

Att ordna, från ordning till  
ordning



# Att ordna, från ordning till ordning

Yngre förskolebarns matematiserande

*Maria Reis*



© *Maria Reis*, 2011

ISBN 978-91-7346-713-1

ISSN 0436-1121

Fotograf: Tove Karlsson (*Ringtornen*)

Akademisk avhandling i ämnesdidaktik med inriktningar, vid Institutionen för didaktik och pedagogisk profession

Avhandlingen finns även i fulltext på

<http://hdl.handle.net/2077/27889>

Denna doktorsavhandling har genomförts inom ramen för forskarskolan i utbildningsvetenskap vid Centrum för utbildningsvetenskap och lärarforskning, Göteborgs universitet.

Centrum för utbildningsvetenskap och lärarforskning, CUL

Forskaraskolan i utbildningsvetenskap

Doktorsavhandling 13

År 2004 inrättade Göteborgs universitet Centrum för utbildningsvetenskap och lärarforskning (CUL). CUL:s uppgift är att främja och stödja forskning och forskarutbildning med anknytning till läraryrket och lärarutbildningen. Forskaraskolan är fakultetsövergripande och bedrivs i samarbete mellan de fakulteter som medverkar i lärarutbildningen vid Göteborgs universitet samt i samarbete med kommuner, skolhuvudmän och högskolor. [www.cul.gu.se](http://www.cul.gu.se)

Distribution: ACTA UNIVERSITATIS GOTHOBURGENSIS

Box 222

SE-405 30 Göteborg, Sweden

Tryck: Kompendiet, Göteborg, 2011

# Abstract

Title: To order, from order to order: Toddlers' mathematizing  
Language: Swedish, summary in English  
Keywords: mathematizing, toddlers, mathematics, variation theory, dimensions of variation, differentiation, young children's learning, preschool  
ISBN: 978-91-7346-713-1

A starting point for this study was an interest based in my earlier experience that most of the youngest children's mathematizing in everyday life was unspoken and unknown. The aim of this thesis is to contribute to the knowledge about how toddlers mathematize and develop mathematical knowledge and understanding through activities with concrete material. The theoretical framework is based on variation theory (Marton & Booth, 1997; Marton et al., 2004), combined with ideas offered by Gibson and Gibson (1955), Gibson et al. (1962) and Gibson and Pick (2000). This framework makes it possible to describe subtle differences in how children handle a mathematical content. It holds a non-dualistic ontological position, and sees phenomena from a second order perspective, focusing on "children's perspectives" and the object of learning.

The collected data consists of 47½ hours of video documentation of 16 toddlers' everyday activities and arranged situations in a longitudinal study. Situations chosen for analysis is a sub-sample from a larger corpus. "Fine-grained analysis" is performed of four toddlers' activities with nesting cups and a ring tower and their verbal and non-verbal interaction. The design of the arranged situations was that a new material was introduced, a material similar to one well known to the children. The toddlers themselves chose the material (self chosen activities) and for how long time they wanted to use it. The materials consisted of rings and cups that could be ordered according to their size and slope in series or in a tower. The results show a variety of different ways that the toddler may handle the situation. From the analysis the following categories have been identified: Building a tower without apparent order, Making an order, Bringing and maintain size order, Challenging order, Creating new order to challenge peers' knowledge. Based on previous knowledge the child distinguished by differentiation some dimensions of variation, particularly orientation, tower property and size, and values within these dimensions of variation.

The results show that toddlers discern and open one dimension of variation at a time. The first dimension of variation the children identify and open is the orientation of the cups and rings. Then what tower a cup belongs to and later the size dimension are discerned by the toddler. Finally the toddler discerns that all cups and rings have a certain place in the order, and that all rings and cups are important for the ordering. A conclusion to be drawn is that a previous value within a dimension of variation is later identified as a new value or another dimension of variation.

The interest of this research was to study toddler mathematizing "in situ" and focus on how children's mathematical development is interactively constructed "here and now". Toddlers' activity of this kind is a crucial preparation for fundamental arithmetics such as properties of number and basic operations. Structuring and ordering in series are important in relation to sense-making in early mathematizing.



# Innehåll

Förord	
INLEDNING .....	13
En förändrad syn på barns lärande i förskolan.....	18
Barns kompetens – det kompetenta barnet .....	19
Barns perspektiv eller barnperspektiv .....	20
TEORETISKA UTGÅNGSPUNKTER.....	23
Fenomenografi och Variationsteori.....	25
Urskiljning och simultanitet .....	26
Relevansstruktur och variation .....	28
Variationsmönster .....	30
Lärandets objekt och rum för lärande .....	32
Dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation .....	33
Variationsteorin och yngre barns matematiserande.....	34
BARN OCH MATEMATIK.....	37
Barns matematiserande i vardagen.....	38
Subtitisering.....	40
Jämförelse, likhet och ordningsrelationer.....	41
Att klassificera och ordna i serier .....	42
Ett-till-ett-relation och tidiga aritmetiska kunskaper .....	43
Rum och spatial orientering .....	54
Form, figur och bakgrund .....	55
Form och geometri.....	57
Mätning och uppskattning.....	63
Att resonera och lösa problem- matematik som språk .....	66
Matematik och utvecklande av kompetens .....	67
SYFTE.....	71
METOD.....	73
Forskarrollen .....	75
Videokameran ett verktyg för att samla in data, hinder – möjligheter .....	76
Mikroanalyser av lärande i interaktion och handling.....	78
Videotetik och etiska överväganden .....	79
Tillförlitlighet och trovärdighet.....	81
FÖRSKOLAN SOM MILJÖ FÖR DATAINSAMLING .....	85
Förskolan Blå .....	85
Förskolan Gul.....	86
Genomförande.....	86
Urvalsgrupp .....	87
Avdelning Grodan .....	87
Rutiner .....	88
Datainsamling.....	89
Analys och analysförfarande .....	91
Analysens steg .....	92

Ringtornen.....	95
Burktornen .....	96
RESULTAT .....	101
Att ordna från ordning till ordning med burkar och burktorn .....	101
Att ordna burkar.....	104
Att ordna i partiell ordning.....	106
Alva och Chris ordnar i partiell ordning.....	110
En återblick.....	114
Att ordna i storleksordning.....	116
Alva och Ella ordnar i storleksordning.....	116
En återblick.....	118
Att ordna och upprepa storleksordning.....	119
Alva och Ella ordnar och upprepar storleksordning.....	121
En återblick.....	123
Att öppna rum för eget ordnande.....	124
Alva och Ella öppnar rum för eget ordnande.....	125
En återblick.....	127
Att ordna, från ordning till ordning med ringar och ringtorn.....	128
Att ordna ringar.....	128
Chris ordnar.....	131
En återblick.....	132
Att ordna i partiell ordning.....	132
Alva och Chris ordnar i partiell ordning.....	135
En återblick.....	138
Att ordna i storleksordning.....	138
Alva och Chris ordnar i storlek.....	145
En återblick.....	146
Att ordna och upprepa storleksordning.....	147
Chris och Ella ordnar och upprepar storleksordningen.....	150
En återblick.....	151
Att öppna rum för eget ordnande.....	152
En återblick.....	155
Att öppna rum för andras ordnande.....	155
En återblick.....	158
Rum för lärande.....	159
Eskil och objekt för lärande.....	160
Chris och objekt för lärande.....	162
Alva och objekt för lärande.....	163
Ella och objekt för lärande.....	165
En sammanfattning över studiens resultat.....	166
Att ordna burkar.....	166
Att ordna ringar.....	167
Lärande, en beskrivning av urskilda dimensioner av variation och värden som differentieras.....	168
TILLBAKABLICK OCH DISKUSSION .....	169
Att ordna – yngre barns matematiserande i förskolan.....	169
De yngsta barnens matematiserande i relation till objekt för lärande.....	173
Metoddiskussion.....	176
Teoretiska och pedagogiska implikationer.....	180
Slutsatser.....	182



Fortsatt forskning .....	184
Slutord .....	185
SUMMARY .....	187
REFERENSER.....	199
Bilaga 1 - 6	



## Förord

Mitt mödosamma arbete med att skriva denna avhandling skulle kunna beskrivas och summeras som en bergochdalbana med hastiga tempoväxlingar, svindlande höjder, avgrunder och mödosamma raksträckor. Denna avhandling har nu avslutats och även ett fantastiskt kapitel i mitt liv, som gett mig nya insikter och nya vänner. Allt eftersom tiden på forskarutbildningen avverkades insåg jag att en avhandling inte skrivs av sig själv, utan är helt beroende av hjälp och stöd av familj, kollegor, vänner samt i dialog med handledare. Därför vill jag här uttrycka min oerhörda tacksamhet till alla, enskilda personer samt till olika grupper som jag har tillhörighet i, och som har hjälpt mig att fullborda denna avhandling. Först och främst vill jag tacka mina handledare Torgny Ottosson och Jonas Emanuelsson som hjälpt mig att behålla fokus och sitta kvar i vagnen under resans gång. Ett stort tack vill jag ge Högskolan i Borås som stöttat mig ekonomiskt samt alla mina kollegor som också varit medresenärer och gett mig uppmuntrande ord och intresserat sig för mitt arbete och då speciellt Birgitta Davidsson, Susanne Björkdahl-Ordell, Maria Ferlin och Elisabeth Persson. Som doktorand ingår man i olika grupperingar och nätverk och därför vill jag tacka mina doktorandkollegor i CUL:s forskarskola samt i LUM-gruppen. Ett stort tack vill jag också ge till alla deltagare i ”VT-gruppen”, speciellt Ferenice Marton. Andra mycket betydelsefulla personer är de barn som har gjort detta arbete möjligt och berikat mitt liv, så ett stort tack ger jag till alla barn och all personal på ”Förskolan Gul” och framför allt Eskil, Alva, Ella och Chris som bjöd in mig och visade delar av sin vardag. Andra vänner som har räckt ut en stödjande hand när resan har varit gropig är John Eriksson som hjälpt mig med de tecknade bilderna och Marianne Källman som har granskat mina snåriga texter. Ett tack ska gå till Marianne Andersson, och Lisbetth Söderberg som hjälpt mig med praktiska detaljer och fått denna bok i tryck. En annan grupp och personer som har stöttat och hjälpt mig att hitta fram i irrfärder och i skrivprocessen är FLUM-gruppen, här vill jag nämna Angelika, Cecilia, Hoda, Wei, Ragnhild, Rimma och Åse, tack för alla kommentarer och för alla underbara möten. Sist och allra mest vill jag tacka min familj, Göran, Tove och Pontus som stöttat och gett mig insikt i att det finns andra värden i livet än att skriva en avhandling.

Solsten i november 2011

Maria Reis



# INLEDNING

Eskil, Ella, Alva, Chris och Robert sitter vid bordet i matrummet. Barnen har burkar med små mosaikbitar i olika färger, flest svarta, framför sig på bordet. Barnen lägger mosaikbitarna i mönster och i långa rader. Robert (3:3)<sup>1</sup> kommenterar Alvas rad ”Alva har längre än mej”. Han bygger en rektangel med 2x4 bitar och säger ”de ser ut som ett fönster” och pekräknar bitarna, först till sju och därefter till fem och säger ”nu blir de sju, o nu blir de fem”. Barnen ser på Roberts svarta rektangel och Eskil säger ”de ser ut som choklad” (barnen börjar diskutera ”choklad”). Robert bygger sedan en kvadrat med 3x3 bitar och säger ”den där är en mitt”, och pekar på den mittersta mosaikbiten i sin kvadrat. Han fortsätter att bygga och lägger en rad till. Nu innehåller rektangeln 3x4 bitar och Robert säger ”den där har ingen mitt” och pekar på centrum av rektangeln. (2008-05-23)

Under många år har barns matematiserande intresserat mig. Genom min roll som förskollärare har jag mött barn som räknat eller visat annat matematiskt kunnande (Reis, 1998, 1999a, b, c). Speciellt uppmärksammade jag de barn som agerade eller beskrev sin matematiska förståelse på ett sätt som skilde sig från de andra barnens. I min strävan att tolka barns tankar, erfarenheter och handlingar har jag observerat de allra yngsta barnens spontana vardagsmatematiserande.

Matematikens roll och barns matematiserande i förskola och skola har för mig varit, och är i dag, i fokus för samtal och diskussioner med andra, lärare på förskolan, studenter och kollegor på lärarutbildningen (Reis, 2000, 2001, 2008a, b). Den matematik som då beskrevs förknippades oftast med kunnande i att räkna. En lärare uttryckte att ”inte ska vi lära de små barnen att räkna” (Reis, 2003). Utifrån vetskap om att matematik är så oändligt mycket mer än att bara räkna utvecklade jag ett fördjupat intresse att studera andra matematiska aspekter än aritmetik. Mitt forskningsintresse var inledningsvis att utveckla och fördjupa den design som jag tidigare använt i min C-uppsats (Reis, 1998). Där synliggjordes några småbarns matematiska erfarenheter och hur de tillägnade sig matematisk förståelse, genom att de i egen lek löste problem med matematisk innebörd. Med utgångspunkt i dessa erfarenheter utvecklades forskningsfokus och design till den föreliggande avhandlingen. Frågan för forskningsintresset är: Hur utvecklas yngre barns matematiska förmåga, i aktiviteter som inbjuder till ordnande.

---

<sup>1</sup> Siffrorna inom parantes anger barnets ålder, 3 år och 3 månader.

Barns kunskaper i matematik har fått en allt större uppmärksamhet och betonats allt mer. I förskolans första läroplan, Läroplan för förskolan, (Utbildningsdepartementet, 1998) beskrivs de områden och ramar som lärare ska arbeta efter samt de kompetenser som barn ska utveckla, exempelvis att upptäcka och använda matematik i meningsfulla sammanhang. Vidare beskrivs att barn ska utveckla förståelse för grundläggande egenskaper hos tal, mätning, form och förmåga att orientera sig i tid och rum. Arbetslaget ska stimulera barns nyfikenhet och förståelse för matematik i vardagen.

I förskolans reviderade läroplan<sup>2</sup> (Skolverket, 2010a) har matematikens roll betonats ytterligare. Skolverket (2010c) anger att de yngsta barnen intuitivt jämför företeelser i omvärlden när de rör sig i rummet, upptäcker föremål eller utforskar handlingars utfall. När barn upptäcker att saker och ting skiljer sig åt, öppnas möjligheter att urskilja vad som är likt eller olik, men även att generalisera en tidigare erfarenhet till en ny situation, erövra matematiska begrepp och utveckla kunnande om tal och antal. För att matematiska begrepp ska bli meningsfulla bör barn ha möjlighet att möta, pröva och utforska samma begrepp i olika aktiviteter och sammanhang. Detta ger att också de yngsta barnen i förskolan ska få möjlighet att utveckla sin förmåga i matematik, även om barnen inte själva med matematiska ord kan beskriva sina handlingar eller tankar. Som Dienes (1960) skriver: ”The child plays with bricks or other objects, grouping them in collections [...] long before he knows that he is really practising the ingredients for later number and spatial concepts” (s. 22).

I avhandlingens inledande episod beskrivs barn i en så kallad småbarnsgrupp och deras diskussion kring vad de mött och möter i situationen. Barns matematiserande sker i samspel mellan barnet och dess värld i ett aktivt utforskande, sökande efter relationer mellan fenomen och lösningar på problem. Matematik uppträder i barns fria lek, i bygglek med klossar eller i andra spontant uppkomna aktiviteter, exempelvis när barn pusslar, ritar eller modellerar. Tillfället är oftast flyktigt, men också ”intrasslat” i barns tidigare erfarenhet och situationens komplexitet. Forskning om barns matematiserande är ett uppmärksammat forskningsfält. Framst har forskningen fokuserat på de barn som är över 3 år och deras aritmetiska kunskaper i arrangerade situationer. Detta har kritiserats av bland annat Ginsburg och Golbeck (2004), som menar att tidigare forskning främst inriktat sig på barns tidiga kunskaper i matematik isolerad från barns

---

<sup>2</sup> En ny reviderad, läroplan för förskolan trädde ikraft 2011-07-01.

vardagsvärld. Uppgiften är nu att studera barns lärande i matematik “and more importantly, as it can be, in the mélange of settings in which it occurs” (s. 197).

Ordet matematisera används i detta arbete för att poängtera processer och har valts eftersom matematik här ses som något som görs. Verbformen används för att betona de handlingar, skeenden och processer som äger rum i barns vardag, i lek och lärande. Matematisera ses därmed som processorienterad problemlösning, ett lärande som sker i handling. Ordet matematik används som samlingsnamn för beskrivning av ett innehåll som kan knytas till ett matematiskt ämnesområde.

Freudenthal (1991) resonerar kring begreppet matematisera och menar att matematiserande är en process som fortsätter så länge som vår verklighet förändras, utvidgas och fördjupas, under olika förhållanden, som i sin tur förändrar verkligheten. Ursprunget till begreppet matematiserande beskrivs som analogt till axiomatiserande, formaliserande och schematiserande. Han menar att begreppet behöver uppmärksammas för att inte begränsas till en av dess komponenter.

I myself insist on including in this one term the entire organising activity of the mathematician, whether it affects mathematical content and expression, or more naïve, say lived experience, expressed in everyday language. (Freudenthal, 1991, s. 31)

van Nes (2009) beskriver också begreppet matematisera och anger att matematisera betyder mer än att öka sin kunskap i att räkna och utföra matematiska operationer. Hon hänvisar till Treffers och skriver att “rather, it involves understanding underlying mathematical abilities such as ordering, classifying, generalizing and formalizing” (s. 30). Vidare beskrivs “guided reinvention” och betydelsen av vuxna som kan hjälpa barn att utforska och se den matematik och barns matematiserande som uppträder i vardagens situationer så att fler områden inom matematiken erövrar. van Nes skriver “In the (re)invention perspective, the children really (re)invent the mathematics by being placed in situations that require mathematizing” (s. 30). Barnen bör erbjudas tillrättlagda situationer så att spontana strategier aktiveras, utvecklas och utmanas. Läraren får inte tvinga barn, utan ska erbjuda verktyg så att barnen utgår ifrån egna tidigare erfarenheter och utvecklar nya insikter.

För att benämna barn i åldrarna 1–6 år finns olika begrepp, exempelvis små barn eller småbarn, förskolebarn eller yngre barn. Begreppet små ses här inte som

användbart eftersom barn inte endast är små utan även yngre. Att använda ordet förskolebarn kan ge intryck av att de barn som ingår i föreliggande studie ingår i ett bredare åldersspann. I vissa engelskspråkiga texter, facklitteratur och forskning, används ofta termen toddlers som beskrivning av barn i åldrarna 2–4 år (Baroody, Li, & Lai, 2008; Clements, Wilson, & Sarama, 2004; Clements, Sarama, & DiBiase, 2004). I vårt svenska språk har vi ordet ”tulta”, som benämning av barn i åldern 1–2 år. Ett annat begrepp, som använts av Lökken (2008), är ”toddlare” för benämning på de yngsta barnen. Ordet toddlare används även i svenska tidskrifter, uppsatser och i läroböcker för att beskriva barn i åldrarna 1 till 3 år, men i föreliggande studie används begreppet yngre barn eller de yngsta barnen.

Andra begrepp som är viktiga för definitionen av matematiserande är figur, bakgrund och struktur. I barns matematiserande och utveckling av matematiskt kunnande är förmågan att urskilja vad som är figur, bakgrund och struktur avgörande för att de ska kunna organisera, se mönster och relationer mellan fenomen. De objekt barn riktar sin medvetenhet mot framträder och fokuseras. Barnet urskiljer genom differentiering föremålets olika egenskaper. Dienes (1960) beskriver matematik som struktur och samband. En matematisk utsaga är en utsaga som görs i förhållande till en matematisk struktur, exempelvis räkneordens förhållande till ett exakt antal samt symbolernas betydelse för att skriva eller beskriva utsagan. Freudenthal (1991) beskriver matematiska strukturer som språkliga uttryck i relation mellan form och innehåll och ger följande exempel:

Structure is form abstracted from its linguistic expression [...] In mathematics the relationship between form and content is reflected by that between something *having* or *being* a structure. Structuring is a means of organising phenomena, physical and mathematical, and even mathematics as a whole. (Freudenthal, 1991, s. 20)

Vidare anger Freudenthal (1991) att tal 1, 2, 3 etcetera bör tolkas som strukturer. Dessa har såväl ordinal- som kardinal- och ordningsstruktur<sup>3</sup>. Strukturen för

---

<sup>3</sup> Här ses antal som strukturer, ordinalstruktur visar den första, den andra osv., kardinalstruktur beskriver ett visst antal, ordningsstruktur beskriver talens position på räkneramsan, och den ordningsrelation och innebörd som talen har i förhållande till varandra. (fyra är benämningen på en mängd som innehåller ett objekt mer än tre och benämns efter tre i räkneramsans ordningsstruktur).



addition är  $a + b = c$ , ”to each pair of things it assigns a third, its sum” (s. 21) och summan av  $a + b$  är alltid det samma som summan av  $b + a$ <sup>4</sup>.

By discovering structures within mathematics we have learned to better understand the inherent organisation of our knowledge. (Freudenthal, 1991, s. 26)

Freudenthal (1991) beskriver att utifrån erfarenheter och handlingar struktureras världen, individen utvecklar och försöker ”greppa verkligheten”. Vissa matematiska strukturer kännetecknas av stor användbarhet och kan exemplifieras genom siffror eller relation mellan och inom geometriska objekt, och är relativt lätta att urskilja. Andra forskare som beskriver barns matematiserande är Clements och Sarama (2007) som anger matematiserande som aktiva processer då barn skapar och återskapar kunskap. Strukturen och innehållet i processen är sammanflätade och varje struktur utgör organisation och ger komponenter från vilken barnet bygger nästa, en mer sofistikerad struktur, och utvecklar kunskaper. Både Baroody (1987) och Devlin (1995) anger kunskapens kärna som struktur, logik och information. Informationens delar relateras till varandra, dessa organiseras i meningsfulla helheter och tillämpas för att söka nya relationer, upptäcka mönster och ordna.

I forskning om barns tidiga lärande i matematik används även termerna prematematik och preräkning. Men hur definieras och beskrivs prematematik i relation till matematik? Begreppen diskuterades av flera forskare under slutet av 1900-talet (bl.a. Baroody, 2004; Freudenthal, 1971; Entwisle & Alexander, 1990). De anslöt sig till Freudenthals definition och menade att den prematematiska utvecklingen äger rum före skolstarten och ligger som grund för senare kunskaper, framför allt i formell aritmetik. Freudenthal (1971) beskriver prematematik:

That is to say they can develop an activity which on a higher level would be interpreted as mathematics. This bottom level is an indispensable precondition of mathematics. This should be stressed against people who rightly object that it is no mathematics at all. It is bottom-level, it is indispensable premathematics. (Freudenthal, 1971, s. 417)

Freudenthal (1971) behandlar övergången från prematematik till matematik och hänvisar till förståelse i aritmetik. Han menar att övergången sker när barn förstår tal som både ordinaltal och kardinaltal samt inser till exempel att talet 5

---

<sup>4</sup> Den kommutativa lagen

består av  $2 + 3$  eller  $4 + 1$  enheter, och själva kan fördela 5 enheter. Detta är en högre abstraktionsnivå än att räkna på talraden eller uppskatta antalet.

Sammanfattningsvis betraktas och beskrivs barns matematiserande utifrån barns handlingar. Matematiskt kunnande och matematiserande vävs in i situationer där barn löser uppgifter, eller i den egna leken, och kommer då till uttryck genom såväl verbala som ickeverbala handlingar. Utveckling av matematisk förmåga sker fortlöpande genom processer som prövning och övning. Yngre barn använder också fler informella begrepp och förfaringssätt än äldre barn, och matematiskt kunnande utvecklas framför allt genom problemlösning i vardagen. Ordet matematisera beskriver handlingsprocesser och kunnande som utvecklas och synliggörs över tid. Ordet matematik beskriver de matematiska begrepp som barn utvecklar samt det matematiska ämnesinnehåll som synliggörs i situationen. Barn söker information om relation, struktur, ordning, mönster och samband. Detta sker i interaktion med andra kamrater och vuxna genom lek och eget arbete för att förstå, söka kunskap och hantera situationer.

## En förändrad syn på barns lärande i förskolan

I relation till mitt forskningsintresse beskrivs nedan forskning om barns kompetens och hur det kompetenta barnet visas i några olika texter. I inledningen beskrivs först kort den förändring som skett i förskolan under senare år. Därefter beskrivs synen på barn då man talar om det kompetenta barnet, att man som lärare eller forskare tar eller närmar sig barns perspektiv i studier av barns lärande.

För forskare som studerar barn och förskoleverksamhet och lärare som arbetar inom förskolan ses tydligt den förändring som ”barnomsorgen” genomgått under de senaste 30 åren genom institutionalisering av barndomen och samhällets ökande ansvar, liksom riktlinjer och styrdokument för förskolan. Förskolans uppdrag har förändrats från en ”gemensamhetsvårdande” och fostrande pedagogik till en förskola för alla barn, där barn lär och ses som kompetenta och i demokratisk anda tar hänsyn till andra i sina beslut. Lärarna verkar för livslångt lärande och verksamheten ska vara rolig, trygg och lärorik för alla som deltar (Gannerud & Rönnerman, 2003; Markström, 2005). I läroplanen för förskolan beskrivs vad verksamheten ska erbjuda barnen, lärarnas uppdrag och strävansmål (Skolverket, 2010a, b; Utbildningsdepartementet, 1998). Barns lärande synliggörs och fokuseras och kompetensen poängteras av både

makthavare och forskare. Förskolan är nu även del av utbildningssystemet, vilket regleras i skollagen (Utbildningsdepartementet, 2010).

Eftersom förskolebarns lärande fokuseras allt mer så har vikten av en ny mer detaljerad och utvidgad läroplan fastslagits (Skolverket 2010a). I Skolverket (2010c) står att ”varje barn ska få möjlighet att utveckla sin matematiska förmåga efter egna förutsättningar, uppleva tillfredställelse över framsteg samt känna tilltro till sin egen förmåga och därmed kunna lära och använda matematik såväl i vardag som i framtida sammanhang” (s. 13). De delar som betonas (Skolverket, 2010b) är exempelvis att räkna och utforska grundläggande egenskaper hos tal och se samband mellan tal för att kunna ange ordning och antal. Vidare anges att barn ska ges erfarenheter att lokalisera olika egenskaper hos rummet och omgivningen. De ska upptäcka och utforska egenskaper i position, orientering, riktning, proportioner och rörelser. Barn ska lära om mätning och olika egenskaper hos föremål, exempelvis storlek, längd, bredd, höjd, vikt, volym och ordning samt se likhet och skillnad. Andra delar som betonas är att konstruera och sortera föremål utifrån olika egenskaper samt se och skapa form, mönster och samband. De ska leka, fantisera och resonera kring olika förutsättningar, men även förklara och utforska förklaringar på egna och andras frågor genom att experimentera, testa, föreslå, förutsäga och resonera kring orsak och verkan. Barns nyfikenhet och engagemang ska tillvaratas och vidareutvecklas i meningsfulla sammanhang: ”Det är därför viktigt att utgå från barnens perspektiv och knyta an till deras matematiska föreställningar och teorier” (s. 16). De behöver också få matematiska begrepp belysta på olika sätt och i olika sammanhang: ”Variation skapar förutsättningar för en djupare förståelse och gör det också möjligt att upptäcka vad som är unikt hos ett fenomen och vad som går att generalisera” (s. 17). Genom kommunikation lär barn både om sitt eget och andras sätt att tänka och resonera.

### Barns kompetens – det kompetenta barnet

I förskolan har begreppet det kompetenta barnet anammats. Barn ses som kompetenta, ansvarsfulla individer med egna intentioner, syften och mål. De bör ha möjlighet att fatta egna beslut som även påverkar verksamheten och kamraterna. Men vad får synen på barn som kompetenta, lärande och sociala redan vid födseln för betydelse för barns utveckling, lärande och matematiserande i förskolan? Sommer (2003; 2005) menar att kunskapen som skapas beror på interaktion som sker i specifika historiska och kulturella kontexter. Ofta utgår lärare och forskare från sina egna föreställningar om hur de

ser och uppfattar barn i stället för att utgå från barnens egna erfarenheter. Forskningen styrdes tidigare av ett psykologiskt och medicinskt perspektiv, där ett mer eller mindre uttalat syfte var att förändra barnen, till exempel att utveckla åtgärder eller arbetsmetoder. Man kan fråga sig om forskningen har förändrats och om barn är mer kompetenta idag, eller om det är vår syn på barn och barndom som har förändrats? Men forskning har visat att yngre barn observerar, funderar, resonerar och drar slutsatser. De experimenterar kring problem de stöter på (Gelman & Brenneman, 2004; Gopnik, Meltzoff & Kuhl, 1999; Sommer, 2005).

Yngre barn har matematiska förmågor och utvecklar dessa, och erövrar en implicit och intuitiv förståelse för orsak och verkan. Barns lärande börjar långt före skolåldern och har sin förhistoria. Tidigt i livet, innan barn börjar skolan, har de skaffat sig erfarenheter av kvantiteter och antal samt olika delnings- och additionsoperationer som är både komplexa och enkla. Barn har en egen förskolearitmetik (Vygotsky, 1935/1978). Det finns omfattande forskning som fokuserar barns tidiga aritmetiska kunskaper. Ginsburg och Golbeck (2004) beskriver att forskningen då visar vilka kompetenser barn har under vissa villkor, och anger även att barnen ofta lärde sig mycket mer än vad forskarna förväntade sig. Ginsburg och Golbeck menar att det finns faror i att betona barns kompetens. Barn kan exempelvis addera och subtrahera i informella situationer, men när de ska göra det mer formellt eller beskriva i ord vad de gör så kan barn hamna i svårigheter. Det finns även andra faror när barns kompetens betonas. En är att man förväntar sig för mycket av barnen, en annan är att undervisning av mer avancerade delar startar allt tidigare. Ytterligare en fara kan vara att lärarna inte förstår eller ignorerar komplexiteten av barns kompetens. Barn har inte bara kompetens eller saknar den, utan kompetens är beroende av kontexten och uppgiftens svårighetsgrad. Gelman och Brenneman (2004), Ginsburg och Golbeck (2004), samt Ness och Farenga (2007) menar att tidigare forskning visat stor samstämmighet vad det gäller vikten av det intresse och den känsla barn har för ämnet, som är av avgörande betydelse för deras lärande och hur de tar sig an ämnet.

## Barns perspektiv eller barnperspektiv

I relation till barns kompetens och det kompetenta barnet diskuteras här begreppen barns perspektiv och barnperspektiv. Jag ger också några korta inblickar i olika argument; om det är möjligt att ta ett barns perspektiv eller ett

barnperspektiv och vad det i så fall kan tänkas få för konsekvenser för forskningen.

Flera forskare menar att man som vuxen aldrig kan ta ett barns perspektiv, men möjligt är dock att närma sig ett barnperspektiv (bl.a. Sommer, 2003; Johansson, 2003). Marton och Booth (1997) skriver att vuxna tar barnets perspektiv så fort barnet är fött. Vuxna i barnets närhet försöker kommunicera med barnet. De använder barnspråk eller gestikulerar för att få kontakt och uppmuntrar barnets beteende. Intuitivt försöker de vuxna se världen som barnet ser den, och försöker leva sig in i barnets situation och anpassa sitt beteende och sitt tal till barnet. Sommer (2003) och Johansson (2003) pekar på svårigheter för forskaren som studerar yngre barn, i färd med att tillägna sig språket, då man även vill ta ett barns perspektiv. Halldén (2003) beskriver vikten av att studera barns perspektiv och söka efter barns perspektiv i relation till barns rättigheter och synen på barnet som en autonom individ, men också i relation till forskning och att ”gå utöver återgivande av barnets röst” vid tolkning och analys av utsagor. Halldén betonar att hennes syn på barnperspektiv är att ”fånga barnens röster och att tolka dem i ett diskursivt sammanhang” (s. 21), samt genom diskussion relatera till den syn eller plats barnen ges i vårt samhälle och de generella erfarenheter som detta ger barnen. Halldén menar att

barnperspektiv skrivet som ett ord sätter fokus på ett perspektiv som syftar till att tillvarata barns villkor och verka för barns bästa eller för att studera en kultur skapad för barn. Sett som två ord blir det i stället att anlägga ett perspektiv eller fånga en kultur som är skapad för barnet. (Halldén, 2003, s. 14)

Att utgå från ett barnperspektiv innebär att informationen inte med nödvändighet är från barnen. Om barns perspektiv tas innebär detta att barn själva lämnat information. Johanson (2003) menar att förståelsen av barns perspektiv är beroende av det egna perspektivet och av ambitionen, om syftet är att göra barns röster hörda och att berätta något om barns liv. Ett antagande är att ”det sker på barns villkor”. Johansson tar fokus i livsvärldsfenomenologin och menar att ”med barns perspektiv avses ’det som visar sig för barnet’, barnets erfarenheter, intentioner och uttryck för mening” (s. 42).

För att förstå andra, barn och vuxna, är tidigare egna erfarenheter och antaganden förutsättningar för interaktioner och kommunikation, men påverkar också samspelet mellan individerna, eftersom det kan vara svårt att frigöra sig från sina egna antaganden och att ta någon annans perspektiv. Johansson menar

att när vuxna fokuserar och följer barns intentioner närmar de sig barns perspektiv. En lärare har intentioner att lära barn något och värderar samt tar ställning till barns agerande. Därför kan läraren inte alltid ta eller närma sig barns perspektiv. I forskning däremot kan forskarens uppdrag vara att beskriva barns intentioner och interaktioner och på så sätt närma sig barns perspektiv.

Idag ses barn som betydelsefulla individer med egen vilja och med rätt att påverka förskolans verksamhet. Förskolan ses som barnets första skola och delaktig i perspektivet ”det livslånga lärandet” där lärare skapar tillfällen och möjliggör för barns lärande. Barn betraktas som kompetenta, aktiva individer med syften och mål. Deras tidigare erfarenheter ger bas för fortsatt lek och lärande tillsammans med andra i en anpassad miljö. I relation till diskussionen om barns perspektiv eller barnperspektiv så kommer, i föreliggande studie, barns perspektiv att synliggöras så som Halldén (2003) ger uttryck för, och då specifikt att visa en lärandekultur som skapas av barn i förskolan. Orsaker till detta val är att merparten av tidigare forskning (om barn och matematik) har skett i situationer och i aktiviteter som varit obekanta för barnen (se bl.a. Clements & Sarama, 2007; Ginsburg & Goldbeck, 2004; Gelman & Meck, 1992; Ness & Farenga, 2007). Forskningsfrågorna har då även riktats mot vissa förutbestämda aspekter inom matematikämnet och vad barn kan eller inte kan vid en viss ålder. I studien som kommer att presenteras, studeras en grupp yngre barn i en för dem välkänd miljö, den som de vistas i större delen av dagen med de kamrater och lärare som de känner, och i återkommande situationer. Barnen väljer själva de aktiviteter eller material och de kamrater som de vill arbeta och leka tillsammans med, samt även under hur lång tid som aktiviteten ska fortgå. Denna studie görs för att synliggöra barns intentioner, matematiserande och lärande i matematik, men även för att beskriva några aspekter som påverkar barns lärande i förskolemiljön.

## TEORETISKA UTGÅNGSPUNKTER

Fokus i denna studie är att studera yngre barns matematiserande som det visar sig i barns handlingar. *Variationsteorin* (Marton & Pang, 2006; Marton, Runesson & Tsui, 2004) bidrar med merparten av de analysverktyg som används för beskrivning och tolkning av barns lärande och utvecklande av förmåga. Andra utgångspunkter, som ger grundläggande insikt i den centrala betydelsen av kroppen och kroppsrörelser för barns sökande av information och lärande, har hämtats från *ekologisk psykologi* (Gibson, 1979; Gibson & Gibson, 1955; Gibson, Gibson, Pick, & Osser), som också har släktskap med variationsteorin. Den ekologiska psykologin utgår precis som variationsteorin från en ickedualistisk syn på världen (Gibson, 1979; Gibson, 1980/1991; Gibson & Pick, 2000). Ytterligare en utgångspunkt för hur barn lär utgörs i den föreliggande studien av begreppet *differentiering* (Gibson & Gibson, 1955; Gibson m.fl., 1962; Marton & Pang, 2006; Werner, 1948/1973).

Werner (1948/1973) anger att barns förståelse utvecklas genom progressiv differentiering. Med progressiv differentiering avses att omvärlden först framstår som diffus eller obestämbart; en helhet som efterhand (genom differentiering) erfars som mer nyanserad. Ett exempel för att illustrera detta är yngre barn som arbetar med en ”plockbox”<sup>5</sup>; för att placera de geometriska objekten/klossarna i lådan behöver barnet urskilja hålen i locket. Först placeras oftast klotet i det cirkulära hålet, och om barnet inte kan placera ner övriga klossar (exempelvis kub, annat rätblock eller prisma) tar barnet av locket och lägger de resterande klossarna direkt ned i lådan och sätter tillbaka locket. Genom ökad differentiering urskiljs hålens form i relation till de klossar som ska placeras och hur de ska orienteras och barnet placerar allt fler geometriska objekt i respektive hål. Barnet urskiljer då likhet och skillnad mellan de tvådimensionella hålen och de tredimensionella klossarna. Han eller hon upptäcker hur klossarna ska orienteras och roteras, så att sidor, kanter och hörn inte tar emot (i hålet i locket) när klossarna placeras ned i lådan.

Werner (1948/1973) menar att barnet söker förståelse för tingen i världen utifrån den nytta de ser att de kan ha av dem, ”things-of-actions”, men tingen signalerar

---

<sup>5</sup> En plockbox är en låda med ett lock. Locket har hål som motsvarar olika geometriska former (plangeometri) där tredimensionella geometriska objekt (rymdgeometri) ska placeras.

också till barnet vad de kan användas till; ”signal-things”. Tinget används till en sak i ett sammanhang och senare i andra sammanhang och till andra saker. Exempelvis kan barnet använda plockboxen antingen till att stå på (som pall) eller till att placera geometriska objekt i. Werner betonar att barns värld framför allt är en värld av handlingar. Barn ser på föremål i relation till dess användbarhet, och när de kommer i kontakt med ett nytt föremål studeras föremålet i relation till den nytta barnen tror sig kunna ha av föremålet.

Även Gibson och Gibson (1955) beskriver lärande genom begreppet differentiering. De ger följande exempel om en vinexpert och en vinnovis, där novisen till en början inte kan beskriva skillnaderna mellan de egenskaper som beskriver ett vins kvalitet eftersom ”his perceptions are relatively undifferentiated”. Vinexperten har lärt sig genom att se, smaka och lukta och kan då skilja ut de kvaliteter som vinet har ”that is, he discriminates more of the variables of chemical stimulation” (s. 35). Vinexperten har differentierat, urskiljt skillnader mellan de aspekter som har betydelse för och avgör vinets kvalitet exempelvis färg, sötna, fruktsyra eller druvsort. Ett ytterligare exempel är från Gibson m.fl. (1962) som beskriver hur barn urskiljer skillnaden mellan olika former på bokstäver eller bokstavslika figurer. Syftet var ”a qualitative development study of types of error as related to certain critical features of letters” (s. 897). De bokstäver och bokstavslika former som skulle jämföras skilde sig åt på flera sätt. Till exempel var bokstäverna orienterade åt olika håll, utdragna, ihopdragna, kursiva men även ofullständiga eller felaktiga och fanns i många likartade formationer. Resultatet visade att ”what they learn are the features or dimensions of difference which are critical for differentiating letters. Some are critical, but some are not”, (s. 904). Marton och Pang (2006) skriver att utifrån Gibsons teori om differentiering blir initialt vaga begrepp mer och mer differentierade genom vårt perceptuella lärande och drivs genom processer av urskiljning och variation.

Teorin om ekologisk psykologi (Gibson & Gibson, 1955; Gibson m.fl., 1962; Gibson, 1979; Gibson, 1980/1991; Gibson & Pick, 2000), beskriver också sinnen och rörelseorganens viktiga uppgifter, då dessa verkställer åtgärder och förändrar handlingar. Barn söker och erhåller information från omgivningen, och genom ökad ålder och erfarenhet känner de igen allt fler detaljer som kan relateras till ny information. Att erhålla information är ingen passiv process som ”faller över” oss utan en aktiv process där vi söker efter information. Den aktiva processens eller aktivitetens resultat gör att perspektivet förändras, transformeras i ett flöde som ständigt växlar. Gibson och Pick (2000) anger två olika informa-



tionssökningsprocesser. En *undersökande*, då barn direkt söker efter funktionen. Ett exempel är när barn känner på ett klot och känner dess form. Informations-sökningsprocessen kan också vara *utförande* där handlingar har ett känt resultat som utförs för att upprepa och åstadkomma ett förväntat resultat, men också för att bekräfta det tidigare lärda, exempelvis att klot passar i cirkulära hål. Barnets perception möjliggör en direkt uppfattning av vad en aktivitet erbjuder och genom differentiering urskiljs allt fler aspekter (som erbjuder eller ger en förändrad handling).

## Fenomenografi och Variationsteori

Fenomenografin, en kvalitativt inriktad empirisk ansats, växte fram vid Göteborgs universitet i slutet av 1970-talet. Ansatsens forskningsintresse är att beskriva olika sätt som människor erfar fenomen på, så som dessa framträder för individen (Ahlberg 1992, 1994, 1997; Ekeblad, 1996; Kihlström, 1995; Lindahl, 1996; Neuman, 1987; Pramling, 1983, 1994.<sup>6</sup>). Den fenomenografiska ansatsens forskning resulterar i beskrivningar av ett begränsat antal distinkt skilda sätt att erfara samma fenomen. Dessa kvalitativt olika sätt att förstå innehållet är vanligen logiskt relaterade till varandra och representerar olika uppfattningar. Lärande äger rum då nya relationer skapas eller när redan existerande förändras.

Variationsteorin har sitt ursprung i fenomenografin (Marton, 1981; Marton & Booth, 1997), och har framför allt studerat undervisningssituationer. I dessa situationer har lärares arbetssätt, undervisning och elevers lärande studerats. Med variationsteorin som grund har så kallade ”Learning studies” utvecklats för att fördjupa elevers och lärares lärande samt arbetssätt inom den egna praktiken (Kullberg, 2010; Wernberg, 2009). Inom förskolan utvecklades ”utvecklingspedagogiken” där idéer från fenomenografin och variationsteorin erbjuder redskap för utveckling av arbetet i förskolan (Pramling, 1994; Pramling & Mårdsjö, 1994; Pramling-Samuelsson & Asplund-Carlsson, 2003). I ovanstående studier har endast Björklund (2007) och Lindahl (1996) studerat de yngsta barnen och Marton och Booth (1997) menar att det finns behov av forskning som studerar yngre barns lärande innan dessa själva verbalt kan uttrycka sina erfarenheter och sitt lärande.

---

<sup>6</sup> Här hänvisas endast till några av de forskare som studerat lärande samt yngre barn, förskola och matematik.

I variationsteorin används ett antal begrepp för att beskriva lärande och hur förmåga utvecklas. Begreppen som ligger till grund för kapitlets indelning är följande: urskiljning och simultanitet, relevansstruktur och variation, variationsmönster, lärandets objekt, rum för lärande samt dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation. Dessa beskrivs mer eller mindre utförligt nedan. Med utgångspunkt i de antaganden som utgör grund för denna studie, tolkas och beskrivs barns lärande utifrån det som barnen visar att de vill åstadkomma. Detta kan också ses som att ta barns perspektiv likväl som andra ordningens perspektiv (Marton, 1981; Marton & Booth, 1997).

In the first and by far the most commonly adopted perspective we orient ourselves towards the world and make statements about it. In the second perspective we orient ourselves towards people's ideas about the world (or their experience of it) and we make statements about people's ideas about the world (or about their experience of it). (Marton, 1981, s. 178)

I första ordningens perspektiv orienterar sig forskaren mot och beskriver de fenomen som är av intresse. I andra ordningens perspektiv riktar forskaren fokus mot hur andra personer erfar fenomenen. Ofta tas dessa fenomen eller situationer för givna. Man är inte alltid medveten om dem, då man riktar sin uppmärksamhet mot och erfar föremålet eller den aspekt som framträder. Marton och Booth (1997) menar att erfarenheten är en relation mellan den erfara och det som erfars. Erfaranden kan tolkas i utförda handlingar och genom påståenden om världen. Om forskaren tar utgångspunkt i första ordningens perspektiv beskrivs världens beskaffenhet och han eller hon orienterar sig mot världen. När andra ordningens perspektiv tas fokuseras individers handlingar eller utsagor och hur dessa speglar individers olika sätt att erfara världen. ”In the second-order perspective adopted in relation to the object of other people's experiences there is embedded a first-order perspective (in relation to the object of the researcher's experience)” (s. 120). När forskaren tar andra ordningens perspektiv fokuseras både en generell kunskap om ett specifikt fenomen och de innebörder som fenomenet har, beskrivna av den lärande.

## Urskiljning och simultanitet

Det ontologiska antagandet för variationsteorin är icke-dualistiskt. Detta innebär att subjekt och objekt är oskiljbara och att det existerar en verklighet, men betydelsen av denna verklighet konstitueras genom hur den uppfattas. Marton och Booth (1997) anger att

the point we wish to make strongly is this: We cannot describe a world that is independent of our descriptions or of us as describers. We cannot separate out the describer from description. Our world is a real world, but it is a described world, a world experienced by humans. (Marton & Booth, 1997, s. 113)

Marton och Booth (1997) framhåller vidare att vi inte är fokalt medvetna om allt, inte på samma sätt och inte hela tiden. Vissa saker träder fram och tematiseras, medan andra träder tillbaka och är underförstådda och otematiserade. Hur vi uppfattar, erfår eller förstår aspekter av vår värld är relaterat till medvetenheten och lärandet. Tre begrepp är centrala: urskiljning, simultanitet och variation. Vår medvetenhet är alltid riktat mot ”något”; man erfår det. Det som erfars har alltid en mening beroende på hur något urskiljs. Enligt Marton och Booth finns i varje situation fler urskiljbara aspekter och dessa urskiljs inte samtidigt, utan något behöver urskiljas från omgivningen och dess delar relateras till varandra och till helheten. Det som erfars har en inre och en yttre horisont. Den yttre horisonten avgränsar ”något” från omgivningen och den inre horisonten avgör vilka delar som urskiljs och deras relation.

Användningen av inre och yttre horisont kan illustreras med ett exempel (Reis, 2008b). Då barn placerar olika geometriska klossar i en plockbox måste boxen först ses och avgränsas från omgivningen, dvs. andra material (den yttre horisonten). Därpå bör barnet se och jämföra de geometriska klossarna och lockets hål, att det är där klossarna ska placeras. Barnet behöver här urskilja att klossar har olika form, för att veta var en specifik kloss ska placeras. När barnet sedan ska trä ner klossen i hålet krävs förmågan att urskilja klossens kanter, hörn och sidor och dess likhet med hålets kanter och hörn (den inre horisonten), och rotera klossen så den kan placeras ned i burken.

För att erfara och urskilja en företeelse eller ett fenomen på ett specifikt sätt måste man ha urskiljt en variation av fenomenet, exempelvis för att veta att något är långt måste man tidigare erfårit något som kort. Marton m.fl. (2004) understryker att ”in order to experience variation in a certain respect, we have to experience the different instances that vary in that respect simultaneously, that is, we have to experience instances that we have encountered at different points in time, *at the same time*. We call this *diachronic simultaneity*” (s. 17). Vissa ting träder tillbaka och andra träder fram, och vad som träder fram och urskiljs och vad som träder tillbaka får betydelse för innebörden av det erfarna objektet. Författarna beskriver även synkront simultant erfärande, då man erfår olika samexisterande aspekter av samma sak samtidigt, exempelvis då man urskiljer kritiska drag av

”något” (en erfaren variation), beroende av en samtidig medvetenhet om vad vi upplever och vad vi har upplevt tidigare.

Furthermore, there can be no experience of synchronic simultaneity without the experience of diachronic simultaneity, because in order to experience two aspects of the same thing together we must discern both separately, and that can only happen by having experienced variation in the dimensions of variation corresponding to each one of the aspects. (Marton m.fl., 2004, s. 18)

I exemplet med barn och plockboxen beskrivs vad som kan träda fram och vara i fokus för agerande och vad som kan träda tillbaka. Barn vill kanske till en början placera alla klossar av samma färg i samma hål. Då träder aspekten färg fram och vissa klossar passar i hålet och andra passar inte. När barnet urskiljt att klossarna har olika form träder klossens form fram och jämförs med hålets form. Om barnet placerar klossen i det avpassade hålet träder färg tillbaka och klossens form och orientering träder fram (synkront simultant erfalande), eftersom barnet urskiljer samexisterande aspekter (form, rotering och orientering) samtidigt. När en pojke därpå staplar 10 burkar på varandra och i vissa fall över varandra (burkar finns då inuti de något större burkarna) bygger han ett fyra burkar högt torn. Pojken vänder sig då om och ser sig om (letar) efter fler burkar eftersom han erfar att höjden på tornet nu är lägre än det brukar vara när andra barn bygger upp burkarna i torn. Pojken har en tidigare erfarenhet av tornets höjd (högre) som nu jämförs med det (lägre) torn som han nyss har byggt (diakront simultant erfalande).

### Relevansstruktur och variation

För att kunna urskilja en viss aspekt förutsätts att något varierar och något annat behålls invariant. Ett exempel angående taluppfattning är att om barn utvecklat förståelsen av talet tre innebär detta att samtidigt urskilja tre som antal, som en mängd av en viss storlek och tre som position i räkneramsan (Runesson, 1999). När en aspekt blir urskild ses denna (genom kontrast) mot en möjlig variation. Här återknyter vi till exemplet med burktornet ovan (se Reis, 1998). Om barn ska kunna beskriva och urskilja begreppet storlek så behöver något erfaras som större i kontrast till något som erfars som mindre. Storleken kan variera men beror också på vad något jämförs med. Stor kan här vara en urskild aspekt i relation till liten. Pojken i exemplet bygger upp de tio burkarna i tornet. För att fullfölja sin intention (att stapla alla burkarna på varandra och slutligen ha ett tio burkar högt torn) måste han urskilja burkarnas storleksrelation och orientering, då burkarna kan träs i, på och över varandra. Efter stor möda har han byggt ett

fyra burkar högt torn eftersom vissa burkar är mindre-än och finns då inuti, dolda, i de burkar som är större-än. Marton m.fl. (2004) skriver:

Whenever people attend to something, they discern certain aspects of it, and by doing so pay more attention to some things, and less attention or none at all to other things. If one person discerns certain aspects of something and another person discerns partly or wholly different aspects, we say that the two people see the same thing in different ways. So, a way of seeing something can be defined in terms of the aspects that are discerned at a certain point in time. The aspects are thus discerned (and attended to) at the same time rather than one at a time. A particular way of seeing something can be defined by the aspects discerned, that is, the critical features of what is seen. (Marton m.fl., 2004, s. 9)

Hur ”något” kan ses definieras i termer av urskilda aspekter. Dessa aspekter urskiljs samtidigt med andra aspekter. Dessa aspekter kan också ses som potentiellt kritiska eftersom vad som urskiljs beror på individen.

Varje situation där barn, och även vuxna, tillämpar det de har lärt sig, har en viss relevansstruktur (Marton & Booth, 1997). Barnet erfar vad situationen har för syfte, mål eller vad som krävs för att fullfölja en uppgift. Situationens olika delar framstår som mer eller mindre relevanta och barnet erfar situationen som en helhet som ger perspektiv på delarna. I en lärandesituation urskiljer barnet allt fler aspekter av fenomenet jämfört med vad barnet har urskiljt tidigare. Denna förändring orsakas ibland av barnet självt, men också tillsammans med kamrater och sker då aspekten ses i nytt ljus och görs till föremål för reflektion.

Variationsteorin fokuserar förändrat lärande och studerar förmågors utveckling, vilket innebär urskiljande av nya eller andra drag i lärandeobjektet som inte urskilts tidigare (Hägström, 2008). Att lära och se något på ett nytt sätt är beroende av vad som fokuseras, vad som är i figur för vår medvetenhet och vad som träder tillbaka och bildar bakgrund till fenomenet som urskiljs. Hur lärande sker är beroende av vad vi urskiljer och separerar, vad som är ett fenomen och vad som är en aspekt av fenomenet: ”This is what we call separating an aspect from a phenomenon or separating an aspect from that of which it is an aspect”, (Marton & Booth, 1997, s. 148). Ett exempel, med plockboxen (Reis, 2008b) kan hålen ses som ett fenomen, odifferentierade hål. Aspekter som måste skiljas ut, från fenomenet hål är hålens olika form och därefter en specifik form (ex. triangel). Kan inte barnet urskilja aspekten form från fenomenet hålet i relation till den specifika klossens form och dess orientering kan klossen inte placeras i lådan. Dessa aspekter, form och orientering, beskrivs i termer av dimensioner av

variation och är potentiellt kritiska, men det är först i relation till barnets tidigare erfarenheter och i relation till objekt för lärande som dessa eventuellt uppträder som kritiska.

## Variationsmönster

En av utgångspunkterna för variationsteorin är att beskriva de mönster av variation som kan uppträda i en lärandesituation. De olika typer av variationsmönster som identifierats och systematiserats är generalisering, separation, kontrast och fusion. (Marton 2005, Marton m.fl., 2004). *Generalisering* är benämningen på det troligen vanligaste mönstret. Marton m.fl. (2004) skriver:

In order to fully understand what "three" is, we must also experience varying appearances of "three," for example three apples, three monkeys, three toy cars ... This variation is necessary in order for us to be able to grasp the idea of "threeness" and separate it from irrelevant features. (Marton m.fl., 2004, s. 16)

Det invarianta mönstret här är "tre" som uppträder genom olika objekt så som katter, äpplen, bilar etcetera som varierar. Men för att förstå vad tre är i relation till två eller fyra, så måste även antalet varieras och katter eller bilar behållas invariant, för att skilja det som utgör kritiska drag från annat som är irrelevant. För att exempelvis förstå den geometriska formen kvadrat behöver barnen erfara olika typer av kvadrater, de som är större eller mindre, och skilja dess egenskaper från andra här irrelevanta aspekter exempelvis storlek eller färg.

Ett annat mönster benämns av Marton m.fl. (2004) som *kontrast*. För att urskilja en viss aspekt eller en viss dimension av variation så behöver barn erfara variation i denna aspekt. Med hjälp av jämförelse separeras någon eller några aspekter ut från varandra. De jämförs och kontrasteras, barnen jämför vad något är mot vad något inte är. Fokus för barnet är den aspekt som varierar, exempelvis klossens form. Klossarna i plockboxen har fyra olika former och representerar olika värden (fyra) i dimensionen (form). När barnet jämför formerna träder klossens egenskap som objekt som ska placeras i lådan tillbaka (invariant) och formen på varje kloss fokuseras och kontrasteras mot övriga klossar. Det som varierar blir synligt, exempelvis att bollen är rund och inte har några (synliga) hörn, den jämförs med kuben som har åtta hörn och sex sidor.

Ett tredje variationsmönster benämns som *separation*. Om någon aspekt ska kunna urskiljas måste den varieras och det som är i bakgrunden behållas invariant. Marton (2005) ger exempel på antal och olika djur:

Om ett barn alltid ser två grisar, tre katter, fyra kor och aldrig tvärt om så skulle hon inte kunna särskilja ”grishet” från ”våhet”, ”katthet” från ”trehet” och ”kohe” från ”fyre”. Men om hon jämför två grisar med tre grisar och fyra grisar kan såväl månghet som sekventiell position med lätthet särskiljas från det irrelevanta förhållandet att det är antalet grisar som räknas. (Marton, 2005, s. 110)

En aspekt behöver således urskiljas från ett fenomen, en odifferentierad helhet. Återigen får plockboxen illustrera ovanstående; i locket som tillhör boxen finns olika hål (fenomenet hål). För att placera ett geometriskt objekt i ett specifikt, avsett hål, måste hålets form urskiljas och separeras från övriga hål. Då identifieras hålets form och det separeras från helheten hål, till dess specifika form, exempelvis kvadrat.

Det fjärde mönstret benämns *fusion*, som innebär att om flera aspekter beaktas upplevs de samtidigt. Till exempel, för att kunna placera en kloss i ett specifikt hål måste flera aspekter fusioneras: klossens form (t.ex. kant, hörn och sida) och hur den ska orienteras i relation till hålets form (t.ex. kant och hörn). Ett klot kan utan att vridas föras ned i ett cirkulärt hål, men en prisma måste vridas på ett visst sätt för att passa i ett triangulärt hål. Då fusioneras form och rotation till en aspekt och det tredimensionella föremålet kan placeras ned i det tvådimensionella hålet i locket.

I situationen varierar oftast flera aspekter av något i samma ögonblick. Det som framträder beror på hur situationen framstår för individen utifrån logisk relevans. Marton m.fl. (2004) skriver:

Our conjecture is that seeing a certain class of phenomena in terms of a set of aspects that are analytically separated but simultaneously experienced provides a more effective basis for powerful action than a global, undifferentiated way of seeing the same class of phenomena. We believe that separating the aspects first and then fusing them together is more efficient ... than never taking the critical aspects apart. (Marton m.fl., 2004, s. 16-17)

Tidigare studier (Reis, 1998, 2008b) visar att genom differentiering och urskiljning kontrasterar barn klossar mot andra liknande föremål. De jämför och placerar föremålen i burkar och separerar form från färg (flera klossar med olika form i samma färg). Barn generaliserar tidigare erfarenheter till nutiden. Om barnet

kan placera en kub i ett hål med en kvadratisk form, så kan de ofta placera en annan kub i dess specifika hål vid ett senare tillfälle.

## Lärandets objekt och rum för lärande<sup>7</sup>

Alexandersson (1996) menar att medvetenheten om något beskrivs som att se något på ett särskilt sätt och sker genom reflektion och distans. Att se något på ett speciellt sätt är viljeinriktade handlingar som har mål och riktning mot något. Det som framträder bildar figur och det som inte lyfts fram bildar bakgrund till medvetenheten. Således framträder något, som figur för några men kvarstår i bakgrunden för andra. Uppmärksamheten är alltid riktad mot något och benämns som intentionalitet. Även Marton och Booth (1997) beskriver begreppet intentionalitet och anger att vi inte kan tänka en tanke utan ett objekt som det hänvisar till, en tanke om en hund refererar till ett objekt, en hund, som är bortom tanken själv. De betonar sambandet mellan lärandets vad och lärandets hur. Om vi tror, så tror vi på något, och försöker vi uppnå något, då strävar vi att uppnå detta mål. Lindahl (1996) visar i sin studie att de yngsta barnens lärande sker genom övning, observation och reflektion. Barnen försökte bemästra en uppgift. Då de inte kunde fullfölja sina intentioner att lösa uppgiften observerade och reflekterade de, och såg hur andra barn agerade och löste därefter uppgiften.

Det som individen vill lära beskrivs här som objekt för lärande. Marton m.fl. (2004) delar in objekt för lärande i olika aspekter, en direkt och en indirekt aspekt. Den indirekta aspekten beskriver hur man minns, ser, urskiljer, tolkar och förhållningssättet till uppgiften. Den direkta aspekten refererar till innehållet i uppgiften, vad barnen försöker lära sig något om. I en studerad lärandesituation ingår oftast flera olika aktörer; barn, lärare och forskare. Barnen har tidigare erfarenheter och kunskaper, ett erfaret lärandeobjekt, de har egna syften och intentioner med en aktivitet, ett avsett lärandeobjekt, det som de vill lära något om. Lärare har också intentioner och syften med aktiviteten, ett intentionellt lärandeobjekt. I en studerad situation har forskaren sett vad som var möjligt för barnen att lära, ett iscensatt lärandeobjekt (Hägström, 2008; Marton m.fl., 2004). Genom ”rum för lärande” beskriver Marton m.fl. (2004) de mönster av variation som finns naturligt i en observerad lärandesituation och menar att dessa mönster av varians och invarians formar rum för lärande. Dessa rum kan i sin tur ge potentialer för ökat lärande om deltagarna i interaktionen öppnar upp

---

<sup>7</sup> Marton m.fl. (2004) använder begreppet ”The space of learning” och vid svensk översättning används rymd eller rum för ”space”. Jag har valt att använda ordet rum och begreppet rum för lärande.



ett ”nytt rum” genom att påvisa andra dimensioner som varierar. Rum för lärande fångar bara vad som är möjligt att lära sig i en situation där det finns en avsikt och ett innehåll, ett objekt för lärande. Objekt för lärande är dynamiska och kan förändras under en aktivitet eller över tid.

Begreppet *rum för lärande* används för att beskriva vad som är möjligt att lära i relation till ett visst objekt för lärande i en undervisningssituation. Rum för lärande definieras genom mönster av kritiska aspekter. Men vad som är kritiska aspekter och hur dessa mönster kan urskiljas och varieras beror på *vad* som är objektet för lärande. I en undervisningssituation bör lärarens fokus vara både vad eleverna försöker lära sig och hur eleverna bemästrar uppgiften, det vill säga både ett indirekt och ett direkt lärandeobjekt. Utifrån forskning om och i undervisning så kan tre perspektiv ses, elever, lärare och forskaren som på lite olika sätt fokuserar objekt för lärande (Marton m.fl., 2004). Läraren har ett syfte med uppgiften, ett *intentionellt/avsett lärandeobjekt* som beskriver vad läraren strävar att uppnå. Det *erfarna/levda lärandeobjektet* beskriver vad eleverna har lärt sig, genom egna utsagor eller genom olika test. Forskaren som besöker klassrummet fokuserar på det *iscensatta lärandeobjektet* och beskriver vad som var möjligt att lära i en specifik situation under de förhållanden som rådde. Detta kan också kallas ”the space of learning”, ”the enacted object of learning is thus what we have also called the space of learning, thereby depicting what is possible to learn (s. 24)”. Även Häggström (2008) beskriver rum för lärande, ”*the space of learning* defines what is made possible to discern and is a result of the careful examination of the enacted object of learning (s. 60).”

I föreliggande studie konstitueras rum för lärande genom den interaktion som sker mellan barn och barn och lärandeobjektet. Barn påverkas av tidigare erfarenhet, erfaret objekt för lärande, samt i interaktion med andra och genom den variation som de möter, vilket påverkar deras syften och mål, avsett objekt för lärande.

### Dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation

I tidigare avsnitt diskuterades urskiljning och simultanitet. Där nämndes att hur vi erfar eller förstår aspekter av världen är relaterat till medvetenhet och lärande. För att erfara något så behöver detta något urskiljas från omgivningen och dess delar relateras till helheten, ett dialektiskt samband. Vad som erfars i helheten

och delarna är beroende av det som träder fram och det som träder tillbaka (figur-och bakgrundsrelation). Helheten, dess delar och relationen mellan helhet och delar urskiljs i termer av olika aspekter. Dessa aspekter motsvarar här dimensioner av variation och inom dessa finns värden. Ett exempel för att belysa dimensioner av variation och dess värden<sup>8</sup> är när barn jämför två ting och urskiljer att dessa har olika storlek. Något är stort i förhållande till något som är litet (en röd personbil Saab 95 i relation till en blå leksaksbil av modell Saab 95). Så en av dimensionerna som varierar är storlek och det finns så långt två värden, stor och liten inom denna dimension. Vid en jämförelse mellan bilarna urskiljs en annan dimension av variation, färg, och två värden inom denna, blå och röd. Om barnet har tillgång till bilar i flera olika storlekar samt i olika färger, träder färgen tillbaka om bilarna ska placeras efter storlek. Ska barnet placera bilarna både efter färg och storlek, fokuseras olika dimensioner av variation samtidigt. De yngre barnen skapar själva eller tillsammans med andra variation och variationsmönster genom systematiskt utforskande<sup>9</sup>. De smakar, luktar, kastar eller känner på föremål. Då synliggörs också värden inom de dimensioner som varierar.

## Variationsteorin och yngre barns matematiserande

Från det beskrivna variationsteoretiska ramverket har jag fokuserat vissa utgångspunkter för min studie. Dessa har jag funnit mer användbara som verktyg för analys av mitt empiriska material och för att besvara avhandlingens syfte och frågeställningar.

Barns egna idéer och förståelse för lärandesituationen och aktivitetens syfte ger situationen dess relevansstruktur. Relevansstrukturen är lärandets drivkraft och variationen dess mekanism (Marton & Booth, 1997), vilket bidrar till och möjliggör analys av barns avsedda lärandeobjekt. Det avsedda lärandeobjektet framträder genom vissa analytiska verktyg, exempelvis begreppen erfارande, urskiljning, differentiering och relevansstruktur. Det vill säga vad som är brukligt att göra med ett material eller i en aktivitet i en viss situation. Detta skulle kunna beskrivas som den avsedda aktivitetens lärandeobjekt, men det som studeras är inte aktiviteten i sig utan det lärande som har ägt rum då barn har erfårit en aspekt på ett nytt sätt.

---

<sup>8</sup> Dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation ska i föreliggande studie ses som analysverktyg för att studera hur objekt för lärande utvecklas.

<sup>9</sup> Se i relation till ekologisk psykologi (Gibson, 1979; Gibson & Pick, 2000) och då specifikt begreppen undersökande och utförande.

I barns objekt för lärande har deras egna syften och mål betydelse för lärande och utveckling av förmåga. Betydelse för lärande har också barns tidigare erfarenheter, situationen, aktivitetens beskaffenhet och vad som är möjligt att åstadkomma i den aktuella situationen. Objekt för lärande kan analytiskt betraktas som flera lärandeobjekt, ett erfaret objekt för lärande, ett avsett objekt för lärande och ett iscensatt objekt för lärande. Objekt för lärande ses även från en generell nivå som beskriver flertalet barn i gruppen, deras avsikter, aktiviteternas innehåll och hur lärandet sker över tid. Barns handlingar studeras och analyseras genom de variationsmönster (kontrast, separation, generalisering och fusion), som påvisats av Marton m.fl. (2004). Barn jämför och skiljer i handling ut olika föremål eller aspekter för att studera hur dessa förhåller sig till andra liknande aspekter eller föremål. Barnen för även ihop flera aspekter som varierar till en aspekt och generaliserar det tidigare lärda till andra situationer. De aspekter som varierar beskrivs som dimensioner av variation. I dimensioner av variation förekommer olika värden och skillnaden mellan dessa värden urskiljs, de differentieras från varandra. Dimensioner av variation och dess värden kan beskrivas som kritiska drag men om de är kritiska drag för barnets lärande beror på om eller hur de urskiljs av barnet.

Marton och Trigwell (2000) beskriver att kunskap, lärande och kompetens överförs i mötet mellan människor och deras värld, men även genom artefakter och olika kontextuella resurser. Lärande är en förändring i sätt att erfara, när människor gör saker tillsammans, när de hanterar sina verktyg och blir mer och mer deltagande i ett specifikt sammanhang, och sammanhanget görs till individens eget. Om man skulle "[strip] the individual of her tools, of her social support and of the meaningfulness of the task, learning is stripped of its essence, it is not learning any more" (s. 384), lärande skapas inte inom individen utan konstitueras i mötet med världen.



# BARN OCH MATEMATIK

Forskningsområdet kring barns matematiska lärande är mycket omfattande och har under årtionden belysts med olika teoretiska perspektiv. Ness och Farenga (2007) hävdar, med hänvisning till Newcombe och Huttenlocher, att i relation till barns spatiala förmåga syns ”three overarching perspectives on the development of spatial sense: Piagetianism, nativism, and Vygotskianism”<sup>10</sup> (s. 33-34). Även Baroody (2004) gör samma teoretiska indelning av forskning kring barns lärande i aritmetik. I detta kapitel behandlas vissa forskningsområden, teoretiska perspektiv och dess utgångspunkter mer ingående, och särskilt inom området yngre barns lärande i matematik. Först beskrivs viktiga begrepp för förståelsen av föreliggande studie och vissa grundantaganden. De matematiska områden som fokuseras är bland annat subitiserings, ett-till-ett-relationer, klassificering, serieordning, uppskattning, aritmetisk förståelse, förståelse för rum och tid samt form och mätning.

Forskare har med olika utgångspunkter länge studerat barns begynnande kunskaper i matematik. Vygotsky (1935/1978) menar att barns matematiska lärande startar innan skolstarten:

For example, children begin to study arithmetic in school, but long beforehand they have had some experience with quantity -they have had to deal with operations of division, subtraction, and determination of size. Consequently, children have their own preschool arithmetic, which only myopic psychologists could ignore. (Vygotsky, 1935/1978, s. 84)

Piaget, Inhelder och Szeminska, (1952) menar att då barn börjar i skolan, har de nått det stadiet då de kan lära sig matematik. Tesen är att barn inte har något matematiskt logiskt tänkande före ungefär sju års ålder, då barn har nått det konkreta operationella stadiet. Detta har starkt kritiserats av exempelvis Gelman

---

<sup>10</sup> Ett perspektiv vilar framför allt på Piagets utvecklingspsykologiska teorier (se Fuson, 1992; Hirsch 2001; Mix, 1999, 2002), där lärande framför allt ses som förändring i kognitiva strukturer. Ett annat perspektiv tar utgångspunkt i Vygotsky och socialkonstruktivismen eller i ett sociokulturellt perspektiv (se Baroody, 1987; van Nes 2009; van den Heuveln-Panhuizen & Buys, 2005; van den Heuveln-Panhuizen, 2008), där lärande sker i interaktion mellan individ, kultur och samhälle. Det tredje teoretiska perspektivet beskrivs som nativism och betonar värt genetiska arv och medfödda förmågor (se bl.a. Wynn, 1990, 1992a, b). I jämförelse med de beskrivna teoretiska perspektiven betonas i variationsteorin (Marton och Booth, 1997; Marton m.fl. 2004) att barns lärande och matematiserande konstitueras i mötet mellan individen och omvärlden, ett icke-dualistiskt antagande. Barns lärande drivs genom ökad differentiering, variation och urskiljning (se Björklund, 2007; Runesson, 2006)

och Meck (1992), Hughes (1986) och Wynn (1990, 1992a, b). Piaget och hans forskargrupp får speciellt kritik för de situationer och uppgifter som har konstruerats. Det anses bland annat att

this highly sophisticated number concept is Piaget's touchstone, his tool for assessing children's understanding of number at various ages, in far from common sense situations, and using an artificial language, both created for the sake of assessment. Obviously, this is no way to trace the genesis of number. (Freudenthal, 1991, s. 6)

Eller som Gelman och Meck (1992) anger:

Piaget and Szeminska were too quick to dismiss young children's counting as "rote" or non-meaningful, that is, not related to mathematical relations and operations. (Gelman & Meck, 1992, s. 172)

Ytterligare kritik kommer från Devlin (2001), som beskriver att barns visade oförmågor i Piagets beskrivning av objektpermanens var knutna till deras motorik, och då framför allt hand och armrörelser. Mehler och Bever (1967) replikerade Piagets experiment kring objektpermanens, men nu med yngre barn, 2–3 år. De lade ut två rader, en med fyra och en med sex karameller. Oberoende av om raderna var lika eller olika långa så valde barnen raden med sex karameller. Experimentet visade att barnen kunde uppfatta objektpermanens i mycket större utsträckning än vad Piaget m.fl. (1952) visade.

## Barns matematiserande i vardagen

Ordet matematik kan härledas ur flera ord, till exempel mathema som betyder kunskap, mathainein som betyder att lära sig och techne som betyder konst. Freudenthal (1991) beskriver att ordet från början innefattade fyra "konster", aritmetik, geometri, astronomi och musik. Han hänvisar till Simon Stevins (1548-1620), som beskrev matematiken som ett redskap snarare än en vetenskap. Matematik har betraktats som säker och sann kunskap, en kunskap styrd av regler och bevis, men även beroende av sunt förnuft. Devlin (2001) beskriver sin definition av matematik som "the science of pattern", och menar att matematik är att studera antal, form, rörelse, förändring och rum. Barns begreppsförståelse om tal och antal sker i "strömmen av deras fysiska och mentala aktivitet", som gör det svårt för forskare att i detalj studera hur det sker. Tidigt i livet erövrar barn informell matematisk kunskap som är bred, komplex och sofistikerad (se bl.a. Baroody, 1992, 2004; Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999;

Dienes, 1960; Fuson, 2004; Steffe, 2004; Vygotsky 1935/1978). Barn utforskar tidigt och upptäcker då till exempel rummets egenskaper. De jämför också vikt, massa och volym och räknar objekt i egen lek och i andra mer formaliserade situationer.

Barnet som leker med två klossar förstår vid tidig ålder att klossarna kan delas upp och att det då finns en till honom och en till hans mamma. Dessa erfarenheter ger barn bakgrund och förståelse, liksom begynnande matematisk kunskap (Dienes, 1960). Barn experimenterar och representerar. De laborerar och skapar modeller från vardagens aktiviteter, med matematiska objekt så som siffror, former och mönster. Barn räknar, delar helhet i delar och för samman dessa till helhet igen. De ser mönster, former, struktur och relationer som de transformerar. Detta gäller alla barn oberoende av socioekonomisk status (Seo & Ginsburg, 2004). Barn har ett eget engagemang i att förstå och erövra matematiskt kunnande. Detta engagemang ökar allt eftersom kännedomen om materialet ökar, om uppgiften är begriplig och motiverande och om omgivningen är familjär (Alexander, White & Daugherty, 1997). Vygotsky (1935/1978) menar att barn har en naturlig aritmetisk begåvning, det vill säga förmåga att operera med olika enheter. Till exempel kan de jämföra fler och färre enheter och dela i olika grupperingar, en förståelse som utvecklas långt innan barnet kan räkna. Detta beror delvis på en medfödd förmåga, som utvecklas i relation mellan individen och dess miljö.

Devlin (2001) beskriver barns matematiska förmågor och gör följande indelning: The ability to handle abstraction – en förmåga som är knuten till vårt språk och till vår förmåga att ”se” och agera och erfara ”något” som matematiska abstraktioner. A sense of cause and effect – en förmåga att se orsak och verkan. The ability to construct and follow a causal chain of facts or events – en förmåga att förstå och beskriva något med hjälp av fakta och händelser (uppträder vid 4 års ålder, enligt Devlin). Logical reasoning ability – en förmåga att konstruera en händelsekedja steg för steg genom logiskt resonemang (hänger ihop med föregående förmåga). Relational reasoning ability – en förmåga att se relationen mellan abstrakta och fysiska objekt, men även mellan människor och deras relationer. Spatial reasoning ability – en förmåga och förståelse av rummets egenskaper och hur vi orienterar oss i vår omgivning. Här ingår också kunskap om geometriska objekt.

## Subitisering

En viktig förmåga är att känna igen och uppfatta mängder med få enheter simultant, vilket kallas för ”subitizing”. Denna förmåga finns både hos människor och vissa djur, exempelvis apor och fåglar. Ordet subitizing har försvenskats till subitisering och kan delas in i olika kategorier, till att börja med en kategori där barn direkt uppfattar antalet enstaka enheter (upp till tre eller fyra), en förmåga de har genom sitt genetiska arv. I den andra kategorin ser man större antal, vilket vi lär genom erfarenheter, då man organiserar objekt efter vissa mönster. Dessa kategorier delas åter in i andra kategorier exempelvis perceptuell subitisering som är då man ser och känner igen ett färre antal utan att utföra någon beräkning och att namnge rätt antal. En annan kategori kallas konceptuell subitisering, när barn ser och organiserar objekt och anger antalet. Grupperingar och antalsbenämning av objekt urskiljs lättast av barn genom konceptuell subitisering, exempelvis rytmiska mönster, auditiv subitisering eller att se fingertal (Neuman, 1987) samt mönster, visuell subitisering, eller att känna på föremål, taktil subitisering.

Kompakta grupperingar som har välkänd struktur (exempelvis cirkel, tärningsmönster, dominobrickor) är lättare att antalsbestämma genom subitisering än andra. Trick och Pylyshyns (1994) visade att barn relaterade åtta prickar på en dominobricka till en komposition av två grupper med fyra objekt och samtidigt till en grupp med åtta. Barnen såg mönstret som del, del och helhet. Relationen mellan att uppfatta föremål i en blink och färdigheten att kunna räkna och konservera antal har varit och är fortfarande omstridd. I mitten av 1950-talet försökte forskare reda ut vilken betydelse subitisering hade för barns taluppfattning. Några studier visade att vissa barn uppfattade antalen ett/en eller två men utan att kunna räkna dem. Andra studier visade yngre barn som återkommande använde subitisering för att representera få enheter. Frågan som ställdes då var om subitisering var en baskunskap som främjade barns taluppfattning eller ej (Clements & Sarama, 2007). Några forskare (Gelman & Gallistel, 1978) ansåg att subitisering användes som en genväg när barn redan kunde räkna. Oavsett om forskare anser att räkning föregår subitisering eller vice versa så visar ovanstående olika typer av barns tidiga uppräknings, en numerisk subitiserings och en icke verbal eller figural subitiserings där den figurala subitiserings uppträder före den numeriska (Neuman, 1987). Forskning av idag anger att subitiserings har betydelse för utveckling av barns matematiserande och även fungerar som så kallade ”stepping stones” för utveckling av mer avancerad matematik (Devlin, 2001; Trick & Pylyshyns, 1994).



## Jämförelse, likhet och ordningsrelationer

Under barns första levnadsår börjar de konstruera grupper av enheter genom korrespondens och överensstämmelse (t.ex. Mix, 2002, 2009). Detta kunnande utvecklas, och vid ca två års ålder ser barn om enheterna i två mängder överensstämmer eller om det är fler eller färre i någon av mängderna. Barnen visar detta genom att till exempel skapa en ny mängd genom ett-till-ett-överensstämmelse och beskriva antalsbestämning i handling. Yngre barn (1-3 år) har en känsla för likhet (rättvisa); de vill vid uppdelning dela i lika delar och känner igen om en mängd (upp till 4 enheter) göms och det sedan visas en annan lika stor mängd. Då säger barn att antalet överensstämmer med den tidigare exponerade mängden. Detta sker även om enheterna i mängden sprids ut (Baroody, Li & Lai, 2008; Clements, & Sarama, 2007; Huttenlocher, Jordan & Levin, 1994; Mehler & Bever, 1967; Mix 1999; Mix m.fl., 2002). Forskningen har visat att barn i egen lek eller i vardagssituationer har stor kompetens då de jämför och anger antalet i mängder med räkneord. Men om barn ska utföra och visa samma kompetens i en formell situation sker detta när barnet är något äldre (Clements & Sarama, 2007).

När barn uppfattar antalsöverensstämmelse, subitiserar och räknar är ordningsrelationen ett verktyg (Baroody, Lai & Mix 2006). Vid beskrivning av ordningstal är utgångspunkten räkneramsan, den första, den andra etcetera (orden och ordinaliteten bestäms av sekvensen). När yngre barn i Gelman och Gallistels (1978) forskning skulle jämföra skillnader mellan två mängder så angav barnen den mängd, som var placerad på rad och hade flest enheter som "vinnaren". Gjorde man om samma experiment med två mängder med samma antal angav barnen att det inte fanns någon vinnare. Annan forskning stöder detta och visar att yngre barn har förståelse för ordningsrelationer och att de skiljer detta från räkning. (Huntley-Fenner & Cannon, 2000; Mix m.fl., 2002).

Barn lär om ordningsrelationen genom att pröva och öva under flera år. De förstår att "plus en" och "minus en" har ett visst släktskap, "plus and minus one principle" (en mängd innehåller 3 enheter som består av  $2+1$  eller  $4-1$ ), där man lägger till eller tar bort en enhet. Om en mängd innehåller fler enheter och dessa räknas på talraden/räkneramsan och jämförs med en annan mängd med färre enheter (om barn t.ex. räknar två mängder, en med 7 och en med 5 enheter), beskrivs den mängd som innehåller 7 enheter som fler eftersom talraden anger att först räknas föremålen upp till 5 och därefter 6 och 7, "the related comparison principle". Benämningen av ordningstalen skiljer sig från räkneorden (dvs.

ett/första, två/andra, tre/tredje etcetera). Vissa länder har likartade ord för antal och ordinaltal och innebörden i ordinalitet förstås då vid tidigare ålder (Clements & Sarama, 2007).

### Att klassificera och ordna i serier

Barns kunnande i att ordna i serier, klassificera och att uppfatta antal innebär att se komplexa relationer. Forskning visar (se även Werner, 1948/1973) att barn i alla åldrar klassificerar föremål informellt, genom att de ser och känner igen föremål som är lika i något avseende. Vid 6 månaders ålder kan barn se, känna igen och placera ihop föremål som är olika men som har en funktionell relation (exempelvis kopp och fat). Vid 12 månader ser barn likhet mellan olika objekt. Vid 18 månader formar barnet grupper av lika föremål men även grupper med föremål med helt skilda former. När barnen är 2 år kan de också bilda grupper med föremål som inte är identiska men som har gemensamma egenskaper. Yngre barn (2–3 år) lägger till eller tar bort enheter om de ska rekonstruera tidigare bildade grupper, men de kan ha svårt att verbalt förklara sina grupperingar eller klassificeringar. De något äldre barnen sorterar efter en given egenskap, till exempel färg eller storlek, vid klassificering i grupper. Vissa egenskaper, exempelvis färg eller form, är konstanta. Dessa förändras inte och är då lättare att klassificera. Andra egenskaper är inte konstanta, utan beroende av vad de jämförs med. Så är exempelvis storlek svårare att klassificera. När barn klassificerar kan de under klassificeringens gång byta eller förändra egenskapen för klassificering och fortsätta klassificera efter en ny egenskap. Inte förrän barn är 5 till 6 år klassificerar de systematiskt, först efter en egenskap och därefter efter en ny egenskap. De något äldre förskolebarnen bildar par, jämför och serierar utifrån delar av talsekvensen. De flesta femåringar ordnar enheter i serier (Clements & Sarama, 2007). Inhelder och Piaget (1949/1970) beskriver dock att detta sker senare, i skolåldern. I studien visades vidare att de yngre barnen (från ca 2 år) ordnade i serier och klassificerade geometriska objekt, men barnen tog ingen notis om hur de gjort tidigare, eller hur instruktionen/uppgiften var utformad. Barnen såg inte heller i förväg hur objekten borde ordnas. De parade ihop föremål slumpmässigt, "the child is simply putting elements together without any consistent plan" (s. 286). Vidare beskrivs att barnet först ordnar klossarna efter ett givet mönster och ändrar sedan sitt syfte och bygger upp klossar som hus. Inhelder och Piaget menar att barnen glömde sin ursprungliga intention och lekte med klossarna. De beskriver att när barn ordnar burkar i serier så sker detta först slumpmässigt och senare i ungefärlig ordning: "On such examples is a tower made up of nesting boxes. To begin with, children may

choose the boxes at random but in time they manage to arrange them approximately in order of decreasing volume” (s. 13). Detta står i motsats till Clements och Sarama, (2007) samt Clements och Sarama m.fl. (2004), (se även Schnall & Gattis, 1998) som anger att barn utvecklar flera olika strategier när de serieordnar. Vissa barn utgår ifrån den största och andra den minsta och sedan lägger de den näst största/minsta etcetera. Andra barn väljer mer slumpmässigt, tar det största föremålet först och uppskattar sedan storleken på det föremål som de väljer härnäst. Om storleken inte passar byter barnet ut föremålen. Forskarna visar, i kontrast till Piaget och Inhelder, att barn vid fyra års ålder vet att om A är längre än B och B är längre än C så är också A längre än C, ”transitive, deductive inferences,”<sup>11</sup> (till skillnad mot Inhelder & Piaget, 1949/1970). Barn jämför och ser hur föremålen korresponderar med varandra. Det är lättare att jämföra och ordna föremål (cirklar, kvadrater) efter storlek eller form än om samma föremål ordnas efter ”färgmättnad” exempelvis röd, rödare, rödast.

Flera forskare har studerat hur barn sorterar och grupperar och gjort jämförelser med hur schimpanser gör (Hayashi, 2007; Johnsson-Pynn & Fragaszy, 2001). Fragaszy, Galloway, Johnsson-Pynn och Brakke (2002) jämför yngre barn (11 mån, 16 mån, 21 mån) med schimpanser (8-25 år) och dvärgschimpanser (5-10 år) som serieordnar burkar i olika storlekar. Resultatet visade att aporna och schimpanserna kunde ordna fem burkar i serieordning (av sex) och de äldre barnen (21 mån) kunde ordna tre burkar i serie.

Barn har i egen lek eller självvalda aktiviteter utvecklat egna matematiska verktyg och strategier som ger utrymme för informellt handlade efter vad situationen kräver (Clements & Sarama, 2007; Bullock & Gelman, 1977). De barn som inte tillägnar sig grundläggande färdigheter i klassificering, serieordning och konservering av mängder har svårare att tillägna sig matematik senare i skolan enligt Clements och Sarama (2007).

### Ett-till-ett-relation och tidiga aritmetiska kunskaper

Många forskare (bl.a. Sophian, 1988a, b; Gallistel & Gelman 2000; Gelman & Gallistel, 1978) har undersökt barns förståelse för antal i jämförelse med Piagets m.fl. (1952) ”ett-till-ett-princip”. Gelman och Gallistels liksom Sophians forskning visade i mycket högre utsträckning att barn beskrev antal och angav om det var fler eller färre objekt i en mängd. Resultatet av Sophians (1988a, b) forskning

---

<sup>11</sup> Den transitiva lagen.

visade dock att ålder (3-4 år) och objektens antal (4-8) hade betydelse för hur barnen utförde uppgiften. Sophian skriver om relationen mellan Piaget m.fl. och Gelman och Gallistels forskning:

The contrasting conclusion reached by Piaget and Gelman may be the result, at least in part of their very different perspectives on what it means to understand number [...] Piaget focuses on children's understanding of one-to-one correspondence as a way of evaluating the numerical equivalence of two sets ... Gelman and Gallistel focus on children's appreciation of the importance of keeping numbers in one-to-one correspondence with objects in counting. (Sophian, 1988a, s. 1397-1398)

Mix (2002, 2009) företräder den så kallade "Mental Models View", som är inspirerad av Piagets syn på barns antalsutveckling. Hon beskriver en longitudinell studie av ett yngre barn (sin egen son) från 12 till 38 månaders ålder och speciellt studerades ett-till-ett-korrespondens i handling. Resultatet visade att sociala, informella aktiviteter så som att dela ut föremål till andra, hade större betydelse för utveckling av tidig aritmetisk kunskap, än mer formella aktiviteter, exempelvis att matcha och jämföra objekt med varandra eller att arbeta med mängder. Att kunna urskilja och differentiera föremål från andra föremål ger barnen möjlighet att jämföra föremålen. Att barn förstår och ser föremålen som enheter som kan paras ihop med andra enheter har avgörande betydelse för utveckling av taluppfattning, men utvecklingen beror även på situation och sammanhang.

I de exempel som Mix ger visas att barnet representerade mängder och jämförde mängder i vissa situationer, men i andra situationer kunde han inte utföra det han tidigare hade visat kunnande om. Hon anser att barns förståelse av antal sker genom en omedelbar upplevelse och erfarenhet samt att ett-till-ett-överensstämmelsen troligen är den mest relevanta och informativa för att studera barns antalsuppfattning då den "is a defining aspect of number and numerical relations, such as equivalence and ordinality [...] An understanding of one to one correspondence is needed to count correctly" (s. 1347). Utifrån studien drar Mix tre slutsatser: Barn erfar ett-till-ett-korrespondens i många olika kontexter. De behöver ha tillgång till lekar, aktiviteter och föremål som ger erfarenheter kring ett-till-ett-överensstämmelse. Att placera objekt i hål, som att pussla och se vilken bit som fattas, har också betydelse för barns lärande av numerisk överensstämmelse: "Object-to-slot activities, such as completing simple puzzles, may play a pivotal role by acting as a bridge between local pairings and judgements of numerical equivalence" (s. 1354). Mix anger att resultatet bör ses i ljuset av bar-

nets utveckling och understryker att resultatet endast baseras på ett barn, men menar ändå att resultatet är en del av barns vandringsstig för att förstå och lära:

The significance of this pattern is that learning may not be piecemeal at all. Instead, children may master concepts completely in one context after another, only gradually consolidating these diverse pockets of expertise into a coherent conceptual structure. (Mix, 2002, s. 1355)

Mix m.fl. (2002) beskriver att flera forskningsföreträdare anser att barns tidiga kvantifierande baseras på antal och beräkning. Men forskningen ger inte något entydigt bevis på att yngre barn använder antal och beräknar mängder. I stället tyder forskning på att beräkning baseras på andra icke-numeriska områden, såsom uppskattning och utbredning (av mängdens storlek). När barn förstår att beräkning, i stället för uppskattning eller utbredning, leder till en mer exakt benämning av antal, motiveras de att utföra beräkningar. Även om barnen gör ett-till-ett-överensstämmelse finns det inga bevis som säger att barn räknar. Detta visas även i forskning av Nunes och Bryant (1996), som skriver att barn är ”känsliga” för situationer där matematiska begrepp eller logiskt tänkande ingår. Barn använder sig ibland av subitisering, men är då begränsade av antal upp till 3-4 enheter om de vill veta antalet i mängden.

Den matematik människan utvecklat under många år stämmer till stora delar överens med när barn återskapar talens olika symboler och börjar räkna. Gelman och Gallistel (1978) beskriver det på följande sätt:

The preschooler does have a concept of number – a concept that contains many of the seeds from which modern arithmetic has grown. The seeds of the child’s numerical abilities grow in different ways as a consequence of diverse developmental processes. (Gelman & Gallistel, 1978, s. 244-255)

Devlin (2001) framhåller viktiga kompetenser som barn utvecklar för att tillägna sig matematisk kunskap. De mest betydelsefulla är: Number sense – en känsla för antal, där likhet och skillnad mellan ett, två eller tre objekt urskiljs eller att se att grupper med tre objekt innehåller ett objekt mer än grupper med två objekt (en medfödd förmåga). Numerical ability – förmågan att skilja och jämföra få enheter (som senare lärs genom räkning och beskrivs med siffror). Algorithmic ability – ett (bestämt) tillvägagångssätt för att räkna ut något (eller ett recept för att baka en kaka), som leder till bestämda mål och förändras enligt bestämda regler.

Spädbarns förmåga att uppfatta antal har intresserat flera forskare, exempelvis Starkey, Spelke och Gelman (1990), som replikerade och förändrade Antell och Keatings experiment från början av 1980-talet. Resultatet visade, även denna gång, att om barn först studerade en bild med två prickar och bilden sedan ändrades till tre prickar, så ökade barnets uppmärksamhetstid (tiden förändrades inte om antalet prickar inte förändrades). Detta visade enligt Starkey m.fl. (1990) att barnen såg och uppmärksammade en förändring. Studien replikerades med barn som endast var några dagar gamla och resultatet blev åter igen det samma. Även Wynn (1990, 1992a, b, 1996) har fortsatt detta forskningsarbete och menar att de yngsta barnen har en medfödd känsla för antal. De reagerar på förändringar i antal, men även på byte av typ av objekt (medan antalet är detsamma). Flera andra forskare, bland annat Koechlin, Dehaene och Mehler (1997) och Simon, Hespos och Rochat (1995) gjorde om och förändrade experimenten. Exempelvis placerade Simon m.fl. (1995) först två dockor framför barnen och drog därpå för en skärm. När skärmen sedan drogs tillbaka så såg barnet två bollar. Tiden för barnens uppmärksamhet mättes och den förändrades inte om antalet var detsamma. Om antalet förändrades från två till tre studerade barnen, även i denna studie, föremålen under längre tid.

Mix m.fl. (2002) beskriver att det finns en stor samstämmighet bland forskare att spädbarn (under ett år) urskiljer vilken av två mängder som innehåller flest (av få) enheter. Något äldre barn har lättare att se och avgöra om det är fler enheter i en mängd (128 enheter) i relation till en mindre mängd (32 enheter). En studie av Xu (2003) visade att spädbarn uppmärksammade skillnad mellan mängder om det var fler enheter, 4 eller 8, 8 eller 16, men att de inte uppmärksammade skillnaden mellan 2 och 4 enheter (trots att kvoten mellan antalen är densamma i alla tre fallen). Detta indikerar enligt Xu att två olika system för representation av mängder används, ett "object tracking system" (som kan jämföras med ett-till-ett-principen) och ett "estimation system" där barn uppskattar antalet.

Yngre barn har kunskap om matematiska relationer och manipulerar antalsrelationer på meningsfulla sätt enligt Wynn (1992b). Hon menar att barns erfarenhet av föremål och hur föremål används präglar barns upplevelser och tankar om föremålet och med utgångspunkt i dessa tidigare erfarenheter handlar barn. Hennes studier visar att barn från ca två års ålder förstår att räkneorden refererar till mängder. Barn vet dock inte ännu hur många enheter orden benämner, men kontexten och det matematiska språk som används har betydelse för matematiskt lärande. Till exempel så förstår yngre barn att när pluralformen

av ett substantiv används betyder det flera föremål, inte en eller ett och de utvecklar olika handlingsmönster för att lösa matematiska problem. I början kan de lösa matematiska problem genom att ta bort eller lägga till få (1–2) enheter. I nästa steg kan barnen lösa matematiska problem genom att ta bort eller lägga till fler enheter (3–4). Enligt Wynn (1992a) krävs det två insikter som barn ska ha tillägnat sig för att förstå antalsprincipen: Den första är att räkneorden refererar till antal. Den andra att det finns specifika ord som benämner antalet. Hon menar vidare att barn vid ungefär 3–4 års ålder har lärt sig att förstå kardinalitetsprincipen. När barnen anger antal måste orden för benämning av antal samordnas med objekten och de måste förstå att det sistnämnda antalsordet anger antalet enheter i mängden. Barn har då tillägnat sig antalsuppfattning<sup>12</sup>.

Wynn (1992a, b, 1996, 2000) och McCrink och Wynn (2004) visar i sina studier att spädbarn (under 1 år) tycks ha aritmetiska färdigheter eller förväntningar. Deras resultat visar att 9 månader gamla barn inte enbart urskiljer skillnader och likheter mellan mängder upp till 3–4, utan även mellan mängder som innehåller fler, upp till 10 enheter. Detta innebär att barn kan bedöma utfallet av aritmetiska uppgifter, exempelvis när man lägger till eller drar ifrån objekt, innan de kan kommunicera utfallet. Barn förväntar sig också att om ett föremål göms och det sedan göms ytterligare ett föremål, då har mängden förändrats (det finns nu två föremål i den gömda mängden). Detta visas i barns handlande, då de bara letar upp de föremål som har gömts. Wynns (1992a) forskning har kritiserats av bland annat Mix m.fl. (2002), Simon, Hespos och Rochat (1995) och Wakeley, Rivera och Langer (2000) och speciellt hennes ”infant calculation experiment” där Wynn visade barn (5 månader) en docka och därefter ändrade antalet dockor till två eller från två dockor till en docka och beskrev den ändrade uppmärksamhetstiden som ”addition and subtraction by human infants”.<sup>13</sup>

När barn representerar antal, sker det först icke-verbalt och ungefärligt, men senare icke-verbalt men exakt. Därefter verbalt och exakt genom olika räkneprocedurer, menar Mix m.fl. (2002). Den tidiga icke-verbala räkneproceduren ligger som bas för utveckling av numerisk och aritmetisk kunskap. Barn konstruerar sin egen förståelse i olika utvecklingsnivåer, enligt Fuson (1992), och att lära sig denna kunskap tar flera år. Lärande sker i konkreta matematiska situationer

---

<sup>12</sup> Se även Gelman och Gallisters (1978) principer.

<sup>13</sup> Det som Wynn och Mc Crink har blivit kritiserade för är att de beskriver att yngre barn kan utföra addition och subtraktionsberäkningar. Mix m.fl. (2002) liksom Wakeley m.fl. (2000) hävdar att det är fel att beskriva och göra anspråk på att dessa unga barn kan utföra beräkningar.

då orden för benämning av antal, räkning på talsekvensen och kardinalitetsprincipen jämförs och integreras. Barns tidiga erfarenheter ökar och utgör allt eftersom deras begreppsverktyg för att lösa olika situationer där färdigheter i addition och subtraktion prövas.

Andra forskare som har studerat yngre barns spontana förmåga att uppfatta antal är Hannula (2005), Hannula och Lehtinen (2005) och Baroody m.fl. (2008). Hannula och Lehtinen studerade 3-5-åringars spontana fokusering av antal (SFON, spontaneous focusing on numerosity) och anser att det är en medfödd förmåga och att uppfattande av antal upp till 3 enheter sker i vardagen och innan barn har tillägnat sig verbalt språk.<sup>14</sup> Baroody m.fl. (2008) beskriver sin definition av barns spontana uppfattande av antal genom begreppet SAN (spontaneous attention to number), och menar att begreppet är likvärdigt i jämförelse med SFON. Vad som skiljer är att SFON relateras till subitiserings och SAN relateras till språket, där språket ses som en kritisk faktor då barn lär sig antal. Baroody m.fl. forskning har visat yngre barns (2-4 år) spontana benägenhet att fokusera på antal och gruppera dessa i olika enheter. Barnen fick se olika grupperingar av mängder innehållande antalen 2, 3 och 4, som de skulle replikera.

The results of the present study indicate that it takes children six months or more to demonstrate competence with three after they do so with two. This and the fact that the older two groups did not differ significantly in reproducing number for collections of three and four indicate that the larger conceptual leap is between two and three, not between three and four. (Baroody m.fl., 2008, s. 263)

Det visade sig också att om barn skulle replikera grupper med fyra olika enheter i olika färg, så replikerade de mer noga än om enheterna och färgen var densamma. Baroody m.fl. (2008) kritiserar Hannula och Lehtinens slutsats, och menar att deras forskning visar att man bör ifrågasätta SFONs resultat och metod. De skriver "a plausible alternative explanation for their participants' relatively poor performance that their SFON task was not sufficiently challenging or engaging" (s. 266). Vidare anges att det naturligtvis är möjligt att barn har en spontan antalsförståelse, men att de inte använder den i SFON-projektet, då uppgiften inte tilltalar dem. Deras slutsats är att det finns stora individuella skillnader i att spontant uppfatta antal, men att det också visar att barn ofta engageras i att spontant uppfatta antal eller aktiviteter när de räknar, både i förskolan och i hemmet. Att stimulera barn till att spontant räkna är viktigt för barns matematiska utveckling.

---

<sup>14</sup> Se även Ahlberg (2000) som beskriver blinda och döva barns erfarenheter av antal.



Baroody (1987) beskriver också vikten av att räkna. Att räkna på räkneramsan ger barn viktig erfarenhet, en ökad förståelse för antal och kunnande om räkning. Detta ger också möjlighet att erövra grundläggande begrepp som lika, mer, eller mindre. Barn behöver erbjudas konkreta objekt vid räkning, för att urskilja mönster och visa att enhetens färg eller form inte påverkar kardinaliteten. Endast om barn lägger till eller ta bort enheter förändras mängden och antalet. Det muntliga uppräknandet av antalssekvensen och talraden är bara ett första steg i att bemästra ett komplex av matematiska färdigheter. När barn börjar skolan, räknar de ofta långt på talraden. De kan också några grundläggande regler. De är bekanta med positionssystemet och uppräknning av föremål samt använder kardinalitetsprincipen och vet relationen mellan talen. Barn vet att det antal som kommer före det först angivna antalet och det som kommer efter beskriver det antal som innehåller fler eller färre enheter. Redan innan barn erbjuds formell aritmetisk undervisning och behärskar skriftlig addition och subtraktion i skolan, kan de lösa enkla aritmetiska problem med konkreta föremål. Barn använder tidigare erövrade strategier som modeller för addition och subtraktion.

Yngre barns förmåga att räkna, beskrivs även av Zur och Gelman (2004). Barnen (4–5 år) i deras studie arbetade först i grupp (i en s.k. samling) där läraren placerade eller tog bort ”kakor” på en flanellograftavla. Barnen fick uppskatta antalet och därefter kontrollera sin utsaga genom att räkna. Senare gjordes experimentet om med barn som var något yngre, 3–4 år gamla, och man fann att också de yngre barnen hade en god uppfattning om addition och subtraktion. När läraren tog bort  $x$  antal, så angav barnen ett antal med färre enheter (oftast det exakta antalet). När läraren lade till  $x$  antal, beskrev barnen antalet med ett högre räkneord. Även om läraren täckte över de kakor (ett antal) som barnen skulle uppskatta, så kunde de göra korrekta uppskattningar genom beräkning av den synliga (kvarvarande) mängden, i relation till den tidigare visade hela mängden. När barnen svarade direkt, var svaren oftast mer korrekta än om barnen dröjde med svaret. Detta, skriver författarna, indikerar att barnen har en implicit förståelse för räkning och aritmetiska principer, som inte kan relateras till subitisering, då antalet föremål som uppskattades och angavs inte kunde ses av barnen.

Lipton och Spelke (2003, 2004a, b) visar att barn vid 3 års ålder räknar på talraden upp till 6 enheter. Barnen vet innebörden av de första orden som benämner antalet och förstår logiken i räkneramsan, vilken tar ungefär ett år att

lära sig. De anger vidare att även om barn endast räknar på talraden till 6, så förstår de att andra räkneord refererar till ett exakt antal:<sup>15</sup> ”They judge that each word picks out a specific, unique and exact cardinal value in some tasks ... but not others” (Lipton & Spelke, 2004a, s. B57-B58). Vid ca 4 års ålder räknar barn upp till 20 på ett korrekt sätt. Studien visar också att barn förstår att de bör använda samma eller ett annat, högre eller lägre räkneord beroende på om föremål byts ut, läggs till eller tas bort och mängden förändras, även om barnet inte ännu kan benämna det exakta antalet.

De äldre förskolebarnens egna beskrivningar av att räkna studerades av Pramling (1994) genom frågorna: ”Hur gör man när man räknar? Varför ska man kunna räkna? och uppföljningsfrågan Finns det fler sätt att räkna på?” (s. 141). Barn angav att räkna innebar: Att rabbelräkna, att de bara räknade 1, 2, 3, 4 ... att räkna baklänges, 10, 9, 8, 7 ... Vid frågan om det fanns andra sätt att räkna så angav barnen att de kunde räkna tiotal, varannan siffra, fort eller långsamt och ordningstal. De kunde räkna genom att tänka, räkna på annat språk eller räkna ut tal. På frågan varför man ska kunna räkna svarade barnen exempelvis: Att avläsa siffror, att utöva i skolan, att lösa praktiska uppgifter eller att räkna tal. Barnen fick också i uppgift att fördela nio knappar i två askar (jfr Neuman, 1987). Här fördelade barnen knapparna oftast 5+4 men även 7+2 och 8+1. Många barn ansträngde sig för att dela så lika som möjligt. Vissa barn använde ett-till-ett-principen och delade ut knapparna en och en. En annan strategi var att säga att det var samma antal i båda askarna. De kvalitativt skilda sätten som visades var fördela alla, dela lika antal, fördela fel eller uppge att de inte visste. En insikt som framkom var att dela för de flesta barnen innebar att dela i lika stora mängder eller delar.

Enligt Clements och Sarama (2007) innefattar tidig numerisk kunskap fyra relaterade aspekter: att urskilja och benämna hur många enheter det finns i en viss mängd, benämna antalet med räkneord (upp till 10), göra uppräkningsöverensstämmelser med antalet i mängden och förstå kardinalitetsprincipen. Ovanstående indelning är något skild från Gelman och Gallistels (1978) fem principer, och för att förstå räkningens princip behöver barn ha förstått samtliga fem principer: abstraktionsprincipen, ett-till-ett-principen, principen om den godtyckliga ordningen, stabila ordningens princip samt kardinalitetsprincipen. Gelman och Gallistel menar att tillämpningen av kardinalitetsprincipen förutsätter en tidigare framgångsrik tillämpning av ett-till-ett-principen och den

---

<sup>15</sup> Se Wynn (1992b), som visar att barn vid två års ålder vet att räkneorden refererar till mängder.

stabila ordningens princip. Detta faktum förklarar varför kardinalitetsprincipen bara ses hos barn som visar kunskaper om de andra två principerna.

Gelman och Gallistels principer har fått kritik av Baroody (1992) och Fuson (1992). Fuson anser att man ska överge termen räkningsprinciper och i stället använda ämneskompetens, procedural kompetens och utförande kompetens. Även Baroody (1992) menar att termen räkningsprinciper är missvisande, eftersom de olika principerna innebär flera konceptuella förståelser, som är beroende av räknefärdighet och hur barnet uppfattar problemet. Baroody anger att forskningen ännu inte kan fastslå den utvecklingsmässiga relationen mellan räkningsprinciper och räknefärdigheter:

The available evidence does suggest that children typically do understand the principles adduced by Gelman and Gallistel (1978) some time before they begin school, but it does not show that such understanding exists prior to the development of any counting skill. (Baroody, 1992, s. 124)

Vidare menar Baroody (2004) att det finns sex kärnområden för barns aritmetiska förståelse och nyttan av aritmetiken: 1. Att använda antal för att kvantifiera grupper, 2. Att använda antal för att jämföra grupper, 3. Att addera och subtrahera ensiffriga tal, 4. Att förstå del-helhet-relationer, 5. Att kunna dela lika eller gruppera i lika delar, 6. Att gruppera i olika grupper och förstå platsvärdet. Han skriver att när barn benämner antal har detta fyra olika betydelser. Först den kardinala benämningen som beskriver "hur många" enheter det finns i en mängd. Sedan, för att specificera "hur mycket" något innehåller, genom att tala om storlek eller utsträckning genom mätning. Därefter "var", som beskriver placeringen på talraden eller ordinaliteten som indikerar en position eller ordning. Slutligen "vad", som beskriver benämning, exempelvis en spelare som har nummer 21 på ryggen eller nummer på en buss.

Fuson (1992) gör en något annan indelning i sju olika kontexter: kardinalkontext, ordinalkontext, mätningkontext, ordningsföljdskontext, sekvenskontext, sifferkontext och icke-numerisk kontext. Hon beskriver vidare hur barn själva konstruerar sin antalsförståelse och sina räknefärdigheter i olika steg. När barn räknar på talraden är räkneramsan till en början bara en ramsa och räkneorden är inte skilda åt. Så småningom förstår barn att orden för benämning av antal separata ord med en viss innebörd. Därefter benämner barn objekt med räkneorden och orden är knutna till de objekt som räknats. När barn har förstått att räkneorden både är kardinala och ordinala vet de också att orden är tillfälliga

namn. Så småningom ser barn fler relationer av tal och antal och skapar egna strategier för lösning av aritmetiska uppgifter.

En liknande uppdelning som Baroody (2004) gör Buys (2001/2008). Hon beskriver antalen och räkningens funktion som: att kvantifiera grupper, att benämna ordningsföljden, att mäta, att namnge och att utföra räkneoperationer. Buys menar att antal och numeriska fenomen utmanar barnens intresse och kunnande från tidig ålder. Antal och siffror representerar ett brett och fängslande fält som om och om igen ger utmaningar för vidare undersökning och uppfinningsförmåga. Mycket av detta sker i vardagen och före den formella undervisningen i skolan. Lärande sker genom barnens egen inre drivkraft och nyfikenhet, då barn vill veta hur saker är relaterade till varandra. Denna första förståelse för antal och räkning på talraden delas in i fyra områden: Att förstå och se ”tvåhet”, ”trehet” och ”månghet” som egenskaper för att definiera olika grupper. (se Fuson, 1992; Johnsen-Hoines, 2000; Neuman, 1987, då barn räknar ett, två, många). Att återknyta och upprepa räkning på räkneramsan (kan jämföras med stabila ordningens princip). Att imitera och härma för att kunna namnge antalet (kan jämföras med ett-till-ett-principen och antalsprincipen). Att symbolisera antal genom att använda fingrarna.

Barns sinnliga erfarenheter i relation till aritmetisk kunskap beskrivs av Ahlberg (1992, 1994, 1997, 2000). Barn har inte tillgång till manipulativt material, men barn räknar-känner, räknar-ser och räknar-hör talen. Ahlberg gör åtskillnad mellan hur talen hanteras (förfaringssätt), och hur talen tolkas och innebörden förstås. Hon beskriver fem förfaringssätt som barnen använder. Barn säger ett räkneord utan att utföra räkneoperationer. De kan ange ett godtyckligt tal eller första eller sista talet. Barn uppskattar och erfar talen som del-helhet och omfång. Barn räknar på olika sätt. De dubbelräknar, räknar i huvudet eller med två parallella tallinjer. Barn strukturerar och utgår då från addition eller subtraktion och grupperar talen. Barn använder talfakta. Barn vet och använder inte någon procedur för att räkna ut svaret. När barn använder dessa olika förfaringssätt, erfars talens innebörd på olika sätt, så som räkneord, omfång, positioner i talsekvensen eller som grupperade enheter. Barns förfaringssätt är relaterade till mer än en innebörd, vilket betyder att barn kan komma fram till samma förståelse trots att olika förfaringssätt används.

Neuman (1987) visade i sin forskning att från början erfars antalsorden av barnen som meningslösa ostrukturerade kedjor av ljud. Hon visade även hur

barn ramsräknade och ”döpte sina fingrar” med antalsbenämningen. Barnen förstår inte då att antalen både har en ordinal och kardinal betydelse. Hon beskriver också att först när barnen räknar på talsekvensen till 30 finns möjlighet för dem att upptäcka repetitionen av 10. Neuman skriver att barn själva effektivt och adekvat utvecklar matematisk kompetens utan formell undervisning, dvs. den matematik som de behöver för att lösa vardagsproblem. Även Buys, (2001/2008) menar att räkneramsan till en början bara är en rytmisk ramsa som övergår till att ha numerisk funktion.

Nunes och Bryant (1996) hävdar att barn som räknar på räkneramsan har förståelse för det numeriska systemet och vet att 4 kommer före 5 i ramsräknandet, och att 5 motsvarar en större mängd än 4. Barnen förstår att 4 är en del av helheten 5 men även att 5 inte kan vara en del av helheten 4. Clements och Sarama (2007) menar att de äldre förskolebarnen oftast vet talens oändlighet och att de alltid kan lägga till ett räkneord och sedan ytterligare ett, beroende på hur långt de kan räkna eller uppskatta<sup>16</sup>. Eftersom förskolebarn relaterar antal till faktiska objekt är nollans plats och funktion svårare att förstå. Barnen ser att om allt tas bort så finns inget kvar, det är tomt. Nollans funktion inom aritmetiken visar sig först, och bara till del, för barn genom vårt positionssystem tio, (tjugo<sup>17</sup>), trettio genom repetitionen av 10 (se Neuman, 1987).

Det tar tid för barn att förstå att antal separeras ur mängder (delar-helhet) och att para ihop antalet med räkneordet. Det tar också tid att förstå att om ett föremål läggs till mängden så förändras antalet, mängden, och ordet som benämner antalet. När barn verbaliserar sina matematiska tankar har det betydelse för deras matematiserande. Freudenthal (1991) skriver att förståelsen för antal är en ”sunt-förnuft-algoritm”, den första algoritm av matematisk karaktär som barn tillägnar sig. Den lärs genom ett vardagligt språk och vardagliga situationer, till exempel om ett barn har två föremål och får ett föremål till, så har han tre föremål. Om han därpå har ett föremål och får två föremål, så har han nu lika många föremål som tidigare, det vill säga tre. ”Common sense, in order to become genuine mathematics and in order to progress, had to be systematised and organised ... coalesced into rules (such as commutativity of addition)” (s. 9).

---

<sup>16</sup> Oändlighetsprincipen.

<sup>17</sup> Termen tjugo skiljer sig språkligt från termerna tio, trettio, fyrtio, femtio osv.

## Rum och spatial orientering

Förmågan att orientera sig i tid och rum är en av mänsklighetens viktigaste kunskaper. Den är även livsviktig för överlevnaden hos alla organismer som kan förflytta sig (Sandberg, Huttenlocher & Newcombe, 1996).

Spatial kunskap är kunskap om var man befinner sig i omgivningen eller i rummet och hur man gör för att förflytta sig. Där ingår operationer och förståelse för relationer mellan egen och andras positioner, en kunskap som utvecklas tidigt. Yngre barn har en förmåga att aktivt och selektivt söka relevant information och att tolka tvetydig information för att exempelvis kunna orientera sig (se Gibson, 1979; Gibson & Pick, 2000):

Toddlers, for example, eschew other cues and instead use geometric information about the overall shape of their environment to solve location tasks. (Clements, 2004, s. 278)

van den Heuvel-Panhuizen och Buys (2005) menar att vi ständigt mäter och genom mätning beskriver vi vår omgivning, och länkar då ihop mätning, geometri och aritmetik. ”Both domains offer mathematical tools, each in their own way, to structure the physical world and to get a grasp on it” (s. 10). Detta kännetecknas av utforskande attityder som vidareutvecklar matematisk kunskap. ”Where do you live?’ is therefore a key question in localization” säger van den Heuvel-Panhuizen, Veltman, Janssen och Hochstenback (2005) och fortsätter: ”Moreover, it is a question that has a central position in the children’s perception. Knowing where you live is basic information to them” (s. 152), som i sin tur leder i till nya funderingar och frågor om hur ting förhåller sig till varandra.

Barn är engagerade i spontana situationer, exempelvis då de leker. De ser om ting är lika stora, mindre än eller tillräckligt vida för placering i eller på varandra. Barnen jämför med det omgivande rummet och dess föremål. Även Clements (2004) beskriver vikten av spatial och geometrisk kunskap för barns förståelse av sin värld, eftersom det är inom denna rymd barn lever och rör sig. För att erövra denna värld sker ett ständigt utforskande. I dessa erövringar och utforskanden är vardagens språk viktigt. Barnen beskriver rummet och dess delar utifrån sig själva och de begrepp som används i vardagen till exempel större än/mindre än, kortare, mindre, lika lång, smalare, vidare och så vidare. Hur barn spontant benämner fyra rätblock av olika storlekar beskrivs av Werner (1948/1973) med hänvisning till J. Vogel. Det största benämndes ”Big Miller”, det näst största

”Big Little Miller”, det näst minsta ”Little Miller” och det allra minsta ”Little Little Miller”. En annan benämning av tre (något tunnare) rätblock var ”Big Thin Windows”, ”Little Big Thin Windows” och ”Little Thin Windows”. Två prismor benämndes som ”Big Sharp Windows” och ”Little Sharp Windows” (s. 249).

Barn ser, de lär sig att känna igen föremål och personer, men även att se det som är nära, som de kan nå och det som är längre bort. Yngre barn kryper, hasar, ålar eller går för att nå föremål som finns bortom det omedelbart näbara. Föremålen utforskas med alla sinnen, barn smakar, luktar, känner, hör och ser. I leken känner barnen på olika föremål och erfar att de är runda, kantiga, släta, sträva eller mjuka etcetera. Vissa föremål är högt placerade medan andra är lågt placerade. När barnet rullar bollen bör hon eller han bedöma avstånd och riktning så att den som barnet rullar till kan ta emot och rulla tillbaka bollen. Barn ser olika former, dess placering och förhållande till andra former och objekt. De känner igen former och förstår att formen är densamma oavsett läge och storlek (konstansbegreppet). Barn använder andra föremål för att nå upp eller för att få tag i föremål som placerats längre bort eller högre upp. Att uppfatta rummet och dess struktur innebär att förstå var i rummet man befinner sig. Detta innebär även att barn ser och bedömer avstånd, riktning och läge i förhållande till sig själva, andra, objektet och rummet. De förklarar var olika ting är placerade och utvecklar sin förmåga att skapa ”inre bilder”, sitt abstrakta seende, genom att de skapar nya objekt, minns hur objektet såg ut och relaterar detta till andra objekt i rummet (Buys & Veltman, 2005; Devlin, 2001).

I barns spatiala orientering ingår även att orientera sig i tid och yngre barns tidsuppfattning är beroende av dagen och dess struktur. De orienterar sig efter då, nu och sedan men även efter före och efter. Uppfattningen av ”då” är en händelse som skedde alltifrån för en kort stund (tidsrymd) sedan, till något som skedde flera veckor tillbaka. Detsamma gäller för ”sedan” som är något som inträffar om en liten stund eller något som sträcker sig flera veckor fram i tid. Barn kan också benämna all dåtid med igår och all framtid med i morgon. De orienterar sig efter rutiner eller andra för barnet viktiga händelser som förekommer i vardagen (Buys & Bokhove, 2005).

## Form, figur och bakgrund

Tidigare beskrevs forskning om spatialt kunnande och rumsuppfattning. Här ingår också att uppfatta mönster och form som ger förutsättning för barns

kunnande i geometri. Hur barn urskiljer form finns det delade meningar om. Piaget och Inhelder (1956) anger att barn från 1 till 4 år blir passiva och inte vet hur de ska identifiera och gruppera former:

During Stage 1 (up to 4 years) the child remains almost passive when confronted with the objects he has to identify. He grasps them, usually in both hands, feels them, turns them round and contents himself with the first haphazard centration. There is no decentration so that he does not really explore them at all. (Piaget & Inhelder, 1956, s. 39)

Men hur identifierar barn form, vad urskiljs, ses och varför ses just detta? Örnkloo (2007) beskriver hur barn ser och agerar med olika klossar i jämförelse med de hål som dessa ska placeras i (i en plockbox). Hon menar att om klossen eller locket uppfattas som figur eller som bakgrund har betydelse för barnens förfaringssätt i aktiviteten. Bertamini och Croucher (2002) beskriver att Rubins vas kan ses antingen som en vas eller som två ansikten, vända mot varandra. För att urskilja detta är formen definierad av dess kontur och bestäms av vad som betraktas som bakgrund och figur: ”The background on the other hand extends behind the figure and therefore has no shape. In other words, the contours always belong to the figure ... it will never belong to both regions on the same time” (s. 35). Bakgrunden har en underordnad betydelse i direkt jämförelse med föremålet eller objektet. Bertamini och Croucher ansluter sig till Gibsons (1979) beskrivning av den visuella världen. De menar att både hålet och objektet måste uppfattas och betonar att formen av ett hål är beroende av vad som framträder för betraktaren. De skriver: Tänk dig en enkel cirkel som ses som en figur. Denna cirkel har en strikt konvex kontur (positiv krökning). Samma cirkel ses som ett hål som, per definition, har strikt konkav kontur (negativ krökning). De visar i studien att objekten lättare urskiljs om dessa framträder som figur än om objektet framträder som bakgrund, men om ett hål har väl avgränsade kanter/konturer är detta lättare att urskilja.

Inom gestaltpsykologin, enligt Örnkloo (2007), är bakgrunden alltid en del av figuren och om figuren försvinner är bakgrunden utplånad. Örnkloo har studerat hur barn (1;2 till 3;4 år) roterar och väljer klossar för att dessa ska passa i respektive hål. När barn är cirka ett år börjar de bli intresserade av att trä ner föremål i hål. Genom att jämföra barns olika förfaringssätt kan barns uppmärksamhet, orientering av objektet och hur de styr sina impulser jämföras och studeras. Örnkloo hänvisar till Jacobsson, som i sin forskning visade att 4 månader gamla barn jämförde storleken på en boll och ett hål för att avgöra om bollen passade i hålet.



Gibson, m.fl. (1962) anser att barn genom ”matchning” jämför olika former för att se om de passar. Om så skulle vara fallet menar Örnkloo att alla former skulle vara lätta att urskilja, men så är det inte: ”Children should thus find it harder to discriminate between similar shapes than shapes that have a clear distinction. Gradually children begin to define shapes visually according to their appearance” (s. 13). Örnkloos resultat visar att barns förmåga att välja ut, bland flera likartade, objekt och hål som objektet passar i, tar tid att utveckla. Vid 20 månader kunde barnen välja ut storlek, men inte mellan olika, likartade, former. Barn, 30 månader, valde ut och placerade de enklaste formerna. Även de äldsta barnen visade svårigheter med att placera ned de mest komplexa objekten, olika triangulära former, i lockets hål. Örnkloo anger att plockboxens lock inte tillhör bakgrunden eftersom den då skulle vara svår att urskilja och därmed svår att komma ihåg. Locket är en komplex form, vars funktion är att beskriva andra former. Eftersom hålets former i locket varierar (olika rektangulära och triangulära former), så upplevs de som olika objekt. Resultat visar också skillnader i förfaringssätt beroende på barns ålder. De yngsta barnen försökte lirka ner klossen genom locket, när de märkte att den inte passade. De något äldre barnen studerade klossen och anpassade den till hålet. Att välja ut kloss efter hålets storlek utförde barn vid 2 års ålder men att välja kloss utifrån likartade former (t.ex. om alla hål var triangulära) visade sig vara svårare. De äldre barnen i studien kunde efter att ha studerat en bild av en kloss välja ut en exakt likadan kloss. Örnkloo menar att när barn kan föreställa sig objektet i olika positioner och rotera det på olika sätt ökas barns förmåga att lösa uppgiften. Detta gäller också om barnet vet syftet med aktiviteten.

## Form och geometri

De yngsta barnen får en tidig erfarenhet av geometriska objekt då de ser eller tar på olika föremål. Barnet ser bollen, tar och rullar den och känner på dess form, (se Frøbels, 1995, första s.k. lekgåva, bollen). Om barnet i stället tar en cylinder och rullar den och jämför cylinderns rörelse med klotets så upptäcker barnet att klotet och cylindern inte rullar på samma sätt. Cylindern rullar i en rak linje medan bollen rullar i fler olika riktningar. I leken utforskar barnen olika geometriska objekt och ser likheter och olikheter (de Moor 2005). Genom urskiljande av likhet och olikhet kategoriserar yngre barn föremålet, exempelvis när de sorterar föremål som definieras i enlighet med dess form. De sorterar efter ”runda”, ”fyrkantiga” eller ”trekantiga”. Barn kan oftast vid cirka 3 års ålder benämna dessa föremål (Clements, 2004). Freudenthal (1991) skriver att han är övertygad om att barn urskiljer geometriska objekt innan de kan räkna. Denna

kunskap visas genom medvetenheten om likhet eller skillnad mellan olika geometriska figurer.

Piaget och Inhelder (1956) hävdar att barn utgår ifrån likhet då de särskiljer form. De beskriver svårigheten för yngre barn att skilja på räta former, till skillnad från krokiga eller runda former. Ett exempel som ges är en flicka (3:5) som först får se en cirkel. Denna cirkel ska jämföras med en annan cirkel, som flickan inte har sett utan bara har känt. Hon ska därpå välja ut en likadan form och väljer då en kvadrat och vid frågan om formerna är lika så svarar hon ”ja”. Då barnet ombeds att rita kvadraten ritar hon en ellips. Piaget och Inhelder visar att barn som är yngre än 4 år inte visste hur de skulle avbilda formerna. Annan forskning visar dock att barn redan vid 2-3 års ålder kan skilja på både räta och runda former. Clements och Sarama (2007), till exempel, anger att för decennier sedan rapporterade forskare (se även Werner, 1948/1973) att barn vid 2-3 års ålder kan skilja mellan böjda och räta former. Barn utgår från det som är bekant. Med stigande ålder och erfarenhet lär sig barn att urskilja fler delar och så småningom beskrivs former mer exakt. Om barn ska urskilja och avbilda olika geometriska former och figurer sker detta genom komplexa samspel. Exempelvis då barn ska rita tecknet + ritar de ofta i början fyra separata linjer<sup>18</sup>. Lite äldre barn gör en lång vertikal linje och två kortare horisontella linjer (-|-). En vuxen ritar två linjer, en vertikal och en horisontell (+).

Vissa begrepp har större betydelse för förståelsen av relationer mellan olika geometriska objekt än andra, exempelvis storlek, höjd, längd, bredd, hörn. En rektangel kategoriseras av två långa och två korta sidor, en kvadrat genom fyra lika långa sidor, en rund överensstämmer med en cirkel. När barn urskiljer triangelformen kan den benämnas som V eller trekant, och de tror ibland att en rät vinkel kategoriseras som triangel. Barn urskiljer ofta triangelformen som en form som har en horisontell bas och sidor som är lika långa (se Satlow & Newcombe, 1998). När barn kategoriserar en speciell form har språket central betydelse. Barn lär sig att ordet rund överensstämmer med cirkel eller klot och definierar boll med ordet rund. De lär sig först några få ord som de kan definiera objekt och dess egenskaper utifrån, boll – rund – klot, kloss – kantig – kub (språk av första och andra ordningen, se även Vygotsky, 1934/1999). Därefter

---

<sup>18</sup> Två horisontala och två vertikala linjer.



urskiljs fler ord och fler aspekter som definierar geometriska objekt. Vårt språk erbjuder oss att samtala tillsammans med barn om olika geometriska figurer och dess egenskaper, men ofta begränsas samtalet av hur objekten genom vårt språk åtskiljs. Ett exempel, i vårt vardagsspråk benämns oftast alla formerna kvadrat, kub, rektangel och rätkblock som ”fyrkant”, medan prisma, tetraeder och triangel benämns som ”trekant” (Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007).

I kunnande om geometri ingår även att känna igen och urskilja form och dess delar, oberoende av om det geometriska objektet roteras. Clements (2004) visade att barn kände igen och benämnde en kvadrat, men om kvadraten roterades så ansågs den inte vara en kvadrat. Detta fenomen visas även av Gibson m.fl. (1962) då de lät barn beskriva och ordna bokstäver och bokstavslika figurer. Clements (2004) och Clements och Sarama (2007) hänvisar till en studie som Fuson och Murray gjorde 1978, vilken visade att 60 % av 3-åriga barn kunde benämna cirkel, kvadrat och triangel med dess rätta namn. Fuson och Murrays studie replikerades av Hannibal och Clements (2000) i USA, i Kina av Yi (2003) och i Turkiet av Aslan (2005) med något äldre barn (4-6 år). Resultatet visade att cirkeln var lättast att känna igen och benämna<sup>19</sup>, men att beskriva dess egenskaper var svårare. Därefter kom kvadraten<sup>20</sup>, som framför allt beskrevs utifrån sidornas lika längd. Triangeln och rektangeln var de former som var svårast att benämna och beskriva. Barnen i USA beskrev triangeln som en figur med ”toppen i mitten” och ”children rejected both triangles and rectangles that were ’too skinny’ or ’not wide enough’” (Clements, 2004, s. 273). De äldre barnen, i tidiga skolåldern, beskrev karaktären och kunde generalisera till tidigare kunskaper och beskrev vad som karaktäriserade formen av en kvadrat.

Barns lek i relation till matematik har studerats av Seo och Ginsburg (2004) och de fokuserade på hur frekvent barn använder matematiska begrepp i leken. Studien visar att kategorin mönster och form var den mest frekventa. Inom denna kategori var att känna igen, sortera och att namnge olika former mest förekommande.

Clements, Wilson m.fl. (2004, se även Clements, 2004; Sarama & Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007), beskriver projektet ”Building Blocks”, där barn 3-8 år byggde figurer med geometriska objekt. I studien upptäcktes olika kategorier. I den första kategorin urskilde barnen objekten som individuella, och

---

<sup>19</sup> I Kina 92 %, i Turkiet 96 % och i USA av 99 % av barnen.

<sup>20</sup> I Kina 82 %, i Turkiet 86 % och i USA av 91 % av barnen.

kunde inte sätta ihop dem till andra figurer. I den andra kategorin kunde barnen skilja ut objekten och skapade en egen bild (barnen byggde hus eller gubbar). Här fick varje objekt och form en betydelse (exempelvis två rektanglar symboliserade två ben). I den tredje kategorin sammanfogade barnen samma form för att bygga upp delar av figurer (t.ex. tre likadana rektanglar bildade ett ben). I den fjärde kategorin byggde barnen olika figurer, visste var olika objekt skulle placeras och kombinerade ihop olika geometriska objekt till nya figurer och former. I kategorierna fem till sju bytte barn avsiktligt ut formerna och ersatte dem med andra former (t.ex. två trapezoida block bildade en hexagon). Barnen byggde och grupperade former, de bildade nya egna eller fortsatte att lägga mönster.

Clements, Wilson m.fl. (2004) anger olika kompetenser som byggleken och lek med klossar utvecklar, bland annat spatial kompetens, kännedom om olika geometriska objekt och hur dessa kan förändras. Lek med klossar ger också numerisk kompetens, antalskompetens och beräkningskompetens. Författarna anger även att arbete och lek med geometriska objekt, till exempel att ordna i mönster, ligger till grund för utveckling av annan matematisk kompetens (bl.a. spatial och logisk kompetens). Barns lärande i geometri beskrivs utifrån studien som: att urskilja form, att komponera ihop former, att föreställa sig och transformera till andra former, att urskilja symmetri, att samordna olika former och att mäta. Barns tidiga utveckling inom aritmetiken beskrivs som: att jämföra, att subitiserar, att komponera antal, att addera och subtrahera liksom att multiplicera och dividera.

Även Cartwright (1974) beskriver barns bygglek och de matematiska kompetenser som byggleken med klossar utvecklar. Hon anger en något annan indelning än Clements, Wilson m.fl. (2004), och beskriver ett-till-ett-korrespondens, att räkna, matcha och jämföra, att sortera och se var en kloss ska placeras för att passa in, samt se del-del-helhetsrelation. Hon beskriver också att bygglek med klossar främjar förståelsen av avstånd, tyngd, volym, yta, höjd, längd, bredd, storlek och form. Clements och Sarama (2007) menar att forskning om tredimensionella figurer och hur dessa uppfattas av yngre barn, behöver uppmärksammas; ”There is a paucity of research on very young children’s knowledge of 3-D figures” (s. 508). Att förskolebarnen har stor kompetens att bygga med geometriska objekt och skapa olika regelbundna, symmetriska mönster anger också Seo och Ginsburg (2004). Clements och Sarama (2007) menar att människor i alla åldrar upptäcker symmetriska former snabbare, urskiljer dessa mer

exakt och minns dem bättre än de asymmetriska. Likhet och symmetri är viktiga att se när man laborerar med klossar och barn väljer systematiskt och strategiskt ut de klossar som är lika, exempelvis då de bygger torn. Detta gäller även när de lägger ut klossar på rad.

The origins of the symmetry and equivalence concepts, however, may lie in early actions. Evidence indicates that children as young as 18 months will pick up two blocks and bang them together and are more likely to choose equivalent blocks than other available blocks. (Clements & Sarama, 2007, s. 509)

Seo och Ginsburgs (2004) forskning visar, i likhet med Piaget m.fl. (1956), att när yngre förskolebarn skulle rita av de geometriska hålen i locket på en plockbox, visade det sig vara en svår uppgift. En medveten jämförelse mellan två figurer och återskapandet av likadana figurer förekommer inte förrän barnen är över 5½ år. De flesta barn, kan under rätt förutsättningar tillämpa "likhet" då de ska skapa och transformera figurer. Barn lär sig se olika figurer och strukturer, och kan över tid benämna dem och deras delar samt se hur de är uppbyggda i andra figurer (se Clements, Swaminathan, Hannibal & Sarama, 1999). Att beskriva former och deras delar kan vara svårt för förskolebarn, men förmågan att beskriva, komponera olika mönster och geometriska figurer, samt att göra andra mönster, ligger till grund för barns analysförmåga och ökad matematisk kompetens. Klossbyggen ger inblick i barns kunskaper i systematik och logik. Barn bygger först upp strukturer med enkla komponenter och senare syntiseras dessa 3D-former till mer komplexa former.

At 2 years, children place each successive block congruently on or next to the one previously placed ... They appear to recognize that blocks do not fall when so placed. Children begin to reflect and anticipate ... At 3 to 4 years of age, children regularly build vertical and horizontal components within a building. (Clements & Sarama, 2007, s. 512)

Om barn bygger ett högt torn väljer barnen först ut de längsta och smalaste klossarna (Clements, 2004). När barnen staplar flera av dessa höga smala klossar på varandra blir rasrisken överhängande. Att barnen väljer ut de smala långa klossarna, kan enligt forskarna bero på att barn börjar bygga torn med bara en smal lång kloss, rätblock eller cylinder, och därefter sätter två klossar på varandra. Yngre barn prövar också att placera en prisma eller tetraeder på spetsen av en tidigare placerad prisma eller tetraeder (då de ofta tar likformade klossar efter varandra). Att bygga torn eller stapla klossar på varandra utan att tornet rasar sker först genom trial and error. De äldre förskolebarnen

kombinerar olika klossar och använder ofta alla klossarna till ett torn och väljer då ut och parar ihop de klossar som passar bäst för tornstrukturen de bygger (Kamii, Miyakawa & Kato, 2004; se även Miyakawa, Kamii, Nagahiro, 2005).

Barns bygglek ger många möjligheter till ökad matematisk förståelse, menar Leeb-Lindberg (2001). Hon ger exempel på längd och höjd (något är längre än, högre än, större än, mindre än etcetera). Barn använder kroppen som måttenhet och referens vid mätning av höjd och storlek. De erfår vad som är högt eller långt i relation till föremål och det de bygger, exempelvis klossstorn. Andra matematiska områden som utvecklas är exempelvis area och om barn kombinerar ihop klossar till andra former, till exempel att två prismor kombineras till ett rätblock. Volym utforskas genom att barn bygger utrymmen där något får plats eller de själva kan krypa in. Barn utforskar antal genom att ordna, klassificera och sortera. Byggklossar är då ett värdefullt verktyg för barn i processen att etablera förståelse för aritmetiska begrepp.

Hirsch (2001) beskriver de utvecklingssteg barn genomgår då de bygger med klossar enligt följande steg: Steg 1, klossarna nyttjas inte för konstruktion. Steg 2, barn börjar bygga, klossarna placeras i rader horisontellt eller vertikalt och formen repeteras. Steg 3, barn bygger ihop några (lika) klossar med rymd emellan – exempelvis broar. Steg 4, barn bygger för att avgränsa en yta till exempel som hus eller som staket. Steg 5, barn bygger mer komplicerade formationer och använder olika klossar för att forma mönster och balans. Steg 6, byggklossarna byggs upp som strukturer för rollek och ”before this stage, children also may have named their structures, but the names were not necessarily related to the function of the building” (s. 147). Steg 7, klossbyggnation reproducerar eller symboliserar aktuella strukturer välbekanta för barn och relateras till rollek.

de Moor (2005) menar att förskolebarn lär sig geometri genom orientering och konstruktion, liksom genom lek och arbete med former och figurer. Hon delar in orientering i två olika delar: lokalisering, var något befinner sig, och att ta något eller någons perspektiv.

The children gain experience with constructing with ”free” materials, blocks and other geometric construction material, and with paper. They discover how objects are constructed and can be built. They get in touch with familiar spatial and plane geometric figures, like cubes and squares, and explore their basic properties. (de Moor, 2005, s. 195)

I arbetet med former och figurer bör framför allt tre olika områden fokuseras, enligt de Moor (2005). Dessa områden är arbete med mosaikplattor eller olika mosaikbitar och med skuggor, samt med speglar och spegelsymmetri. I arbetet med figurer och former utvecklas förståelse för hur dessa byggs ihop och förändras. Barn erövrar känsla för mönster, symmetri, regelbundenhet och hur de kan komponera ihop dem och dess delar. Även Bornstein, Ferdinandsen och Gross (1981) studerade yngre barn och symmetri och visade att ettåringar föredrog vertikal symmetri framför horisontell symmetri eller asymmetri. En trolig förklaring till detta är att vertikal symmetri finns naturligt i vardagen genom speglingar av föremål och individer. Även mönster i naturen uppträder ofta som två delar med lika, symmetriska sidor.

## Mätning och uppskattning

Barnens förståelse för mätning tar sin början under spädbarnsåren och utvecklas successivt. Forskare menar att mätning ger barnen en bro mellan att räkna och mäta för att besvara frågan ”Hur många eller långa?”. Men det är inte alltid så att barnen förstår antalet enheter i den exakta längden (Mix m.fl., 2002; Huttenlocher, Duffy & Levine, 2002; Clements, 2004; Clements, & Sarama, 2007; van den Heuvel-Panhuizen, 2005).

Studies show that early cognitive foundations of mathematics are not limited or unique to number. As with number, however, these abilities have limits. Infants and toddlers can discriminate between lengths of dowels, but only when a salient standard (a same-length dowel or container) was present; 4-year-olds could discriminate with or without such as standards. (Clements & Sarama, 2007, s. 517)

Förskolebarn har tidigare erfarenheter av att mäta, gräva, bära och fylla eller hålla och de har hört begrepp såsom massa, vikt och längd, även om de inte själva benämner, kvantifierar eller mäter på detta sätt. Barn och vuxna nyttjar tre olika strategier för att bedöma och uppskatta exempelvis längd. En perceptuell strategi då man jämför med ett liknande objekt, exempelvis två pinnar. En normativ strategi, då föremål jämförs med tidigare erfarenheter i minnet (t.ex. att en hund är mindre än en häst). Den tredje strategin är att försöka finna rätt storlek för ett föremål, en funktionell strategi. Barn kombinerar dessa strategier och bedömer om föremålen är större eller mindre genom att relatera dem till föremål som de kanske har hemma och avgör därefter om föremålen har rätt storlek (Clements & Sarama, 2007).

Tidigare forskning visar att barn (ca 2½-3 år) vet att om det tillförs fler objekt så har de mer eller fler än vad de hade tidigare, men om barn ska bedöma eller mäta om två högar innehåller fler, färre eller lika mycket är det inte säkert att de kan ange den hög som innehåller mest eller flest. Om antalet i stället placeras i rader, så ser barn vilken rad som är längst och innehåller flest objekt. Clements och Sarama (2007) beskriver en studie om ”sand i glas” där barn skulle bedöma volym och antal. Resultatet visade att barnen kunde beskriva den mängd (av två rader) som hade flest glas. Därefter visade man barnen två högar av sand och bad barnen beskriva vilken av högarna som var störst. Detta blev en svårare uppgift. Inte ens om forskarna hällde sanden från högarna ner i glasen kunde barnen, vid direkt jämförelse, ange den mängd (av glas) som hade mest sand, även om en rad var längre (flest glas). Dessa resultat beträffande barns svårighet att bedöma och mäta två mängder som innehåller fler, färre eller lika mycket kritiserar av Seo och Ginsburg (2004) liksom av Buys och Veltman (2005). De förstnämnda hävdar att barn har en väl utvecklad förståelse för mätning och uppskattning av kvantiteter då de i sin lek naturligt använder och diskuterar sina erfarenheter av mätning. Barn jämför olika objekt och ser om de är lika långa/längre än, stor/större än/mindre än, eller tung/tyngre än, lätt/lättare än.

Om barn kan uppskatta avstånd beror på om de urskiljer ett avstånd mellan två punkter. För att kunna mäta längd och avstånd behöver de identifiera eller definiera en måttenhet och fördela avståndet i denna enhet genom att upprepa enheten gång på gång efter exempelvis sidan på en kloss som ska mätas. När man mäter med en tumstock eller ett måttband kan det tyckas enkelt skriver Nunes och Bryant (1996), men detta innehåller två komponenter. Den ena härrör sig från logiken och benämns som den transitiva lagen, det vill säga om A är lika lång som B och B är lika lång som C så är A lika lång som C. Om B i stället är längre än A och C är längre än B så är C längre än A. I båda fallen kan man jämföra längd mellan A och C utan direkt jämförelse dem emellan eftersom man jämför både A och C med B. Den andra komponenten är förståelsen för enheter och att mäta med samma enhet. Centimetermättet är alltid lika långt, oavsett vilket mätverktyg man använder, så vid jämförelse av föremåls längd påverkar både den transitiva lagen och måttenheten. Den transitiva lagen är universell och oberoende av kultur medan måttenheterna är kulturellt förankrade. Barn använder måttenheter vid beskrivning av hur långt något är och jämförelser görs från tidig ålder mellan olika objekt. De äldsta förskolebarnen inser att siffror symboliserar ett antal, men att enheterna som man mäter med kan variera och om andra enheter används så förändras antalet. Barnen vill oftast



se var de ska börja mäta och var mätningen ska avslutas, men barnens förståelse av att man vid mätning börjar från 0 i stället för som vid antalsbenämning då man börjar på 1 är inte givet.

Clements och Sarama (2007) beskriver följande insikter som barn behöver ha nått för att mäta en längd: (1) Förstå att längden är ett bestämt avstånd mellan två punkter. (2) Förstå att avståndet mellan dessa punkter inte förändras även om man vänder eller roterar föremålet. (3) Veta att man kan överföra jämförelsen mellan två objekt, det vill säga om objekt X har samma längd som Y så är Y lika lång som X. (4) Förstå att man ska dela i lika stora delar samt att mäta med samma enhet. (5) Inse att man ska upprepa enheterna och räkna dessa. (6) Förstå att vid uppräknings av enheterna anger det sista räkneordet summan av enheterna i längden. (7) Förstå att man måste börja räkna från 0, barn börjar oftast räkna på 1 men vid mätning så börjar man räkna från 0. (8) Veta relationen mellan att mäta och att räkna, förstå skillnaden mellan antal och mätning, det vill säga att längden kan vara skild från antalet, exempelvis om två rader med stickor är lika långa men att en rad innehåller fler stickor. I studien som Clements och Sarama genomförde angav flera barn att den rad som hade flest stickor var längre än den rad som hade färre stickor, även om raderna var lika långa.

Thus, young children know early that properties such as length (as well as area, volume, mass, and weight) exist, but they do not initially know how to reason about these attributes or to measure them accurately. (Clements & Sarama, 2007, s. 520)

Äldre förskolebarn och yngre skolbarn förstår att enheten som används för att mäta påverkar benämningen av den totala längden på föremålet. Buys och Veltman (2005) samt de Moor (2005) anger att mätning kan beskrivas som ett sätt att ordna världen genom antal och siffror, för att på bättre sätt beskriva och kontrollera den. Den första mätning som utförs är jämförelsen mellan två objekt och "this most elementary kind of measurement presents itself often in the world of a young child" (s. 16). I denna mätningsprocess är inte antal och antalsbenämning närvarande. Barnen beskriver något som större eller mindre, tyngre eller lättare. De lär sig om olika kvantiteter som längd, volym, area, vikt och tid och hur de skiljer sig åt. Den mest elementära av dessa kvantiteter är längd som är tydlig i barns värld genom att de växer, de blir längre, når högre upp, skor och kläder blir för små etcetera. Barn håller upp saft eller mjölk i glas och jämför och erfar känslan för volym. De utvecklar förståelse för area när klossar läggs bredvid eller på varandra och känslan för vikt utvecklas genom att de bär eller balanserar

saker. Detta relateras till vardagen och vardagsspråket. I leken använder och utforskar barn ständigt längd, vikt, volym och area och skiftar från en storhet till en annan och får då en vidare förståelse för begreppen. Begreppet längd är enklare för barn att förstå än andra enheter, såsom volym, area eller vikt. Nunes och Bryant (1996) menar att barn under flera år har gjort jämförelser mellan sig själva och andra och på så sätt utvecklat sin förståelse för begrepp såsom lång och längre, kort och kortare, stor och större samt mindre och minst.

### Att resonera och lösa problem – matematik som språk

Freudenthal (1991) betonar matematiken som aktivitet och knyter den till sunt förnuft och språk. Han beskriver den formella isomorfism som råder mellan siffror och antalet de symboliserar. Dessa betraktas oftast som identiska, men bör vara en källa till reflektion över relationen mellan matematik och språk. När nya matematiska strukturer och innebörder kommuniceras utvecklas ett nytt språk. De mentala aktiviteter som utförs repeteras och i samspel med innehåll och form utvecklas matematiska tankar och språk.

Núñez och Lakoff (2005) menar att matematiken har unika egenskaper. Den är abstrakt, exakt, enhetlig, stabil, kalkylerbar, generaliserbar och effektiv som allmänt verktyg för beskrivning, förklaring och förutsägelse i en daglig verksamhet. Sfard och Lavie (2005) beskriver barns svårighet att förstå de vardagliga orden mer, fler, större eller lika när dessa används i en annan diskurs. Vidare hävdar de att Piagets teori om barns oförmåga att konservera antal troligen berodde på att barn, om valmöjligheterna fanns, valde ett annat alternativ, genom direkt visuell jämförelse i stället för att räkna. Att bli deltagare i den numeriska diskursen ses som en naturlig process, då kunskap ökar och begrepp allt eftersom vidgas. Medvetenheten i den numeriska diskursen ger barn fördelar beträffande hur, när och i vilken situation den kan användas.

Yngre barns resonerande kring matematik och problemlösning är resultatet av komplexa och kognitiva processer (Clements & Sarama, 2007). Barn resonerar och löser problem om de har tillräckliga kunskaper som bas och om uppgiften är förståbar, om de är motiverande och om sammanhanget är bekant. Kunnande utvecklas genom samspel mellan generell och specifik kunskap och i handling. Matematiskt resonemang startar vid tidig ålder, genom exempelvis jämförelse mellan likhet och skillnad av föremål och deras inbördes förhållande som barn drar slutsatser utifrån. När barn har förstått mönstret gör de nya liknande, strukturella mönster som ger överensstämmelser. De vidareutvecklar färdigheter,

lär sig nya begrepp och utvecklar kunskaper. I problemlösningsprocessen är resonemang en viktig ingrediens för barn i att söka och öka sina kunskaper. De äldre förskolebarnen resonerar kring situationen och vad de vill uppnå. Yngre barn löser problemet i handling, till exempel om barn ser en leksak på en filt en bit bort så drar barnet i filten för att få leksaken. Barn (även djur t.ex. apor och kråkor) kan också använda ett föremål (t.ex. en pinne) för att hämta eller ta ett annat föremål som de inte når. Clements och Sarama (2007) menar att barns trial and error-strategier utvecklas och förfinas under förskoleåldern och ger barn möjlighet att lösa mer komplexa problem. Barnen bedömer olika handlingsstrategier i problemlösningsprocessen. De gör adaptiva val genom olika aritmetiska strategier, särskilt om situationerna och strategierna ses som meningsfulla. Yngre barn är imponerande problemlösare och lär sig även reglerna för ”spelets resonemang”.

### Matematik och utvecklande av kompetens

Barns kompetens och deras utveckling av tidig matematik har studerats av Dienes (1960) och han frågar ”What kind of ’free play’ and ’structure games’ is it best to provide ... Does a child structure himself, or should we help him in this process?” (s. 31). Han anger att begynnande matematiskt lärande sker i interaktion med omgivningen, miljön bör därför anpassas så att fler tillfällen för matematiskt lärande uppkommer. Miljön bör varieras och vara rik på aktiviteter som ger relevanta matematiska utmaningar och även språklig, kommunikativ utveckling. I interaktion med miljön upptäcks restriktioner, genom att vissa företeelser uppträder bara under vissa omständigheter och andra företeelser är omöjliga att utföra. Med andra ord upptäcks regelbundenheter i omgivningen och barn gör förutsägelser om vissa ting, exempelvis genom regler i lek och spel. I lek och spel finns också gemensamma strukturer som hjälper barnet att se och överföra tidigare lärda strukturer till andra lekar eller spel i relation till matematik, exempelvis strukturer i representation av enheter, antal, grupperade enheter, addition, subtraktion, multiplikation och division, som i sin tur utvecklar barns matematiska strukturer:

He needs a peg on which to hang what he has abstracted. What is this peg? It is a *representation*. He needs a common representation by means of which he can see for himself what the communalities are which he has realised are to be found in *all* the embodiments studied. (Dienes, 1960, s. 34)

Ginsburg och Golbeck (2004) beskriver att all den mängd forskning som fokuserat barns tidiga aritmetiska kunskaper har öppnat våra ögon för vad barn kan göra, även om det bara sker under vissa villkor. Barns kompetens är komplexa konstruktioner, som innefattar olika komponenter beroende på kontexten och uppgiften. Ginsburg och Golbeck efterlyser mer forskning som beskriver barns arbete med Montessori och Fröbelmaterial och dess betydelse för utveckling av matematisk kompetens. Men även

the social-emotional context is important for understanding children's learning ... one can not separate the learning of science or mathematics from the child's interest, emotions, and peer relations. Yet, the truth is that researchers know very little about these things. We tend to study mathematics and science learning in splendid isolation from the child's everyday world. (Ginsburg & Golbeck, 2004, s. 192)

Vidare beskrivs att forskning som bör genomföras är studier om barnomsorgens påverkan, både vad det gäller tiden som barn vistas på förskolan, barngruppens storlek och sammansättning och lärarnas kompetens i relation till barns utveckling av matematiska kunskaper. Eftersom forskningen hittills, enligt Ginsburg och Golbeck, inte fokuserat detta område på samma sätt som andra, så har Greenes, Ginsburg och Balfanz (2004) utvecklat ett program för att stimulera förskolebarns (från 4 år) kunskaper i matematik och arbete tillsammans. Programmet tog fasta på att det skulle vara roligt, vila på barns intresse och knyta matematiska idéer till daglig verksamhet. Programmet avsåg även att "foster exploration of mathematics in risk-free environments rich with opportunities to bump into new ideas; and promote children's discussion of and reflection on their discoveries" (s. 159). Som allt meningsfullt lärande är matematik pågående, problemlösande processer, då barn knyter ihop den samlade informationen med fortsatta ansträngningar för att skapa ny kunskap. Även om matematik till del är insamling av fakta och procedurer, så är det framför allt verktyg för att söka, specificera och se mönster och regelbundenheter. Matematik ska beskrivas som vetenskapen om mönster och definitionen av ordning menar Baroody (1987).

Sammanfattningsvis visar ovanstående delar en omfattande och brokig flora av forskning om förskolebarn och matematik. Det finns, och syns även i denna översikt, en övervikt i forskningsområdet om barn och aritmetik och då i att utveckla räknefärdigheter och antalsförståelse, i jämförelse med exempelvis barn och geometri. I forskning av idag ses yngre barns matematiska utveckling som oerhört viktig för senare utveckling av formell matematik, oavsett de teoretiska perspektiv som forskaren väljer att utgå ifrån. Piagets och hans medarbetares

forskning om barns lärande i matematik har fått mycket kritik, men fick till följd att kunskaperna ökade och nyanserade bilden om barns utveckling och deras begynnande förståelse för matematik, då övrig forskning oftast relaterats till Piaget och hans forskargrups resultat. De angav till en början att barn före 7 års ålder inte hade logisk matematisk förståelse<sup>21</sup>, då han i sin definition angav att barn behöver förstå flera aspekter av tal. Exempelvis att kunna konservera antal, beskriva kardinalitet och ordinalitet och att dela upp antal.

I den redovisade översikten av forskning kring barn och matematik kan en sorts utvecklingslinje ses då forskningen visar att barns kunskaper i matematik startar i det konkreta, i en kroppslig matematik och utvecklas mot en mer abstrakt, formell matematik (framför allt aritmetik). Härigenom synliggörs även en värde-laddning mellan formell och informell matematik, genom att barns begynnande lärande av matematik skrivs fram som ”före” formell matematik (precounting, prenumerical eller premathematics). Ett begrepp som tydligare skulle kunna beskriva de yngsta barnens matematiska lärande är begynnande matematik och matematiserande, om en distinktion anses nödvändig. I de utgångspunkter som avhandlingsstudien vilar på ses barns kunnande i matematik och deras matematiserande som en vandringsstig där barn i mötet med andra allt eftersom förändrar sin erfarenhet, ökar sin förmåga och ser världen på ett nytt sätt. Därför kommer begreppen matematik och matematiserande att användas. I kapitlet om barn och matematik beskrivs vad forskare anser att barn kan vid en viss ålder, detta synsätt kan inte heller appliceras på den föreliggande studien, beroende på den teoretiska ram som bildar utgångspunkt.

I barns handling synliggörs matematiska strukturer, logik, mönster och samband. I aktiviteter och situationer framträder olika egenskaper och matematiska storheter, exempelvis mönster och form, storlek, volym, diameter och antal, när barnet jämför, klassificerar och ordnar efter likhet eller skillnad. Barns erfarenheter av situationen, vad den syftar till och hur de andra barnen agerar, anser jag, i linje med bland andra Mix m.fl. (2002), har betydelse för de matematiska förfaringssätt som barnen väljer. Begreppet matematisera betonar processen som genom handling ger barn verktyg för att lösa problem i vardagen. Detta ger i sin tur barn ökat kunnande om vad som är möjligt eller inte möjligt att genomföra i situationen. Att lösa matematiska problem i vardagen är att ordna efter informella och formella regler och urskilja relationer mellan olika fenomen, då ges

---

<sup>21</sup> Piaget reviderade senare sin utsaga och beskrev att barn före fyraårsålder inte hade logisk matematisk förståelse.

möjligheter för barnen att möta begrepp och företeelser inom olika matematiska områden.

## SYFTE

De bakgrundsfaktorer som ligger till grund för denna avhandling har sin begynnelse i min tidigare yrkesroll som förskollärare, där jag uppmärksammade barns tidiga räknande. Det var lättast att urskilja, då det hördes och sågs såväl i sagor som i sånger, men även i andra aktiviteter och då framför allt som spontant uppräkande. Övrigt kunnande i matematik eller matematiserande förekom mer sällan och om så skedde var det i rutinsituationer, barns lek eller konflikter. Så småningom uppmärksammade jag att förskolebarns eget matematiserande och kunnande i matematik var mycket rikare (Reis, 1998). I mitt senare yrkesliv som lärarutbildare med speciellt fokus på förskolebarns kunskaper i matematik upptäckte jag att även i merparten av forskningen om barn och matematik studerades framför allt barns aritmetiska kompetens i, för barnet, främmande situationer och vid enstaka tillfällen.

Det övergripande syftet med föreliggande studie är att bidra med en empiriskt grundad analys och beskrivning av hur de yngsta förskolebarnen utvecklar sitt matematiserande. Forskningsfrågorna utgår ifrån idén att yngre barn över tid utvecklar sin förmåga att ordna konkret material i ett socialt sammanhang.

Frågeställningar är:

- Hur utvecklar yngre barn i handling sitt matematiserande och sin matematiska förmåga?
- Vilka handlingsmönster kan identifieras, hur förändras dessa över tid och vilka dimensioner av variation utvecklas i barns matematiserande?





## METOD

I detta kapitel beskrivs forskningsmetoden, forskarens roll, etiska överväganden, tillförlitlighet, verktyg för analys och analysens olika steg. Här redovisas även pilotundersökningen och därefter beskrivs huvudstudiens förskola, dess miljö och information om de aktiviteter som redovisas i resultatkapitlet.

Den valda metoden för att studera yngre barns matematiserande beskrivs som den naturalistiska forskningsmetoden (Cohen, Manion och Morrison, 2005). Metoden har likheter med andra forskningsmetoder, exempelvis etnografi, i genomförande och vilket empiriskt material som samlas in, så som att identifiera ett problemområde, beskriva forskningsfrågor, välja forskningsdesign och verktyg för datainsamling. Men även att överväga tillförlitlighet och trovärdighet, beakta etiska aspekter vid analysens genomförande och dess tolkning. Hammersley och Atkinsson (2007) skriver att begreppet naturalism pekar på forskning som utförs i en vardaglig kontext och så långt som möjligt "in its 'natural' state", som i minsta möjliga mån påverkas av forskaren: "Hence, 'natural' not 'artificial' settings, like experiments or formal interviews, should be the primary source of data" (s. 7). De betonar att känslighet för verksamheten och till fenomenet som studeras bör karaktärisera forskningen. Det primära målet för forskningen är att beskriva vad som sker, hur de involverade personerna ser och talar om egna och andras handlingar, kontextens betydelse för handlingars utfall och konsekvenser av dessa. "A key element of naturalism is the demand that the social researcher should adopt an attitude of 'respect' or 'appreciation' towards the social world" (s. 7). För att förstå personers handlingar bör forskaren vara välbekant med miljön och ha kunskaper om verksamheten som utförs. De menar vidare att forskaren bör utveckla reflekterande medvetenhet om den egna närvarons betydelse och kunskapens sociala konstruktion.

I en observationssituation kan forskaren ta olika roller. Hammersley och Atkinsson (2007) beskriver fyra olika typer av roller, en där forskaren är en fullständig deltagare, en där forskaren är en deltagare som observerar, en annan där forskaren är en observatör som deltar och slutligen en där forskaren endast observerar verksamheten, en fullständig observatör. I rollen som den fullständiga deltagaren studerar forskaren gruppen inifrån och deltar i aktörernas verksamhet.

Om deltagandet är överordnat observatörsrollen anges forskarens roll som deltagare-observatör. Då forskaren tar rollen som observatör-deltagare är observatörsrollen överordnad deltagarrollen. Rollen som fullständig observatör kännetecknas av lite eller inget deltagande. Hammersley och Atkinson anger att många forskare också tar någon roll mellan dessa roller. Framför allt mellan rollerna observatören som deltagare och den deltagande observatören. ”This is not to deny that there will be occasions, many occasions, when one will need to engage in social interaction for primarily social and pragmatic reasons, rather than in accordance with research interests and strategies” (s. 91).

Det finns flera avvägningar för forskaren som tar den deltagande-observatörens roll. En är om han eller hon tar till sig den studerade gruppens värden, normer och uppförande som sina egna, och inte reflekterar över dessa i relation till forskningsintresset. Detta sker inte på samma sätt om forskaren tar en mer observerande roll. Men om forskaren tar den deltagande observatörens roll ges fördelar då forskaren till exempel förstår kontexten, andra människor, personal-kategorier, dynamiken i olika situationer och hur verksamheten utvecklas. Bryman och Teevan (2005) anger att

ethnography and participant observation are often difficult to distinguish. In both a researcher is immersed in a group for an extended period of time, observing behaviour, listening [...] develops an understanding of the culture of the group and people's behaviour within the context of the culture. (s. 165)

Detta ger oftast ”tjocka” beskrivningar med detaljerad data. Hammersley och Atkinson (2007) skriver att det att vara deltagare eller observatör i miljön som undersöks har likartade hinder och möjligheter, eftersom forskaren inte har någon möjlighet att påverka. I det ena fallet forskningen som genomförs och i det andra fallet verksamheter genom att fråga eller testa kunskaper.

Inom variationsteorin har forskning utförts om barn, elever och lärare i olika typer av klassrum genom observationer av verksamheten. För insamling av empiriskt material har olika tekniker använts (t.ex. intervjuer, observationer, tester, fältanteckningar och insamling av olika dokument). Variationsteorin studerar framför allt hur elever lär, hur lärare påverkar ett ämnesinnehåll och hur undervisningen kan förändras, exempelvis genom så kallade ”Learning Studies” (Kullberg, 2010; Wernberg, 2009). I flera av de tidigare nämnda studierna finns syftet att genom intervention påverka barn och elever så att lärandet ökar. Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer och Schauble (2003) skriver att de designexperiment

som utförs i skola och lärarutbildning varierar både i utförande och inom områden. Syftet är då att utveckla teorier eller hjälpmedel som i sin tur, i bästa fall, leder till förändring för lärare och elever i klassrummet eller inom lärarutbildningen.

Nuthall (2004) anger att designexperiment har potentialen att ge lärare praktiska modeller av hur de kan undervisa och att utveckla förståelsen av lärprocesser. En svag punkt i designexperiment, menar Nuthall, är att man inte med säkerhet vet vilka aspekter som är direkt relaterade och avgörande för elevers lärande. I föreliggande studie finns en idé om att påverka barns lärande genom att tillföra nya konkreta material till barnen i förskoleavdelningen. Dessa material kommer att skilja sig i något avseende från det material som barnen sedan tidigare har tillgång till. Denna typ av intervention anger Bryman och Teevan (2005) som "fältexperiment" och skriver att ett fältexperiment är en studie där forskaren direkt intervenerar och/eller manipulerar en naturlig miljö för att observera konsekvenser av den genomförda interventionen eller manipulationen. Pring (2004) betonar att studier där fältexperiment ingår är starkt ifrågasatta utifrån etiska principer, då övriga personer som ingår och studeras är omedvetna om studien. Forskaren är en deltagare som ingår i den studerade verksamheten, en dold observation. I föreliggande studie har inte funnits någon tanke på att dölja att videodokumentation sker eller att nytt material tillförs. Jag utger mig inte heller för att vara barnens lärare eller på annat sätt ingå i personalgruppen. Mitt syfte med mitt deltagande i barngruppen har angetts för barnens som att "jag filmar för att se vad ni gör för att lära mig mer om hur ni gör när ni leker med olika saker". Jag har även beskrivit att jag är en "gammal fröken" men inte deras "riktiga fröken". Således är jag en observatör som studerar verksamheten och ibland deltar i aktiviteter.

## Forskarrollen

Utifrån det teoretiska ramverket, dess utgångspunkter och studiens design och genomförande har en roll som observatör som deltagare framför allt tillämpats. De handlingar och utsagor som barn uttrycker speglar deras sätt att erfara, förstå och lära och knyts till barns perspektiv då jag som forskare försöker berätta något om barns värld.

I relation till forskarrollen och barns perspektiv beskriver Sommer (2010) att "children's perspectives represent children's own experiences, perceptions and

understanding of their world” och att ta barns perspektiv definierar Sommer som “adult’s realistic understanding of children’s perceptions, experiences and actions”<sup>22</sup>. Detta kan knytas till Marton och Booths (1997) beskrivning av situationens relevansstruktur och objekt för lärande. Det vill säga forskarens avsikt att synliggöra barns intentioner, syften och mål och de förmågor som krävs eller utvecklas för att utföra aktiviteter i en specifik situation. Marton och Booth menar att metoden för datainsamling och dataanalys är oskiljaktiga. De skriver att analysarbetet påbörjas redan när materialet samlas in och senare datainsamling påverkas av den empiri och de analyser som har utförts. Forskaren avgränsar det fenomen som är centralt och ser strukturen mot bakgrund av de situationer fenomenet upplevs i, genom att urskilja och differentiera framträdande drag ges öppenhet för en vidareutveckling. ”If the researcher is to be able to meet the people she is interested in and take part in ... then she might herself be aware of many possible starting points they will have, the sorts of situations in which they have met the phenomenon before, and the range of ways in which they might handle it” (s. 129). Genom detta betraktas den forskning som utförs som lärande, eftersom forskaren samtidigt lär sig något om de fenomen som studeras.

## Videokameran ett verktyg för att samla in data, hinder – möjligheter

Videon har numera blivit ett vanligt verktyg när det gäller att samla in data, speciellt om yngre barn i förskolan (t.ex. Lindahl, 1996; Johansson, 1999; Månsson, 2000). Heikkilä och Sahlström (2003) menar att videoinspelningar är ett användbart verktyg för datainsamling av utsagor av barn, barns perspektiv och interaktion i vardagshändelser. Forskaren bör också beskriva de möjligheter och de begränsningar som dokumentationsformen ger. Det krävs att fenomen som avses att belysa synliggörs i ett så tydligt ljus som möjligt. Genom videoinspelning kan episoder och situationer synliggöras och återskapas och reflekteras över vid senare tillfällen. Hammersley och Atkinson (2007) betonar att inga neutrala eller objektiva observationer förekommer. När forskaren närmar sig fenomenet och blir allt mer förtrogen med det finns även en allt större risk att påverka den data som samlas in, antingen genom att bortse eller ta för givet företeelser som borde beaktas eller att föregripa respondenternas handlingar eller

---

<sup>22</sup> Sommer, D. 2010-08-11 OMEP konferens i Göteborg ”In Search of Child Perspectives and Children’s Perspectives in Childhood Sociology and Developmental Psychology”.

utsagor. Det krävs medvetenhet om och hänsynstagande till hur observationerna påverkas av forskarna och att använda denna medvetenhet på ett forsknings-etiskt sätt.

I en naturalistisk observationsmodell, anger Lindahl (1996), ska forskaren ”inte störa” utan fånga ett naturligt beteende. Här görs oftast avgränsningar både tids- och innehållsmässigt för att en speciell aktivitet ska observeras och kan i värsta fall påverka den observerade situationen. När forskaren dokumenterar sina observationer med videokameran framträder vissa skillnader i jämförelse med andra naturalistiska observationer. De inspelade sekvenserna registrerar mer än vad en observatör kan utläsa enbart av sina anteckningar. Både kroppsspråk och verbalt språk kan ses och höras på nytt. Dessa inspelningar kan också ses av andra, som kan ge hjälp vid bedömning och tolkning. Dock har även video-dokumentation sina begränsningar, exempelvis om forskaren riktar sin medvetenhet genom kameran och mot ett speciellt fokus, och har då inte hela rummet i sitt synfält. Lindahl menar att filmarens känslighet för barns kroppsuttryck, handlingar eller för barns beskrivning av sina handlingar, utvecklas. På så sätt förbättras efterhand observatörens förmåga att uppfatta och observera barns agerande, deras intentioner, syften och mål med verksamheten som utförs. Då de yngsta barnen i förskolemiljön filmas, kan deras uppmärksamhetsinriktning följas. Detta gäller även viss kontext runt barnet. Ibland utesluts exempelvis personalens aktiviteter eller agerande och endast barnets agerande dokumenteras. Lindahl hänvisar till Piaget och beskriver att barn till skillnad från vuxna inte kan hålla sina tankar hemliga, utan visar dem genom sitt agerande. Marton och Booth (1997) beskriver att i ett empiriskt material synliggörs olika handlingar eller innebörder som respondenten uttrycker, fragment som forskaren konstituerar till helheter. Detta sker då forskaren fokuserar på en av studieobjektets aspekter och söker efter dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation, som forskaren bestämmer sig för att avgränsa.

Hammersley och Atkinson (2007) beskriver också transkribering av videoobservationer och anger att detta är en större utmaning och mer tidskrävande än exempelvis transkribering av ljudinspelade intervjuer. En annan utmaning är att beskriva blickar och handlingar som sker tillsammans med verbala utsagor i text. De skriver att ”it allows non-verbal aspects of social interaction and situations to be taken into account in a way that would otherwise be difficult ... what kind of transcription is required depends upon the phenomena being studied and the purpose of inquiry” (s. 150). De menar även att vid dokumentation med video-

kamera finns ytterligare en svårighet, nämligen att avgränsa och bedöma hur mycket empiriskt material som bör samlas in. Ofta samlas allt för mycket material in och ger i sin tur att endast delar av materialet analyseras och bearbetas.

## Analys av lärande i interaktion och handling

För att studera och beskriva yngre barns handlingar och lärande i interaktion och vardagliga sammanhang finns olika analysverktyg, som tidigare forskning utvecklat. Ett exempel är konversationsanalysen där ett speciellt notationssystem växte fram efter behov av att visa, på en mycket detaljerad nivå, både vad som sades men även hur något sades (ten Have, 1999). Här har man oftast studerat tal och kroppsliga uttryckssätt i situationer ansikte mot ansikte, exempelvis när barn och unga hoppar rep eller hage (Goodwin, 2000, 2006; Goodwin, Goodwin & Yaeger-Dror, 2002) eller när barn läser i en bok och då studerar storleken på en val (Melander, 2009). Andra forskare som studerat de yngsta barnens interaktioner har använt begreppet ”joint attention” exempelvis Kidwell och Zimmerman (2007), liksom Flom, Burmeister och Pick, (1998)<sup>23</sup>, vilka beskriver att begreppet joint attention involverar (minst) två individer som riktar sig mot samma objekt. Vidare anger joint attention en gemensam uppmärksamhet, en aktiv process där uppmärksamheten fördelas mellan men också övervakas av deltagarna.

Kidwell och Zimmerman (2007) anger att

social interaction relies in a most basic way on the abilities of participants to coordinate their attention with one another. That is, for participants to interact requires at the very least that they are able to attend to one another, discern the relevant objects and events of another’s attentional focus and, further, implement their own lines of action by reference to where, and toward what, others may be attending. (Kidwell & Zimmerman, 2007, s. 592)

De beskriver att yngre barns handlingar är uttryck för medvetenhet om det sociala samspelet. Barn vill inte endast uppmärksamma andra på ett objekt eller en företeelse utan även förmedla orsaken till uppmärksamheten, exempelvis en uppkommen känsla utifrån en specifik situation i relation till tidigare erfarenheter om hur social interaktion fortskrider: ”children must not only manage making an object perceptually available to another, but also making socially perceptible ...

---

<sup>23</sup> Flom mfl. (1998) tar utgångspunkt i ekologisk psykologi i sin definition av joint attention. Kidwell och Zimmermann (2007) tar utgångspunkt i socialkonstruktivismen.

recognizable – to another what is being required as their part in an exchange” (s. 593). Genom tillgången till videodokumentation har forskningsområdet som studerar social interaktion ökat. Melander (2009) och ten Have (1999) skriver att det finns etablerade verktyg för att presentera samtal i text, men för kroppsliga uttryck och handlingar finns inte analysverktyg i samma utsträckning. De analysverktyg som ges är att analysera tal och samtal med verktyg från konversationsanalysen (ten Have, 1999) och visa dessa tillsammans med handlingar och andra kroppsliga uttryckssätt genom exempelvis bilder eller ritade eller inklippa korta filmsekvenser (Goodwin, 2000; Goodwin m.fl., 2002; Melander, 2009; Kidwell & Zimmerman, 2007). Melander (2009) menar att ofta delas dock bilder och tal, ”very often the choice has been to put the images in a separate place – either in an additional representation or for example below the transcript of talk, with references to the images within the transcript” (s. 47). Presentation av filmsekvenser kan också ge upphov till etiska dilemman, då dessa inte visar hur interaktionen eller lärandet fortlöper utan ger bara läsaren/betraktaren ett fragment av situationen. Melander menar att det är en utmaning att göra så tydliga transkript så läsaren både kan förstå hur analysen är gjord och därpå göra en egen oberoende analys utifrån de visade transkripten.

## Videoetik och etiska överväganden

Under senare år har videoinspelningar och dess konsekvenser för forsknings-etiska aspekter allt mer uppmärksammats. Lindgren och Sparrman (2003) menar att vaksamhet på maktrelationerna som skapas mellan dem som betraktar och dem som blir betraktade bör råda och problematiseras: ”Frågan är vilka som kan ta sig rätten att rikta blicken mot andra och vilka dessa andra är?” (s. 65). De anser att forskaren har ett specifikt ansvar mot barnen och bör beakta att forskarrollen är skild från lärarnas eftersom forskaren är en besökare och det inte finns något krav på varaktigt deltagande i barnens vardag. Forskaren förväntas inte förmedla kunskaper eller lära barnen något och är i barngruppen under en begränsad tid. Lindgren och Sparrman menar att vid dokumentation i förskolan bör dokumentationsformerna omfattas av Vetenskapsrådets (2011) etiska regler (samtyckeskravet, konfidentialitetskravet, nyttjandekravet, informationskravet), vilka ger barnen ökat skydd då identiteten döljs och spridningen av materialet begränsas. Hermerén (1996) uttrycker också frågeställningar och synpunkter kring forskningsetiska problem som bör övervägas när dokumentation med videoinspelning används i forskningens tjänst, speciellt vid studier av utveckling och lärande hos förskolebarn. En fråga är hur information ska utformas och

samtycke inhämtas? Föräldrar vill kanske inte att deras barn ska filmas. Frågan är då hur man ska tillmötesgå en sådan önskan vid videoinspelning? Hermerén menar att forskaren bör ta följande i beaktande, att man bör göra gott mot andra och förebygga och minska lidande. Det är fel att avsiktligt skada någon. Hammersley och Atkinson (2007) beskriver att forskningen vid flera tillfällen studerat barn och deras vänskapsrelationer på ett sätt som aldrig skulle ske med vuxna. Detta härstammar troligen från ett antagande där det är legitimt att granska och visa barns privatliv men inte vuxnas.

I föreliggande studie kommer yngre barns handlande och lärande att dokumenteras, beskrivs och synliggöras. Här finns ingen eller ringa möjlighet för barnen att ange om de ger sitt samtycke till att delta i studien eller om de vill avbryta sin medverkan. Det finns heller ingen möjlighet att informera barnen om forskningens syfte eller dess konsekvenser. Hermerén (1996) beskriver denna videoobservationsform som en typ av dold observation ”Den andra - och svagare - typen av dold observation kan i detta sammanhang definieras på följande sätt /.../ (1) A observeras av B, (2) B vet om detta, men (3) B vet inte exakt vilket syftet med A:s undersökning är” (s. 135). Detta gäller även annan forskning, men viktigt att notera här är att en större lyhördhet för barns agerande och beskrivning av hur de uppfattar sin medverkan under videodokumentationen bör finnas.

Anmälan för avhandlingens datainsamling har lämnats till Göteborgs universitet, och tillstånd har erhållits från föräldrar och lärare för att kunna utföra dokumentation med videoinspelning (se bilagorna 1, 2 och 3). Barnen var medvetna om när inspelningen ägde rum och då kameran var avstängd. Följande episod utgör ett exempel: Eskil och Fred sitter på golvet, Fred har ringtornet och Eskil säger till Fred och mig då jag filmar dem ”Mamma filmar inte mej”. Fred säger då att ”det gör mamma ibland”. En annan episod är när Eskil filmas då han bygger torn och Robert går bakom min rygg. Robert kan då se Eskil i displayen på kameran och säger till Eskil att han kan se honom. Eskil kommer då fram för han vill också se, men när han förflyttar sig försvinner han ur bild och kan inte se sig själv. Vid dessa tillfällen stoppades inspelningen och filmen spolades tillbaka och den filmade sekvensen visades för barnen, så att de kunde se sig själva och den verksamhet som utfördes. Vid några tillfällen har kameran stängts av då barnen, framför allt Chris, har visat eller sagt att de inte vill bli filmade.



I studien är forskaren en del av den egna forskningen och av den värld som belyses. Green, Franquiz och Dixon (1997) framför följande frågor vid transkription av dokumenterat material: Vad är det som representeras i transkriptionen? Är det språk, tid, icke-verbal kommunikation eller handling?

Who is representing whom, in what ways, for what purpose, and with what outcomes; and how analysts position themselves and their participants in their representations of form, content and action. From this perspective, a transcript represents both the researcher(s) and the participants in particular ways. (Green m.fl., 1997, s. 173)

Transkriptionen representerar således både forskaren och deltagarnas tolkning samt beskrivning av fenomenet i den genomförda studien. Pring (2004) menar att alla observationer på något sätt är ”teoriladdade” och beror på specifika antaganden och de begrepp som används. De skriver, vad som utgör ”fakta” är redan ”teoriladdat”. ”Fakta”, teori och beskrivningar av verkligheten är sammankopplade begrepp. Pring menar vidare att om forskaren så utförligt som möjligt beskriver och redogör för egna antaganden framstår observationerna klarare. Observationerna skärps också genom egen reflektion. Hur observationerna skrivs fram och artikuleras får också betydelse för läsarens förståelse och relevansen i de utgångspunkter och antaganden som görs.

## Tillförlitlighet och trovärdighet

Larsson (1994) beskriver begreppet kvalitativ metod som att systematisera kunskap för att gestalta beskaffenheten hos något. De kvalitetskriterier som redovisas är kvaliteter i framställningen som helhet, perspektivmedvetenhet, intern logik och etiskt värde. Perspektivmedvetenhet innebär en beskrivning av den egna förförståelsen av fenomenet. Sanningen är relativ och den egna förförståelsen bör relateras till helheten och ge den innebörd. Det som erfars tolkas alltid och fenomenet uppstår i mötet med förförståelsen, en föreställning om vad fenomenet innebär eller är. Förförståelsen förändras när kunskaperna ökar och att vara neutral i sin tolkning är svårt. Den interna logiken beskrivs som harmoni mellan forskningsfrågan, antaganden om forskningen och det studerade fenomenets natur, genom datainsamlingen och analystekniken. Vidare beskrivs tanken om harmonin som relateras till arbetet som en sammanhållen konstruktion. Det etiska värde och kvaliteter som ska råda inom forskningen är att inte fuska med vad man vet eller uppfattar som sant. Forskaren legitimerar sin existens genom sanningsenlighet. Resultatets beskrivningar bör vara fylliga

och ha innebördsrikedom, menar Larsson. Nyttan av resultaten ligger i att någon annan tar del av studien och brukar den i ett eget sammanhang.

Som motpol till innebördsrikedom ställs struktur, att resultaten har en god struktur. Vid bedömning av kvaliteten i teoritillskottet bedöms om det finns något teoretiskt inslag i studien. Därefter bedöms relationen till tidigare relevant teori. Forskning är också beroende av huruvida giltighet en av påståenden och argument klarar sig vid prövning mot andra alternativa påståenden och argument som kan anföras, det så kallade diskurskriteriet.

Ett annat centralt kriterium vid bedömning av kvalitativa studier är studiens heuristiska kvalitet; i vilken utsträckning läsaren genom framställningen kan se någon aspekt av verkligheten på ett nytt sätt. Det bör också kunna konstateras en överensstämmelse mellan verkligheten och tolkningen av det empiriska materialet. Hög kvalitet och konsistens har tolkningen då delarna i texten eller tillgänglig data tas om hand på ett sätt där så få motsägelser som möjligt mellan tolkningen, helheten och enskilda delar uppstår. Det sista kvalitetskriteriet, det pragmatiska kvalitetskriteriet avser att förbättra kommunikationen genom att bidra med tolkningar som skapar plattformar mellan människor. ”Kvaliteten i analysen är avhängigt i vilken utsträckning undervisning utifrån de beskrivna uppfattningarna kan resultera i ökad förståelse av visst innehåll” (s. 186). Larsson anger att sanningsenligheten är grundläggande för kvaliteten inom forskningen:

Att man visat omsorg om dem som studeras och dem som drabbas av forskningens resultat måste räknas till kvaliteterna i ett vetenskapligt arbete. Å andra sidan kan detta inte kompensera en osann redovisning av resultaten, eftersom sanning är ett i forskningen överordnat värde. (Larsson, 1994, s. 172)

Pring (2004) beskriver att observerade handlingar kan ge olika tolkningar och forskaren bör vara vaksam och inte tro att ”human beings are simply what can be observed, that what they do can be spelt out in terms of observable behaviours, and that these behaviours can be adequately described and explained in terms of general law-like statements” (s. 67). Forskaren bör ha god kännedom om och omsorgsfullt redogöra för den fysiska och sociala kontexten för att göra rättvisande tolkningar.

To explain human behaviour requires not only reference to the intentions of the person acting ... but also reference to the social rules and practices within which those intentional actions take place and make sense [...] Explanation therefore

incorporates both the intentions of the agent and the social rules and aims which make such intentions intelligible. (Pring, 2004, s. 68-69)

De förklaringar som beskrivs bör beakta respondentens intentioner och kunskap om den sociala praktik som respondenten agerar inom samt även motiv och lärande, som ger förutsättningar för respondentens handlande. Bruner (1990) skriver att det finns risker att individens utsagor, vad de menar, tycker eller beskriver att de gör, inte alltid speglar sanningen. Detta indikerar att studier av vad människor gör är viktigare än att endast studera vad som sägs.

För att beakta ovanstående synpunkter har beskrivningarna i den nu kommande delen av metodkapitlet skrivits fram så tydligt som möjligt, för att ge all viktig information till läsaren på ett så sanningsenligt och rättvisande sätt som möjligt. Vidare har jag försökt att med tydlighet beskriva etisk problematik i datainsamling och analysteknik. Till sist är det dock läsaren som avgör om de slutsatser som dragits framstår som tillförlitliga, trovärdiga och relevanta.



# FÖRSKOLAN SOM MILJÖ FÖR DATAINSAMLING

Som en del av förberedelsearbetet för studien genomfördes en pilotundersökning. Syftet var att pröva inspelningsteknik och utröna om det övergripande syftet för huvudstudien kunde uppfyllas samt vilka hinder och möjligheter metoden gav.

## Förskolan Blå

Förskolan Blå valdes ut för pilotundersökningen. Jag hade sedan tidigare genom personlig kontakt vetskap om att där fanns flera småbarnsgrupper. Genom samtal med rektorn föreslogs två av grupperna och kontakt togs med en av dessa. Lärarna gav sitt samtycke och barnen filmades under två tillfällen i april 2006, ett tillfälle i oktober 2006 och ett tillfälle i april 2007. Vid ett så kallat ”drop-in-kaffe” träffade jag föräldrarna och informerade om studiens syfte. Blanketter för medgivande (bilaga 1) delades ut till alla föräldrarna. När merparten av blanketterna var insamlade ägde det första inspelningstillfället rum. Urvalet av de barn som deltog i pilotundersökningen baserades på att barnens föräldrar hade gett sitt medgivande både skriftligt och muntligt. Ett annat kriterium var att välja de yngsta barnen, som då skulle vara på avdelningen under en längre tid. I pilotstudien ingick fem pojkar och en flicka. Barnens ålder var från 2 till 3 år, och totalt samlades tre timmar videofilm in (Reis, 2008a).

Inför huvudstudien ändrades delar av den tidigare planerade forskningsdesignen. Inledningsvis skulle verksamheten och barnens handlingar med olika aktiviteter och material studeras. Detta för att se vad barn gjorde och vilka matematiska storheter aktiviteter eller material kunde knytas till. Men därefter skulle några material eller aktiviteter tillföras. Materialen som tillfördes skulle både vara likt och skilja sig från det material som barnen sedan tidigare hade kännedom om och tillgång till på avdelningen. Barnen skulle också ha möjlighet att använda materialet vid flera tillfällen under datainsamlingsperioden.

## Förskolan Gul

I detta avsnitt beskrivs de överväganden som gjorts inför och under huvudstudiens genomförande. Först presenteras genomförande och bakgrundsfaktorer, såsom urvalsgrupp och rutiner på förskolan. Därefter beskrivs förfaringssätt vid datainsamlingen och de material som barnen arbetade med. Slutligen beskrivs avgränsningar av episoder och de material som valdes ut för analys, analysverktyg och analysens olika steg.

### Genomförande

Valet av urvalsgrupp inför huvudstudien skedde genom telefonkontakt som togs med barnomsorgschefen i en västsvensk kommun. Vid samtalet redogjordes för studiens preliminära syfte samt en presentation av bakomliggande intresse för ämnet. Barnomsorgschefen hade sedan tidigare sammankallat alla rektorerna (i sitt distrikt) till ett möte nästkommande dag och rektorerna fick där i uppdrag att fråga sin personal om intresse fanns att delta i studien. Efter cirka 14 dagar ringde en lärare<sup>24</sup> från avdelningen Grodan och meddelade att lärargruppen ville träffa mig för att få inblick i studien och diskutera de konsekvenser studien och min närvaro skulle kunna tänkas få för verksamheten. Mötet med lärarna skedde i slutet av maj 2007 och de ställde sig positiva till att delta.

I slutet av augusti togs ny kontakt, i september möttes vi och det bestämdes i samråd med lärarna<sup>25</sup> att jag skulle vara på avdelningen en dag i veckan, så att barnen skulle lära känna mig. Min vistelse skulle vara mer naturlig om jag var i förskolan kontinuerligt under en längre tid. Den 2 oktober, på föräldramötet, presenterade jag mig och min planerade studie. Föräldrarna fick blanketten för medgivande att ta hem för påskrift, så att alla föräldrar eller målsmän hade möjlighet att ta del av studien och skriva på blanketten (se bilaga 2)<sup>26</sup>. Under oktober månad bekantade jag mig med barnen och verksamheten vid ytterligare två tillfällen<sup>27</sup>. Här observerades delar av verksamheten och den dokumenterades genom så kallat "löpande protokoll" (Rubinstein Reich & Wesén, 1986). Alla föräldrar eller målsmän gav sitt tillstånd och den 5 november startade videoinspelningarna. Från den 5 november 2007 till den 2 juni 2008 filmades

---

<sup>24</sup> Alla lärare, barnskötare och övriga pedagoger benämns som lärare oavsett utbildning.

<sup>25</sup> Lärarlaget består av en förskollärare, två barnskötare och en vikarie, totalt 3½ tjänst, lärarna benämns Nilla, Petra, Erna och Siv.

<sup>26</sup> Lärarna fick skriva under medgivandebblankett, se bilaga 3.

<sup>27</sup> Se bilaga 6.

barnen vid 29 tillfällen<sup>28</sup>, och den totala längden av alla inspelningar uppgår till 47½ timmar.

## Urvalsgrupp

Barngruppen som studeras är de barn som vistas på avdelning ”Grodan” hela dagen, delar av dagen eller vissa dagar i veckan. Detta ger att vissa barn är filmade mer och andra mindre. Barngruppen innehöll under hösten-vintern 14 barn i åldern 1½ till 3 år. Gruppen utökades under våren med två barn (en flicka och en pojke) till totalt 16 barn i åldern 1 till drygt 3 år, nio pojkar och sju flickor.

## Avdelning Grodan

Förskolan Gul är belägen i en förort och byggdes 2006. Några barn började på avdelningen hösten 2007, men flera av barnen och deras lärare har arbetat tillsammans under cirka ett år (innan studien startade). Förskolan består av sex avdelningar, indelade i två ”spår”. I varje spår ingår en småbarnsgrupp, en syskongrupp och en femårsgrupp. Lokalerna är nya, ändamålsenliga och välskötta, ger ett välkomnande intryck och har en tillåtande atmosfär<sup>29</sup>.

Avdelningen Grodan, där de barn som ingår i studien tillbringar sin vardag, består av ett stort matrum, byggrum, målarrum, dockrum, tambur och tvättrum med två toaletter. I vissa av de senare redovisade episoderna (se resultatkapitel) används dessa benämningar för att illustrera var barnen befinner sig och för att belysa de hinder eller möjligheter som rummen ger. I matrummet intas alla måltider, och är mittpunkten i avdelningen och här finns också oftast någon av barnens lärare. Där finns två stora bord, ett lågt och ett högt, med plats för 16 personer. I matrummet sker alla mer stillasittande aktiviteter, som exempelvis att spela spel, arbeta med ”Play doh”, pussla, läsa saga, bygga med klossar med mera. Byggrum, tambur, dockrum och målarrum har alla ingång från matrummet. Byggrummet har en stor öppen yta för bygglek. Där finns låga hyllor där byggmaterialet är samlat i stora lådor, samt en bilmatta och en stor rutschkana. I byggrummet vilar barnen varje dag och har samling några gånger i veckan. I dockrummet finns ett lågt bord, fyra stolar, en spis, samt en mängd material för utklädnad och docklek. Det är i dockrummet som barnen stänger in

---

<sup>28</sup> Veckorna 52, 1 och 8 besöktes inte förskolegruppen, för ytterligare information se bilaga 6.

<sup>29</sup> Med begreppet tillåtande atmosfär menas att avdelningens arbetssätt var tillrättalagt och anpassat för yngre barn, så barnen själva i största möjligaste mån kunde ta fram de saker de ville arbeta eller leka med.

sig för att leka avskilt. Målrummet har ett stort lågt bord med åtta stolar, ett staffli, en hyllställning för förvaring och torkning av papper eller andra alster och hyllor med förbrukningsmaterial samt tillgång till vask och vatten. I målrummet äter de något äldre barnen lunch vissa dagar i veckan, då alla barn och deras lärare inte får plats i matrummet. I tamburen finns ett fack för varje barn samt en lång, låg bänk där barnen kan sitta när de klär på sig. Utemiljön är inspirerande<sup>30</sup> med en stor gård med stort skogsparti och gräsytor samt sandlådor med låga bord. Här finns även flera gungställningar, klätterställningar, asfalterade vägar, en klättermägg samt en labyrint att springa i, men även bord och bänkar att sitta vid. Vidare finns två stora förråd med material för utevistelsen.

## Rutiner

Dagen på avdelningen hade återkommande struktur. Förskolan öppnade kl. 06.15, då de lärare och barn som kom före kl. 07.00 samlades på en avdelning. Vid sjutiden gick barn och lärare till sin avdelning och samlades i matrummet. Då kunde barnen leka, lyssna på saga eller pussla och läraren hade uppsikt över tamburen och de barn och föräldrar som kom. Frukosten serverades kl. 8.00 och då satt alla i matrummet. Efter frukosten fanns tid för antingen fri lek eller samling. Vid samlingen samlades alla barnen, och man gjorde någon aktivitet tillsammans. Man sjöng, visade en flanosaga eller en sagopåse eller lekte någon lek. Därefter gick gruppen oftast ut, men några barn kunde få stanna kvar inne för att ha någon planerad aktivitet eller egen fri lek. Kl. 11.30 var det tid för lunch och därefter vila. Under hösten och vintern 2007 och början av våren 2008 hade alla barnen sovvila. Läsavila inrättades under senare delen av våren då de äldre barnen inte behövde sova och det skolades in två nya barn. Innan alla barn hade vaknat, arbetade de som var vakna med en lugnare aktivitet. Efter vilan var barngruppen kvar inne på avdelningen. Nu fanns tillfälle till fri egen lek eller någon planerad aktivitet. Efter mellanmålet gick gruppen ut och var ute på gården. En förmiddag i veckan gick gruppen till skogen. När lärarna planerade hjälptes man åt över avdelningarna och barnen tillbringade dessa förmiddagar ute på gården<sup>31</sup>.

---

<sup>30</sup> Med ordet inspirerande avses att utemiljön är ovanligt välutrustad och anpassad för barns lärande och deras stora rörelsebehov. Utemiljön beskrivs inte mer utförligt då förskolan härigenom kan bli lätt att identifiera.

<sup>31</sup> En förmiddag hade lärarna planering och en annan dag tog man hand om barnen från en annan avdelning.



## Datansamling

Datansamlingen kunde således bara ske under vissa tillfällen på dagen<sup>32</sup>. Framför allt dokumenterades aktiviteter kl. 08.30-10.00, 11.00-11.30 och 12.30-15.00. Dessa var knutna till förskolans mattider, före och efter frukost, lunch och mellanmål. Barnen videofilmades vid de tillfällen då inga planerade lärarledda aktiviteter förekom. En idé fanns att studera om barnen kunde överföra det som de tidigare visat kunnande om till andra likartade aktiviteter. Utifrån denna idé dokumenterades det material samt de aktiviteter som var i fokus för barnens intresse och i januari 2008 infördes annat liknande material. Kriterier för de nya materialen var att liknande material skulle finnas på avdelningen. Materialet skulle skilja i något eller några avseenden och de skulle främja barns utveckling, lärande i matematik. Ett exempel: På avdelningen fanns två olika burkset med burkar som kunde byggas upp i torn, i färgskala gul, grön, röd, och blå<sup>33</sup>. Det ena burksetet innehöll tio burkar och det andra nio. Därefter införskaffades ytterligare två burktorn, där varje burktorn innehöll åtta burkar i åtta olika färger.

I nedanstående översikt visas en del av befintligt material, det som barnen framför allt använde och samtalade om samt det material som senare inköptes. I översikten visas även något om materialens olika drag, samt vilket material som inhandlades av lärarna (L) och av mig (M).

### *Befintligt material*

Burktorn	fyra färger	10 burkar.
Burktorn	fyra färger	9 burkar.
Ringtorn	med koniskt skaft	5 ringar i olika storlek och färg.
Ring/skivtorn	skivor (som knäpps ihop)	4 skivor i olika storlek och färg.
Plockbox	som har formen av en elefant där fyra geometriska objekt i olika färg; kvadrat, triangel, cirkel och stjärnform ska placeras i en kropp som roterar.	
Plockbox	fyra träfärgade geometriska objekt: cirkel, kvadrat, triangel, rektangel. Lock med motsvarande tvådimensionella hål.	
Ankor	(juldekorationer) som hänger på matrummets vägg i en gren 9 st.	
Olika pussel	6-20 bitar.	
Knoppussel	djur- och bilmotiv.	
Memory	motiv Alfons Åberg.	

<sup>32</sup> Eftersom tillstånd endast hade inhämtats från föräldrar som hade barn placerade på Grodan och deras lärare.

<sup>33</sup> I ett av burktornen/burkseten är färgerna på burkarna (från störst till minst) gul, blå, röd, grön, gul, blå, röd, grön, gul, blå (10 burkar). I det andra burksetet är burkarnas färg (från störst till minst) gul, grön, röd, blå, gul, grön, röd, blå, gul (9 burkar).

### *Material som införskaffades*

Burktorn (M)	åtta färger	8 burkar.
Burktorn (M)	åtta färger	8 burkar.
Ringtorn (M)	rakt skaft koniska ringar	6 ringar i olika storlek, färg samt knapp.
Plockbox (M)	fem träfärgade geometriska objekt: cirkel, triangel, kvadrat, halvrund samt kryssformad. Lock med motsvarande former i tvådimensionella hål.	
Plockbox (L)	som har formen av en elefant där fyra geometriska objekt i olika färg, kvadrat, triangel, cirkel och stjärnform ska placeras, i en kropp som roterar.	
Ankor (M)	10 st. små i plast.	
Några pussel (ML)	4–12 pusselbitar.	
Knoppussel (M)	djurmotiv.	
Mosaikbitar (M)	i olika färger för att bygga/skapa olika mönster.	
Plastbjörnar (L)	gröna, gula, röda, blå i tre olika storlekar.	
Lockmemory (L)	plattor med olika motiv (som kan bytas ut), som visar par som täcks över med lock.	
Nalle Puhspel (M)	två brickor som sätts ihop, prickar med antal (1–10) på ena delen och siffran på den andra, brickor som hör ihop har samma färg.	

Ovanstående material stimulerar och utvecklar yngre barns matematiserande och kunnande i matematik på olika sätt. Exempelvis så hjälper burk- och ringtornen barnen att urskilja storlek, och ordning samt relationer mellan burkar eller ringar, men även seriering, volym och orientering. Plastbjörnar sorteras och ordnas efter färg och storlek. Plockboxen hjälper barnen att se och känna tredimensionella geometriska klossar och tvådimensionella hål, men även att urskilja relationen mellan dessa, samt mellan klossens yta, hörn, kant, vinkel och så vidare. Ankorna diskuterades vid måltiden i relation till antal och ordning, men då diskuterades också mängd, storlek etcetera. De pussel och mosaikbitar som barnen fick tillgång till utvecklar förmågan att skapa former och mönster, att omforma mönster och att urskilja helhet och delar. Barnen hade tillgång till Memory och de bildade par (ett till ett) och såg likhet och skillnad. Nalle Puh-spelet hjälper barn att urskilja likhet-skillnad (färg), antal, siffersymboler och bilda par. Det tränar också figur och bakgrundsrelation, logiskt tänkande och abstrakt seende. Det material som jag (M) införskaffade var endast tillgängligt för barnen vid de tillfällen då jag närvarade. Tanken var att, om möjligt, kunna kontrollera tillgången på materialet för att studera eventuell utveckling och lärande.

Barnen filmades 1 dag i veckan, totalt 29 dagar, och ett stort antal episoder<sup>34</sup> är registrerade. Exempelvis finns 113 episoder registrerade för ringtornsaktiviteten och för burktornsaktiviteten 110 episoder (bilaga 4). Dessa episoder är mellan ½ minut och ungefär 10 minuter långa. Eftersom datamaterialet är mycket omfattande utvaldes endast två sorters aktivitet för analys, att bygga med burkar och ringar i torn eller i travar.

## Analys och analysförfarande

I inledningsskedet av en studie har forskaren en bild av målet för forskningen. Denna bild kan bli tydligare och klarare då forskaren söker efter struktur och mening i det fenomen som är av intresse, men bilden kan även förändras. Hammersley och Atkinson (2007) anger att i kvalitativ dataanalys fokuseras begrepp och förståelse för det som pågår i de fallstudier som dokumenterats och ofta är forskaren inte säker på vad som sker eller varför det sker. Syftet med analysen är inte endast att göra data förståelig, utan även att se nya perspektiv, som bygger på tidigare forskning och beskrivningar av liknande fenomen. Hammersley och Atkinson anger det dialektiska förhållandet mellan datainsamling och dataanalys. Vid dataanalys kontrollerar och bearbetar man inte endast data, utan går även ”bakom” data, utvecklar, knyter ihop och ställer respondenternas idéer i relation till forskarens idéer, tidigare forskning och till övrigt insamlat material.

I denna studie finns vissa utgångspunkter som är av betydelse för analysen. En utgångspunkt är att barnets kropp och deras perceptuella system har betydelse för hur de differentierar och därefter handlar. En annan utgångspunkt är att yngre barn söker efter information om mening och innebörder i det sociala samspelet och i den kontext de befinner sig i, den upplevda relevansstrukturen. Barns intentioner, syften och mål bidrar till viljeinriktade handlingar. De är fullt upptagna med att öka sitt kunnande och bli mer kapabla att utföra en uppgift – att utforska världen så som den erfars. Barn visar i handling sina objekt för lärande.

Barns handlingar har i föreliggande studie studerats genom en så kallad finkornig analys, det vill säga hur barn genom sin kropp – kropps rörelser, handlingar – utvecklar förmågor över tid. Detta ger möjlighet att i sin tur urskilja nya inne-

---

<sup>34</sup> En Episod definieras här som den tid ett barn gör en aktivitet och sedan anser sig färdig för att antingen lämna, börja om eller lämna över materialet till något annat barn.

börder och förändrat lärande. Utifrån dessa antagande har materialet analyserats och betraktas från perspektiven barns erfarna och avsedda objekt för lärande tillsammans med iscensatt objekt för lärande, genom vilket jag som forskare beskriver det som var möjligt för barnen att lära och matematisera i den uppkomna situationen.

We cannot describe the object of learning for any particular learner or group of learners independently of that learner or group of learners. We have to *find out* what the object of learning is for her or them. (Marton & Booth, 1997, s. 163)

Barnets uttryck och de handlingar som utförs när de undersöker, har potential att ge inblick i barns erfarenhet av exempelvis storlek. De yngsta barnen har tillägnat sig ett relativt stort ordförråd, men när de med egna ord beskriver vad de gör eller varför de gör på ett visst sätt, kan svårigheter uppstå. Därför uppkom behovet att göra detaljrika analyser av icke-verbala interaktion. Detta utgör också grund för beslutet att dokumentera med videoinspelningar och främst har då icke-verbala handlingar analyserats. Hammersley och Atkinson (2007) skriver att mikroanalyser oftast görs på begränsade forskningsområden, i specifika institutioner och i möten ansikte mot ansikte. Det dokumenterade materialet består av dagboksanteckningar, videoinspelade observationer och nedtecknade observationer. Syftet med de nedtecknade observationerna var att i inledningsskedet dokumentera vad barnen gjorde, se vilket material som användes samt studera det matematiserande och kunnande barnen visade och materialet kunde erbjuda. Dagboksanteckningar gjordes under hela vistelsen i barngruppen för att ge stöd åt inspelat material eller för dokumentation av episoder som inte spelades in. Här dokumenterades även tankar och frågor som stöd för nästa besök på förskolan. Dagboksanteckningar och nedtecknade observationer har inte analyserats, men allt annat insamlat material har analyserats i olika nivåer i olika steg.

### Analysens steg

1. Det första steget innebar att filmerna först formaterades till bearbetningsbart skick, komprimerades och säkerhetskopierades.
2. Därefter studerades allt inspelat material för att ge överblick och översikt skapades. I översikten fokuserades för varje film datum, vilket eller vilka barn som filmades, vad de gjorde, vilken aktivitet, med vilka barn och under hur lång tid.

3. Därefter gjordes nya översikter, en för varje barn. Nu granskades film för film vilka aktiviteter som utfördes, vilket material som användes och hur barnet handlade eller sökte information om materialet. Speciellt noterades olika kroppsrörelser i utförandet av uppgiften, exempelvis om barnet höll upp, kände på föremålet eller böjde sig fram eller över aktiviteten eller föremålen. Vidare noterades vilka andra barn som var med när aktiviteten utfördes, under hur lång tid, samt alla utsagor. Korta noteringar skrevs även om handlingar eller utsagor som jag inte förstod, exempelvis diskussionen om ”smörgås” eller benämningen ”kråäckedil” då barnen placerade två ringar på varandra.
4. Utifrån översikterna valdes en aktivitet ut. Kriteriet som låg till grund för urval var att flera barn utförde samma aktivitet och att aktiviteten var dokumenterad med samma barn vid flera tillfällen under en längre tidsperiod och om ökat kunnande kunde konstateras. De aktiviteter som innehöll ovanstående ingredienser var framför allt ringtorn och burktornsaktiviteter (se bilaga 4). Alla dessa episoder transkriberades. Därefter gjordes ett urval av sju barn.<sup>35</sup>
5. Av dessa sju barn valdes fem<sup>36</sup> barn ut. Kriterierna för detta val var att episoderna på några olika sätt speglade barnens förmåga att stapla ringar eller burkar i storlek. Därefter skrevs berättelser utifrån transkripten av barns handlingar och ett notationssystem för burkars och ringars benämning från A till J eller från a till j och hur de hanterades utarbetades. Frågor som ställdes till materialet var exempelvis: Vad gör barnet? Vad är det barnet försöker uppnå? Vilka åtgärder vidtas? Vilka villkor skiljs ut? Vilka villkor skiljs inte ut? Vilka villkor behöver barnet urskilja? Vad betyder det här? Vilka ytterligare erbjudanden till handling ger kontexten och materialet? Här sammanställdes nya översikter över alla dokumenterade episoder med icke-verbala akter, verbala akter liksom objekt för lärande, dimensioner av variation värden inom dimensioner av variation och hur dessa förändrades för de fem barnen.
6. Från ovanstående valdes ett antal berättelser (beskrivna som episoder) ut, de som på något sätt skilde sig åt, för att ge illustrationer som speglade handlingar och belyste tolkningar och avvägningar som möjliggjordes genom analysens verktyg, för redovisning av resultat och slutsatser. Här bestämdes att Eskil skulle representera barnen i resultatredovisningen och de andra barnen illustrerar likheter eller skillnader i barns utveckling och lärande.
7. I mars 2011 togs beslutet att ta bort ytterligare ett barn, Anna<sup>37</sup>. Beslutet grundades på att episoderna med Anna endast styrkte kategorierna *att ordna* och *att ordna i partiell ordning*. Under hela våren 2011 har flera episoder

---

<sup>35</sup> Kvar var Alva, Anna, Chris, Ella, Eskil, Fred och Robert.

<sup>36</sup> Kvar var Alva, Anna, Chris, Ella och Eskil.

<sup>37</sup> Kvar var Alva, Chris, Ella och Eskil.

förkortats och andra tagits bort för att öka tydlighet och läsbarhet i resultatredovisningen.

Genom de verktyg som de teoretiska utgångspunkterna gav skapades kollektiva och individuella beskrivningsnivåer av barnens sätt att ordna och storleksordna. I det insamlade empiriska materialet finns två typer av innebörder, de som uttrycks av individer och de som uttrycks av kollektivet "the pool of meaning" (Marton & Booth 1997, s. 133). Marton och Booth beskriver att forskaren konstituerar dessa delar till en helhet genom att sammanfatta enskilda individers sätt att erfara ett fenomen, då det i materialet finns en överlappning mellan en kollektiv och en individuell nivå. Utifrån barnens kvalitativt skilda sätt att erfara fenomenet bildar forskaren hierarkiska strukturer som definieras i termer av en successivt ökande komplexitet. De distinkta hierarkiska strukturerna som bildar beskrivningskategorier i resultatet ger förhoppningsvis en klar och välavgränsad information om barnens förmåga att erfara fenomenet. Vidare synliggör de hierarkiska strukturerna förmågor och förmågors utveckling både på individ- och gruppnivå.

I resultatdelen beskrivs barns handlingar och utveckling av förmågan att ordna i storlek. 14 av de 16 barnen är filmade vid ett eller flera tillfällen. I resultatet synliggörs endast vissa utvalda episoder eller delar av dessa då de belyser variation i lärandet över tid. För att ge en enhetlig bild är beskrivningarna ordnade på likartat sätt. Först beskrivs Eskil. Eskil visas som en representant för flertalet av gruppens barn. Han illustrerar hur barn i handling matematiserar och utvecklar sin förmåga. Alva, Chris och Ella illustrerar de likheter och skillnader som analysen visade i jämförelse med Eskil. I senare delen av resultatkapitlet beskrivs bara Ella och Alva då de demonstrerade andra sätt att handla, objekt för lärande och öppnande av rum för lärande på ett annat sätt än övriga barn.

För att illustrera förmågors utveckling och matematiserande, visas i episoderna tablåer över barns handlingar, förändrade handlingar och utveckling av kunskande. Tablåerna visas som grafiska representationer över hur burkar och ringar förflyttas, för att ge en förståelse för beskrivningar och tolkningar. Ringar och burkar är ordnade i storlek genom ett notationssystem, från A till J. Detta notationssystem är framtaget för denna studie, men andra notationssystem har skapats för barns och apors förflyttning av burkar och deras uppbyggnad i torn. Exempelvis Hayashi (2007) använder X/x beroende på orientering av burk samt en siffra som benämner ordningen på burken (ex. x7). Det notationssystem som togs fram för beskrivning av barns handlingar uppkom genom ett behov av olika verktyg (se ten Have, 1999) som kunde illustrera *vad* men även *hur* barnen gjorde.

För att beskriva den tidssekvens som illustreras i episoderna och det lärande som enskilda barn utvecklar över tid är episoderna daterade med B eller R beroende av om aktiviteten som utförs är ett burktorn eller en ringtornsaktivitet. Här visas även datum och ordningen på den aktuella episoden. Detta visas i jämförelse med det totala antalet dokumenterade aktiviteter (av samma slag), men även till barnets alla övriga dokumenterade episoder med burk- och ringtorn. Ett exempel: ”R, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 10(20), 21(31)”. Bokstaven R beskriver materialet, här ett ringtorn. Därefter anges datum och inspelningsvecka, 22. Episod 10 anger ordningen på den dokumenterade episoden, (20) anger det totala antalet dokumenterade episoder (med samma aktivitet), 21 beskriver ordningen på episoden i förhållande till (31) som anger alla dokumenterade ring- och burktornsepisoder för varje barn. Med andra ord, detta är en ringtornsaktivitet, inspelad 1 april 2008, vilket innebär inspelningsvecka 22 och utgör den 10:e av totalt 20 dokumenterade ringtornsaktiviteter och samtidigt den 21:a av totalt 31 ring- eller burktornsaktiviteter med detta barn.

## Ringtornen

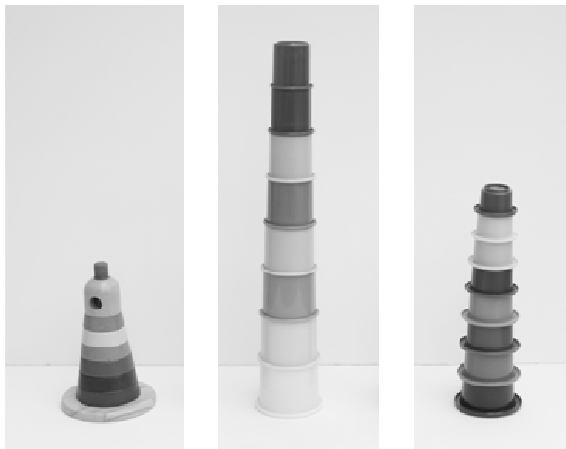
På avdelning Grodan fanns då studien inleddes två olika ringtorn. Ett av dem bestod av fem ringar i olika storlek och diameter. Ringarna ska placeras på ett koniskt skaft. Ringarna kan då endast placeras i storleksordning från störst till minst på skaftet eftersom ringarna har olika diameter, och om ringarna placeras i en annan ordning fastnar de på det koniska skaftet. Ringarna är formade av plaströr (icke massiva, cirkulära, rörformade). Då ringarna placeras i storleksordning får tornet en cirkulär konisk form med en yta som inte är slät. Det andra ringtornet bestod av skivor i olika storlek. I centrum på ena sidan är en knapp placerad och på andra sidan finns ett något större hål (som tryckknappar). Skivorna trycks ihop i storleksordning från störst till minst och passar bara ihop på ett sätt eftersom knapp och hål är avpassade för nästkommande skiva. Den största skivan har endast knapp (inget hål, då den skulle placeras först).

I januari 2008 infördes ytterligare ett ringtorn<sup>38</sup>. Detta ringtorn består av skaft, knapp och sex massiva ringar i trä. Ringarna har olika färg (röd A, lila B, blå C, grön D, gul E, orange F). Knoppen har ett vertikalt och ett horisontalt hål. Ringarna är koniska, det vill säga kanten på ringen lutar och alla ringarna bör placeras i en viss specifik ordning och orienteras åt samma håll, om ringtornet ska erhålla

---

<sup>38</sup> Ringtornet har i originalutförande sju ringar. En ring togs bort omgäende då den skilde sig mot övriga ringar. Ringens kant är rak, så form och storlek på ringen passar inte i ordningsrelation eller i strukturen, i jämförelse med övriga ringar.

konisk form och jämn yta. Ringarnas under- och översida har en diameter som överensstämmer med nästa<sup>39</sup> rings över- eller undersida. Det inbyggda syftet med materialet är att placera ringarna i storleksordning på skaftet och bygga ett koniskt torn. Ringtornets utformning ger vissa handlingserbjudanden eftersom skaftet och hålet i ringens mitt ger att ringen ska placeras på skaftet, men barnen kan handla på andra sätt. Skillnaden mellan ringtornen som barnen hade tillgång till från början och det som tillfördes var att nu gavs möjligheten att placera ringarna i vilken ordning som helst, med eller utan skaft. I det nya ringtornet skulle även fler ringar placeras. De enskilda ringarnas form benämns i texten som stympad konisk form. Då barn lägger ihop några ringar (inte samtliga) i storleksordning benämns detta som en partiellt ordnad konisk form. Ringarna redovisas i kommande text från A (störst) till F (minst), som anger ringens storlek och om stor sida på ringen är vänd ned. Är stor sida vänd upp redovisas storlek och orientering i texten från a till f.



Ringtorn

Burktorn 3

Burktorn 4

Figur 2.

## Burktornen

De två burktornen<sup>40</sup> som fanns på avdelningen var ett burkset med nio burkar och ett annat med tio burkar<sup>41</sup>. Burkarna från de olika seten hade samma färger

<sup>39</sup> Om ringarna placeras i storleksordning från stor till liten och en jämn konisk yta blidas.

<sup>40</sup> I texten kommer fortsättningsvis både termen burktorn och burkset att användas.

<sup>41</sup> Alla redovisade burkar från burkset 1 till 4 har cirkulärt tvärsnitt.



men serieordningen på färgerna skilde sig åt<sup>42</sup>. Burkarna i de båda burkseten var nästan lika stora, men burkarna från torn 2 var något större, men storleksskillnaden var inte så stor att barnen kunde placera två nästan lika stora burkar (en burk från torn 1 och en annan från torn 2) tillsammans, utan fick då väja burkar med större storleksskillnad. Alla burkar var något koniska.

Burktornen som infördes (se Figur 2) skilde sig från de tidigare beskrivna genom att bestå av färre burkar i olika färg<sup>43</sup>. Andra skillnader var att torn 4:s burkar var mindre och mer koniska och att kanten runt öppningen på burkarna var bredare. Burkarna skilde sig åt både vad det gällde storlek, höjd och volym. Detta ger att burkar från olika torn endast kan placeras tillsammans om storleksskillnaden är större, till exempel burk a från torn 1 kan placeras tillsammans med burk d från burkset 2 och burk g från burkset 4). Burkarna har i analysen noterats på samma sätt som ringarna. Den största burken noteras som A om botten är upp. Om botten är ned så noteras burken som a. Torn 1 innehåller nio burkar och noteras från A/a till I/i. Torn 2 innehåller tio burkar som noteras från A/a till J/j. Torn 3 och 4 innehåller åtta burkar och dessa noteras från A/a till H/h.

Nedanstående Figur 3 beskriver de grafiska representationer som visas i tabläerna då barn placerar burkar och ringar i torn, i travar eller i rader, för att i bild och text göra barns kroppsuttryck och handlingar begripliga och synliga. Syftet med detta är att öka förståelsen då en representationsform, film, överförs till en annan representationsform, text.


---

<sup>42</sup> Torn 1 med 9 burkar i färgskalan (från stor till liten) gul, grön, röd, blå, gul, grön, röd, blå, gul.

Torn 2 med 10 burkar i färgskalan gul, blå, röd, grön, gul, blå, röd, grön, gul, blå.

<sup>43</sup> Torn 3 med 8 burkar i färgskala gul grön, orange, ljusblå, mörkblå, ljuslila, mörklila, röd.

Torn 4 med 8 burkar i färgskala lila, orange, mörkblå, ljusblå, röd, grön, gul, cerise.

Får hjälp av kamrat	*
Roterar ring på skaft	
Bygger stapel	Λ-J /a-j (kursiverad)
Håller ring över skaft	()
Håller sina båda händerna runt tornets ringar	::
Håller ena handen runt	:
Känner med fingrar på kanten i mellanrummet mellan två ringar	> <
Håller finger på skaftets översida/topp	-
För ringarna upp och ner	↓ ↑
Lägger ring/burk med stor diameter ned	Versaler A-F
Lägger ring/burk med stor diameter upp	Gemena a-f
Burk eller ring (störst)	Λ/a
Burk eller ring (näst störst)	B/b
Burk eller ring	C/c
Burk eller ring	D/d
Burk eller ring	E/e
Burk eller ring (orange ring är minst)	F/f
Burk	G/g
Burk (BT 3 och 4:s minsta burk)	H/h
Burk (BT 1:s minsta burk)	I/i
Burk (BT 2:s minsta burk)	J/j
Knopp	K/k

Figur 3. Visar symboler för handlingar representerade i text.<sup>44</sup>

Utifrån ett variationsteoretiskt perspektiv beskrivs ringtornet och burktornet, dess delar, dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation enligt Figur 4 och 5 nedan.

<sup>44</sup> Denna bild finns även som bilaga 5

<b>Ringtornet</b>		
materialets delar	dimensioner av variation	värden
Ringtornets föremål: skaft, (6) ringar, knopp	tre olika föremål <sup>45</sup>	tre värden
6 Ringar	antal	sex värden
Ringar i 6 olika storlekar	storlek	sex värden
Ringar, en stympad konisk form, orientering	diameter	två värden
Ringar i olika färg	färg (överensstämmer med storlek och antalsvärden)	sex värden

Figur 4. Ringtornets delar, dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation.

<b>Burktornet</b>		
materialets delar	dimensioner av variation	värden
Burktorn 1 (9 burkar)	storlek färg (gul, grön, röd, blå) antal	nio värden fyra värden nio värden
Burktorn 2 (10 burkar)	storlek färg (gul, blå, röd, grön)	tio värden fyra värden
Burktorn 3 (8 burkar)	storlek färg antal	åtta värden åtta värden åtta värden
Burktorn 4 (8 burkar)	storlek färg antal	åtta värden åtta värden åtta värden

Figur 5. Burktornens delar, dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation.

<sup>45</sup> De åtta föremålen som ringtornet innehåller räknas som tre värden eftersom ringarnas form är identiska.



# RESULTAT

Titeln på denna avhandling är hämtad från en av de kategorier som urskildes i analysen av det empiriska materialet, ”att ordna från ordning till ordning”. Barns förmåga beskrivs från deras handlingar i att ordna i egen ordning, oavsett om ett sätt kan ses som mer riktigt än det som visades. Benämningen ”att ordna” belyser även barns matematiserande och en matematisk förmåga.

Kapitlets rubrikindelning skapades genom de mönster av kunnande och utveckling av kunnande som sågs i barns handling under den studerade tidsperioden. Barns agerande tolkades och beskrevs i relation till deras tidigare visade erfarenheter och åskådliggör hur förmågor utvecklas. Barns förmåga och dess utveckling sker i mötet mellan barnet, materialet och hur situationen framstår för barnen.

## Att ordna från ordning till ordning med burkar och burktorn

Resultatkapitlet består av tre delar och för att exemplifiera kategorierna beskrivs fyra barn, Alva, Chris, Ella och Eskil, handlingar med olika material för att bygga torn. Första delen beskriver barns matematiserande och utveckling av förmågan att bygga storleksordnade torn eller travar med burkar, från november till juni. Textens disposition är enligt följande: I varje urskild kategori beskrivs först en kort inledning av vad som sker i episoderna som därefter beskrivs, dessa inleds oftast med Eskil. Då beskrivs delar av episoder och ibland visas tablåer över burkars förflyttning. Därefter beskrivs de andra barnen och en sammanfattning ges. Den andra delen beskriver på liknande sätt barns aktiviteter med ett ringtorn. I den tredje delen beskrivs ”rum för lärande” där enskilda barns lärande sammanfattas. Sist beskrivs de slutsatser som dragits. Rum för lärande utgår här från barnets objekt för lärande och min beskrivning av var, hur och på vilket sätt nödvändiga villkor för ett speciellt objekt för lärande uppträder i situationen, samt vad barnen genom handling visar att de lär. De kategorier som framträtt genom analysen relateras till benämningen objekt för lärande, där förmågan att bygga storleksordnade torn, förmågan att stapla ihop burkar i storlek och förmågan att ställa upp burkar eller ringar i storleksordnade rader beskrivs. Barns förmåga beskrivs i termer av de dimensioner av variation och

värden inom dimensioner av variation som konstitueras i barns aktivitet när de ordnar burkar eller ringar i storleksordning eller på annat sätt undersöker materialet.

Första delen av rubriken på kapitlet skildrar den första kategorin, att ordna, som anger processen i barns matematiserande, genom vilken de söker struktur, mönster, relationer och samband. Kapitelrubrikens andra del, från ordning till ordning, beskriver ordningen som skapas. Kategorierna som kapitlen i resultatet är indelat efter är Att ordna, Att ordna i partiell ordning, Att ordna i storleksordning, Att ordna och upprepa storleksordning, Att öppna rum för eget ordnande, och Att öppna rum för andras ordnande. I nedanstående figur (efter Emanuelsson, 2001, s. 56) visas barns handlingar och objekt för lärande. Detta relateras till variationsteorins *vad*-aspekt och lärandets innehåll. Hur barn hanterar materialet relateras här till *hur*-aspekten och lärandets akt (Marton & Booth, 1997). I analysen, se steg 3, ställdes frågor till det insamlade materialet och nedanstående indelning (Tabell 1) gav överblick av vad och hur barn gjorde, men utan att beskriva ett specifikt ämnesinnehåll eller hur barns lärande eller matematiserande utvecklades. Systematiken i tabellen nedan gav att visst material och vissa aktiviteter därpå kunde väljas ut från det insamlade materialet.

Tabell 1. De handlingar som utförs och beskrivs är fysiska och verbala, i situationer där barn agerar i relation till objekt för lärande, förmåga att storleksordna föremål i rader, i travar eller i torn. De föremål som anges är de burkar och ringar som barn hanterar och utvecklar kunnande om (jfr Emanuelsson, 2001, s. 51).

		Objekt för lärande	
		varierar	invariant
Handlingar	varierar	Barn hanterar olika föremål på olika sätt	Barn hanterar samma föremål på olika sätt
	invariant	Barn hanterar olika föremål på samma sätt	Barn hanterar samma föremål på samma sätt

I redovisningen av resultatet används vissa ord för att beskriva barns förmågor, exempelvis ser, erfar och urskiljer. Dessa termer och andra verktyg som använts för analyser har framför allt hämtats från variationsteorin (Marton & Booth,

1997; Marton m.fl., 2004) och ska inte relateras till andra teoretiska ramverk. Beskrivningar av hur barn använder sin kropp som perceptuellt system för att differentiera och undersöka eller söka information om hur de ska göra eller upprepa handlingar, är framför allt influerade av Gibson (1979), Gibson och Pick (2000) samt Werner (1948/1973). Några exempel, som visas i episoderna, är när barnen lutar sig åt sidan för att se om ringen passar på de tidigare placerade ringarna (att se om tornet får en jämn yta). Ett annat förfaringssätt är att hålla ringen över skaftet och samtidigt luta sig över för att se om ringens storlek passar. I burktornsepisoderna ses att barnen känner med fingrarna på mellanrummet när de har travat ihop vissa burkar och andra burkar är kvar att placera. Andra förfaringssätt är att känna på tornets sidor (att känna en jämn yta) eller att vända vissa ringar. För att bygga burkar i travar eller burkar och ringar i torn upprepas handlingarna och på så sätt skapas mer eller mindre effektiva strategier.

De variationsteoretiska verktygen som framför allt används är barns avsedda objekt för lärande och erfaret objekt för lärande, det som visas genom barns handling över tid. Barns objekt för lärande tolkas genom iscensatt objekt för lärande, det vill säga det som jag som forskare kunde se var möjligt att lära i den dokumenterade episoden. I det empiriska materialet synliggörs även de variationsmönster som beskrivs av Marton m.fl. (2004), separation, kontrast, generalisering och fusion när exempelvis burkar som har olika tornstillhörighet, deras orientering och storlek skiljs ut. För att visa hur barns objekt för lärande utvecklas beskrivs de dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation som differentieras (Gibson m.fl., 1962; Werner 1948/1973) och som har en avgörande betydelse för hur förmågan att storleksordna utvecklas. Ytterligare verktyg som används är begreppet relevansstruktur, som ger verktyg för en tolkning av vad situationen syftar till och hur barn i handling visar eller beskriver vad som är möjligt att utföra.

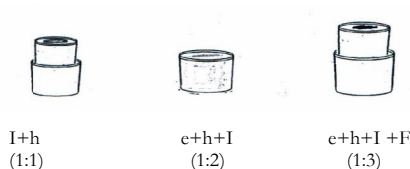
Resultatet av studien beskriver objekt för lärande på två nivåer, först en generell nivå som visar hierarkiska strukturer i beskrivningskategorier, här ingår flertalet av barnen. I kategorierna synliggörs barns utveckling av förmågan samt objekt för lärande, att ordna burkar och ringar i storleksordnade serier. Den andra nivån är en individuell nivå som beskriver vad enskilda barn vill åstadkomma och vad de åstadkommer. Dessa nivåer ses här i ljuset av barns perspektiv samt andra ordningens perspektiv. Således fokuserar objekt för lärande både enskilda barns lärandeprocess och kunnande om ett specifikt fenomen. De olika lärandeobjek-

ten som barnen (utifrån analysen) visar i handling är bland annat följande: Att stapla burkar och ringar på varandra, att placerar ringar eller burkar i storleksordnade rader, i travar eller i torn, att placera burkar och ringar i andra grupperingar eller att ordna i andra ordningar beroende av vem av barnen som står på tur för att arbeta med materialet. Avsedda lärandeobjekt kan även ses genom serier av objekt för lärande. Ett exempel på en sekvens av objekt för lärande är när barnet (Alva) tar en burktrave och placerar ut burkarna i en storleksordnad rad, därefter bygger hon upp burkarna i ett torn, sedan lossas burkarna från tornet och de placeras återigen i en rad (i storleksordning) på bordet och slutligen tar Alva burkarna från raden och placerar dem i traven igen. Barnets avsedda objekt för lärande är att storleksordna burkarna i rad, i torn eller i traven. Hon bibehåller här den ordnade ordningen för att snabbt åter ordna burkarna i storlek.

### Att ordna burkar

I episoden som beskrivs nedan har Eskil hittat en burktrave (från torn 1) på golvet i matrummet. Han sätter sig ner bredvid burktraven och börjar ta ut burkarna, ur traven.

Eskil (2:3) tar ur I-burken (den minsta burken) och sätter ihop den med h-burken (den näst minsta burken) (1:1), en med botten ner (h) och en med botten upp (I). Han placerar dem i en mellanstor burk e (1:2), tar därefter f-burken, vänder den till F (botten upp) och placerar den över burkarna (1:3). Burkarna är nu placerade tillsammans (några med botten upp och andra med botten ned). Eskil säger ”kan inte”. Maria frågar ”hur hade du tänkt då?” Eskil säger ”går inte den” och han lossar burkarna och ställer dem på golvet.



Tablå 1.

Erna (lärare) hjälper Eskil att sätta ihop burkarna i storleksordning, hon säger ”ta den gula”, ”du får nog lyfta den gröna<sup>46</sup>” eller pekar på respektive burk. Då två burkar återstår placerar Eskil dem i burktraven i storleksordning, först h-burken och sedan i-burken. (B, 2007-11-05, inspelningsvecka 1, Episod 1(11), 1(31))

<sup>46</sup> Den gula är här e-burk (mellanstor), den gröna är f-burk (mellanstor).



Då läraren benämner burkar med dess respektive färg, tar Eskil den burk som läraren anger, exempelvis ”den gröna”, och vänder därpå burkarna så att alla har samma sida, botten, ned.

I januari har Eskil både tillgång till burktorn 1 och burktorn 2 och i följande excerpt blandar han och placerar ihop burkar med olika torntillhörighet. Han beskriver att det är något som inte stämmer och att det är inte möjligt för honom att ordna dem i den ordningen som han vill åstadkomma.

Eskil (2:5) har burkarna från burktorn 1, han placerar ihop två eller tre burkar men säger att han inte kan och ber Vilma (5 år) om hjälp. Eskil upprepar ”ja kan inte”. Vilma har burktorn 2 och hon staplar burkar på varandra till ett torn, Vilmas torn rasar. När Eskil nu tar burkar tar han även burkar från torn 2 och försöker placera ihop dem tillsammans med burkar från torn 1. Eskil säger ”går inte”. Maria svarar ”det går inte när man blandar burkarna, ni får ha dem skilda åt”. Eskil säger ”JOO” och försöker återigen placera ihop burkar ur de båda burkseten. (B, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 2(11), 2(31))

Eskil får därefter hjälp med att sortera ut burkarna till respektive torn och att trava ihop burkarna (a, b, c, d, e, f, g). Han placerar själv ned h-burken och i-burken i traven.

Ovanstående episoder tolkas från vissa analytiska verktyg, framför allt från variationsteorin (Marton & Booth, 1997; Marton m.fl., 2004), och Eskils agerande beskrivs genom begreppen, urskiljning, erfارande, objekt för lärande, dimensioner av variation och variationsmönster. Inledningsvis vill Eskil arbeta med ett pedagogiskt material, ett burktorn. Detta måste först urskiljas och avgränsas från omgivningen där det finns andra torn, burktorn, klosstorn eller ringtorn, den externa horisonten. För att kunna bygga upp burkarna på varandra krävs kunnande om hur burken ska orienteras och vilken burk som ska placeras först, näst först och så vidare, den interna horisonten.<sup>47</sup> När Eskil undersöker hur han ska göra för att bygga upp burkar i torn och placera dem i storlek träder vissa aspekter tillbaka och andra träder fram. I det första exemplet, Episod 1, placeras vissa burkar med botten upp tillsammans med andra burkar som orienteras med botten ned. Här framträder burkarna som placeringsbara föremål på eller i varandra. Att alla burkarna ska orienteras åt samma håll träder inledningsvis inte fram. I episod 2 urskiljer Eskil att alla burkar bör orienteras åt ett visst håll beroende på om han bygger dem i en trave eller i ett torn. När Eskil

---

<sup>47</sup> Den interna horisonten anger relationen mellan burktornets olika delar; storlek, längd, burkens orientering, öppning, diameter och volym.

undersöker burkarnas placering, de som ryms i eller på varandra, träder några av burkarnas storlek fram och orienteringen av burken och dess färg beaktas simultant, men att burkarna kommer från två olika burkset (har olika torntillhörighet) urskiljs inte. Då är det inte heller möjligt att placera flera av burkarna tillsammans. Eskil vet vad han vill åstadkomma och beskriver sin tidigare erfarenhet och ett förväntat resultat, att det är möjligt att stapla upp och ihop burkarna, men att han har svårt att bygga upp eller trava ihop dem.

I burktornsaktiviteten framstår olika aspekter som mer betydelsefulla för Eskils objekt för lärande. Dessa aspekter utgör dimensioner av variation. I aktiviteten ovan varierar storlek, orientering och torntillhörighet (burkar från två burkset). De aspekter som är invarianta är att objekten är stapelbara i eller på varandra och att alla burkarna har ett cirkulärt tvärsnitt. Inom de aspekter eller dimensioner som varierar ses olika värden, till exempel har burkens orientering betydelse, om botten ska orienteras upp eller ned, två värden. Ett annat exempel är att antalet burkar i burkseten varierar och alla burkarna har olika storlek, 9 eller 10 värden, beroende av det burkset de tillhör och tillhörigheten har här två värden om burkarna kommer från burktorn 1 eller burktorn 2.

Sammanfattningsvis visas i kategorin *Att ordna* att Eskil urskiljer vissa dimensioner av variation och deras värden allt eftersom. I episod 1 placeras burkar i och på varandra och varken orientering av burk eller burkarnas olika storlek urskiljs. I episod 2 urskiljs att alla burkarna ska orienteras åt ett håll, burkens orientering, två värden, men varken storlek eller burkarnas torntillhörighet urskiljs. Burkarna urskiljs, *alla*, som stapelbara tillsammans, i eller på varandra och ordnas i vilken ordning som helst oberoende av torntillhörighet.

## Att ordna i partiell ordning

I kategorin *Att ordna i partiell ordning* beskrivs hur barnen antingen tar alla burkarna som ingår i burksetet och placerar vissa av dem i storleksordning, eller tar barnet bara några burkar från burksetet och placerar vissa eller alla av dem i storleksordning.

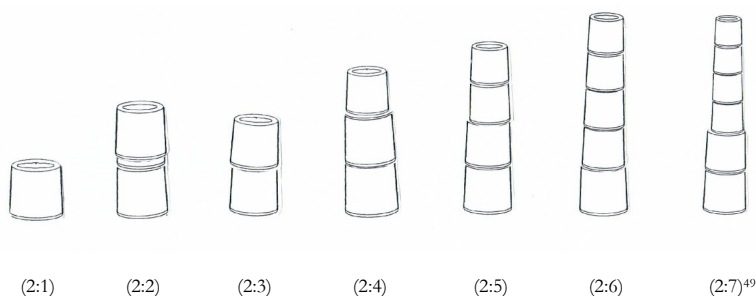
Eskil (2:5) studerar de andra barnen och framför allt Ella när hon bygger torn eller travar ihop burkar. Han ser hennes strategi<sup>48</sup> när hon tar burkar antingen

---

<sup>48</sup> Hon tar burkarna från den största och/eller den minsta av de kvarvarande beroende på om burkarna ska byggas upp i torn eller travas ihop.

utifrån eller inifrån traven. Eskil har själv försökt trava ihop burkarna, men har tidigare behövt hjälp att placera dem i ordning.

Eskil tar traven med burktorn 2 och vänder hela traven, så att botten på alla burkarna är upp. Han lyfter A-burken, rätt upp, ur faller B-burken, ner på golvet. Eskil ställer ned A-burken på bordet (2:1), tar burktraven och delar den i två delar (C-E samt F-J-burkar) och placerar först E och sedan D-burken på A-burken (2:2). Han tar F-burken som han tappar, den faller till golvet, Eskil ser på burken på golvet men bryr sig inte om att hämta den. I stället placeras C-burken (2:3) därefter G-burken (2:4) och H-burken (2:5) samt I-burken (2:6). Slutligen placeras J-burken i tornet (2:7) och Eskil säger ”kolla”. Han fortsätter ”kolla ett torn” Maria svarar ”kolla ett torn ja”. Eskil tar runt A-burken i botten av sitt torn och för tornet fram och tillbaka på bordet. Då rasar tornet. Eskil säger ”Oonej!”. (B, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 3(11), 3(31))



Tablå 2.

Eskil bygger ett torn av 8 burkar (6 burkar högt), B-burken samt F-burken ligger kvar på golvet<sup>50</sup>.

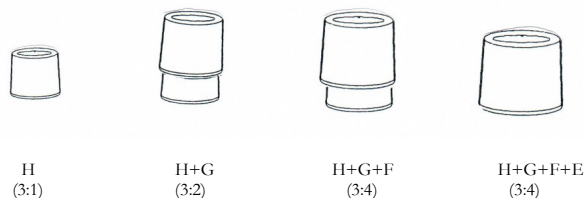
I mars sitter Ella (2:11) och Eskil (2:7) vid bordet och barnen turas om att bygga med burkarna (torn 4). Det är Eskils tur och han har sett hur Ella bygger upp och travar ihop burkar i serie- och storleksordning.

					I	J
				H	H	I
			G	G	G	H
		C	C	C	C	G
	D	D	D	D	D	C
	E	E	E	E	E	D
A	A	A	A	A	A	E
(2:1)	(2:2)	(2:3)	(2:4)	(2:5)	(2:6)	(2:7)

Tablån visar burkarnas placering i torn och inte exakt avbildning i storlek.

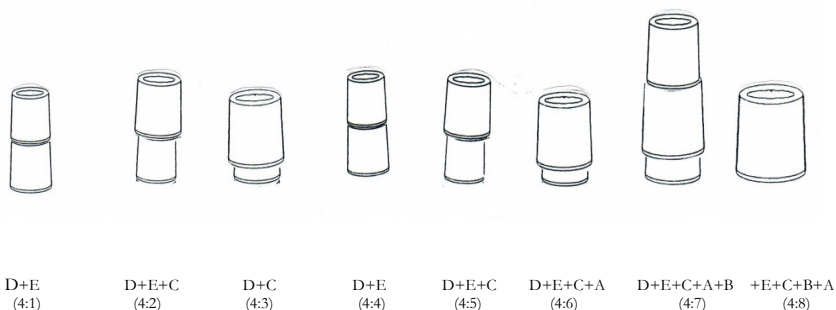
<sup>50</sup> Men han travar därefter ihop alla burkarna i en storleksordnad trave, se Episod 4, i kategorin *Att ordna i storlek*.

Eskils tar först ur h-burken som han vänder till H och sätter ned den på golvet (3:1) Sedan tar han ur g-burken vänder den till G sätter den på/över H (3:2), han tar f-burken vänder den till F och stoppar den på/över G+H (3:3), tar därefter e-burken vänder den till E och stoppar den över F+G+H+E (3:4), tar av E-burken igen. Han har nu byggt en vänd trave, storleksordnad med 4 burkar.



Tablå 3.

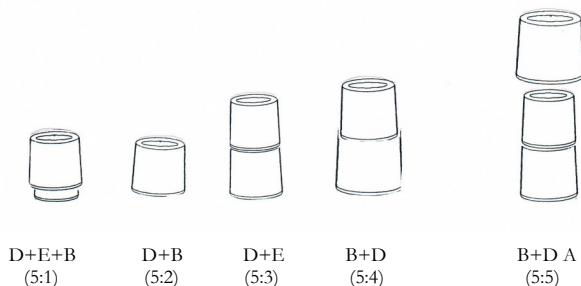
Eskil frågar Ella ”hur gör man ett torn?” Ella svarar inte. Han tar ur d-burken, vänder den till D, placerar den på golvet och placerar därpå E-burken (4:1). Han tar sedan ur c-burken, vänder den till C och placerar den över E+D (4:2). Nu ”försvinner” E-burken in under C-burken. Han tar av både C+E-burkarna och provar om han kan placera C-burken på D-burken (4:3), som nu försvinner in under C. Han tar av C och stoppar i stället på E-burken (på D) (4:4). Sedan för han på C-burken igen som nu döljer E-burken (4:5). Han stoppar på A-burken (4:6) och sedan B-burken (4:7), men tar av dem (B+A) igen, byter och tar först på B och sedan A-burken (4:8) Eskil säger ”så gör man inte”.



Tablå 4.

Han tar av burkarna och börjar om. Först placeras D-burken, sedan E-burken och B-burken (5:1) och han säger ”såå”, men tar av både B och E-burkarna, byter och stoppar först på B-burken igen och säger ”eller såå” (5:2). Eskil tar av B-burken och sätter tillbaka E-burken på D-burken (5:3), Eskil fortsätter ”eller såå”. Eskil tar loss alla burkarna (E+D) och börjar om med B-burken. Eskil ”Såå?”. Han tar upp D och E-burkarna och för deras öppningar mot varandra. Han placerar därpå D-burken (5:4), tar sedan A-burken och håller den över D+B-burkarna (5:5) men då faller D-burken av (B-burken).

Eskil säger "nejjee" Han kör runt med händerna bland burkarna och säger "det går inte," och räcker fram några burkar till Ella. (B, 2008-03-26, inspelningsvecka 21, Episod 7(11), 15(31))



Tablå 5.

Ella placerar först A+B-burkarna på varandra och säger "jag vet hur man gör". Ella bygger upp tornet genom att konsekvent ta den största av de kvarvarande burkarna. Eskil frågar "får ja göra de nu?" Ella svarar "mmm" och travar ihop burkarna. Eskil får burktraven och tar ut först H-burken och placerar sedan G-burken på/över, Eskil frågar "såå?" Ella svarar "nej inte så". Ella tar traven och stoppar tillbaka g+h-burkarna och bygger upp tornet igen, genom att ta den yttersta burken först. Ella säger "nu ska vi göra ett nytt torn". Hon stoppar tillbaka burk för burk i traven genom att ta den kvarvarande översta/minsta burken. Hon vänder traven och bygger upp ett torn och travar ihop dem igen. Ella ställer burkarna hos Eskil och säger "nu e de du". Eskil prövar och placerar först H-burken och därefter G-burken på, då försvinner H-burken under G-burken. Ella tar direkt över burktraven och placerar A, B, C, D, E, F-burkar. Eskil har nu H och G-burkar, en burk i varje hand, han kastar sig fram mot tornet och säger "nuu" och placerar först H-burken. Ella säger "nej inte den". Hon tar av H-burken, säger "först den" och pekar på G-burken som han då placerar i tornet. Eskil har nu bara kvar H-burken, då rasar tornet och han skriker "Neeejj" (B, 2008-03-26, inspelningsvecka 21, Episod 8 (11), 16(31))

Ella instruerar Eskil genom att återupprepa bygga upp burkar i torn, men då hon inte beskriver hur han ska göra eller visar vilken burk som han bör ta härnäst, utan tar över aktiviteten, kommer han inte åt att placera burkarna i tornet.

I ovanstående episoder undersöker Eskil burkarnas storlek genom att antingen jämföra burkarnas öppningar mot varandra eller att hålla dem över varandra för att urskilja vilken av två burkar som är störst (kontrasterar dem). Eftersom Eskil har sett de andra barnen bygga upp burkar i torn och i travar har han utvecklat en idé om vad han vill åstadkomma och urskiljt att burkarna har en ordning, de

passar ihop på något sätt. Då han delar burkarna i två travar och ur den ena tar burkar inifrån (E, D), och sedan från den andra traven tar burkarna utifrån, så förändrar han den ursprungliga ordningen och burkarna göms i varandra.

Genom de nämnda teoretiska analysverktygen kan mönster av variation som uppträder i de ovan visade lärandesituationerna beskrivas. I episoderna visas att barnen staplar burkar på och i varandra, och detta beskrivs här som invariant då gamla kunskaper generaliseras i barns handlingar när de vid senare tillfällen bygger med olika burkset. Eskil travar burkar (med samma torntillhörighet) både i och även på varandra, först burkar från torn 2 och senare från torn 4 och nu blandas inte burkar med olika tillhörighet. I episoderna byggs några burkar upp i torn. Burkarna från de olika burkseten jämförs och skiljs därpå från varandra (de separeras). Eskil håller också burken (från samma burkset) över de tidigare placerade burkarna för att jämföra burkens storlek mot den överst placerade burken i sitt torn för att urskilja om de passar eller inte passar och kan placeras på, i eller över varandra. Genom jämförelsen träder burkens egenskap som stapelbart eller travningsbart objekt tillbaka och storleken på burken jämförs mot andra burkar. Härigenom blir variationen synlig, exempelvis större än-mindre än. episoderna visar att Eskil ordnar burkarna i partiell ordning och en dimension av variation som framträder är att *nissa* burkar har olika storlek. Att alla burkarna ingår i storleksserien urskiljs inte, då F och B-burken ligger på golvet.

Nu urskiljer Eskil några värden inom dimensionerna orientering och torntillhörighet eftersom alla burkarna från respektive burkset hålls skilda och de orienteras åt samma håll. I storleksdimensionen differentieras (se Episod 3) 6 av 10 värden ut. I episod 7 och 8 byggs burkar upp i torn med 3 av 8 storleksvärden. Att Ella konsekvent placerar den största burken av de kvarvarande urskiljer han inte. Eskil söker information om hur han ska placera och storleksordna burkarna på olika sätt, exempelvis genom att hålla burkar över och intill varandra. Barnen visar här exempel på två skilda informationssökningsprocesser, Eskil undersöker och prövar medan Ella kan i förväg bedöma handlingarnas utfall och skapar handlingsmönster för att återupprepa burkarnas placering.

### Alva och Chris ordnar i partiell ordning

Eskils syfte att placera burkar i ordning kan jämföras med de andra barnen i gruppen. Ett exempel är Chris (2:9). I inledningsskedet (Episod 1) blandar Chris burkar ut både burktorn 1 och 2, det är då inte möjligt att placera burkarna

tillsammans. I episod 2, se nedan, har Alva burktorn 1 och Chris har sex burkar ur torn 2, (E/e-J/j), som han vill placera tillsammans i en trave.

Chris tar i-burken och placerar den i en större burk, g-burken. Sedan tar han j-burken och stoppar ner den i traven med g+i-burkarna, (g, i, j). Han tar h-burken och prövar om den kan placeras i traven. Det går inte. Han tar bort den och stoppar i stället traven i f-burken, den näst största burken, och prövar igen om han nu kan stoppa traven i h-burken men den går inte ned. Han tar återigen bort h-burken och stoppar traven i (sin största) e-burken. Han har nu gjort en trave med fem burkar från stor till liten och serieordnat, först tre (e+f+g) samt två burkar (i+j), men h-burken kan han inte placera i traven. Chris frågar Alva ”jag kan inte ha den?” Alva ”nej! Den här har du, den har du”. Chris försöker återigen ställa traven i h-burken men säger ”näää”. Alva pekar på mellanrummet som syns i traven, där det fattas en burk och säger ”Dääää!” men Chris försöker nu i stället ta en av Alvas burkar. Alva säger då ”den var min”. Chris pekar på en annan av Alvas burkar och säger ”där var en till”, Alva svarar ”jaa, det var det”. Chris ropar ”Fröken, det funkar inte där!” Han sträcker fram h-burken mot Erna (lärare) som lossar burkarna som Chris har placerat i traven och han placerar själv först e-burken. Sedan får han hjälp med de mellanstora (f, g, h-burkarna) och placerar själv de två minsta (i+j-burkarna). Chris vänder sig till Alva och säger ”kolla, kolla”. (B 2007-11-05, inspelningsvecka 1, Episod 2(6), 2(19))

I episoden ovan påpekar Alva för Chris (en dimension av variation) att burkarna från de olika burktornen inte går att blanda, och att Chris ska behålla h-burken. Hon poängterar att hennes burkar tillhör ett annat burkset och säger ”den var min” då han försöker ta hennes burk. Alva visar och beskriver var han ska placera h-burken. I episoden placerar Chris först tre burkar (e, f, g) och därefter två burkar (i, j) i storlek och ordningsföljd.

Nästa episod med Chris (2:11) är från januari 2008. Han och Robert (3:0) är i byggrummet. Pojkarna springer runt med burkar från burkset 1 och 2. Det skramlar om burkarna. Erna ber pojkarna att de ska bygga torn i stället. Pojkarna börjar bygga ett gemensamt torn, men eftersom de har burkar som tillhör både set 1 och 2 och blandar dessa, så byggs endast några burkar upp i höjd och tornet rasar. Pojkarna försöker då placera burkarna i varsin trave. De stoppar på, stoppar i, vänder, byter och undersöker på olika sätt, men bara två eller tre burkar kan placeras tillsammans. Chris föreslår i stället att ”vi bygger torn”. Robert svarar ”men det kan vi inte!” Robert tröttnar och lämnar burkarna, men Chris sitter kvar.

Han försöker först placera burkar på varandra. Därefter prövar han att placera burkar i varandra, han stoppar i, stoppar på, tar ur och byter om burkarnas ordning. Då han fortfarande har burkar från två olika burktorn går det inte att sätta ihop dem. Chris travar så småningom ihop fem burkar ur torn 2 (a, b, d, e, f). Chris säger ”det går inte”. Nu kommer Erna för att hjälpa honom. Erna säger och visar två burkar, en från varje

burkset, ”titta här Chris titta på den burken och titta, titta på den burken. Ser du där är de likadana?” Hon pekar på kanten blå/F-burk (2) och på röd/C-burk (1). Chris håller i blå/D-burken (1) och nickar. Erna frågar ”e dom det?” Chris ”mmaa”, Chris sträcker sig fram och tar den blå/F-burken (2). Han har nu två blåa burkar. Chris försöker återigen trava ihop burkar från det två olika tornen, då hjälper Erna honom att först sortera ut burkar till respektive torn och även att trava ihop burkar från torn 1. (B, 2008-01-28, inspelningsvecka 13, Episod 3(6), 3(19))

Chris kombinerar ihop burkar som har samma färg oavsett torntillhörighet. Så småningom travar han själv ihop burkar i ordning a, b, d, e, f från torn 2 på egen hand. När Erna slutligen hjälper honom kan han också trava ihop alla burkarna från burkset 1.

I maj säger Chris (3:2) själv att han ska bygga upp ett torn med burkarna (torn 4).

”Nu ska ja bygga en torn ja”. Han vänder på traven som han håller i handen så alla burkarna har botten upp, men har traven i handen och lossar burkarna först inifrån. Han placerar först den minsta H-burken, och sedan den näst minsta, G-burken. Då samlas burkarna över varandra. Chris delar traven i två delar (a, b, c samt d, e, f-burkar). Han tar därefter loss d-burken, vänder den till D, och placerar den på H+G-burkarna som då gömmer de tidigare placerade burkarna, placerar sedan på/över A-burken. Därefter för han på E, F och C-burkarna, och har nu byggt upp ett fyra burkar högt torn med sju burkar<sup>51</sup>. När tornet rasar så säger han ”jag gör så här” och travar i stället ihop sex burkar (i ordning a, b, d, f, g, h) och prövar sedan om han kan stoppa hela traven i c-burken. Chris säger då ”jag kan inte! det går inte”. Han samlar ihop burkarna och den påbörjade traven, skjuter dem mot mitten av bordet och säger ”kan inte!” Sara (3:1) hjälper honom att placera alla burkarna i en trave. (B, 2008-05-07, inspelningsvecka 27, Episod 4(6), 4(19))

Chris kan trava ihop alla burkarna när han får hjälp. Han travar själv ihop de större a+b, de mindre g+h och de andra d+f, och gör då vissa fullständiga storleksordningar. Han travar inte själv ihop eller bygger upp burkar i tornet i en fullständig storleksordning, utan bygger delvis ordnade travar och torn, eftersom endast vissa storleksvärden har differentieras.

I juni har Chris (3:3) burktraven och Alva (3:1) uppmanar honom att bygga torn. Hon säger ”gör ett torn så här” och för handen upp i luften.

Chris vänder burktraven och placerar ut burkarna i en oordnad rad, och säger ”nu kommer den andra” (om b-burken som placeras näst sist). Han studerar sin rad (G, A, H, F, E, D, C, B), Alva pekar och räknar ”en, två, tre, fyra, fem, sex, sju, åtta, NIO” (8 burkar). Chris tar A-burken, ställer på H-burken och G-burken. Nu försvinner H-burken under G-burken. Alva ser på och säger ”nää Chris”. Alva tar B-burken och lyfter

---

<sup>51</sup> H+G+D+A+E+F+C. Burk B placeras inte i tornet.



den mot Chris. Chris har nu tagit av G-burken. Alva säger ”den här Chris” och hon ger Chris B-burken. Han stoppar B-burken över H-burken, Alva fortsätter ”nä Chris inte så, så här”. Hon tar bort B-burken och H-burken, Chris placerar på B-burken. Alva säger ”såå!” Chris placerar efter Alvas instruktioner på C+D+E-burkarna (hon pekar på burken samtidigt som hon säger ”den”). När det är tre burkar (F+G+H) kvar säger Chris nu högt ”jag kan!” Han placerar först F-burken, G-burken och H-burken i sitt torn. (B 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 5(6), 15(19))

Därefter beskriver Chris att ”nu måste jag börja plocka ordning”. Han försöker trava ihop burkarna och prövar att ta burkar ur sitt torn, med båda händerna, ömsom med höger och ömsom med vänster hand. Men när han ska placera burkarna i traven håller han kvar vissa burkar i vänster hand och placerar ytterligare en burk med höger hand, då blir ordningen en annan. Med Alvas hjälp travar han först ihop sex och sedan sju (h, g, f, e, c, b, a) burkar, men när han ska placera d-burken, se episoden nedan, så kan han inte få ner den i traven.

Han prövar och byter om ordningen på lite olika sätt, men får inte ner d-burken. Han delar traven i två travar och plockar ur och i burkar. Chris ser på Alva, han vilar huvudet i handen. Så småningom då han har plockat ur och i burkar i travarna placeras d-burken och han har nu två travar, med h+f+c+b+a, samt g+e+d-burkar. Han prövar om han kan sätta ihop travarna till en trave, men det går inte, Alva frågar ”men Chris ska jag hjälpa dig?” Han skjuter över travarna till Alva och säger ”du hjälpa mig?” Alva tar över travarna och tar loss burkarna så bara a-burken och b-burken står travade tillsammans. Chris säger ”det var rätt rätt de va rätt”, Alva travar ihop burkarna till en trave och säger ”Chris så här ska det va?”. (B, 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 6(6),16(19))

Ett annat exempel på att ordna burkar i partiell ordning visar Alva i november.

Alva (2:6) tittar på Ivar när han bygger upp burktorn 1. Hon får sedan tornet, och tar av burkarna en och en, samtidigt som hon vänder dem (med botten ned, t.ex. från B till b) och ställer dem på rad (7 burkar av 9) i storleksordning framför sig (b, d, e, f, g, h, i). Alva placerar ihop i+h-burkarna, hon prövar sedan om hon kan ställa e-burken i i+h-burkarna, men det går inte. Hon byter och stoppar i+h-burkarna i e-burken. När hon sedan ska placera f-burken håller hon den först över traven med i+h+e-burkarna och studerar burken och traven, men prövar i stället att ställa traven i f-burken. Traven går inte ned i f-burken och hon tar bort den.

På bordet finns även burkset 2.

Alva sträcker sig efter burkarna i torn 2 och tar dem. Hon prövar om hon kan placera in dem i traven med burkar från torn 1. Alva plockar i och ur burkar, ömsom försöker hon trava i eller bygga upp torn. Alva säger ”jag kan inte?”. Hon lyfter upp sitt nu tre burkar höga torn (med blandade burkar från burkset 1 och 2) och burkarna i tornet faller till golvet. Därefter får hon hjälp av Nilla (lärare) med att sortera ut burkar till respektive torn. När burkarna från båda burkseten är utsorterade samt travade tillsammans, tar

Alva ur burk för burk från traven (trave 1, nu 8 av 9 burkar) i rad (b, c, d, e, f, g, i, h).<sup>52</sup> Alva säger ”kolla” och studerar sin rad och pekar samtidigt som hon räknar burkarna ”en, två, tre, fyra, fem, sex, sju, åtta, nio, TIO, ELVA”, Maria svarar ”elva stycken burkar”. Alva travar ihop burkarna igen. Då hon tar burkarna i ordning från raden tar hon först h-burken och sedan försöker hon ta i i-burken, men den går inte ned. Hon byter om burkarnas ordning så i-burken placeras i h-burken och burkarna travas därefter tillsammans från storleksordningen i raden. Alva säger ”kolla” då burkarna är travade i varandra (B, 2007-11-05, inspelningsvecka 1, Episod 2(19), 2(32))

I inledningen av episoden placerar Alva burkar från den minsta till den största. Hon håller burken över traven utan att stoppa ner den för att utröna storleksförhållandet mellan burkarna. Alva pekräknar på räkneramsan till elva och betonar det sist sagda räkneordet. När hon räknar uttalas orden fortare än hon pekar och hon anger då ett annat räkneord från räkneramsan.

Alva placerar ut burkar i storleksordnade rader, efter den ordning som burkarna är travade tillsammans eller uppbyggda i tornet (även om någon burk fattas eller om burkarna är ordnade i en annan ordning). Alva använder burkar från både burktorn 1 och 2, men ordningsuppgiften blir komplicerad. När läraren därpå hjälper henne att sortera ut de burkar som hör ihop så ordnar Alva burkarna först i en storleksordnad rad, även om i-burken och h-burken först ställs i omvänd ordning. Därefter travas burkarna ihop helt i storleksordning.

## En återblick

I ovanstående episoder med Chris och Alva visas både likartade och olikartade förfaringssätt i jämförelse med Eskil. I Chris försök att ordna burkar i storleksordning visas flera aspekter som varierar och som måste urskiljas, exempelvis, färg, storlek och burkar från två olika burkset. Dessa synliggörs när Erna genom jämförelse mellan två burkar (kontrasterar dessa mot varandra) visar Chris att kanten runt burkarnas öppningar skiljer sig åt. Kanten på burken från set 2 är något större än kanten på burken från set 1 och Erna försöker hjälpa Chris att skilja ut burkarnas torntillhörighet. Men här jämför och urskiljer i stället Chris att vissa burkar har en gemensam färg i stället för burkarnas torntillhörighet. När Chris bygger torn (se Episod 5) placeras vissa burkar i storleksordning (A, F, G, H) och med hjälp av Alva ordnas alla burkarna i en fullständig storleksordning. Det är svårare för Chris att storleksordna burkar om de är placerade i en oordnad rad. I episod 6 placeras a, b, c, f, h samt d, e, g d ihop i två travar, han har därmed ordnat burkarna i storleksordning i två travar (vissa värden i storleks-

---

<sup>52</sup> Stor gul/a burk ligger på golvet, och i-burk ställs före h-burk

ordningen i relation till övriga burkar i traven har differentierats). Men eftersom han vill bygga en fullständigt storleksordnad trave genom att placera de båda travarna tillsammans och inte urskiljer en fullständig storleksordning så kan travarna inte placeras tillsammans. Han storleksordnar allt fler burkar i travar än han storleksordnar dem i torn. Chris placerar inte själv alla burkarna i en trave eller i ett torn under den studerade perioden, från november till juni.

Ett förfaringssätt som barnen visar är att om burkarna är svåra att placera tillsammans så delas burktraven i två delar. Burkarna placeras då framför allt i ordningen någon stor, någon mellan och någon liten. Dessa travar med 2 till 4 burkar ska senare placeras tillsammans. Men eftersom burkarna inte ordnas i en fullständig storleksordning i travarna kan de inte föras samman till en trave då endast vissa värden av storleksdimensionen har urskilts. Ett annat förfaringssätt är att placera burkar i rader, efter den ordning som burkarna tidigare var placerade i torn eller travar. När burkarna åter ska placeras tillsammans måste alla burkar tas från raden i omvänd ordning. Detta gör inte Alva inledningsvis, men i episod 2 då torn tillhörighet har skilts ut och hon har sett att några burkar är större än och andra är mindre än övriga burkar har vissa storleksvärden differentierats.

Skillnader som synliggörs mellan kategorierna *Att ordna* och *Att ordna i partiell ordning* är att nu urskiljs *vissa* dimensioner av variation och vissa värden erfars. En urskild dimension är burkens orientering beroende på om burken ska byggas upp i torn eller travas ihop (objekt för lärande). En annan urskild dimension av variation är torn tillhörighet. Denna urskildes inte inledningsvis då burkar från olika torn blandas. En ytterligare dimension av variation är burkarnas olika storlekar. Nu differentieras *vissa* storleksvärden ut, framför allt stor, mellan och liten och framför allt om burkar travas tillsammans.

## Att ordna i storleksordning

Eskil (2:5) har traven med burkar från burkset 2. Han tar den största A-burken och ställer den på bordet. Övanpå placerar han den näst största B-burken och bygger upp två burkar i torn. Sedan vill han inte bygga torn utan delar burktraven och ställer upp burkarna på rad.

Han tar loss och placerar ut F, G, H, I, och J-burkarna på bordet i rad. (Han har en trave med c, d, e burkar). Han stoppar tillbaka burkarna i ordning (från f till j) i traven. Nu har han bara A+B burkarna kvar. Han tar B-burken och vänder den (b) och stoppar traven i b-burken. Sedan tar han A-burken, vänder den (a) och stoppar ner traven i a-burken. Han har nu travat ihop alla burkarna i storleksordning, (B, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 4(11), 4(31))

Eskil travar ihop burkarna i traven, de mindre, f, g, h, i, j samt de större a och b. Då han inte behöver trava ihop alla tio burkarna, utan bara sju, är det troligen lättare att placera alla burkar i en storleksordnad trave.

Sammanfattningsvis så ordnas nu sju burkar i storlek i en trave, efter att han först har ordnat vissa av dem i en storleksordnad rad. Han prövar därmed att burkarna kan placeras tillsammans i en viss ordning. Burkens orientering urskiljs i relation till Eskils objekt för lärande, att antingen bygga upp burkar i torn eller att trava ihop dem. Först urskiljs burkens orientering, därefter träder burkens orientering tillbaka, och därefter urskiljs burkarnas storlek och den ordning som skapas. En annan dimension av variation är burkarnas färg, men färgen har en underordnad betydelse för hans avsedda objekt för lärande, färgen träder tillbaka. Nu visar Eskil att han kan trava ihop burkar i storleksordning då burkarnas storleksvärden har differentierats. Men om objekt för lärande är att bygga upp burkarna i torn ordnas de partiellt, då endast vissa av burkarnas storleksvärden har differentierats.

## Alva och Ella ordnar i storleksordning

Alva (2:6) och Ella (2:7) börjar ordna burkarna i storlek redan i november 2007. Till en början placeras burken i traven men även traven i burken, flickorna prövar sig fram.

Alva placerar ut alla burkar på rad på bordet i den ordning de sedan tidigare är placerade i traven och får då burkarna ordnade i storleksordning. Hon pekar och

ramsräknar burkar till tio på ramsan samt betonar det sist sagda räkneordet. Det står fler burkar från torn 2 intill henne men hon placerar bara ihop de burkar som tillhör samma burkset och räknar endast dessa burkar. Hon prövar ordning för burkarna, om a-burken ska stoppas i b-burken eller b-burken i a-burken. Men då hon placerar b-burken i a-burken så placeras alla återstående burkar i varandra. Först placeras 7 burkar och därefter 8 burkar och till sist 9 burkar i storleksordning.

Ella (2:7) ordnade burkar i storleksordning (med sex burkar) redan vid första dokumenterade tillfället. I inledningen av episoden nedan går Ella runt i matrummet med burkar ur torn 1 i famnen. Nilla (läraren) frågar henne om hon vet hur många burkar hon har. Ella ställer ut burkarna på bordet, pekräknar burkarna och anger antalet till fyra. Hon bygger först ett sju burkar högt torn (med nio burkar) och därefter ett torn med alla nio burkarna.

Ella ställer sig intill tornet, jämför hur högt upp det sträcker sig och mättar med handen på bröstet. Hon tar av i+h-burkarna som hon ställer på golvet, tar därpå av e, f, g-burkarna och placerar ihop dem och tar av d-burken. Hon ställer traven (g+f+e) i d-burken<sup>53</sup>, tar loss c och b-burkarna och placerar traven i b-burken<sup>54</sup>. Ella studerar mellanrummet mellan d och b-burkarna och sätter tummen mellan burkarna, där c-burken ska placeras. Hon lossar b-burken ur traven, tar a-burken och prövar om a-burken kan ställas i b-burken. Det går inte, hon byter och placerar b-burken i a-burken, tar c-burken och placerar den i traven med a+b-burkarna. Hon har nu två travar<sup>55</sup>, och placerar traven med g, f, e, d, i traven med c, b, a. Kvar att placera är de två minsta burkarna, Ella tar först i h-burken och sedan i-burken. (B, 2007-12-04, inspelningsvecka 5, Episod 4(23), 4(45))

I januari travar Ella (2:8) ihop burkarna, bygger upp dem i torn och travar burkarna över varandra. Hon vet att en burk fattas (f)<sup>56</sup> och säger ”sssen fanns det en grön också... det fattas det fattas en! Det det fattas en grön”.

Ella får f-burken (den gröna burken) av Nilla. Ella för ihop burkarna, en mindre i en större, två och två eller tre efter färg. Därefter lossas alla mindre burkar och hon travar ihop burkarna i storleksordning. Ella visar upp traven för Nilla och säger ”kolla”. Nilla svarar ”kolla vad du kunde, kan du bygga torn med dem?” Ella svarar ”eller om de gömmer sig”. Hon tar ur i-burken, vänder den till I och placerar över nästa burk, H-burken. Nilla säger ”jaa nu får vi se om de gömmer sig?” Ella svarar ”ja titta”. Ella placerar alla burkarna över varandra (från I till A) och säger ”nu gömde sig en blå, ..nu gömde sig en grön” osv. (beroende på den tidigare placerade burkens färg). Ella bygger

---

<sup>53</sup> Traven ordnas g+f+e+d.

<sup>54</sup> Traven ordnas g+f+e+d+b.

<sup>55</sup> Travarna är ordnade g+f+e+d samt c+b+a.

<sup>56</sup> Det avsnitt i Episoden då hon har sorterat ut burkar efter färg redovisas inte.

därefter upp dem i ett torn. Hon tar av burk för burk ur sin vända trave med gömda burkar, genom att ta yttersta/största burken ur traven och bygger upp tornet från A till I. (B, 2008-01-08, inspelningsvecka 10, Episod 6(23), 10(45))

Ella vet ordnings- och storleksrelationen mellan burkarna och var nästa burk ska placeras.

### En återblick

I ovanstående episoder ses hur barnen använder sina sinnen när de undersöker storleksrelationen mellan burkarna. Exempelvis ställer Ella sig bredvid tornet och använder kroppen som mått på hur högt upp burkarna når (jfr Leeb-Lindberg, 2001; Buys & Veltman, 2005). Både Alva och Ella ser var i traven det är ett mellanrum, och barnen delar traven där och placerar ned den återstående burken i serieordningen. Ella beskriver att det fattas en burk och bedömer då att det finns flera (2–3) burkar som har samma färg (sorterar efter färg, se bl.a. Baroody, Li & Lai, 2008; Mix, 1999, 2002a). Både Ella och Alva räknar burkarna, en tidig angivelse av burkarnas antal (Baroody, 1987; Clements & Sarama, 2007; Lipton & Spelke, 2003; Zur & Gelman, 2004). Flickorna urskiljer att burkarna har olika storlek och ska placeras i en viss ordning, antingen tillsammans i varandra eller på varandra och förändrar då burkarnas orientering. Ella erfar att burkens färg inte har någon betydelse för storleksordningen, men att alla burkar är viktiga för serieordningen, då hon anger att hon behöver ha den gröna burken, den som fattas. Alva har tillgång till burkar från båda burkseten men hon vet nu vilka burkar som tillhör det burkset som hon använder och hon räknar och ordnar endast dessa burkar. Sammanfattningsvis så urskiljer Ella och Alva här flera dimensioner av variation och skillnader mellan värden inom dimensioner av variation.

För att ordna burkar i storleksordning så urskiljs dimensioner av variation och dess värden i ett visst förlopp. Först urskiljs burkens orientering beroende av om barnet vill bygga en trave eller ett torn och alla burkar orienteras åt samma håll. Därefter urskiljs burkarnas torntillhörighet (om det finns burkar från flera olika torn) och slutligen urskiljs storleken (volym) och att alla burkar ingår i en storleksordnad serie.

## Att ordna och upprepa storleksordning

I februari har Eskil burktorn 3 och hans visade avsikt är att burkarna ska travas ihop. Det är första gången burktorn 3 används av Eskil.

Alva (2:9) och Eskil (2:5) sitter i målrummet med burktorn 3, Eskil placerar ut alla burkarna i en ordnad rad. Han tar e-burken och placerar därefter h-burken i e-burken. Eskil tar ut h-burken. Han prövar i stället med f-burken och stoppar sedan ner e+f-burkarna i c-burken men tar omgående loss dem igen. Han prövar i stället om burkarna (e+f) passar i g-burken. De passar inte, han tar bort g-burken och studerar den (g), sätter i stället h-burken i g-burken. Eskil säger ”JAAA”, då han lyckas få i burken. Han stoppar sedan i g+h-burkarna i e+f-burkarna (e+f+g+h) och säger återigen ”jaa”, då burkarna passar. Han ser på c-burken och tar traven och placerar den i c-burken<sup>57</sup>. Eskil säger ”jaa” och placerar traven först i b-burken och sedan i a-burken<sup>58</sup> och säger ”jaa”. Nu är det bara d-burken kvar att placera. Han prövar om han kan ställa traven i d-burken, men det går inte. Eskil säger ”Näää!” Han delar traven i två delar där det är ett mellanrum, där d-burken ska placeras<sup>59</sup> och stoppar i d-burken i traven med a+b+c-burkar. Eskil säger ”jaa”, och för därefter långsamt ner traven med e till h-burkarna i traven med a till d-burkarna och har travat ihop alla burkarna (B, 2008-02-01, inspelningsvecka 13, Episod 5(11), 8(31))

I episoden placerar Eskil f-burken i e-burken och har två burkar i storleksordning och prövar att placera burken i traven, men också att placera traven i burken. Han delar traven i två travar ungefär i mitten, där det är ett mellanrum, och kan då placera ned d-burken. Eftersom Eskil inledningsvis placerar ut burkarna utan någon särskild ordning måste burkarna ordnas när de återigen ska placeras i torn eller travar.

I mars (se episoden nedan) har Eskil burkarna från torn 4 utspridda på mattan. Tornet är nytt för dagen men Eskil har studerat när Robert bygger.

Robert (3:1) och Eskil (2:7) sitter på mattan i matrummet. Eskil lossar alla burkarna ur traven och sprider ut dem på mattan. Han placerar först ihop de fyra största burkarna (a+b+c+d). Sedan stoppar han i g-burken (6:1). Han tar med tummen i mellanrummet mellan g och d-burken, tar ur g-burken, placerar i e-burken (6:2) och stoppar sedan tillbaka först g-burken och sedan h-burken (6:3)<sup>60</sup>. Han har nu kvar f-burken som han prövar att stoppa i överst i traven (6:4). Eskil säger ”näää” och tar loss e+h+g-burkarna (6:5) och placerar i f-burken och stoppar tillbaka g+h-burkarna igen (6:6)<sup>61</sup>. Eskil säger ”jaa”. Han prövar nu att stoppa i e-burken (6:7). Eskil fortsätter ”näå”. Han tar ur f+g+h burkarna (6:8) och placerar först e-burken (6:9), sedan stoppar han tillbaka

---

<sup>57</sup> c, e, f, g, h.

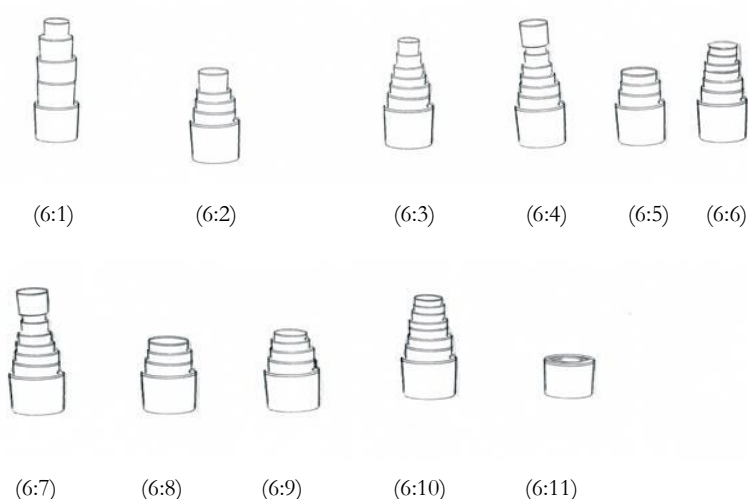
<sup>58</sup> a, b, c, e, f, g, h.

<sup>59</sup> e, f, g, h samt a, b, c.

<sup>60</sup> a, b, c, d, e, g, h.

<sup>61</sup> a, b, c, d, f, g, h.

f+g+h-burkarna (6:10). Han håller om burktraven med sina händer (6:11). (B, 2008-03-26, inspelningsvecka 21, Episod 7(11), 15(31))



Tablå 6.

Oavsett om burktornen är välkända eller helt nya för Eskil så har han svårast att placera, storleksordna, de mellanstora burkarna.

Sammanfattningen av episoderna ovan (från februari och mars) visar att Eskil travar ihop burkarna från den storleksordnade raden, men han väljer också ut burkar från en icke storleksordnad grupp eller rad. Här har Eskil placerat alla burkarna (8 värden) i storleksordning. Eskil känner med fingrarna i mellanrummet i traven, och håller händerna runt traven för att urskilja storleksskillnad (torntillhörighet och orientering har fusionerats). Han placerar traven i burken, eller burken i traven, beroende på hur han erfar burkens storleksvärde, om burken passar i traven eller traven passar i burken. Han har utvecklat en idé om ett förväntat resultat.

I Eskils förfaringssätt, ses (i analysen) mönster av variation, när burkar jämförs med varandra och då kontrasteras mot varandra, en burk som passar och en burk som inte passar eller skiljer ut burkarna i traven från mellanrummet där burken ska placeras. Eskils tidigare erfarenheter och förfaringssätt med burkar som placeras i travar och det mellanrum som bildas då burkar saknas, generaliseras här till ett nytt burkset, även om dessa burkar har bredare kanter



och mellanrummet inte syns när burkarna är ihoptravade så känner han på burkarnas kanter i traven och upptäcker var mellanrummet är och vet då var i storleksordningen den ännu ej placerade burken ska placeras. Att bygga upp burkar i torn verkar vara en mer komplicerad uppgift än att trava burkar tillsammans i storleksordning.

## Alva och Ella ordnar och upprepar storleksordning

I januari har Ella tre olika burkset som byggs upp i tre torn och travas ihop. När tornen rasar travas burkarna först tillsammans (varje burkset för sig) och genom att bevara ordningen i traven byggs tornet upp.

Ella bygger först upp burktorn 3. Sedan bygger hon upp burktorn 1 intill. Ella säger ”två torn e de nu” Maria svarar ”du har två torn ja”. Ella fortsätter ”om man inte ställer sig upp så kan man inte nå och bygga dom tornen”. Maria svarar ”om man inte står på knä så är det svårt att nå upp ja”. Ella studerar tornen och säger ”nu är det två torn”. Hon bygger upp burktorn 2, men då rasas delar av torn 3. Ella ställer ifrån sig burkarna från torn 2 och bygger först upp torn 3 igen, sedan byggs ytterligare burkar upp i torn 2. Då hon ska placera den sista J-burken i torn 2 säger hon ”det var lite högt”. Maria svarar ”du kanske får ställa dig upp på stolen om du står försiktigt”. Ella säger ”då kan ja nå”. Ella ställer sig sakta upp på stolen, men får inte riktigt plats och stöter till torn 2 så det rasar. Ella hoppar ner från stolen och hämtar burkarna och säger ”men jag ska bara ta upp dom det va bara ett torn som välte” och bygger upp delar av torn 2 igen (A-G) och säger ”inte välta”. Ella säger sedan ”jag tar inte mer” och travar ihop resterande, h+i+j-burkar. (B, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 16(23), 20(45))

Ella vet hur burkarna ska placeras och storleksordnar burkarna i torn 1, 2 och 3<sup>62</sup>. Strategin som hon visade tidigare, att både känna på burkarna för att urskilja deras placering och studera burktornen, visas inte lika tydligt längre.

I april har Ella (3:0) både burktorn 3 och 4 som står travade på golvet i matrummet. Hon bygger först upp fyra torn med burkar A-D (torn 3)<sup>63</sup>, A-C (torn 4)<sup>64</sup>, E-H (torn 3)<sup>65</sup>, D-H (torn 4)<sup>66</sup>. Hon travar ihop burkarna och bygger åter upp dem i två torn. Ella pekar på burktornen och sedan räknas burkarna i båda tornen från ett till åtta och hon betonar ”åtTA” båda gångerna. Då burkarna räknas börjar hon först uppifrån med minsta burk,

---

<sup>62</sup> De uppbyggda tornen har olika höjd, burktorn 2 är högst, burktorn 1 näst högst och burktorn 3 är här lägst.

<sup>63</sup> 37 cm.

<sup>64</sup> 14 cm.

<sup>65</sup> 24 cm.

<sup>66</sup> 19 cm.

därefter pekar Ella nerifrån och upp på burktorn 4 säger ”den e liten”. Ella travar ihop både burktorn 4 och burktorn 3. Hon försöker stoppa i sina händer (en i varje) i (den innersta/minsta) h-burken i trave 3 och 4. Ella säger ”det är för små hål...det är för små hål”, när hennes högra hand fastnar i h-burken (burkset 3), och då handen dras ur, följer burken med. Ella säger ”ja stoppa handen i”. Ella lossar handen och stoppar tillbaka h-burken i trave 3. Ella försöker återigen stoppa ner handen i h-burken i den andra traven,(4) men hon får inte ner den och säger ”men inte i de hålet” Ella stoppar återigen handen i den innersta h-burken i trave 3 och säger ”men de e större”. (B, 2008-04-09, inspelningsvecka 23 Episod 21(23), 36(45))

Hon fortsätter att bygga torn och benämner burkarna efter färg, ”den orange var efter den gröna”, allt eftersom hon placerar burkarna.

Ella placerar slutligen den minsta burken röd/H-burken överst i sitt torn och säger ”den röda e efter den lila ..nu e det högst”. Ella tar burktraven (4) vänder på den och staplar burkar i torn på varandra (från A till H). Ella säger ”se se om det e högst nu då?” Ella frågar ”ska vi räkna?” Maria svarar ”ja det kan du ju göra, du kan ju räkna burkarna, du kan ju räkna själv”. Ella svarar ”jag kan räkna ner och upp” och pekar först på understa A-burken och sedan på översta H-burken i torn 3, hon pekar på översta H-burken i torn 3 och säger ”en”. Hon pekar och räknar, och när hon kommer till åttonde burken säger hon ”ättAA”. Hon böjer sig fram mot torn 4 och säger ”nu ja räkna dom”, Ella pekar på översta H-burken och börjar räkna ”en”. Hon fortsätter att peka och räkna. Då hon räknar fjärde burken, pekar hon också på den femte burken och säger ”fyra”. Hon fortsätter att peka och räkna burk för burk och pekar slutligen på den åttonde burken och säger ”sjuUU”. Maria svarar ”var det sju nu där ja ha”. Ella säger ”ja det var det .. vi tar isär dom” och travar ihop burkarna. (B, 2008-04-09, inspelningsvecka 23, Episod 22(23), 37(45))

Ella bygger upp och travar ihop burktornen i storleksordning. Tornens olika höjd beskrivs som något är högt och något är litet eller mindre. Ella anger att burkarna kan räknas nerifrån och upp och uppifrån och ner. Detta tyder på begynnande kunnande om principen om godtycklig ordning (Gelman & Gallistel, 1978). Hon räknar det högre tornets burkar till åtta och det något lägre tornets burkar till åtta men också till sju.

I februari (Episod 12) säger Alva ”ska bygga en torn... ett två TRE” men hon placerar burkarna över varandra i en vänd trave.

Alva (2:9) böjer sig ner för att se på burkarna i den vända traven, med botten upp. Alva räknar och pekar på burkkanterna ”en, två, tre, fyra, fem, sex, sju, ÅTTA”. Hon tar med båda händerna runt traven och lyfter av den översta A-burken och säger ”å hej!” Hon vänder den och ställer den på bordet med botten ner (a), hon tar nästa burk/B och lyfter av den, Alva ”å hää”. Alva placerar burken (B) precis på a-burkens kant (a-burken har botten ned och B-burken har botten upp) och säger ”kolla, kolla en, smörgås”. Alva tar burk för burk (från utsidan av traven) och bygger upp tornet i storleksordning.<sup>67</sup>

<sup>67</sup> a, B, C, D, E, F, G, H.

Tornet (3) svajar, Alva säger ”det rasar” och travar snabbt ihop burkarna. Hon tar ut h-burken som vänds till H, botten upp, och ställer den på bordet, tar G-burken och ställer den på/över H-burken och upprepar proceduren (med F, E, D, C, B-burkar) tills bara A-burken återstår. Alva säger ”kolla nu”, och håller upp A-burken högt upp i luften. Hon rör långsamt A-burken över traven, Alva säger ”ohhhhhhhhh donk”. Eskil frågar ”e de torn?”, Alva ”näå de e en krääckedil, den blidde inte högt”. (B, 2008-02-01, inspelningsvecka 13, Episod 12(19), 14(32))

I den ovanstående episoden anger Alva att hon ska bygga torn, men i stället bygger hon en vänd trave eftersom hon tar den minsta burken först och sedan den näst minsta och så vidare.

Alva tar i episod 13 burktraven och radar upp alla burkarna i storleksordning. Därpå tar hon den största av de kvarvarande burkarna och bygger upp dem i ett torn. När hon ska trava ihop burkarna igen tar hon av burk för burk från tornet och ställer ut dem i en storleksordnad rad på bordet och därpå tar hon burk för burk och släpper ner den i traven. Då hörs ljud (då burkar placeras på varandra) och hon räknar ”dunsarna”. Alva placerar burkarna tillsammans genom att (metodiskt) placera dem från den minsta av de kvarvarande (men även från den största av de kvarvarande). Hon ordnar även burkar i flera mindre fullständigt storleksordnade travar innan dessa förs tillsammans till en trave.

## En återblick

Ella visar att hon direkt urskiljer de dimensioner som varierar och dess värden och bygger oberoende upp torn med burkar från burkset 1, 2, 3, 4. Ella räknar burkarna, ibland ett exakt antal, ibland inte. Genom sin känsel och syn undersöker Ella volymen i de minsta burkarna från trave 3 och 4. När Alva släpper ner en burk i taget i traven kan hon benämna antalet till åtta, hon räknar och hör (se Ahlberg, 1997). Både Ella och Alva är nogga med att behålla ordningsrelationen mellan burkarna, oberoende av avsett objekt för lärande: att bygga upp, trava ihop eller ordna burkar i rad i storleksordning.

Barnen visar här en annan förmåga, att vända på burkarna och i stället för att börja bygga med den största burken (om burkarna byggs upp i torn) tar de den minsta burken först, då placeras burkarna över varandra i vända travar. I episod 12 med Alva tar hon burkarna och vänder dem så botten är upp, hon bygger en vänd trave och beskriver att ”den blidde inte högt”. Hennes utsaga tolkas här som om hon planerade att bygga upp burkarna i ett torn, men eftersom hon började med den minsta burken och därpå staplade burkarna på varandra i

ordning (från minst till störst) så får tornet inte den förväntade höjden. Här visas att samtidigt som storleken bedöms, bedöms även hur mycket som ryms eller vilka burkar som göms. Man kan fundera över ordet krååckedil, som används då barn placerar burkar eller ringar i torn. Om burkar förs på, lite häftigt, hörs ett högre ljud (när två föremål slår ihop) och ordet krock, krååckedil kan vara benämningen på ljudet. En annan fundering är kring ordet smörgås. En tolkning är att Alva associerar och jämför burkarnas öppning mot varandra till en så kallad dubbelmacka som har två sidor mot varandra. Burkarna från torn 3 har något bredare kanter runt öppningarna (än torn 1 och 2) och Alva pekar på varje kant samtidigt som de räknas till åtta. Att Alva placerar B-burken på a-burken med öppningarna mot varandra till skillnad från övriga burkar är en helt medveten strategi.

I de utförda handlingar som beskrivs ses en ökad förmåga i att ordna burkar i storleksordning på flera olika sätt, barnen vet olika alternativ för utförandet. När barnen bygger vända travar så kan de inte se ordningen som skapas, men om alla burkarna är placerade i den vända traven så är dessa också ordnade i storleksordning.

## Att öppna rum för eget ordnande

Barnen har vid tidigare observerade tillfällen diskuterat ankorna som hänger på en gren på väggen i matrummet och de har nu tillgång till 10 mindre ankor i plast. De har under en stund placerat ankor i rader, i cirklar eller i grupper men även i burkar. Eskil sitter tillsammans med Alva och Fred vid bordet. Han tar ut burk för burk (ur traven), från den minsta till den största burken och radar upp dem framför sig.

Eskil (2:8) placerar en anka i varje burk. Då en anka är placerad i varje burk blir det två ankor över.<sup>68</sup> Eskil stoppar i de två kvarvarande ankorna i a-burken. Nu innehåller alla burkarna en anka var, utom a-burken som innehåller tre ankor. Alva säger ”nu min tur”. Eskil svarar ”näå”. Eskil tar ankorna ur c-burken och d-burken och placerar dem i e-burken och säger ”dä va tre” (det är nu tre ankor i e-burken). Han tar ur ankan ur g-burken och sätter även den i e-burken. Eskil säger ”mera fem ankor bara där” (det är nu fyra ankor i e-burken). Han tar ur de tre ankorna ur a-burken och försöker placera dessa i e-burken. Då den sedan tidigare är full av ankor, så faller (de tre) ankorna av. Alva säger ”såå”. Eskil lämnar över burkarna till Alva och springer iväg (B, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 11(11), 19(31))

---

<sup>68</sup> 8 burkar och 10 ankor.

Eskil ställer burkar i storleksordnade rader, vilket är samma strategi som Alva använder för att ordna och placerar en anka i varje burk. Han gör sedan en ny fördelning samtidigt som han anger antalet och benämner ankorna med ”där va tre”, då han därpå tillför ytterligare en anka (fler objekt) så anger han ett annat antal, fem.

I episoden ovan undersöker Eskil ett annat erbjudande till handling och han beskriver och agerar i relation till de olika dimensioner av variation som urskiljs. Burkarna radas upp efter storleksordningen i traven och han bedömer också volymen, hur många ankor som ryms (8 värden, storlek och volym är helt korrelerat) i relation till en annan dimension av variation, antal, med 10 identiska ankor. Eskil placerar först ankor efter ett-till-ett-principen (Gelman & Gallistel, 1978; Mix, 2002, 2009; Sophians, 1988). Därefter tillförs en anka till en mängd som tidigare benämnts som tre, ett ytterligare värde inom dimensionen antal urskiljs, och ett annat räkneord (som beskriver fler enheter) anges för benämningen av antalet ankor (se Zur & Gelman, 2004).

### Alva och Ella öppnar rum för eget ordnande

I april bygger Ella (3:0) upp burkar i torn (4)<sup>69</sup>. Hon tar burkarna efter ordningen i traven och placerar ihop burkar två och två i ”berg”, totalt fyra berg.

Ella tar av a-burken från traven, ställer den med botten upp på bordet (A), tar B-burken ställer den på A-burken. Tar ur C-burken ur traven, ställer den med botten upp på bordet och tar D-burken och ställer den på C-burken etcetera. Hon bygger ihop burkarna två och två, en mindre på en större i storleksordning (fyra torn/staplar). Ella säger ”ja skulle två berg” Maria frågar ”har du gjort två berg?” Ella studerar ”burkbergen” på bordet<sup>70</sup>. Ella säger ”de ska räcka med en” och räknar sina burkar, samtidigt som hon pekar på översta burken i varje ”berg”, ”en, två, tre o fyra”. Maria svarar ”å fyra”. Ella replikerar ”fyra berg!” Maria frågar ”har du fyra berg?” Ella säger ”gör dom igen” och travar ihop burkarna genom att ta dem i ordning, först översta/minsta burken sedan den undre/näst minsta och väljer ett nytt ”par/berg” osv. Ella säger ”jag gjorde rätt” och vänder på burktraven. Ella fortsätter ”så ska den se ut”. Hon tar A-burken och placerar B-burken på. Ella säger ”ett berg”, sedan tar hon C-burken, ställer den på bordet och placerar D-burken på. Ella säger ”o här kommer ett till två beerrrg”. Ella fortsätter att placera ut E+F-burkarna och säger ”o här kommer ett berg”. Till sist placerar hon ut G+H och säger ”o fy fyra berg”. Ella pekar på varje ”burkberg” ett i taget och räknar ”ett, två, tre, fyra” och plockar ihop burkarna i en trave (från h till a). Ella säger ”de e rätt”. Maria frågar ”jaha har du gjort rätt?” Ella svarar ”jaa för de ska va så de ska inte va fel”. Maria svarar ”nääh ..hur vet man att det är rätt då?”

<sup>69</sup> Det tar 35 sekunder för henne att bygga upp burkar i torn, att trava ihop burkarna igen tar 11 sekunder.

<sup>70</sup>

B	D	F	H
A	C	E	G

(Ella svarar inte). Hon upprepar proceduren att ställa två burkar på varandra och räknar allt eftersom hon staplar på burkar ”ett berg, två berg, tre berg, fem berg, (ohörbart) berg...det var åtta berg” (8 burkar, 4 burkstaplar med två burkar i varje). Ella pekar och räknar ”en, två, tre, åtta...ja åtta” och travar ihop burkarna (B, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 20(23), 35(45))

Ella för ihop burkarna två och två allt eftersom hon tar av dem och storleksordningen bibehålls. Då burkarna byggs upp A+B, C+D, E+F, G+H ses en fallande höjdskala från de högre till de lägre tornen/bergen<sup>71</sup>. Ella anger antalet burkar till åtta och burkbergen såväl till fyra som till åtta. När burkarna travas ihop ordnas de i storleksordning från den minsta till den största. Eftersom burkarna inte vänds kan hon inte se om burkarna placeras i ordning förrän de är travade tillsammans och ingen burk blir över.

Alva står vid kanten av bordet och gnuggar näsan mot bordskanten, på bordet står 10 plastankor och burkarna ur torn 4 utspridda. Hon klättrar upp på stolen och Eskil kommer och sätter sig vid Alva.

Alva (2:11) ställer ut ankorna på rad, och tar sedan burkarna som ställs i en storleksordnad rad. Alva studerar sina burkar och ankor. Hon stoppar en anka i varje burk (börjar med den minsta burken, sedan den näst minsta osv.). Då hon bara har två ankor kvar på bordet tar hon en anka i var hand. Alva säger ”inga mer burkar”, Maria svarar ”nej nu hade du inte mer burkar. Nu har du två ankor över”. Alva för ihop ankorna (undersida mot undersida) och lägger dem sedan på bordet. Hon tar ur ankorna ur burkarna och travar först ihop de fyra minsta burkarna i en trav<sup>72</sup>. Sedan travar hon ihop de större burkarna<sup>73</sup>. Hon har nu två travar med fyra burkar i varje. Hon placerar traven med de mindre burkarna i traven med de större. (B, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 15(19), 26(32))

I episoden radas först alla burkarna upp i storleksordning och en anka placeras i varje. Då burkarna är färre än ankorna återstår två ankor eftersom ankorna placeras efter ett-till-ett-principen.

I maj (Episod 17) bygger Alva torn<sup>74</sup> och hon anger att det är åtta burkar i tornet. Hon tar loss burkarna igen och bygger ihop tre vända travar genom att placera ihop G och F-burkarna, E och D-burkarna samt C, B och A-burkarna. I juni har

---

<sup>71</sup> A+B=14 cm, C+D=13,5 cm, E+F=12 cm, G+H=11,5 cm.

<sup>72</sup> h, g, e, f.

<sup>73</sup> d, c, b, a.

<sup>74</sup> Alva har sju burkar, H-burken saknas.

Alva byggt tre vända travar med burkarna två och två eller tre<sup>75</sup>, därpå placerar hon dem över varandra i en vänd trave.

Alva (3:1) lossar burkar ur traven, radar upp dem från den minsta till den största och travar ihop dem igen. Hon vänder på traven och bygger upp ett torn. Chris säger ”snart e de min tur”. Alva tar av burkarna i tornet, en i taget, och bygger ihop en ”vänd trave” (botten upp) från den minsta till den största. Hon har nu den ”vända” traven framför sig på bordet och bygger upp tornet igen genom att ta den yttersta burken. Alva frågar Chris om han ska bygga torn. Chris svarar ”ja de ska ja”. Alva säger ”då måste du då måste du så eller m ..göra rad”. Och hon pekar på sitt torn (från A till G). Hon travar ihop burkarna och skjuter över traven till Chris. (B, 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 18(19), 30(32))

Alva visar Chris sin strategi att behålla ordningen och beskriver att ordningen är viktig då hon säger ”då måste du så eller göra rad” och pekar på tornet. Hon visar att han bör ta burk för burk, antingen ur den vända traven eller genom att ställa ut burkar på rad, för att behålla ordningen vid tornbyggen och då ta den största och yttersta av de kvarvarande burkarna och placera den (som nästa burk) i tornet.

## En återblick

I de redovisade episoderna visar Alva att alla burkarna har olika storleksvärden som måste fokuseras. Hon bygger först tre vända travar med två eller tre burkar i storleksordning, därefter sätts dessa samman till en vänd trave och senare byggs en vänd trave utan att burkarna ordnas i andra grupper. I februari (se Episod 12) beskrev Alva först att hon skulle bygga ett torn, men hon byggde i stället en vänd trave. I episoden ovan (Episod 18) visas (i handling) att hennes avsedda objekt för lärande är att bygga en vänd trave.

Alva beskriver och visar hur hon har ordnat och ordnar burkar återkommande i rader eller genom att ta den största burken ur traven, vända den och placera den först, om objekt för lärande är att bygga upp burkar i torn. Alva pekar på kanten på varje burk för att söka information om burkarnas antal och jämför dem med det räkneord som hon uttalar. Genom att föra ankornas undersida mot varandra jämförs och urskiljs att undersidan på ankorna är lika stora. När hon placerar en anka i varje burk jämförs ankornas antal med burkarna antal och hon ser att det är fler ankor än burkar. Hon jämför burkarnas volym då en eller flera ankor kan rymmas i burken. Burkarna fördelas och grupperas även i olika travar som

---

<sup>75</sup> Hon har samma förfaringsätt här som i maj.

ordnas i fullständig storleksordning, i par eller tre och tre, innan de återigen placeras tillsammans i en trave.

Ett mönster av variation som visas (i analysen) är fusion när Ella för ihop dimensioner av variation då hon vet burkarnas torntillhörighet, hur de ska vändas samt burkarnas storleksvärden (hon vet att alla 35 burkarna har fyra torntillhörigheter och ett specifikt storleksvärde<sup>76</sup>). Därpå grupperas burkar på andra sätt (med färre enheter<sup>77</sup>, eller som berg<sup>78</sup>).

## Att ordna, från ordning till ordning med ringar och ringtorn

I denna del visas barnens arbete med ett av ringtornen och avsnittet är strukturerat på samma sätt som tidigare avsnitt med burktornen. I sista delen redovisas endast episoder med Ella och Alva då de öppnade andra rum för lärande än Chris och Eskil.

### Att ordna ringar

I januari får Eskil låna ett nytt ringtorn för första gången. Han har väntat på sin tur och sett hur Ella (2:9) placerar ringar på skaftet i den konventionella ordningen, från störst till minst.

Eskil (2:5) tar av knoppen och de två översta ringarna (F+E) som han trär på igen, studerar hålet som går rätt igenom knoppen och trär på knoppen. Han ser att skaftet sticker upp över ringarna och han rullar på knoppen och frågar ”fattas det en?” Eskil försöker återigen ta av ringarna. De sitter ganska trångt på skaftet och så fort man vinklar ringarna så fastnar de. De måste föras av rakt upp. Han tar av K, F, E, D-ringarna. Ella frågar om hon ska hjälpa honom, men Eskil tar inte någon notis om Ellas fråga. Han ska ta av C-ringen, men den är svår att ta av och när han så småningom får av den så säger han högt ”Jaa!”. Maria svarar ”den är lite hård du!” När han ska ta av B-ringen och A-ringen så kan han inte ta loss dem från skaftet och han låter dem vara kvar. Eskil håller först knoppen (se Tablå 7:1) över skaftet, men ändrar och trär i stället på F-ringen. Sedan träs D-ringen på och knoppen (7:2) tas av (7:3). Ella frågar ”Ja ha den nu?” Eskil trär på C-ringen och därefter knoppen (7:4), tar återigen av knoppen (7:5) och trär sedan på E-ringen (7:6) och knoppen/K (7:7). (R, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 1(20), 5(31))

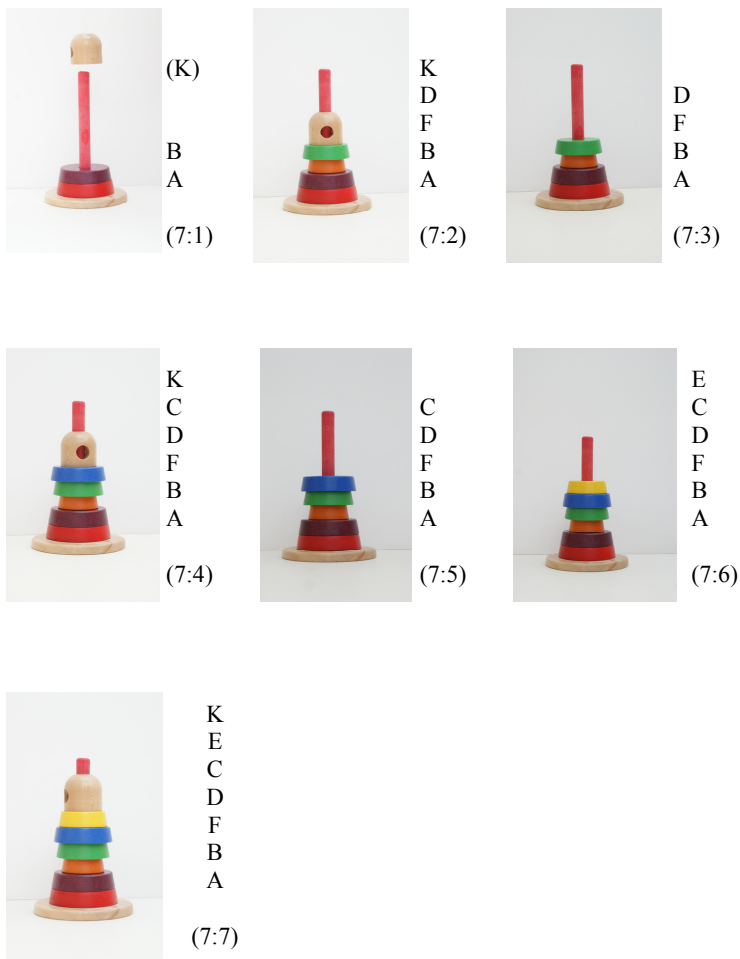
---

<sup>76</sup> Se Episod 16.

<sup>77</sup> Se Episod 21.

<sup>78</sup> Se Episod 20.





Tablå 7.

Eskil får återigen tornet (efter att Ella har lagt ringarna i storleksordning).

Eskil tar av knoppen och ringarna, alla utom A-ringen. Den sitter fast på skaftet och han vänder skaftet nedåt mot bordet och försöker skaka loss ringen. Eskil säger ”det är svårt!” Maria kommenterar ”jo då det går”, Eskil svarar ”nejjj!” Han försöker dra av ringen från skaftet. Eskil säger ”går inte, det går inte! INTE!” och får hjälp att ta av A-ringen från skaftet. Han placerar C-ringen på skaftet (8:1) och trär sedan i rask följd på B (8:2), E (8:3). När han ska placera D-ringen vänder han den först till d och därefter vänder han ringen tillbaka till D innan den placeras på skaftet (8:4), F (8:5) och A-ringen på skaftet (8:6). Han lägger sig över bordet. Ella säger till honom ”de ska inte va så!”

Eskil tar knoppen och trär den på skaftet (8:7) (R, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 3(20), 7(31))



C  
(8:1)



B  
C  
(8:2)



E  
B  
C  
(8:3)



D  
E  
B  
C  
(8:4)



F  
D  
E  
B  
C  
(8:5)



A  
F  
D  
E  
B  
C  
(8:6)



K  
A  
F  
D  
E  
B  
C  
(8:7)

Tablå 8.

De ringar som är lättast att ta av är de minsta F-D, och de stora ringarna är svårare att hålla runt och därpå föra dem rakt upp. Eskil orienterar alla ringarna åt samma håll.

Med utgångspunkt i episoderna ovan och de valda teoretiska verktygen visas att ringtornets delar har olika funktion, en knopp, ett skaft och sex ringar. Knoppen placeras överst och den avslutar aktiviteten. Ringarna placeras på skaftet och styr barns handlingar, en ram som ringarna ska placeras inom. Skaftets längd och dess diameter och ringens hål i mitten samt ringens diameter avgör hur lätt eller svår ringen är att ta av. I tablå 7 visas att några ringar placeras på skaftet och knoppen träs på. Därefter tas knoppen av, fler ringar placeras och knoppen förs på. I episod 3, Tablå 8, prövar Eskil ringens orientering, då D-ringen först orienteras till d (stor sida upp) och sedan tillbaka till D innan den placeras på skaftet. Detta är en av de dimensioner som varierar och som måste urskiljas om tornet ska byggas upp i en konisk struktur och orienteringen har 2 värden. I episod 3 placeras Eskil ringarna i ordning, en mindre-än och en större-än (två värden inom dimensionen storlek). En förutsättning för att kunna placera ringar på skaftet är att man kan ta av ringarna och i episoden visas att de minsta ringarna är lättast att ta av och Eskil behöver och får hjälp med de största ringarna (A, B). Senare visas att han själv kan ta av B-ringen, men ber och får hjälp med att ta av A-ringen. Inledningsvis placeras han ringarna i vilken ordning som helst, alla ringarna är placeringsbara på varandra.

## Chris ordnar

Eskils agerande med ringtorn kan jämföras med de andra barnen i gruppen. Ett exempel är Chris. Vid det första dokumenterade tillfället är A-ringen svår att ta av, så han låter den vara kvar på skaftet.

Då Chris (3:0) trär på ringarna i en "annan ordning" än den som de andra barnen tycker är riktig, kommenterar Alva hans handlingar och säger "det är tokigt, det är tokigt". Chris börjar då plocka av några ringar och trär på dem igen men ordningen är återigen en annan. Alva fortsätter och säger "tokigt". Nu kommenterar också Eskil Chris placering av ringar och säger "nej det är tokigt". Alva pekar på F-ringen i tornet och säger "den ska inte vara där". Chris fortsätter trots de andra barnens protester och placerar till sist B-ringen i sitt torn och säger "sååå".<sup>79</sup> Ella säger till Chris "du glömde sätta på den (om knoppen). Eskil pekar på E-ringen. Chris säger "det är så tokigt, så tokigt". Chris tar av ringarna och trär på dem igen. Chris bror säger till Chris "det är såå feel ...den där lila ska va på röd". Chris svarar med ett bestämt "NEEJ" (R, 2008-03-05, inspelningsvecka 18, Episod 1(13), 4(19))

Chris får åter ringtornet och säger "jag är konstig.. jag inte.. gör så här". Alva svarar honom "varför gör du det då?" Alva säger "jag gör den och den och den och den, du gör tokigt, samtidigt som hon pekar på ringarna på golvet (i storleksordning). Chris prövar att ta av A-ringen, men får inte av den. Han låter A-ringen vara kvar och trär på

---

<sup>79</sup> Ringarna är placerade från: A (tas ej av från skaftet), F, D, C, E, B.

ringarna igen. Alva säger ”nu blev det visst tokigt”.<sup>80</sup> (R, 2008-03-05, inspelningsvecka 18, Episod 2(13), 5(19))

Chris är osäker på den ring som han ska placera då den av brodern endast benämns med dess färg. Alva visar en annan strategi då hon samtidigt både beskriver och pekar på den avsedda ringen. Han säger själv att han gör tokigt och att ringarna borde vara placerade på annat sätt, men han förändrar inte ordningen trots att han får hjälp av de andra barnen.

## En återblick

I episoderna ses likheter och skillnader i barnens förfaringssätt med materialet. Ringens storlek (diameter) har betydelse om barnen ska kunna ta av den med en eller två händer. De dimensioner av variation och dess värden som barnen behöver urskilja för att bygga koniska torn är hur ringen ska orienteras (två värden) samt att alla ringar har olika storlek. Chris orienterar oftast ringarna med stor sida ner. Han har urskiljt hur ringen ska vändas för att bygga upp koniska torn från storleksordningen störst till minst. Men ringarna placeras därpå i olika ordningar. Att alla ringarna ingår i en storleksordnad serie (olika värden) urskiljer han inte än. De andra barnen, framför allt Alva och Ella, försöker på olika sätt öppna rum för lärande och de påpekar för Chris att han placerar ringarna i en annan ordning än den de förväntar sig.

## Att ordna i partiell ordning

I mars trår Eskil *nissa* ringar i storleksordning på skaftet. I inledningen av episoden nedan sitter Eskil och tittar på Alva och Ella. För att placera ringarna behövs dessa först tas av, vilket inte längre utgör någon svårighet. Ella hjälper honom att placera ringarna i ordning, genom att hon pekar eller beskriver den ring som ska placeras näst med dess färg. Ringarna placeras i partiell ordning (3 storleksvärden). Eskil får tornet igen, efter att Alva har byggt upp och ordnat ringar i serieordning<sup>81</sup>. Han tar av knoppen, ringarna läggs ut i rad allt eftersom dessa tas av, K, F, E, D, C, B, A.

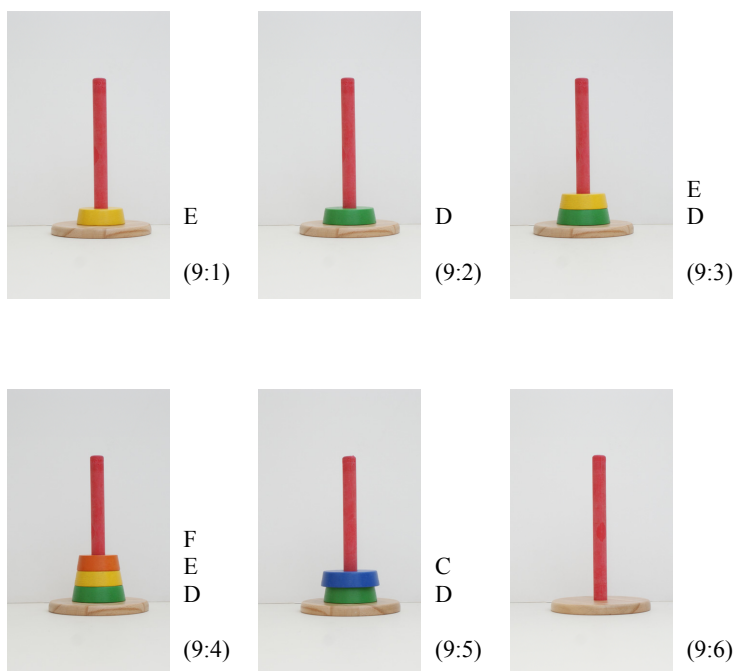
Först trår han på E-ringen (9:1) men han tar av den igen, trår på D-ringen, E-ringen (9:2), F-ringen (9:3). Han tar C-ringen och håller den i höger hand och plockar av med vänster hand F-ringen och E-ringen (9:4). Eskil säger ”glömde denna!” Han trår på C-

---

<sup>80</sup> Ringarna är placerade: A (tas ej av från skaftet), B\*, E, C, D, F, K.

<sup>81</sup> Tornet går runt och barnen turas om.

ringen och ser när den ligger på D-ringen (9:5) och säger ”näää”. Tar av C och D-ringarna (9:6). Ella säger nu till Eskil ”det är den röda ringen!” (A-ringen) (R, 2008-03-14, inspelningsvecka 19, Episod 5(20), 11(31))



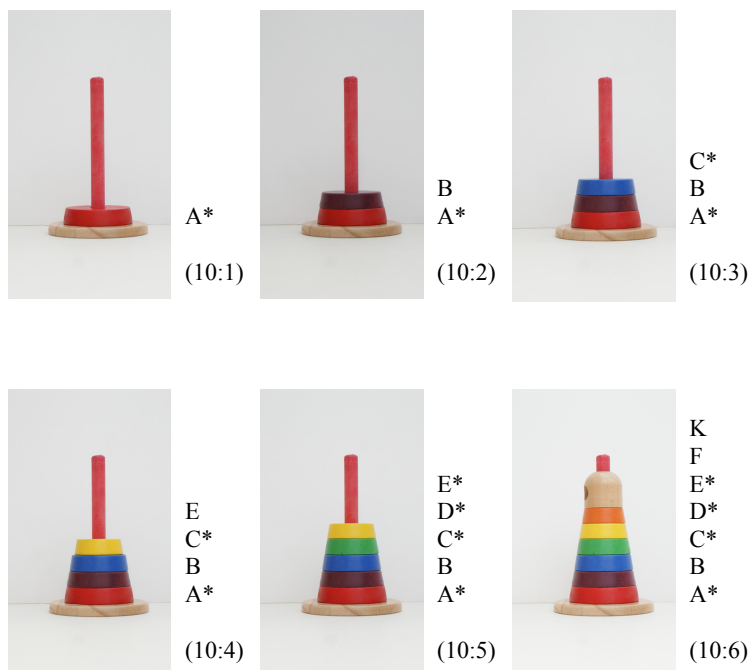
Tablå 9.

I senare delen av episod 5 placeras ringarna ut i en storleksordnad rad allt eftersom Eskil tar av dem från skaftet, eftersom Ella tidigare har placerat ringarna i tornet. Eskil börjar med A-ringen och placerar så småningom även den minsta F-ringen överst. Ella hjälper honom att placera vissa ringar (de mellanstora) i storlek.

Vid tillfället den 18 mars (Episod 8) bygger Eskil upp ett torn med alla ringarna och av dessa är fyra ringar ordnade i storleksordning till ett partiellt ordnat torn, (i ordning B, C, **A, D, E, F**, K). Därefter placeras först a-ringen och sedan b-ringen på skaftet. Han upptäcker omgående att han har vänt ringarna och tar av dem.

Eskil (2:7) tar a-ringen och sträcker fram den till Ella och frågar ”kan du hjälpa mig?” Ella tar a-ringen och vänder den till A och trär den på skaftet (10:1). Eskil vänder b till B

och trär på B-ringen (10:2). Sedan tar Ella på C-ringen (10:3). Eskil trär på E-ringen (10:4) som Ella tar av. Ella sätter i stället dit D-ringen. Därefter tar hon på E-ringen (10:5). Eskil trär på F-ringen. Ella säger ”ja så”. Eskil trär på knoppen (10:6). (R, 2008-03-18, inspelningsvecka 20, Episod 8(20), 14(31))



Tablå 10.

Sammanfattningsvis så visar Eskil att han har urskiljt vissa värden inom dimensioner av variation, exempelvis orientering så att alla ringarna vänds åt samma håll, med stor sida ned. I inledningen av episod 8 (18 mars) ordnas 4 ringar i storlek så vissa värden inom storleksdimensionen som varierar har differentierats och ringarna placeras i en partiell storleksordning. Den ring som han måste börja med, om avsett lärandeobjekt är att bygga torn från stor till liten, är A/a-ringen och han både placerar själv och ger Ella A/a-ringen eftersom han vill att hon ska börja bygga upp tornet. Han placerar F-ringen överst. I episod 8 placeras de två största ringarna underst och den minsta ringen överst i tornet. Eskil lägger ut ringar i rad (se Episod 5) allt eftersom de tas av och får en fullständigt storleksordnad rad eftersom ringarna från början var placerade i

storleksordning. När ringarna ska placeras på skaftet igen tas de från raden i en annan ordning, då ordningsrelationen inte har differentierats.

## Alva och Chris ordnar i partiell ordning

Olle, Ella och Chris (3:1) sitter vid lilla bordet i matrummet.

Olle har med visst bistånd av Chris byggt ett partiellt ordnat torn. Olle säger att det är fel men Chris hävdar med bestämdhet att det är rätt. Chris tar tornet från Olle. Olle protesterar men Chris säger ”min tur”. Olle svarar ”och sedan Ellas tur”. Chris tar av knoppen och ringarna och lägger dem på bordet. Chris fortsätter ”det går fram och tillbaka”. Ella svarar ”fram och tillbaks”. Chris trär på A och b-ringen därefter E, C, D och F-ringarna. (R, 2008-04-23, inspelningsvecka 25, Episod 4(13), 7(19))

Chris får tornet och plockar av knoppen och ringarna och säger ”sedan är det Ellas tur”. Återigen trär han först A och sedan B-ringen på skaftet. Han tar upp och känner på D-ringen och studerar tornet, lägger ner D-ringen och trär i stället på F och C-ringarna, han ser och säger att ”det var fel,” och plockar av de översta ringarna (F, C) men låter A och B-ringar vara kvar på skaftet. Chris lägger F-ringen ovanpå C-ringen och jämför dem, därefter trär han först C-ringen på skaftet. Sedan tar han D-ringen och säger ”deen”. Nu pekar Ella på de kvarvarande ringarna (som ska placeras) och han trär först E och sedan F-ringen på skaftet. Han säger ”kolla jag kunde”. Chris klappar ihop händerna (applåderar) när han har lämnat över tornet till Ella. (R, 2008-04-23, inspelningsvecka 25, Episod 5(13), 8(19))

I episoderna 10–11 (se episod nedan) ordnar Chris vissa ringar i den storleksordning som anses ”riktig”. Alva visar honom och beskriver och pekar samtidigt. Chris lägger med Alvas hjälp ringarna i en förväntad (upplevd riktig) ordning.

Chris (3:2) plockar av alla ringarna och börjar med att trä på A och B-ringen. Han tar på D och sedan C-ringen men säger omgående ”inte den”. Han tar av C och D-ringarna, men prövar i stället med E-ringen. Då protesterar Alva ”necj den!” Hon pekar på C-ringen. Chris lägger nu på ringarna efter Alvas instruktioner. Sist trär han på F-ringen, (R, 2008-05-23, inspelningsvecka 29, Episod 10(13), 14(19))

Chris studerar tornet och känner på ringarna som placerats på bordet eller på skaftet. Han placeras först 2 ringar i storleksordning, därefter 4 ringar. Att först A och sedan B ska placeras på skaftet görs direkt. I episod 10 placerar Chris först ihop A och B-ringen, därefter D och han prövar med C och E och sist förs F-ring på.

Alva sitter tillsammans med Eskil i målrummet. Hon har tagit av fem ringar som Eskil tidigare placerat på skaftet i en annan ordning (11:1).

Alva (2:9) tar A-ringen och trär den på skaftet (med stor sida ner). Hon känner på kanten mellan e-ringen och A-ringen (11:2) och tar av A-ringen (11:3). Hon tar F-ringen och trär på (11:4). Hon studerar ringarna på skaftet, sedan trär hon D-ringen (som har stor sida ner, 11:5). Återigen ser hon på ringarna som är placerade på skaftet. Alva säger ”nej inte såå” och tar av D och F- ringarna (11:6), men behåller D och F-ringen, en i varje hand. Sedan för Alva långsamt ner d-ringen (11:7).



e

(11:1)



>A<  
>e<

(11:2)



e

(11:3)



F

e

(11:4)



D  
F  
e

(11:5)



e

(11:6)



d

e

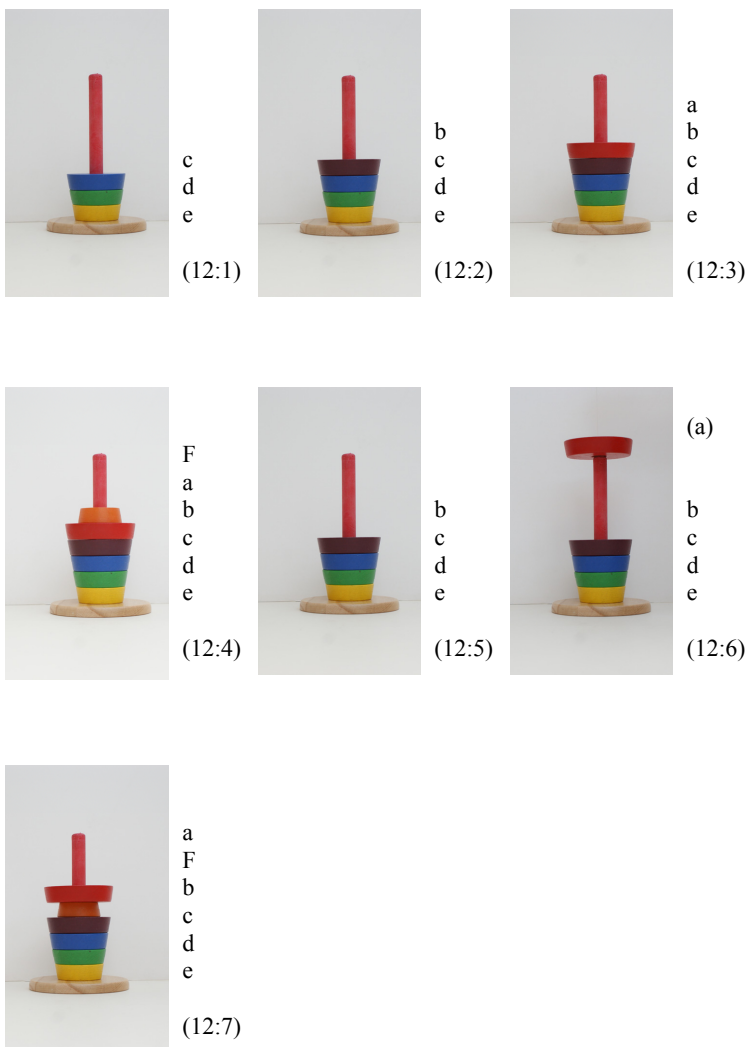
(11:7)

Tablå 11.

Fortsättning av episoden.



Alva trär på c-ringens (12:1) och tar i a-ringens (som hon först har vänt), men ångrar sig och väljer i stället b-ringens (12:2). Därefter placeras a-ringens (12:3) och F-ringens (12:4). Hon studerar tornet och plockar av både F och a-ringens på en gång (12:5). Därefter tar hon och håller a-ringens över skaftet (12:6) men tar bort den. Alva trär sedan på F och a-ringens (12:7). (R, 2008-02-01, inspelningsvecka 13, Episod 1(13), 11(32))



Tablå 12.

Ringarna ordnas i tornet från störst till minst och även från minst till störst. Eftersom Alva inte tar av alla ringarna utan har e-ringens kvar på skaftet så

orienteras ringarna i storlek efter e till a. Ett koniskt torn byggs i 5 storleksvärden.

## En återblick

I ovanstående episoder ordnas först några ringar i storlek, framför allt så placeras A ringen först och F-ringen sist av Chris och vissa av storleksdimensionens värden erfars (först differentieras 2 värden ut, sedan 4 värden). I episod 6 visas mönster av variation då Chris jämför F-ringen mot C-ringen när han placerar dem på varandra och avgör storleksvärdet, vilken ring som är större än och ska placeras först, före den ring som är mindre än. Han placerar C-ringen på B-ringen. Chris avsedda objekt för lärande är att placera ringarna i storleksordning och när han med Ellas hjälp har placerat alla ringar i ordning uttrycker han att ”kolla jag kunde”. Hur ringarna ska placeras stipuleras av den upplevda relevansstrukturen, där ett sätt anses som mer riktigt. Alva placerar, i sista delen av episoden (Tablå 12), fem ringar i storlek. En annan dimension av variation är orientering. Alva visar då hon bygger upp från liten till stor att ringarnas orientering ordnas om, så ringens största sida vänds upp. Hon utgår från e-ringen och ser ett annat sätt att placera ringarna och jämför d-ringen med e-ringen (e+d), och d-ringens storlek jämförs med c-ringen (d+c). Därefter jämförs b-ringen med c-ringen (c+b) sedan jämförs b-ringen med a-ringen (b+a). Episoderna visar att allt fler storleksvärden differentieras: de större och de mellanstora samt de mindre.<sup>82</sup>

## Att ordna i storleksordning

I april får Eskil (2:7) ringtornet av Ella (3:0). Ella har orienterat ringarna åt olika håll och i en annan storleksordning än den som anses rätt. Eskil kommenterar ordningen som Ella har lagt ringarna i och säger att så ska inte ringarna vara placerade. Han tar av och vänder ringarna så de flesta av dem är orienterade med samma sida upp. F-ringen ligger på golvet men Eskil bryr sig inte om att ta upp den.

Han placerar först b-ringen därefter C-ringen på skaftet och känner med fingret på mellanrummet/kanten mellan b och C-ringarna (13:1). Därefter trär han på D-ringen (13:2). Han känner på mellanrummet mellan C och D-ringen. Han trär på E (13:3), tar sedan A och håller den över skaftet (13:4), tar bort A, tar av E-ringen (13:5) och trär på A-ringen som han tar av igen (13:6). Han tar också av D-ringen (13:7). Eskil säger ”det

---

<sup>82</sup> I något fall de största (A+B), därefter någon mellanstor (C/D) och någon liten (F).

är tokigt!” Maria svarar ”är det tokigt Eskil?” Han sätter tillbaka A-ringen på skaftet och studerar tornet (13:8), tar av både A och C-ringarna (nu finns endast b-ringen kvar på skaftet, 13:9). Han sätter tillbaka A-ringen igen (13:10) och därefter C (13:11) och sedan E-ringen, han för E-ringen upp och ner på skaftet och känner på mellanrummet mellan C och E-ringarna (13:12) och sedan trär han på D-ringen men tar direkt av den igen men behåller den i handen, tar även av E-ringen och trär först på D-ringen igen (13:13). Han ser på ringarna och trär på E-ringen och stryker med handen på utsidan av tornet (13:14) och trär sist på knoppen (13:15). Eskil frågar ”igen!” Maria svarar ”ja visst, men har du inte tappat en på golvet?”.



>C<  
>b<  
(13:1)



>D<  
>C<  
b  
(13:2)



E  
D  
C  
b  
(13:3)



(A)  
E  
D  
C  
b  
(13:4)



D  
C  
b  
(13:5)



A  
D  
C  
b  
(13:6)



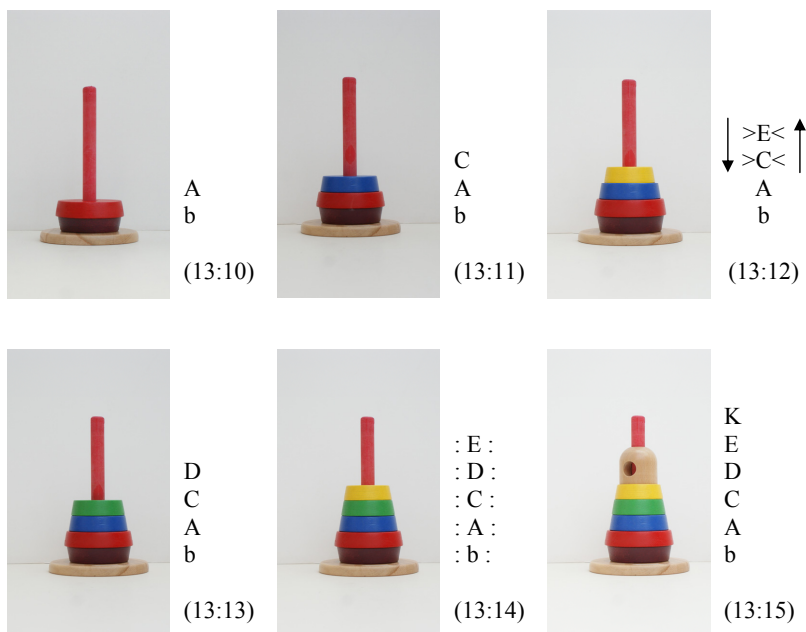
C  
b  
(13:7)



A  
C  
b  
(13:8)



b  
(13:9)



Tablå 13.

Eskil tar av alla ringarna och vänder b-ringen till B. När Eskil åter tar i B-ringen säger han ”den ska inte vara, den ska inte vara”. Maria säger ”du kanske ska ta en annan först?” Han har lagt ringarna på rad efter dess placering på skaftet men har nu återigen vänt B-ringen (till b).

Han tar A-ringen och trär på den på skaftet (14:1). Sedan tar han E-ringen på skaftet och studerar E-ringen som ligger på A-ringen (14:2). Han tar av E och tar på D-ringen (14:3). Han tittar på D som ligger på A-ringen. Han trär på E-ringen och studerar tornet (14:4). Sedan för han på C-ringen (14:5), som han direkt tar av, men håller kvar i sin hand (14:6). Han tar av E-ringen med andra handen (14:7), lägger den på bordet, tar av D-ringen (14:8). Placerar därpå C-ringen på A (14:9) och trär på D-ringen (14:10) och E-ringen (14:11). Han tar b-ringen med höger hand, vänder den från b till B och tar av E-ringen med vänsterhanden (14:12), trär på B-ringen och studerar tornet. Han tar av B-ringen men behåller den i sin hand och tar av D-ringen med andra handen (14:13), därefter träs B-ringen på igen (14:14). Han tar av B-ringen (14:15), men behåller den i sin hand och med andra handen tar han av C-ringen (14:16). För på B-ringen (14:17), tar sedan på C-ringen och studerar tornet (14:18). Därefter lägger han på D-ringen (14:19) och sedan E-ringen (14:20). Sist trär han på knoppen (14:21).<sup>83</sup> (R, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 10(20), 21(31))

<sup>83</sup> F-ring ligger kvar på golvet.



A  
(14:1)



E  
A  
(14:2)



D  
A  
(14:3)



E  
D  
A  
(14:4)



C  
E  
D  
A  
(14:5)



E  
D  
A  
(14:6)



D  
A  
(14:7)



A  
(14:8)



C  
A  
(14:9)



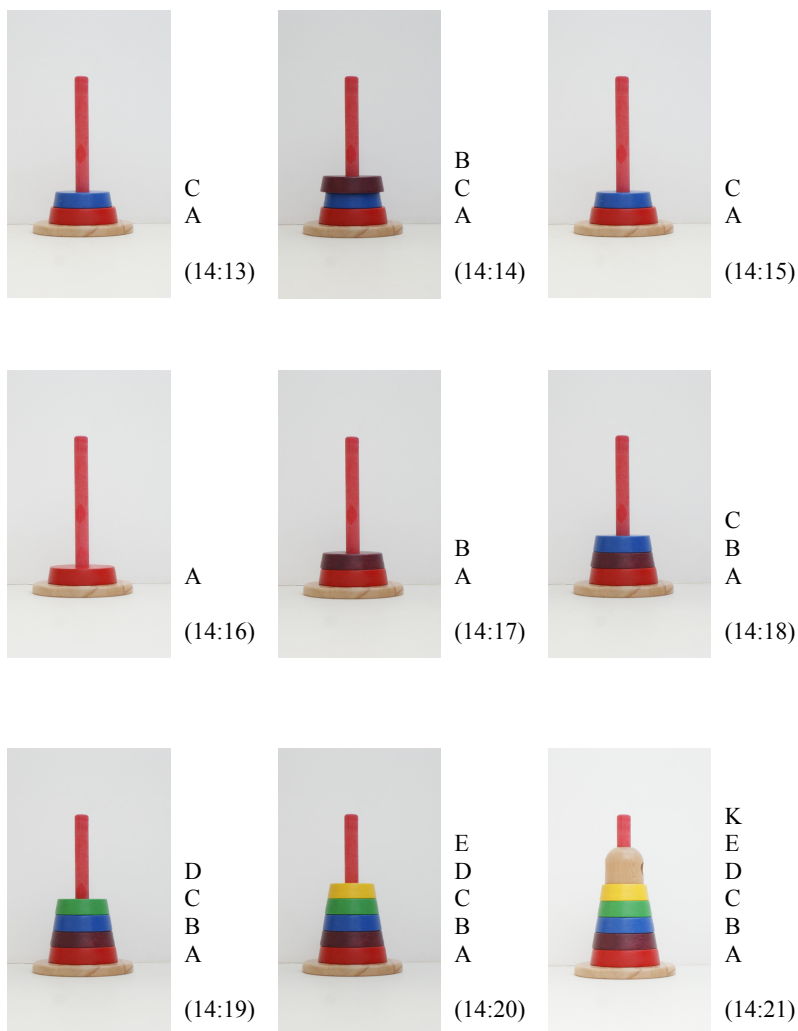
D  
C  
A  
(14:10)



E  
D  
C  
A  
(14:11)



D  
C  
A  
(14:12)

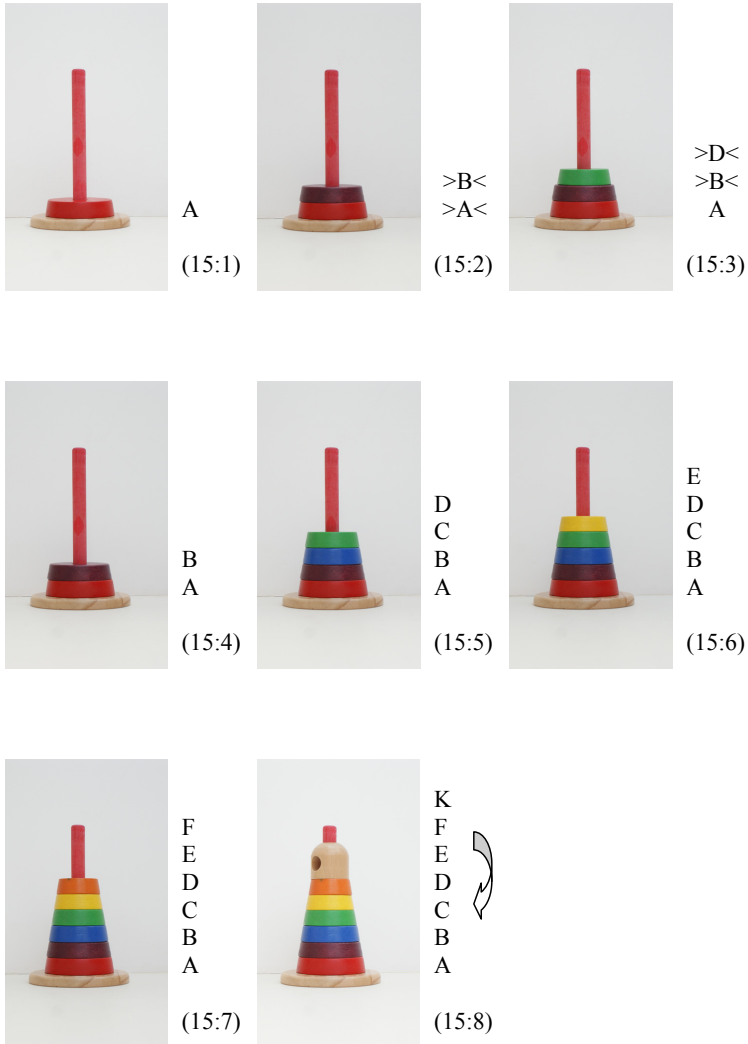


Tablå 14.

Läraren (Erna) tar upp F-ringen från golvet och lägger den på bordet. Eskil tar av alla ringarna från skaftet och lägger dem på rad (K, E, D, C, B, A). Eskil säger då han tar av A-ringen *"det är något med denna först"*.

Han trär åter på A-ringen (15:1) och B (15:2) och känner på kanten mellan A och B-ringarna. Sedan tar han F-ringen men ångrar sig och lägger tillbaka den på bordet. Han tar i stället D-ringen som han trär på skaftet, känner på kanten mellan ringarna (15:3)

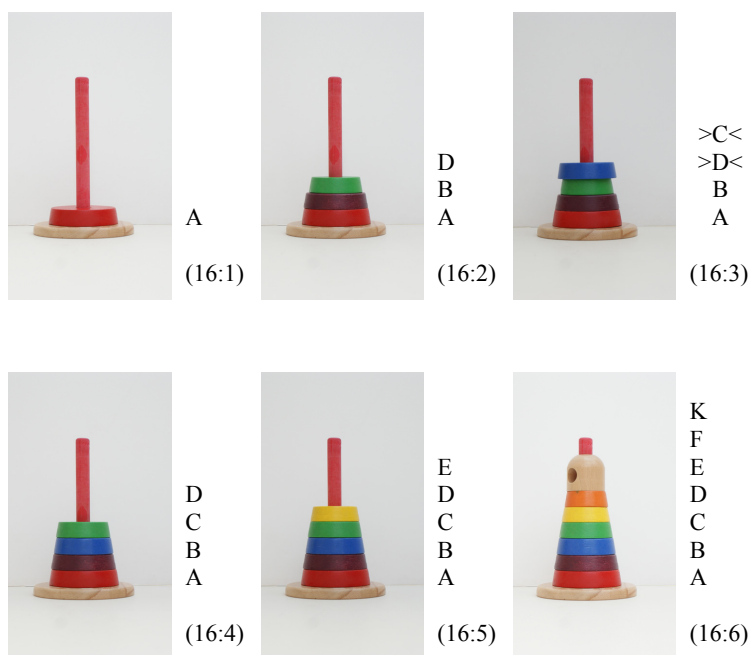
och tar omgående av D-ringen igen (15:4) och trär i stället på C-ringen. Eskil trär därefter på D-ringen (15:5), han tittar ner på tornet där D-ringen ligger på C-ringen. Sedan tar han på E-ringen (15:6) och därefter F-ringen (15:7) och knoppen. Han tar med handen på ringarnas kanter och rullar dem runt (15:8). (R, 2008-04-01, inspelningsvecka 22, Episod 13(20), 24(31))



Tablå 15.

Eskil tar av knoppen och F-ringen. Därefter provar han om han kan ta av tre ringar samtidigt (E, D, C). E-ringen ramlar på bordet men de andra ringarna håller han i händerna (e-ringen ligger nu med stor sida upp på bordet). Han lägger ner ringarna, vänder e-ringen till E och lägger den på bordet. Han tar av övriga ringar och radar upp dem på bordet (E, C, F, D, B, A).

Eskil för på A-ringen på skaftet och säger: "nu e ee de me denna först" (16:1). Sedan för han på B-ringen. Han säger då han trär på de "nu e med denna först". Han tar på D-ringen (16:2). Sedan tar han F-ringen som han tappar, men han låter den ligga kvar på bordet och tar i stället på C-ringen. Han studerar tornet och känner på kanten mellan C-ringen och D-ringen (16:3), tar av dem (C+D) igen och växlar ordningen, först trär han på C sedan D-ringen (16:4). Eskil trär på E-ringen (16:5) och därefter F-ringen och knoppen (K, 16:6). (R, 2008-04-01, inspelningsvecka 2, Episod 14(20), 25(31))



Tablå 16.

Han har nu återigen byggt upp tornet med alla ringarna placerade i storleksordning.<sup>84</sup>

<sup>84</sup> Vid tillfället 2008-04-01 arbetar Eskil under 54 minuter med att placera ringar så tornet erhåller en jämn konisk struktur.



I de redovisade episoderna visas Eskils strävan att ordna ringarna på skaftet. Han ser och känner på kanten mellan ringarna eller stryker med handen över tornets sida (se 13:1, 13:2, 13:12) för att känna om där är en jämn yta (13:14), om ringarna är lagda i ordning. Han känner skillnaden mellan de olika ringarna (kontrasterar dem mot varandra), exempelvis då han håller A-ringen över skaftet (13:4). Utifrån dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation så visas i tablå 13 (Episod 9) att de flesta ringarna är orienterade åt samma håll och ordnade i 4 storleksvärden. I första delen av tablå 14 jämförs alla ringarna med A-ringens värde och han placerar först 3–4 ringar i storlek och alla fem ringarna är orienterade åt samma håll. I den senare delen av episoden placeras 5 ringar i storlek. Då urskiljs fem, alla, storleksvärden (eftersom F-ringen ligger på golvet).

Eskil vet att han ska börja med A-ringen och beskriver att det är något speciellt med A-ringen och han lägger ut alla ringarna på rad allt eftersom han har tagit av dem. Läraren har tagit upp F-ringen och lagt den på bordet intill hans rad. Då Eskil tar i F-ringen efter att han har placerat B-ringen lägger han omgående tillbaka den på bordet. Troligtvis känner han ringens diameter eller storlek i handen och erfar att den är en mindre ring, som ska placeras senare. Här visas också att relationen mellan de mellersta ringarna är något svårare att urskilja, eftersom Eskil oftast kastar om ordningen mellan C och D-ringarna (se Tablå 15:3 samt 16:2). I episoderna 12 och 13 (Tablå 14 och 15) placeras A och B-ringarna på skaftet. Eskil anger att först är det A-ringen som ska placeras på skaftet och sedan är B-ringen först som placeras, då A-ringen nu ”tillhör skaftet” och de andra ringarna tillhör ”dem på bordet”. Allt eftersom ringarna placeras på skaftet jämförs ringarna på skaftet med de ringar som är kvar att placera. Eskil bygger i episod 14 (se Tablå 16) ett helt storleksordnat och koniskt torn med 6 storleksvärden.

### Alva och Chris ordnar i storlek

I episod 2 tar Alva av ringarna från skaftet och placerar dem allt eftersom de tas av i en stapel på bordet (F, E, D, C, b, a). Eftersom ringarna är vända åt olika håll men i storleksordning och hon inte förändrar ringarnas orientering så placeras ringarna inledningsvis i stapeln och i tornet med olika orientering, men ordningen bibehålls, från stor till liten i tornet och från liten till stor i stapeln.

Alva (2:8) tar av a-ringen och vänder den från a till A och lägger den på bordet, sedan tar hon b som först vänds till B innan den placeras på A. Därefter tar hon ringarna från

skaftet i ordning och bygger upp en konisk stapel på bordet. (R, 2008-02-01, inspelningsvecka 13, Episod 2(13), 12(32))

I mars får Alva ringtornet efter att Eskil har använt det (se Episod 4 nedan). Ringarna i tornet är placerade i en annan ordning på skaftet (av Eskil).

Alva tar av ringarna och lägger dem i en rad på bordet och säger högt ”det e tolv” när hon har lagt ut fem ringar samt knoppen. Eskil svarar ”det är inte tolv”. Alva svarar ”det är inte tolv?” Hon pekar på varje ring en i taget utan att säga något och säger sedan ”det är så många”. Hon pekar återigen på ringarna först på F sedan D, C och E, Alva fortsätter ”nej det är så många inte tolv”. Hon tar av A-ringen och placerar den i sin rad, K, B, F, D, C, E, A. (R, 2008-03-14, inspelningsvecka 19, Episod 4(13), 18(32))

I slutdelen av episod 4 ordnar Alva alla ringarna i storlek från stor till liten, både i torn och i stapel. Hon utför följande procedur för att bibehålla storleksordningen: Hon tar av ringarna från skaftet, placerar dem i en storleksordnad rad, därpå tas ringarna i ordning från raden och placeras i en storleksordnad stapel. Från stapeln placeras ringarna ut på bordet i en rad och slutligen tas ringarna från raden och placeras på skaftet igen. Vid något tillfälle rasas stapeln och ringarna placeras direkt på skaftet.

Vid det sista dokumenterade tillfället 2008-06-02 ordnar Chris alla ringarna i ordning både vad det gäller storlek och konicitet.

Alva (3:1) säger till Chris (3:3) ”jag ska bara göra en sista gång” och hon bygger upp ringtornet i storleksordning (från störst till minst). Alva säger ”nu är det din tur”. Chris tar tornet och plockar av alla ringarna. Chris säger ”snart är jag klar med det här”. Han trär på ringarna på skaftet, först A-ringen, Chris säger ”den först”, sedan B-ringen och säger ”den sen”. Sedan trär han på C och D-ringarna, därefter F-ringen. Han ser på ringarna men säger ”nej”. Han tar av F-ringen trär på E-ringen och F-ringen och sist trär han på knoppen. Chris säger högt ”jaaaaaa! jaaaaa jag kunde”. (R, 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 12(13), 18(19))

Nu placerar Chris ringarna i en fullständig storleksordning. Han säger inte längre att han gör tokigt eller att han inte kan, utan beskriver i stället att snart är han klar.

## En återblick

I de visade episoderna med Chris och Alva bygger barnen upp fullständigt storleksordnade torn, men Alva orienterar inte inledningsvis alla ringarna åt samma håll. För att undersöka storleksförhållanden så lutar sig Alva fram över

tornet samtidigt som hon håller ringen över skaftet (utan att trä på den) för att jämföra om den passar.<sup>85</sup> Hon känner också med fingrarna på kanten mellan ringarna. Om ringarna ska placeras i en stapel på bordet måste Alva urskilja att den ring som tas av från skaftet sist ska placeras först, om ordningen på ringarna i stapeln ska vara från störst till minst (och ringarna bör orienteras åt samma håll).

Chris har under flera månader studerat framför allt Alva och hennes strategi, att placera ringar i rad eller i stapel allt eftersom hon tagit av dem. Han beskriver nu i vilken ordning ringarna bör placeras och rättar själv till om han anser att ringarna är placerade i en annan ordning eller någon ring är vänd åt ”fel” håll. Ringarna placeras från den största till den minsta och han anser precis som Eskil att den ordningen är den riktiga, trots att han har sett andra barn lägga ringarna i storleksordning från den minsta till den största och även då byggt upp koniska torn. Eftersom Chris lägger ut ringar i en annan ordning behöver han skapa ordning vid varje tillfälle som ringarna ska placeras.

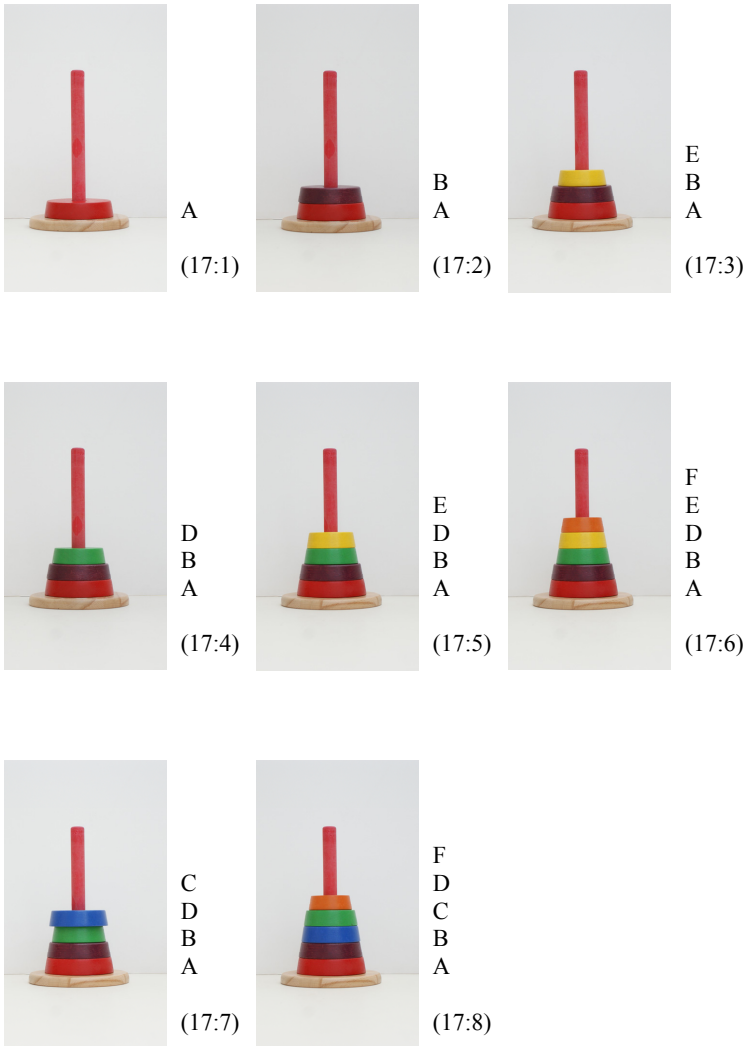
## Att ordna och upprepa storleksordning

Eskil (2:8) börjar med att ta av ringarna och lägga ut dem på rad allt eftersom han tar tagit av dem (F, E, D, C, B, A). Han tar i D-ringen, men ångrar sig och tar i stället A-ringen och vänder sig till Maria och säger ”jag börjar med den”.

Han håller A-ringen upp i luften och trär på den (17:1). Han tar B-ringen, för den upp i luften och säger ”den” (17:2). Han tar sedan på E (17:3) och säger ”necejj!” tar av E-ringen. Han trär nu i stället på D-ringen (17:4, när han tog A och B-ringarna knuffade han till C-ringen som flyttade sig från raden). Därefter placeras E-ringen (17:5) och sedan F-ringen (17:6). När han bara har C-ringen kvar tar han den i handen och säger ”näää”. Han plockar av både F och E-ringarna, därefter för han på C-ringen (17:7), men säger återigen ”näää”. Han tar av C-ringen och sedan även D-ringen. Han för på C-ringen och tar D-ringen i handen och ser och känner om den behöver vändas och trär på den. Eskil trär på F-ringen (17:8) men tar omgående av den och alla övriga ringar. Eskil placerar först på F-ringen och därefter A-ringen och studerar tornet. Eskil tar av båda ringarna. Han trär i stället på A-ringen, B-ringen, C-ringen, D-ringen, E-ringen och F-ringen och till sist trär han på knoppen. Han har byggt upp ett helt ordnat torn igen. (R, 2008-04-23, inspelningsvecka 25, Episod 16(20), 27(31))

---

<sup>85</sup> Visas inte i här i någon tablå, se även Alva Episod R2, 2008-02-01.



Tablå 17.

Eskil (i Episod 17) ser ringtornet som står på golvet i matrummet och är i en annan ordning än den som han anser är riktig (från botten ligger: A, E, c, b, D, F, K). Han sätter sig på golvet och tar till sig tornet. Alla ringarna plockas av och han börjar ordna.

Eskil (2:9) tar först b-ringen som han vänder till B och trär den på skaftet. Sedan tar han på A-ringen (18:1), men så fort den placerar sig på B-ringen så tar han av den igen. Han trär nu på först A och därefter B-ringen (18:2), sedan tar han F-ringen. Han har den i sin högra hand, skakar på huvudet och tar c-ringen med den vänstra och vänder den till C innan han trär den på skaftet (18:3), placerar därefter på F-ringen (18:4) och ser på tornet. Då tar han av F-ringen igen och tar i stället e-ringen som han vänder till E och trär på och därefter trär han på F-ringen (18:5). Han upptäcker D-ringen som har rullat iväg och ligger lite längre bort på golvet, han hämtar D-ringen och trär på den, men tar av D, F, E- ringarna (18:6) Han trär direkt på D, E, F-ringarna och för sist på knoppen (18:7). (R, 2008-05-14, inspelningsvecka 28, Episod 17(20), 28(31))



A  
(18:1)



B  
A  
(18:2)



C  
B  
A  
(18:3)



F  
C  
B  
A  
(18:4)



F  
E  
C  
B  
A  
(18:5)



C  
B  
A  
(18:6)



K  
F  
E  
D  
C  
B  
A  
(18:7)

Tablå 18.

Eskil tar av alla ringarna i snabb följd. Han tar B-ringen, håller den över skaftet men släpper inte ner den utan säger ”inte den först”. Han tar i stället A-ringen och håller upp den och fortsätter ”den!” Han tar på A och B-ringen, trär på C och D-ringarna. Nu kommer Anna och vill låna tornet. Eskil trär på E och F-ringarna samt knoppen och lämnar över tornet till Anna. (R, 2008-05-14, inspelningsvecka 28, Episod 18(20), 29(31))

Eskil sitter bredvid Anna (2:10), som har ringtornet, på golvet i matrummet. Eskil utropar (när han studerar Anna då hon placerar ringar på skaftet) ”men inte såååå igennnn!” Eskil fortsätter ”inte sååååå!” Anna skjuter då över tornet till Eskil. Han fortsätter ”du får inte va mee.. nu gö ja om!” Eskil börjar bygga upp tornet. Han tar av och radar upp ringarna i ordning, men då den uppradade ordningen inte alltid följs när han ska placera ringarna på skaftet måste dessa återigen jämföras och ordnas igen.

En tolkning och sammanfattning av ovanstående är att Eskil nu vill att tornet ska få en jämn konisk yta med ringar i ordning från stor till liten. Denna struktur anses som riktig. Han växlar direkt om ringarnas ordning (se Tablå 17, 17:7 och 17:8) och beskriver att han ska börja med A-ringen och bygger upp tornet med alla ringarna placerade i storleksordning. Det som skiljer kategorin att ordna i storlek i jämförelse med att ordna och upprepa storleksordningen är att han har utvecklat sin förmåga. Han placerar ringarna på skaftet mycket snabbare och även om ringarna inte alltid placeras rätt så upptäcks det direkt och han byter bara om ordningen mellan ringarna (framför allt mellan C och D-ringarna). En annan skillnad är att han nu framför allt studerar ringarna. Tidigare använde han sig mer av sin känsl, exempelvis då han strök med handen över ytan på tornet, förde ringar upp och ned på skaftet, roterade vissa ringar eller höll ringarna över skaftet om han var osäker på storleksförhållandet mellan ringarna.

### Chris och Ella ordnar och upprepar storleksordningen

I juni har Chris ringtornet. I inledningen av episod 13 vill Erna, Chris lärare att han ska ta på sig sina byxor, med det vill inte Chris eftersom han är upptagen med att placera ringarna på skaftet. Han försöker först ignorera henne, därefter protesterar han men Erna är beslutsam och han får bråttom att placera ringarna i storleksordning på skaftet innan han måste ta på sig sina byxor.

Chris (3:3) trär på både A och B-ringarna samtidigt på skaftet (Erna säger att han måste ta på sig byxorna som hon har tagit fram). Sedan trär han på först D, sedan C-ringen. När han har trätt på C-ringen ovanpå D säger han ”nej det var fel”. Han tar av C och D-ringarna och trär på först C och sedan D-ringen sedan tar han ihop E och F-ringarna

och för dem, båda, tillsammans på skaftet. (R, 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 13(13), 19(19))

Chris beskriver att det finns en specifik ordning för ringarnas placering och när han förväxlar ordning på D och C-ringarna urskiljs detta omedelbart och ordningen ändras.

Ella, episod 1 (2008-01-16), placerar och tar av ringar från skaftet. Till en början har hon också viss svårighet med att lossa A-ringarna från skaftet.

Ella (2:9) böjer sig ner, ser och känner på A-ringarna, som hon har placerat på B-ringarna. Hon tar nu med båda händerna och prövar igen att lyfta A-ringarna rätt upp. Ella säger "det var fel på den!" Hon tar även av B-ringarna och trär sedan på först A sedan B-ringarna. Hon känner på kanten mellan A och B-ringarna och säger "sååå". De andra ringarna ligger i en ordnad rad framför henne. Hon placerar därefter D-ringarna och känner på kanten mellan B och D-ringarna och tar av D-ringarna. Ella väljer i stället C-ringarna och trär sedan på D-ringarna, sedan E och F-ringarna och sätter på knoppen. Hon börjar om och plockar av knoppen, F och E-ringarna. Ella säger "då måste man ta av dom". Hon böjer sig ner mot tornet och säger "först tar man den (pekar på A-ringarna) ..sen tar man den (pekar på B-ringarna) ..sen tar man den (pekar på C-ringarna) och sen tar man den gröna" och pekar på D-ringarna. Hon tar i rask följd av ringarna från skaftet. Ella trär på ringarna i storleksordning och ska trä på knoppen. När Eskil, som nu vill låna tornet säger "ska du sätta på locket då?" svarar Ella "ja vill inte sätta på locket än". (R, 2008-01-16, inspelningsvecka 11, Episod 1(22), 5(45))

Ella utvecklar sin förmåga att ordna ringarna och i maj tar det mindre än en halv minut att ta av och därpå storleksordna dem på skaftet.

## En återblick

Vid jämförelse mellan barnen och de tidigare visade kategorierna så ses vissa likheter och skillnader, exempelvis får Chris först hjälp av andra barn men kan senare själv placera ringarna i ordning både vad det gäller storlek och orientering. Att ordna ringar på skaftet från en ordnad rad eller grupp och sedan ordna dem i ordning, innan de träs på skaftet, är en svårare uppgift än att lägga ut alla ringar i en rad och sedan ta från den ordnade raden och bygga upp tornet (bibehålla den ordnade ordningen). Chris får ständigt ordna om ordningen, så att ringarna placeras i en fullständig ordning samt i en konisk struktur. Ringarna jämförs inte en och en här, utan placeras två och två, parvis, på skaftet (se Episod 13) och storleken jämförs mellan andra ringar i par. Först måste barnet då para ihop två ringar som passar i storlek och orientera dessa så de tillsammans får en stympad konisk form. När ringarna sedan träs på skaftet får de inte heller vändas för då får tornet inte en konisk form. Chris urskiljer enskilda ringars storlek och hur

han ska placera dem, men också att han kan bilda par med ringarna innan de placeras på skaftet. Fortfarande ordnas ringarna i ordning från stor till liten beroende på en erfaren ordning, förväntat resultat och syftet med aktiviteten, samt genom Alvas instruktioner om hur han ska placera ringarna.

Redan vid första videofilmade tillfället (med ringtornet) urskiljer Ella hur ringarna ska orienteras och alla ringarna ordnas i storleksordning (6 värden). Hon handlar på samma sätt som de andra barnen då hon känner på kanten mellan ringarna, håller över, ser, tar runt tornet och jämför och urskiljer skillnaden mellan ringens storlek och hur den ska orienteras.

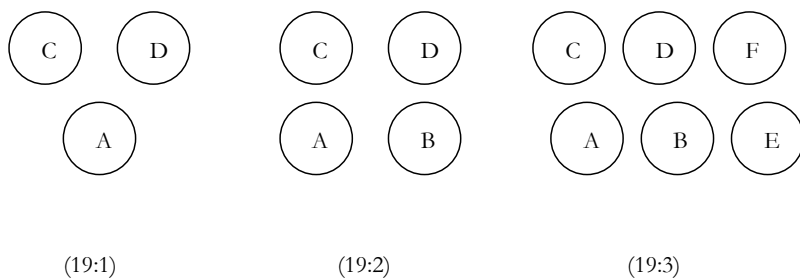
## Att öppna rum för eget ordnande

I resultatkapitlet har barnen tillsammans agerat på både lika och skilda sätt och utvecklat olika handlingsstrategier och kunnande. Att ordna i storlek, att serieordna och antalsbenämna är komplexa samspel mellan barnet och aktiviteten, de övriga barnen och den uppkomna situationen. Eskil har tidigare varit det barn som andra barn har relaterats till. I resultatkapitlets senare del redovisas endast utsagor av Ella och Alva, eftersom de visade andra handlingar och ett ökat kunnande och fler dimensioner av variation.

Vid tillfället 2008-03-18, Episod 11, placerar Ella ringar i olika ordningar.

Ella tar av knoppen och ringarna och vänder ringen, så sidan med stor diameter placeras mot bordet (från a till A). A-ringen ligger närmast henne men hon har placerat D och C-ringarna ovanför. Ella säger "kolla två öron" (19:1). Ella lägger B-ringen intill A-ringen och säger "kolla två öron och två foter" (19:2). Maria svarar "två öron och två foter jaha". Ella tar av E-ringen och säger "en foter". Maria svarar "en fot till?" Hon håller E-ringen under bordet och säger "en liten fot som är borta ...kolla". Hon tar upp och visar E-ringen och lägger den efter A och B-ringarna i sin "fotrad". Hon tar av F-ringen och lägger den intill D-ringen. Hon har nu gjort två rader (en rad med ringar C, D, F och en annan rad med A, B, E, 19:3) Ella säger "två". Maria svarar "två?" (R, 2008-03-18, inspelningsvecka 20, Episod 11(22), 27(45))

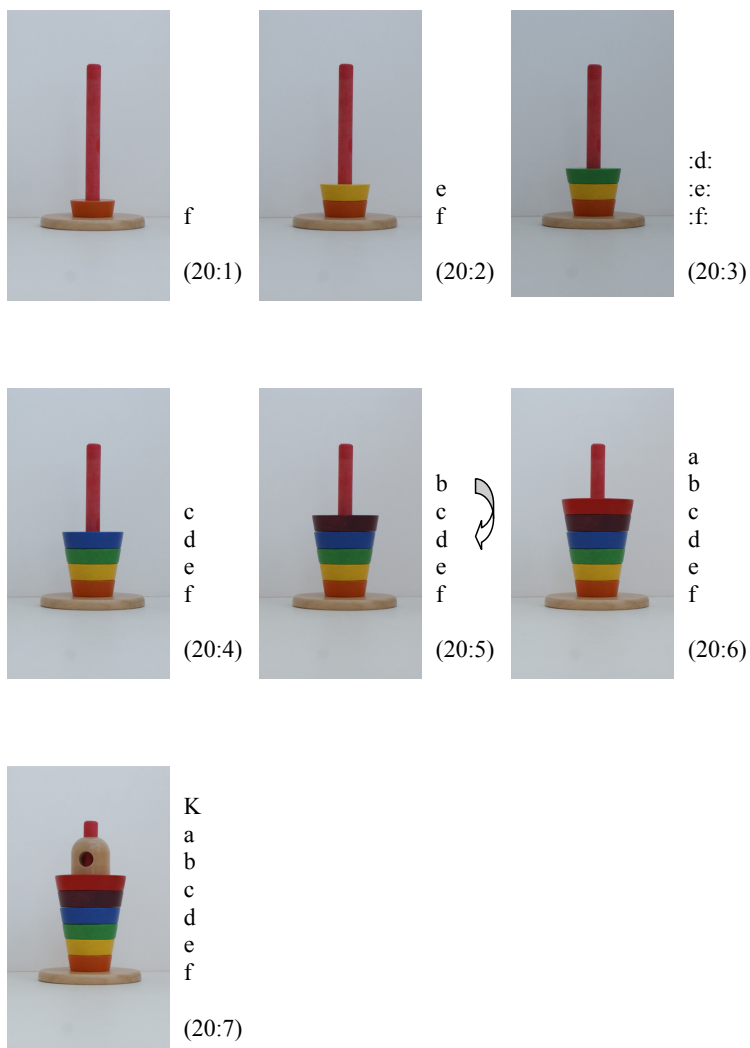




Tablå 19.

Ella placerar ringar i par, dessa jämförs med vissa kroppsdelar som hon har två av och som hon vet även benämns som två, fötter och öron (19:2). En alternativ tolkning som kan göras är att hon först tar två ringar, ett par (19:1) och beskriver dem som två. Därefter placerar hon tre ringar i rad men nu benämns inte längre ringarnas antal, utan radernas antal anges som två (19:3), då antalen relateras till olika grupperingar.

Ella (2:11). Har ringarna utplacerade på bordet (se episoden ovan). Ella säger sedan ”först tar jag denna”. Hon trär på F-ringen som hon vänt till f innan den förs på skaftet (20:1). Ella fortsätter och säger ”sen den stora minsta” och trär på E-ringen som vänds till e (20:2) och tar D-ringen, vänder den till d (20:3). Hon känner på och studerar sitt torn. Hon tar C-ringen, vänder den till c innan hon för på den på skaftet (20:4), tar B-ringen och vänder den (b) och trär den på skaftet. Ella snurrar på B-ringen (20:5). Hon sträcker sig efter A-ringen, vänder den (a) och trär på den (20:6). Ella trär på knoppen (K, 20:7) och säger ”jaa.. jätte snyggt”. (R, 2008-03-18, inspelningsvecka 20, Episod 11(22), 27(45))



Tablå 20.

I april provar Ella att ta av alla ringar på en gång.

Ella (3:0) sprider ut ringarna på bordet, lägger ihop A och B-ringarna och trär båda ringarna tillsammans på skaftet. Maria frågar ”ska du ta båda?” Hon tar ihop D och C-ringarna men byter om ordningen och lägger D på C-ringens och för dem på skaftet. Ella tar nu E och F-ringarna, och trär dem tillsammans på skaftet. Då faller F-ringens av och ner på bordet med andra (f) sidan upp. Ella vänder den från f till F och trär den på skaftet. (R, 2008-04-23, inspelningsvecka 25, Episod 21(22), 44(45))

## En återblick

I episod 11 öppnas rum för eget ordnande då orienteringen på ringarna ändras och de nu placeras från den minsta till den största. Ella studerar och känner på tornet och de tidigare placerade ringarna innan nästa par ska placeras, hon jämför storleksrelationen genom att ta ringarna i par över varandra för att se vilken av ringarna som ska placeras överst eller underst. Att placera ringar i par (innan de placeras på skaftet) är något svårare än att placera enskilda ringar på skaftet. När hon ordnar ringar i andra grupperingar måste flera dimensioner av variation urskiljas samtidigt. Ella anger räkneorden som ringarnas antal (och vissa kroppsdelar). Därefter relateras troligen antalsbenämningen till antalet rader. Ella skiljer ut antalet från de objekt som räknas och antalen relateras till olika grupperingar. Vissa av ringarnas storleksrelation anges då hon lägger A, B och E-ringarna i rad och anger E-ringen som liten i jämförelse till A och B-ringarna. Senare i jämförelse till F-ringen beskrivs E-ringen som ”den stora minsta” (jfr Werner, 1948/1973).

## Att öppna rum för andras ordnande

I episod 7 sitter Alva vid bordet tillsammans med Sara (3:0) och Ella (2:11). Hon tar av ringar från skaftet som hon placerar i en storleksordnad rad.

Alva (2:11) tar A-ringen som hon vänder till a (21:1) och trär den på skaftet. Därefter tar hon på D (21:2), B (21:3) och knoppen, K (21:4). Ella frågar ”ja får göra efter Sara!” Alva svarar ”inte än!” Sedan trär hon på C (21:5), sedan E (21:6) och F-ringen (21:7) och hon för över tornet till Sara. Sara säger ”nej inte så”. Ella säger ”o sen till mej”. (R, 2008-03-18, inspelningsvecka 20, Episod 7(13), 21(32))



a

(21:1)



D  
a

(21:2)



B  
D  
a

(21:3)



K  
B  
D  
a

(21:4)



C  
K  
B  
D  
a

(21:5)



E  
C  
K  
B  
D  
a

(21:6)



F  
E  
C  
K  
B  
D  
a

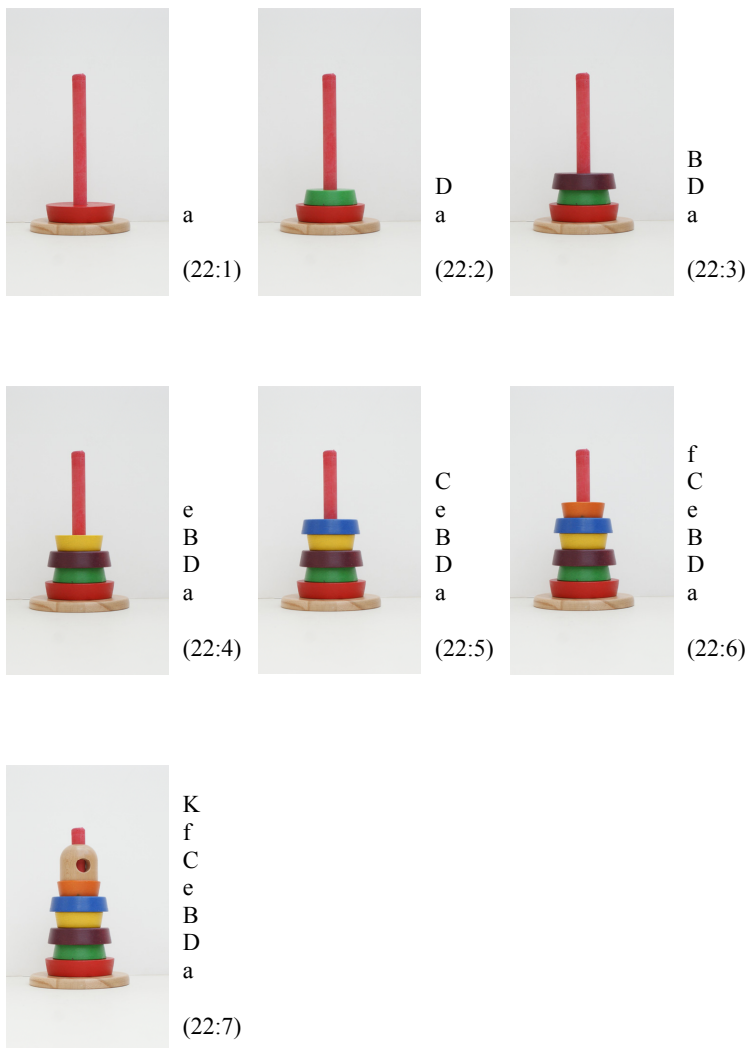
(21:7)

Tablå 21.

Även om alla ringarna var lagda i storleksordning på skaftet av Ella och sedan på rad av Alva så väljer Alva ut och placerar ringarna i en annan ordning när tornet ska skickas över till Sara. Sara placerar ringarna på skaftet och Ella sträcker sig för att ta tornet då barnen turas om.

Då säger Sara "nä nu Alva" och för tornet till Alva. Alva säger "inte sätta så här" (a, D, B, e, f, c, K). Alva bygger en stapel på bordet. Hon säger "å så", allt eftersom hon för av

ring för ring och placerar dem i sin stapel på bordet. Alva tar av den näst sista ringen, D-ringen, och placerar den i stapeln och säger återigen ”å såå!” När Alva därefter tar av A-ringen från skaftet så säger hon ”o såå man vänder såå” och visar Sara hur hon vänder (orienterar om) ringen genom att hålla upp den i luften och vänder ringen från a till A. Alva trär ner den till ca 1/3 på skaftet. Därefter tar hon av A-ringen från skaftet och lägger den överst på stapeln. Hon tar av A-ringen från stapeln på bordet och vänder den från A till a innan hon trär den på skaftet (22:1). Hon trär på D (22:2), B (22:3), e (22:4), C (22:5) och f-ringen (22:6). Hon trär på knoppen (K) (22:7) och skjuter över tornet till Ella. (R, 2008-03-18, inspelningsvecka 20, Episod 8(13), 22(32))



Tablå 22.

I juni sitter Chris (3:3) och Alva (3:1) vid lilla bordet i matrummet. Först har Chris haft tornet och nu är det Alvas tur.

Chris har lagt ihop tornet i den ordning han anser rätt och skriker ”kolla jag gjorde rätt jag gjorde rätt!” Chris skjuter över tornet till Alva och säger ”jag gjorde rätt kolla jag gjorde rätt”. Alva börjar plocka av ringar igen. Hon tar av knoppen och alla ringarna. Alva säger ”titta här Chris”. Hon tar A-ringen och håller den över skaftet, men trär inte ner den utan tar av den igen och lägger den på bordet och placerar B och C-ringarna ovanpå. Hon staplar på D-ringen, E och sedan F-ringen och sätter sist på knoppen. Hon rasar stapeln och börjar trä på ringar på skaftet i ordningsföljd från A till F. Hon håller händerna runt tornet säger sedan till Chris ”nu är det din tur!” och skjuter över ringtornet till Chris som återigen får pröva. (R, 2008-06-02, inspelningsvecka 31, Episod 13(13), 32(32))

I episoderna ovan bygger Alva upp ringtornet i olika storleksordningar beroende på vem av barnen som står på tur att använda materialet.

### En återblick

Alva visar Sara hur A-ringen bör vändas och hon påpekar att vissa ringar är felplacerade, men då ringarna i tornet, som Alva tidigare lämnade över till Sara, var i en annan ordning är det inte lätt för Sara att urskilja vilka ringar som är felplacerade och hur dessa ska orienteras. Alva har urskiljt ringarnas storlek och inbördes förhållande och hur ringar kan placeras och vändas för att bygga upp olika ordningar. När Alva lämnar över ringtornet till Sara och Ella placeras ringarna i en annan ordning, men då ringtornet ska lämnas över till Chris så placeras alla ringarna i en fullständig ordning, från stor till liten. Detta förfaringssätt har inte de andra barnen, utan om tornet ska lämnas över till någon annan byggs det upp i storleksordning. I episodens inledning är alla ringarna placerade i rad. Alva väljer ut ringarna som ska placeras från raden och vänder exempelvis A till a när tornet ska skickas över till Sara. När det är Ellas tur att låna ringtornet placerar Alva färre ringar i storleksordning och orienterar om fler ringar (a, e, f). I episoderna öppnar Alva rum för andras lärande genom att visa för de andra barnen hur de ska göra. Det tycks som om hon har en idé om hur hon kan pröva sina kamraters kunnande genom att vända ringarna i tornet och placera dem i olika ordning för att skapa nya uppgifter beroende på vilket barn som hon vet eller själv bestämmer att tornet ska överlämnas till. Sara har ännu inte urskiljt skillnaden mellan vissa värden inom dimensioner av variation, exempelvis orientering, och inte differentierat alla storleksvärden. Ella har däremot urskiljt hur ringarna ska vändas för att bygga dem såväl i storleksordning från stor till liten som från liten till stor.

## Rum för lärande

I följande avsnitt beskrivs rum för lärande. Här beskrivs hur varje barn utvecklar sin förmåga att ordna burkar och ringar i storleksordning samt de aspekter (dimensioner av variation), som barnet bör urskilja för att fullfölja sitt objekt för lärande. I avsnittet beskrivs också hur barnets sinnen hjälper dem att urskilja materialets egenskaper och två typer av informationssökningsprocesser, undersökande handlingar och utförande handlingar (Gibson & Pick, 2000).

I jämförelse mellan barnens handlingar och generella och individspecifika lärandeobjekt, samt dimensioner av variation och invarians ses vissa likheter och skillnader. En aspekt som är invariant är burkarnas och ringarnas cylindriska form. De aspekter som varierar är storlek och om burkarna ska orienteras med botten upp eller botten ner, alla burkarna är stapelbara både i och på men också över varandra. Ringarna däremot går endast att placeras på varandra.<sup>86</sup> Hur ringen orienteras har också betydelse då den har en stympad konisk form. Således varierar storleken på ringens sidor, om den placeras i storlek och efter konicitet så är den ena sidan på ringen (som ska placeras) lika stor som en sida av den föregående placerade ringens. Den andra sidan är lika stor som en sida av den efterföljande ringens.<sup>87</sup> Andra aspekter som varierar är att burkar kommer från olika burkset. Burkar från de olika burkseten har olika antal och flera burkar finns i lika men även i olika färg.

Hur barnen erfar ett fenomen, exempelvis storlek, beror på vad som träder fram och vad som träder tillbaka i situationen. Barnen ser, känner och hör hur föremålen ska placeras och utför de handlingar som de urskiljer att situationen möjliggör (relevansstruktur). Genom barns förfaringssätt synliggörs (i analysen) olika variationsmönster som separation, kontrast, fusion och generalisering, då ringar eller burkar ska jämföras och skiljas från varandra, då fler dimensioner som varierar måste urskiljas samtidigt exempelvis torntillhörighet, antal, färg, orientering och storlek. I barnens handlingar ses också hur de söker information om föremålen och deras ordning. Barnen undersöker ringarna eller burkarna för att urskilja storlek och ordning. De prövar då om föremålen passar i, på eller över varandra. När barnen har hanterat materialet så vet de hur de ska placera några burkar eller ringar. Handlingarna upprepas för att erhålla ett förväntat

---

<sup>86</sup> För ringtornets och burktornens struktur, se bild i metodkapitlet.

<sup>87</sup> Ringens sidor har olika diameter.

resultat, men även för att bekräfta det som barnet har lärt sig sedan tidigare (t.ex. att den röda A-ringen ska placeras först).

### Eskil och objekt för lärande<sup>88</sup>

Nedan visas några avsnitt som sammanfattar barnens objekt för lärande i handling. Det första avsnittet visar Eskils lärande med burktornen och ringtornet. Därpå beskrivs Chris, Alva och Ella och deras lärandeobjekt.

I beskrivningen av kategorin *Att ordna* visas att Eskil placerar en liten burk med botten upp i en större burk som har botten ner, burkarna orienteras åt olika håll. Senare i episod 2 orienteras alla burkarna åt samma håll, men Eskil placerar burkar från två olika burkset tillsammans och burkarna ordnas oberoende av storlek och torntillhörighet, *alla* burkar hanteras som stapelbara. I nästa kategori, *Att ordna i partiell ordning*, placerar barnet antingen alla burkarna i burksetet, men endast några av dem är ordnade i en fullständig storleksordning, eller så tar barnet några av burksetets burkar och placerar dem i storleksordning. Så småningom har Eskil urskiljt en annan dimension av variation, att burkarna har olika tillhörighet. Burkarna orienteras med samma sida upp eller ned beroende på avsett objekt för lärande. Först placeras tre burkar<sup>89</sup>, någon stor, någon liten och någon mellan i storlek (3 värden). Därefter placeras allt fler burkar, några stora, några mellanstora och några mindre (av totalt 10 burkar) tillsammans i travar. Att alla burkarna är viktiga och ingår i storleksordningen har han ännu inte urskiljt, då vissa burkar ligger kvar på golvet. Burktornet byggs upp partiellt och *vissa* burkars storleksordning (värden) urskiljs.

I kategorin *Att ordna i storleksordning* placeras inledningsvis 7 burkar (av 10) tillsammans i storleksordning. Därefter placeras alla tillsammans i en trave. Burkar från olika torn hålls åtskilda och alla burkarna vänds och travas ihop i storleksordning och han ordnar och upprepar storleksordningen. Här urskiljs att alla burkar har olika storlek, *enskilda* storleksvärden som ska travas ihop. Burkarnas storlek jämförs och undersöks då Eskil känner på kanten mellan burkarna i traven och urskiljer mellanrummet där den ännu icke placerade burken ska placeras och skiljer då ut storleksordningen på burkarna i traven. Han för också burkarnas öppning mot varandra och bedömer burkens storlek som större-än eller mindre-än mot den jämförande burken (de kontrasteras).

---

<sup>88</sup> Objekt för lärande ses här utifrån den generella nivån, förmågan att ordna ringar eller burkar i storlek och sericordning.

<sup>89</sup> Storleksrelationer är i de olika burkseten helt korrelerade med volym.



Burkarna radas upp i storleksordning. Eftersom burkarna inte placeras i torn efter strategin att ta den största av de kvarvarande eller ordningen i den tidigare ordnade raden, så byggs burkarna inte upp i ett fullständig storleksordnat torn (storleksvärden urskiljs inte i relation till burkens orientering). Här visar Eskil att om hans avsedda objekt för lärande är att trava ihop burkarna så differentierar han alla storleksvärden. Men om hans objekt för lärande är att bygga upp burkarna i torn så är inte alla burkarnas storleksvärden differentierade.

Den första kategorin i ringtornsepisoderna visar att Eskil ordnar ringarna på skaftet i vilken ordning som helst och urskiljer inte ringarnas olika storlek. För att kunna trä ringar på skaftet måste de först tas av. Några ringar är svårare att ta av än andra och han vänder på skaftet och skakar av dem. En dimension av variation som tidigt urskildes av Eskil var ringens orientering och alla ringarna orienteras åt samma håll. Ringarna urskiljs *alla* som placeringsbara (invariant) på skaftet. Därefter ordnas ringarna i partiell ordning, antingen ordnas vissa ringar i fullständig storleksordning eller så ordnas alla ringar i viss storleksordning, och värden som differentieras är stor, liten och de andra (2–3 värden). Sedan placeras ringar i storleksordning, den största, de andra/mellanstora och den minsta (3–4 värden) och därpå störst, näst störst, de andra, näst minst och minst (4–5 värden). Eskil urskiljer skillnader endast mellan *vissa* av ringarna. Slutligen ordnas alla ringarna helt i storleksordning (6 värden). Eskil erfar att alla *enskilda* ringar har olika storleksvärden och kan ordnas i en viss (förväntad och förbestämd) ordning, från stor till liten. Ringarna ordnas även från en annan ordning<sup>90</sup> till ordning och han upprepar och bibehåller även ordningen.

Även i episoderna med ringtornet jämförs ringar och dess relation genom att Eskil känner, studerar och vänder ringarna. De handlingsstrategier som ses i situationerna är att Eskil tar ihop två ringar för att urskilja storleksskillnaden. Han prövar även storleksrelationen mellan ringarna genom att hålla ringen över skaftet utan att trä ner den, samtidigt som han lutar sig fram över skaftet för att se om den passar. Då bedöms storleksrelationen mellan ringarna i förhållande till den sist placerade ringen och i relation till en fullständig storleksordning och koniciteten eller jämn yta (A-ringen jämförs med nästa placerade ring, exempelvis B-ringen, därefter B-ringen i förhållande till C-ringen etcetera). Om Eskil urskiljer en större storleksskillnad mellan ringarna på skaftet och den som ska placeras, lägger han ned ringen på bordet eller på golvet. Vid mindre

---

<sup>90</sup> Av Eskil upplevd oriktig ordning.

storleksskillnad behåller han en avtagen ring i handen och tar av nästa ring och byter om ordningen mellan ringarna.

I situationerna urskiljer både Eskil och hans kamrater tillsammans de dimensioner som varierar när de hjälps åt. De beskriver den burk eller ring som ska placeras, men ordnar också ringar eller burkar i storleksordning så att storleksrelationen, beroende av objektet för lärande, ska blir lättare att urskilja. Handlingarna är undersökande, för att se om burkar är större än eller mindre än. Men här ses också strategier i utförandet som bekräftar det tidigare lärda, exempelvis att A-ringen är störst och ska placeras först. Eskils objekt för lärande har ett förväntat resultat, att bygga upp burkarna eller ringarna i torn eller i travar.

### Chris och objekt för lärande

Chris ordnar i partiell ordning redan vid det första filmade tillfället och han travar ihop några burkar två och tre som tillhör samma burkset. Han travar även ihop burkarna oberoende av burkarnas tornstillhörighet och *alla* burkarna erfars som stapelbara eller istoppningsbara. Då Chris placerar ihop burkar från båda burktornen har han inte urskiljt burkarnas olika tornstillhörighet. Genom jämförelse placerar Chris några burkar tillsammans, de som är större och de som är mindre. En dimension som urskiljs är hur burken ska vändas och alla burkarna orienteras åt samma håll, beroende av avsett lärandeobjekt.

Läraren försöker i januari att hjälpa honom att urskilja burkarnas tornstillhörighet och visar på två burkar från olika burkset. Chris urskiljer burkarnas färg i stället för burkarnas skilda tornstillhörighet, men färgen är irrelevant för storleksordningen. Han bygger upp 2 burkar i torn (2 storleksvärden) och placerar ihop burkar (5 storleksvärden). När han får hjälp travas burkar från både burkset 1 och 2 tillsammans i två travar. Här urskiljs burkarnas orientering och *visa* av burkarnas storleksvärden har differentierats. Chris travar (i maj) ihop de två större burkarna och därefter tre mindre burkar (2+3 värden i fullständig storleksordning av 8 värden urskiljs och burkar från olika burkset blandas inte). Eftersom han inte har urskiljt storleksskillnaden mellan alla burkarna (enskilda burkars storleksvärden) placeras de endast i partiellt ordnade travar eller i torn. Barnen hjälps åt och de försöker visa Chris de dimensioner som varierar. Speciellt Alva försöker öppna rum för lärande genom att visa och berätta vilken burk han ska ta. I juni delas burkarna och de placeras i två travar, en större, någon/några mellanstora och någon mindre burk i varje trave. I och med att

burkarna i traven inte placeras i en fullständig storleksordning så passar inte travarna i varandra när de senare ska placeras tillsammans i en trave.

I ringtornsepisodens första dokumenterade sekvens (i mars), att ordna, så bör ringarna först tas av men de är svåra att ta av och även Chris skakar av dem från skaftet, men han låter dem också vara kvar på skaftet. Sedan placerar han *alla* ringar i en annan ordning och strukturen som han då bygger benämner Chris själv som ”tokigt”, eftersom tornets struktur som han bygger jämförs med ett förväntat resultat. De övriga barnen runt bordet beskriver att ordningen mellan några av ringarna bör ändras, men han ändrar inte ringarnas placering, utan fortsätter att placera dem på varandra. I slutet av april ordnas ringarna i en partiell ordning. Han placerar A-ringen underst, därpå andra ringar och F-ringen placeras överst (3 storleksvärden). Chris bekräftar i handling att han vet att A-ringen ska placeras först (störst) och att F-ringen ska placeras sist (minst). Därefter placeras *nissa* ringar i en exakt storleksordning (4 värden). Alva får nu hjälpa honom, då öppnas rum för lärande. I juni visar Chris att han ordnar alla ringarna i storleksordning, ringtornet byggs upp och rasas vid upprepade tillfällen och han upprepar storleksordningen, att alla ringarna har olika storlek och *enskilda* storleksvärden har differentierats. Även Chris får ordna och ordna om storleksordningen återkommande eftersom han placerar ut ringar (och burkar) i oordnade och ordnade rader. Han tar även ringar (och burkar) från raden i en annan ordning då dessa ska placeras i torn eller i traven. I de redovisade episoderna kan man se hur Chris i handling försöker urskilja de dimensioner som är viktiga för objektet för lärande. Han undersöker, ser och känner och jämför ringarnas storlek för att bygga ett koniskt torn, ett förväntat resultat.

### Alva och objekt för lärande

Även Alva travar (vid första dokumenterade tillfället) ihop burkar med två olika torntillhörigheter, då dimensionen som varierar (torntillhörighet) inte urskiljs. Hon urskiljer däremot hur burkarna ska orienteras och ordnar dessa beroende av objekt för lärande. Därefter (samma dag i en senare dokumenterad episod) skiljs burkarna från de båda tornen ut och de ordnas i partiell ordning då *nissa* storleksvärden har differentierats. Om hon inte kan trava ihop burkarna så antingen delas traven eller så travas färre burkar tillsammans, burkarna placeras i ordning en stor, någon/några mellanstora och någon/några mindre i varje trave. Travarna med färre burkar ordnas allt mer i en fullständig storleksordning.

Alva har tillgång till burkar både från torn 1 och 2. För att jämföra burkarnas storlek och tornstillhörighet så förs burkar över, under och intill varandra. Tornstillhörigheten skiljs ut och tidigare förfaringssätt generaliseras då burkarna ordnas återkommande i rader, travas ihop både från minst till störst och från störst till minst och byggs upp i torn. I hennes handling återupprepas det tidigare lärda. Om burkarna inte placeras i ordning så delas traven och burkarna storleksordnas först med 4-5 burkar och därefter placeras även de resterande 4-5 burkarna i en fullständig storleksordning. Alla burkarnas storleksvärden har differentierats och travarna förs ihop till en trave. Eftersom Alva återkommande ordnar och placerar burkarna i ordning (från burktraven till en ordnad rad, från den ordnande raden till burktornet, från tornet tillbaka till raden, från raden tillbaka till traven) så behålls ordningen. I de senare visade episoderna placeras burkarna direkt från tornet i traven och hon placerar inte ut burkarna i rad lika ofta. Alva vet hur hon ska ordna och den ordning som hon skapar har ett förväntat resultat. Detta ger att hon kan ordna och upprepa storleksordning och öppna rum för andras lärande. När Chris behöver hjälp placeras alla burkarna helt i serieordning och den burk som han ska tas närmast visas. Hon poängterar för Chris<sup>91</sup> att om han ska bygga upp burkar i torn så måste han först ordna dem i en rad eller börja med den största burken och ta den största av de kvarvarande burkarna.

I ringtornsepisoder ordnar hon först ringarna i partiell ordning. Därefter ordnas storleksordningen och ringarna placeras ut i ordnade rader eller i travar och storleksdimensionen jämförs och alla ringarna vänds åt samma håll. Ringarna placeras i torn från störst till minst, men även från minst till störst, och ringtornet får en jämn konisk yta, ett resultat som hon förväntar sig. Då andra barn behöver hjälp öppnar hon rum för andras lärande. Hon hjälper Chris att placera alla ringar i storleksordning, men då tornet skickas över till något annat barn placeras ringarna i en annan ordning. Då Sara har placerat samt orienterat ringarna åt fel håll håller Alva upp en av ringarna och visar för Sara hur hon ska vända den. Hon jämför då ringens sidor (form, storlek och diameter) och visar att ringen har olika stora sidor. Alva använder olika förfaringssätt, hon pekar, beskriver eller visar hur ringarna ska placeras för att hjälpa de andra barnen att urskilja *enskilda* ringars storleksrelation och differentiera ringarnas olika storleksvärden. Alva synliggör ytterligare dimensioner av variation då ringar benämns med antal eller placeras i olika grupperingar och urskiljs då som en viss kvantitet som beskrivs som få eller som många.

---

<sup>91</sup> Se Alva burktorn Episod 18, 2008-06-02.

## Ella och objekt för lärande

I november ordnar Ella burkarna i partiell ordning<sup>92</sup>. Vid det första dokumenterade tillfället byggs torn 2 upp med alla burkar och *nissa* burkar placeras i storleksordning (5 värden). Vid dokumentationstillfälle 2 byggs torn 1 upp (med 6 värden) och burkarna travas ihop. Om burkarna inte går att placera tillsammans delas traven och de placeras först i ordning en stor, någon mellan och en liten. Sedan ordnas burkarna allt mer i storleksordning och även i förhållande till hur burkarna senare ska placeras tillsammans i en trave. Ella travar i, travar över och bygger upp burkarna i torn med sex burkar i sex storleksvärden. Om hon placerar burkarna i travar så är dessa helt i serie- och storleksordning, då *enskilda* burkars storleksvärden urskilts. Ella vänder burken beroende på om hon vill trava ihop eller bygga torn och handlingen ger ett förväntat resultat. Hon jämför burkens storlek med det mellanrum som hon känner i traven där antingen burken eller fler burkar ska placeras. I januari ordnar hon en fullständig storleksordning och storleksordningen upprepas och hon bekräftar ett tidigare kunnande. Beroende av hennes avsedda objekt för lärande byggs burkarna upp i torn, travas ihop eller travas över varandra. Burkarna sorteras också efter färg (4 värden) och färgen urskiljs genom jämförelse och hon skiljer burkarnas antal<sup>93</sup> från deras färg. Hon ser om någon burk fattas och då kommenteras detta och hon säger att en liten grön burk saknas eftersom hon bara nu har en grön burk. Ella bygger upp burkseten i tre torn (set 1, 2 och 3). Då tornen rasar placeras burkarna först tillsammans i traven innan de återigen placeras i tornet. Men alla burkarna byggs inte upp i torn eftersom hon förväntar sig att höjden på tornet är avgörande för rasrisken. För att fullfölja avsett objekt för lärande måste hon urskilja flera dimensioner av variation samtidigt, exempelvis burkens orientering, färg, torntillhörighet och storlek. Då burkar placeras efter storleksvärden träder andra dimensioner av variation tillbaka, exempelvis färg och orientering. För att sortera ut burkar så de kan placeras i respektive torn träder torntillhörighet fram och andra dimensioner av variation (t.ex. färg, orientering och storlek) träder tillbaka. Hon öppnar rum för eget ordnande då burkarna placeras i par från torn 3 (4 värden) allt eftersom dessa tas av. Burkarna sätts direkt tillbaka i traven igen utan att något par byter plats, ett förväntat resultat, och de räknas och benämns som ”berg”, först till fyra och sedan till åtta<sup>94</sup>. Hon bygger upp burktorn 3 (8 värden) och räknar alla burkarna högt till åtta. Sedan byggs torn 4 upp (åtta

---

<sup>92</sup> När Ella ordnar i partiell ordning har inte redovisats i tidigare avsnitt, eftersom hon redan i november vid inspelningstillfälle 2 placerade burkar i storleksordning i torn och i travar.

<sup>93</sup> Totalt 9 burkar, 2 gröna, 2 röda och 2 blå burkar samt 3 gula burkar.

<sup>94</sup> Det är fyra ”burkberg”, totalt 8 burkar.

burkar), dessa räknas till sju (burktorn 4 är lägre än burktorn 3). Då burktraven delas i två delar får hon två grupper med fyra burkar och om de byggs i ”berg” placeras fyra grupper med två föremål i varje och burkarna jämförs med varandra beroende på hur de är grupperade. När Ella tar ner handen i h-burk från burktorn 3 och därefter i h-burk från torn 4 så synliggörs en dimension av variation (i relation till storleksdimensionen); rymd, hur mycket som ryms i burken. Storleken på hennes hand jämförs med burkens volym och hon använder kroppen som måttenhet (jfr Buys & Veltman, 2005; Leeb-Lindberg, 2001).

I januari ordnas alla ringarna i en fullständig storleksordning, men ringarna ordnas också i storleksordning från annan ordning. Hon vet hur ringarna ska orienteras och storleksordnas och får bekräftelse på det tidigare lärda och handlingar har ett avsett och förväntat resultat. Ella öppnar *rum för eget ordnande* när hon placerar ringarna i olika formationer. När ringarna jämförs, till exempel då A och B-ringarna jämförs i förhållande till E-ringen, så anges E-ringen som liten, men vid en tidigare jämförelse mot F-ringen så beskrevs E-ringen som ”den stora minsta”.

Ella räknar burkarna, det sista sagda räkneordet betonas och hon anger att hon kan räkna ner och upp, men vid senare antalsbenämning räknar hon uppifrån och ned (principen om godtycklig ordning, begynnande förståelse av kardinalitetsprincipen, ett-till-ett-principen och parbildning, se Gelman & Gallistel 1979). Ella räknar på räkneramsan upp till tio (även om hon inte är säker på antalet som räkneorden benämner).

## En sammanfattning av studiens resultat

Från resultatet av studien beskrivs nedan dimensioner av variation och värden inom dimensioner av variation samt objekt för lärande från en övergripande nivå. En nivå som visar hierarkiska strukturer av förmågors utveckling som framkom genom analysen och som bildade beskrivningskategorierna.

### Att ordna burkar

I inledningsskedet av de dokumenterade episoderna urskiljer barnen burkarna som placeringsbara, på varandra eller i varandra. De travar burkarna tillsammans, oavsett burkens orientering och dess torntillhörighet och skillnader i storlek urskiljs som större än eller mindre än. Så småningom urskiljer barnen att vissa

burkar måste hållas isär, beroende av torntillhörighet (2 värden<sup>95</sup>). Burkens orientering (2 värden) har också betydelse för objektet för lärande. Barnen differentierar enstaka värden inom dimensionen storlek och burkarna placeras tillsammans, framför allt i travar, i ordning en större, någon/några mellanstora och en mindre. Dessa travar ska därefter placeras tillsammans till en trave, men eftersom burkarna inte ordnas i en fullständig storleksordning blir burkarna i traven ordnade i en partiell storleksordning. Allt eftersom urskiljs allt fler storleksvärden, men om skillnader i storleksvärden differentieras beror på objektet för lärande. Barnen blir allt mer drivna i behärskandet av uppgiften. Allt fler värden<sup>96</sup> differentieras när barnen urskiljer de dimensioner av variation som är viktiga för avsett objekt för lärande. Burkar ställs i rad, travas på, över eller i varandra. Barnen ordnar i fullständiga storleksordningar och upprepar ordningen. När barnen har urskiljt alla dimensioner av variation och värden av betydelse för objekt för lärande grupperas burkar i andra storleksordnade sekvenser.

### Att ordna ringar

I episoderna visas att barnen, till en början, urskiljer och hanterar ringarna som placeringsbara på skaftet, eftersom ringarnas storleksvärden ännu inte har differentierats. En dimension av variation som barnen tidigt urskiljde var hur de skulle orientera ringen. Men barnen ordnade ringarna på skaftet i vilken ordning som helst, utan åtskillnad i storlek. Så småningom visade alla barnen att de hade urskiljt att ringens över- och undersida (diameter) skilde sig åt och att alla ringarna borde orienteras åt samma håll. Barnen urskiljde allt eftersom vissa storleksskillnader mellan ringarna. Först skilde barnen ut en stor, några mellanstora och någon mindre ring och därpå den största och den minsta ringen. De mellanstora ringarna är placerade i en annan ordning. Därefter differentierades allt fler storleksvärden, framför allt den största, den näst största, de mellanstora, den näst minsta och den minsta. De ringar vars storleksvärden var svårast att urskilja var C och D-ringarna och ringarna ordnades partiellt i torn eller i travar. Slutligen sågs i analysen att barnen kunde storleksordna alla ringarna från stor till liten men även från liten till stor. Barnen vände då ringarna (beroende av avsett objekt för lärande) och byggde koniska torn.

---

<sup>95</sup> Till en början har barnen endast tillgång till två olika burkset – två värden inom dimensioner av variation.

<sup>96</sup> Beroende av det totala antalet burkar i respektive burktorn.

Ett objekt för lärande har en avsikt och ett innehåll och relateras här till ett matematiskt innehåll, en förmåga att storleksordna burkar eller ringar i torn eller i travar. Den genomförda studien har visat hur förmågan utvecklas i barns handling genom hur kunniga de blir i att behärska uppgiften. När barnen har urskiljt en aspekt eller dimension av variation och förstått att den är viktig, något som de måste utgå ifrån, differentieras allt fler värden inom dimensionen och skillnaden i exempelvis storleksdimensionen urskiljs gradvis till en allt mer ökad precision

### Lärande, en beskrivning av urskilda dimensioner av variation och värden som differentieras

Resultatet visade att barnen urskilde och öppnade en dimension av variation (aspekt) i taget. Först urskilde barnen hur burken skulle orienteras, en av de dimensioner som varierade. Därefter urskildes ytterligare en dimension av variation, tornstillhörighet, och senare urskildes storleksdimensionen. Slutligen urskilde barnen att alla burkar eller ringar ingick i en specifik storleksordning.

Från storleksdimensionens värden så urskildes inledningsvis alla föremålen (burkar och ringar) som föremål med samma storleksvärde. Därefter differentierades några av föremålen storleksvärden ut (framför allt stor, liten eller mellanstor). Föremålen storleksvärden urskildes genom en allt finare differentiering till enskilda storleksvärden, men även till en specifik ordning från A/a till F/f eller från A/a till J/j. Barnen ordnade med tiden även föremålen i andra storleksordnade grupperingar.

Andra dimensioner av variation och värden som urskildes var rymd eller volym och antal (ett-till-ett-principen) samt serieordning. När alla ringarna skulle placeras i storleksordning jämfördes storleken på ringens två sidor och om den skulle vändas (dvs. att ringens diameter studerades) för att bygga upp en jämn och slät konisk yta.

Slutsatsen som anges är att förmågan att storleksordna utvecklas. Här har förmågans utveckling beskrivits genom dimensioner av variation och urskilda värden. Analysen har visat att värden i en urskild dimension förändras, eftersom ett tidigare värde gradvis urskiljs, som i sin tur ger en ökad precision då allt fler värden inom dimensionen av variation differentieras. Men värdet inom dimensionen av variation kan även konstrueras till en ny dimension av variation.



## TILLBAKABLICK OCH DISKUSSION

Diskussionskapitlet är indelat i tre övergripande avsnitt. Det inledande avsnittet är ett resonemang kring studiens resultat i relation till dess teoretiska utgångspunkter, analysverktyg och barns matematiserande. Därefter beskrivs och diskuteras metodologiska utgångspunkter tillsammans med reflektioner över studiens genomförande. I det avslutande avsnittet belyses och resoneras kring teoretiska och pedagogiska implikationer, slutsatser och förslag till fortsatt forskning.

### Att ordna – yngre barns matematiserande i förskolan

Alla forskningsrön påverkas av den tid och de förhållanden som råder. Våra tankar om barn, pedagogisk verksamhet och pedagogiska strömningar är direkt eller indirekt påverkade av teoretiska perspektiv, kultur och samhälle, men även influerade av forskarens inblick i och kännedom om det som studeras. Detta kan i sin tur ge frågor om förgivettagna förhållningssätt, tolkningar, generaliserbarhet och sanningsanspråk i de forskningsresultat som framkommit (se Pring, 2004).

Det övergripande syftet för avhandlingsarbetet har varit att med en empiriskt grundad analys beskriva hur yngre förskolebarn utvecklar sitt matematiserande. Frågan som jag vid flertal tillfällen har fått besvara lyder: Varför gör du denna studie när yngre barns lärande i matematik är så väl beforskat? Om man söker information via Internet på orden children och mathematics får man miljoner träffar. Men om ämnesområdet studeras närmare finner man att merparten av den genomförda forskningen fokuserar äldre barns aritmetiska kunskaper och oftast i situationer som varit skilda från barns vardagsvärld. Andra forskningsfokus är studier om åldersrelaterade kunskaper vid enstaka observationstillfällen och generella slutsatser har då dragits av vad barn kan eller inte kan i en viss ålder. Tidigare forskning har inte i lika stor utsträckning studerat *hur* yngre barn (under 3 år) matematiserar, löser problem eller utför uppgifter i vardagen, över en längre tid. Några enstaka studier med liknande fokus har bedrivits och beskrivits (bl.a. Babbington, 2006; Mix, 2002, 2009) och de barn som deltagit har oftast varit knutna till forskarna genom en barn- och föräldrelation. En annan fråga som jag fått är: Hur är det möjligt att beskriva att yngre barn matematiserar då de

inte vet att uppgiften som utförs ger matematiska implikationer och kan beskrivas med matematiska termer? Frågan är relevant men studiens resultat kan jämföras med andra tillfällen då barn söker kunnande och matematiserar. Ett exempel är när ett barn räknar i en matematikbok och utför de uppgifter som stipuleras i boken. Barnet vet och beskriver själv att han eller hon räknar och kan ge denna beskrivning eftersom andra personer tidigare har beskrivit och definierat handlingen med matematiska termer.

Utifrån mitt intresse att studera de yngsta barnens matematiserande bedömde jag vissa teorier som mer användbara än andra. Utgångspunkt var att studera barnens förmågor och utveckling av förmågor som visades i barns handling under en viss tid. En annan utgångspunkt var att visa hur barn undersöker och lär sig tillsammans med andra, barn och vuxna. Ytterligare en utgångspunkt var att försöka synliggöra barns matematiserande och lärande i matematik i aktiviteter som inbjuder till ordnande. I förberedelsearbetet inför studiens design diskuterades de hinder och möjligheter som olika teoretiska ramverk ger och då valdes framför allt variationsteorin (Emanuelsson, 2001; Marton & Booth, 1997; Marton & Pang, 1999; Marton & Tsui, 2004; Pang, 2003, Runesson, 1999, 2006; Runesson & Marton, 2002), som ger möjlighet att studera barns lärande genom deras handlingar och från barns perspektiv.

Objekt för lärande ses här från två perspektiv, ett barnperspektiv och ett forskarperspektiv. I barnens perspektiv ses avsett objekt för lärande. I mitt, forskarens, perspektiv analyseras och kategoriseras objekt för lärande utifrån (min tolkning av) barnens visade syfte med aktiviteten när förmågor utvecklas och nya eller andra drag urskiljs. Detta speglas genom logisk relevans (relevansstruktur) i barnens handlingar (Häggström, 2008; Marton & Booth, 1997). Andra utgångspunkter hämtades från ekologisk psykologi, Gibson och Gibson (1955), Gibson m.fl. (1962), Gibson (1979) samt Gibson och Pick (2000) och då specifikt tankar kring barnets kropp som perceptuellt system för att undersöka tingens egenskaper och dess betydelse för handlingars utförande. En annan utgångspunkt för detta val var att studera hur barn urskiljer skillnader<sup>97</sup> inom de dimensioner som varierar.

I analysen av det empiriska materialet visas hur barnen utför aktiviteter och deras riktade uppmärksamhet. Barnens syfte med materialet beskrivs som objekt för lärande, det vill säga om de ordnar i rader, i travar eller staplar burkar och ringar i

---

<sup>97</sup> Dvs. differentierar.

varandra, över varandra eller på varandra för att ordna dem i storlek. Här visas också de aspekter, dimensioner av variation, som är av betydelse för förmågans utveckling. Dessa aspekter beskrivs inte av barnen med ord utan framstår som hinder eller möjligheter i deras handling, ett kunnande eller en förmåga som utvecklas då de med tiden lär sig att bemästra en uppgift. För att urskilja olika dimensioner av variation ses olika variationsmönster, som tidigare även visats av Marton och Booth (1997). Ett mönster som visats är separation som kan ske om bakgrunden är konstant och fenomenet varierar och man skiljer de aspekter som är irrelevanta från dem som är relevanta i den aktuella aktiviteten. Ett exempel är när Ella urskiljer att burkarna har olika torntillhörighet då hon skiljer ut en röd burk från torn 1 från en annan röd burk från torn 2. Eller då hon urskiljer storleksskillnaden (kontrast) mellan burkarna och vet vilken burk hon bör ta härnäst.

Analysen av det empiriska materialet visar andra variationsmönster, exempelvis när barn placerar burkar och ringar tillsammans i travar eller torn och de vet hur burkarnas bör vändas, då generaliserar barnet till en tidigare förståelse av hur burken tidigare har vänts. Hur barnen ordnar beror också på de värden inom dimensioner av variation som differentieras, utifrån objekt för lärande. Ett exempel är Eskil som ordnar alla burkarna i fullständig storleksordning i burktraven. Om han däremot ska bygga upp alla burkar i ett torn så har han inte urskiljt skillnaderna mellan (differentierat) alla burkarnas storleksvärden (eftersom han inte kan bygga upp ordnade torn med alla burkarna). Ella och Alva bygger upp alla burkarna i storleksordnande torn, travar eller i rader. De ordnas från stor till liten men även från liten till stor. Flickorna har då urskiljt storleksskillnader, torntillhörighet och hur burken bör vändas i relation till objekt för lärande (fusion).

För att lösa den uppgift som barnen har föresatt sig visas att vissa dimensioner av variation är mer betydelsefulla än andra i relation till barnens lärandeobjekt. Om dessa aspekter uppträder som kritiska eller ej beror på barnet och hans eller hennes tidigare erfarenhet. Inledningsvis är exempelvis burkens torntillhörighet och orientering dimensioner som varierar och utgör kritiska drag för några av barnen. Burkarna är från olika burkset, dessa har då olika tillhörighet och burkseten innehåller åtta, nio eller tio burkar i olika storlekar. Burktorn 1 och burktorn 2 har båda burkar i fyra färger<sup>98</sup>, så en ytterligare dimension som varierar och är potentiellt kritisk för att ordna burkar är färg eftersom den största

---

<sup>98</sup> Färgordningen skiljer sig åt.

burken i båda burkseten (1 och 2) är gul. Om burkarna i burkset 1 ordnas efter den färgordning som burkarna från burkset 2 har, erhålls en annan storleksordning. Andra dimensioner som varierar, men som är helt korrelerade med storlek är burkens eller ringens diameter (beror även på ringens orientering) och burkens volym och höjd<sup>99</sup>.

Ett annat potentiellt kritiskt drag som synliggörs är när Ella och Alva bygger torn, flickorna placerar metodiskt den största av de kvarvarande burkarna eller ringarna. Detta urskiljs inte av Eskil eller Chris när de bygger burkar i torn. Om barnen i stället väljer att trava burkar i varandra kan de antingen kontinuerligt placera den minsta eller den största av de kvarvarande burkarna. Om burkarna ska travas över varandra i en vänd trave bör burkarna placeras från den minsta till den största och barnen kan inte byta utförandestrategi under aktivitetens fortlöpande om burkarna ska ordnas i storlek. Barnen kan inte heller se eller känna om någon burk fattas och är alla burkarna placerade, i den vända traven, då är de också placerade i storleksordning.

När barnen försöker ordna alla burkarna i storleksordning i en trave så visas att de delar burktraven (om någon burk inte kan placeras) eller också skapas fler mindre travar, med färre burkar. Är inte alla burkarna i travarna helt storleksordnade så är det inte möjligt att placera dem tillsammans i traven. För att bedöma (storleksvärdet) var en burk ska placeras tar barnen traven i handen och skakar den och kan på så sätt känna om och i så fall var en burk fattas. Detta ses framför allt i episoderna med burktorn 4 där burkarnas breda kanter döljer mellanrummet. Ett annat förfaringssätt för att urskilja var en burk ska placeras är att känna med fingret i mellanrummet som också syns i burktraven som bildas om en burk saknas (görs framför allt med burkset 1 och 2). I ringtornepisoderna visas också att barnen känner, med handen, formen på tornets sida eller tar på kanten på ringarna för att urskilja skillnad i storleksvärdet eller i ringens orientering.

Resultatet visar hur barnen placerar burkar och ringar i olika ordningar. De dimensioner av variation och de kritiska drag som uppträder för enskilda barn visar sig oftast vara gemensamma för flera av barnen. Barnen ordnar i storlek först med något och sedan med allt fler föremål, då storleksvärden allt eftersom differentieras. Antalet burkar i de olika tornen varierar och för att bygga upp helt storleksordnade torn ska alla burkarna urskiljas, storleksvärdet differentieras så

---

<sup>99</sup> I varje burkset är den största burken högst, bredast och rymmer mest.

de kan placeras i storleksordning. Då utgör antal, storlek och storleksordning kritiska drag. Ett exempel är Ella som beskriver att det fattas en grön burk och den måste hon hitta då hon vill skapa storleksordning. Men Eskil och Chris urskiljer inte detta inledningsvis, då de burkar som har fallit till golvet inte tas upp eller placeras i storleksföljden.

## De yngsta barnens matematiserande i relation till objekt för lärande

I forskning har man tidigare använt benämningen precounting eller premathematics för att beskriva yngre barns aritmetiska kunskaper (Baroody, 1987; Freudenthal, 1971). Definitionen av prematematik eller aritmetisk kunskap kan tolkas i förhållande till Piagets m.fl. (1952, 1956, 1960) syn på barns utveckling av matematisk kunskap och logiskt tänkande i relation till formell matematik (Freudenthal, 1971). Även Vygotsky (1934/1999, 1935/1978) beskriver begreppet tidig matematik och att barn tidigt har matematiska erfarenheter, en egen förskolearitmetik ”som bara närsynta psykologer kan ignorera”. Jag tolkar detta som att för- eller tidig aritmetik ger kunskaper i begynnande formell aritmetik, men barns tidiga kunskaper i matematik relateras till en icke formell matematik. I förskolans läroplan betonas och beskrivs matematiken som ämne, något som sker i vardagens aktiviteter, där lärarna definierar vad matematik är och dess olika områden som är av betydelse för barns lärande (Skolverket, 2010a; Utbildningsdepartementet, 1998). Jag vill inte beskriva barns matematiserande i termer av prematematik då exempelvis Gibson m.fl. (2000) beskriver lärande som något som transformeras i ett flöde som ständigt förändras.

Barn erfar världen som en helhet, i material som undersöks och i aktiviteter som utförs urskiljs allt fler delar genom variation och värden som differentieras, som i sin tur ger implikationer för matematiskt kunnande. De yngsta barnens matematiserande betraktas här som informellt och processorienterat med syftet att söka information för att lösa de problem som uppkommer i situationen. De dimensioner av variation som observerades genom analysen rör olika matematiska storheter framför allt storlek (diameter, volym, rymd, höjd, bredd och längd), orientering och konicitet, en regelbunden yta. Andra aktiviteter eller storheter som berörs är att sortera, klassificera, ordna i serier eller urskilja form, mönster och antal (parbildning och andra grupperingar) samt det tredimensionella rummet och olika lägesbegrepp.

I resultatet visas olika handlingsstrategier för att differentiera storleksvärden, exempelvis när barnen tar en ring eller burk och prövar om den passar. Passar inte burken eller ringen väljs i stället en ny burk och barnet prövar på nytt om den passar. Andra barn är noga med att behålla den ordnande ordningen så den inte behöver återskapas. I slutskedet av studien visar några barn att de kan välja ut den ring eller den burk som ska placeras även om burkarna eller ringarna är placerade i en annan ordning och skapar då ordning på olika sätt. Alva och Ella visar att de erfar andra handlingssätt och bygger andra storleksordningar och öppnar rum för eget ordnande. Att kunna ordna föremål i serier från den största till den minsta är ett viktigt steg för att lära sig räkna, men även att storleksordna föremål och placera dem i olika grupperingar då samordnas och utvecklas aritmetik och geometri (Cartwright, 1974; Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007; Clements, Wilson m.fl., 2004; Leeb-Lindberg, 2001; Sarama & Clements, 2004). Att ordna i mönster och gruppera geometriska objekt är även en förutsättning för barns utveckling av spatial kompetens. När barn urskiljer former och mönster så som symmetri (vertikal, horisontell och rotation) och ser proportioner ges förutsättning för mer utvecklad uppfattning om rummet (Bornstein m.fl., 2005; Clements & Sarama, 2007; de Moor, 2005; Palmer, 1985; Satlow & Newcombe 1998).

Clements (2004) och Clements och Wilson m.fl. (2004) anger att barn betraktar geometriska föremål först som individuella och senare formar barnen dessa till mer komplicerade grupperade figurer. Detta visar också Ella då hon beskriver ringar som en fot(er) och två foter eller burkar som berg. Hon beskriver också att någon ring är liten och någon är stor och E-ringen som hon placerar beskrivs som den ”största minsta” i förhållande till den mindre F-ringen. Men vid jämförelse mellan E-ringen och de två största ringarna (A och B) anges E-ringen som liten.

När barn avgör vilket av två föremål som är störst sker detta först genom direkt jämförelse (Buys & Veltman, 2005; Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007). Barns erfarenheter av storlek och längd knyts framför allt till den egna kroppen. I Ellas handling och vad hon säger visas att hon erfar att tornet blir för högt och då placerar hon ett mindre antal burkar (Buys & Veltman, 2005; Hirsch, 2001; Nunez & Bryant, 1996). När barn ordnar i storlek utvecklas också kunnande om den transitiva lagen<sup>100</sup> (Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007). Detta

---

<sup>100</sup> Transitiva lagen, om A är längre än B och B är längre än C så är A längre än C. Barn gör denna jämförelse först med konkreta objekt och senare utan objekt.

synliggörs i episoderna då ringar eller burkar ska ordnas i storlek och vissa burkar eller ringar placeras före andra på skaffet eller på bordet, men även då barnen behåller dem i handen och bara byter ordningen mellan ringarna.

Barnen visar att förmågan att bedöma och ordna föremål i storlek utvecklas, men även andra aspekter framträder. En aspekt (dimension av variation) är volym, som är helt korrelerad med storleksdimensionen, men barnen ser och känner hur mycket som ryms i burkarna då de göms i varandra eller då de staplas ihop (antingen ryms burken eller så ryms den inte). Ytterligare dimensioner av variation som är av betydelse för storleksordningen är att alla ringarna som ingår i serien bör storleksordnas och vändas åt samma håll, eftersom både antal, storlek och orientering avgör om tornet får en jämn konisk yta. Inhelder och Piaget (1949/1970) visade hur barn arbetar med burkar och placerar dessa i torn. De beskriver att barns placeringar av burkar är slumpmässiga och ungefärliga. Vidare menar de att barn glömmet sin tidigare intention och bygger något annat. Mitt resultat visar dock det motsatta, vilket överensstämmer med Clements (2004) och Clements och Saramas (2007) studier som visar att barnens handlingar inte är slumpartade utan målinriktade och att barn anger vad de vill åstadkomma.

Ahlberg (1997, 2000) beskriver barns förfaringssätt och hur de använder sina sinnen vid räkning, de räknar och ser, räknar och känner, räknar och hör. Detta förfaringssätt kan även ses här i relation till storlek då barnen *ser* storlek och *känner* storlek. Barnen använder hela sin kropp för att undersöka och utforska matematiska begrepp och storheter i handling, de matematiserar. Barnen visar att de har en hög medvetenhet om sina kamraters förmågor, exempelvis Alva när hon försöker hjälpa Chris och då pekar på ringarna och anger dem i den ordning som de bör placeras. Chris bror har tidigare endast benämnt de ringar som ska placeras med dess färg, men Chris kan ännu inte kombinera färgen på ringen (som han ser) med dess benämning och då är broderns utsaga inte till någon hjälp.

Resultaten visar att barns tidigare erfarenheter har betydelse för hur de agerar. Om barnen kan överföra tidigare kunskaper till liknande aktiviteter eller material beror till stor del på aktiviteten eller materialets utformning. I episoderna där barn använder ett annat (nytt) ringtorn så tycks det som om de får börja om igen och utforska materialet. Detta kunde även observeras om lång tid hade förflutit mellan tillfällena då de använde materialet och speciellt hos de barn som var

osäkra på vissa storleksvärden. I inledningen av min vistelse på förskolan noterades två ringtorn, varav det ena hade några ringar som skulle placeras på ett koniskt skaft. Denna utformning gav ett specifikt förfaringssätt, då ringarna endast kunde placeras i ordning från stor till liten. Det andra tornet byggdes upp av storleksordnade skivor som skulle placeras eller knäppas ihop i ordning från stor till liten och den föregående skivan passade endast i den efterföljande skivans hål (som tryckknappar). Erfarenheter av aktiviteten och materialets utformning speglades i barnens utsagor då de uttryckte ett sätt att placera ringarna. De gamla ringtornens föreskrivande utförande gjorde att barnen då de fick tillgång till ett annat ringtorn angav ett sätt för ringarna att placeras. I burktornsepisoderna uppmärksammades inte denna skillnad mellan nya respektive gamla torn på samma sätt, men resultatet av burktornsepisoderna visar att förmågan att storleksordna burkar i travar utvecklas tidigare än att storleksordna burkarna i torn eller att storleksordna dem över varandra, i en så kallad vänd trave.

## Metoddiskussion

Undersökningen genomfördes med en kvalitativt inriktad forskningsmetod. Vid inledningen av studiens genomförande gjordes flera avvägningar, till exempel design av fältexperimenten, barngruppens ålder, antalet barn, dokumentationsformer och analysverktyg. Andra avvägningar gjordes för att lösa praktiska dilemman, exempelvis att få tillträde till barngruppen eller enskilda barn och att tillmötesgå och säkerställa etiska regler. De olika avvägningar som gjordes inför och under avhandlingsstudiens fortlöpande kommer att diskuteras i detta avsnitt.

I val och avvägningar som gjordes inför studien så bedömdes att videoinspelningar och en naturalistisk forskningsmetod (Cohen m.fl., 2005; Hammersley & Atkinson, 2007) som mest passande. Vid jämförelse med andra dokumentationsformer finns uppenbara fördelar med videodokumentation eftersom sekvenser kan studeras om och om igen och handlingar och aktiviteter förhoppningsvis störs i mindre mån (Lindahl, 1996). Fördelarna med videoinspelningarna var att både verbal och, framför allt, icke-verbal kommunikation kunde dokumenteras, exempelvis mindre kroppsrörelser som när barn höll ringar över skaftet eller ändrade ordningen mellan två burkar. Även interaktioner och situationens hinder och möjligheter, likväl som utvecklingen av lärande kunde dokumenteras och jämföras över tid och i relation till enskilda barn och till hela barngruppen. En annan fördel var att det inspelade materialet kunde ses av andra och tolkningar diskuteras så att nya aspekter fokuserades. Nackdelar med



observationstekniken var att det insamlade materialet blev omfattande och även något överskådligt och att transformering till bearbetningsbart skick genom de översikter, notationssystem och transkript som gjordes tog tid. Hammersley och Atkinson (2007) menar att mest tidskrävande att transkribera är handlingar, blickar och gester tillsammans med verbala utsagor. I resultatkapitlet beskrivs vissa delar av drygt 50 episoder av burk- och ringtornsaktiviteter. Hela det insamlade materialet består av minst 624 dokumenterade episoder varav aktiviteter med barn som bygger torn eller travar ihop burkar utgör en dryg tredjedel (223 st.). Eftersom det empiriska materialet blev så omfattande transkriberades endast samtliga burk- och ringtornsepisoder.

Att dokumentera barns handlingar med hjälp av video är en vanlig metod idag, speciellt vid forskning om de yngsta barnen i förskolan (Lindahl, 1996; Johansson, 1999; Månson, 2000) och vid interaktion (Heikkilä & Sahlström, 2003) eller för att studera barns perspektiv i situationer ansikte mot ansikte (Hammersley & Atkinson, 2007). En utmaning i analysarbetet var att omforma de inspelade sekvenserna till läsbar text (Hammersley & Atkinson, 2007; Melander, 2009; ten Have, 1999). Ganska tidigt insåg jag att ett speciellt notationssystem behövde skapas för beskrivning av icke-verbala handlingar samt för att skilja ringar och burkar, deras storlek eller orientering. Ett exempel är när barnet höll sina händer runt, kände, roterade eller förde ringar och burkar över varandra utan att placera dem i torn eller på skaftet (se även Figur 3). Forskning om schimpanser och barn som placerar burkar i torn (nesting cups) rapporteras bland annat av Hayashi (2007), som skapade ett annat notationssystem för burkar och dess orientering. Burken symboliseras då med X/x (beroende av orientering) och en siffra för bestämning av specifik burk. I detta system får varje burk två symboler. I det notationssystem som jag utvecklade tillskrevs i stället varje burk eller ring i serien en symbol från A/a till J/j. Detta system var till stor hjälp vid analysarbetet då jag på ett tydligt sätt kunde se, beskriva och visa hur allt fler värden differentierades. Men för en utomstående läsare riskerade Tablärerna av bokstäver och förändringen mellan bokstavskombinationerna att bli en allt för komplicerad och svårföljbar framställning. Jag beslöt då att även infoga bilder av burkarna och ringarnas förflyttning. Att först ge en beskrivning av episoden och sedan visa vissa filmrutor, kortare filmsekvenser eller bilder är ett vanligt sätt att förtydliga ett resultat (Melander, 2009; ten Have, 1999). De fotografier av ringtornet och teckningar av burktornen som skapades visar i detalj hur barns förmågor utvecklas och ger illustrationer av de slutsatser som dragits utan att barns identitet avslöjas. Burkseten har illustrerats med ritade

bilder eftersom två av burkseten/tornen tillhörde förskolan och flera av burkarna med tiden kom på avvägar och bilder av burktorn 1 och 2 därför inte kunde återskapas.

I transkriptionerna och i analysen speglas och beskrivs både barns handlingar och utsagor, men även min tolkning av dessa genom rollen som förskollärare och forskare. Pring (2004) och Green m.fl. (1997) betonar att transkriptioner inte är neutrala och att analysen är teoriimpregnerad. Min målsättning var inte att ge en neutral bild utan att visa hur vissa utgångspunkter från det teoretiska ramverket kunde användas som verktyg. En annan målsättning var att tydligt och noggrant visa de avvägningar som gjordes för att ge en så sanningsenlig, trovärdig och tillförlitlig bild som möjligt.

Genom hela arbetet har jag strävat att ta barns perspektiv och vid insamling och beskrivning av det empiriska materialet har jag lagt omsorg vid att inte utsätta barnen för sådan oaktsamhet som Hermerén (1996) varnar för. Barnen har vid några tillfällen uttryckt önskemål om att kameran ska stängas av och så har då skett. Kameran har även stängts av om barnet gått undan eller avvikit från rummet. Barnen var medvetna om när inspelning gjordes och har även frågat om de kunde bli filmade. Hammersley och Atkinson (2007) visar att andra förhållningssätt har förekommit vid studier av barn, men då har inte barns perspektiv tagits. Att alla föräldrar inledningsvis tog del av studiens syfte och senare gav sitt medgivande underlättade videodokumentationen. Datainsamlingen begränsades ändå av rutinsituationer eller aktiviteter då andra förskolebarn deltog i barngruppens vardag.

Vid det första mötet med förskolans personal diskuterades tidsperiod för datainsamlingen och de tillfällen på dagen då data kunde samlas in samt min roll som observatör. Trots att lärarna tog telefonkontakt med mig och intresserade sig för projektet uppstod vissa farhågor. En farhåga var att ytterligare en vuxen kunde störa barngruppen. En annan var hur rollen som observatör skulle påverka barnen och det pedagogiska arbetet. Min roll som observatör som deltagare blev, vid vissa tillfällen, svår att upprätthålla, exempelvis då ingen ordinarie personal fanns på avdelningen. Vid andra tillfällen tog jag en mer deltagande roll, exempelvis när lärarna på avdelningen planerade och alla förskolans barn och övriga lärare var tillsammans ute på gården, då behandlade barnen mig som sin lärare. Att pendla mellan observatörs- och deltagarrollerna är ett vanligt fenomen enligt Hammersley och Atkinson (2007). Vid videoinspelningarna har jag tagit obser-

vatörens roll och frångått deltagarrollen; när barnen sökte min hjälp, utöver det som var relaterat till den aktivitet som dokumenterades, nekade jag barnen hjälp och hänvisade dem till sina lärare. Om barnen vid observationstillfället frågade mig eller funderade högt så svarade och tilltalade jag dem. Att svara och tilltala barnen är en avvägning mellan att vara en deltagare i interaktionen och samtidigt undvika att påverka handlingar och skeenden i den dokumenterade situationen.

Larsson (1994) och Pring (2004) beskriver forskningens kvalitetskriterier och anger att beskrivningarna ska spegla det som uppfattas som sant och legitimeras genom sanningsenlighet. Därför har jag visat mitt empiriska material för andra, för att därigenom klargöra rimlighet, giltighet och trovärdighet i tolkningar men även för diskussion av alternativa tolkningar. Marton och Booth (1997) påpekar att analysarbetet startar i datainsamlingens inledningsskede och genom studiens fortlöpande särskiljs framträdande drag. Detta medförde att forskningsfokus förändrades allt eftersom analysarbetet av datamaterialet pågick och det som från början fokuserades fick så småningom en annan innebörd (bildade bakgrund till det som senare framstod som figur) och i analysens senare del fokuserades speciellt gester och subtila icke-verbala handlingar (se analysens steg punkt 5).

I det redovisade resultatet har bara aktiviteter med ring- eller burktorn valts ut. I översikten (se metodkapitlet) visas delar av det material som tillhörde avdelningen samt det material som senare inköptes för fältexperimentet. Detta<sup>101</sup> hade barnen endast tillgång till vid observationstillfällena och en effekt blev att barnen visade särskilt stort intresse för materialet. Barnen uttryckte även önskemål om specifikt material som de ville använda vid nästa observationstillfälle. Det visade sig att visst material var attraktivare än annat och användes mer frekvent och aktiviteten dokumenterades således vid fler tillfällen. 14 av de 16 barnen har alla i varierad grad arbetat med både burk- och ringtorn och resultatredovisningen visar fyra barn och deras handlingar då dessa på olika sätt bidrog till bilden av att ordna. De likheter och skillnader i handling och förmågor som utvecklades kunde ses framför allt hos Eskil, Chris, Alva och Ella, vilka också har flest dokumenterade episoder<sup>102</sup>. Urvalet av dessa barn kan inte kallas ett representativt urval (Cohen m.fl., 2005). Det är Eskil som här visas som representant för barngruppens barn och deras utveckling. Således utgör beskrivningarna av Eskil stommen i resultatredovisningen och Alva, Chris och Ella ger stommen ökad

---

<sup>101</sup> Material som inköptes av mig specificeras med (M), se under rubrik *Material som införskaffades* i metodkapitlet.

<sup>102</sup> Dessa fyra barn står sammantaget för 127 av 223 dokumenterade episoder med burk- eller ringtorn.

tyngd och massa, men bidrar även till att ge en mer nyanserad bild av förmågors utveckling då deras handlingar jämförs med Eskils.

I de tidigare redovisade kvalitetskriterierna för kvalitativ forskning beskriver Larson (1992) bland annat innebördsrikedom vilket innebär att resultaten bör vara fylliga och utförliga. Som motpol till innebördsrikedom beskrivs struktur och att andra forskare ska kunna ta del av studien och eventuellt använda den för sina egna syften. I min studie har avvägningen mellan resultatets innebördsrikedom och slutsatsernas struktur, tydlighet och begriplighet varit en utmaning. Min förhoppning är dock att dokumentationen av studien och redovisning av metoden kan visa läsaren någon ny aspekt av barns matematiserande eller ge andra en möjlighet att använda de redovisade teoretiska utgångspunkterna.

## Teoretiska och pedagogiska implikationer

Resultaten av studien visar att barn spontant arbetar för att åstadkomma storleksordning och ordningsrelation. Barnen utforskar de möjligheter som materialet ger och en av de pedagogiska konsekvenserna som resultaten visar är att ett avsett objekt för lärande, att trava ihop burkar, är skilt från ett annat objekt för lärande, att bygga upp burkar i torn. Om lärare inte ser dessa avsedda objekt för lärande som skilda lärandeobjekt kan det vara lätt att ta för givet att när barn kan storleksordna några föremål så kan de också storleksordna föremålen i andra sekvenser eller med andra föremål.

Dienes (1960) anger att barns lärande inte kan skiljas från utveckling, en process som fortgår i samspel med omgivningen. Han betonar också miljöns betydelse som bör stimulera lärande och anpassas för barn så tillfällen ges till ökat matematiskt lärande. Här har de vuxna en avgörande roll när de visar, förklarar och utgår från barnens erfarenheter och får dem att reflektera och fundera (bl.a. Seo & Ginsburg, 2004; van Ness, 2009; Vygotsky, 1934/1999, 1935/1978). I arbetet i förskolan är det viktigt att fånga och utgå från barns intresse, erfarenheter och idéer eftersom det egna intresset har betydelse för lärande och utveckling av förmåga (Baroody, 1987; Ginsburg & Golbeck, 2004; Greenes m.fl., 2004).

I förskolans reviderade läroplan (Skolverket, 2010a, b), tydliggörs flera viktiga matematiska områden som stimulerar barns utveckling. Resultaten av den genomförda studien visar att barnen är kreatörer och aktörer i såväl sitt eget som i andras matematiserande. Barn beskriver för varandra hur de ska göra och

varför problem uppkommer. De problematiserar och upptäcker matematiska storheter då de söker och finner förklaringar på egna och andras frågor genom experiment och förslag, men de ger även förutsägelser kring orsak och verkan.

Matematiken och barns matematiserande visas i förskolans vardag både synligt och mer osynligt. Den synliggörs och uttalas genom lärarledda aktiviteter och i erbjudna material, exempelvis när barn och lärare ramsräknar, läser eller sjunger eller då lärarna och barnen beskriver lägesbegrepp, storleksrelationer och geometriska objekt, då synliggörs en formell matematik för barnen. Den informella matematiken skapar och utvecklar barnen oftast själva. Den informella och outtalade matematiken är till stora delar osynlig och icke lärarledd men förekommer under stora delar av barns vardag och visas i barns handlande. Uppgiften och svårigheten för både lärare och forskare är att upptäcka, sätta ord på och studera yngre barns outtalade och informella kunskaper i matematik, deras matematiserande. Det är kanske inte önskvärt att beskriva matematiska storheters egenskaper eller ge de yngsta förskolebarnen definitioner av begrepp, utan det betydelsefulla är att lärare och andra vuxna ser att matematiken är närvarande, i barns handlande, så att den i ett senare skede<sup>105</sup> kan definieras och beskrivas med en matematisk terminologi.

I tidigare framfört resonemang om barns kompetens och det kompetenta barnet beskrivs både förväntningar och farhågor. Sommer (2003; 2005) beskriver att tidigare psykologisk och medicinsk forskning utvecklade arbetsmetoder och åtgärder från ett vuxet eller lärarperspektiv, men sker inte detta även idag? Låter vi barnens röster höras? Vad och på vilket sätt tar lärare vara på barns eget perspektiv och kunnande och vilka konsekvenser får detta, för arbetet i förskolans vardag? En vardag som sjuder av aktivitet då barn leker och lär, och som ibland (i alla fall för en utomstående) kan tyckas kaotisk med stora barngrupper och en lärargrupp som inte riktigt räcker till för att se enskilda barns utveckling och lärande. Variationsteorin (Marton & Booth, 1997, Marton m.fl., 2004) tillsammans med utvecklingspedagogiken (Pramling-Samuelsson & Asplund-Carlsson, 2003), skulle kunna ge modeller för utveckling av arbetet i förskolan, som underlättar för barns lärande och lärares arbete. Där lärarnas fokus är barnens intresse och tankar kring ämnet eller fenomenet och hur fenomenet ska behandlas i relation till barnens tidigare erfarenheter och vad de förstår av det erbjudna innehållet.

---

<sup>105</sup> För äldre förskolebarn

Miljöns betydelse beskrivs och poängteras av flera forskare (Alexander m.fl. 1997; Ginsburg & Goldbeck, 2004; Seo & Ginsburg, 2004) i förhållande till barns möjligheter till matematiserande och utvecklande av matematisk kompetens. I Eskils och de andra barnens handlingar visas hur tidigare erfarenheter generaliseras. Detta innebär att utformningen av tidigare erbjudet material påverkar handlingar och kunnande med ett nytt liknande material. Man kan även fundera över de konsekvenser som handlingar och utveckling av förmågor får i relation till det som är brukligt, exempelvis då burkar lämnas över till andra barn (som står på tur att låna materialet) eller vid städning då burkar oftast placeras tillsammans i travar. Detta ger i sin tur att barnen får fler erfarenheter av att trava ihop burkar än att bygga upp dem i torn. Så pedagogiska materials utformning, syftet med aktiviteten och vad som är brukligt att göra bör ständigt diskuteras.

De konkreta råden som ges och sammanfattas från studiens resultat är att barn bör ha tillgång till olika material och aktiviteter som utvecklar förmågan att storleksordna. För även om barn kan storleksordna föremål i en specifik ordning så är det inte säkert att de kan generalisera sitt tidigare kunnande till en ny situation eller med nya föremål. Ett annat råd är att läraren bör vara vaksam på de rutiner som uppstår, exempelvis vid städning då föremål placeras i en bestämd ordning som anses som ”den rätta”. Ytterligare ett råd är att när ett pedagogiskt material köps in bör lärarna tydliggöra och diskutera materialets matematiska implikationer. Men det viktigaste rådet till alla som arbetar i förskolan är att se och synliggöra barns matematiserande när det uppstår i vardagen, genom barns handling, i lekar eller i aktiviteter. Barns matematiserande och matematiken som barnen själva visar och undersöker måste upptäckas, beskrivas, tydliggöras och undersökas vidare; då får barn hjälp att utveckla sitt kunnande och sin matematiska förmåga.

## Slutsatser

Syftet med min studie var att bidra med en empiriskt grundad analys och beskrivning av hur yngre förskolebarn utvecklar sitt matematiserande och att identifiera och beskriva de handlingsmönster och strategier som barn utvecklar i aktiviteterna och dessas förändring över tid. En av frågeställningarna berörde även vilka dimensioner av variation som utvecklas i barns matematiserande. Dessa dimensioner av variation kan också ses som nödvändiga villkor för förmågans utveckling, en förmåga som är knuten till aktivitetens matematiska innehåll, det vill säga att bygga storleksordnade torn eller travar.

Sammanfattningsvis visar resultaten att de yngsta barnens förmåga att storleksordna utvecklades under den studerade tiden, handlingar och strategier har tydliggjorts och objekt för lärande har identifierats och kategoriserats. Den informella matematiken som barn i handling utforskar, ett eget matematiserande, har här relaterats till lärande i formell matematik, framför allt inom området rumsuppfattning och då speciellt till storleksbegreppet. Barnen urskiljer olika erbjudanden till handling och utvecklar olika förfaringssätt. Burkar och ringar travas ihop, på varandra och över varandra utan åtskillnad i storlek till en början. Så småningom differentieras allt fler värden inom de dimensioner som varierar: orientering, antal, torntillhörighet och storlek. Burkar och ringar hanteras då av barnet som enskilda, som par eller som grupperade enheter. Vissa dimensioner av variation uppträder som kritiska för något, några eller alla barnens objekt för lärande.

I analysen, som synliggjorde hur barns förmåga utvecklades, framkom följande kategorier: Att ordna, att ordna i partiell ordning, att ordna i storleksordning, att ordna och upprepa storleksordning, att öppna rum för eget ordnande och att öppna rum för andras ordnande då barnen lärde sig allt mer. Resultaten visar att när allt fler dimensioner av variation och värden inom dimensionerna urskiljs och differentieras bidrar detta till att fler rum för lärande öppnas. Detta ger att helheten först urskiljs och därefter differentieras helhetens delar, det vill säga först urskiljs alla burkar och ringar som stapelbara på eller i varandra utan att torntillhörighet eller storleken och relationen mellan burkar eller ringar urskiljs. Därefter urskiljs burkens eller ringens orientering och storlek och vissa storleksvärden differentieras. Slutligen när barnen bygger upp helt storleksordnade torn eller travar, urskiljer barnet att alla burkar eller ringarna ingår i en storleksordnad serie som ska ordnas antingen från stor till liten eller liten till stor. De vet att den enskilda burken eller ringens storlek och dess ordningsrelation har betydelse för tornets eller travens uppbyggda struktur. Barnen jämför med tidigare erfarenheter av burk- eller ringtorn och generaliserar tidigare kunnande till nya situationer och kan eventuellt bekräfta ett tidigare kunnande och ett förväntat resultat. Men ett nytt, tillsynes likvärdigt material kan öppna för andra kritiska aspekter. Resultaten visar att huruvida barn ska kunna generalisera till tidigare gjorda erfarenhet är beroende av de likheter eller de skillnader som urskiljs mellan det gamla materialet och det nya materialet, men visar också att vissa material inte ger eller öppnar för barns möjlighet att, till exempel, ordna ringar på skaffet i andra storleksordningar än från stor till liten.

Ett resultat som förvånade var att inte fler barn byggde upp storleksordnade burktorn. Det föreföll komplicerat att bygga upp alla burkarna i torn, oavsett om det var åtta, nio eller tio burkar som skulle placeras. En annan insikt som förvånade var den iver och det engagemang som barnen visade för materialet och för uppgiften att försöka ordna detta i storleksordning, (jfr Alexander m.fl., 1997).

Förhoppningsvis har en avhandlingsstudie vissa nyttoaspekter, en kan vara att arbetet ger andra, både forskare och lärare redskap att utgå från barns perspektiv och inte som i tidigare forskning ta ett psykologiskt eller medicinskt perspektiv (Sommer 2003, 2005). En annan är att mitt bidrag borde kunna fungera som ett komplement till tidigare forskning om hur barn matematiserar och ge inblick i hur barn undersöker sin omvärld och de handlingsstrategier som utvecklas. Detta skulle kunna bidra till fortsatt forskning och utveckling av detaljerade analysverktyg för att studera utveckling av barns kunnande. I analysarbetet visas hur verktyg från variationsteorin och ekologisk psykologi kan användas för att studera förmågors utveckling exempelvis i matematik och barns matematiserande, men analysverktygen skulle även kunna användas inom andra områden.

### Fortsatt forskning

Under studiens fortlöpande har ytterligare frågor uppkommit angående hur barns förmågor att storleksordna utvecklas. Dessa frågor har inte kunnat besvaras eftersom effekten och betydelsen av vissa avvägningar eller val av aktiviteter som gjordes inför och under studiens gång inte kunde förutses. En fråga som uppstod i analysarbetet var: Har färgen på ringarna någon betydelse? En annan fråga var: Vilken betydelse har antalet om fler eller färre ringar ska placeras? Ringarna placeras på skaftet och ger barnen då ett handlingserbjudande, men hur ordnar barnen ringar i olika storlek, om de inte har tillgång till något skaft? Då barn endast ordnade burkar med ett cirkulärt tvärsnitt uppstod frågan om de har burkar med exempelvis ett kvadratisk tvärsnitt, sker förmågans utveckling då på samma sätt, när en dimension tillkommer (rotation, hur burken måste vridas) och fler värden måste urskiljas? Resultaten visar att när barnen var experter på att storleksordna föremålen så grupperade de om föremålen och byggde andra storleksordningar. Då uppstod frågan: Hur fortskrider utvecklingen av förmågan att storleksordna föremål och vilka andra storleksgrupperingar gör barnen? Dessa frågor skulle kunna studeras genom en än mer experimentell, systematisk och longitudinell design.



Tidigare forskning om barns lärande i matematik har framför allt fokuserat aritmetiska kunskaper. Detta bör enligt flera forskare förändras (Clements & Sarama, 2007; Ginsburg & Golbeck, 2004; Seo & Ginsburg, 2004). Svenska förskolebarns matematiserande, deras utveckling och verksamhetens påverkan är inte väl beforskat<sup>104</sup>. Samtidigt bör påtalas att tidigare internationell forskning får betraktas som helt relevant för svenska barns utveckling av kunnande i matematik. Svensk förskola och barn i småbarnsgruppen utgör en unik företeelse eftersom yngre barn, i flertalet andra länder, inte på samma sätt erbjuds eller har tillgång till en liknande vistelse som regleras med lagar, läroplan och med välutbildad personal och miljöer anpassade för barns omsorg och lärande (se Tallberg Broman, 2010). Min förhoppning är att detta arbete kan locka andra, forskare och lärare, till att synliggöra barns matematiserande på annat sätt än den tidigare etablerade forskningen.

We caution researchers interested in studying young children's mathematical thinking against restricting their attention to numbers and arithmetic. The mathematical world of young children is much richer. (Clements & Sarama, 2007, s. 537)

## Slutord

I takt med att arbetet med denna studie har fortskridit har min syn på barns lärande förändrats och även gett mig stor respekt för barns kunnande och det matematiserande som visats genom barns handlande. Det viktigaste för min egen del var att jag allt tydligare såg hur grundläggande handlingar var för yngre barns utveckling av förmågor. Barns handlingar är inte slumpmässiga utan syfte eller mål. Yngre barns handlingar är strategiska, målinriktade och kunskapsutvecklande och barnen är både skapare och medverkande i eget och i andras lärande.

---

<sup>104</sup> Den forskning som beskriver förskolebarns "matematiserande" i svensk förskolekontext har framför allt genomförts av Doverborg (1987); Doverborg och Emanuelsson (Red., 2006) och Doverborg och Pramling-Samuelsson (1999, 2009, 2011).



# SUMMARY

## Introduction

This study is inspired by a genuine interest in toddlers and the mathematical understanding they encounter everyday in preschool. The title of this work, *To order*, is one of several categories derived from the analysis of the empirical material, through which children's capabilities are described. Regardless of any consideration about more or less "correct" ways of ordering, the category *To order* is here described as a category of toddlers' mathematizing, seen through their actions.

The theoretical framework draws mainly upon phenomenography and variation theory (Marton & Booth, 1997; Marton et al., 2004). I will address qualitatively different ways in which toddlers explore and handle situations involving basic understanding of mathematical concepts. Young children often solve dilemmas of mathematical meanings by using their senses. An extensive body of research exists within this area of interest. Different research traditions and various views exist regarding what constitutes a conceptual understanding of mathematics and the development of mathematical knowledge. The bulk of this research focuses on young children's counting. Piaget is one of the most well-known researchers in the field and research on young children's development of mathematical skills has been dominated by attempts to verify, discount or reinterpret his theories (Baroody, 2004; Clements & Sarama, 2007; Clements, Wilson et al., 2004; Fuson, 1992; Mix, 2002; Seo & Ginsburg, 2004). The research mainly concerns children older than 3 years and their arithmetic skills in arranged situations. Ginsburg and Goldbeck (2004) argue that previous research mainly focused children's early skills in mathematics in isolation, divorced from the child's everyday world.

In this thesis, some concepts and definitions of terms are more important than others. One concept is *mathematizing*, which is used to describe and emphasize the mathematical process and development of skills that occur through children's experiences when seeking structure and creating order. Mathematizing contributes to greater understanding of mathematical concepts and development of mathematical language. Freudenthal (1991) describes mathematizing as a process that continues as long as reality changes, expands and deepens, which in turn changes reality. I use the word toddlers as a term for children between 1

and 3 years of age, in line with how Baroody, Li, and Lai (2008) used the term for children 2 to 4 ½ years of age. (cf. Clements & Wilson et al., 2004; Clements & Sarama et al., 2004). Another important definition is the concept *structure*, the structure of toddlers' mathematizing. The concept structure has been chosen for toddlers' acquisition and development. It depends on the child's capability "to see" structures and relationships and is also a part of my definition of mathematics.

In mathematics the relationship between form and content is reflected by that between something *having* or *being* a structure. Structuring is a means of organising phenomena, physical and mathematical, and even mathematics as a whole. (Freudenthal, 1991, p. 20)

## Aims

The goal of this study is to provide an empirical analysis that describes the development of toddlers' mathematical activities in preschool. This development is described in terms of differences and similarities in temporal sequences of situations where toddlers work with size order activities in preschool. The objects of analysis are what resources the toddlers use and how they accomplish the tasks. A subordinated aim was to describe the affordances of these activities: What dimensions of variation and object of learning can be seen? Another subordinated aim was to see if toddlers can transfer or generalize a previously developed capability to a new and different material. The research questions are based on an idea that toddlers develop and learn mathematics through their own activities in informal situations in a social context over time.

## Theoretical framework

The research presented here will focus mainly on the theory of variation (Marton & Pang, 2006; Marton et al., 2004), but also on Gibson's (1979) and Gibson & Pick's (2000) approach to perception and the concept of differentiation (Gibson & Gibson, 1955). Variation theory originates from Phenomenography (Marton 1981, Marton & Booth, 1997), where the research interest is to describe the ways in which people experience various phenomena. Variation theory and "Ecological Psychology", (Gibson et al., 1962; Gibson, 1979) share some basic assumptions about toddlers' learning, development and mathematizing effected by differentiation of qualitatively different ways in which toddlers perceive,

explore and act. In this study learning is seen in a child's actions where the object of learning is interpreted as what the child wants to achieve, rather than the normative assessment of what the task is about. This can also be seen as taking the child's perspective, a strategy related to the "second order" perspective used in phenomenography (Marton, 1981, Marton & Booth, 1997). The second order perspective is the researcher's focus on how people experience different aspects of the same distinct phenomena. The ontological assumption of phenomenography is non-dualistic, where subject and object are seen as inseparable. The world is real, but reality is constituted by the person's perception so the world is an experienced world (Marton & Booth, 1997).

To experience something, it must be distinguished from the context. Marton and Pang (2006) describes how a learner can experience an aspect of something:

To discern an aspect, the learner must experience potential alternatives, that is, variation in a dimension corresponding to that aspect, against the background of invariance in other aspects of the same object of learning. (Marton & Pang, 2006, p. 193)

Learning is when a child develops the ability to discern and experience a particular phenomenon in a new way. The child acquires the ability to distinguish more and more aspects of the phenomenon. A variation in these aspects is necessary if such a change is to occur. This variation can be caused by peers or by the child itself. When an aspect is seen in a "new light" or considered against other aspects new possible options appear – a new dimension of variation is opened. The toddler creates, by herself or himself or together with peers, patterns of variation in her or his systematic exploration through sight or touch, the child sees and feels objects and in this exploration he or she also opens up other dimensions of variation.

Marton et al. (2004) describe "*The space of learning*" by referring to the pattern of variation that occurs naturally in a learning situation which is observed. They claim that learning occurs when participants in an interaction open up for a "new" space (creating a space) by demonstrating new, other, dimensions of variation. The space of learning involves different dimensions of variation and values in the dimension of variation and is constituted in the interaction that occurs between the toddler and the situation. It describes what is possible to learn relative to a particular object of learning in a learning situation. The object of learning is understood here as capabilities. Any capability has a specific and a

general aspect, and the object of learning describes (in this thesis) what is made possible to discern. In this thesis the object of learning is a capability related to size ordering and seen from two perspectives: the toddler's and the researcher's. The intended object of learning is viewed from the child's perspective. The child has an intention or goal, something he or she wants to accomplish. What the toddler actually learns is the lived object of learning as seen from the child's point of view. "The enacted object of learning is the researcher's description of whether, to what extent, and in what forms the necessary conditions of a particular object of learning appear in a certain setting" (Marton et al., 2004 p. 5).

The space of learning captures only what it is possible to learn in a situation from the point of view of what is meant to be learned. What is meant to be learned is the object of learning, which in our case is a capability of seeing something in a certain way. (Marton et al., 2004, p. 23)

Marton et al. (2004) have identified certain patterns of variation (Contrast, Fusion, Separation and Generalization). These patterns of variation became visible in the analysis of the collected material in this study. One such pattern, contrast, is seen when toddlers systematically compare which cups fit in size and which do not. Another pattern of variation that was explored was fusion, when several aspects vary simultaneously. When for example Ella puts cups together in piles, towers or other size-ordered groups or rows she has to take several critical aspects into consideration at the same time. Separation was seen when the child separated a cup from tower 1 from cups from tower 2. Marton et al. (2004) explain generalization:

In order to fully understand what "three" is, we must also experience varying appearances of "three," for example three apples, three monkeys, three toy cars ... This variation is necessary in order for us to be able to grasp the idea of "threeness" and separate it from irrelevant features. (Marton et al., 2004, p. 16)

In a situation something varies, usually several aspects of something at the same time. What is experienced depends on how the child perceives the logical relevance of these aspects.

Another part of my framework is the theory of ecological psychology developed by James Gibson (1979/1986), Eleanor Gibson (1955) and Gibson et al. (1962). This framework is consistent with variation theory and describes development as learning to differentiate. A position of this theory is that toddlers' learning takes place through a process by which the child receives information about the

structure of the surroundings. The child's whole body constitutes the perceptual system of the child. The child learns (more and more) to see, discern, differentiate and act. Perceptual learning is to discern the information, dimensions of difference and its features by differentiating, and toddlers extend their knowledge in actions. "It should now be clear that perceptual seeing is an awareness of persisting structures. Knowing is an extension of perceiving" (Gibson, 1979, p, 258). The theory of ecological psychology emphasizes interaction and reciprocity between perception and action.

In relation to the described framework some parts have more influence over the analysis, interpretation, description and understanding of the empirical material than others. Based on ecological psychology I show how toddlers use their body and senses as a perceptual system to search and retrieve information by exploring the material and activity and act in relation to previous experience. Children see different things that give them affordances to act. Most of the analytical tools and concepts are taken from Variation Theory, especially object of learning, dimension of variation and values within the dimension of variation and also differentiating (cf. Werner, 1948/1973). The enacted object of learning in the study is seen as the child's capability to build a size order sequence (e.g., building a tower or nesting cups). The intended object of learning is seen in the child's action, and the lived object of learning is seen in the child's action over time (from November to June). Aspects or dimensions of variation and values of the dimension of variation depend on the object of learning.

## Toddlers and mathematics

Research on children's mathematizing is a research field that has attracted much attention. It is a very well documented research field that divides into three broad theoretical domains (Baroody, 2004; Ness & Farenga, 2007). One domain is based on Piaget's development theories (cf. Fuson, 1992; Mix, 1999, 2002; Mix et al., 2002). Another refers to Vygotsky and social constructivism or socio-cultural perspective (cf. Baroody, 1987; van Nes, 2008; van den Heuvel-Panhuizen, 2008, van den Heuvel-Panhuizen & Buys, 2005). The third domain emphasizes our genetic inheritance. (cf. Mc Crink & Wynn, 2004; Wynn, 1990, 1992a, b, 1996). The research is mainly focused on children over 3 years and their arithmetic skills in arranged situations. Ginsburg and Golbeck (2004) argue that the task for researchers is to examine teaching and children's learning in mathematics "and more importantly, as it can be, in the *mélange* of settings in

which it occurs” (p. 197). Children’s learning has a prehistory and begins long before school age. Early in life, before children enter school, they gain experiences of quantities, number and a variety of subtractions and additional operations that are both simple and complex, children have their own preschool arithmetic “which only myopic psychologists could ignore” (Vygotsky, 1935/1978, p. 84). One of the most criticized and questioned researchers are Piaget and his research group, for example:

Piaget and Szeminska were too quick to dismiss young children’s counting as “rote” or non-meaningful, that is, not related to mathematical relations and operations. (Gelman & Meck, 1992, p. 172)

Another researcher, Freudenthal (1991), also criticized Piaget and Szeminska and the situations and tasks they had given the children. Further criticism comes from Devlin (2001). However, thanks to the massive criticism young children’s mathematical learning, especially arithmetic, has been well studied. In relation to Piaget and the conducted research both similarities and differences have been shown in the research results.

Clements and Sarama (2007) describe children’s mathematizing as active processes in which children construct and reconstruct knowledge. The structure and content of this process are intertwined, and each structure is the organization and components from which the child builds the next and develops knowledge. Baroody (1987) and Devlin (1995) indicate that knowledge is related to structure and logic, and organized into meaningful wholes. Mathematics is to gather facts and procedures in search of relationships, discover patterns and arrange in order. Mathematizing is an idealized system, a model, used in the description of regularities, patterns and structure in the real world.

My definition of the youngest children’s mathematizing can be described and summarized as follows: The term mathematizing emphasizes the process of knowledge development over time, when toddlers see structure, systematize through differentiation, identify variations, distinguish an object’s features and discern order in patterns and relationships they encounter in everyday life. The word mathematics emphasizes the content, tied to a mathematical discipline.



## Methods

The chosen method for studying toddlers mathematizing is described as the naturalistic research method (Pring, 2004; Hammersley & Atkinson, 2007). Data was collected by video recording in a longitudinal study from November 2007 to June 2008, generating in total 47½ hours of video. The data has been studied through so-called "fine-grained analysis" (cf. ten Have, 1999; Goodwin, 2006; Goodwin et al., 2002) of how children through their body, senses, movements and actions developed capabilities over time. The data was analyzed and considered on the basis of the intended and enacted objects of learning (Marton et al., 2004) which describes what the child wants to achieve and what was possible to learn and mathematize in the situation.

The empirical material included 16 toddlers, 1-3 years old, nine boys and seven girls, in a toddler group, in a preschool setting. From these 16 toddlers four toddlers (Alva, Chris, Ella and Eskil) were chosen for a more detailed analysis. The preschool is located in a suburb of a major city. All video recordings were first examined to provide an overview over collected materials, and a "map" was created including the date, the activity, which child, other toddlers and for how long time. Such maps were created for each child. The focus was the toddlers' activity. Questions put to the material was, for example, What is the child trying to achieve? What action is taken? What conditions are separated out? What conditions are not separated out? What conditions need the child distinguish? What does this mean? What affordances are offered by the context and material? The situations chosen from the analysis are a sub-sample of a larger corpus, and they show toddlers working with the nesting cups/cup towers and a ring tower. The task as interpreted by the toddler is to put an ordered series of rings on a shaft, or to order nesting cups in a tower or a pile, according to size.

In the results of the study the toddlers used different towers, mainly one ring tower (6 rings) and four different nesting cups/cup towers<sup>105</sup>. Two towers (CT1, CT2) have cups in four identical colors, varying color ranges. Tower CT3, CT4 have 8 cups each in different colors. To make the towers visible in the text, a notation system for cups and rings was created, which was useful also to describe the subtle acts that showed how the toddler compared and contrasted

---

<sup>105</sup> CT1, Cup tower 1, 9 cups.

CT2, Cup tower 2, 10 cups.

CT3, Cup tower 3, 8 cups.

CT4, Cup tower 4, 8 cups.

objects. Cups and rings were named from A/a to J/j depending on the orientation of the objects. Dimensions of variation and values were determined for the cups and rings and their size, tower properties and orientation. Some examples: the cup towers have 8, 9 or 10 cups (1–10 values of size) and different belongings, four cup towers (1–4 values of properties). The ring tower has 6 conical rings (1–6 values of size). Rings and cups can be oriented in two directions (2 values of orientation).

Case reports were written describing toddlers' actions with the cup tower and the ring tower. Eskil is the head character and the other toddlers, Alva, Ella and Chris, were chosen to illustrate similarities and differences in actions and developing capabilities.

## Results

The results were categorized in six areas: To order – building a tower without apparent order: To order in partial orders – building a tower in a partial order, To order in order of size – building a tower in size order, To order and repeat size order – building and maintaining size order, To open an own space of learning – building a tower and challenging order, To open others' space of learning – building and creating new order to challenge peers' knowledge.

In the initial stage, the toddler had access to two sets of nesting cup with 9 and 10 cups respectively in different sizes, and two ring towers, one with few rings and a tapered shaft. This design afforded that rings only could be placed from large to small on the shaft. The second tower was made of different-sized discs (from large to small). These discs claps together “push buttons” and the previous disc fits only in the subsequent discs holes. This regulatory design was reflected in the toddlers' statements as “on right way” for the placement of rings. After some months the toddlers were given access to a new ring tower (with 6 size ordered tapered rings on a straight shaft) and another two sets of nesting cups (with 8 size ordered cups).

One of the subordinated aims was whether toddlers could transfer previous knowledge to new objects and building the new ring towers in size order was, for some toddlers, a difficult task. In the results of the activities with the nesting cups (cup tower episodes) no difference was noticed in action with the new or the old tower. However, the data shows that piling cups together is a simpler

task than building a tower by placing the cups on top of each other. The results show that the toddlers have different ways of handling the situation.

In the data the first identified object of learning is to build a tower. The toddler placed, at the beginning of the videotaped period, rings in “a different order” or “any order”. Also the cups were placed on, in and over each other, randomly at first. The results show that toddlers discern and open a dimension of variation (aspect) at a time. First the children identify and open the orientation of the cups and rings, a dimension that varies (all cups and rings are oriented in the same direction). Then next dimension of variation discerned is the tower belongings (cups from the various towers were separated), and later the toddlers discern the size dimension. Finally the toddler discerns that all cups and rings have a size order, and that all rings and cups are important for the ordering. Based on what dimension that varies different values are discerned. Initially all objects (cups and rings) are treated as equal and have the same size value. Then the child differentiates some of the size values; the large and the small. Later the child differentiates the large and the smaller and the middle-sized. Size values are distinguished later by a finer differentiation from the largest, the second largest, the middle, the second smallest and to the smallest until all the objects’ individual size values and specific size order from A/a to F/f, or from A/a to J/j is discerned. These values and dimensions of variation are discerned later as new dimensions when the toddler creates other groups and subordinated series. Other dimensions of variation and values that were shown in relation to size were space or volume, number, and order. In relation to the size and the orientation, diameter was shown (largest side up or down), but also a conical surface when all the rings were arranged in order of orientation and size.

Concerning the space of learning the toddlers expose dimensions of variation and values in the dimensions of variation as they help each other. They describe the cups and rings so the relationship and structure will be easier to discern for peers. Particularly Alva helps her peers by creating a space of learning for others. She helps Chris to place all the rings in size order, but when she later gives the tower to other toddlers who do not need as much help the rings are placed in a “different order”. When Sara placed and oriented rings in the “wrong direction” Alva showed Sara how to change the orientation of the ring (from a to A) and said “do soo” (rotating the ring). But when the tower again is handed over from Alva to Ella the ring is re-oriented to a.

The toddlers developed capabilities in other areas of mathematizing such as incipient arithmetic skills. For example they place cups and rings in size, order, estimate, compare, and count objects. Cups are placed in pairs, in groups of three, four or five and one by one, considered as individual objects or as compound units (with different numbers of objects). A mathematical aspect that is expressed is that the counting word is a temporary name, and if more items are added or removed a new counting word should be used. Some examples, when Ella counts cups she is aware of that she can count from the top, smallest cup and from the bottom, biggest cup. She develops an initial understanding of the relationships between size, number and height. Another example is Eskil, who puts ducks in a cup, and says “three” when three ducks are placed in the cup, then a new duck is placed, he says “now it’s five”. He knows that if he adds more items to the amount he needs to use another counting word. Eskil uses the cups as a “reference amount” and the number of ducks (when he puts one duck in each cup) is compared according to the so-called one to one principle/correspondence (cf. Gelman & Galistel, 1972).

## Conclusions

The documented episodes show that the toddlers’ discern and describe the following dimensions of variation: size, tower belongings and orientation. The empirical data also shows number sense capabilities such as one to one principle, counting and estimating. Based on previous knowledge the child distinguished, by differentiation, dimensions of variation and values within the dimensions of variation. A conclusion to be drawn is that a previous value within a dimension of variation is identified later as a new value or as another dimension of variation.

## Discussion

There are a few relevant previous studies with a similar focus, toddlers exploring mathematical knowledge together with peers in preschool settings. The interest in this case is not psychology or experimental studies, but an interest to study “in situ” and focus the development in the interaction as it is constituted “here and now”. But to study children of this relatively low age, there are some considerations, involving analysis and interpretation of non-verbal speech, actions, interactions with peers and early mathematical knowledge. Toddlers’

activities of this kind are a crucial preparation for fundamental arithmetics such as properties of number and basic operations (cf. Cartwright, 1974; Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007; Clements, Wilson et al., 2004; Leeb-Lindberg, 2001; Sarama & Clements, 2004). Structuring and ordering in size and series are important in relation to sense making in early mathematizing (cf. Bornstein et al., 2005; Buys & Veltman, 2005; Clements, 2004; Clements & Sarama, 2007; Clements & Wilson et al., 2004; de Moor, 2005; Palmer, 1985; Satlow & Newcombe, 1998).

One may wonder what I have found in relation to my purpose and the issues that were described initially as the basis for this work. The overall aim of this work has been to describe how toddlers mathematize and develop incipient mathematical understanding over time. In conclusion, the result shows that the toddlers' skills developed during the study period. Objects of learning as well as dimensions of variation and values within the dimension of variation (cf. Marton & Booth, 1997; Marton et al., 2004) were identified and categorized. By differentiation toddlers discerned more and more values of the dimension that varies of the object of learning. The toddlers showed different strategies for action: lining up objects, creating size arrangement of rows, stacking cups and rings together (in, on and over each other). When placing the objects in other formations the objects were treated as individual, pairs or compounding units depending on the situation. Some aspects were seen as critical features for some or all toddlers, the most prominent being the cups' "tower property", size, order and orientation, conicity. However, the critical features are only critical in relation to each child and object of learning. The toddler acted in relation to the towers, depending on earlier experience and in an attempt to generalize skills to a new tower. One finding that surprised me was that some toddlers did not build up the cup tower during the time of the study, but they built them up in size order piles. The capability to generalize previous experience with similar materials depended on the children's experiences, object of learning and the similarities and differences in the earlier material in relation to new materials.

## Final words

It is my hope that this work has shown toddler mathematizing in a different way than previously established research and as such be a useful contribution to the field:

We caution researchers interested in studying young children's mathematical thinking against restricting their attention to numbers and arithmetic. The mathematical world of young children is much richer. (Clements & Sarama, 2007, p. 537)

## REFERENSER

- Ahlberg, A. (1992). *Att möta matematiska problem*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 82. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (1994). *Att möta matematiken i förskolan: Rita tala och räkna matematik* (Publikation Nr 12). Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Ahlberg, A. (1997). *Children's ways of handling and experiencing numbers*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 113. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Ahlberg, A. (2000). *The sensuous and simultaneous experience of numbers* (IDP-rapport Nr 2000:03). Göteborg: Institutionen för pedagogik och didaktik, Göteborgs universitet.
- Alexander, P. A., White, C. S., & Daugherty, M. (1997). Analogical reasoning and early mathematics learning. I L. D. English. (Red.), *Mathematical reasoning* (s. 117-147). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Alexandersson, M. (1996). *Den konstnärliga blicken, en studie om konstnärers reflektion*. (Småskrifter från Institutionen för metodik, Nr 10). Göteborg: Institutionen för metodik, Göteborgs universitet.
- Babbington, S. (2006). *A case study of a toddler's problemsolving development*. Papers presented at ACE, Issue 17.
- Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A development framework for preschool, primary and special education teachers*. New York: Teachers College Press.
- Baroody, A. J. (1992). The development of preschoolers' counting skills and principles. I J. Bideaud., C. Meljac., & J-P. Fischer (Red.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (s. 99-126). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Baroody, A. J. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. I D. H. Clements., J. Sarama., & A-M. DiBiase (Red.), *Engaging young children in mathematics: standards for early childhood mathematics education* (s. 173-219). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Baroody, A. J., Li, X., & Lai, M-L. (2008). Toddlers' spontaneous attention to number. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 240-270.
- Baroody, A. J., Li, X., & Mix, K. S. (2006). The development of young children's number and operation sense and its implications for early childhood education. I B. Spodek., & O. Saracho (Red.), *Handbook of research on the education of young children* (s. 187-221). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Bertamini, M., & Croucher, C. J. (2003). The shape of holes. *Cognition*, 87, 33-54.
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande: Småbarns möten med matematik*. Åbo: Åbo Akademis förlag.

- Bornstein, M. H., Ferdinandsen, K., & Gross, C. G. (1981). Perception of symmetry in infancy. *Developmental Psychology*, 17, 82-86.
- Bruner, J. (1990). *Acts of meaning*. London: Harvard University Press.
- Bryman, A., & Teevan, J. J. (2005). *Social research methods*. Oxford: University Press.
- Bullock, M., & Gelman, R. (1977). Numerical reasoning in young children: The ordering principle. *Child Development*, 48, 427-434.
- Buyts, K. (2001/2008). Pre-school years – emergent numeracy. I M. van den Heuvel-Panhuizen (Red.), *Children learn mathematics* (s. 25-30). Netherlands: Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Buyts, K., & Bokhove, J. (2005). Measurement in grade 1 and 2. I M. van den Heuvel-Panhuizen., & K. Buyts (Red.), *Young children learn measurement and geometry* (s. 67-114). Netherlands: Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Buyts, K., & Veltman, A. (2005). Measurement in Kindergarten 1 and 2. I M. van den Heuvel-Panhuizen., & K. Buyts (Red.), *Young children learn measurement and geometry* (s. 37-66). Netherlands: Freudenthal Institute, Utrecht University.
- Cartwright, S. (1974). Blocks and learning. *Young children*, March, 141-146.
- Clements, D. H. (2004). Geometric and spatial thinking in early childhood education. I D. H. Clements., J. Sarama., & A-M. DiBiase (Red.), *Engaging young children in mathematics, standard for early childhood mathematics education* (s. 267-298). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Clements, D., & Battista, M. (1992) Geometry and spatial reasoning. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 420-464). New York: MacMillan.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, s. 461-556). Charlotte, NC: Information Age.
- Clements, D. H., Sarama, J., & DiBiase, A-M. (2004). (Red.), *Engaging young children in mathematics, standard for early childhood mathematics education*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 192-212.
- Clements, D. H., Wilson, D. W., & Sarama, J. (2004). Young children's composition of geometric figures: A learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 163-184.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cohen, L., Manion, L., & Morriison, K. (2005). *Research methods in education* (5<sup>th</sup> ed.). London: RoutledgeFalmer.
- de Moor, E. (2005). Domain description geometry. I M. van den Heuvel-Panhuizen., & K. Buyts (Red.), *Young children learn measurement and geometry* (s. 115-144). Netherlands: Freudentahl Institute, Utrecht University.
- Devlin, K. (1995). *Logic and information*. New York: Cambridge University Press.



- Devlin, K. (2001). *The math gene: How mathematical thinking evolved and why numbers are like gossip*. London: Basic Books.
- Dienes, Z. P. (1960). *Building up mathematics*. London: Hutchinson Educational.
- Doverborg, E. (1987). *Matematik i förskolan?* (Publikation Nr 5). Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Doverborg, E., & Emanuelsson, G. (Red), (2006). *Små barns matematik*. Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Doverborg, E., & Pramling-Samuelsson, I. (1999). *Förskolebarn i matematikens värld*. Stockholm: Liber.
- Doverborg, E., & Pramling-Samuelsson, I. (2009). Grundläggande matematik. I S, Sheridan., I, Pramling-Samuelsson., & E, Johansson (Red.), *Barns tidiga lärande: En tvärsnittsstudie om förskolan som miljö för barns lärande*. (s. 125-150) Göteborg Studies in Educational Sciences, 284. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Doverborg, E., & Pramling-Samuelsson, I. (2011). Learning from Alex's encounter with basic mathematical concepts. I J. Emanuelsson., L. Fainsilber., J. Häggström., A. Kullberg., B. Lindström., & M. Löwing (Red.), *Voices on learning and instruction in mathematics* (s. 97-112) Göteborg: NCM, Göteborgs universitet.
- Ekeblad, E. (1996). *Children learning numbers: A phenomenographic excursion into first-grade children's arithmetic*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 105. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Emanuelsson, J. (2001). *En fråga om frågor: Hur lärarens frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 168. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Entwistle, D. R., & Alexander, K. L. (1990). Beginning school math competence: Minority and majority comparisons. *Child Development*, 61, 454-471.
- Flom, R.A., Burmeister, R. C., & Pick, A. D. (1998). *An ecological approach to joint attention and early language*. Paper presented at the International Conference on Infants Studies, Atlanta GA.
- Fragaszy, D. M., Galloway, A., Johnsson-Pynn, J., & Brakke, K. (2002). The sources of skill in seriating cups in children, monkeys and apes. *Developmental Science*, 5(1), 118-131.
- Freudenthal, H. (1971). Geometry between the devil and the deep sea. *Educational Studies in Mathematics*, 3, 413-435.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Hingham, MA: Kluwer Academic.
- Fröbel, F. (1995). *Människans fostran*. Lund: Studentlitteratur.
- Fuson, K. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. I J. Bideaud., C. Meljac., & J-P. Fischer (Red.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (s. 127-149). Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Fuson, K. (2004). Pre-K to grade 2 goals and standards, I D. H. Clements., J. Sarama., & A-M. DiBiase (Red.), *Engaging young children in mathematics, standard for early childhood mathematics education* (s. 105-148). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Gallistel, C. R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: From reals to integers. *Trends in Cognitive Science*, 4(2), 59-65.
- Gannerud, E., & Rönnerman, K. (2003). *Lärande och omsorg i förskola och skola – analys av fackliga tidskrifter* (IDP-Rapport Nr 2003:03) Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Gelman, R., & Brenneman, K. (2004). Science learning pathways for young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 150-158.
- Gelman, R., & Gallistel, R. C. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Gelman, R., & Meck, B. (1992). Early principles aid initial but not later conceptions of number. I J. Bideaud., C. Meljac., & J-P. Fischer (Red.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (s. 171-189). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Gibson, J. J. (1979). *The ecological approach to visual perception*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Gibson, E. J. (1980/1991). *An odyssey in learning and perception*. Cambridge: MIT Press.
- Gibson, J. J., & Gibson, E. J. (1955). Perceptual learning: Differentiation or enrichment? *Psychological Review*, 62, (1) 32-41.
- Gibson, E. J., Gibson, J. J., Pick, A. D., & Osser, H. (1962). A developmental study of the discrimination of letter-like forms. *Journal of Comparative and Physiological Psychology*, 55, 897-906.
- Gibson, E. J., & Pick, A. D. (2000). *An ecological approach to perceptual learning and development*. Oxford: Oxford University Press.
- Ginsburg, H. P., & Golbeck, S. L. (2004). Thoughts on the future of research on mathematics and science learning and education. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 190-200.
- Goodwin, C. (2000). Action and embodiment within situated human interaction. *Journal of Pragmatics* 32, 1489-1552.
- Goodwin, H. M. (2006). Organizing participation in cross-sex jump rope: Situating gender differences within longitudinal studies of activities. *Research on Language and Social Interactions*, 34(1), 75-106.
- Goodwin, H. M., Goodwin, C., & Yaeger-Dror, M. (2002). Multi-modality in girls' game disputes. *Journal of Pragmatics*, 34, 1621-1649.
- Gopnik, A., Meltzoff, N. A., & Kuhl, K. P. (1999). *The scientist in the crib: Minds, brains, and how children learn*. New York: William Morrow.
- Green, J., Franquiz, M., & Dixon, C. N. (1997). The myth of the objective transcript. *TESOL Quarterly*, 31(1), 172-176.
- Greenes, C., Ginsburg, H. P., & Balfanz, R. (2004). Big math for little kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 159-166.

- Halldén, G. (2003). Barnperspektiv som ideologiskt och/eller metodologiskt begrepp. I E. Johansson., & I. Pramling Samuelsson (Red.), *Barns perspektiv och barnperspektiv*. Pedagogisk Forskning, nr. 1-2, 12-23.
- Hammersley, M., & Atkinson, P. (2007). *Ethnography: Principles in practice*. New York: Routledge.
- Hannula, M. M. (2005). *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills*. Annales universitatis Turkuensis B, 282. Turku, Finland: Painosalama.
- Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction, 15*, 237-256.
- Hayashi, M. (2007). A new system of object manipulation in the nesting-cup task for chimpanzees and humans. *Cortex, 34*, 308-318.
- Heikkilä, M., & Sahlström, F. (2003). Om användning av videoinspelning i fältarbetet. I E. Johansson., & I. Pramling Samuelsson (Red.), *Barns perspektiv och barnperspektiv*. Pedagogisk Forskning, nr.1-2, 24-41.
- Hermerén, G. (1996). Kunskapens pris – Forskningsetiska problem och principer i humaniora och samhällsvetenskap (2:a upplagan). Humanistiskt samhällsvetenskapliga forskningsrådet (HSFR). Uppsala: Swedish Science Press.
- Hirsch, E. S. (Red.), (2001). *The block book*. Washington: National Association for the Education of Young Children Washington, D.C.
- Hughes, M. (1986). *Children and number: Difficulties in learning mathematics*. Oxford: Basil Blackwell.
- Huntley-Fenner., & Connor, E. (2000). Preschoolers' magnitude comparisons are mediated by a preverbal analog mechanism. *Psychological Science, 11*(2), 147-152.
- Huttenlocher, J., Duffy, S., & Levine, S. C. (2002). Infants and toddlers discriminate amount: Are they measuring? *Psychological Science, 13*, 244-249.
- Huttenlocher, J., Jordan, N. C., & Levine, S. C. (1994). A mental model for early arithmetic. *Journal of Experimental Psychology, General, 123*, 284-296.
- Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 262. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1949/1970). *The early growth of logic in the child, classification and seriation*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Johansson, E. (1999). *Etik i små barns värld om värden och normer bland de yngsta barnen i förskola*. Göteborg studies in educational sciences 141. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Johansson, E. (2003). Att närma sig barns perspektiv. I E. Johansson., & I. Pramling Samuelsson (Red.), *Barns perspektiv och barnperspektiv*. Pedagogisk Forskning nr.1-2, 42-57.
- Johnsen-Høines, M. (2000). Matematik som språk: verksamhetsteoretiska perspektiv. Malmö: Liber.

- Johnsson-Pynn, J., & Frigaszy, D. M. (2001). Do apes and monkeys rely upon conceptual reversibility? *Animal Cognition*, 4, 315-324.
- Kamii, C., Miyakawa, Y., & Kato, Y. (2004). The development of logico-mathematical knowledge in a block-building activity ages 1-4. *Journal of Research in Childhood Education*, 19, 13-26.
- Kihlström, S. (1995). *Att vara förskollärare: Om yrkets pedagogiska innebörder*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 102. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Kidwell, M., & Zimmerman, D. (2007). Joint attention as action. *Journal of pragmatics*, 39, 592-611.
- Koechlin, E., Dehaene, S., & Mehler, J. (1997). Numerical Transformations in five-month-old human infants. *Mathematical Cognition*, 3(2), 89-104.
- Kullberg, A. (2010). *What is taught and what is learned: Professional insights gained and shared by teachers of mathematics*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 293. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Larsson, S. (1994). Om kvalitetskriterier i kvalitativa studier. I B. Starrin., & P-G. Svensson (Red.), *Kvalitativ metod och vetenskapsteori* (s. 163-190). Lund: Studentlitteratur.
- Leeb-Lindberg, K. (2001). The block builder mathematician, I E. S. Hirsch, (Red.), *The block book* (s. 35-60). Washington, D.C.: National Association for the Education of Young Children.
- Lindahl, M. (1996). *Inläring och erfärande: ettåringars möte med förskolans värld*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 103. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindgren, A.-L., & Sparrman, A. (2003). Om att bli dokumenterad: Etiska aspekter på förskolans arbete med dokumentation. I E. Johansson., & I. Pramling-Samuelsson (Red.), *Barns perspektiv och barnperspektiv*, Pedagogisk Forskning nr.1-2, 58-69.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Orgins of number sense: Large-number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14(5), 396-40.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004a). Preschool children master the logic of number word meanings. *Cognition*, 98, B57-B66.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2004b). Discrimination of large and small numerosities by human infants. *Infancy*, 5, 271-290.
- Lökken, G. (2008). *Toddlarkultur*. Lund: Studentlitteratur.
- Markström, A-M. (2005). *Förskolan som normaliseringspraktik: En etnografisk studie*. Linköping: Linköping Studies in Pedagogic Practices No 1. Linköpings Universitet.
- Marton, F. (1981). Phenomenography: Describing conceptions of the world around us. *Instructional Science*, 10, 177-200.
- Marton, (2005) Om praxisnära grundforskning. I *Forskning av denna världen II – om teorins roll i praxisnära forskning*. Stockholm: Vetenskapsrådet.
- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness*. Mahwah, NJ: Erlbaum.

- Marton, F., & Pang, M. F. (2006). On some necessary conditions of learning. *The Journal of the Learning Sciences*, 15(2), 193-220.
- Marton, F., Runesson, U., & Tsui, A. B. M. (2004). The space of learning. I F. Marton., & A. B. M. Tsui (Red.), *Classroom discourse and the space of learning* (s. 3-40). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Marton, F., & Trigwell, K. (2000). Variatio est mater studiorum. *Higher Education Research & Development*, (3), 381-395.
- Marton, F., & Tsui, A. B. M. (2004). (Red.), *Classroom discourse and the space of learning*. Mahwah, NJ: Lawrence.
- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9 month old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776-781.
- Mehler, J., & Bever, T. G. (1967). Cognitive capacity of very young children. *Science*, 79, 141-142.
- Melander, H. (2009). *Trajectories of learning: Embodied interaction in change*. Acta Universitatis Upsaliensis, 124. Uppsala.
- Miyakawa, Y., Kamii, C., & Nagahiro, M. (2005). The development of logico-mathematical thinking at ages 1-3 in play with blocks and incline. *Journal of Research in Childhood Education*, (19)4, 292-301.
- Mix, K. S. (1999). Similarity and numerical equivalence: Appearance count. *Cognitive Development*, 14, 269-297.
- Mix, K. S. (2002). The construction of number concepts. *Cognitive Development*, 17, 1345-1363.
- Mix, K. S. (2009). How Spencer made number: First use of the number words. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102, 427-444.
- Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, 128, 278-294.
- Månsson, A. (2000). *Möten som formar interaktionsmönster på förskolan mellan pedagoger och de yngsta barnen i ett genusperspektiv*. Malmö: Högskolan i Malmö: Institutionen för pedagogik.
- Ness, D., & Farenga, S. J. (2007). *Knowledge under construction: The importance of play in developing children's spatial and geometric thinking*. New York: Rowman & Littlefield.
- Neuman, D. (1987). *The origin of arithmetic skills*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 62. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Núñez, R., & Lakoff, G. (2005). The cognitive foundations of mathematics: The role of conceptual metaphor. I J. Campbell (Red.), *Handbook of mathematical cognition* (s. 109-126). New York: Psychology Press.
- Nuthall, G. (2004). Relating classroom teaching to students' learning: A critical analysis of why research has failed to bridge the theory-practice gap. *Harvard Educational Review*, 74(3), 273-306.
- Palmer, S. (1985). The role of symmetry in shape perception. *Acta Psychologica*, 59, 67-90.

- Pang, M. F. (2003). Two faces of variation: On continuity in the phenomenographic movement. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 47(2), 145-156.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1956). *The child's conception of space*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The child's conception of geometry*. London: Routledge and Kegan Paul.
- Pramling, I. (1983). *The child's conception of learning*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 46. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Pramling, I. (1994). *Kunnandets grunder. Prövning av en fenomenografisk ansats till att utveckla barns sätt att uppfatta sin omvärld*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 94. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Pramling-Samuelsson, I., & Asplund-Carlsson, M. (2003). *Det lekande lärande barnet: I en utvecklingspedagogisk teori*. Stockholm: Liber.
- Pramling, I., & Mårdsjö, A-C. (1994). *Att utveckla kunnandets grunder*. (Rapport Nr 1994:07) Göteborg: Institutionen för metodik i lärarutbildningen, Göteborgs universitet.
- Pring, R. (2004). *Philosophy of educational research* (2:a uppl.). New York: Continuum.
- Reis, M. (1998). *Den intuitiva matematiken: Små barn erfar matematiska aspekter av omvärlden*. (C-uppsats). Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet
- Reis, M. (1999a). Den intuitiva matematiken. *Handledarskap i förskolan*, 3, 12-18
- Reis, M. (1999b). Intuitiv matematik, *Matematik i Förskolan*, Förskolans förlag, 28-34.
- Reis, M. (1999c). Tidig matematik. *Förskoletidningen*, 4, 46-52.
- Reis, M. (2000). Den intuitiva matematiken, små barn erfar sin omvärld. I NCMs *Tid för matematik*. Dokumentation av 11:e matematikbiennalen Göteborg, 27-29 januari 2000. Nationellt Centrum för matematikutbildning, NCM, s. 347-349.
- Reis, M. (2001). Med alla sinnen. *Familjedaghem*, 1, 27-31.
- Reis, M. (2003). *Att utveckla den egna praktiken* (D-uppsats). Göteborg: Institutionen för pedagogik, Göteborgs universitet.
- Reis, M. (2008a). Förskolebarns utveckling av ”pre-matematik”. I C. Bergsten., B. Grevholm., & T. Lingefjärd (Red.), *Perspectives on mathematical knowledge*. Proceedings of MADIF6 The 6th Swedish Mathematics Education Research Seminar. Stockholm, January 29-30, 2008, s. 128-129. Tillgänglig på <http://www.mai.liu.se/SMDF/madif/Reis/pdf>
- Reis, M. (2008b). Barns matematiserande i förskolan ur ett variationsteoretiskt perspektiv. I U, Runesson., & K. Rönnerman (Red.), *Pedagogiskt arbete ett forskarutbildningsämne i utveckling vid IPD* (s. 161-178). (IPD-Rapport 2008:08), Göteborg: Institutionen för pedagogik och didaktik, Göteborgs Universitet.

- Rubinstein Reich, L., & Wesén, B. (1986). *Observera mera*. Lund: Studentlitteratur.
- Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik: Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll*. Göteborg Studies in Educational Sciences, 129. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Runesson, U. (2006). What is it possible to learn? On variation as a necessary condition for learning. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 50(4), 397-410.
- Runesson, U., & Marton, F. (2002). The object of learning and the space of variation. I F. Marton., & P. Morris (Red.), *What matters? Discovering critical conditions of classroom learning* (s. 19-38). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Sandberg, E. H., Huttenlocher, J., & Newcombe, N. (1996). The development of hierarchical representations of two-dimensional space. *Child Development*, 67, 721-739.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2004). Building blocks for early childhood mathematics. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 181-189.
- Satlow, E., & Newcombe, N. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's developing concepts of geometric shape. *Cognitive Development*, 13, 547-559.
- Schnall, S., & Gattis, M. (1998). Transitive inference by visual reasoning. I M. A. Gernsbacher., & S. J. Derry (Red.), *Proceedings of the Twentieth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, (s. 929-934). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Seo, K-H., & Ginsburg, H. P. (2004). What is developmentally appropriate in early childhood mathematics education? I D. H. Clements., J. Sarama., & A-M. DiBiase (Red.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (s. 91-104). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Sfard, A., & Lavie, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different: Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23(2), 237-309.
- Simon, T. J., Hespos, S. J., & Rochat, P. (1995). Do infants understand simple arithmetic? A replication of Wynn (1992). *Cognitive Development*, 10, 253-269.
- Skolverket. (2010a). *Läroplan för förskolan, Lpfö 98, reviderad 2010*. Tillgänglig på <http://www.skolverket.se>, 2010-10-29.
- Skolverket. (2010b). *Ny skollag och förtydligad läroplan för förskolan, skolverket ger förskolechefen stöd*. Tillgänglig på <http://www.skolverket.se>, 2011-03-30.
- Skolverket. (2010c). *Redovisning av uppdrag om, Förslag till förtydligande i läroplanen för förskolan*. Tillgänglig på <http://www.skolverket.se>, 2010-02-05.
- Sommer, D. (2003). Børnesyn i utviklingspsykologien: Er et børneperspektiv muligt? I E. Johansson., & I. Pramling-Samuelsson (Red.), *Barns perspektiv och barnperspektiv*. Pedagogisk Forskning nr. 1-2, 85-100.
- Sommer, D. (2005). *Barndomspsykologiska fasetter*. Stockholm: Liber.
- Sophian, C. (1988a). Early developments in children's understanding of number: Inferences about numerosity and one-to-one correspondence. *Child Development*, 59, 1397-1414.

- Sophian, C. (1988b). Limitations on preschool children's knowledge about counting: Using counting to compare two sets. *Developmental Psychology*, 24, 634-640.
- Starkey, P., Spelke, E., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36, 97-127.
- Steffe, L. P. (2004). PSSM from a constructivist perspective. I D. H. Clements., J. Sarama., & A-M. DiBiase (Red.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (s. 221-251). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Tallberg Broman, I. (2010). Svensk förskola ett kvalitetsbegrepp. I B. Riddersporre., & S. Persson (Red.), *Utbildningsvetenskap för förskolan* (s. 21-38). Stockholm: Natur och Kultur.
- ten Have, P. (1999). *Doing conversation analysis: A practical guide*. London: SAGE.
- Trick, L., & Pylyshyn, Z. W. (1994). Why are all small and large numbers enumerated differently? A limited capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, 101, 80-102.
- Utbildningsdepartementet. (1998). *Läroplan för förskolan*. Stockholm: Fritzes.
- Utbildningsdepartementet. (2010). *Skollagen*. 2010:800. Stockholm: Fritzes.
- Wakeley, A., Rivera, S., & Langer, A. (2000). Can young infants add and subtract? *Child Development*, 71, 1525 – 1534.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., & Buys, K. (Red.), (2005). *Young children learn measurement and geometry*. Netherlands: Freudentahl Institute, Utrecht University.
- van den Heuvel-Panhuizen, M., Veltman, A., Janssen, C., & Hochstenback, J., (2005). Geometry in Kindergarten 1 and 2. I M. van den Heuvel-Panhuizen, & K. Buys, (Red.), *Young children learn measurement and geometry* (s. 145-226). Netherlands: Freudentahl Institute, Utrecht University.
- van den Heuvel-Panhuizen, M. (Red.), (2008) *Children learn mathematics*. Netherlands: Freudentahl Institute, Utrecht University. SensePublicher.
- van Nes, F. (2009). *Young children's spatial structuring ability and emerging numbers sense*. Utrecht: Universiteit Utrecht. Faculteit Bätawetenschappen Flsme.
- Wernberg, A. (2009). *Lärandets objekt, vad elever förväntas lära sig, vad görs möjligt för dem att lära och vad de faktiskt lär sig under lektionerna*. Doktorsavhandling inom den Nationella forskarskolan i pedagogiskt arbete nr. 20. Kristianstad: Skrifter utgivna vid Högskolan Kristianstad 2: 2009.
- Werner, H. (1948/1973). *Comparative psychology of mental development*. New York: International Universities Press.
- Vetenskapsrådet, (2011) *God forskningsred*. Tillgänglig på [http://www.vr.se/download/18.2bb973112ef4f1b5ac8000357/God\\_forskningssed\\_VR\\_rapport\\_1\\_2011.pdf](http://www.vr.se/download/18.2bb973112ef4f1b5ac8000357/God_forskningssed_VR_rapport_1_2011.pdf)
- Vygotsky, L. S. (1934/1999). *Tänkande och språk*. Göteborg: Daidalos.
- Vygotsky, L. S. (1935/1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155-193.



- Wynn, K. (1992a). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24, 220-251.
- Wynn, K. (1992b). Evidence against empiricist accounts of the origins of numerical knowledge. *Mind and Language*, 7, 315-332.
- Wynn, K. (1996). Infants' individuation and enumeration of actions. *Psychological Science*, 7(3), 164-169.
- Wynn, K. (2000). Findings of addition and subtraction in infants are robust and consistent: Reply to Wakeley, Rivera and Langer. *Child Development*, 71, 1535-1536.
- Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89, B15-B25.
- Zur, O., & Gelman, R. (2004). Young children can add and subtract by predicting and checking. *Early Childhood Research Quarterly*, (19), 121-137.
- Örnkloo, H. (2007). *Fitting objects into holes: On the development of spatial cognition*. Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis.



## MEDGIVANDE för barn deltagande i studie om Barn och matematik

Bilaga 1

### Projekt:

Arbetet har det övergripande syftet att beskriva hur de yngsta barnen i förskolan utvecklar matematisk förståelse genom lek och egna aktiviteter. Genom detta hoppas jag att studien ökar förståelse för yngre barns matematiska lärande. Framför allt kommer icke lärarledda situationer att studeras.

### Metod:

Undersökningen kommer att bestå av ett antal videofilmade sekvenser där barn enskilt eller i grupp leker, agerar, utvecklar sitt lärande i matematik. Efter att Ni föräldrar/målsmän har gett ert samtycke till videofilmningen, kommer jag att med en bärbar videokamera filma barnet/barnen några gånger under vissa månader (perioder). Ni föräldrar/målsmän kommer att vid önskemål få ta del av det inspelade materialet. De delar som ni kommer att kunna ta del av berör ert eget barn. Ingen kommer naturligtvis att få tillgång till film/utdrag med andras barn. Om någon av deltagarna (barn/föräldrar) inte godkänner att videomaterialet används kommer det att raderas förutsatt att det ännu inte bearbetats. Viktigt är att understryka att fokus i undersökningen inte ligger på individerna utan på hur barn utvecklar matematisk förståelse.

### Resultatredovisning, etik och sekretess:

De medverkandes namn kommer att ändras (till fingerade namn) och det kommer inte att vara möjligt att identifiera några enskilda personer eller förskolor. Alla personuppgifter och andra uppgifter som möjliggör identifiering av individer kommer att handhas konfidentiellt och under tystnadsplikt i enlighet med Personuppgiftslagen (1998:204)<sup>106</sup>. Insamlade data kommer endast att användas inom studien. Samtliga anställda på avdelningen och andra som knyts till studien (tex. föräldrar till barns som inte deltar) kommer att få skriftlig information och skriva under medgivande innan studiens start (se nedan). Alla originalfilmer kommer att förvaras på ett sådant sätt att ingen otillbörlig utanför projektet kan få tillgång till det. Det inspelade videomaterialet kommer att sparas under 10år enligt Arkiveringslagen.

**Medverkan i undersökningen är frivillig och vårdnadshavande till barnen kan när som helst välja att avbryta sin medverkan. Nedan väljer ni graden av medverkan.**

Ja, jag ger tillstånd för mitt barn att delta i studien och tillåter att de videofilmade sekvenserna mitt barn medverkar får användas som exempel i studien.

Ja, jag ger tillstånd för mitt barn att delta i studien. Inspelningarna får användas i studien samt i utbildning och vid forskningskonferenser

Nej, mitt barn vill inte medverka i studien.

Datum \_\_\_\_\_ Barnets namn \_\_\_\_\_

Underskrift \_\_\_\_\_ Underskrift \_\_\_\_\_

(Målsmans/vårdnadshavares underskrift eftersom de medverkande barnen är under 18år)

Tag gärna kontakt med mig om ni har frågor eller andra funderingar.

Tack på förhand *Maria Reis*

[Maria.Reis@hb.se](mailto:Maria.Reis@hb.se) Tel.nr hem 031- 882885, arb. 033- 4354371

---

<sup>106</sup> Personuppgiftsombud för Göteborg universitet är Kristina Ullgren. Kristina.Ullgren@adm.gu.se  
Ansvarig för personuppgifterna är Göteborgs universitet. Undertecknad är kontaktperson för personuppgifterna



## MEDGIVANDE

### för barn deltagande i studie om Barn och matematik

#### Projekt:

Arbetet har det övergripande syftet att beskriva hur de yngsta barnen i förskolan utvecklar matematisk förståelse genom lek och egna aktiviteter. Genom detta hoppas jag att studien ökar förståelse för yngre barns matematiska lärande. Framför allt kommer icke läroplaner situationer att studeras. Vissa situationer kommer att återskapas för att se om barnen kan använda det de lärt sig i en ny situation eller med ett annat material.

#### Metod:

Undersökningen kommer att bestå av ett antal videofilmade sekvenser där barn enskilt eller i grupp leker, agerar, utvecklar sitt lärande i matematik. Då studien kommer att fortlöpa under ca. 1½år kommer barn mellan 1½-2år i gruppen att väljas ut. Efter att Ni föräldrar/målsmän har gett ert samtycke till videofilmningen, kommer jag att med en bärbar videokamera filma barnet/barnen några gånger under vissa månader (perioder). Ni föräldrar/målsmän kommer att vid önskemål få ta del av det inspelade materialet. De delar som ni kommer att kunna ta del av berör ert eget barn. Ingen kommer naturligtvis att få tillgång till film/utdrag med andras barn. Om någon av deltagarna (barn/föräldrar) inte godkänner att videomaterialet används kommer det att raderas förutsatt att det ännu inte bearbetats. Viktigt är att understryka att fokus i undersökningen inte ligger på individerna utan på hur barn utvecklar matematisk förståelse.

#### Resultatredovisning, etik och sekretess:

De medverkandes namn kommer att ändras (till fingerade namn) och det kommer inte att vara möjligt att identifiera några enskilda personer eller förskolor. Alla personuppgifter och andra uppgifter som möjliggör identifiering av individer kommer att handhas konfidentiellt och under tystnadsplikt i enlighet med Personuppgiftslagen (1998:204)<sup>107</sup>. Insamlade data kommer endast att användas inom studien. Samtliga anställda på avdelningen och andra som knyts till studien (tex. föräldrar till barns som inte deltar) kommer att få skriftlig information och skriva under medgivande innan studiens start (se nedan). Alla originalfilmer kommer att förvaras på ett sådant sätt att ingen otillbörlig utanför projektet kan få tillgång till det. Det inspelade videomaterialet kommer att sparas under 10år enligt Arkiveringslagen.

**Medverkan i undersökningen är frivillig och vårdnadshavande till barnen kan när som helst välja att avbryta sin medverkan. Nedan väljer ni graden av medverkan.**

- Ja, jag ger tillstånd för mitt barn att delta i studien och tillåter att de videofilmade sekvenserna mitt barn medverkar får användas som exempel i studien.
- Ja, jag ger tillstånd för mitt barn att delta i studien. Inspelningarna får användas i studien samt i utbildning och vid forskningskonferenser
- Nej, mitt barn vill inte medverka i studien.

Datum \_\_\_\_\_ Barnets namn \_\_\_\_\_

Underskrift \_\_\_\_\_ Underskrift \_\_\_\_\_

(Målsmans/vårdnadshavares underskrift eftersom de medverkande barnen är under 18år)

Tag gärna kontakt med mig om ni har frågor eller andra funderingar.

Tack på förhand *Maria Reis*

[Maria.Reis@hb.se](mailto:Maria.Reis@hb.se) Tel.nr hem 031- 882885, arb. 033- 4354371

---

Personuppgiftsombud för Göteborgs universitet är Kristina Ullgren. Kristina.Ullgren@adm.gu.se  
Ansvarig för personuppgifterna är Göteborgs universitet. Undertecknad är kontaktperson för personuppgifterna.



## MEDGIVANDE för personal deltagande i studie om Barn och matematik

### Projekt:

Arbete har det övergripande syftet att beskriva hur de yngsta barnen i förskolan utvecklar matematisk förståelse genom lek och egna aktiviteter och genom detta öka förståelsen för små barns lärande i matematik. Framför allt kommer barns egna erfarenheter i icke lärarledda situationer att studeras. Därefter kommer vissa situationer att återskapas för att se om barnen kan överföra tidigare kunskap med ett annat material eller annan situation.

### Metod:

Undersökningen kommer att bestå av ett antal videofilmade sekvenser där barn enskilt eller i grupp leker, agerar, utvecklar och erfår olika matematiska aspekter. Då studien kommer att fortlöpa under ca 1½ år kommer barnen mellan 1½-2år i gruppen att väljas. Efter att föräldrar/målsmän har gett sitt samtycke till videofilmningen, kommer jag att med en bärbar videokamera videofilma barnet/barnen några gånger under vissa månader (perioder). Föräldrar/målsmän kommer att vid önskemål få ta del av vissa delar av det inspelade materialet. Om någon av deltagande parter inte godkänner att videomaterialet används kommer det att raderas förutsatt att de ännu inte bearbetats. Viktigt är att understryka att fokus i undersökningen inte ligger på personalen och det pedagogiska arbetet utan på hur barn utvecklar matematisk förståelse.

### Resultatredovisning, etik och sekretess:

De medverkandes namn kommer att ändras (till fingerade namn) och det kommer inte att vara möjligt att identifiera några enskilda personer eller förskolor. Alla personuppgifter och andra uppgifter som möjliggör identifiering av individer kommer att handhas konfidentiellt och under tystnadsplikt i enlighet med Personuppgiftslagen (1998:204)<sup>108</sup>. Insamlade data kommer endast att användas inom studien. Samtliga anställda på avdelningen och andra som knyts till studien (tex. föräldrar till barn som inte deltar) kommer att få skriftlig information och skriva under medgivande innan studiens start. Alla originalfilmer kommer att förvaras på ett sådant sätt att ingen otillbörlig utaför projektet kan få tillgång till det. Det inspelade videomaterialet kommer att sparas under 10år enligt Arkiveringslagen.

**Medverkan i undersökningen är frivillig och personal kan när som helst välja att avbryta sin medverkan.**

- Ja, jag deltar i studien och tillåter att de videofilmade sekvenserna får användas som exempel i studien.
- Ja, jag deltar i studien. Inspelningarna får användas i studien samt i utbildning och vid forsknings-konferenser
- Nej, jag vill inte medverka i de videofilmade sekvenserna och i studien

Datum \_\_\_\_\_

Underskrift \_\_\_\_\_

Tag gärna kontakt med mig om ni har frågor eller andra funderingar

Tack på förhand *Maria Reis*

[Maria.Reis@hb.se](mailto:Maria.Reis@hb.se) Tel.nr hem 031- 882885, arb. 033- 4354371

---

<sup>108</sup> Personuppgiftsombud för Göteborg universitet är Kristina Ullgren. Kristina.Ullgren@adm.gu.se

Ansvärig för personuppgifterna är Göteborgs universitet. Undertecknad är kontaktperson för personuppgifterna





## Översikt av aktiviteter


Barnen som ingår i studien är videodokumenterade under ett antal dagar och episoder<sup>109</sup> se tabell nedan

Namn <sup>110</sup>	<i>Ringtorn</i> Antal dagar /Episoder	<i>Burktorn</i> Antal dagar /Episoder	<i>Sorterar</i> Antal dagar /Episoder	<i>Spel</i> Antal dagar /Episoder	<i>Pussel</i> Antal dagar /Episoder	<i>Rumsuppfattning/Bygglek</i> Antal dagar /Episoder	<i>Plockbox</i> Antal dagar /Episoder
Alva	5 / 13	7 / 19	8 / 14	3 / 3	1 / 1	8 / 11	2 / 2
Anna	6 / 13	4 / 5	5 / 6	2 / 2	6 / 8	3 / 3	5 / 6
Anton	1 / 1	1 / 1	4 / 8	0 / 0	1 / 1	3 / 4	4 / 4
Chris	6 / 13	5 / 6	13 / 14	4 / 5	0 / 0	7 / 9	2 / 2
Ella	6 / 22	8 / 23	12 / 17	6 / 9	5 / 9	6 / 9	3 / 3
Eskil	7 / 20	9 / 11	8 / 11	4 / 10	1 / 2	8 / 8	1 / 1
Fred	7 / 10	5 / 6	8 / 8	3 / 4	2 / 4	5 / 9	3 / 3
Fabian	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	1 / 1	0 / 0	1 / 1
Ina	1 / 1	2 / 3	5 / 5	1 / 5	2 / 2	5 / 5	2 / 3
Ivar	1 / 1	2 / 3	3 / 4	0 / 0	1 / 1	0 / 0	0 / 0
Lena	1 / 1	2 / 2	5 / 6	0 / 0	0 / 0	0 / 0	1 / 1
Olle	3 / 5	2 / 2	8 / 12	2 / 2	5 / 7	9 / 9	2 / 2
Robert	4 / 4	6 / 10	10 / 13	7 / 11	0 / 0	4 / 6	3 / 3
Sara	3 / 3	6 / 9	7 / 12	3 / 4	0 / 0	2 / 2	2 / 2
Siri	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	1 / 1	0 / 0	2 / 2
Teo	3 / 6	2 / 10	22 / 35	6 / 6	5 / 6	10 / 15	5 / 7
Antal Episoder	113st.	110st	165st.	61st.	43st.	90st.	42st.

<sup>109</sup> En episod definieras här som en tid är när ett barn gör en aktivitet och sedan anser sig färdig för att antingen lämna, börja om eller lämna över aktiviteten till något annat barn

<sup>110</sup> Barnens namn är fingerade vissa namn har jag skapat andra namn har föräldrarna skapat för denna studie



Får hjälp av kamrat	*
Roterar ring på skaft	
Bygger stapel	A-J /a-j (kursiverad)
Håller ring över skaft	()
Håller sina båda händerna runt tornets ringar	::
Håller ena handen runt	:
Känner med fingrar på kanten i mellanrummet mellan två ringar	> <
Håller finger på skaftets översida/topp	-
För ringarna upp och ner	↓   ↑
Lägger ring/burk med stor diameter ned/	Versaler A-F
Lägger ring/burk med stor diameter upp	Gemena a-f
Burk eller ring (störst)	A/a
Burk eller ring (näst störst)	B/b
Burk eller ring	C/c
Burk eller ring	D/d
Burk eller ring	E/e
Burk eller ring (orange ring -minst)	F/f
Burk	G/g
Burk (BT 3 och 4:s minsta burk)	H/h
Burk (BT 1:s minsta burk)	I/i
Burk (BT 2:s minsta burk)	J/j
Knopp	K/k



*Översikt av besöksdagar i förskolan Gul*

Förskolan besöktes vid totalt 33 tillfällen. Videodokumentation skedde från den 5 november 2007 till den 2 juni 2008, totalt 29 dagar.

2007	Datum				
September	14				
Oktober	2	10	25		
November	5	13	21	27	
December	4	14	19		
2008					
Januari	8	16	22	28	
Februari	1	7	12	25	
Mars	5	14	18	26	
April	1	9	16	23	28
Maj	7	14	23	26	
Juni	2				



Tidigare utgåvor:

Editors: Kjell Härnqvist and Karl-Gustaf Stukát

1. KARL-GUSTAF STUKÁT *Lekskolans inverkan på barns utveckling*. Stockholm 1966
2. URBAN DAHLÖF *Skoldifferentiering och undervisningsförlopp*. Stockholm 1967
3. ERIK WALLIN *Spelling. Factorial and experimental studies*. Stockholm 1967
4. BENGT-ERIK ANDERSSON *Studies in adolescent behaviour. Project Yg, Youth in Göteborg*. Stockholm 1969
5. FERENCE MARTON *Structural dynamics of learning*. Stockholm 1970
6. ALLAN SVENSSON *Relative achievement. School performance in relation to intelligence, sex and home environment*. Stockholm 1971
7. GUNNI KÄRRBY *Child rearing and the development of moral structure*. Stockholm 1971

Editors: Urban Dahllöf, Kjell Härnqvist and Karl-Gustaf Stukát

8. ULF P. LUNDGREN *Frame factors and the teaching process. A contribution to curriculum theory and theory on teaching*. Stockholm 1972
9. LENNART LEVIN *Comparative studies in foreign-language teaching*. Stockholm 1972
10. RODNEY ÅSBERG *Primary education and national development*. Stockholm 1973
11. BJÖRN SANDGREN *Kreativ utveckling*. Stockholm 1974
12. CHRISTER BRUSLING *Microteaching - A concept in development*. Stockholm 1974
13. KJELL RUBENSON *Rekrytering till vuxenutbildning. En studie av kortutbildade yngre män*. Göteborg 1975
14. ROGER SÄLJÖ *Qualitative differences in learning as a function of the learner's conception of the task*. Göteborg 1975
15. LARS OWE DAHLGREN *Qualitative differences in learning as a function of content-oriented guidance*. Göteborg 1975
16. MARIE MÅNSSON *Samarbete och samarbetsförmåga. En kritisk granskning*. Lund 1975
17. JAN-ERIC GUSTAFSSON *Verbal and figural aptitudes in relation to instructional methods. Studies in aptitude - treatment interactions*. Göteborg 1976
18. MATS EKHOLM *Social utveckling i skolan. Studier och diskussion*. Göteborg 1976

19. LENNART SVENSSON *Study skill and learning*. Göteborg 1976

20. BJÖRN ANDERSSON *Science teaching and the development of thinking*. Göteborg 1976

21. JAN-ERIK PERNEMAN *Medvetenhet genom utbildning*. Göteborg 1977

Editors: Kjell Härnqvist, Ference Marton and Karl-Gustaf Stukát

22. INGA WERNERSSON *Könsdifferentiering i grundskolan*. Göteborg 1977
23. BERT AGGESTEDT & ULLA TEBELIUS *Barns upplevelser av idrott*. Göteborg 1977
24. ANDERS FRANSSON *Att rädas prov och att vilja veta*. Göteborg 1978
25. ROLAND BJÖRKBERG *Föreställningar om arbete, utveckling och livsrytm*. Göteborg 1978
26. GUNILLA SVINGBY *Läroplaner som styrmedel för svensk obligatorisk skola. Teoretisk analys och ett empiriskt bidrag*. Göteborg 1978
27. INGA ANDERSSON *Tankestilar och bemmjö*. Göteborg 1979
28. GUNNAR STANGVIK *Self-concept and school segregation*. Göteborg 1979
29. MARGARETA KRISTIANSSON *Matematikkunskaper Lgr 62, Lgr 69*. Göteborg 1979
30. BRITT JOHANSSON *Kunskapsbehov i omvårdnadsarbete och kunskapskrav i vårdutbildning*. Göteborg 1979
31. GÖRAN PATRIKSSON *Socialisation och involvering i idrott*. Göteborg 1979
32. PETER GILL *Moral judgments of violence among Irish and Swedish adolescents*. Göteborg 1979
33. TAGE LJUNGBLAD *Förskola - grundskola i samverkan. Förutsättningar och hinder*. Göteborg 1980
34. BERNER LINDSTRÖM *Forms of representation, content and learning*. Göteborg 1980
35. CLAES-GÖRAN WENESTAM *Qualitative differences in retention*. Göteborg 1980
36. BRITT JOHANSSON *Pedagogiska samtal i vårdutbildning. Innehåll och språkbruk*. Göteborg 1981
37. LEIF LYBECK *Arkimedes i klassen. En ämnespedagogisk berättelse*. Göteborg 1981
38. BIÖRN HASSELGREN *Ways of apprehending children at play. A study of pre-school student teachers' development*. Göteborg 1981

39. LENNART NILSSON *Yrkesutbildning i nutidshistoriskt perspektiv. Yrkesutbildningens utveckling från skräväsandets uppbörande 1846 till 1980-talet samt tankar om framtida inriktning.* Göteborg 1981
40. GUDRUN BALKE-AURELL *Changes in ability as related to educational and occupational experience.* Göteborg 1982
41. ROGER SÄLJÖ *Learning and understanding. A study of differences in constructing meaning from a text.* Göteborg 1982
42. ULLA MARKLUND *Droger och påverkan. Eleanalys som utgångspunkt för drogundervisning.* Göteborg 1983
43. SVEN SETTERLIND *Avslappningsträning i skolan. Forskningsöversikt och empiriska studier.* Göteborg 1983
44. EGIL ANDERSSON & MARIA LAWENIUS *Lärares uppfattning av undervisning.* Göteborg 1983
45. JAN THEMAN *Uppfattningar av politisk makt.* Göteborg 1983
46. INGRID PRAMLING *The child's conception of learning.* Göteborg 1983
47. PER OLOF THÅNG *Vuxenlärares förhållningsätt till deltagarverken. En studie inom AMU.* Göteborg 1984
48. INGE JOHANSSON *Fritidspedagog på fritidshem. En yrkesgrupps syn på sitt arbete.* Göteborg 1984
49. GUNILLA SVANBERG *Medansvar i undervisning. Metoder för observation och kvalitativ analys.* Göteborg 1984
50. SVEN-ERIC REUTERBERG *Studiemedel och rekrytering till högskolan.* Göteborg 1984
51. GÖSTA DAHLGREN & LARS-ERIK OLSSON *Läsning i barnperspektiv.* Göteborg 1985
52. CHRISTINA KÄRRQVIST *Kunskapsutveckling genom experimentcentrerade dialoger i ellära.* Göteborg 1985
53. CLAES ALEXANDERSSON *Stabilitet och förändring. En empirisk studie av förhållandet mellan skolkunskap och vardagsvetande.* Göteborg 1985
54. LILLEMOR JERNQVIST *Speech regulation of motor acts as used by cerebral palsied children. Observational and experimental studies of a key feature of conductive education.* Göteborg 1985
55. SOLVEIG HÄGGLUND *Sex-typing and development in an ecological perspective.* Göteborg 1986
56. INGRID CARLGREN *Lokalt utvecklingsarbete.* Göteborg 1986
57. LARSSON, ALEXANDERSSON, HELMSTAD & THÅNG *Arbetsupplevelse och utbildningsyn hos icke facklära. Göteborg 1986*
58. ELVI WALLDAL *Studier vid gymnasieskolans värdegrund. Förväntad yrkesposition, rollpåverkan, självuppfattning.* Göteborg 1986
- Editors: Jan-Eric Gustafsson, Ferenc Marton and Karl-Gustaf Stukát
59. EIE ERICSSON *Foreign language teaching from the point of view of certain student activities.* Göteborg 1986
60. JAN HOLMER *Högre utbildning för lågutbildade i industrin.* Göteborg 1987
61. ANDERS HILL & TULLIE RABE *Psykiskt utvecklingsstörda i kommunal förskola.* Göteborg 1987
62. DAGMAR NEUMAN *The origin of arithmetic skills. A phenomenographic approach.* Göteborg 1987
63. TOMAS KROKSMARK *Fenomenografisk didaktik.* Göteborg 1987
64. ROLF LANDER *Utvärderingsforskning - till vilken nytta? Göteborg 1987*
65. TORGNY OTTOSSON *Map-reading and wayfinding.* Göteborg 1987
66. MAC MURRAY *Utbildningsexpansion, jämlikhet och avlänkning.* Göteborg 1988
67. ALBERTO NAGLE CAJES *Studieåret ur den väljandes perspektiv.* Göteborg 1988
68. GÖRAN LASSBO *Mamma - (Pappa) - barn. En utvecklingssekologisk studie av socialisation i olika familjetyper.* Göteborg 1988
69. LENA RENSTRÖM *Conceptions of matter. A phenomenographic approach.* Göteborg 1988
70. INGRID PRAMLING *Att lära barn lära.* Göteborg 1988
71. LARS FREDHOLM *Praktik som bärare av undervisnings innehåll och form. En förklaringsmodell för uppkomst av undervisningshandlingar inom en totalförsvarsorganisation.* Göteborg 1988
72. OLOF F. LUNDQUIST *Studiestöd för vuxna. Utveckling, utnyttjande, utfall.* Göteborg 1989
73. BO DAHLIN *Religionen, själen och livets mening. En fenomenografisk och existensfilosofisk studie av religionsundervisningens villkor.* Göteborg 1989
74. SUSANNE BJÖRKDAHL ORDELL *Socialarbetare. Bakgrund, utbildning och yrkesliv.* Göteborg 1990
75. EVA BJÖRCK-ÅKESSON *Measuring Sensation Seeking.* Göteborg 1990
76. ULLA-BRITT BLADINI *Från hjälpskolelärare till förändringsagent. Svensk specialläroutbildning 1921-1981 relaterad till specialundervisningens utveckling och förändringar i speciallärares yrkesuppgifter.* Göteborg 1990



77. ELISABET ÖHRN *Könsmönster i klassrumsinteraktion. En observations- och intervjustudie av högstadieelevers lärarkontakter.* Göteborg 1991
78. TOMAS KROKSMARK *Pedagogikens vägar till dess första svenska professur.* Göteborg 1991
- Editors: Ingemar Emanuelsson, Jan-Eric Gustafsson and Ference Marton
79. ELVI WALLDAL *Problembaserad inläring. Utvärdering av påbyggnadslinjen Utbildning i öppen hälso- och sjukvård.* Göteborg 1991
80. ULLA AXNER *Visuella perceptionsvårigheter i skolperspektiv. En longitudinell studie.* Göteborg 1991
81. BIRGITTA KULLBERG *Learning to learn to read.* Göteborg 1991
82. CLAES ANNERSTEDT *Idrottslärarna och idrottsämnet. Utveckling, mål, kompetens - ett didaktiskt perspektiv.* Göteborg 1991
83. EWA PILHAMMAR ANDERSSON *Det är vi som är dom. Sjuksköterskestuderandes föreställningar och perspektiv under utbildningstiden.* Göteborg 1991
84. ELSA NORDIN *Kunskaper och uppfattningar om maten och dess funktioner i kroppen. Kombinerad enkät- och intervjustudie i grundskolans årskurser 3, 6 och 9.* Göteborg 1992
85. VALENTIN GONZÁLEZ *On human attitudes. Root metaphors in theoretical conceptions.* Göteborg 1992
86. JAN-ERIK JOHANSSON *Metodikämnet i forskollärarutbildningen. Bidrag till en traditionsbestämning.* Göteborg 1992
87. ANN AHLBERG *Att möta matematiska problem. En belysning av barns lärande.* Göteborg 1992
88. ELLA DANIELSON *Omvårdnad och dess psykosociala inslag. Sjuksköterskestuderandes uppfattningar av centrala termer och reaktioner inför en omvårdnadssituation.* Göteborg 1992
89. SHIRLEY BOOTH *Learning to program. A phenomenographic perspective.* Göteborg 1992
90. EVA BJÖRCK-ÅKESON *Samspel mellan små barn med rörelsehinder och talhandikapp och deras föräldrar - en longitudinell studie.* Göteborg 1992
91. KARIN DAHLBERG *Helhetsyn i vården. En uppgift för sjuksköterskeutbildningen.* 1992
92. RIGMOR ERIKSSON *Teaching Language Learning. In-service training for communicative teaching and self directed learning in English as a foreign language.* 1993
93. KJELL HÄRENSTAM *Skolboks-islam. Analys av bilden av islam i läroböcker i religionskunskap.* Göteborg 1993.
94. INGRID PRAMLING *Kunnandets grunder. Prövning av en fenomenografisk ansats till att utveckla barns sätt att uppfatta sin omvärld.* Göteborg 1994.
95. MARIANNE HANSSON SCHERMAN *Att vågra vara sjuk. En longitudinell studie av förhållnings sätt till astma/allergi.* Göteborg 1994
96. MIKAEL ALEXANDERSSON *Metod och medvetande.* Göteborg 1994
97. GUN UNENGE *Pappor i föräldrakooperativa daghem. En deskriptiv studie av pappors medverkan.* Göteborg 1994
98. BJÖRN SJÖSTRÖM *Assessing acute postoperative pain. Assessment strategies and quality in relation to clinical experience and professional role.* Göteborg 1995
99. MAJ ARVIDSSON *Lärares orsaks- och åtgärdstankar om elever med svårigheter.* Göteborg 1995
100. DENNIS BEACH *Making sense of the problems of change: An ethnographic study of a teacher education reform.* Göteborg 1995.
101. WOLMAR CHRISTENSSON *Subjektiv bedömning - som besluts och handlingsunderlag.* Göteborg 1995
102. SONJA KIHLLSTRÖM *Att vara forskollärare. Om yrkets pedagogiska innebörder.* Göteborg 1995
103. MARITA LINDAHL *Inläring och erfaranade. Ettäringars möte med förskolans värld.* Göteborg 1996
104. GÖRAN FOLKESTAD *Computer Based Creative Music Making - Young Peoples' Music in the Digital Age.* Göteborg 1996
105. EVA EKEBLAD *Children • Learning • Numbers. A phenomenographic excursion into first-grade children's arithmetic.* Göteborg 1996
106. HELGE STRÖMDAHL *On mole and amount of substance. A study of the dynamics of concept formation and concept attainment.* Göteborg 1996
107. MARGARETA HAMMARSTRÖM *Varför inte högskola? En longitudinell studie av olika faktors betydelse för studiebegärade ungdomars utbildningskarriär.* Göteborg 1996
108. BJÖRN MÄRDÉN *Rektorers tänkande. En kritisk betraktelse av skolledarskap.* Göteborg 1996
109. GLORIA DALL'ALBA & BIÖRN HASSELGREN (EDS) *Reflections on Phenomenography - Toward a Methodology?* Göteborg 1996
110. ELISABETH HESSELFORS ARKTOFT *I ord och handling. Innebörder av "att anknyta till elevers erfarenheter", uttryckta av lärare.* Göteborg 1996
111. BARBRO STRÖMBERG *Professionellt förhållnings sätt hos läkare och sjuksköterskor. En studie av uppfattningar.* Göteborg 1997
112. HARRIET AXELSSON *Våga lära. Om lärare som förändrar sin miljöundervisning.* Göteborg 1997

113. ANN AHLBERG *Children's ways of handling and experiencing numbers*. Göteborg 1997
114. HUGO WIKSTRÖM *Att förstå förändring. Modellbyggande, simulering och gymnasieelevers lärande*. Göteborg 1997
115. DORIS AXELSEN *Listening to recorded music. Habits and motivation among high-school students*. Göteborg 1997.
116. EWA PILHAMMAR ANDERSSON *Handledning av sjuksköterskestuderande i klinisk praktik*. Göteborg 1997
117. OWE STRÅHLMAN *Elitidrott, karriär och avslutning*. Göteborg 1997
118. AINA TULLBERG *Teaching the 'mole'. A phenomenographic inquiry into the didactics of chemistry*. Göteborg 1997.
119. DENNIS BEACH *Symbolic Control and Power Relay Learning in Higher Professional Education*. Göteborg 1997
120. HANS-ÅKE SCHERP *Utmanande eller utmanat ledarskap. Rektor, organisationen och förändrat undervisningsmönster i gymnasieskolan*. Göteborg 1998
121. STAFFAN STUKÁT *Lärares planering under och efter utbildningen*. Göteborg 1998
122. BIRGIT LENDAHL ROSENDAHL *Examensarbetets innebörder. En studie av blivande lärares utsagor*. Göteborg 1998
123. ANN AHLBERG *Meeting Mathematics. Educational studies with young children*. Göteborg 1998
124. MONICA ROSÉN *Gender Differences in Patterns of Knowledge*. Göteborg 1998.
125. HANS BIRNIK *Lärare- elevrelationen. Ett relationistiskt perspektiv*. Göteborg 1998
126. MARGRETH HILL *Kompetent för "det nya arbetslivet"? Tre gymnastieklasser reflekterar över och diskuterar yrkesförberedande studier*. Göteborg 1998
127. LISBETH ÅBERG-BENGTSSON *Entering a Graphicate Society. Young Children Learning Graphs and Charts*. Göteborg 1998
128. MELVIN FEFER *The Conflict of Equals: A Constructionist View of Personality Development*. Göteborg 1999
129. ULLA RUNESSON *Variationens pedagogik. Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll*. Göteborg 1999
130. SILWA CLAESSEN *"Hur tänker du då?" Empiriska studier om relationen mellan forskning om elevuppfattningar och lärares undervisning*. Göteborg 1999
131. MONICA HANSEN *Yrkeskulturer i möte. Läraren, fritidspedagogen och samverkan*. Göteborg 1999
132. JAN THELIANDER *Att studera arbetets förändring under kapitalismen. Ure och Taylor i pedagogiskt perspektiv*. Göteborg 1999
133. TOMAS SAAR *Musikens dimensioner - en studie av unga musikers lärande*. Göteborg 1999
134. GLEN HELMSTAD *Understanding of understanding. An inquiry concerning experiential conditions for developmental learning*. Göteborg 1999
135. MARGARETA HOLMEGAARD *Språkmедvetenhet och ordinläring. Lärare och inlärare reflekterar kring en betydelsefälsörning i svenska som andraspråk*. Göteborg 1999
136. ALYSON MCGEE *Investigating Language Anxiety through Action Inquiry: Developing Good Research Practices*. Göteborg 1999
137. EVA GANNERUD *Genusperspektiv på lärargärning. Om kvinnliga klasslärares liv och arbete*. Göteborg 1999
138. TELLERVO KOPARE *Att rida stormen ut. Förlösningsberättelser i Finnmark och Sápmi*. Göteborg 1999
139. MAJA SÖDERBÄCK *Encountering Parents. Professional Action Styles among Nurses in Pediatric Care*. Göteborg 1999
140. AIRI ROVIO - JOHANSSON *Being Good at Teaching. Exploring different ways of handling the same subject in Higher Education*. Göteborg 1999
141. EVA JOHANSSON *Etik i små barns värld. Om värden och normer bland de yngsta barnen i förskolan*. Göteborg 1999
142. KENNERT ORLENIUS *Förståelsens paradox. Yrkeserfarens betydelse när forskollärare blir grundskollärare*. Göteborg 1999.
143. BJÖRN MÅRDÉN *De nya hälsomissionärerna – rörelser i korsvägen mellan pedagogik och hälsopromotion*. Göteborg 1999
144. MARGARETA CARLÉN *Kunskapslyft eller avbrytarbänk? Möten med industriarbetare om utbildning för arbete*. Göteborg 1999
145. MARIA NYSTRÖM *Allvarligt psykiskt störda människors vardagliga tillvaro*. Göteborg 1999
146. ANN-KATRIN JAKOBSSON *Motivation och inläring ur genusperspektiv. En studie av gymnasieelever på teoretiska linjer/program*. Göteborg 2000
147. JOANNA GIOTA *Adolescents' perceptions of school and reasons for learning*. Göteborg 2000
148. BERIT CARLSTEDT *Cognitive abilities – aspects of structure, process and measurement*. Göteborg 2000
149. MONICA REICHENBERG *Röst och kausalitet i lärobokstexter. En studie av elevers förståelse av olika textversioner*. Göteborg 2000

150. HELENA ÅBERG *Sustainable waste management in households – from international policy to everyday practice. Experiences from two Swedish field studies.* Göteborg 2000
151. BJÖRN SJÖSTRÖM & BRITT JOHANSSON *Ambulanssjukvård. Ambulanssjukvårdarens och läkares perspektiv.* Göteborg 2001
152. AGNETA NILSSON *Omvårdnadskompetens inom bemsjukvård – en deskriptiv studie.* Göteborg 2001
153. ULLA LÖFSTEDT *Förskolan som lärandekontext för barns bildskapande.* Göteborg 2001
154. JÖRGEN DIMENÅS *Innehåll och interaktion. Om elevers lärande i naturvetenskaplig undervisning.* Göteborg 2001
155. BRITT MARIE APELGREN *Foreign Language Teachers' Voices. Personal Theories and Experiences of Change in Teaching English as a Foreign Language in Sweden.* Göteborg 2001
156. CHRISTINA CLIFFORDSON *Assessing empathy: Measurement characteristics and interviewer effects.* Göteborg 2001
157. INGER BERGGREN *Identitet, kön och klass. Hur arbetarflickor formar sin identitet.* Göteborg 2001
158. CARINA FURÅKER *Styrning och visioner – sjuksköterskeutbildning i förändring.* Göteborg 2001
159. INGER BERNDTSSON *Förskjutna horisonter. Livsförändring och lärande i samband med synnedsättning eller blindhet.* Göteborg 2001
160. SONJA SHERIDAN *Pedagogical Quality in Preschool. An issue of perspectives.* Göteborg 2001
161. JAN BAHLENBERG *Den otroliga verkligheten sätter spår. Om Carlo Derkerts liv och konstpedagogiska gärning.* Göteborg 2001
162. FRANK BACH *Om ljuset i tillvaron. Ett undervisningsexperiment inom optik.* Göteborg 2001
163. PIA WILLIAMS *Barn lär av varandra. Samlärande i förskola och skola.* Göteborg 2001
164. VIGDIS GRANUM *Studentenes forestillinger om sykepleie som fag og funksjon.* Göteborg 2001
165. MARIT ALVESTAD *Den komplekse planlegginga. Førsøkolelærarar om pedagogisk planlegging og praksis.* Göteborg 2001
166. GIRMA BERHANU *Learning-In-Context. An Ethnographic Investigation of Mediated Learning Experiences among Ethiopian Jews in Israel.* Göteborg 2001.
167. OLLE ESKILSSON *En longitudinell studie av 10 – 12-åringars förståelse av materiens förändringar.* Göteborg 2001
168. JONAS EMANUELSSON *En fråga om frågor. Hur lärares frågor i klassrummet gör det möjligt att få reda på elevernas sätt att förstå det som undervisningen behandlar i matematik och naturvetenskap.* Göteborg 2001
169. BIRGITTA GEDDA *Den offentliga hemligheten. En studie om sjuksköterskans pedagogiska funktion och kompetens i folkhälsoarbetet.* Göteborg 2001
170. FEBE FRIBERG *Pedagogiska möten mellan patienter och sjuksköterskor på en medicinsk vårdavdelning. Mot en värddidaktik på livsvärldsgrund.* Göteborg 2001
171. MADELEINE BERGH *Medvetenhet om bemötande. En studie om sjuksköterskans pedagogiska funktion och kompetens i närståendeundervisning.* Göteborg 2002
172. HENRIK ERIKSSON *Den diplomatiska punkten – maskulinitet som kroppsligt identitetskapande projekt i svensk sjuksköterskeutbildning.* Göteborg 2002
173. SOLVEIG LUNDGREN *I spåren av en bemanningsförändring. En studie av sjuksköterskors arbete på en kirurgisk vårdavdelning.* Göteborg 2002
174. BIRGITTA DAVIDSSON *Mellan soffan och katedern. En studie av hur förskollärare och grundskollärare utvecklar pedagogisk integration mellan förskola och skola.* Göteborg 2002
175. KARI SØNDENÅ *Tradisjon og Transcendens – ein fenomenologisk studie av refleksjon i norsk førskulelærarutdanning.* Göteborg 2002
176. CHRISTINE BENTLEY *The Roots of Variation of English-Teaching. A Phenomenographic Study Founded on an Alternative Basic Assumption.* Göteborg 2002
177. ÅSA MÄKITALO *Categorizing Work: Knowing, Arguing, and Social Dilemmas in Vocational Guidance.* Göteborg 2002
178. MARITA LINDAHL *VÅRDA – VÅGLEDA – LÄRA. Effekstudie av ett interventionsprogram för pedagogers lärande i förskolemiljön.* Göteborg 2002
179. CHRISTINA BERG *Influences on schoolchildren's dietary selection. Focus on fat and fibre at breakfast.* Göteborg 2002
180. MARGARETA ASP *Vila och lärande om vila. En studie på livsvärldsfenomenologisk grund.* Göteborg 2002
181. FERENGE MARTON & PAUL MORRIS (EDS) *What matters? Discovering critical conditions of classroom learning.* Göteborg 2002
182. ROLAND SEVERIN *Dom vet vad dom talar om. En intervjustudie om elevers uppfattningar av begreppen makt och samballsförändring.* Göteborg 2002
- Editors: Björn Andersson, Jan Holmer and Ingrid Pramling Samuelsson
183. MARLÉNE JOHANSSON *Slidjpraktik i skolan – hand, tanke, kommunikation och andra medierande redskap.* Göteborg 2002

184. INGRID SANDEROTH *Om lust att lära i skolan: En analys av dokument och klass 8y*. Göteborg 2002
185. INGA-LILL JAKOBSSON *Diagnos i skolan. En studie av skolsituationer för elever med syndromdiagnos*. Göteborg 2002
186. EVA-CARIN LINDGREN *Empowering Young Female Athletes – A Possible Challenge to the Male Hegemony in Sport. A Descriptive and Interventional Study*. Göteborg 2002
187. HANS RYSTEDT *Bridging practices. Simulations in education for the health-care professions*. Göteborg 2002
188. MARGARETA EKBORG *Naturvetenskaplig utbildning för hållbar utveckling? En longitudinell studie av hur studenter på grunskolläroprogrammet utvecklar för miljöundervisning relevanta kunskaper i naturkunskap*. Göteborg 2002
189. ANETTE SANDBERG *Vuxnas lekvärld. En studie om vuxnas erfarenheter av lek*. Göteborg 2002
190. GUNLÖG BREDÄNGE *Gränslös pedagog. Fyra studier om utländska lärare i svensk skola*. Göteborg 2003
191. PER-OLOF BENTLEY *Mathematics Teachers and Their Teaching. A Survey Study*. Göteborg 2003
192. KERSTIN NILSSON *MANDAT – MAKT – MANAGEMENT. En studie av hur värdenhetschefers ledarskap konstrueras*. Göteborg 2003
193. YANG YANG *Measuring Socioeconomic Status and its Effects at Individual and Collective Levels: A Cross-Country Comparison*. Göteborg 2003
194. KNUT VOLDEN *Mediekunskap som mediekritikk*. Göteborg 2003.
195. LOTTA LAGER-NYQVIST *Att göra det man kan – en longitudinell studie av hur sju lärarstudenter utvecklar sin undervisning och formar sin lärarroll i naturvetenskap*. Göteborg 2003
196. BRITT LINDAHL *Lust att lära naturvetenskap och teknik? En longitudinell studie om vägen till gymnasiet*. Göteborg 2003
197. ANN ZETTERQVIST *Ämnesdidaktisk kompetens i evolutionsbiologi. En intervjuundersökning med no/ biologilärare*. Göteborg 2003
198. ELSIE ANDERBERG *Språkanvändningens funktion vid utveckling av kunskap om objekt*. Göteborg 2003.
199. JAN GUSTAFSSON *Integration som text, diskursiv och social praktik. En policyetnografisk fallstudie av mötet mellan skolan och förskoleklassen*. Göteborg 2003.
200. EVELYN HERMANSSON *Akademisering och professionalisering – barnmorskans utbildning i förändring*. Göteborg 2003
201. KERSTIN VON BRÖMSEN *Tolkningar, förhandlingar och tystnader. Elevers tal om religion i det mångkulturella och postkoloniala rummet*. Göteborg 2003
202. MARIANNE LINDBLAD FRIDH *Från allmänsjukesköterska till specialistsjuksköterska inom intensivvård. En studie av erfarenheter från specialistutbildningen och från den första yrkesverksamma tiden inom intensivvården*. Göteborg 2003
203. BARBRO CARLI *The Making and Breaking of a Female Culture: The History of Swedish Physical Education 'in a Different Voice'*. Göteborg 2003
204. ELISABETH DAHLBORG-LYCKHAGE *"Systems" konstruktion och mumifiering – i TV-serier och i studenters föreställningar*. Göteborg 2003
205. ULLA HELLSTRÖM MUHLI *Att överbygga perspektiv. En studie av behovsbedömningsamtal inom äldreinriktat socialt arbete*. Göteborg 2003
206. KRISTINA AHLBERG *Synvärdor. Universitetsstudenters berättelser om kvalitativa förändringar av sätt att erfara situationers mening under utbildningspraktik*. Göteborg 2004
207. JONAS IVARSSON *Renderings & Reasoning: Studying artifacts in human knowing*. Göteborg 2004
208. MADELEINE LÖWING *Matematikundervisningens konkreta gestaltning. En studie av kommunikationen lärare – elev och matematiklektionens didaktiska ramar*. Göteborg 2004
209. PIJA EKSTRÖM *Makten att definiera. En studie av hur beslutsfattare formulerar villkor för specialpedagogisk verksamhet*. Göteborg 2004
210. CARIN ROOS *Skriftspråkande döva barn. En studie om skriftspråkligt lärande i förskola och skola*. Göteborg 2004
211. JONAS LINDEROTH *Datorspeländets mening. Bortom idén om den interaktiva illusionen*. Göteborg 2004
212. ANITA WALLIN *Evolutionsteorin i klassrummet. På väg mot en ämnesdidaktisk teori för undervisning i biologisk evolution*. Göteborg 2004
213. EVA HJÖRNE *Excluding for inclusion? Negotiating school careers and identities in pupil welfare settings in the Swedish school*. Göteborg 2004
214. MARIE BLIDING *Inneslutandets och uteslutandets praktik. En studie av barns relationsarbete i skolan*. Göteborg 2004
215. LARS-ERIK JONSSON *Appropriating Technologies in Educational Practices. Studies in the Contexts of Compulsory Education, Higher Education, and Fighter Pilot Training*. Göteborg 2004
216. MIA KARLSSON *An IT's Teacher Team as a Community of Practice*. Göteborg 2004
217. SILWA CLAEISSON *Lärares levda kunskap*. Göteborg 2004
218. GUN-BRITT WÄRVIK *Ambitioner att förändra och artefaktens verkan. Gränsskapande och stabiliserande praktiker på produktionsgolvet*. Göteborg 2004

219. KARIN LUMSDEN WASS *Vuxenutbildning i omvandling. Kunskapslyftet som ett sätt att organisera förnyelse.* Göteborg 2004
220. LENA DAHL *Amningspraktikens villkor. En intervjustudie av en grupp kvinnors föreställningar på och erfarenheter av amning.* Göteborg 2004
221. ULRIC BJÖRCK *Distributed Problem-Based Learning. Studies of a Pedagogical Model in Practice.* Göteborg 2004
222. ANNEKA KNUTSSON *"To the best of your knowledge and for the good of your neighbour". A study of traditional birth attendants in Addis Ababa, Ethiopia.* Göteborg 2004
223. MARIANNE DOVEMARK *Ansvar – flexibilitet – valfrihet. En etnografisk studie om en skola i förändring.* Göteborg 2004
224. BJÖRN HAGLUND *Traditioner i möte. En kvalitativ studie av fritidspedagogers arbete med samlingar i skolan.* Göteborg 2004
225. ANN-CHARLOTTE MÅRDSJÖ *Lärandets skiftande innebörder – uttryckta av förskollärare i vidareutbildning.* Göteborg 2005
226. INGRID GRUNDÉN *Att återerövra kroppen. En studie av livet efter en ryggmärgsskada.* Göteborg 2005
227. KARIN GUSTAFSSON & ELISABETH MELLGREN *Barns skriftspråkande – att bli en skrivande och läsande person.* Göteborg 2005
228. GUNNAR NILSSON *Att äga  $\pi$ . Praxisnära studier av lärarstudenters arbete med geometrillaborationer.* Göteborg 2005.
229. BENGT LINDGREN *Bild, visualitet och vetande. Diskussion om bild som ett kunskapsfält inom utbildning.* Göteborg 2005
230. PETRA ANGERVALL *Jämställdhetsarbetets pedagogik. Dilemman och paradoxer i arbetet med jämställdhet på ett företag och ett universitet.* Göteborg 2005
231. LENNART MAGNUSSON *Designing a responsive support service for family carers of frail older people using ICT.* Göteborg 2005
232. MONICA REICHENBERG *Gymnasieelever samtalar kring facktexter. En studie av textsamtal med goda och snaga läsare.* Göteborg 2005
233. ULRIKA WOLFF *Characteristics and varieties of poor readers.* Göteborg 2005
234. CECILIA NIELSEN *Mellan fakticitet och projekt. Läs- och skrivsvårigheter och strävan att övervinna dem.* Göteborg 2005.
235. BERITH HEDBERG *Decision Making and Communication in Nursing Practice. Aspects of Nursing Competence.* Göteborg 2005
236. MONICA ROSÉN, EVA MYRBERG & JAN-ERIC GUSTAFSSON *Läskompetens i skolår 3 och 4. Nationell rapport från PIRLS 2001 i Sverige. The IEA Progress in International Reading Literacy Study.* Göteborg 2005
237. INGRID HENNING LOEB *Utveckling och förändring i kommunal vuxenutbildning. En yrkeshistorisk ingång med berättelser om lärarbanor.* Göteborg 2006.
238. NIKLAS PRAMLING *Minding metaphors: Using figurative language in learning to represent.* Göteborg 2006
239. KONSTANTIN KOUGIOUMITZIS *Lärarkulturer och professionskoder. En komparativ studie av idrottslärare i Sverige och Grekland.* Göteborg 2006
240. STEN BÄTH *Kvalifikation och medborgarfostran. En analys av reformtexter avseende gymnasieskolans samhällsuppdrag.* Göteborg 2006.
241. EVA MYRBERG *Fristående skolor i Sverige – Effekter på 9-10-åriga elevers läsförståelse.* Göteborg 2006
242. MARY-ANNE HOLFVE-SABEL *Attitudes towards Swedish comprehensive school. Comparisons over time and between classrooms in grade 6.* Göteborg 2006
243. CAROLINE BERGGREN *Entering Higher Education – Gender and Class Perspectives.* Göteborg 2006
244. CRISTINA THORNELL & CARL OLIVESTAM *Kulturmöte i centralafrikansk kontext med kyrkan som arena.* Göteborg 2006
245. ARVID TREEKREM *Att leda som man lär. En arbetsmiljöpedagogisk studie av tuppledares ideologier om ledarskapets taktiska potentialer.* Göteborg 2006
246. EVA GANNERUD & KARIN RÖNNERMAN *Innehåll och innebörd i lärares arbete i förskola och skola – en fallstudie ur ett genusperspektiv.* Göteborg 2006
247. JOHANNES LUNNEBLAD *Förskolan och mångalden – en etnografisk studie på en förskola i ett multietniskt område.* Göteborg 2006
248. LISA ASP-ONSSJÖ *Åtgärdsprogram – dokument eller verktyg? En fallstudie i en kommun.* Göteborg 2006
249. EVA JOHANSSON & INGRID PRAMLING SAMUELSSON *Lek och läroplan. Möten mellan barn och lärare i förskola och skola.* Göteborg 2006
250. INGER BJÖRNELOO *Innebörder av hållbar utveckling. En studie av lärares utsagor om undervisning.* Göteborg 2006
251. EVA JOHANSSON *Etiska överenskommelser i förskolebarns världar.* Göteborg 2006
252. MONICA PETERSSON *Att genussappa på säker eller osäker mark. Hem- och konsumentkunskap ur ett könsperspektiv.* Göteborg 2007
253. INGELA OLSSON *Handlingskompetens eller inlörd hjälplöshet? Lärandeprocesser hos verkstadsindustriarbetare.* Göteborg 2007

254. HELENA PEDERSEN *The School and the Animal Other. An Ethnography of human-animal relations in education.* Göteborg 2007
255. ELIN ERIKSEN ØDEGAARD *Meningsskapning i barnehagen. Innhold og bruk av barns og voksnes samtalefortellinger.* Göteborg 2007
256. ANNA KLERFELT *Barns multimediala berättande. En länk mellan mediakultur och pedagogisk praktik.* Göteborg 2007
257. PETER ERLANDSON *Docile bodies and imaginary minds: on Schön's reflection-in-action.* Göteborg 2007
258. SONJA SHERIDAN OCH PIA WILLIAMS *Dimensioner av konstruktiv konkurrens. Konstruktiva konkurrensformer i förskola, skola och gymnasium.* Göteborg 2007
259. INGELA ANDREASSON *Eleverplanen som text - om identitet, genus, makt och styrning i skolans elevdokumentation.* Göteborg 2007
- Editors: Jan-Eric Gustafsson, Annika Härenstam and Ingrid Pramling Samuelsson
260. ANN-SOFIE HOLM *Relationer i skolan. En studie av feminiteter och maskuliniteter i år 9.* Göteborg 2008
261. LARS-ERIK NILSSON *But can't you see they are lying: Student moral positions and ethical practices in the wake of technological change.* Göteborg 2008
262. JOHAN HÄGGSTRÖM *Teaching systems of linear equations in Sweden and China: What is made possible to learn?* Göteborg 2008
263. GUNILLA GRANATH *Milda makter! Utvecklingsamtal och loggböcker som disciplinerings tekniker.* Göteborg 2008
264. KARIN GRAHN *Flickor och pojkar i idrottens läromedel. Konstruktioner av genus i ungdomsträna utbildningen.* Göteborg 2008.
265. PER-OLOF BENTLEY *Mathematics Teachers and Their Conceptual Models. A New Field of Research.* Göteborg 2008
266. SUSANNE GUSTAVSSON *Motstånd och mening. Inneboend i blivande lärares seminarensamtal.* Göteborg 2008
267. ANITA MATTSSON *Flexibel utbildning i praktiken. En fallstudie av pedagogiska processer i en distansutbildning med en öppen design för samarbetslärande.* Göteborg 2008
268. ANETTE EMILSON *Det önskvärda barnet. Fostran uttryckt i vardagliga kommunikationshandlingar mellan lärare och barn i förskolan.* Göteborg 2008
269. ALLI KLAPP LEKHOLM *Grades and grade assignment: effects of student and school characteristics.* Göteborg 2008
270. ELISABETH BJÖRKLUND *Att erövra litteracitet. Små barns kommunikativa möten med berättande, bilder, text och tecken i förskolan.* Göteborg 2008
271. EVA NYBERG *Om livets kontinuitet. Undervisning och lärande om växters och djurs livscyklar - en fallstudie i årskurs 5.* Göteborg 2008
272. CANELLED
273. ANITA NORLUND *Kritisk sakprosläsning i gymnasieskolan. Didaktiska perspektiv på läroböcker, lärare och nationella prov.* Göteborg 2009
274. AGNETA SIMEONSDOTTER SVENSSON *Den pedagogiska samlngen i förskoleklassen. Barns olika sätt att erfara och hantera svårigheter.* Göteborg 2009
275. ANITA ERIKSSON *Om teori och praktik i lärarutbildningen. En etnografisk och diskursanalytisk studie.* Göteborg 2009
276. MARIA HJALMARSSON *Lärarprofessionens genusordning. En studie av lärares uppfattningar om arbetsuppgifter, kompetens och förväntningar.* Göteborg 2009.
277. ANNE DRAGEMARK OSCARSON *Self-Assessment of Writing in Learning English as a Foreign Language. A Study at the Upper Secondary School Level.* Göteborg 2009
278. ANNIKA LANTZ-ANDERSSON *Framing in Educational Practices. Learning Activity, Digital Technology and the Logic of Situated Action.* Göteborg 2009
279. RAUNI KARLSSON *Demokratiska värden i förskolebarns vardag.* Göteborg 2009
280. ELISABETH FRANK *Läsförmågan bland 9-10-åringar. Betydelsen av skolklmat, hem- och skolsamverkan, lärarkompetens och elevers bembakgrund.* Göteborg 2009
281. MONICA JOHANSSON *Anpassning och motstånd. En etnografisk studie av gymnasieelevers institutionella identitetskapande.* Göteborg 2009
282. MONA NILSEN *Food for Thought. Communication and the transformation of work experience in web-based in-service training.* Göteborg 2009
283. INGA WERNERSSON (RED) *Genus i förskola och skola. Förändringar i policy, perspektiv och praktik.* Göteborg 2009
284. SONJA SHERIDAN, INGRID PRAMLING SAMUELSSON & EVA JOHANSSON (RED) *Barns tidiga lärande. En tvärsnittstudie om förskolan som miljö för barns lärande.* Göteborg 2009
285. MARIE HJALMARSSON *Loyalitet och motstånd - anställdas agerande i ett föränderligt bemjänstarbete.* Göteborg 2009.

286. ANETTE OLIN *Skolans mötespraktik - en studie om skolutveckling genom yrkesverksammas förståelse*. Göteborg 2009
287. MIRELLA FORSBERG AHLCRONA *Handdockans kommunikativa potential som medierande redskap i förskolan*. Göteborg 2009
288. CLAS OLANDER *Towards an interlanguage of biological evolution: Exploring students' talk and writing as an arena for sense-making*. Göteborg 2010
- Editors: Jan-Eric Gustafsson, Åke Ingerman and Ingrid Pramling Samuelsson
289. PETER HASSELSKOG *Slöjdlärares förhållningsätt i undervisningen*. Göteborg 2010
290. HILLEVI PRELL *Promoting dietary change. Intervening in school and recognizing health messages in commercials*. Göteborg 2010
291. DAVOUD MASOUMI *Quality Within E-learning in a Cultural Context. The case of Iran*. Göteborg 2010
292. YLVA ODENBRING *Kramar, kategoriseringar och hjälpträningar. Könskonstruktioner i interaktion i förskola, förskoleklass och skolar ett*. Göteborg 2010
293. ANGELIKA KULLBERG *What is taught and what is learned. Professional insights gained and shared by teachers of mathematics*. Göteborg 2010
294. TORGEIR ALVESTAD *Barnebagens relasjonelle verden - små barn som kompetente aktörer i produktive forhandlinger*. Göteborg 2010
295. SYLVI VIGMO *New spaces for Language Learning. A study of student interaction in media production in English*. Göteborg 2010
296. CAROLINE RUNESDOTTER *I otakt med tiden? Folkbibliotekerna i ett föränderligt fält*. Göteborg 2010
297. BIRGITTA KULLBERG *En etnografisk studie i en thailändsk grundskola på en ö i södra Thailand. I sökandet efter en framtid då nuet har nog av sitt*. Göteborg 2010
298. GUSTAV LYMER *The work of critique in architectural education*. Göteborg 2010
299. ANETTE HELLMAN *Kan Batman vara rosa? Förhandlingar om pojkighet och normalitet på en förskola*. Göteborg 2010
300. ANNIKA BERGVIKEN-RENSFELDT *Opening higher education. Discursive transformations of distance and higher education government*. Göteborg 2010
301. GETAHUN YACOB ABRAHAM *Education for Democracy? Life Orientation: Lessons on Leadership Qualities and Voting in South African Comprehensive Schools*. Göteborg 2010
302. LENA SJÖBERG *Bäst i klassen? Lärare och elever i svenska och europeiska policytexter*. Göteborg 2011
303. ANNA POST *Nordic stakeholders and sustainable catering*. Göteborg 2011
304. CECILIA KILHAMN *Making Sense of Negative Numbers*. Göteborg 2011
305. ALLAN SVENSSON (RED). *Utvärdering Genom Uppföljning. Longitudinell individforskning under ett halvsekel*. Göteborg 2011
306. NADJA CARLSSON. *I kamp med skriftspråket. Vuxenstuderande med läs- och skrivsvårigheter i ett livsvärldsperspektiv*. Göteborg 2011
307. AUD TORILL MELAND. *Ansvar for egen læring. Intensjoner og realiteter ved en norsk videregående skole*. Göteborg 2011
308. EVA NYBERG. *Folkebildung för demokrati. Colombianska kvinnors perspektiv på kunskap som förändringskraft*. Göteborg 2011
309. SUSANNE THULIN. *Lärares tal och barns nyfikenhet. Kommunikation om naturvetenskapliga innehåll i förskolan*. Göteborg 2011
310. LENA FRIDLUND. *Interkulturell undervisning – ett pedagogiskt dilemma. Talet om undervisning i svenska som andraspråk och i förberedelseklass*. Göteborg 2011
311. TARJA ALATALO. *Skicklig läs- och skrivundervisning i åke 1-3. Om lärares möjligheter och hinder*. Göteborg 2011
312. LISE-LOTTE BJERVÅS. *Samtal om barn och pedagogisk dokumentation som bedömningspraktik i förskolan. En diskursanalys*. Göteborg 2011
313. ÅSE HANSSON. *Ansvar för matematiklärande. Effekter av undervisningsansvar i det flerspråkiga klassrummet*. Göteborg 2011
314. MARIA REIS. *Att ordna, från ordning till ordning. Yngre förskolebarns matematiserande*. Göteborg 2011

