

Införandet av den s. k. nya divisionen i England

AV OLOF MAGNE

Inledning

Den äldsta kända divisionsmetoden synes vara abacus-räkning i olika former. Vid skriftlig räkning användes i Europa fram till 1700-talet olika varianter av galärddivision, men från och med 1400-talet ersattes den i många länder av nedåtgående uppställningar och dessa har numera i nästan hela världen trängt ut äldre metoder.

Äldre divisionsmetoder har beskrivits med stor noggrannhet av flera författare (jfr bl. a. Cajori 1928, Cantor 1888, Karpinski 1925, Sanford 1929, Smith 1908 samt 1923–1925, Tropske 1921 samt Vanäs 1955). Däremot har nyare metoder behandlats mera styvmoderligt (dock med undantag av Vanäs). Syftet med föreliggande uppsats är att i korthet redogöra för vissa engelska divisionsmetoders historia.¹

¹ Framställningen i denna uppsats bygger främst på studier av tryckta och otryckta arbeten i The Mathematical Association Library i Leicester samt räkneläror och tidskriftsartiklar i British Museum och Ministry of Education Library i London. Därvid har författaren gått igenom tillgängliga räkneläror från 1600-talet och fram till 1910. Inga motsvarande undersökningar av otryckta källor har företagits. Det är därför möjligt att exempelvis vidare undersökningar av vissa medlemmars av AIGT efterlämnade brevsamlingar och andra urkunder kan ge viktiga upplysningar som författaren är ur stånd att redovisa. Beklagligtvis har jag bara haft tillgång till ett fåtal kontinentala räkneläror, ehuru ett studium av arbeten från Frankrike, Italien, Schweiz, Tyskland och Italien måste bidra till kännedom om den nya engelska divisionens historia. Beträffande nutida divisionsmetoders utbredning har ett stort antal nutida räkneläror och arbeten i undervisningsmetodik rådfrågats (jfr bl. a. Larsén, Magne & Vanäs 1958). Vanäs har haft vänligheten att lämna vissa kompletterande uppgifter rörande svenska och tyska räknemetoder (bl. a. om Falcks räkneuppställning av år 1830).

Nutida divisionsmetoders utbredning

Av den nedåtgående divisionen förekommer två eller tre huvudformer, som i våra dagar har en utbredning, vilken något så när sammanfaller med nationsgränser. Följande uppställning är den vanligast förekommande i Frankrike, Italien, Spanien och Latinamerika, Centraleuropa, de nordiska länderna samt Sovjetunionen

$$\begin{array}{r}
 \text{(a)} \quad 1038330 \mid 498 \\
 \quad \quad 996 \quad \mid 2085 \\
 \quad \quad \quad 4233 \\
 \quad \quad \quad 3984 \\
 \quad \quad \quad 2490 \\
 \quad \quad \quad \underline{2490}
 \end{array}$$

En annan uppställning med stor spridning är följande som förekommer inom det brittiska samväldet, USA med intresseområden samt Japan

$$\begin{array}{r}
 \text{(b)} \quad \quad \quad \quad 2085 \\
 498) \quad 1038330 \\
 \quad \quad 996 \\
 \quad \quad \quad 4233 \\
 \quad \quad \quad 3984 \\
 \quad \quad \quad 2490 \\
 \quad \quad \quad \underline{2490}
 \end{array}$$

Slutligen återfinns en huvudsakligen i Centraleuropa och Skandinavien (Norge och Sverige) spridd metod

$$\begin{array}{r}
 \text{(c)} \quad 1038330 : 498 = 2085 \\
 \quad \quad 996 \\
 \quad \quad \quad 4233 \\
 \quad \quad \quad 3984 \\
 \quad \quad \quad 2490 \\
 \quad \quad \quad \underline{2490}
 \end{array}$$

Man kan förmoda att utbredningen för dessa tre moderna huvudmetoder är betingad av tradition och påverkan mellan länder, vilka haft speciellt intima kontakter.

Som Vanäs visat beträffande Sverige har divisionsmetoderna till att börja med framträtt isolerat och länge förblivit obeaktade. Slumpinflytanden och tillfälligheter samt inverkan av speciellt populära räkneläror har också spelat en betydande roll.

En jämförelse mellan de engelska och de svenska metoderna kan illustrera detta. Troligen efter mönster av den inflytelserike matematikern Oughtred använde Noah Bridges i sin 1653 utgivna populära räknelära en uppställning, där divisorn och kvoten skrevs på ömse sidor om dividenden och avskildes med parentestecken:

$$\begin{array}{r} \text{(d)} \quad 498) \quad 1038330 \quad (2085 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 4233 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{3984} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 2490 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{2490} \end{array}$$

Föregångare till Bridges' nedåtgående metod saknas emellertid inte. En divisionsvariant, som rent av förefaller kunna fungera bättre än denna kan anföras från Pacioulos 1494 i Venedig tryckta Summa de Arithmetica Geometria Propertioni et Proportionalita, där såväl divisor och kvot (eller proviniens) skrevs på raden ovanför dividenden (jfr Cantor 1888):

$$\begin{array}{r} \text{Divisor} \qquad \qquad \text{Provinciens} \\ 9876 \qquad \qquad \qquad 9876 \\ \quad \quad \quad \quad 97535376 \\ \quad \quad \quad \quad \underline{88884} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 86513 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{79008} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 75057 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{69132} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 59256 \end{array}$$

Bridges' metod blev i England under det följande halvseklek allmänt omfattad och användes utan nämnvärda undantag i de av engelsmän författade räkneläror, som utgavs under tiden från

omkring 1700 till 1800-talets slut. Under 1700-talet hade på kontinenten den numera vanligen brukade uppställningen (a) med divisorn efter dividenden på liknande sätt slagit igenom och fått en slags monopolställning, möjligen dock inte lika totalt som den engelskas (d) i England. Den kontinentala metoden (a) bekantgjordes givetvis även i England bl. a. genom översättningar, och vissa författare framförde argument för denna metod, t. ex. att denna uppställning är kompaktare och kräver mindre utrymme samt att multiplikationerna utföres på ett naturligare sätt. Inte desto mindre bestod Bridges' uppställning intill dess den för några få decennier sedan utkonkurrerades av den förut nämnda uppställning (b). Uppställningar av kontinentala typen förekom under perioden 1800–1890 i följande räkneläror eller vissa andra arbeten rörande aritmetik:

- Thomas Clark, *A new system of arithmetic*. London 1812.
 Elias Johnston, *A sure and easy method of learning to calculate* (översättning från Condorcet). Edinburgh 1813.
 S. F. La Croix, *Elementary treatise on the mathematical principles of arithmetic* (anonym översättning från franskan). London 1823.
 L. B. Francoeur, *A complete course of pure mathematics* (översättning från franska av R. Blakelock). London & Cambridge 1829.
 Adam Anderson, *Arithmetic* i *The Edinburgh Encyclopaedia*. Edinburgh 1830.
 M. C. Briot, *Elements of arithmetic* (översättning från franskan av J. Spear). London 1863.
 James Thompson, *Treatise on arithmetic*, 72nd Ed. London 1880. (Tidigare upplagor synes ha haft den äldre engelska uppställningen.)
 John Jackson, *A practical arithmetic*. London 1885.
 — *The shorthand of arithmetic*. London 1889.

I Sverige, där under 1800-talet den kulturella påverkan på detta område troligen var starkare från Frankrike och Tyskland än från England, godtogs emellertid invändningarna mot den äldre engelska räknemetoden av de författare som publicerade räkneläror under 1800-talet. Efter 1850 är Bridges' uppställning på retur, och efter 1906 har den icke förekommit i svenska räkneläror. Även i skolornas undervisning har centraleuropeiska di-

visionsmetoder (a) och (c) blivit allmänt accepterade. För närvarande är emellertid även dessa på retur, och än en gång tycker man sig skönja ett uttryck för det förhärskande kulturinflytandet. Det är nämligen den i England och USA använda metoden som håller på att göra sitt intåg. En omständighet, vilken kan tolkas som att påverkan närmast kommer från Amerika, är att svenska författare utan mera bärande skäl betecknat uppställningen i fråga som den amerikanska. Det kan såsom framgår av den följande framställningen vara riktigare att kalla den för den nya engelska divisionen.

Man frågar sig: När började den nya engelska uppställningen användas inom den engelsktalande världen?

Tidigare metoder att skriva kvoten ovanför dividenden

Utvecklingen visar sig ha varit en synnerligen långsam affär. Föregångare finner man långt tillbaka i tiden och i flera olika länder. Man får detta klart för sig redan då man upptäcker att Bridges' metod omfattade flera uppställningar och att Bridges knappast kan sägas ha uppfunnit någon av uppställningsvarianterna. Bridges dividerade uppgifter med divisorer av storleksordningen 2-12 utan skriftlig uträkning och skrev resultatet av räkningen omedelbart under dividenden (s. k. kort division)

$$(e) \quad 2) \begin{array}{r} 38307804 \\ 19153902 \\ \hline \end{array} \quad 5) \begin{array}{r} 38307804 \\ 7661560\frac{4}{5} \\ \hline \end{array}$$

Ingen kommentar lämnas av honom till placeringen av kvotsiffrorna under motsvarande dividendsiffror. Uppgifter med divisorer större än 12 skrevs i allmänhet enligt uppställning (d) — s. k. lång division. Övriga av Bridges använda varianter är för denna framställning av underordnat intresse. Under den följande tiden tillträdde avancerade räknare ofta i räknelärorna att begagna förkortad uppställning (av engelska och franska matematiker vanligen kallad italiensk division eller italiensk metod. Webster anger exempelvis i sin 1730 utgivna *Compendious*

och på Pyreneiska halvön förekom (jfr Gaspar Nicolas, Tratado da pratica d'Arismetica, Lixboa 1559)

$$\begin{array}{r} \text{Ex. } 948 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 010 \\ 949 \\ 316 \\ 3 \end{array}$$

En besläktad uppställning, påminnande om modern metod att sätta ut kvoten ovanför dividenden, begagnades av Galilei

$$\begin{array}{r} 58 \overline{) 20735} \\ 357 \\ 3339 \\ 42 \end{array}$$

1	7	9	7	8	4	8
1	2					
	5	9				
	2	1				
	3	8	7			
	3	8	1			
	3	2				
		6	1			
		5	6			
			5	8		
			1	6		
			4	2		
			3	6		
				6	4	
				6	3	
					1	8
					1	8
				4	7	2
		4	7	2		
	4	7	2			

Enligt D. E. Smith (1925) skall följande arrangemang med kvot över ha varit i bruk bland araber redan under medeltiden. Exemplet är hämtat ur John Leslie's *The Philosophy of Arithmetic* (2nd Ed., 1820), ett historiskt arbete av inte ringa intresse om också behäftat med en del svagheter. Leslie påstod, att uppställningen förekom bland araber och perser (sannolikt vid den tidpunkt, då boken skrevs).

Det tidigaste av mig kända europeiska exemplet på nedåtgående uppställning med kvoten placerad ovanför dividenden finns i tysken Klügel's på sin tid uppmärksammade *Mathematisches Wörterbuch* (1803–1831), i vilken följande förkortade uppställning meddelas

Divisor		
4358	756429	Quotienten
	3296517582,	Dividendus
30506	24591	
21790	28017	
26148	18695	
17432	12638	
8716	39222	
39222	0	Rest

Klügel nämner dessutom en variant som direkt erinrar om Galileis uppställning:

Divisor	756429	Quotient
4358	3296517582	Dividendus
	245919320	
	2806620	
	18290	
	130	
	0	

Även den korta engelska divisionen finns hos Klügel

$$2) \frac{1260}{630}$$

Av ett visst intresse är det, att volym 5, som skrivits av Grunert, genomgående har den äldre engelska uppställningen.

Ett annat, förmodligen sporadiskt uppdykande exempel på division med kvot över dividenden, har Brunacci i sin räknelära från 1800-talets början (5 ed. 1824). Brunaccis räknelära har följande typexempel

$$3/7953 \text{ och } \begin{array}{r} 407 \\ \hline 362 \\ \hline 362/147475 \\ 2675 \\ 141 \end{array}$$

I beskrivningen av det förstnämnda fallet framhåller Brunacci, att kvotsiffrorna skall skrivas rakt nedanför resp. dividendsiffror, men det senare typexemplet har inte denna anordning, inte heller sägs det något härom i den beledsagande texten, men möjligen är detta underförstått och exemplet kan ha blivit tryckt i den här givna formen på grund av ett misstag av sättaren. Motsvarande uppställningar finns nämligen vid division med decimalbråk, varvid observeras att komma i kvoten alltid satts ovanför komma i dividenden:

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 2,3115/6,9345 \end{array} \text{ och } \begin{array}{r} 2,6 \\ \hline 3,22/8,445 \\ 2\ 005 \\ 73 \end{array}$$

Tysken Mauracher använde i en räknelära från 1746 ett liknande skrivsätt (enligt uppgift hos Friedrich Unger 1888)

Divisor	Dividend	
8	18760	
	18	
	— 27	Reste
	40	
	— 12345	Quotient

Det är inte uteslutet att Klügel, Brunaccis och Maurachers arbeten haft föregångare eller efterföljare på kontinenten, som använt deras uppställningar, men emedan jag inte haft tillgång till mera omfattande samlingar av kontinentala räkneläror, är det för mig obekant om sådana existerar. Däremot är det möjligt att i varje fall Klügel påverkat en av de tidigaste engelska författarna, som placerat kvoten ovanför dividenden, nämligen Sang.

Den ende äldre svenska författare, som publicerat en variant med kvot över dividend, är Henr. Falck, som i sin Practisk lärobok i arithmetiken (Upsala 1830) säger: »Ett mycket kortare sätt att både skriva och verkställa divideringen är följande mindre vanliga men ganska nyttiga att känna.» Uppställningen meddelas som ett alternativ till den gängse engelska metoden redan i samband med heltalsdivision

$$\begin{array}{r}
 (g) \qquad \qquad \qquad 857 \\
 \hline
 2249625 \\
 2625 \\
 14962 \\
 18375 \\
 0000
 \end{array}$$

Falck meddelar: »Till besparing af rum kan man sätta kvoten ofvanför dividenden med ett streck emellan. Stundom finner man dock beqvämare att skriva kvoten annorstädes.» Det förefaller, att döma av detta citat, som om Falck ansett metoden ge två fördelar, som vi numera bortser från, nämligen dels ökat utrymme i sidled, dels ökad möjlighet att uppskatta antalet heltalsiffror i kvoten.

Uppställningar med kvoten över dividenden i engelska räkneläror före 1880

Första exemplet på nedåtgående uppställning med kvoten över dividenden omnämnt i ett engelskt arbete, som jag iakttagit, är i det redan anförda John Leslie's *The Philosophy of Arithmetic* (2nd Ed. 1820). Någon källa till uppställningen anges inte, författaren betraktar den troligen som en kulturhistorisk kuriositet

av samma slag som galäruppställningarna. Han säger den vara onödigt omständlig, om också föga tankekrävande (though unnecessarily tedious, requires no effort of memory).

Nästa gång förekommer den i två arbeten från 1850-talets mitt och denna gång i sammanhang som tyder på att författarna denna gång mera allvarligt syftat till att påverka opinionen. Det rör sig om Alexander J. Ellis' *Self-proving Exemples in the Four First Rules of Arithmetic* (London 1855) och Edward Sangs *Elementary Arithmetic* (Edinburgh & London 1856). Båda dessa författare var väl belästa i tidigare utkommen, både inhemsk och utländsk, lärobokslitteratur och kan, oberoende av varandra, ha snappat upp sina metoder från kontinentala räkneläror. Det är t. o. m. möjligt att nämna en av de källor som Sang anlitat, nämligen Klügels tidigare omnämnda *Wörterbuch*. Någon liknande uppgift rörande Ellis föreligger inte.

Om Ellis kan nämnas, att ovan nämnda räknelära är det enda arbetet i matematik bland åtskilliga tiotal arbeten, bl. a. läroböcker i de mest skiftande ämnen. Han har sysslat med religiösa problem, musik och språkfrågor, speciellt fonetik — bl. a. föreslog han ett nytt ortografiskt system för det engelska språket. Hans räknelära är en tämligen osjälvständig efterbildning av fransmannen P.-G. Guy's arbeten. Kort division skrives sålunda

$$7) \frac{123654}{17664 \cdot 6}$$

och för lång division föreslås följande tre varianter

(h 1)	600523	(h 2) 618)	<u>371123654</u>	(h 3)	600523
	618) 371123654		600523		618) 371123654
	<u>3708</u>		<u>3711</u>		<u>3236</u>
	3236		<u>3708</u>		1465
	3090		etc.		2294
	etc.				440

Under den följande tiden tycks den tredje av dessa uppställningar ha varit den som i första hand uppmärksammats. I varje

fall kom den att vid upprepade tillfällen under 1880- och 1890-talen diskuteras och förordas av sällskapet AIGT (Association for the Improvement of Geometrical Teaching). Ellis nämner också vissa fördelar med de av honom lanserade metoderna framför Bridges'. Ellis har i en tidskriftsartikel (Arithmetical Crutches for Limping Calculators, Educational Times, May 1875) ytterligare kommenterat sin divisionsmetod.

I Sangs på många sätt förnämliga arbete anges vid heltalsräkning endast den äldre metoden, men därjämte rekommenderas, ifall divisorn är tvåsiffrig, följande variant av kort division

$$\begin{array}{r} 37 \overline{) 28977512} \\ \underline{ 01682} \\ 3122 \\ \underline{ 783176} \end{array}$$

I kapitlet om decimalbråk används vid sidan om den gängse uppställningen följande arrangemang, och de förekommer sedan även i fortsättningen

$$\begin{array}{r} \overline{) \cdot 36842105 \text{ etc.}} \\ 19 \overline{) 7 \cdot 0} \\ \underline{ 5 \cdot 7} \\ 1 \cdot 20 \\ \underline{ 160} \\ 152 \\ \underline{ } } \\ \text{etc.} \end{array}$$

Ingenting meddelas om anledningen till att den sistnämnda metoden introduceras eller om hur den utföres.

En liknande uppställning är omnämnd i Archibald Sandeman's *Pelicotetics or The Science of Quantity* (Cambridge 1868). Uppgiften $\frac{2 \cdot 765097125445}{0 \cdot 0384009}$ skrivs i uppställd form (jfr Ellis' uppställning h 2)

$$\begin{array}{r}
 72 \cdot 00605 \\
 0 \cdot 0384009 \\
 \hline
 2 \cdot 765097125445 \\
 2 \quad 688063 \\
 \hline
 77034 \\
 768018 \\
 \hline
 22323 \\
 2304054 \\
 \hline
 19200 \\
 1920045
 \end{array}$$

Ytterligare kan nämnas, att i vissa metodiska arbeten från 1870-talet, såsom J. Brook-Smith, *Arithmetic* (London 1872) och George Ricks, *Elementary Arithmetic and How to Teach it* (London 1879), man starkt underströk vikten av att kvotsiffrorna i kort division skrives rakt under resp. dividendsiffror. Utvecklingen är tyvärr svår att belägga under denna tidrymd, på grund av att ett betydande antal billigare räkneläror trycktes utan typexempel. Mycket tyder på att äldre metoder ansågs böra komma till användning.

Under 1880-talet arbetade en kommitté inom AIGT tidvis energiskt på att utarbeta anvisningar rörande undervisningen i aritmetik, även om denna verksamhet av samfundet ägnades ett tämligen förstrött intresse jämfört med huvudsyftet: att utreda möjligheterna att förbättra geometriundervisningen. Enligt AIGT:s fjortonde årsredogörelse (General Report) upplästes vid årsmötet i januari 1888 av sekreteraren i sällskapets aritmetik-kommitté, W. G. Bell, ett förslag till rekommendationer, i vilka det bl. a. heter: »In division, unless it is inconvenient, place the quotient over the dividend, and at first let each successive stage in the division be performed separately, with the full complement of 0's, bringing down all the figures each time.» Under den följande diskussionen uttalades åsikter för och emot denna uppställning, varvid den förkortade formen (Ellis metod h3), kallad »Italian method», i första hand förordades.

E. M. Langley (en av samfundets grundare) tillhörde dem

son vid denna tid arbetade för att den nya metoden skulle få en mera allmän spridning. Han tillsåg, att sällskapets rekommendationer försöksvis blev tillämpade vid Bedford Modern School. År 1893 föredrog han till den nittonde årsberättelsen följande rekommendationer rörande aritmetikundervisningen för Preparatory och Junior schools, and Forms I., II., III., enligt vilka det bl. a. heter, att kvoten bör utsättas över dividenden på grund av detta arrangemangs lämplighet för det efterföljande arbetet med decimalbråk. I den 1895 av Langley i London och New York publicerade *A Treatise on Computation* förekommer dock inte denna uppställning utan endast uppställning (d) samt Ellis' metod (h 3).

Under 1890-talet utkom ett stort antal räkneläror i England, av vilka dock några saknar typexempel. Den nya divisionen enligt AIGT:s rekommendationer infördes i ett icke föraktligt antal av dessa böcker redan före sekelskiftet och, anmärkningsvärt nog, däribland några bland de tongivande.

Den tidigaste att acceptera metoden var den inflytelserike räknoboksförfattaren (och medlemmen av AIGT) Pendlebury, som i sin fjärde edition av *Arithmetic* (London 1890) införde den nya uppställningen i samband med decimalbräksräkning. Av intresse är följande typexempel som i denna och några av de närmaste följande upplagorna gavs på flera ställen i boken

$$\begin{array}{r} \text{Quot.} = 0.02511 \\ 85 \overline{) 2.13435} \quad (\\ \underline{170} \\ 434 \\ \underline{425} \\ 93 \\ \underline{85} \\ 85 \end{array}$$

Två år senare utkom prof. W. H. H. Hudson med sin omarbetning av en annan spridd bok, *Barnard Smith's Arithmetic for Schools* (London & New York 1892) — samtidigt en av de tidi-

gaste räkneläror med denna uppställning utgiven i USA, i vilken uppställningen skrives

$$\begin{array}{r}
 \text{divisor} \quad \underline{1388} \quad \text{quotient} \\
 4064) \quad 5643897 \quad \text{dividend} \\
 \quad \quad 15798 \\
 \quad \quad 36069 \\
 \quad \quad \quad 35577 \\
 \quad \quad \quad \quad 3065 \quad \text{remainder}
 \end{array}$$

Under åren omedelbart före sekelskiftet publicerades följande räkneläror, av vilka somliga utkom i stora serier:

1897: G. A. Christian & G. Collar, *A New Arithmetic* (London). I denna skrevs kvoten såväl över som till höger om dividenden.

W. W. Beman & D. E. Smith, *Higher Arithmetic* (Boston och London). I denna specificerades noggrant fördelarna med kvot över dividenden. Uppställningen saknade den vågräta linjen. Detta amerikanska arbete synes vara det första, i vilket den store matematikhistorikern Smith energiskt gör reklam för den nya metoden.

1889: J. W. Young, *Notes on Arithmetical Theory for Pupil Teachers* (Leeds).

1899: Longman's *Complete Arithmetic, Mental and Practical. Course A and B* (London). I denna ges uppställningen som hos Beman & Smith, men med ett rakt streck i stället för en båge mellan divisor och dividend.

J. S. MacKay, *Arithmetic, Theoretical and Practical* (London & Edinburgh). I denna användes en uppställning, som påminner om multiplikationsuppställningen, nämligen

$$\begin{array}{r}
 478 \times 5932 \quad \text{quotient} \\
 \underline{2835891} \\
 2390 \\
 \underline{4458} \\
 \text{etc.}
 \end{array}$$

jämte motsvarande förkortade metod.

G. A. Christian & A. H. Baker, *A Short Arithmetic* (London). Samma uppställning användes som i Christian's & Col-
lar's tidigare nämnda lärobok.

I de pedagogiska tidskrifterna förekom under hela denna tid endast ett fåtal korta meddelanden om den förändring som var på väg.

Även under 1900-talets första decennium utkom ett stort antal böcker med den äldre uppställningen eller utan typexempel, men omkring hälften av de vid denna tid nyutkomna eller omarbetade räknelärorna, däribland flertalet populära, innehöll typexempel med den nya metoden. Även efter 1910 har ett inte ringa antal arbeten publicerats med den äldre uppställningen. Det mest anmärkningsvärda exemplet torde vara artikeln *Arithmetic* i senaste upplagan av *Encyclopaedia Britannica*. Även räkneläror har tryckts med den äldre metoden, de flesta av dessa dock nytryck av äldre upplagor.

Enligt en av dr Margaret Clark utförd, f. n. opublicerad studie av räkneexempel, beräknade av elever i folkskolor i Kent år 1957, förekom i skolorna endast den nya engelska uppställningen. Övergången från Bridges' metod till den nyare metoden har således inträffat mellan 1890 och 1950. Dock synes enligt vad engelska lärare och räkneboks författare muntligt uppgivit utvecklingen under första delen av denna tidsperiod gått trögt. Först under 1920- och 1930-talen har den egentliga övergången ägt rum.

Utvecklingen i vissa andra engelsktalande länder

Övergången har i den övriga engelsktalande världen skett under samma tidrymd. Omkring 1900 fanns troligen i Irland, Skottland och övriga områden eller länder, tillhörande the Commonwealth endast enstaka räkneläror med den nya uppställningen. Men under de närmast följande decennierna övergick man efter hand till densamma i räknelärorna.

Den svenska traditionen utpekar USA som ursprungsland för

den nyare engelska uppställningen, trots att de äldsta svenska författarna som använt uppställningar med kvot ovanför dividenden troligen hämtat sina uppslag från annat håll. Således kan Falck näppeligen ha influerats från England. Ehlin uppgav vid muntligt samtal med mig våren 1959, att han lärt sig den av honom i räkneläran av år 1902 omnämnda metoden (förkortad uppställning med divisorn till höger) av en lärare, vilken återkommit från en studieresa till Hamburg. Nordlunds uppställning i Lärögång vid den grundläggande undervisningen i räkning, Stockholm 1890, avviker från uppställningar som påträffats i engelska och amerikanska räkneläror och erinrar närmast om Falcks uppställning (g). Nordlund kan ha erhållit sin metod från kontinenten, men han kände väl till både tyska och engelska räknemetoder, varför man inte kan utesluta möjligheten av påverkan från England eller USA.

Det äldsta kända beviset för metodens förekomst i Amerika har jag funnit i G. A. Wentworth's & Th. Hill's A Practical Arithmetic (Boston 1882). Varifrån dessa författare erhållit uppställningen är inte bekant.

En annan viktig förespråkare för den nya divisionen är som nämnt D. E. Smith, vilken i flera arbeten mellan 1900 och 1920, bl. a. räkneläror tillsammans med Wentworth, rekommenderat metoden.

Sannolikheten talar för att den nya långa divisionen introducerades tidigare i England än i USA. Bl. a. på grund av intensiv propaganda av kända experter torde metoden ha trängt igenom i USA på mycket kort tid, troligen före 1920.

Sammanfattning

Att den nya metoden utan större svårigheter trängde igenom i England och USA kan ha berott på att den är ganska lik det äldre förfaringssättet. Vare sig kvoten skrives till höger eller ovanför dividenden, använder man i stort sett samma beräkningsmetod och terminologi.

Annorlunda förhåller det sig med de kontinentala länderna.

Vill man övergå från traditionella uppställningar till den nya engelska metoden, ändras inte endast läget för kvoten utan också för divisorn. Dessa omflyttningar medför dessutom ibland, att tidigare tillämpad terminologi måste överges. Att därvid utläsa räkningen som »172 dividerat med 19», vilket är vanligt på Europas kontinent, är mindre praktiskt än det i England vanliga »19 i 172».

Det finns tydligen goda skäl till att metoden slog igenom i England och Amerika, så snart som fördelarna uppmärksammats. Motståndet mot uppställningen kan förmodas ha varit starkare i Tyskland och Italien, trots att enstaka författare betydligt tidigare än i England och USA förordade den.

Citerad litteratur.

- Cajori, F. *A History of Mathematical Notations*, 2 Vols. 1928-29.
 Cantor, M. *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, 4 Vols. 1880-1908.
 Karpinski, L. C. *The History of Arithmetic*. 1925.
 Larsén, A., Magne, O. & Vanäs, E. *Utredning rörande enhetlig terminologi och enhetliga beteckningssätt och uppställningstyper i den elementära matematikundervisningen*. 1958.
 Sanford, Vera. *A Short History of Mathematics*. 1929.
 Smith, D. E. *Rara Arithmetica*. 1908.
 ——— *History of Mathematics*, 2 Vols. 1923-25.
 Tropfke, J. *Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung*, 2 Vols. 1902-03.
 Unger, F. *Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart nach den Originalquellen bearbeitet*. 1888.
 Vanäs, E. Divisionens historia i Sverige. *Lychnos* 1954-55. 1955.