

sätt finna vi undervisnings-väsendet ordnad i hela Frankrike, till och med i Alger, som utgör en "akademi" för sig sjelft.

Lyceernas antal bestiger sig till 74 *). Summan af deras lärjungar utgjorde 1866: 34,442 och visade sig i oafbrutet stigande, så att lärjungarne 1866 utgjorde 1,812 flera än nästföregående året; och 1865 åter 1,179 flera än år 1864; 1853 hade antalet utgjort 20,361. Lyceer och kommunal-colleger hade 1866 tillsammans 67,705 lärjungar, deraf 17,164 ingått på den real-linie, "l'enseignement secondaire spécial", som ministern för ett par år sedan inrättade, sedan man redan hunnit blifva missnöjd med den "bifurcation" inom läroverken, som i Frankrike egt bestånd sedan 1852 **).

C. F. WIBERG.

X. Om skolundervisningen i Matematik.

Matematiken ansågs redan hos Grekerna på den tid, då deras kultur stod i sin skönaste blomstring, såsom en nödvändig förberedelse för världsvisheten, och har väl sedermera i alla tider betraktats såsom det undervisningsämne, som företrädesvis är egnadt att befordra den förståndsutveckling, som hvarje skola vill meddela den bildningssökande lärjungen. Liksom för all skolundervisning denna utveckling af förståndet eller af förmågan att med säkerhet bilda begrepp och slutledningar bör utgöra den hufvudsynpunkt, dit alla bemödanden skola riktas, så bör äfven särskilt den matematiska skolundervisningen så ordnas, att den i första rummet afser befordrandet af den *bildning*, som den till följd af sina inneboende egenskaper i så hög grad förmår meddela. Men begreppet *bildning*, som, i och för sig betraktadt, icke kan vara mångtydigt, har likväl under olika tidpunkter af den menskliga utvecklingen blifvit på olika sätt tolkadt, det har så att säga haft olika grader, som varit beroende af den höjd, hvartill inom de civiliserade folken vetandet i allmänhet och särskilda vetenskaper i synnerhet förmått uppdrifva odlingen. Så hafva

*) Enligt den ministeriella berättelse, som i "revue de l'instr. publ." den 26 Mars 1868 finnes aftryckt efter "Monitören" för den 18 Mars, skall deras antal vara 81. De uppgingo år 1809 till 35, 1830 till 38, 1848 till 53. — Lärjungarnes antal var 1867, enl. samma berättelse, 36,112. [Red. anm.]

***) Vi skola nästa gång till denna fråga återkomma, men tillåta oss emellertid hänvisa till Gefle läroverks program för 1864, som redogör för de äldre förhållandena, hvilka, såsom man finner, likna våra närvarande.

för exempel, hvad den matematiska vetenskapen angår, under olika perioder olika måttstockar begagnats för bestämmandet af den kunskapsgrad, som bör inhemtas af hvar och en, som i detta kunskapsämne gör anspråk på att besitta allmän bildning.

För hvarje nytt steg framåt, som vetenskapen tagit, har deterfordrats längre eller kortare tidrymd för att inpassa den nya länken i bildningens kedja, ja ofta hafva många årtionden förflutit, innan man kommit till fullt medvetande af den utveckling, som verkligen försiggått. Det har äfven inträffat att vissa kulturfolk redan hunnit, om man så får säga, assimilera nya vetenskapliga framsteg med den allmänna bildningen, under det andra, som under mindre gynnsamma omständigheter bearbetat odlingens fält, endast haft en dunkel aning om hvad som inträffat. Vi vilje i det följande försöka göra en kort framställning af den matematiska skolundervisningen och skola dervid taga i betraktande: a) *huruvida den i allmänhet vunnit den utveckling, som betingas af de stora framsteg, som matematiken under det förflutna århundradet tagit*; b) *huruvida den Svenska skolundervisningen i matematik håller jemna steg med de öfriga kulturfolkens*; och c) *vilka medel böra användas för att gifva en behöflig lyftning åt den matematiska skolundervisningen*.

Hvad den första frågan beträffar, eller huruvida skolundervisningen i matematik i allmänhet vunnit den utveckling, som betingas af de stora framsteg, som matematiken under det sist förflutna århundradet gjort, så beror dess besvarande huvudsakligen på den åtskillnad, som göres emellan *elementar-matematik* och hvad man kallar *högre matematik*. Men dessa båda begrepp tillhöra just antalet af de föränderliga så till vida, att åtskilliga discipliner, som en föregående tidsålder räknat till den sednare sferen, hänföras af en efterföljande till den förra; ja det kan till och med inträffa, att under samma tidsperiod en och samma disciplin hänföres af några skolor till den förra, af andra till den senare kretsen. Så anses t. ex. för närvarande differential- och integral-räkningens elementer tillhöra den högre matematiken; men hvem vågar väl påstå, att icke den tid kan komma, då deras elementer komma att meddelas i den så kallade elementarskolan. Man behöfver visserligen icke gå så långt tillbaka i tiden, som till Thales' och Pytagoras' eller Euklidis, Archimedis och Diofantus' tidevarf, ja icke ens till Descartes', Leibnitz' och Newtons, för att märka, huru omfånget af de matematiska lärorenar, som ansetts tillhöra elementarstudierna, under tidernas lopp förändrats. Sedan Napier år 1614 uppfunnit logarit-

merna, tillhörde beräkningen med logaritmer ännu långt der-
 efter icke elementar-skolestudierna och utgör likväl numera
 ett så viktigt ämne just för dessa studier. Till hvad nu blifvit
 anført bör likväl läggas, att vissa discipliner, och dessa ofta
 de betydelsefullaste, redan vid sitt första framträdande för
 det mensklige medvetandet, uppstått med den klarhet och bestäm-
 dhet, att de inom en jmförelsevis kort tid så mycket
 inträngt i det allmänna medvetandet, att de ansetts böra
 tillhöra kretsen af elementarskolans lärogrenar. Men det är
 framför allt denna egenskap af klarhet och bestämdhet, som,
 jemte dess betydelse för den mensklige bildningens utveckling,
 gör en lärogren vigtig såsom ämne för elementarstudiet, och
 det är först sedan ett nytt läroämne, hvars vigt och betydelse
 för bildningen redan lång tid varit obestriddig, hunnit utbildas
 till en sådan klarhet och bestämdhet i formelt hänseende, att
 det kan kallas *lättfattligt*, som det inrymmes bland elementar-
 skolans läroämnen. Hvem kan väl bestrida den stora vigt
 och betydelse differential- och integral-räkningen har för bild-
 ningen, och hvem är väl okunnig om hvilka stora resultat
 vunnits genom dess tillämpning i alla vetenskapsgrenar, der
 matematiska beräkningar finna någon användning; men dock
 hafva redan mer än 200 år förflutit sedan Cartesii, Leibnitz'
 och Newtons, och 100 år sedan Eulers tidsålder, utan att denna
 del af den matematiska vetenskapen ens till sina första ele-
 menter hunnit inkomma i elementarskolans lärosalar.

Vända vi nu blicken åt Geometrins fält, så upptäcka vi
 redan långt tillbaka i tiden, omkring 250 och 300 år före den
 kristna tideräkningen, två mäktiga snillen, Archimedes och
 Euklides, af hvilka den senare i öfver 20 sekler suttit såsom
 herrskare inom skolan, och hvilkens böcker under hela tiden
 utgjort och ännu utgöra grundvalen för geometrins studium.
 Först under sistförflutna årtionden har geometrien genom Chasles
 vunnit en utveckling, som framträdt med den klarhet och
 bestämdhet i formen, att den ansetts nog lättfattlig, att re-
 dan under Chasles', skaparens af den nya geometrin, lifstid
 upptagas ibland elementarskolans läroämnen.

Men huru bemöta den invändning, som lätteligen fram-
 ställes mot hvarje fråga om utvidgning af skolans läroämnen:
 hvar skall tid tagas för att inom elementarskolan, som redan
 dignar under massan af läroämnen, som der trängas om rum-
 met, kunna lära all denna matematik, för den händelse man
 skulle vilja dit förlägga elementerna af hvarje ny framspirande
 lärogren? Men mot detta inkast hafva vi svaret i beredskap.
 Samtidigt med hvarje duglig tillväxt på bildningens träd stär-
 kes äfven stammen och vidgas utsigten öfver fältet. En för

lärjungen klar och lättfattlig framställning af en för honom förut obekant del af den matematiska vetenskapen lättar öfversigten af det förut inhemtade och vidgar hans blick samt ökar hans håg till fortsatta studier. För att välja ett nära till hands liggande exempel, våga vi tryggt påstå, att den tid, som inom skolan användes för att vidga lärjungens synkrets och rikta hans blickar åt en för honom tillföre obekant del af matematikens fält, är långt bättre använd och medför mycket större förråd af verklig och säker bildning, än det ändlösa räknandet af sins emellan likartade öfnings-exempel, hvaraf våra matematiska läroböcker till en förvånande mängd öfverflöda, och hvilka öfnings-exempel till en stor del äro framställda under en form, som är ingenting mindre än klar och lättfattlig. Vi bestrida visserligen icke vigten af väl valda öfnings-exempel, men vi vilje på det bestämdaste motsätta oss det missbruk, som dermed dagligen bedrifves i våra skolor, der lärjungarna tvingas att göra många beräkningar, som aldrig under så invecklad form förekomma i det praktiska lifvet, eller, om de skulle i en framtid möta honom, af honom efter vunnen större insigt lösas på vida enklare och ändamålsenligare väg. Någon del af den tid, som användes för den all sjelfständig tankekraft dödande beräkningen af de tusentals siffer-exempel, hvarpå våra moderna räkneböcker öfverflöda, kan sannerligen bättre användas för lärjungens matematiska bildning.

Men vi vänte ännu en annan invändning mot hvad vi ofvan anført med afseende på vidgandet af lärjungens matematiska insigter. Huru många lärjungar, säger man, komma i en framtid att draga nytta af sina förvärfvade högre insigter i matematik, huru få äro icke de lärjungar inom en skola, som blifva matematiker? Finnes någon eller några af lärjungarna inom en skola, som har större matematiska anlag, så bana sig dessa anlag väg till vidare utveckling, äfven om hans insigter under skoltiden icke blifvit till denna grad utvecklade. Vi äro villige att medgifva, att någon sanning ligger i denna invändning, men vi kunna för ingen del underskrifva den slutföljd, som man derifrån förmodligen vill leda sig till, att nemligen skoltiden borde bättre användas, än till sådana opraktiska kunskapers inhemtande. Liksom en människas förståndsutveckling och bildning icke är kommensurabel med den praktiska nytta och skenbara lekamliga fördel, man anser henne dermed hafva vunnit, så torde ingen med bestämdhet vilja påstå, att det ena eller andra läroämnet bidragit så eller så mycket till en viss gifven bildad persons andliga uppfostran och utveckling. Låt invändaren till och

med antaga, att denna uppgifna person, som sedermera i det praktiska lifvet aldrig kommit i tillfälle att tillämpa sina i skolan förvärfvade större insigter i matematik, under sina olikartade sysselsättningar glömt största delen af hvad han i det afseendet inhemtat, nödgas han dock medgifva, att den skärpa i omdömeskraft, den säkerhet i slutkonst, som denna person ostridligen besitter, till en stor del grundar sig på den stränghet och noggrannhet i bevisning, hvartill han leddes genom sina matematiska skolstudier.

Genom den stora utveckling, som den så kallade högre analysen under innevarande århundrade vunnit och genom den klarhet och lättfattlighet, hvartill den formella framställningen af densamma genom en Lagrange's, Poisson's, Cauchy's m. fl. arbeten kommit, anse vi således tiden snart vara kommen, om den icke redan är inne, att göra elementarskolans lärjungar delaktiga af de fördelar, som inhemtandet af de första elementerna i detta vetenskapsämne otvifvelaktigt bör medföra. Hvad geometrin angår, måste de kulturländer, som ej i elementarstudierna infört den nyare geometris elementer, nödvändigt införa desamma, så framt de vilja fortfara att följa med öfriga länder vid detta bildningsfältets bearbetande.

Hvad den andra frågan vidkommer eller huruvida den svenska skolundervisningen i matematik håller jemna steg med de öfriga europeiska kulturfolkens, vilja vi anställa en jmförande granskning mellan det matematiska undervisnings-sättet hos oss och i andra länder, der denna undervisning nått en jmförelsevis hög utveckling, såsom i Danmark, Tyskland och Frankrike. Betrakta vi då först den aritmetiska undervisningen sådan den vanligen bedrifves i våra skolor, så finna vi att den största delen af de matematiska lärotimmarne användes till den i det föregående omnämnda räkningen af öfnings-exempel, inledd genom en i minnet inpräglad regel. Framför allt under de första skolåren är denna mekaniska räkning särdeles betungande för lärjungarna, som måste genomgå alla i läroboken magasinerade exemplen och ej få lemna något utaf dem, förrän det erhållna resultatet är i full öfverensstämmelse med det i lärarens facitbok upptagna svaret. Är räkneuppgiften framställd med ord, så äro ordalagen ofta så svårfattliga, att lärjungen, om han missförstått ordalydelsen, får göra många olika försök, för att träffa rätta sättet för beräkning af den konstiga uppgiften. Den lärjunge är naturligtvis den största räknemästaren, som räknat det största antalet dylika exempel. Vill man med honom anställa förhör för att utröna hans insigter rörande de egenskaper hos talen, hvarom han till följd af de räkneöfningar, som sysselsätta

honom, nödvändigt borde ega kännedom, eller rörande grunderna för det räknesätt, som han nyss användt, så finner man honom gemenligen svarslös. Vi tro visserligen, att några få undantag från detta sätt att meddela de första elementerna af aritmetiken finnas, men att vanliga undervisningssättet är sådant, vi nu antydt, derom äro vi förvissade och derom vittna tillräckligt de vid den första aritmetiska undervisningen mest använda läroböckerna. Efter att under de första fyra klasserna hafva hufvudsakligen öfvat sig i en massa siffer-exempel på användningen af de fyra enklaste räknesätten i hela tal och bråk, börjar lärjungen i femte klassen ånyo en repetitionskurs af samma fyra räknesätt. Men om han för de många och stora talens skull förut ej haft tid att tänka öfver tals betydelse, så får han nu godt tillfälle att deröfver anställa betraktelser. Våra läroböcker i algebra äro nemligen för lärjungen vid denna ålder alltför lärda. Lika menligt, som det är för undervisningen att oupphörligt räkna stora och långa siffer-exempel, lika farligt är det att med lärjungen ingå i djupsinniga filosofiska utläggningar, der han lätt förlorar tråden, särdeles om frågan, som skall undersökas, kan för honom tillräckligt tydligt förklaras på lika många rader, som dertill användas sidor af läroboken. Lärjungen omfattar med verkligt interesse blott det, som han fullständigt begriper, men fattar så lätt afsmak ock leda för ett ämne, då han införes i sådana tankeregioner, som ligga öfver hans förståndsutveckling. En bland de största svårigheter, som möta en matematisk läroboksförfattare, ligger just deruti, att han måste nedstiga till nybörjarens ståndpunkt och fattningsförmåga. Uppställningen måste göras enkel och lättfattlig och fortskridandet ske med så små steg, att äfven den svagaste lärjunge kan följa med utan att tröttnas genom en alltför stor utförlighet. Alla undersökningar, som endast interessera den egentliga matematikern, böra alldeles uteslutas, ty om än några lärjungar med större fallenhet för matematik kunna deraf draga fördel, så utgöra dessa öfver allt ett fåtal, och det stora flertalet vinnes bestämdt icke för matematiken genom dylika undersökningar. Huru många med utmärkta förstånds gåfvor utrustade ynglingar hafva deremot icke blifvit vända från matematiken af en felaktig vägledning under deras första osäkra steg på detta vetenskapsfält? Huru mången till själs gåfvor rikt utrustad man vet ej ännu att berätta, huru han under sina första skolår fick en oöfvervinnelig afsmak för det matematiska studiet och ansåg sig aldrig kunna lära denna vetenskap? Härmed vare dock ej sagdt, att icke läroboken skall strängt vidhålla den mate-

matiska bevisningsmetoden. Tvärtom bör denna synpunkt fast hållas i sigte, och mycken sorgfällighet användas på bevisens utarbetande och på det logiska framskridandet från slutföljd till slutföljd.

Öfvergå vi nu till betraktelse af det hos oss vanliga sättet för meddelandet af geometrins elementer inom våra skolor, så finna vi, att vi just i sättet att meddela denna undervisning intaga en föråldrad och i andra länder redan för länge sedan öfvergifven ståndpunkt. I de flesta elementarskolor börjar man ännu hos oss den geometriska undervisningen med Euklidis elementa geometriæ, i lyckligare fall föregången af en mindre kurs i linearteckning, som äfven är beräknad såsom en förberedelse för undervisningen i frihandsteckning. Ingen, som har någon insigt i geometri, lärer väl på allvar vilja påstå, att dessa Euklidis böcker någonsin blifvit författade för lärjungar af den ålder och förståndsutveckling, som de i våra skolor ega vid den tidpunkt, då geometriska studiet börjar, och detta oaktadt har den utgjort den enda lärobok, som blifvit följd i våra skolor under nära nog ett helt århundrade. Visserligen läsas för närvarande i några skolor inom landet äfven af andra utgifna läroböcker i geometri, men de utgöra alla endast nya upplagor af Strömers Euklides, emedan de nästan utan undantag till den formella uppställningen dermed öfverensstämma. Vi hyse den åsigt, att detta sega vidhållandet vid en lärobok, som är alldeles olämplig för den första undervisningen, har mer än något annat verkat hämmande för geometrins utveckling och den geometriska undervisningens framgång inom vårt fädernesland. På annat sätt kan det icke förklaras, att vi i detta vetenskapsämne ännu befinna oss på en föråldrad ståndpunkt. Man behöfver blott besinna, att alla geometriska lärotimmar under nästan hela skoltiden användas för att genomgå Euklidis sex första böcker eller deremot svarande i en annan under samma form uppställd lärobok. Villigt måste man erkänna, att den geometriska undervisningen på de senaste åren tagit ett stort steg framåt och börjat bedrivas på helt annat sätt än tillföre, sedan skriftliga prof i geometri blifvit föreskrifna för maturitetsexamen. Men just dessa prof och de skriftliga öfningar under skoltiden, som dertill skola tjena såsom förberedelse, göra behöfvet af någon lämpligare lärobok så mycket mera kännbart. Hvad vi i det föregående redan anför, att lärjungar med utmärkta anlag för matematik besegrat de svårigheter, som felaktiga former ställt i deras väg, eger äfven i detta fall sin tillämpning, och Euklides hade kanske redan försvunnit från antalet af elementarskolans läroböcker, om icke just dessa,

som sedermera framstätt såsom utmärkta matematiker, vid flera tillfällen framhållit, att de haft den gamle Euklides att tacka för de första elementerna af sina grundliga insigter i geometri. Vi frukta likväl, att de vid sådana tillfällen glömt det stora flertal skolkamrater, som de lemnat bakom sig med nästan inga eller på sin höjd högst torftiga insigter i samma ämne, och hvilka, om äfven de få tillfälle yttra sig och vilja vara uppriktiga, skola bekänna, att Euklides var den svår-fattligaste lärobok, med hvilken de under sin skoltid fingo göra bekantskap, samt att det just var denna skolbok, som ingaf dem den tanke, som troget följde dem under hela deras studie-bana, att de aldrig skulle kunna lära sig matematik. Ingen erfaren lärare jäfvar väl det omdöme, vi här önska få uttala, nämligen: att en lärjunges första steg på ett för honom obekant undervisningsfält böra genom lärarens och lärobokens förenade hjälp göras så lätta och säkra som möjligt; ty om han redan vid första inträdet träffar oöfverstigligen hinder, så vänder han om, och ingenting kan sedan förmå honom till nya ansträngningar på den vägen. Vi vilje längre ned försöka framställa, huru vi tänkt oss den geometriska elementar-undervisningen på ett ändamålsenligare sätt ordnad, men skole dessförinnan söka visa, att den matematiska skolundervisningen hos oss i allmänhet står på en lägre ståndpunkt än i de öfriga länder, som gå i spetsen för den vetenskapliga bildningen. Man bör härvid icke tillägga oss det påstående, att icke utmärkta svenska matematiker äfven under senaste tiden framstätt, utan vår åsigt gäller den matematiska elementar-undervisningen i allmänhet, hvilken vi icke anse vara fullt sådan, som den borde och kunde vara.

Rikta vi vår uppmärksamhet på den matematiska undervisningen i andra länder, så finne vi först och främst, hvad den aritmetiska undervisningen angår, icke denna bestämda gränsskilnad emellan aritmetik och algebra, som vi fasthålla, utan dessa delar utaf ett och samma läroämne stå der, såsom tillbörligt är, i det oskiljaktigaste sammanhang. Enligt vår föreställning borde namnet Algebra *) bibehållas endast såsom

*) Namnet *Algebra* härleder sig från arabiskan. Det hette fullständigt *Algebr v'Almukabala*, som ungefär kan öfversättas med: framställning och jämförelse, och afser de förfaringssätt, som vid en eqvations uppställning och lösning böra företagas. Sålunda förekommer det först såsom titel på ett af Mohammed ben Musa omkring år 820 utgifvet arbete, som i 12:te århundradet blef öfversatt på latin och derigenom först gjorde vesterlandets christna bekanta med algebran. Sedan den tiden har man för algebran haft flera benämningar. Lucas de Burgo kallade den, 1509, *ars magna* i motsats mot *ars minor* eller den vanliga räknekonsten; Michael Stiffel, 1544, benämnde den *regula coss* efter det italienska *cosa*, hvarmed den obekanta betecknades, o. s. v.

benämning för den del af aritmetiken, som det ursprungligen betecknade, nemligen eqvationslösningen. Genom nämnde för-
ening af de delar af samma läroämne, som aldrig kunna eller
böra åtskiljas, vinnes naturligen en stor besparing af tid,
hvilken särdeles under skolåldern bör betraktas såsom lärjun-
gens dyrbaraste kapital. Denna tidsbesparing ger läraren till-
fälle att meddela lärjungarna säkrare grunder, äfvensom tid
vinnes för vidsträcktare insigters meddelande. Den i våra
skolor brukliga, af hvarje enskild lärjunge utförda genom-
räkningen af exempel-samlingar, har der sin motsvarighet på
lärorummet af muntligen af läraren framställda öfningsupp-
gifter, som en af lärjungarna uppfordras att under lärarens
och kamraternas kontrollerande tillsyn utföra. Genom en så-
dan undervisningsmethod vänjer sig lärjungen att åstadkomma
något genom egna bemödanden, hvarigenom hos honom väckes
sådan lust och håg för ämnet, att lärotimmarna förflyta raskt
under dessa lifvande sysselsättningar. Alla till saken icke
hörande betraktelser äro i Tyskland åtminstone från läro-
boken förvisade. I afseende på lärobokens pädagogiska upp-
ställning, eger Tyskland enligt vår åsigt obestriddigen före-
trädet framför såväl England som Frankrike. Läroboken
innehåller der, om den skall vinna allmänna insteg inom
elementarläroverken, endast hvad lärjungen har behof af att
känna på den bildningsgrad, der han befinner sig, och alla
betraktelser, som icke höra till saken eller afse en vetenskaplig
ståndpunkt, dit lärjungen ännu ej hunnit, äro derifrån förvi-
sade. Lärarens personlighet och förmåga att hos lärjungarna
väcka håg och interesse för ämnet, särdeles då han sjelf deruti
eger djupa och grundliga insigter, är naturligtvis af den största
vigt för undervisningen i matematik liksom i hvarje annat
läroämne, men just i nämnde vetenskap är lärobokens beskaf-
fenhet äfven af utomordentlig betydelse, emedan hvarje fram-
skridande är betingadt af en fullständig insigt i det förut
genomgångna och är af denna insigt beroende.

Det är likväl den geometriska undervisningen i elementar-
läroverken, som i andra länder vunnit en jmförelsevis högre
utveckling, än den för närvarande på de grunder, vi i det
föregående vidrört, inom vårt läroverk uppnått. Euklides, som
förr användes, fick först i Frankrike, derefter i Tyskland för
flere decennier sedan och nu senast i England, der den längst
bibehöll sig, för omkring 2 år sedan gifva vika för mera tids-
enliga läroböcker i geometri. Undervisningen i geometri börjar
med åskådningsöfningar och fullföljes efter en mera lättfattlig
och praktisk method samt är ej bunden af denna stränga
metafysiska form, som gör Euclidis elementa så olämplig för

undervisningen på de första skolstadierna. Proportionsläran, som hos oss ännu företrädesvis läres under den form, hvarpå den är framställd i Euklidis 5:te bok, framställes alltid på analytisk väg i den mån, som dess användning i geometrin kommer i fråga; och den nyare geometrins elementer hafva nästan i alla skolor blifvit intagna bland de geometriska läroämnena. Stereometrin läses mycket utförligare än hos oss, men icke med det syntetiska utan med det analytiska framställningssättet. De erforderliga satserna ur den sferiska trigonometrin medhinnas äfven, och lärjungarna öfvas flitigt i användningen af sina geometriska kunskaper vid lösningnn af lämpligen valda geometriska öfningsuppgifter.

Öfvergå vi slutligen till betraktande af de medel, som böra användas för att gifva en behöflig lyftning åt den matematiska skolundervisningen, så möter oss det största hindret för hvarje förändring i gängen utaf en undervisning, som under flere generationer fortgått på samma sätt, uti svårigheten att öfvertyga lärarne, af hvilka hvar och en på sitt ställe är belåten med de resultat, som det gamla undervisningssättet lemnat, att någon förändring är behöflig. Han sjelf har ju vunnit sina aritmetiska insigter på samma väg, der han nu vägleder sina lärjungar, och Euklides, som varit hans läromästare i geometrin, bör väl ock vara den, som åt hans egna lärjungar visar den rätta vägen på samma lärdomsfält. Visserligen skall tiden slutligen taga ut sin rätt, och nya åsikter så småningom genom frågans behandlande i tidskrifter och på läraremöten kunna bildas, men dertill erfordras uppenbarligen en lång tid. Nya, efter tidsenligare metoder utarbetade läroböcker, hafva svårt att finna förläggare, då författaren ej kan uppgifva några läroverk, der de blifva antagna, och deras antagande i en skola är gemenligen beroende deraf, att läraren anser den nya vägen för den matematiska undervisningen lämpligare och mera ändamålsenlig, än den, som han är van att följa. Denna, hvarje förändring i ett så länge begagnadt undervisningssätt motverkande, vis inertia ökas än mera deraf, att nästan alla skolor inom landet följa samma väg, och den enskilde läraren i nu ifrågavarande skola har icke förnummit, att lärarne i de öfriga skolorna ansett någon förändring i detta afseende erforderlig. Således återstår endast det medel, som erfarenheten visat säkrast leder till målet, nemligen läroverksstyrelsens mellankomst. Huru verksamt hafva icke de för maturitets-examen påbudna matematiska skrifningarna förmått att väcka lif inom skolorna på detta håll, och visserligen skulle t. ex. studiet af den nyare geometrin framkallas inom skolorna, om bland ämnena, som utdelas för maturitets-

pröfningen, äfven inginge sådana uppgifter, för hvilkas lösning insigter i nämnde kunskapsämne erfordrades. Ehuru således besvarandet af den sist framkastade frågan, enligt hvad sedanast blifvit antydt, tillkommer en högre myndighet, skulle vi dock anse oss hafva ofullständigt behandlat det ämne, som vi föresatt oss att i denna uppsats i största korthet vidröra, om vi icke afslutade densamma med en anspråkslös framställning af det sätt, hvarpå vi föreställt oss, att undervisningen såväl i aritmetik som i geometri borde vid elementarläroverken behandlas.

Med fästadt afseende på den indelning i klasser, som elementarläroverket hos oss för närvarande eger, anse vi, hvad den aritmetiska undervisningen vidkommer, att de fyra första räknesätten med siffror i hela tal och bråk borde genomgås i skolans tre första klasser; nemligen så, att räkning med hela tal utgjorde första klassens kurs, räkning med decimaler och deras användning i vårt nu införda mynt-, mått- och vikt-system andra klassens, samt den egentliga bråkräkningen tredje klassens kurs; att undervisningen börjades med en klar och åskådlig framställning af siffrornas betydelse såsom uttryck för talen, att lärjungarna före den skriftliga beräkningen öfvades att muntligen lösa lättare uppgifter af samma slag, som sedan skola skriftligen behandlas, och att jemväl den skriftliga öfningen inskränktes till beräkningar med sådana siffer-tal, som i det verkliga lifvet förekomma. Genom uteslutandes af de många och långa siffreraderna skulle då tillräcklig tid vinnas för att göra lärjungarna fullkomligt förtrogna med talens och de särskilda räknesättens betydelse. Hvad angår den muntliga lösningen af räkneuppgifter, som af läraren framställas, anse vi densamma af stor vikt för undervisningen derföre, att den, så att säga, tvingar lärjungen att förstå, hvad han räknar, men icke derföre, att den förskaffar honom stor färdighet i så kallad hufvudräkning, hvilket sistnämnde vi anse vara af mindre vikt för undervisningen. Genom en på ändamålsenligt sätt bedrifven undervisning bör lärjungen, då han i tredje klassen genomgått bråkräkningen, hafva vunnit tillräckliga insigter för att kunna lösa de i dagliga lifvet äfvensom i varuhandeln allmännast förekommande frågor, såsom ränte-, procent-beräkningar, o. s. v. Den användning af de tre första klassernas kurser eller af de fyra första räknesätten i hela och brutna tal, som för närvarande utgör kursen för skolans fjerde klass, det vill säga regula di tri, intresse-, rabatt-med flera räkningar, anse vi böra förekomma under samma skolår, men först i sammanhang med lösningen af första gradens eqvationer och efter en förberedande inledning om tals

beteckning med bokstäfver och om bokstafsräkningen i allmänhet; samt möjligen om proportionsläran för rationella tal. Det är i synnerhet den nuvarande fjerde klassens kurs i aritmetik, som efter vårt förmenande bör helt och hållet förändras, emedan just i denna klass förekommer, mer än i någon annan, ett alltför långt utsträckt exempel-räknande, som icke medför motsvarande nytta för lärjungens förståndsutveckling. Men, säger man, ett stort antal af elementarskolans lärjungar lemna just vid detta stadium, då de genomgått fjerde klassen, skolan för att vända sig åt handeln och näringarna, och för dessa är det af särdeles stor vikt att före sin afgang från skolan hafva förvärfvat den säkerhet och vana vid siffer-räkningar, som under nuvarande förhållanden meddelas i fjerde klassen, hvilken kan betraktas såsom en repetitionsklass i aritmetik af hvad, som inhemtats i de föregående 3 klasserna. Om man än skulle vara af den åsigt, som vi för ingen del biträda, att undervisningsplanen för elementar-läroverket borde uppgöras på sådant sätt, att detsamma på vissa stadier af detsamma och för vissa läroämnen, som hafva en vidsträcktare tillämpning i det praktiska lifvet, kunde betraktas såsom en tillämpningsskola, så skall hvarje sakkunnig person nödgas medgifva, att den säkerhet i tals behandling, som vinnes genom en klar och lättfattlig kurs i bokstafsräkningen och dess användning vid lösningen af första gradens eqvationer och vid de i allmänna lifvet och i handeln oftast förekommande frågor, t. ex. om ränta, rabatt m. m., åt den nu från skolan till praktiska lefnadsyrken afgående lärjungen lemnar ett större förråd af verklig bildning och hjälper honom bättre till rätta äfven med de räkneuppgifter, i hvilkas lösning med siffror han hädanefter får en daglig öfning, än den nära nog blott mekaniska räknefärdighet, som förvärfvas genom det sätt, hvarpå regula di tri, intresse-, rabatt-, alligations- m. fl. räkningar nu vanligen i skolorna behandlas. Att den från skolan på detta stadiet afgående lärjungen genom en sådan förändring af fjerde klassens aritmetiska kurs, hvad hans från skolan medförda kunskapsförråd beträffar, icke skulle göra någon förlust, anse vi oss sålunda hafva ådagalagt, och ingen erfaren elementarlärare i matematik lär bestrida den vinst, som det aritmetiska läroämnet genom en sådan anordning för sin vidare fortgång och utveckling inom skolan skulle göra. Lärjungen skulle vid sitt inträde i skolans femte klass medföra förvärfvade kunskaper om elementerna i bokstafsräkningen och om lösningen af enkla första gradens eqvationer, samt om proportionsläran för rationella tal. Mången torde anmärka, att en sådan kurs för fjerde klassen skulle blifva alltför svår och

vidlyftig; men vi tro oss med ledning af redan vunnen erfarenhet kunna påstå, att så icke förhåller sig, allt under förutsättning, att kursen genom läraren och läroboken framställles på ett för lärjungen och hans förståndsutveckling tillbörligen afpassadt sätt. Men utom de skäl, som redan blifvit anförda för förändringen af fjerde klassens kurs, vilje vi tillägga ett, som enligt vår tanke är det viktigaste. Den nu föreskrifna kursen för fjerde klassen är ur pädagogisk synpunkt icke riktig. Enkel och sammansatt regula di tri kunna icke afhandlas, utan att läran om rationella tals proportioner föregått; men den aritmetiska proportionsläran kan icke ändamålsenligt framställas utan användning af ett för allmänna undersökningar passande beteckningssätt för talen; alltså bör läran om tals beteckning vid allmänna undersökningar, d. ä. bokstafs-räkningen, föregå den aritmetiska proportionsläran, som åter utgör grunden för det räknesätt, som fått namn af regula di tri. Läran om första gradens eqvationer och deras användning vid lösningen af enkla aritmetiska uppgifter är åter i och för sig så lätt, att den bör afhandlas i sammanhang med de första elementerna af bokstafs-räkningen och såsom en öfning i de första räknesättens tillämpning, såväl vid siffer- som bokstafs-räkning. Om läran om aritmetiska, geometriska och harmoniska proportioner, som vi derefter anse böra följa närmast i ordningen, bör afsluta fjerde klassens kurs eller utgöra början af den femte klassens, torde icke kunna afgöras, förr än man vunnit någon ledning af erfarenheten för denna frågas bedömande. Vi förmoda att den sistnämnda anordningen kommer att visa sig såsom den lämpligaste. At den sakkunnige läsaren öfverlemne vi att draga de slutföljder med afseende på de fördelar för den aritmetiska undervisningens utveckling och befordran inom skolans öfversta klasser, som af den i det föregående framställda indelningen af ämnet otvifvelaktigt böra följa, och öfvergå slutligen till betraktande af det geometriska läroämnets anordning inom elementarskolan.

Behovet af en förberedande kurs i geometrin, förr än Euklides sättes i lärjungens hand, har på sednare tider blifvit vid flere elementarläroverk insedt, och vi tro oss veta, att geometriska studiet redan nu flerstädes inledes genom åskådningsundervisning. Man har likväl knappast någorstades tilltrött sig kunna undvara Euklides, eller någon i närmaste öfverensstämmelse dermed utarbetad lärobok, såsom vägledning för undervisningen åtminstone från och med den fjerde klassen. I nya elementarskolan i Stockholm är t. ex. den geometriska undervisningen så ordnad, att lärjungen redan i första klassen börjar med geometriska åskådningsöfningar, som

alltid muntligen ledas af läraren med anvisning till en för skolans tre lägsta klasser utarbetad elementarkurs, och hvarvid såsom åskådningssmedel användas af tråd förfärdigade enkla kroppar. I jernbredd med denna åskådningss-undervisning fortgår en i sammanhang med densamma stående och i samma lärobok innefattad kurs i linearteckning på fri hand, hvilken tillika utgör en förberedelse för den kurs i frihandsteckning, som sedermera fullföljes af ritläraren från och med andra klassen. Läran om räta linier och om trianglars egenskaper utgör kursen för andra klassen, och den om parallelogrammer och cirkeln jemte en kort planimetri och stereometri, allt efter samma lärobok, bildar tredje klassens kurs. Derefter har hitintills Euklides begagnats såsom lärobok för skolans fjärde, femte och sjette geometriska klasser, efter en sådan kursfördelning, att första och andra boken utgjort fjerdessens, tredje och fjerdess boken femte klassens, samt proportionsläran och dess tillämpning på plana figurer sjette klassens lärokurser. För proportionsläran har användts såsom lärobok Ekmans bearbetning af Euklidis femte bok. Inom sjunde klassen hafva tillkommit stereometri för realisterna samt några lärjungar af klassiska linien, äfvensom för några lärjungar analytisk geometri. Erfarenheten har likväl visat, att den tid, som hittills användts för att i fjerdess och femte klassen genomgå de fyra första böckerna af Euklides, hvilka innehålla sådana geometriska lärosatser och uppgifter, som lärjungarna till den viktigaste delen redan i andra och tredje klassen inhemtat, bör kunna nyttigare användas för lärjungarnas geometriska bildning. Om proportionsläran för rationella tal, enligt hvad ofvan blifvit omnämndt, blifvit afhandlad under fortgången af den aritmetiska kursen, så erfordras för den geometriska kursen blott en tillämpning af densamma på storheter i allmänhet och bevis för dess giltighet äfven för inkommensurabla storheter. Här af inses, att en stor förenkling af det hittills inom elementarläroverket begagnade lärosättet i geometri bör kunna verkställas; utan att lärjungarnas geometriska bildning eller grundliga insigter der af förminskas; utan lärjungarna böra, enligt vår åsigt, tvärtom bättre kunna lära att förstå och tillämpa den geometriska vetenskapen. Härigenom vinnes ock ett behöfligt utrymme för inrymmande inom skolans lärokurser af den nyare geometris viktiga läror, äfvensom för den aritmetiska och algebraiska analysens tillämpning på geometrin. Det begränsade omfånget för närvarande uppsats hindrar oss att ingå i utförligare utläggning af det sätt, hvar på vi skulle önska att se undervisningen ordnad från och med fjerdess klassen. Vi inskränke oss endast till uttalandet af den

åsigtt att, för de skolor, der undervisningen i geometri, såsom i nya elementarskolan, börjar i första klassen, vi anse den anordning af läroämnet, som der är vidtagen, vara efter införandet af obetydligare jemkningar ändamålsenlig, hvad kurserna för de tre lägsta klasserna angår, men att Euklides bör försvinna utur de öfriga klasserna och i dess ställe införas en lärobok i geometri, som tillika bör innehålla den nyare geometrins viktigare sats.

A. T. BERGIUS.

ANDRA AFDELNINGEN.

Referater och Granskningar.

XXIII. *De vi atque usu emuntiationum temporalium et caussalium apud Homerum. Commentatio, quam pro gradu phil. publ. censurae subjicit P. J. Oseen.* Lundæ 1868. — 44 sid.

Vi hafva redan mera än en gång anmärkt hurusom förgångna tidens misstag och misshushållning med tid och kraft vid undervisningen i de klassiska språken länge hållit dess, särdeles Grekiskans, studium på en alltför låg ståndpunkt vid våra skolor och universiteter, samt att detta studium därför icke hos oss utvecklats en frukt motsvarande den derpå använda tiden eller tillräcklig att bevisa studiets värde och bereda det ett allmänare intresse och påtagligare inflytande på den allmänna odlingen. Detta studium har äfven hos oss i alla tider haft odlare, som gjort allvar af sitt arbete, men de hafva varit få och saknat den gemensamhet i arbetet, som medförer ömsesidig uppmuntran och framgång. Om af sådana skäl det klassiskt-philologiska studiet i vårt land dels förblifvit dilettautmässigt och undanskymdt, dels varit otillfredsställande i anseende till såväl grundlighet som omfattning, innehåll och method, så förklaras lätt grunderna till den hos allmänheten uppkomna misstron mot klassiska studiers nytta och värde och till den likgiltighet, med hvilken de från flera håll pläga betraktas. Denna misstro, en gång inrotad och i något afseende väl berättigad, är lätt motsagd i följd af dess ensidighet och argumenternas ytlighet, men den är ej lika lätt häfd; och den slöa likgiltigheten är i följd af "vis inertiae" ej så lätt att förvandla till värme och intresse. Dessa makter hafva omsider på sjelfva lagstiftningen öfvat den påtryckning, att undervisningen i klassiska språk, isynnerhet i grekiska, blifvit, såsom underordnad element, alltmer uppskjuten