jande om flera landsmän, särskildt bland herrar lärare, ville låta inskrifva sig och därigenom befordra framgången af det goda verket, på samma gång som det vore ett värdigt sätt att visa sympatier för franska språket. Minsta årsafgiften är 6 francs, och hvarje ny medlem mottages med tacksamhet. Jämte uppgift på insändarens namn och stånd, bör minst sagda summa öfversändas i postanvisning under adress:

Monsieur *Mayrargues*,
Trésorier de l'Alliance Française
2, Rue Saint-Simon
Paris.

I öfrigt åtager sig undertecknad med nöje att vara medlare samt att på anmodan öfversända stadgar och lämna önskade upplysningar.

Gotthard Gullberg,
Lektor vid h. allm. läroverket i Kalmar.

Lindman, Chr. Fr., *Euklides' fyra första böcker med smärre förändringar och tillägg. Femte uppl. Sthlm 1884. Hj. Kinbergs förlagsexpedition. Pris kartonerad 1: 75.*

Amanuensen Eneström uppgifver (Acta matem. IV,4), att öfver 58 upplagor af Euklides' elementa utkommit på svenska språket, men af dessa torde de flesta numera vara för undervisningen af ingen betydelse. I de skolor, där elementarmatematiken ännu studeras efter Euklides, förekomma, så vidt oss är bekant, endast 3 olika upplagor, nämligen Strömers, Bråkenhjelms och på sista tiden Lindmans.

Denna sistnämda torde visserligen under sin mer än sextonåriga tillvaro redan vara så tillräckligt känd för de flesta lärare i matematik, att någon vidlyftigare anmälan af den nyligen utkomna femte upplagan knappast kan anses vara af nöden. Som emellertid ingen af de föregående upplagorna blifvit recenserad i Pedagogisk Tidskrift, så torde det dock kanhända ej vara alldeles utan nytta att för denna tidskrifts läsare framlägga en redogörelse för denna i många afseenden utmärkta Euklides-edition, i synnerhet som detta äfven skall gifva oss tillfälle till några allmänna reflexioner om elementarmatematikens studium och de ledande principer, som i olika författares arbeten häröfver sökt göra sig gällande.

En bland de frågor, hvarom olika åsigter hos olika författare mest förekommit, är angående de propositioners ställning och betydelse, som af Euklides benämnas "problem". Euklides utgår, såsom bekant, från den åsigten, att man vid beviset af en sats aldrig får begagna sig af någon konstruktion eller dylikt, om hvilken man ej förut antingen i ett postulat antagit, att den kan utföras, eller i ett problem visat, på hvad sätt ett sådant utförande är möjligt. På denna stränga fordran hafva ofta senare läroboksförfattare lossat, och detta ofta i den grad, att de satt problemen efter alla bokens öfriga satser, måhända för att därigenom få en mera systematisk och öfversigtlig anordning af bokens teoremer.

Redan Strömer, som annars i alla afseenden följer den euklideiska metoden, inför i sin upplaga utom de rent euklideiska bevisen för I: 5 och I: 8 äfven andra bevis, hvari han ej längre håller fast vid denna regel i hela dess stränghet.

Härigenom lösryckas så att säga problemen ur bokens system och likasom reduceras till blott mekaniska hjälpmedel för figurers uppritande. En sådan synpunkt för problemens betraktande synes äfven i viss mån göra sig gällande hos Lindman, såsom då han i en anmärkning till I: 11 säger:

"Skulle den gifna punkten vara liniens ändpunkt, så måste hon utdragas, om förestående lösning skall kunna användas. Ligger därför punkten i taflans eller papperets kant, och linien således ej *kan* utdragas åt det hållet, så är det i propositionen uppgifna förfarandet oanvändbart. Hur man då bör göra, visas framdeles."

Här är enligt vårt förmenande en missuppfattning: de euklideiska satserna gälla icke om några på "taflan" eller "papperet" uppritade figurer, utan om figurer belägna i det genom postulat och axiom jämte några tysta antaganden (se Riemann, Ueber die Hypotesen etc.) definierade *"euklideiska rummet"*, och detta är enl. postulat 2 så beskaffadt, att en rät linie *kan* utdragas åt båda sidor, den må nu ligga i papperets kant eller ej. På samma grunder kunna vi ej erkänna det berättigade i att, annat än såsom bildlikt, begagna det ofta (dock ej af Lindman) använda uttrycket, att den euklideiska geometrien är den som blott använder passare och lineal, hvarför äfven anmärkningen hos Lindman sid. 7 om att med "cirkel" äfven förstås ett verktyg, ej är på sin plats bland geometriska definitioner.

Återvända vi nu till den ofvan nämda tvistefrågan om problemens ställning och betrakta saken från rent logisk ståndpunkt, så finna vi, att det för att medels en konstruktion bevisa en sats visserligen ej kan anses fullt nödvändigt att i detalj veta, *huru* denna medels den räta linien och cirkeln skall utföras, men än säkrare är, att det är nödvändigt att öfvertyga sig om, att den på grund af det euklideiska rummets beskaffenhet måste *kunna* utföras. Annars skulle jag ju för att bevisa t. ex. en sats om en fyrhörning kunna säga: "Ty lägg en cirkel genom de fyra spetsarne etc." Och i de allra flesta fall blir just det detaljerade utförandet hos Euklides det bästa medlet att öfvertyga sig om konstruktionens möjlighet.

Sålunda försöker Strömer i sitt bevis för I: 5 att på annan väg öfvertyga sig om möjligheten af vinkelns midtitudelning, innan han använder densamma. Huru öfvertygande hans metod i själfva verket är, må för närvarande lämnas därhän; vare det nog sagdt, att den i själfva verket stöder sig på kontinuitet hos *vinklar*, en egenskap som hos *linier* oupphörligt förutsättes af Euklides själf; måhända skulle dock mången varit mindre villig att följa honom, om han behöft dela vinkeln i tre lika delar, om hvilket man dock på detta stadium måste säga, att det är lika möjligt.

Detta bevis för satsen har nu Lindman öfvergifvit, men i stället använder han ett annat, hvari han begagnar den af Strömer i satsen I: 8 införda och äfven i denna sats af förf. upptagna metoden att *flytta* triangeln och lägga den på ett annat ställe i planet. Äfven häremot kan anmärkas, att det ej är fullt euklideiskt strikt, enär vi ännu ej lärt oss att *flytta* en triangel, d. v. s. att på ett gifvet ställe upprita en triangel, som är kongruent med en annan, hvilket först läres i 22:dra (och 23:dje) satsen. Dock är detta tillvägagående endast hårfint skildt från det som Euklides själf vid kongruensfallens bevisning begagnar, då han säger: "ty om den ena triangeln lägges på den andra etc."; och äfven anser man (med Riemann) just figurers flyttbarhet vara ett af de axiom ["Hypotesen" (Riemann), "Thatsachen" (Helmholtz)], som ligga till grund för den euklideiska geometrien, och fordran därpå ligger äfven implicite uttryckt i *kongruensens* definition. Likväl vilja vi hemställa, om ej beviset än mer skulle vinna i både skärpa och klarhet genom att man helt och hållet undviker denna flyttningsprocess och blott säger: "Vi hafva två trianglar ABC och ACB, hvarest två sidor och mellanliggande vinkel i den ena äro resp. lika med två sidor och mellanliggande vinkel i den andra etc."

Men om man blott gör detta antagande om förflyttningens möjlighet, så afviker förf., så vidt vi funnit, ej på något ställe från den euklideiska åsigten om den roll, som problemen böra spela vid bevisning af ett teorem, hvadan de af honom själf gjorda eller ur andra källor upptagna bevisen hvad stringensen beträffar alldeles ej stå tillbaka för de ursprungliga, och i elegans ofta i hög grad öfverträffa dem.

Det torde vara nästan öfverflödigt att nämna, att ej alla de tysta förutsättningarna för den euklideiska geometrien äro uttalade bland axiom och definitioner, äfvensom att många saker tagas direkte ur åskådningen (såsom t. ex. att cirklarne råkas i bevisen för I: 1 och I: 22) utan att hänföras till sina yttersta principer: dessa tysta antaganden om kontinuitet m. m.; ty för att utföra ett sådant, mycket abstrakt arbete vore naturligen en lärobok alldeles icke rätta platsen: det skulle kanske rent af gjort arbetet obrukbart för sitt ändamål. Ej häller har förf. gjort några mer betydande förändringar i de vanliga definitionerna och axiomen. Det tolfte af dessa senare tages så som redan Strömer föreslagit, och detta torde väl äfven vara den bästa formen för detsamma, d. v. s. den form, i hvilken det mest förefaller själfklart och därjämte ger den tydligaste bild af den egenskap hos rummet som det uttrycker; då det ej gärna låter sig göra att i en elementarlärobok betrakta den parallela linien såsom ett gränsfall.

Däremot hade det måhända ej varit alldeles olämpligt att i inledningen (hvilken enl. förf. alldeles ej är afsedd att läsas före det andra) nämna några ord om dessa saker, såsom att Euklides äfven förutsätter andra axiom än de direkt uttalade m. m. Mot denna inledning skulle vi för resten vilja göra en annan anmärkning: Likasom alla sina föregångare gör förf. en skarp skilnad mellan direkta och indirekta bevis, och anmärker, att de senare blott användas, när ett direkt bevis ej står att erhålla. Oss har det alltid förefallit så som om hela denna skilnad i själfva verket vore en obetydlig formsak; och de allra flesta indirekta bevis kunna äfven genom en obetydlig formförändring förvandlas till direkta. Om man t. ex. (direkt) bevisar, att tvänne punkter (linier o. s. v.) sammanfalla, därigenom att man visar att den linie (resp. vinkel), som åtskiljer dem, är $= 0$, eller om man (den indirekta vägen) visar, att de ej kunna vara åtskilda, så är detta ju i själfva verket ingen väsentlig skilnad, och vi se häller ingen orsak att alltid föredraga den förra metoden, då ofta den senare både är lättfattligare och i klarare ljus framställer förhållandet mellan grund och följd, då den alltid äfven visar hvad följden skulle blifva, om förhållandet vore motsatt mot hvad som skall bevisas ega rum. Egendomligt är ock, att förf:s goda omdöme ledt honom till att äfven, enligt vår mening just på rätta stället, frångå denna princip att blott i nödfall begagna indirekta bevis, ty intet vore t. ex. lättare än att finna direkta dylika för t. ex. I: 6 eller III: 11 och 12, likaväl som t. ex. för III: 10, hvars direkta bevis just är en dylik formförändring af det vanliga indirekta. Här inses bäst, huru rent formel skilnaden är mellan det direkta och det indirekta beviset, hvilket för resten äfven rent logiskt är klart därigenom, att det senare ej är annat än det direkta beviset för demonstrandi rena kontraposition.

Härmed hafva vi nu uttalat hvad som är att säga om själfva de ledande principerna i boken. Beträffande utförandet och detaljerna är nästan endast godt att säga, och säkerligen har förf. skaffat oss den för skolbruk bästa och användbaraste Euklidesedition vi ega. De vackra bevisen för andra bokens satser, äfvensom de i texten tillagda satserna och det särskilda tillägget, förtjäna särskildt att nämnas. I det sistnämda har förf. just lyckats finna verkligt karaktäristiska exempel, som böra vara ynglingen till mycken nytta vid problemlösning på egen hand. Hvad bevisens yttre form beträffar, har förf. visserligen användt de vanliga tecknen (+, —, =, ∧, △, ≌ o. s. v.), men i öfrigt likasom Strömer gifvit bevisen blott form af vanlig text, ej såsom t. ex. Bråkenhjelm skrifvit dem rent af såsom man brukar skrifva algebraiska formler. Oss synes visserligen den senare metoden erbjuda vissa fördelar för undervisningen, såsom större lätthet för eleven att sammanhålla beviset, men då den dock aldrig brukas i moderna vetenskapligt geometriska arbeten, så kan väl detta vara ett skäl att ej häller använda den i skolorna. Anmärkas bör dock, att väl de flesta lärare hälst vilja hafva lärjungarnes geometriska uppsatser skrifna enligt denna metod.

Till några klandrande speciela anmärkningar ger boken mycket liten anledning. De skulle hufvudsakligen angå några mindre väl funna definitioner, såsom t. ex. att "figur är 'det' som är inneslutet inom en eller flera gränser". Uttrycket "utom cirkellinien" (sid. 7) har en betydelse som alls ej är analog med uttrycket "utom linien EC" sid. 64. Att "linier äro det yttersta af en yta" måste anses såsom en misslyckad definition, hvilket klarast framgår om man t. ex. tänker sig en sferisk yta.

För satsen III: 25 är ett något krångligare bevis än nödvändigt upptaget. I fjärde boken hade måhända äfven några ord kunnat nämnas om stjärnformiga inskrifna figurer.

Sista raden af III: 7 koroll. 2 hade måhända bort bevisas.

Sid. 104 anm. 2 äro ej tillräckliga skäl gifna för att berättiga uttrycket "*endast* de månghörningar etc."

Bokens tryck och papper äro ordinära, priset ungefär lagom, och tryckfelen ej många eller synnerligt vilseledande.

Ad. Meyer.

C. G. Morén. *Tysk Läsebok. Med anmärkningar och Ordbok.*

Sedan undervisningen i språk vid våra allmänna läroverk allt mer utvecklat sig i den riktningen, att grammatisk insigt ej längre anses för ett mål, som på bekostnad af andra bör göras