kan transformeras till

$$\left(\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{x+1}\right)\left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{x(x+1)}}\right) = 0\,.$$

Denna eqv. sönderfaller uti eqv. (2) och eqv.

$$\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{x+1} = 0\,,$$

hvilken är orimlig.

Sats af H. LAGERDAHL.

16. Att lösa eqvationen

$$(7x^4 - 11x^2 + 13)^2 + (x^2 - 1)^2 = (12x^4 - 19x^2 + 262617)\,.\,10 + x^2.$$

Sats af J. E. CEDERBLOM.

17. Att integrera eqvationen

$$ax^2\frac{d^2x}{d\alpha^2} + b\,\mathrm{Sin}\,\alpha\,\frac{dx}{d\alpha} + c\,\frac{dx^2}{d\alpha^2} + f\,.\,x^2 + g\,.\,\mathrm{Sin}^2\,\alpha = 0\,.$$

AFDELNING IV.

Anmälda Skrifter.

1. NYBERG, B. A. *Elementarkurs i räkning, metodiskt framstäld. Första kursen:* hufvudräkning med 774 exempel. Helsingfors 1869.

Det är oss ett kärt nöje att få anmäla ett alster från vårt broderland Finland. Vi göra det så mycket heldre, då detta alster är af en så gedigen natur som det i fråga varande. Finland står framför Sverige derutinnan, att det äger ett seminarium för utbildande af lärare. Inflytandet häraf visar sig också på beskaffenheten af der utkommande läroböcker. Denna lärobok, som är skrifven i enlighet med metoden vid normalskolan i Helsingfors, vittnar nogsamt om väl genomtänkta goda pedagogiska åsigter.

Den nu utgifna kursen af förf:s lärobok är indelad i fyra kapitel, af hvilka det första behandlar talcykeln 1—10, jämnte de jämna tiotalen, det andra talcykeln 11—100, det tredje tresiffriga tal. Det fjerde kapitlet, hvilket skall studeras samtidigt med de tre föregående, utgöres af ett bihang innehållande räkneuppgifter. Förf. begagnar den äfven hos oss på senare tider brukliga sokratiskt-hevristiska mteoden. Hans arbete är till sin uppställning ganska originelt. Den första paragrafen har till öfverskrift talet 1, den andra talet 2, den tredje talet 3 o. s. v., den tolfte talet 12 o. s. v. För att gifva ett begrepp om hans metod, välja vi § 2.

"Talet (antalet) två (2).

2 = 1 och 1, *eller* 2 gånger 1.

Huru många enheter ingå i talet 2? Sv. I talet 2 ingå två enheter.

Huru mycket är talet 2 större än talet 1? Sv. Talet 2 är en enhet större än talet 1.

Huru mycket är talet 1 mindre än talet 2?

Huru många ggr bör talet 1 tagas, för att ge talet 2?

Huru många ggr är talet 2 så stort som talet 1?

Huru många ggr ingår 1 i 2?

Huru mångte delen (= hvilken del) af 2 är 1?" o. s. v.

Här följa ytterligare 11 frågor. Ur bihangets hithörande 34 räkneuppgifter afskrifva vi följande fyra:

4. Aina och Lasse hemkomma från bärskogen med hvar sin rifva smultron, som de öfverlemna åt sin mamma till middagen. Hvem af dem har hemtat mera bär, och huru mycket mera än den andra, då vi veta, att Lasses rifva innehöll en kanna och Ainas ett stop?

10. Nygårds Kajsa har en kanna bär till salu. Man betalar henne en femtio-penni-slant för stopet; huru många sådana erhåller hon då för kannan?

11. Huru många tunnor potäter går det åt för dig i månaden? frågar fru T. af fru L. Kära du! jag köpte 2 tunnor i början af september, och i dag, den 2:dra november, togs det sista deraf till middagen. Huru många tunnor i månaden åtgå då för fru L?

24. Vi veta, att Gustafs äldre broder Knut är en sådan karl, att han orkar bära ett helt lispund ett godt stycke väg. Huru många ggr fram och tillbaka får han då gå mellan stugan och magasinet, om han derifrån vill hemta 2 lispund mjöl till stugan?

Bland exemplen till talet 9 anmärka vi följande:

Hvilket är det tal, hvars sjundedel ökad med 5 är lika med två tredjedelar af 9?

Särdeles intressant är det att se, huru enkelt förf. löser och gör begripligt uppgifter, hvilka torde synas rätt svåra för dem, hvilka äro vana vid endast den gamla räknemetoden, t. ex.

Brukspatron H. skänker 36 mark till socknens fattigkassa att utdelas mellan tre af honom uppgifna fattiga familjer till den snart stundande julen; huru mycket erhålla de hvardera, då han derjämnte bestämt, att den talrikaste af dem bör erhålla dubbelt så mycket som den fåtaligaste, och denna två tredjedelar af det, som den tredje får? Sv. en får 16 mark, en annan 12 mark och en 8 mark.

Förf. uppenbarar genom sina exempel, att han är barnvän och att han är noga bekant med allmogens seder och bruk — egenskaper, hvilka alltid äro nyttiga för en pedagog. Ett par exempel äro tillräckliga att bekräfta detta.

Ex. 27 (talet 7). Vid kräftbäcken äro en gosse och en flicka upptagna med att kräfta. Huru många kräftor erhålla de hvar vittjning tillsammans, då gossen, som kräftar med käppar, får 2 stycken, och flickan, som begagnar sänkhåfvar, upptager 5 stycken hvarje gång?

Ex. 94. (tabulan med 9). En skärgårdsbo säljer 3 stycken 2-punds laxar för 4 mark pundet, men han gör sjelf följande uppköp: 1 matta mjöl för 27 mk, och 2 kannor godt bränvin för 6 mk kannan; huru mycket har han qvar af de influtna medlen, då ytterligare 8 mark deraf afgått till hans uppehälle på stället der han afyttrat sina varor?

Som vi se, sätter förf. barnet genast in i alla de räknesätt, som kunna förekomma. Så t. ex. inskränker han ej de första räkneöfningarna till endast addition och subtraktion, utan upptager äfven sådana, som höra till multiplikation och de båda slagen af division, ja äfven sådana, som pläga lösas medelst eqvationer af första graden. Detta är alldeles i öfverensstämmelse med vår åsigt, hvilken vi haft tillfälle att uttala vid anmälan af några aritmetiska läroböcker i denna tidskrifts förra årgång. Utan tvifvel skola många anse denna metod mycket för svår. Men väljer man exemplen enkla och ur lifvet, så att lärjungen finner intresse i dem och kan liksom få fäste i dem, skall man få se sina bemödanden enligt denna metod krönta med lycklig framgång.

Vi lyckönska förf. till hans goda arbete, hvilket på ett synnerligen tydligt sätt uppenbarar, att förf. med kärlek är fästad vid undervisningskallet. Måtte detta förf:s välskapade barn få inträde litet hvarstädes i norden och måtte det snart efterföljas af sin väntade och efterlängtade tvillingbroder!

2. GULDBERG, A. S. *Regningsarterne og deres Anvendelse*, nærmest udarbeidet for *Lærerne* ved vore Borger- og Almuskoler. Christiania 1868. Pris 30 skilling.

Dr Guldberg har i detta arbete utfört en svår och ömtålig uppgift, då han utgifvit en lärobok för *lärare* i ett ämne, der nästan hvar och en anser sig fullt hemmastadd. I denna sin uppgift har förf. lyckats synnerligen väl. Öfverallt har han vetat att framhålla de egentliga svårigheterna, dervid väl åtskiljande hufvudsak från bisak. Sedan han grundligt genomgått någon punkt, repeterar han den i raska drag. Stilen är ledig, enkel, behaglig; bevisen äro stränga, till botten gående. Vi hafva haft en synnerlig njutning af förf:s fängslande bok.

Ehuru förf. på det hela taget på ett utmärkt sätt redogjort för de olika räknesätten och framstält de pedagogiskt rigtigaste metoderna för undervisningen, är det dock tvenne punkter, — läran om division i hela tal och läran om multiplikation i bråk, — i hvilka förf. lyckligare kunde hafva utfört sin sak. Vi vilja nu redogöra för dessa och börja med

1. *Division i hela tal.*

Förf. säger: «At dividere en Størrelse med en anden er at finde en tredie Størrelse saa stor, at den multipliceret med den anden giver første. . . . Saaledes er:

$$20 : 4 = 5,$$

thi man har

$$5 \times 4^{*} = 20.$$

— — — — — — — — — — — — — — —

Oprindeligt stiller Division sig som en Delen, hvoraf ogsaa Navnet, og man kan meget vel definere Division som den Opgave at dele et givet Tal i saamange ligestore Dele, som et andet Tal angiver.

* Detta betyder enligt förf. 5 taget 4 gånger. Detta beteckna vi heldre 4 × 5, ty man säger ju vanligen 4 ggr 5, liksom man i prosa säger heldre blå gossar än "gossar blå".

At dividere 20 med 5 er da detsamme som at dele 20 i 5 lige store Dele; da disse 5 Dele tilsammen maa være lig 20, saa ses, at Qvotienten Gange Divisor är lig Dividenden, og man føres tilbage til den først opstillede Definition.

For de benævnte Tals Vedkommende er altid Divisor ubenævnt, men Dividend och Qvotient *af samme Art*. Skal 20 sk. deles ligelig mellem 5 Personer, da sker dette ved at dividere med det ubenævnte Tal 5, och Qvotienten bliver 4 sk., altsaa *ensartet* med Dividenden.

Der kan imedlertid forekomme de Tilfælde, hvor ialfald *tilsyneladende* Divisor er benævnt. Har man saaledes følgende Opgave:

Byen C. har 35000 Indbyggere, Byen D. har 7000 Indbyg., hvormange Gange større er da Antallet af Indb. i C end i D? . . . .

Man kunde her fristes til at antage Dividend og Divisor for benævnte Størelser af samme Art, hvis Qvotient da blev et ubenævnt Tal 5; men det er urigtigt at betragte Sagen paa den Maade, i det man derved kommer i Strid med Definitionen på Divisio. Det er forstaaeligt at dele 35000 Mennesker i 7000 ligestore Dele, hvorved kommer 5 Mennesker paa hver Del, men det er uforstaaeligt og meningsløst at dele 35000 Mennesker med 7000 Mennesker. Enkelte have søgt at klare denne Vanskelighed ved at opstille en ny Definition paa Divisio og sige: at dividere 35000 M. med 7000 M. er at undersøge, hvormange Gange det sidste Antal indeholdes i det første.

Herimod maa nu først indvendes, at man ikke har Ret til at opstille mere end en Definition, men dernæst — hvad der er det Væsentlige — en saaden Stræben efter at forklare Vanskeligheden er at gaa over Bækken efter Vand.

Ved denne og utallige Opgaver af lignende Slags har man nemlig ikke *umiddelbart* at anvende Divisionen, men man har først at paavise, at det Tal, der søges, uden Hensyn til om det er benævnt eller ubenævnt, erholdes ved Division af to ubenævnte Tal, heraf det ubenævnte Tal 35000 med 7000. Det er jo nemlig indlysende, at i denne Opgave er Benævningen aldeles *ligegyldig;* Resultatet var bleven det samme, om der istedetfor Mennesker var staaen Hunde eller Heste eller Kør eller hvad som helst. Men er Benævningen ligegyldig og altsaa uden Betydning, da er det klart, at man i Regneoperationen har Ret til at betragte Tallene som ubenævnte.«

Så långt författaren. Förf. har här gjort ett misstag, då förf. säger, att vid division divisorn nödvändigt måste vara ett obenämndt tal. Förf:ns anmärkning, att i motsatt händelse råkar man i strid med definitionen på division, bevisar ingenting annat, än att antingen höra exempel sådana som förf. anfört ej till division, eller ock är definitionen för trång. Då den förra möjligheten här är den rigtiga, måste sål. förf:ns definition vara för trång. Den rigtiga och generela definitionen har förf. sjelf uppgifvit, ehuru blott i förbigående, då förf. säger: "man kan betragte Division som en multiplikationsopgave, hvor man har givet Produktet og den ene Faktor og søger den anden Faktor." Låta vi nu produkten vara benämnd, så kan således antingen den benämnde eller obenämnde faktorn sökas. På grund häraf sönderfaller uppgifterna under division i 2 slag: 1) sådane, der den obenämnde faktorn sökes (hit hör den art af definition, som förf. behandlar), 2) sådane, der den obenämnde faktorn sökes (hit hör det af förf. angifna exemplet om de 35000 och 7000 menniskorna). Att förf. kan bringa uppgifterna af det senare slaget att lösas, såsom om de hörde under det förra slaget af frågor, beror ej såsom förf. tror derpå, att det är likgiltigt hvad benämning de gifna hafva och att de således kunna vara obenämnda, utan derpå, att i st. f.

a gånger b menniskor, hästar, kor o. s. v.

man kan sätta

b gånger a menniskor, hästar, kor o. s. v.

Vi öfvergå nu till den andra punkten

2. *Multiplikation i bråk, då multiplikatorn är ett bråk.*

Förf. säger: «Her strækker ikke den sædvanlige Definition paa Multiplikatio til. At multiplicere et Tal med et andet er jo, at sætte det første saa mange Gange som Addend, som det andet indeholder Enheder; men er det andet, Multiplikator, en ægte Brøk, saa indeholder den slet ingen Enheder. Hvorledes skal man da hjælpe sig? Skal man udenvidere sige: det er en Umulighed at multiplicere med en ægte Brøk, thi det strider mod Multiplikationens Begreb?

Herpaa maa svares: Hvis ikke Begrebet Multiplikation med Brøk opfattes anderledes end med helt Tal, da er det en Umulighed, og Udtryk som $4 \times \frac{2}{3}$ ere uden Mening, thi det er en Urimelighed at sætte 4 saa mange Gange som Addend som $\frac{2}{3}$ indeholder Enheder, da denne Brøk slet ingen Enheder indeholder.

Dette, at den gamle Definition paa Multiplikatio ikke lader sig anvende, naar Multiplikator er en Brøk, har ledet nyere Forfattere — f. Ex. Professor Dr O. J. Broch — til at anse det her absolut nødvændigt at indføre en ny Definition eller at udvide den gamle til at indeslutte et nyt Begreb. Denne Definition kan imidlertid — som Dr Broch bemærker — ikke vælges vilkaarlig, men saaledes, at den falder sammen med den gamle, naar Multiplikator er en uægte Brøk, der indeholder lutter Hele.

Da nu f. Ex. $4 \times \frac{15}{3}$ er lig $4 \times 5 = 20$, maa Definitionen vælges saaledes, at $4 \times \frac{15}{3}$ virkelig bliver 20. Detta sker nu let ved at antage følgende Definition:

En Størrelse (d. v. s. et Tal, helt eller bruddent) *multipliceres med en Brøk ved at multiplicere samme med Tælleren og dividere det Udkomne med Nævneren.*

Utan att i någon mon vilja förneka rigtigheten af detta förfaringssätt, så mycket mer, som det är i full öfverensstämmelse med det förfaringssätt, som man begagnar vid dylika fall i öfriga delar af matematiken (t. ex. i läran om potenser, i läran om differentiering vid flere oberoende variabla), anse vi dock, att man kan generalisera definitionen för multiplikation så, att den sätter nybörjaren mera in i betydelsen och väsendet af multiplikation i bråk, än den förf. begagnat. Man vet nämnligen, att vid multiplikation i hela tal gäller den egenskapen, att för konstant multiplikand är produkten proportionel mot multiplikatorn. Vi bestämma nu multiplikation i allmänhet (multiplikatorn må vara hvad storhet som helst) att vara det räknesätt, der för konstant multiplikand produkten är proportionel mot multiplikatorn. Skall nu a multipliceras med $\frac{1}{n}$, bör produkten enligt nyssnämnda bestämning bli $\frac{1}{n}$ af hvad man erhåller, om man multiplicerar a med 1, d. v. s. $= \frac{1}{n}$ af a, och således, om man multiplicerar a med $\frac{m}{n}$, bör produkten bli $= \frac{m}{n}$ af a.

Denna bestämning leder således till följande betydelse af multiplikation i bråk: *Med* $\frac{m}{n}$ *gånger a eller, analytiskt uttryckt, med*

$$\frac{m}{n} \cdot a\,*$$

menas $\frac{m}{n}$ *af* a.

Vi hafva velat framställa detta mera som ett alternativ än som en anmärkning mot förf:s för öfrigt ganska skarpsinniga sätt att utvidga definitionen på multiplikation.

Vi sluta med att tacka förf. ännu en gång för det angenäma nöje läsningen af hans bok skänkt oss och önska, att hans arbete äfven i den öfriga delen af norden utom Norge måtte få så många läsare som möjligt.

3. BJÖRLING, C. F. E. (junior). *Sur le mouvement rectiligne d'une molécule, soumise à une force attractive ou repulsive, qui est une fonction algébrique rationelle et entière de la distance d'un centre fixe. (Grunerts Archiv för 1869).*

I en lättläst afhandling visar förf., huru man skall afgöra, om rörelsen hos en molekyl, som är underkastad en kraft af nyssnämnda beskaffenhet, är oscillerande, konvergerande mot en bestämd punkt eller aflägsnande sig i oändligheten. Han har bevisat, att för detta erfordras endast kännedom af rötterna till eqvationen

$$f(x) = 0,$$

der $f(x)$ uttrycker den lag, enligt hvilken kraften verkar.

Metoden grundar sig ytterst på ett teorem angående sambandet emellan en hel algebraisk funktions och dess derivatas rötter, ett teorem hvilket han år 1868 framstält i samma tidskrift.

Särskildt använder han sin teori på de båda fall, då attraktionslagen är

$$1)\quad f(x) = k(x-a)(x-b),$$

$$2)\quad f(x) = k(x-a)(x-b)(x-c)(x-d).$$

Det är märkvärdigt att se, huru man för dessa och dylika fall nästan utan all räkning kan afgöra rörelsens beskaffenhet. — Våra mekaniska läroböcker innehålla merendels ingen annan händelse, än för $f(x)$ = konstant, d. v. s. $f(x)$ af nollte graden. Herr Björling tillåter $f(x)$ att vara af hvad grad som helst.

F. W. HULTMAN.

Svar och rättelser med anledning af anmälda och granskade skrifter.

1. Phragméns trigonometri.

«I anmälan af min plana trigonometri, sid. 291 årg. 1868, ställer referenten till mig den frågan, hvarföre jag först i sista kapitlet af andra afdelningen upptagit formeln

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \operatorname{Cos} A.$$

Jag vill nu besvara denna fråga.

* Förf. skulle skrifva: $a \cdot \frac{m}{n}$.