr. 1891, sid. 403 och 1892, sid. 160.

³ Pedag. Tidskr. 1911, sid. 44 och följ.

rad uppfattning gällande i normalplanen för folkskolan, i det att en kurs omfattande allmänna bråkens betydelse och beteckning skulle föregå decimalbråkens behandling. Förf. tillägger: »Aber es mag fraglich sein, ob nicht eine gründlichere Beschäftigung mit den gemeinen Brüchen als die vom Normalplan angegebene einen klareren und sichreren Einblick in die Natur und Rechengesetze der Dezimalbrüche gewähren würde». ¹ Äfven i en annan af berättelserna i samma serie, *Anna Rönström*: Der mathematische Unterricht an den höheren Mädchenschulen Schwedens, förekomma uttryck, som syfta i samma riktning: »Nach den Jahresprogrammen der Schulen scheint es, als ob die Auffassung mehr und mehr allgemein würde, dass die Erkenntniss der gewöhnlichen Brüche vor derjenigen der Dezimalbrüche zu gewinnen sei». ²

Beträffande multiplikation och division i bråk yttrar sig hr Dahlgren ännu bestämdare.

»Was in betreff der Bruchrechnung in methodischer Hinsicht das grösste Interesse darbietet, ist der alte Stein des Anstosses, der in der Schwierigkeit oder Unmöglichkeit besteht, die vom Rechnen mit ganzen Zahlen mitgebrachten Multiplikations- und Divisionsbegriffe auf die Bruchrechnung herüberzuführen, nämlich in den Fällen, wo der Multiplikator und Divisor Brüche sind.

Das Verfahren, in der Kinderschule allgemeine Definitionen vorzubringen, beispielsweise: »das Produkt wird aus dem Multiplikandus auf dieselbe Weise gebildet wie der Multiplikator von der Einkeit» (Lehrbücherkommission vom Jahre 1871) ist selbstverständlich nutzlos. — — — — —

Man muss der Meinung des Lehrbuchverfassers (Nyström 1873) zustimmen, der glaubt, dass man sich darein finden müsse, »formal zu zugeben, was real der Fall ist, nämlich dass sowohl Multiplikation wie Division mit Brüchen eine doppelte Rechenoperation ist, die sich nicht gern als eine

¹ Anf. st., sid. 59.

² Pedag. Tidskr. 1910, sid. 463.

einfache definieren lässt.»

Die Vorstellungen, die es (das Kind) anfänglich mit dem Begriffe der Multiplikation und Division verbunden, können nicht bei der Multiplikation und Division mit Brüchen aufrecht erhalten bleiben; es muss das Zeichen der Vervielfältigung anwenden, obwohl es sich eigentlich um eine Theilung handelt, und es muss das Theilungszeichen verwenden, obschon der Sachverhalt angibt, das der gesuchte Wert grösser als der bekannte ist. Da das Kind keine Möglichkeit hat, die gezeichneten Rechenoperationen unter Definitionen oder Vorstellungen zusammenzuhalten, die beide Operationen umfassen, so wird die unumgängliche Folge Verwirrung und Unsicherheit.»¹

Om framtidsutsikterna för den aritmetiska metoden yttrar förf.: »Wahrscheinlich wird es sich zeigen, dass der Kinderunterricht, um sein Ziel zu erreichen, mehr als bisher auf die wissenschaftliche und hergebrachte Einteilung und Terminologie verzichten müsse.»²

Bland försök att undanrödja dessa svårigheter anför förf. den Nordlundska metoden, som går ut på »ein radikales Wegfegen des Prinzips der vier Spezies.» Efter en kortfattad redogörelse för denna metod och erkännande Nordlunds välgörande inflytande i många afseenden, medger han dock: »Erst die Zukunft wird abmachen können, was in den Neuerungen Nordlunds von beständigem Werte ist und was man etwa als Einseitigkeit oder Ubertreibung ansehen muss.»³

Från de sista årens debatt omnämnes endast en uppsats af G. Hellsten från år 1906, hvilkens tankar och förslag refereras.

Det ser, af denna redogörelse att döma, ganska tröstlöst ut för den, som hoppats på ett genomförande af lärobokskommissionens grundtankar från 1871 med afseende på arit-

¹ Pedagog. Tidskr. 1911, sid. 60—61.

² Anf. st., sid. 127.

³ Anf. st., sid. 66.

metikundervisningen. I en följande afdelning skall jag närmare inlåta mig härpå i sammanhang med en redogörelse för och granskning af Hellstens ofvannämnda uppsats.

II.

G. Hellstens uppsats, *Ett bidrag till metodiken för räkneundervisningen i folkskolan*, särtryck ur Manhem, Uppsala 1906, börjar med att kritisera det gängse sättet att i läroböckerna behandla multiplikation och division i bråk genom hänvisning till analoga uppgifter i hela tal.

När 1 kg. kostar 40 öre, så kostar 3 kg. $3 \cdot 40$ öre (= 3 gånger 40 öre), och likaså $\frac{1}{6}$ kg. kostar $\frac{1}{6} \cdot 40$ öre (= $\frac{1}{6}$ gånger 40 öre).

Om 8 kg. kostar $\frac{3}{4}$ kr., så kostar 1 kg. $\frac{3}{4} : 8$. Likaså om $\frac{7}{7}$ kg. kostar $\frac{3}{7}$ kr., så kostar 1 kg. $\frac{3}{7} : \frac{7}{7}$.

Detta resonemang stämmer icke med barnens föreställningssätt, menar förf. Att *multiplisera* betyder för dem att taga en storhet flera gånger, att få såsom resultat en *större* storhet. Att *dividera* är detsamma som att dela en storhet i flera delar, hvilket då ger som resultat en *mindre* storhet. Att barnet icke kraftigt reagerar mot nu antydda ledning, vittnar ej godt, tror han, om räkneundervisningens förmåga att leda det till att reflektera. Men denna reaktion inträffar, när barnet vid lösningen af sakuppgifter blir hänvisadt till sitt eget förstånd.

Metoden att för ett problems lösande hänvisa barnet till analoga problem med hela tal är en konstregel, som barnet helst vill komma ifrån. I det praktiska litar det ej på densamma; det vill ej lösa en uppgift med en räkning, som det förstår för en annan uppgift, men som det tycker vara alldeles oriktig för uppgiften i fråga.

Svårigheten vill förf. nu komma ifrån genom att sönderbryta multiplikation och division i bråk och införa andra räknesätt. Först skulle man från multiplikationen utmönstra

de exempel, som afse att beräkna $\frac{1}{n}$ af en storhet, hvilket bör tecknas $\frac{1}{n} \cdot a$ och kallas *delberäkning* — förf. behåller \times -tecknet uteslutande för mångdubbling. Detta nya räknesätt ersätter delningsdivisionen i hela tal och utföres på samma sätt. Återstår således af den gamla multiplikationen i bråk: att beräkna $\frac{m}{n}$ af a , som tecknas $\frac{m}{n} \cdot a = m \times \frac{1}{n} \cdot a$ och blott fogar en multiplikation (mångdubbling) till det föregående. Att söka $\frac{m}{n} \cdot a$, som således utgör en sammanfattad tillämpning af två räknesätt, kallas *bråkdelsberäkning*.

Divisionen (delnings-) i bråk eller uppgiften »att beräkna en storhet, då $\frac{m}{n}$ af densamma är känd», upplöses nu i förut kända räkningar, så att man »först beräknar, huru mycket en af de ifrågavarande bråkdelen är (genom delberäkning), och därpå beräknar, huru mycket då det antal bråkdelen, som utgör hela storheten, är (genom multiplikation).»

»Genom här föreslagna metod kommer multiplikation alltid att afse beräkningen af en större storhet; delberäkning (division) alltid beräkningen af en mindre storhet, under det att »bråkdelsberäkning» kommer att gifva en mindre eller större storhet, allteftersom — — — — — $m \leq n$.»

Förf. kan följaktligen triumferande utropa: »Inom bråkläran behöfva alltså ej lämnas några nya definitioner på multiplikation och division, utan de klara och enkla föreställningar, som heltalsläran gifver om dessa räknesätt, få orubade lefva kvar och vara den grundval, hvarpå bråkberäkningen bygges.»¹

Men divisionen omfattar icke blott delberäkning, därtill hör också »innehållsberäkning», och förf. framhåller den stora vikten af att redan på de hela talens område noga särskilja

¹ Ofvan anförda uppsats, sid. 14.

dessa begrepp, hvarför han tillråder något olika uppställnings- och uttryckssätt vid de olika räkningarna.

Men nu gör förf. en indelning. För den händelse dividenden är $>$ divisorn, är det fortfarande *innehållsberäkning*, som, om det gäller brutna tal, utföres så, att talen göras liknämninga, hvarvid räkningen förvandlas till heltalsräkning, enär de lika nämnarna (delarna) icke inverka på beräkningen. Han anför exemplet: $180 \text{ m} : 3 \frac{2}{3} \text{ m} = 54^0 : 1 \frac{1}{3} = 540 : 11 = 49 \frac{11}{11}$ säger $49 \frac{11}{11}$ delar.

Är åter dividenden $<$ divisorn, så kan uppgiften ej hänföras till innehållsberäkning; det vore »lika tankevidrigt som att fråga, huru många gånger ett haf innehålles i en liten sjö». Räkningen måste i detta fall kallas *förhållandeberäkning* och afser att ange, huru stor del den mindre storheten är af den större.

Ex. Man söker, huru stor del 3 m. är af 5 m.

Utförandet grundar sig på resonemang. 1 m. är $\frac{1}{5}$ af 5 m. \therefore 3 m. är $\frac{3}{5}$ af 5 m.

Bråk gör man liknämninga.

Huru stor del är $\frac{4}{3}$ m. af $\frac{5}{6}$ m. eller $\frac{8}{15}$ af $\frac{15}{18}$? Då $\frac{1}{18}$ är $\frac{1}{15} \cdot \frac{5}{18}$, så måste $\frac{8}{15}$ vara $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{18}$ eller $\frac{4}{3}$ är $\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6}$.

Först efter behandlingen af multiplikation och division i bråk är det förf:s mening, att man skall öfvergå till decimalbråken.

* * *

Hvad nu först beträffar förf:s sega fasthållande vid den ursprungliga heltalsuppfattningen af multiplikation och division med särskildt betonande af att multiplikation skall öka och division minska, så må man väl säga, att nu, när det är fråga om att öfvergå till ett nytt fall, man icke har skäl att fasthålla och inpräglä ett oväsentligt kännetecken, som åtskiljer. Det är ungefär, som om man skulle säga: Talen (de hela) bildas genom att till enheten lägga nya enheter, hvarigenom de blifva allt större, således är talet $\frac{3}{4}$ en orimlighet.

När förf. fördömer metoden att lösa bråktalsproblem genom att hänvisa barnen till analoga uppgifter med hela tal och kallar detta en konstregel, så gör han sig skyldig till ett förbiseende. Det finnes uppenbarligen uppgifter, som på de båda områdena motsvara hvarandra. När man har en mängd och enhetens värde är på något sätt uttryckt i tal, så kan man söka mängdens värde. Detta är *multiplikation, vare sig talen äro hela eller brutna*. När man har en mängds storlek och dessutom mängdens värde på något sätt uttryckt i tal, så kan man söka enhetens värde. Detta är *division af delningstypen*. Om man har två mängder af samma slag, så kan man söka deras förhållande. Detta är *division af innehållstypen*. Här hafva vi ett samband i realiteten, ett saksammanhang, som quatuorspeciessystemet vill tillgodose. I stället för att nu, vid öfvergången till bråkläran, söka utveckla räknesättens definition på ett naturligt och lättfattligt sätt, så bryter förf. sönder räknesätten, i tanke att han därmed skall fylla barnens behof att »alltjämt hafva kännning af att räkningen är till för det sakligas skull».

Men månne nu en dylik utveckling af föreställningen om räknesätten vid öfvergången till bråk skall vara en så stor »Stein des Anstosses», som hr Dahlgren menar?

När jag kommer in i en handelsbod och köper 24 m. kläde till ett pris af 5 kr. pr m., så mäter handelsmannen upp den ena metern efter den andra, ända tills han får 24 m. Om jag icke kan multiplicera, så gör jag med mina 5 kr. precis som handelsmannen med meterna: jag lägger upp summan 24 gånger, och så har jag betalt varan. Köper jag åter 3 m. 7 dm. eller 3,7 m., så mäter handelsmannen upp de 3 meterna, lägger meterstocken utefter den fjärde, som han sålunda får indelad i tiondelar, och tager med 7 af dem. Jag måste nu göra precis på samma sätt med 5-kronorna: 3 måste jag taga hela, af den fjärde måste jag taga 7 tiondelar, men det kan jag göra så, att jag tar en tiondel af hvarje krona eller 0,5 kr., och så tager detta 7 gånger = 3,5 kr. Jag säger då, att jag tagit $3,7 \times 5$ kr. = 18,5 kr.

Häraf framgår ju, att, när jag säger ggr och multiplikatorn är ett brutet tal, *gånger* måste betyda *af*. Läser jag nu i ofvanskrifna uppgift multiplikatorn som tiondelar, så säger jag, att jag tagit 37 tiondelar af 5 kr. Att härvid $0,1 \times 5 \text{ kr.} = 5 \text{ kr.} : 10$, är något att lägga märke till, ej något som kan afskräcka. Två olika räkningar mötas i en punkt, där de uppenbarligen betyda samma sak. Men att »råda bot på den villervalla, som uppstår därigenom, att barnen nu läras att beräkna $\frac{1}{n}$ af en storhet (a) på två skilda sätt»¹, synes hafva gifvit uppslaget till hela reformplanen. — Hur förf. tänkt sig att $\frac{1}{n} \cdot a$ skall beräknas genom hänvisning till division i hela tal för det fall, att a är ett brutet tal, därom har han lämnat läsaren i okunnighet.

Att utveckla reglerna för ofvan antydda räkning särskildt för decimaler lär väl icke vålla någon svårighet. Man vill t. ex. beräkna vikten af 3,45 l. sprit, då man vet, att hvarje liter väger 0,79 kg.

3 l.	$3 \cdot 0,79 \text{ kg.}$	$2,37 \text{ kg.}$	eller hellre	395
0,4 l.	$4 \cdot 0,079 \text{ kg.}$	$0,316 \text{ kg.}$		316
0,05 l.	$5 \cdot 0,0079 \text{ kg.}$	$0,0395 \text{ kg.}$		<u>2,37</u>
		$2,7255 \text{ kg.}$		<u>2,7255</u>

för att bibehålla likformigheten med heltalsräkningen. Här har man nu fasthållit sammanhanget i multiplikationsbegreppet mellan heltalsmultiplikationen $3 \cdot 0,79$ och bråkmultiplikationen $0,4 \cdot 0,79$ o. s. v., i stället för att med förf. nödgas fatta räkningen som bråkdelsberäkning $\frac{345}{100}$ af 0,79. — Hvilket vore mer pedagogiskt och enkelt, om man har att beräkna omkostnaderna för $10\frac{1}{2}$ månader efter ett visst månadspris: att taga detta pris 10 gånger och öka detta med hälften af månadspriset eller att taga $\frac{21}{2}$ af månadspriset?

I fråga om behandlingen af delningsdivision kunna vi

¹ Anf. st., sid. 8.

lägga märke till följande. Om 14 l. kvicksilfver befinnes väga 190,4 kg., så får man vikten af 1 l. = 190,4 kg : 14 = 13,6 kg., hvarvid man fått ett sådant tal, att det, taget 14 ggr, återger 190,4 kg. — Om åter 18,4 l. kvicksilfver väger 250,24 kg. och man vill veta vikten af hvarje liter, så sökes tydligen ett tal, som återger 250,24 kg., om det tages 18,4 ggr eller om man tager 184 tiondelar af detsamma. Följa vi nu förf:s förslag, så taga vi 184-delen af 250,24 kg. för att få reda på tiondelen af det sökta talet samt taga resultatet 10 ggr eller, som han hellre vill, i omvänd ordning 10 · 250,24 och 184-delen däraf. Men detta är just vår gamla regel: flytta decimalkommat i divisor och dividend (här 1 steg till höger), så att divisorn blir helt tal, och utför sedan divisionen. — En liknande iakttagelse kan göras beträffande förf:s allmänna metod för att finna storheten, då $\frac{m}{n}$ af storheten är bekant:

$$\begin{array}{l} \frac{m}{n} \text{ af storheten är } a \\ \frac{1}{n} \text{ » » » } \frac{1}{m} \cdot a \\ \frac{n}{n} \text{ » » » } \frac{n}{m} \cdot a. \end{array}$$

Han tillägger: »Sedan många exempel blifvit föremål för sådan fullständig behandling, blir det lätt för barnet att lära sig att genast teckna uppgiften med $\frac{n}{m} \cdot a$ ». Hvad är detta annat än den gamla regeln att vända upp och ned på divisorn med »dess trolldomsartade räkneförlopp»?¹ Man må gärna klargöra för lärjungen räkningens förlopp med hur många exempel som helst medelst »resonemangsmetod», och därtill kunde ju förf:s utveckling lämpa sig, men detta innebär intet skäl att sönderbryta räknesättet eller förkättra bepröfvade regler. Det fördömliga ligger icke i de gamla räkne-

¹ Anf. st., sid. 13 och 14.

sätten och deras regler, utan däri, att vi ofta icke haft förmåga att i undervisningen utreda deras betydelse.

Öfvergå vi nu till det andra slaget af division (nämligen division af innehållstypen), så kunna vi taga i betraktande de uppgifter, förf. behandlar.

1. *Ett hjuls omkrets är $3\frac{2}{3}$ m. Huru många hvarf gör det på en vägsträcka af 180 m.?*

Då för hvarje hvarf, som hjulet gör, omkretsen $3\frac{2}{3}$ m. tas bort från vägen, så får jag så många hvarf, som $3\frac{2}{3}$ m. upprepadt kan subtraheras från 180 m. Då kan det bli ett öfverskott, som är mindre än $3\frac{2}{3}$ m., hvarvid det gäller att undersöka, till huru stor del $3\frac{2}{3}$ m. innehålles i resten. Detta är nu innehållsberäkningens begrepp, som äger sin tillämplighet, vare sig dividenden är $>$ eller $<$ divisorn; men förf. uppdelar märkvärdigt nog räkningen i två slag, som han benämner i förra fallet innehållsberäkning, i det senare förhållandeberäkning. Men det finnes i själfva verket ingen skillnad mellan dessa beräkningar, som båda afse att finna, huru många gånger eller till hur stor del divisorn innehålles i dividenden, och båda sålunda afse att finna förhållandet.

Den ofvan skisserade räkningen vore alltför omständlig och tidsödande att utföra, hvarför man måste söka sig fram till ett praktiskt räknesätt, och vi följa här förf., som gör dividend och divisor liknämninga, hvarvid han får de lika nämnarna att bli öfverflödiga i räkningen.

$$180 \text{ m.} : 3\frac{2}{3} \text{ m.} = \frac{540}{3} \text{ m.} : \frac{11}{3} \text{ m.} = \frac{540}{11} = 49\frac{10}{11}.$$

Detta betyder, att $3\frac{2}{3}$ m. innehålles $49\frac{10}{11}$ ggr i vägen eller att jag får hela vägen, om jag tar $3\frac{2}{3}$ m. 49 gånger och därtill lägger $\frac{10}{11}$ af $3\frac{2}{3}$ m.

2. *Man skall bestämma, huru stor del $\frac{4}{9}$ m. är af $\frac{5}{6}$ m.*

$$\frac{4}{9} \text{ m.} : \frac{5}{6} \text{ m.} = \frac{8}{18} \text{ m.} : \frac{15}{18} \text{ m.} = \frac{8}{15} : \frac{4}{9} \text{ m.} \text{ är } \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{4} \text{ m.}$$

Metoden är identisk i de båda fallen, och det är verkligen omöjligt att fatta, huru förf. kan förklara det tankevid-

rigt, att vid innehållsdivisionen dividenden skulle kunna vara < divisorn. Saken är nog den, att han i förra fallet tror sig kunna hänvisa till ett heltalsräknesätt, i det han förbiser restens behandling, i det senare måste taga sin tillflykt till ett nytt betraktelsesätt, nämligen just det, som gör sig gällande i fråga om behandlingen af resten i det föregående fallet.

För att ytterligare framhäfva, huru föga man har skäl att uppskjuta behandlingen af decimaltal, vill jag äfven på nu sist berörda område lösa en uppgift med decimaler.

Ett fotogenfat uppgifves innehålla 140 kg. fotogen netto. Då denna olja väger 0,8 kg. pr l., huru många liter olja innehåller fatet?

Naturligtvis så många liter, som man kan uttaga 0,8 kg. ur hela vikten, således $140 \text{ kg.} : 0,8 \text{ kg.}$, eller om jag läser dividend och divisor i hg. $1400 : 8 = 175$. Därpå äfven här regeln att göra divisorn till helt tal, innan man utför räkningen.

Förf. omnämner, att på grund af svårigheterna vid bråkräkningen »lärare i t. o. m. väl lottade folkskolor yrka på att allmänna bråk icke må ingå i folkskolans räknekurs.»¹ Är detta icke en ytterligare maning att först se till, huruvida icke decimalräkningen, såsom jag här i några enstaka punkter framhållit, låter sig lätteligen behandla omedelbart efter de hela talen.

Det torde framgå af den nu gjorda granskningen, att förf. med sin reformplan icke uppnått sitt syfte att ersätta multiplikation och division i bråk med andra lättfattliga räknesätt utan att uppoffra det naturliga sammanhanget i uppgifterna, men att hans tankegång och beteckningar måhända (i den mån de icke äro vilseledande) kunna tjäna till ledning vid bråkräkningarnas utredande och reglernas successiva klarläggande.

Det synes icke heller vara förf:s mening att helt och hållet utmönstra de omnämnda räknesätten, enär han till sist

¹ Anf. st., sid. 8.

säger: »Det är tvärtom min mening, att hvar och en, som skall tillägna sig en mera fullständig matematisk utbildning, förr eller senare må taga del af multiplikation och division under de mera vida definitioner, som vetenskapen anlägger på dessa räknesätt. Hvad som ledt mina tankar, är frågan, huru räknelagarna bäst böra sammanställas från undervisningens synpunkt med särskild hänsyn till de räknebehof och den förståndsmognad, som förefinnas inom folkskolan.»¹

Härvid kan man väl anmärka, att, enär det är en demokratisk hjärteangelägenhet att göra folkskolan till en botten-skola, man gör demokratien och kanske också vetenskapen en dålig tjänst, om man i skolan utvecklar föreställningar och definitioner, som sedan på ett högre stadium måste öfvergifvas och ersättas med andra.

Härmed har jag kommit till slutet på dessa betraktelser och skulle vilja på det sättet sammanfatta resultatet af dem, att så länge man icke ur de sista årens debatt kan framdraga mera öfvertygande inlägg än det här granskade, man helst torde böra uppskjuta »eine weitgehendere methodische Umlegung der elementaren Arithmetik, wobei die auf die geringste Zahl reduzierten Kategorien der Wissenschaft ganz oder teilweise verlassen werden müssen.»² Sveriges lärare hafva nog ännu grundadt skäl att stanna vid de gamla quatuor species och hålla sig till den vägande auktoriteten hos de män, som nu för 45 år sedan på Kungl. Maj:ts kallelse sammanträdde i den s. k. Lärobokskommissionen.

¹ Anf. st., sid. 26.

² Pedagog. Tidskr. 1911, sid. 61.